

3-3

一元一次方程式的應用

1 應用問題

溫故啟思

圖 1 的等臂天平呈平衡狀態，其中左秤盤有一袋石頭、右秤盤有 3 個 10 公克砝碼。從袋中拿出一個石頭放到右秤盤，並拿走 1 個砝碼後依然平衡。



圖 1

(1) 由圖 1，可知這一袋石頭原本重 30 公克。

(2) 由圖 2，設拿出的石頭重 x 公克，則拿出石頭後左秤盤重 $30 - x$ 公克。

此時右秤盤重 $20 + x$ 公克，依題意可列式為 $30 - x = 20 + x$ 。

(3) 求方程式的解為 $x =$ 5，故拿出的石頭重 5 公克。



圖 2

1 應用問題



1 設未知數 用未知數 x 表示問題中所求的數或各個未知的數。

設筆記本每本 x 元，則 11 本筆記本須付 $11x$ 元，
且 7 枝鉛筆須付 70 元，因此一共須付 $(11x + 70)$ 元。

2 列方程式 根據問題中的等量關係列出方程式。

由「一共 455 元」，依題意可列式為 $11x + 70 = 455$ 。





解方程式 計算求解方程式，並檢驗解的合理性。

$11x + 70 = 455$ ， $11x = 385$ ， $x = 35$ 。故筆記本每本 35 元。

檢驗：由於依霖須付 $5 \times 35 + 40 = 215$ (元)，而浩南須付 $6 \times 35 + 30 = 240$ (元)，一共付了 $215 + 240 = 455$ (元)，符合題意。

浩南應還 $240 - 200 = 40$ (元)。

例 1 費用問題

鼎凱在書局購買一個文具福袋花了 100 元，打開後發現有 2 個紙膠帶和 3 枝色鉛筆。鼎凱計算原價後發現買福袋省了 50 元。若 1 枝色鉛筆原價 20 元，則 1 個紙膠帶原價多少元？



解

設未知數 設 1 個紙膠帶原價 x 元，則 2 個紙膠帶 $2x$ 元。

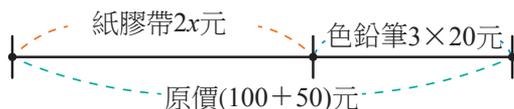
列方程式 依題意可列式為 $2x + 3 \times 20 = 100 + 50$

解方程式 $2x + 60 = 150$

$$2x = 90$$

$$x = 45$$

故紙膠帶原價為 45 元。



隨堂練習

梓茹與家人到博物館參觀，買 3 張學生票與 4 張全票共付了 640 元。若 1 張全票比 1 張學生票貴 20 元，則學生票與全票每張各多少元？

設學生票每張 x 元，則全票每張 $(x + 20)$ 元。

依題意可列式為 $3x + 4(x + 20) = 640$ ，

$3x + 4x + 80 = 640$ ， $7x = 560$ ， $x = 80$ 。

故學生票每張 80 元，全票每張 100 元。



例2 生活消費問題



試問：(1) 1 瓶礦泉水的價格為何？ (2) 1 包餅乾的價格為何？

解

(1) 因為按錯礦泉水數量，多算了 $7 - 4 = 3$ (瓶)，
所以 1 瓶礦泉水的價格為 $30 \div 3 = 10$ (元)。

(2) 設 1 包餅乾的價格為 x 元，則 2 包餅乾為 $2x$ 元，
依題意可列式為

$$2x + 40 = 100 - 30$$

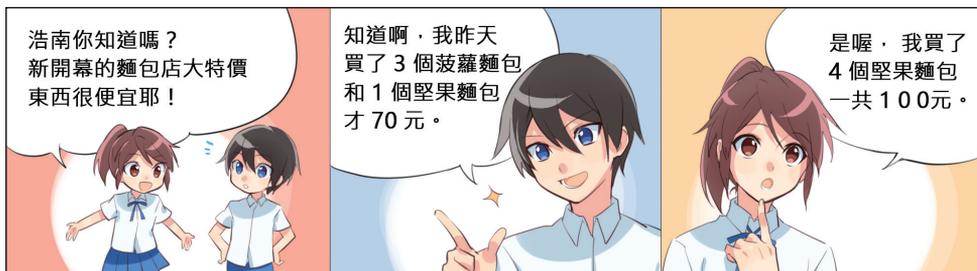
$$2x = 30$$

$$x = 15$$

故 1 包餅乾的價格為 15 元。



隨堂練習



試問：(1) 1 個堅果麵包的價格為何？ (2) 1 個菠蘿麵包的價格為何？

(1) $100 \div 4 = 25$ ，1 個堅果麵包 25 元。

(2) 設 1 個菠蘿麵包 x 元，則 $3x + 25 = 70$ ， $x = 15$ 。

故 1 個菠蘿麵包 15 元。



例 3 數量問題

學校發起募款送愛心食材到弱勢家庭的活動，全校總共募款到 43500 元，預計發送 100 份食材箱。若農會販賣元氣食材箱每箱 500 元和健康食材箱每箱 400 元，則兩種食材箱各買幾箱可以剛好用完募款額 43500 元？

解 設元氣食材箱買 x 箱，則健康食材箱買 $(100 - x)$ 箱。

依題意可列式為

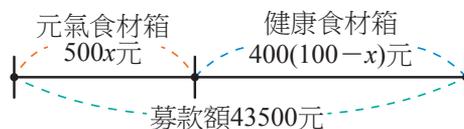
$$500x + 400(100 - x) = 43500$$

$$500x + 40000 - 400x = 43500$$

$$100x = 3500$$

$$x = 35$$

故元氣食材箱買 35 箱，健康食材箱買 65 箱。



隨堂練習

阿豪在超級籃球聯賽的總冠軍戰，兩分球與三分球共投進 12 球，得了 28 分，沒有罰球得分，試問阿豪投進兩分球與三分球各幾球？

設投進兩分球為 x 球，則投進三分球 $(12 - x)$ 球。

依題意可列式為

$$2x + 3(12 - x) = 28$$

$$2x + 36 - 3x = 28$$

$$x = 8$$

故阿豪投進兩分球 8 球，三分球 4 球。



例 4 年齡問題

梓茹今年 12 歲，爸爸 50 歲，試問梓茹幾歲時年齡會是爸爸的一半？

解 設 x 年後梓茹的年齡會是爸爸的一半，
則 x 年後梓茹為 $(12+x)$ 歲，
爸爸為 $(50+x)$ 歲。

	現在	x 年後
梓茹	12	$12+x$
爸爸	50	$50+x$

依題意可以列式為

$$12+x = \frac{1}{2}(50+x)$$

$$24+2x = 50+x$$

$$x = 26$$

故當梓茹為 $12+x = 12+26 = 38$ (歲) 時年齡會是爸爸的一半。

隨堂練習

薇真說：「目前爸爸的年齡是我的 3 倍，而且 15 年後爸爸的年齡將會是我的 2 倍。」試問薇真現在幾歲？

設薇真現在 x 歲，則爸爸為 $3x$ 歲。

15 年後薇真 $(x+15)$ 歲，

爸爸 $(3x+15)$ 歲。

	現在	15 年後
薇真	x	$x+15$
爸爸	$3x$	$3x+15$

依題意可列式為

$$3x+15 = 2(x+15)$$

$$3x+15 = 2x+30$$

$$x = 15$$

故薇真現在 15 歲。



例 5 三數問題

這次段考後博智告訴媽媽：「英文沒考好，英文比國文少 11 分；數學考得還可以，數學比英文多 13 分，而且我這三科平均 80 分。」幫博智媽媽算看看這次段考博智的國文、英文和數學各幾分？

解 設博智的國文 x 分，則英文 $(x-11)$ 分，

數學 $(x-11)+13 = x+2$ (分)。

依題意可列式為

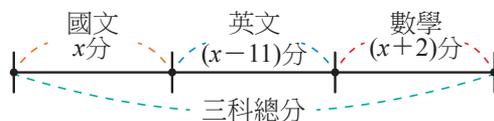
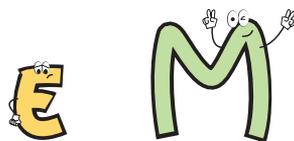
$$\frac{x+(x-11)+(x+2)}{3} = 80$$

$$\frac{3x-9}{3} = 80$$

$$x-3 = 80$$

$$x = 83$$

故博智的國文 83 分，英文 $83-11=72$ (分)，數學 $83+2=85$ (分)。



隨堂練習

大毛、二毛、三毛兄弟三人合資 1500 元購買桌遊，其中大毛出的錢是二毛的 2 倍，而二毛比三毛多出 100 元，試問兄弟三人各出多少錢？

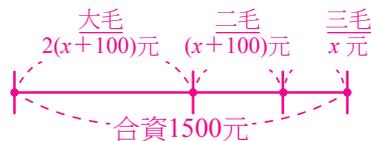
設三毛出 x 元，則二毛出 $(x+100)$ 元，

大毛出 $2(x+100)$ 元。依題意可列式為

$$2(x+100)+(x+100)+x = 1500,$$

$$2x+200+x+100+x = 1500, 4x = 1200, x = 300.$$

故大毛出 800 元，二毛出 400 元，三毛出 300 元。



例 6 盈餘不足問題

張老師規劃在青山露營區為童軍社舉辦隔宿露營活動，如果每頂帳篷住 5 個人，露營區所有帳篷會住滿，但是有 10 個人沒有帳篷住；如果每頂帳篷住 6 個人，就會空出一頂帳篷。試問帳篷有多少頂？參加隔宿露營的師生一共有多少人？



解

設露營區的帳篷有 x 頂，

由「每頂帳篷住 5 個人，會有 10 個人沒有帳篷住」，得知有 $(5x + 10)$ 人。

又由「每頂帳篷住 6 個人，就會空出一頂帳篷」，得知有 $6(x - 1)$ 人。

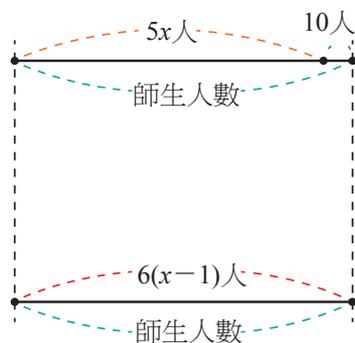
依題意可列式為 $5x + 10 = 6(x - 1)$

$$5x + 10 = 6x - 6$$

$$16 = x$$

因為 $x = 16$ ，所以 $5x + 10 = 5 \times 16 + 10 = 90$ 。

故帳篷共有 16 頂，師生一共 90 人。



隨堂練習

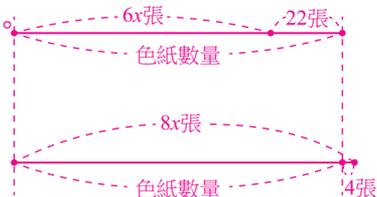
張老師將一包色紙分給一群學生做教室布置，如果每人各分 6 張，則剩下 22 張；如果每人各分 8 張，則不夠 4 張，試問學生共有多少人？色紙一共有多少張？

設學生共有 x 人，

依題意可列式為 $6x + 22 = 8x - 4$ ， $2x = 26$ ， $x = 13$ 。

因為 $x = 13$ ，所以 $6x + 22 = 6 \times 13 + 22 = 100$ ，

故學生共有 13 人，色紙共有 100 張。



當我們解應用問題時，要檢驗最後計算結果是否有符合題意情境。

例 7 檢驗解的合理性

阿華負責聯絡廠商製作班服 *T-Shirt*，他找了一家廠商報價如下：



限時團購優惠價

全彩印刷單件300元
30件以上85折優惠

阿華在班會跟全班報告說：「我們全班超過 30 人，可以用優惠價購買班服，這樣全部可以比原價省 1500 元！」請問阿華的說法正確嗎？

解 設阿華班上一共有 x 人，則以原價購買一共要 $300x$ 元，
而以優惠價購買一共要 $300x \cdot 0.85$ 元，
依題意可列式為 $300x - 300x \cdot 0.85 = 1500$
 $300x - 255x = 1500$ ， $45x = 1500$ ， $x = \frac{100}{3}$ 。
雖然 $x = \frac{100}{3}$ 是方程式 $300x - 300x \cdot 0.85 = 1500$ 的解，
但是人數應為正整數，因此阿華的說法不正確。

隨堂練習

某網路店家賣奇幻展門票每張 140 元，不論買幾張運費一律 40 元。孟儒上網購買幾張門票，加上運費後共須付 900 元，請問孟儒付了 900 元是否合理？

設孟儒買 x 張門票，因為門票每張 140 元，所以要付 $140x$ 元，
再加上運費 40 元，得知孟儒一共要付 $(140x + 40)$ 元。

依題意可列式為 $140x + 40 = 900$

$$140x = 860, x = \frac{43}{7}$$

雖然 $x = \frac{43}{7}$ 是方程式 $140x + 40 = 900$ 的解，

但是門票的張數應為正整數，因此孟儒付了 900 元不合理。





3-3 重點整理

1 解應用問題

設未知數

用未知數 x 表示問題中各個未知的數。

列方程式

根據問題中的數量關係列出方程式。

解方程式

計算求解方程式，並檢驗解的合理性。



3-3 自我評量

P.198 課文 P.199 課文

- 1 宜靜想買一輛價值 3750 元的單車，除了撲滿原本存的 1500 元外，宜靜打算每週存下零用錢 250 元。試問宜靜要存幾週才能存到 3750 元？（每格 4 分）

(1) 設宜靜存 x 週，可以存 $250x$ 元，加上撲滿原本存的 1500 元，共有 $1500 + 250x$ 元。

(2) 依據題意可以列式為 $1500 + 250x = 3750$ 。

(3) 解出 $x = 9$ ，故宜靜要存 9 週才能存到 3750 元。

$$1500 + 250x = 3750, 250x = 2250, x = 9。$$

P.199 例 1

- 2 小芬買 15 份禮物，共花了 900 元，已知每份禮物內都有 1 包餅乾及每支售價 10 元的棒棒糖 3 支。試問餅乾每包多少元？（15 分）

設餅乾每包 x 元，則每份禮物為 $(x + 30)$ 元。

依題意可列式為 $15(x + 30) = 900$ ， $15x + 450 = 900$ ， $15x = 450$ ， $x = 30$ 。

故餅乾每包 30 元。

P.200 例 2

- 3 阿華到店家買甜點，發現身上帶的錢若全買燒仙草剛好可以買 25 杯，若全買豆花剛好可以買 40 杯，已知 1 杯燒仙草比 1 杯豆花貴 15 元，試問阿華有多少元？（15 分）

設豆花 1 杯 x 元，則燒仙草 1 杯 $(x + 15)$ 元。

依題意列式為 $25(x + 15) = 40x$ ， $25x + 375 = 40x$ ， $15x = 375$ ， $x = 25$ 。

故阿華有 $25 \times (25 + 15) = 25 \times 40 = 1000$ （元）。

P.203 例 5

- 4 將一條長 100 公分的繩子剪成大、中、小三段，大段繩子長比中段多 10 公分，中段繩子長為小段的 2 倍，試問這三段繩子長分別是多少公分？（15 分）
- 設小段繩子長 x 公分，則中段繩子長 $2x$ 公分，大段繩子長 $(2x+10)$ 公分。依題意可列式為 $x+2x+(2x+10)=100$ ， $5x=90$ ， $x=18$ 。
- 故小段繩子長 18 公分，中段繩子長 36 公分，大段繩子長 46 公分。

P.205 例 7

- 5 下圖為浩南與依霖到早餐店幫家人購買三明治的經過：（每小題 10 分）



- (1) 請問浩南兩種價位的三明治各買幾個？付了 120 元是否合理？

設浩南 25 元的三明治買 x 個，則 35 元的三明治買 $(4-x)$ 個。
依題意可列式為 $25x+35(4-x)=120$ ， $-10x=-20$ ， $x=2$ 。
故 25 元的三明治買了 2 個，35 元的三明治買了 2 個。
因此浩南付了 120 元合理。

- (2) 請問依霖兩種價位的三明治各買幾個？付了 150 元是否合理？

設依霖 25 元的三明治買 a 個，則 35 元的三明治買 $(5-a)$ 個。
依題意可列式為 $25a+35(5-a)=150$ ， $-10a=-25$ ， $a=2.5$ 。
雖然 $a=2.5$ 是方程式 $25a+35(5-a)=150$ 的解，
但是三明治的個數應為正整數，因此依霖付了 150 元不合理。

✘ 錯誤診療



甲、乙兩個袋子內裝有相同數量的球，若從甲袋取出 10 球放入乙袋，則乙袋的球數為甲袋的 3 倍，試問甲袋原本裝有幾顆球？
小明的解法如下圖所示： (15 分)

設甲、乙袋原本各裝有 x 顆球，
先從甲袋取出 10 球放入乙袋後，乙袋有 $(x+10)$ 球。
依題意可列式為 $x+10=3x$ ， $10=2x$ ， $5=x$ 。
故甲袋原有 5 顆球。

請問小明的解法是否正確？

如果不正確，請找出錯誤的部分，並寫出正確的解法。

不正確。

設甲、乙袋原本各裝有 x 顆球，
先從甲袋取出 10 球放入乙袋後，甲袋有 $(x-10)$ 球，乙袋有 $(x+10)$ 球。
依題意可列式為 $x+10=3(x-10)$ ， $x+10=3x-30$ ， $40=2x$ ， $20=x$ ，
故甲袋原有 20 顆球。