

3

一元一次方程式

3-1 以符號列式與運算

3-2 一元一次方程式的列式與求解

3-3 一元一次方程式的應用



整理差不多了！
只差 5 本筆記本和 4 枝鉛筆，
明天找浩南，一起去
買好了。





鈴
鈴

哈囉！浩南
明天要不要一起去買
下週開學要用的
筆記本和文具呢？

喂！

好喔！
我剛好也要去買呢！
明天見囉！

隔天



依霖，
你好了嗎？
我要的選好囉。

喔！我也差不
多了！等等一起
去結帳吧。

挑選中

您好，11本筆
記本，7枝鉛筆，
一共455元。

我買6本筆記本和3枝
鉛筆，但我只帶200元
不夠付，怎麼辦？

被你打敗了！
剩下的我先付吧！
記得還我喔。

開學日

依霖，我來還你錢了！但
是我只記得鉛筆每枝10
元，那我該給你多少錢？

糟糕！我也忘了
筆記本的價格了，
怎麼辦？

本章將學習如何把
實際問題列式並求
解，在學完後就可
以算出答案囉！

3-1

以符號列式與運算

① 代數式

② 一元一次式的運算



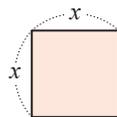
溫故啟思

1. 邊長為 x 公分的正三角形周長為 $x \times 3$ 公分。
2. 5 人平分 x 公升的可樂，則每個人可以分到 $x \div 5$ 公升。

1 代數式

國小時我們學過用符號（□、甲、乙、 a 、 b 、……）來表示未知的數。這些代表數的符號可以像數一樣做運算，而且運算的結果仍代表數。例如：

- ① 在書局買一本 60 元的筆記本與一個 x 元的修正帶，共花 $(60+x)$ 元。
- ② 全班有 x 人，若近視的有 18 人，則沒有近視的有 $(x-18)$ 人。
- ③ 大賣場的衛生紙以 12 包一袋販賣，買了 x 袋，共有 $(12 \times x)$ 包衛生紙。
- ④ 超商飲料半價大優待，原價 x 元飲料特價為 $(x \div 2)$ 元。
- ⑤ 邊長為 x 公分的正方形面積為 $(x \times x)$ 平方公分。



上述 $60+x$ 、 $x-18$ 、 $12 \times x$ 、 $x \div 2$ 、 $x \times x$ 等，由數字與符號所構成的算式，我們稱為**代數式**。

隨堂練習

- ① 邊長為 x 公分的正方體體積為 $x \times x \times x$ 立方公分。
- ② 底為 a 公分，高為 b 公分的三角形面積為 $\frac{1}{2} \times ab$ 平方公分。

► 代數式的簡記

在一個代數式中，當符號與數相乘時，我們習慣上將數寫在符號左邊。為了避免將乘號「 \times 」與符號「 x 」混淆，可以把乘號「 \times 」改寫成「 \cdot 」，或是省略不寫。例如：

$$x \times 12 \quad \text{與} \quad 12 \times x \quad \text{均可記為} \quad 12 \cdot x \quad \text{或簡記為} \quad 12x$$

$$y \times (-5) \quad \text{與} \quad (-5) \times y \quad \text{均可記為} \quad (-5) \cdot y \quad \text{或簡記為} \quad -5y$$

$$a \times \frac{3}{7} \quad \text{與} \quad \frac{3}{7} \times a \quad \text{均可記為} \quad \frac{3}{7} \cdot a \quad \text{或簡記為} \quad \frac{3}{7}a$$

如果兩個符號相乘時，乘號「 \times 」可以寫成「 \cdot 」或是省略不寫。例如：

$$a \times b \quad \text{與} \quad b \times a \quad \text{均可記為} \quad a \cdot b \quad \text{或簡記為} \quad ab$$

而相同的符號相乘時，我們習慣上將代數式寫成指數型式。例如：

$$x \times x \times x = x^3$$

因為任意數與 1 的乘積就是該數本身，所以將 $1 \times x$ 記為 $1 \cdot x$ 或簡記為 x ，即 $1 \times x = 1 \cdot x = x$ 。

因為任意數與 (-1) 的乘積就是該數的相反數，所以將 $(-1) \times x$ 記為 $(-1) \cdot x$ 或簡記為 $-x$ ，即 $(-1) \times x = (-1) \cdot x = -x$ 。

隨堂練習

簡記下列各式：

(1) $(-3) \times x$

$$-3x$$

(2) $y \times (-1)$

$$-y$$

(3) $a \times 0.4$

$$0.4a$$

(4) $(-\frac{3}{8}) \times b$

$$-\frac{3}{8}b$$

在一個代數式中，當符號與數相除時，我們可以利用「除以一個不為0的數就是乘以該數的倒數」，將除法轉換成乘法來處理。

例如 $x \div \frac{5}{2}$ 可看成 $x \times \frac{2}{5}$ ，即 $x \div \frac{5}{2} = x \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5}x$ ，

有時候我們也把 $\frac{2}{5}x$ 寫成 $\frac{2x}{5}$ 。

又在第二章我們學過 $\frac{-2}{5} = -\frac{2}{5}$ ，

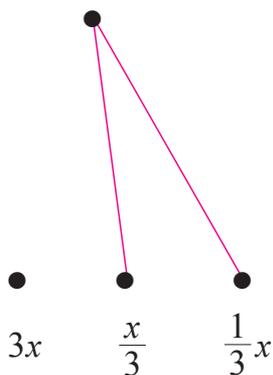
$$\begin{aligned} \text{因此 } x \div \left(-\frac{5}{2}\right) &= x \times \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{2}{5}x \\ &= -\frac{2x}{5} \\ &= \frac{-2x}{5} \\ &= \frac{2x}{-5}。 \end{aligned}$$



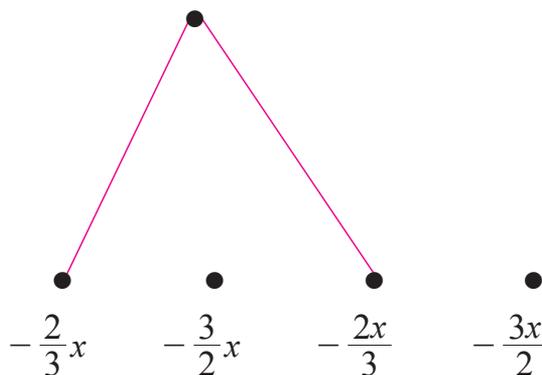
隨堂練習

連連看，各題上方的代數式可以分別簡記為下方的哪些代數式？

(1) $x \div 3$



(2) $x \div \left(-\frac{3}{2}\right)$



例 1 代數式的簡記

簡記下列各式：

(1) $x \times x \times (-7)$ (2) $a \div 0.8$ (3) $b \div 4 - 1$

解

(1) $x \times x \times (-7) = x^2 \times (-7) = -7x^2$ 。

(2) $a \div 0.8 = a \div \frac{4}{5} = a \times \frac{5}{4} = \frac{5}{4}a$ 。(或簡記為 $\frac{5a}{4}$)

(3) $b \div 4 - 1 = b \times \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{4}b - 1$ 。(或簡記為 $\frac{b}{4} - 1$)

隨堂練習

簡記下列各式：

(1) $0.3 \times a \times b$ (2) $x \div (-0.5)$ (3) $2 - y \div \frac{2}{5}$

$0.3 \times a \times b$
 $= 0.3ab$

$x \div (-0.5)$
 $= x \div (-\frac{1}{2})$
 $= -2x$

$2 - y \div \frac{2}{5}$
 $= 2 - \frac{5}{2}y$ (或簡記為 $2 - \frac{5y}{2}$)

用符號列式

超商推出相同飲料第二件六折促銷活動，薇真買了兩瓶梅子綠茶，若一瓶梅子綠茶原價 x 元，六折為 $0.6x$ 元，則買兩瓶一共要付 $(x + 0.6x)$ 元。

日常生活中一些數量關係常可轉換成代數式後再做進一步的分析處理，例如上面的情境中，當我們知道付了多少元就能換算出梅子綠茶原價為何。

我們再來看一些簡單的例子：

文字敘述	比 x 少 10	y 的 8 折	比 x 的 3 倍多 5	比 y 的 $\frac{1}{4}$ 倍少 6
代數式	$x - 10$	$0.8y$	$3x + 5$	$\frac{1}{4}y - 6$

例 2 將具體情境列成代數式 (I)

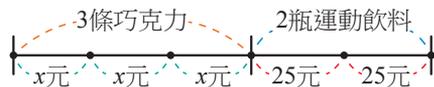
- 1 薇真使用甲電信公司 300 型月租方案，每個月須付 300 元月租費。這個月通話超過基本時數還要再加收 x 元，請問通話費一共多少元？
- 2 弘宇到超商買了 3 條巧克力與 2 瓶運動飲料。如果巧克力每條 x 元，運動飲料每瓶 25 元，請問一共要付多少元？



解 1 因為須付 300 元月租費且加收 x 元，
所以通話費一共 $(300 + x)$ 元。



- 2 3 條巧克力要付 $x \times 3 = 3x$ (元)，
而 2 瓶運動飲料要付 $25 \times 2 = 50$ (元)，
因此一共要付 $(3x + 50)$ 元。



隨堂練習

- 1 阿豪在超級籃球聯賽的總冠軍戰，共投進兩分球 8 顆、三分球 x 顆，總計投進 $8 + x$ 顆球，得 $16 + 3x$ 分。
- 2 歌神 *KTV* 包廂計費方式為包廂費每小時 700 元，每個人另收入場費 100 元。若有 x 人打算在一間包廂裡連續歡唱 6 小時，
則包廂費需 4200 元，
入場費需 $100x$ 元，
一共要付 $100x + 4200$ 元。



例 3 將具體情境列成代數式 (II)

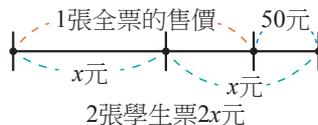
網路促銷探索樂園門票，1 張全票售價比 2 張學生票少 50 元。

- (1) 若 1 張學生票售價 x 元，則 1 張全票售價多少元？
- (2) 若 1 張全票售價 y 元，則 1 張學生票售價多少元？



解

- (1) 因為 1 張學生票售價 x 元，2 張學生票為 $2x$ 元，且 1 張全票售價比 2 張學生票少 50 元，所以 1 張全票售價為 $(2x - 50)$ 元。



- (2) 因為 1 張全票售價 y 元，且 1 張全票售價比 2 張學生票少 50 元，所以 2 張學生票為 $(y + 50)$ 元，因此 1 張學生票為



$$(y + 50) \div 2 = (y + 50) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} (y + 50) (\text{元})。$$

隨堂練習

便利超商飲料促銷活動，買 2 瓶相同運動飲料可加 1 元再送 1 瓶。

- (1) 若要買原價 x 元的運動飲料 3 瓶，則按促銷方案一共要付多少元？

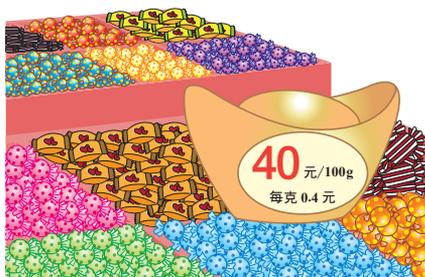
$$(2x + 1) \text{ 元}$$

- (2) 若依促銷方案買 3 瓶運動飲料一共要付 y 元，則此運動飲料原價一瓶多少元？

$$\frac{1}{2} (y - 1) \text{ 元}$$

► 代數式的值

梓茹到大賣場挑禮物要送給同學，選了一個小熊造型盒子 50 元，並到秤重糖果區挑選一袋糖果，糖果每 100 克售價 40 元，也就是說每克要 $40 \div 100 = 0.4$ (元)。若所挑選的糖果重 x 克，則一共要付 $50 + 0.4 \times x = 50 + 0.4x$ (元)。



若挑選的糖果重 100 克，則要付 $50 + 0.4 \times 100 = 90$ (元)。

若挑選的糖果重 150 克，則要付 $50 + 0.4 \times 150 = 110$ (元)。

若挑選的糖果重 200 克，則要付 $50 + 0.4 \times 200 = 130$ (元)。

可由上面的情境中得知，一個代數式的值，是由符號所代表的數代入該代數式來決定。我們再來看下面的例子：

代數式 \ x 值	2	1.5	-3
$8 - 2x$	$8 - 2 \times 2 = 4$	$8 - 2 \times 1.5 = 5$	$8 - 2 \times (-3) = 14$

隨堂練習

請在下表空格中，填入各代數式的值：

代數式 \ x 值	2	1.5	-3
$6x$	12	9	-18

$6 \times 2 = 12$ $6 \times 1.5 = 9$ $6 \times (-3) = -18$

迷思診療

代數式的簡記

- ① 當 x 的值改變時，代數式 $8 - 2x$ 與 $6x$ 的值會相同嗎？

又 $8 - 2x$ 可以簡記為 $6x$ 嗎？除了 $x = 1$ 皆不相同，故不可簡記。

- ② 和同學討論看看代數式 $4 + x$ 可以簡記為 $4x$ 嗎？

除了 $x = \frac{4}{3}$ 皆不相同，故不可簡記



例 4 列代數式與求值

在網路卡牌遊戲英雄戰記中，金卡價值 100 遊戲幣，普通卡價值 20 遊戲幣，已知家豪擁有 4 張金卡和一些普通卡。



- (1) 若家豪有 x 張普通卡，則家豪所有卡牌一共價值多少遊戲幣？
- (2) 若家豪有 60 張普通卡，則家豪所有卡牌一共價值多少遊戲幣？

解

- (1) 因為 4 張金卡價值 400 遊戲幣，而 x 張普通卡價值 $20x$ 遊戲幣。所以家豪所有卡牌一共價值 $(400 + 20x)$ 遊戲幣。
- (2) 當 $x=60$ 時， $400 + 20x = 400 + 20 \times 60 = 400 + 1200 = 1600$ ，因此家豪所有卡牌一共價值 1600 遊戲幣。

隨堂練習

- 1 開車到加油站加油並洗車，已知汽油每公升 26 元，且洗車一次 60 元。
 - (1) 若要加 x 公升的汽油，則一共要付 $26x + 60$ 元。
 - (2) 若要加 20 公升的汽油，則一共要付 580 元。

- 2 氣象資料統計顯示，高度每增加 1 公里氣溫會降低 6.5°C 。試問：
 - (1) 已知地表氣溫為 18°C ，若氣象氣球在離地表 x 公里處時，氣溫會下降 $6.5x$ $^\circ\text{C}$ ，則其所在位置的氣溫為 $(18 - 6.5x)$ $^\circ\text{C}$ 。
 - (2) 承 (1)，若氣象氣球距離地表 4 公里時，則其所在位置的氣溫為 -8 $^\circ\text{C}$ 。



2 一元一次式的運算

代數式中，例如 $20x+400$ 、 $-6.5x+18$ 、 $\frac{5}{2}x-10$ 、 $26x$ 這類只含一種符號（一元），且符號的最高次數是 1（一次）的代數式，我們稱為 **x 的一元一次式**。這些一元一次式均可以用 $ax+b$ 表示，其中 ax 稱為 x 的**一次項**， a 稱為 x 的**一次項係數**， b 稱為**常數項**。例如：

- ① $-6.5x+18$ 的一次項為 $-6.5x$ ，一次項係數為 -6.5 ，常數項為 18。
- ② $26x$ 可看成 $26x+0$ ，其一次項為 $26x$ ，一次項係數為 26，常數項為 0。

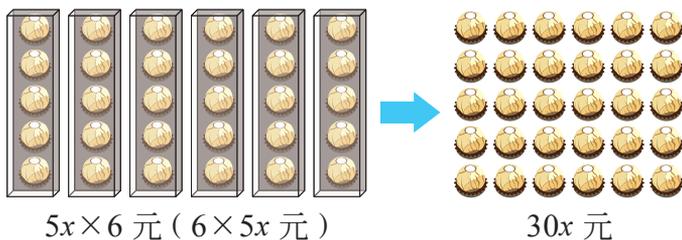
隨堂練習

- ① $20x+400$ 的一次項為 $20x$ ，一次項係數為 20 ，常數項為 400 。
- ② $\frac{2}{5}x-10$ 的一次項為 $\frac{2}{5}x$ ，一次項係數為 $\frac{2}{5}$ ，常數項為 -10 。

一元一次式與數的乘法運算

假設 1 顆巧克力售價 x 元，1 盒有 5 顆巧克力，如果要買 6 盒需要多少錢呢？我們可從兩個方向來看：

- ① 因為 1 盒巧克力要付 $5x$ 元，所以買 6 盒要付 $5x \times 6$ 元（或 $6 \times 5x$ 元）。
- ② 從另一方面來看，1 盒有 5 顆巧克力，6 盒共有 $5 \times 6 = 30$ （顆）巧克力，因此買 6 盒要付 $30x$ 元。



因此由購買 6 盒巧克力的費用，可以得知 $5x \times 6 = 30x$ 。（或 $6 \times 5x = 30x$ ）

在第一章我們學過一些數的運算規則，例如結合律、交換律、分配律等。同樣的當一元一次式代表數時，一元一次式與數運算一樣會滿足數的運算規則。

因此 $5x \times 6$ 也可以直接用交換律與結合律來運算：

$$\begin{aligned}
 5x \times 6 &= 5 \times x \times 6 && \left. \begin{array}{l} \text{交換律} \\ \text{結合律} \end{array} \right\} \\
 &= 5 \times 6 \times x \\
 &= (5 \times 6) \times x \\
 &= 30x
 \end{aligned}$$

設 a 、 b 、 c 為任意數，則

交換律： $a \times b = b \times a$ 。

結合律： $a \times b \times c$

$= (a \times b) \times c$ 。



同樣的方法也可以運用在係數有負數的情況，例如：

$$8 \times (-4x) = 8 \times [(-4) \times x] = [8 \times (-4)] \times x = -32x$$

例 5 一元一次式與數的乘法運算 (I)

化簡下列各式：

(1) $(-\frac{7}{2}) \times 4x$

(2) $10x \times (-0.3)$

解

(1) $(-\frac{7}{2}) \times 4x$

$$\begin{aligned}
 &= (-\frac{7}{2}) \times 4 \times x \\
 &= -14x
 \end{aligned}$$

(1) $10x \times (-0.3)$

$$\begin{aligned}
 &= 10 \times x \times (-0.3) \\
 &= 10 \times (-0.3) \times x \\
 &= -3x
 \end{aligned}$$

隨堂練習

化簡下列各式：

(1) $(-8x) \times (-4)$

$$\begin{aligned}
 &(-8x) \times (-4) \\
 &= 32x
 \end{aligned}$$

(2) $\frac{3}{5} \times (-x)$

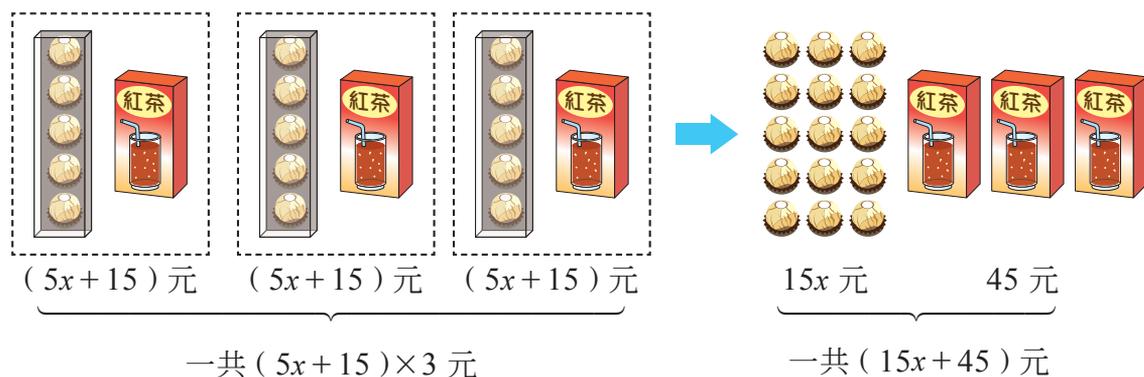
$$\begin{aligned}
 &\frac{3}{5} \times (-x) \\
 &= -\frac{3}{5}x
 \end{aligned}$$

(3) $(-5x) \times 1.4$

$$\begin{aligned}
 &(-5x) \times 1.4 \\
 &= -7x
 \end{aligned}$$

班上有3位同學熱心公益，所以老師決定送每人1盒 $5x$ 元巧克力和1瓶15元紅茶當作獎品，請問一共要花多少錢？我們一樣從兩個方向來看：

- ① 因為1份獎品要付 $(5x+15)$ 元，因此3份獎品一共要付 $(5x+15)\times 3$ 元。
- ② 又由3份獎品需要買3盒巧克力 $5x\times 3=15x$ (元)和3瓶紅茶 $15\times 3=45$ (元)，因此一共要付 $(15x+45)$ 元。



由老師買獎品的費用，可以得知 $(5x+15)\times 3=15x+45$ 。這個結果一樣可以用分配律來運算： $(5x+15)\times 3$

$$\begin{aligned}
 &= 5x \times 3 + 15 \times 3 \\
 &= 15x + 45
 \end{aligned}$$

設 a 、 b 、 c 為任意數，則分配律：
 $(a+b)\times c=a\times c+b\times c$ 。



同樣的方法也可以運用在係數有負數的情況，例如：

$$(-3x+8)\times 6=(-3x)\times 6+8\times 6=-18x+48$$

例 6 一元一次式與數的乘法運算 (II)

化簡下列各式：

$$(1) 4(9x-5) \quad (2) (-5x+4) \times (-0.3) \quad (3) -\frac{3}{2}(x-3)$$

解

$$(1) 4(9x-5) = 4 \times 9x - 4 \times 5 = 36x - 20$$

$$(2) (-5x+4) \times (-0.3) = (-5x) \times (-0.3) + 4 \times (-0.3) = 1.5x - 1.2$$

$$(3) -\frac{3}{2}(x-3) = \left(-\frac{3}{2}\right) \times x - \left(-\frac{3}{2}\right) \times 3 = -\frac{3}{2}x - \left(-\frac{9}{2}\right) = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$$

隨堂練習

化簡下列各式：

$$(1) -7(3x-5) \quad (2) 0.5 \times (-x+8) \quad (3) (-3x+6) \times \left(-\frac{3}{5}\right)$$

$$\begin{aligned} & -7(3x-5) \\ &= (-7) \times 3x \\ & \quad - (-7) \times 5 \\ &= -21x + 35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 0.5 \times (-x+8) \\ &= 0.5 \times (-x) + 0.5 \times 8 \\ &= -0.5x + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (-3x+6) \times \left(-\frac{3}{5}\right) \\ &= (-3x) \times \left(-\frac{3}{5}\right) \\ & \quad + 6 \times \left(-\frac{3}{5}\right) \\ &= \frac{9}{5}x - \frac{18}{5} \end{aligned}$$

由例題 5 及例題 6，可知：



一元一次式的乘法運算性質

設 a 、 b 、 c 是任意數，則有 $a(bx) = (ab)x = abx$ ，

$$a(bx+c) = (ab)x + ac = abx + ac。$$

例 7 用分配律去括號

化簡下列各式：

(1) $-(4x+7)$

(2) $-(5x-3)$

解

$$\begin{aligned} (1) \quad -(4x+7) &= (-1) \times (4x+7) \\ &= (-1) \times 4x + (-1) \times 7 \\ &= -4x - 7 \end{aligned}$$

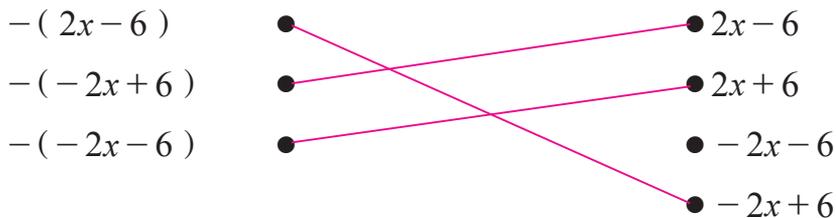
$$\begin{aligned} (2) \quad -(5x-3) &= (-1) \times (5x-3) \\ &= (-1) \times 5x + (-1) \times (-3) \\ &= -5x + 3 \end{aligned}$$

$-(4x+7)$ 可視為
 $(-1) \times (4x+7)$ 的
簡記。



隨堂練習

連看看，左邊的一元一次式可化簡為右邊的哪些一元一次式？



由例題 7 及隨堂練習，可知：



一元一次式的去括號性質

設 a 、 b 是任意數，則有 $-(ax+b) = -ax-b$ ， $-(ax-b) = -ax+b$ 。

一元一次式與數的除法運算

當我們在做一元一次式除以數的運算，可以用「除以一個不為 0 的數就是乘以該數的倒數」，將除法轉換成乘法來處理，例如下面的例題：

例 8 一元一次式與數的除法運算

化簡下列各式：

$$(1) 15x \div (-3)$$

$$(2) \left(-\frac{1}{6}x\right) \div \frac{1}{3}$$

$$(3) (5x - 10) \div \frac{5}{4}$$

$$(4) (-x + 3) \div \left(-\frac{3}{2}\right)$$

解

$$(1) 15x \div (-3) = 15x \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -5x$$

$$(2) \left(-\frac{1}{6}x\right) \div \frac{1}{3} = \left(-\frac{1}{6}x\right) \times 3 = -\frac{1}{2}x$$

$$(3) (5x - 10) \div \frac{5}{4} = (5x - 10) \times \frac{4}{5} = 5x \times \frac{4}{5} - 10 \times \frac{4}{5} = 4x - 8$$

$$\begin{aligned} (4) (-x + 3) \div \left(-\frac{3}{2}\right) &= (-x + 3) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \\ &= (-x) \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 3 \times \left(-\frac{2}{3}\right) \\ &= \frac{2}{3}x - 2 \end{aligned}$$

用分配律時
要注意正負
號變化。



隨堂練習

化簡下列各式：

$$(1) 5x \div \left(-\frac{7}{4}\right)$$

$$\begin{aligned} &5x \div \left(-\frac{7}{4}\right) \\ &= 5x \times \left(-\frac{4}{7}\right) = -\frac{20}{7}x \end{aligned}$$

$$(2) (7x - 14) \div 7$$

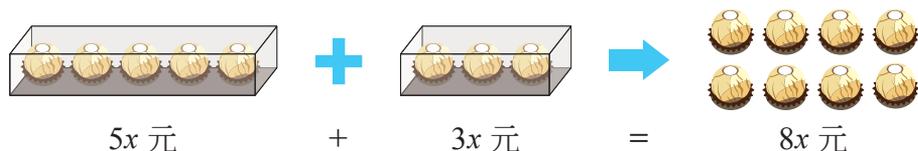
$$\begin{aligned} &(7x - 14) \div 7 \\ &= 7x \times \frac{1}{7} - 14 \times \frac{1}{7} \\ &= x - 2 \end{aligned}$$

$$(3) (-4x - 3) \div \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} &(-4x - 3) \div \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= (-4x) \times (-2) - 3 \times (-2) \\ &= 8x + 6 \end{aligned}$$

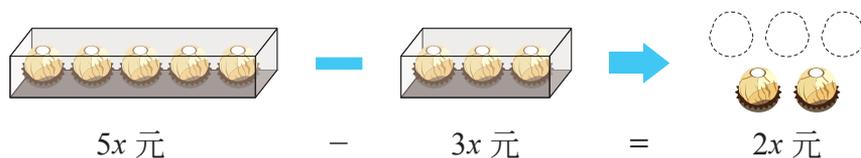
一元一次式的加減運算

假設 1 顆巧克力售價 x 元，大盒的有 5 顆巧克力售價 $5x$ 元，小盒的有 3 顆巧克力售價 $3x$ 元，買大、小各 1 盒要付 $(5x+3x)$ 元。另一方面買大、小各 1 盒，一共 $5+3=8$ (顆) 巧克力，也就是說要付 $8x$ 元。



因此由買巧克力大、小各 1 盒的費用，可以得知 $5x+3x=8x$ 。這個結果一樣可以用分配律得知： $5x+3x=5 \times x+3 \times x=(5+3) \times x=8x$ 。

由巧克力的售價，我們知道大盒巧克力比小盒巧克力貴 $(5x-3x)$ 元。另一方面大盒比小盒多 $5-3=2$ (顆) 巧克力，也就是售價相差 $2x$ 元。



也就是說 $5x-3x=5 \times x-3 \times x=(5-3) \times x=2x$ 。

同樣的方法也可以運用在係數有負數的情況，例如：

$$8x+(-2x)=8 \times x+(-2) \times x=[8+(-2)] \times x=6x。$$

$$8x-(-2x)=8 \times x-(-2) \times x=[8-(-2)] \times x=10x。$$

隨堂練習

化簡下列各式：

(1) $21x+(-20x)$

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 21x-20x \\ &= x \end{aligned}$$

(2) $(-8x)+x$

$$\begin{aligned} \text{原式} &= -8x+x \\ &= -7x \end{aligned}$$

(3) $(-7x)-(-4x)$

$$\begin{aligned} \text{原式} &= -7x+4x \\ &= -3x \end{aligned}$$

由課文與隨堂練習，可知：



一元一次式的加減運算性質

設 a 、 b 是任意數，則有 $ax+bx=(a+b)x$ ， $ax-bx=(a-b)x$ 。

裕凱跟弟弟到超商購買零食，裕凱挑了 1 盒 $5x$ 元大盒巧克力和 1 罐 15 元紅茶，弟弟挑了 1 盒 $3x$ 元小盒巧克力和 1 罐 25 元咖啡，一共花了 $(5x + 15 + 3x + 25)$ 元。

另一方面從前面的討論我們知道，大、小各 1 盒要 $8x$ 元，而紅茶與咖啡要 $15 + 25 = 40$ (元)，因此一共要付 $(8x + 40)$ 元。

$$5x \text{ 元} + 15 \text{ 元} + 3x \text{ 元} + 25 \text{ 元} = 5x \text{ 元} + 3x \text{ 元} + 15 \text{ 元} + 25 \text{ 元}$$

也就是說

$$5x + 15 + 3x + 25 = 5x + 3x + 15 + 25 = (5x + 3x) + (15 + 25) = 8x + 40。$$

在化簡 $5x + 15 + 3x + 25$ 的過程中，我們將 $5x$ 與 $3x$ 稱為**同類項**，而 15 與 25 也是同類項。在做加減運算時，只有**同類項**才能合併計算。

隨堂練習

化簡下列各式：

(1) $6x - 3 - 2x + 4$

$$6x - 3 - 2x + 4$$

$$= (6x - 2x) + (-3 + 4)$$

$$= 4x + 1$$

(2) $-4x + 5 + 6x - 5$

$$-4x + 5 + 6x - 5$$

$$= (-4x + 6x) + (5 - 5)$$

$$= 2x$$

(3) $x - 3 - 5 - 7x$

$$x - 3 - 5 - 7x$$

$$= (x - 7x) + (-3 - 5)$$

$$= -6x - 8$$

當 x 代表數時， $(5x-8)+(3x+6)$ 要如何運算？我們可以先去括號後，合併同類項，作法如下：

$$\begin{aligned}
 & (5x-8)+(3x+6) \\
 &= 5x-8+3x+6 \\
 &= 5x+3x-8+6 \\
 &= 8x-2
 \end{aligned}$$

去括號
 合併同類項

例 9 一元一次式的加法運算

化簡下列各式：

(1) $(5x+8)+(4x-1)$

(2) $(x-3)+(7-5x)$

解

(1) $(5x+8)+(4x-1)=5x+8+4x-1=5x+4x+8-1=9x+7$

(2) $(x-3)+(7-5x)=x-3+7-5x=x-5x-3+7=-4x+4$

隨堂練習

化簡下列各式：

(1) $(11x-1)+(5x-2)$

$$\begin{aligned}
 & (11x-1)+(5x-2) \\
 &= 11x-1+5x-2 \\
 &= 11x+5x-1-2 \\
 &= 16x-3
 \end{aligned}$$

(2) $(4-x)+(-2x-8)$

$$\begin{aligned}
 & (4-x)+(-2x-8) \\
 &= 4-x-2x-8 \\
 &= -x-2x+4-8 \\
 &= -3x-4
 \end{aligned}$$

當 x 代表數時， $(5x-8)-(3x+6)$ 要如何運算？我們也是先去括號後，合併同類項，作法如下：

$$\begin{aligned}
 &(5x-8)-(3x+6) \\
 &= 5x-8-3x-6 \\
 &= 5x-3x-8-6 \\
 &= 2x-14
 \end{aligned}$$

去括號

合併同類項

去括號時，
要注意正負
號變化。



例 10 一元一次式的減法運算

化簡下列各式：

(1) $(4x+1)-(3x-1)$

(2) $(3x+5)-(1-x)$

解

(1) $(4x+1)-(3x-1)=4x+1-3x+1=4x-3x+1+1=x+2$

(2) $(3x+5)-(1-x)=3x+5-1+x=3x+x+5-1=4x+4$

隨堂練習

化簡下列各式：

(1) $(7x-1)-(x+2)$

$$\begin{aligned}
 &(7x-1)-(x+2) \\
 &= 7x-1-x-2 \\
 &= 7x-x-1-2 \\
 &= 6x-3
 \end{aligned}$$

(2) $(-5x+12)-(-2x+8)$

$$\begin{aligned}
 &(-5x+12)-(-2x+8) \\
 &= -5x+12+2x-8 \\
 &= -5x+2x+12-8 \\
 &= -3x+4
 \end{aligned}$$

由例題 9 及例題 10 可以得知，當我們在做一元一次式的加減法運算，可以先去括號，再合併同類項。

迷思診療



檢查運算的正確性

下圖為某次考試浩南做一元一次式的加減運算過程：

三、計算題：

(1) 化簡 $3(x+1)-2x$ 。 (2) 化簡 $(7-2x)-(3+x)$ 。

$$\begin{aligned} & 3(x+1)-2x \\ & = 3x+1-2x \\ & = 3x-2x+1 \\ & = x+1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (7-2x)-(3+x) \\ & = 7-2x-3+x \\ & = -2x+x+7-3 \\ & = -3x+4 \end{aligned}$$



和同學討論看看浩南的計算過程是否正確？如果有錯，哪裡運算錯誤？
均不正確。

(1) 應為 $3(x+1)-2x=3x+3-2x=x+3$ 。

(2) 應為 $(7-2x)-(3+x)=7-2x-3-x=-3x+4$ 。

從前面的例題我們知道，一元一次式與數的運算會遵循數的運算規則，同樣地，一元一次式與數的四則運算也會遵循「數的四則運算規則」。例如：先乘除，後加減；如果有括號，可以先處理括號內的運算，也可以依據分配律先去括號。

例 11 一元一次式的四則運算 (I)

化簡下列各式：

$$(1) 2(5x+1) - 3(x-8)$$

$$(2) \frac{1}{2}(4x-8) + \frac{1}{3}(9-3x)$$

解

$$(1) 2(5x+1) - 3(x-8)$$

$$= 2 \times 5x + 2 \times 1 - 3 \times x + 3 \times 8$$

去括號

$$= 10x + 2 - 3x + 24$$

$$= 7x + 26$$

$$(2) \frac{1}{2}(4x-8) + \frac{1}{3}(9-3x)$$

$$= \frac{1}{2} \times 4x - \frac{1}{2} \times 8 + \frac{1}{3} \times 9 - \frac{1}{3} \times 3x$$

去括號

$$= 2x - 4 + 3 - x$$

$$= x - 1$$

隨堂練習

化簡下列各式：

$$(1) 3(5x-2) + 4(4+x)$$

$$3(5x-2) + 4(4+x)$$

$$= 3 \times 5x - 3 \times 2$$

$$+ 4 \times 4 + 4 \times x$$

$$= 15x - 6 + 16 + 4x$$

$$= 19x + 10$$

$$(2) \frac{1}{4}(8x-12) - \frac{1}{5}(20x-15)$$

$$\frac{1}{4}(8x-12) - \frac{1}{5}(20x-15)$$

$$= \frac{1}{4} \times 8x - \frac{1}{4} \times 12$$

$$- \frac{1}{5} \times 20x + \frac{1}{5} \times 15$$

$$= 2x - 3 - 4x + 3$$

$$= -2x$$

例 12 一元一次式的四則運算 (II)

化簡下列各式：

$$(1) \frac{2x-1}{6} - \frac{-5x+2}{3}$$

$$(2) -2 \{ 3 - (x+1) \} + 4x$$

解

$$(1) \frac{2x-1}{6} - \frac{-5x+2}{3}$$

$$= \frac{(2x-1) - 2(-5x+2)}{6}$$

$$= \frac{2x-1+10x-4}{6}$$

$$= \frac{12x-5}{6} \text{ (或寫成 } 2x - \frac{5}{6} \text{)}$$

$$(2) -2 \{ 3 - (x+1) \} + 4x$$

$$= -2 \{ 3 - x - 1 \} + 4x$$

$$= -2 \{ 2 - x \} + 4x$$

$$= -4 + 2x + 4x$$

$$= 6x - 4$$

通分

去括號

去小括號

處理括號內的運算

去中括號

$$\frac{2x-1}{6} - \frac{-5x+2}{3} \text{ 可視為}$$

$$\frac{(2x-1)}{6} - \frac{(-5x+2)}{3}$$



隨堂練習

化簡下列各式：

$$(1) \frac{x-1}{6} + \frac{x+3}{4}$$

$$\frac{x-1}{6} + \frac{x+3}{4}$$

$$= \frac{2(x-1) + 3(x+3)}{12}$$

$$= \frac{2x-2+3x+9}{12}$$

$$= \frac{5x+7}{12}$$

$$\text{(或寫成 } \frac{5}{12}x + \frac{7}{12} \text{)}$$

$$(2) 8x - \{ 2(x-7) + 5x \}$$

$$8x - \{ 2(x-7) + 5x \}$$

$$= 8x - \{ 2x - 14 + 5x \}$$

$$= 8x - \{ 7x - 14 \}$$

$$= 8x - 7x + 14$$

$$= x + 14$$



3-1 重點整理

1 代數式及其簡記

(1) 由符號與數字做運算所得的式子稱為代數式。

例 $x+3$ 、 $x-3$ 、 $2\times x$ 、 $x\div 2$ 、 x^2 、 $x\times y$ 。

(2) 在一個代數式中，當符號與數字相乘時，我們習慣上將數字寫在符號的左邊，並且把乘號「 \times 」改寫成「 \cdot 」，或是省略不寫。

例 $2\times x=2x$ 。

(3) $1\times x=x$ ， $(-1)\times x=-x$ 。

2 代數式的值

一個代數式的值，是由符號所代表的數代入該代數式後所得的值決定。

例 當 $x=3$ 時，代數式 $4x-1=4\times 3-1=11$ 。

3 一元一次式及其運算

(1) 一元一次式 $ax+b$ 中， ax 稱為 x 的一次項， a 稱為 x 的一次項係數， b 稱為常數項。

例 $4x-1$ 的一次項為 $4x$ ， 4 為一次項係數， -1 為常數項。

(2) 當 x 代表數時，與數一起運算會滿足「交換律」、「結合律」與「分配律」。

例 $4x\times 5=4\times x\times 5=4\times 5\times x=20\times x=20x$

$3(4x-1)=3\times 4x-3\times 1=12x-3$

(3) 一元一次式的加減法運算，可以先去括號，再分別合併同類項。

例 $(4x-1)+(2x+5)=4x-1+2x+5=4x+2x-1+5=6x+4$

$2(4x-1)-3(2x+5)=8x-2-6x-15=8x-6x-2-15=2x-17$



3-1 自我評量

P.159 隨堂練習 P.160 隨堂練習 P.161 例 1

1 簡記下列各式：

(每小題 5 分)

$$(1) \begin{array}{l} x \times 1 \\ x \end{array} \quad (2) \begin{array}{l} (-1) \times x + 3 \\ -x + 3 \end{array} \quad (3) \begin{array}{l} x \div (-5) \\ -\frac{x}{5} \end{array} \quad (4) \begin{array}{l} 4 - x \div \frac{3}{4} \\ 4 - \frac{4}{3}x \end{array}$$

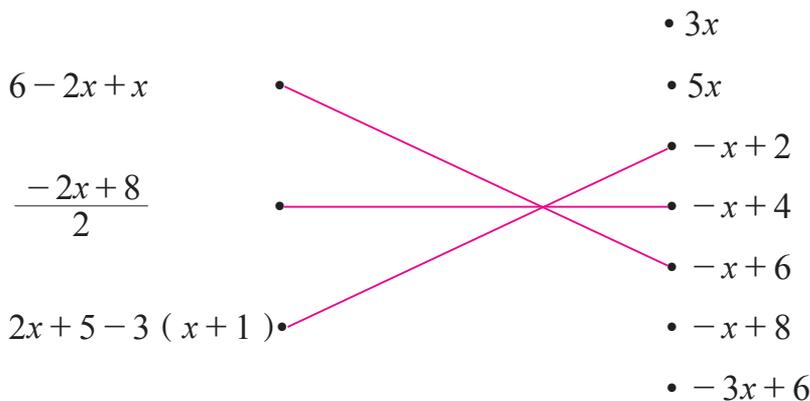
P.164 隨堂練習

2 衛福部訂定女生理想體重 = (身高 - 70) × 0.6，其中體重單位為公斤、身高單位為公分。也就是說，若女生身高 x 公分，則理想體重為 $(x - 70) \times 0.6$ 公斤。身高 150 公分的女生，其理想體重為 48 公斤；身高 160 公分的女生，其理想體重為 54 公斤。

(每格 5 分)

P.169 例 6 P.173 隨堂練習 P.177 例 11

3 連看看，左邊的一元一次式可分別化簡為右邊的哪個一元一次式？ (15 分)



P.177 例 11 P.178 例 12

4 化簡下列各式：

(每小題 8 分)

$$(1) \begin{array}{l} 3(x + 1) - 2(4x - 1) \\ 3(x + 1) - 2(4x - 1) \\ = 3x + 3 - 8x + 2 \\ = -5x + 5 \end{array} \quad (2) \begin{array}{l} \frac{1}{4}(-4x + 8) - 3(4 - 5x) \\ \frac{1}{4}(-4x + 8) - 3(4 - 5x) \\ = -x + 2 - 12 + 15x \\ = 14x - 10 \end{array}$$

(3) $4x - [3(4 + 3x) - 10]$

$4x - [3(4 + 3x) - 10]$

$= 4x - [12 + 9x - 10]$

$= 4x - [9x + 2]$

$= 4x - 9x - 2$

$= -5x - 2$

(4) $\frac{5x+1}{3} - \frac{2x+3}{2}$

$\frac{5x+1}{3} - \frac{2x+3}{2}$

$= \frac{2(5x+1) - 3(2x+3)}{6}$

$= \frac{10x+2-6x-9}{6}$

$= \frac{4x-7}{6}$ (或寫成 $\frac{2}{3}x - \frac{7}{6}$)

P.163 隨堂練習

5 右圖為巧食拉麵店的公告。若一碗豚骨拉麵調漲前的售價為 x 元，則：

(每小題 6 分)

(1) 公告前阿凱憑學生證購買一碗豚骨拉麵要花

0.8x 元。(2) 公告後豚骨拉麵調漲 0.1x 元，售價變成1.1x 元，此時阿凱憑學生證購買一碗豚骨拉麵要花 0.99x 元。(3) 承(1)(2)，公告前後一碗豚骨拉麵相差 0.19x 元。

漲價公告



親愛的顧客：

因近期食材成本提高，故即日起

1. 拉麵售價皆調漲 10%。

2. 憑學生證結帳優惠從打八折調

整為打九折。

✘ 錯誤診療

下圖為某次考試小明解一元一次式的加減運算過程： (5分)

$$\frac{x+1}{2} - \frac{x-1}{3} = \frac{3x+3}{6} - \frac{2x-1}{6}$$

$$= \frac{3x+3-2x+1}{6}$$

$$= \frac{x+4}{6}$$

不正確，

$$\frac{x+1}{2} - \frac{x-1}{3} = \frac{3x+3}{6} - \frac{2x-2}{6}$$

$$= \frac{3x+3-2x+2}{6}$$

$$= \frac{x+5}{6}$$

判斷小明的計算過程是否正確？如果不正確，

請找出錯誤的部分，並寫出正確的運算過程。

