

目次

第一章

整數的運算

- 1-1 負數與數線 2
- 1-2 整數的加減 4
- 1-3 整數的乘除與四則運算 6
- 1-4 指數記法與科學記號 8

第二章

分數的運算

- 2-1 因數與倍數10
- 2-2 最大公因數與最小公倍數12
- 2-3 分數的四則運算14
- 2-4 指數律16

第三章

一元一次方程式

- 3-1 代數式的化簡18
- 3-2 一元一次方程式20
- 3-3 應用問題22

重點整理

1. 整數包含正整數、0、負整數。
2. 數線三要素：原點、正向、單位長。
3. (1) 在正數中，離原點愈遠的點(愈右側)，其值愈大。
(2) 在負數中，離原點愈遠的點(愈左側)，其值愈小。
4. 數線上的點所代表的數稱為該點在數線上的坐標，若 P 點的坐標為 a ，可記為 $P(a)$ 。
5. 若將數線上某兩點之間分成 n 等分，則需要 $n-1$ 個等分點。
6. (1) 若一個分數為正真分數，則其在數線上的位置必為 0 與 1 之間。
(2) 若一個分數為負真分數，則其在數線上的位置必在 0 與 -1 之間。

題型 1 等分點的繪製

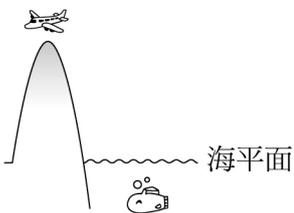
若在數線上要標示出 2.36 的點，則至少需在 2 與 3 之間作 _____ 個等分點。

題型 2 正負數的記法

在同一天中，若下午 4 點記為 0，下午 6 點記為 +6，則早上 11 點 30 分可記為 _____。

題型 3 生活中的正負數

如圖，若海平面記為 0，海平面下 200 公尺潛艦的位置記為 -4 ，山的高度記為 $+10$ ，飛機的高度記為 $+13$ ，則飛機通過山的正上方時，與山頂相距 _____ 公尺。



題型 4 數線活用題

數線上有 A 、 B 、 C 三點，其所代表的數分別為 -10 、 -4 、 20 。若以 B 為新原點，以原單位長的 $\frac{1}{2}$ 倍為新單位長，則 A 點表示的數變為 _____， C 點表示的數變為 _____。

● 重點整理

- 三一律：對於任意兩數 a 、 b ，三種關係 $a > b$ 、 $a < b$ 、 $a = b$ 中必有一種成立。
- 遞移律：(1)若 $a > b$ 且 $b > c$ ，則 $a > c$ (即 $a > b > c$)。
(2)若 $a < b$ 且 $b < c$ ，則 $a < c$ (即 $a < b < c$)。
(3)若 $a = b$ 且 $b = c$ ，則 $a = c$ (即 $a = b = c$)。
- 相反數：數線上與原點距離相等，但方向相反的兩個點所代表的數，稱為相反數，而兩個相反數的和必為 0。
- 絕對值：一個數在數線上所代表的點與原點的距離，稱為這個數的絕對值。
- (1)離原點愈遠的點，其所代表的數的絕對值也愈大。
(2)離原點愈近的點，其所代表的數的絕對值也愈小。
- (1)在正數中，絕對值中的數愈大，其值愈大。
(2)在負數中，絕對值中的數愈大，其值愈小。

題型 1 遞移律的運用

已知 $a - b < 0$ ， $c - a < 0$ ， $d - b > 0$ ，試比較 a 、 b 、 c 、 d 四數的大小：_____。

題型 2 相反數的概念運用

比 $-13\frac{2}{5}$ 大，且比 $12\frac{2}{5}$ 小的所有整數的和為_____。

題型 3 絕對值的和

已知 a 、 b 均為整數，且 $|a| + |b| = 8$ ，則 a 的最小值可為_____， b 的最大值可為_____。

題型 4 絕對值的個數

若絕對值不大於 a 的整數有 13 個，且 a 為正整數，則 $a =$ _____。

● 重點整理

1. 減去一個數就等於加上這個數的相反數，故其作法即同加法運算的運算原則。

2.(1) 加法運算規則：① $a + (-b) = a - b$ 或 $-(b - a)$ 。

② $(-a) + b = b - a$ 或 $-(a - b)$ 。

③ $(-a) + (-b) = -(a + b)$ 。

(2) 減法運算規則：① $a - (-b) = a + b$ 。

② $(-a) - b = -(a + b)$ 。

③ $(-a) - (-b) = -a + b$ 。

3.(1) 括號前若為「+」號，則去括號後，各項都不用變號。

(2) 括號前若為「-」號，則去括號後，各項都要變號。

題型 1 整數的加減法

求 $-8 - \{-7 - [-3 - (2 - 7)] - 3\} - 5 =$

_____。

題型 2 基準題型

瓊誼在某次段考中，以英文科為基準，各科分數登記為下表，則數學應記為_____。

科目	國	英	數	自	社	平均
差值(分)	-8	0	?	-4	5	-2

題型 3 整數加減法與絕對值

若 $5|a+3| + 2|b+2| + |c+4| = 1$ ，且 $a、b、c$ 皆為整數，則 $a =$ _____， $b =$ _____， $c =$ _____。

題型 4 整數加減法與數線活用

有甲、乙兩條數線，甲數線上有 $A、B、C$ 三個點，其所代表的數依序為 $-8、-2、8$ ；乙數線上也有 $D、E、F$ 三個點，其所代表的數依序為 $-15、k、-7$ 。若將兩數線疊合在一起，剛好 $A、D$ 兩點重合， $B、E$ 兩點重合， $C、F$ 兩點重合，則 $k =$ _____。(註：甲、乙兩數線的單位長不同)

● 重點整理

1. (1) 若 $a > b$ ，則 $|a - b| = a - b$ 。
 (2) 若 $a = b$ ，則 $|a - b| = 0$ 。
 (3) 若 $a < b$ ，則 $|a - b| = -(a - b) = b - a$ 。
2. 數線上有 $A(a)$ 、 $B(b)$ 兩點，則 A 、 B 兩點間的距離
 \overline{AB} = 大的數 - 小的數
 = 右邊的點所代表的數 - 左邊的點所代表的數
 = $|a - b|$ (或 $|b - a|$)

題型 1 絕對值的化簡

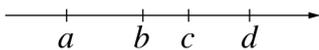
若 $5 > a > 2$ ，則 $|a - 1| + |a - 6| =$
 _____。

題型 2 兩點間的距離

已知 a 、 b 、 c 均為大於 3 的正數，且 $|a - 1| = |b - 2| = |c - 3|$ ，試比較 a 、 b 、 c 的大小：_____。

題型 3 兩點間的距離活用

下圖為數線上四個點的位置關係，且它們表示的數分別為 a 、 b 、 c 、 d 。若 $|a - c| = 8$ ， $|b - d| = 7$ ， $|a - d| = 12$ ，則 $|b - c| =$
 _____。



題型 4 絕對值的特殊題型

已知 a 、 b 均為整數，若 $5|a - 2| + |b + 3| = 7$ ，請列出 (a, b) 的所有情況，以數對表示：

_____。

_____。

● 重點整理

- 同號數相乘或相除會得正數；異號數相乘或相除會得負數。
亦即「正正得正」，「正負得負」，「負正得負」，「負負得正」。
- 偶數個負數連乘除得正；奇數個負數連乘除得負。
- 四則運算的原則：
 - (1)若只有加減或只有乘除時，通常是由左而右計算，除非使用了加、乘法的交換律或結合律。
 - (2)若混有加減乘除四則運算時，要先做乘除，再做加減。
 - (3)若混有指數或絕對值的部分，則觀察其位置後再決定是先算還是後算。
 - (4)若遇有多重括號時，應先算小括號，再算中括號，最後算大括號。

題型 1 四則運算

若 $(-11+3)\square 4 - (-6) \div (-4) = -1$ ，則 \square 內填入「+」、「-」、「 \times 」、「 \div 」哪一個運算符號時，原式才會成立？_____。

題型 2 定義新運算

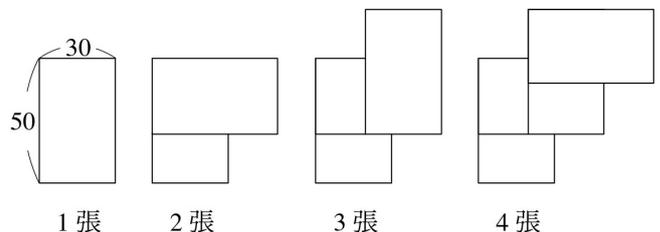
若定義 $*$ 為一個新的運算符號，其規則如下：
 $a * b = (-a + b)(a - b)$ ，則 $(-7) * (-3) =$ _____。

題型 3 應用題型

若有 8 個人結伴搭火車出遊，但只有買到 5 張坐票，3 張站票。在 4 個小時的車程中，8 人輪流坐這 5 個座位，則平均每個人坐在位子上的時間為_____分鐘。

題型 4 規律判斷

將長 50 公分、寬 30 公分的長方形紙張，以下圖的方式疊在桌面上，疊完 16 張後，在桌面上所覆蓋的面積為_____平方公分。



● 重點整理

- 1.(1)若 $a \times b > 0$ ，且 $a + b > 0$ ，則 $a > 0, b > 0$ 。
 (2)若 $a \times b > 0$ ，且 $a + b < 0$ ，則 $a < 0, b < 0$ 。
 (3)若 $a \times b < 0$ ，且 $a - b > 0$ ，則 $a > 0, b < 0$ 。
 (4)若 $a \times b < 0$ ，且 $a - b < 0$ ，則 $a < 0, b > 0$ 。
- 2.(1)加法的交換律： $a + b = b + a$ 。
 (2)加法的結合律： $a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c) = (a + c) + b$ 。
- 3.(1)乘法的交換律： $a \times b = b \times a$ 。
 (2)乘法的結合律： $a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c) = (a \times c) \times b$ 。
 (3)乘法對加減法的分配律：
 左分配： $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ ； $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$ 。
 右分配： $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$ ； $(a - b) \times c = a \times c - b \times c$ 。
- 4.提公因數： $a \times b + a \times c = a \times (b + c)$ ； $a \times b - a \times c = a \times (b - c)$ 。

題型 1 替換求值題型

若 $甲 \times 576 = 2080$ ，則 $(5 - 甲) \times 576 - 甲 \times 57.6$
 $=$ _____。

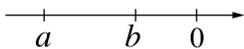
題型 2 提公因數

求 $(-999) \times 27 + 999 \times (-53) - 999 \times 19 + (-999)$
 $=$ _____。

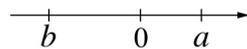
題型 3 正負數的判斷

有 a, b 兩個數，若滿足 $a + b < 0, a - b > 0, a \times b < 0$ ，則哪一個選項的圖示最有可能是 a, b 在數線上的位置？_____。

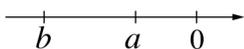
(A)



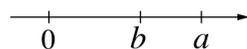
(B)



(C)



(D)



題型 4 絕對值與正負數的判斷

若 $a \times b < 0$ ，且 $a + b > 0, |a| > |b|$ ，則
 $a - b$ _____ 0 (填 $>$ 、 $=$ 、 $<$)。

● 重點整理

1. 設 a 為任意數，則 $\underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ 個 } a}$ 可記為 a^n ，讀作「 a 的 n 次方」，其中 a 稱為底數， n 稱為指數或次方。
2. (負數)^{偶次方} > 0 ，(負數)^{奇次方} < 0 。
3. $(-1)^{\text{偶次方}} = 1$ ， $(-1)^{\text{奇次方}} = -1$ 。
4. 指數型的大小比較：先判斷各指數乘開後為正數還是負數，正數必較負數大。

題型 1 (-1) 的次方

設 n 為正整數，則 $(-1)^n \times (-1)^{n+1} \times (-1)^{n+2} \times (-1)^{n+3} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 2 含乘方的運算

設 n 為偶數，則 $(-3)^n \times (-2)^{n+2} \times (-2)^{n+1} + (-1)^{n+2} \times (-3)^{n+1}$ 的值是正數還是負數？
答： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 3 指數型的大小比較

比較 $(-6)^{50}$ 、 $(-6)^{51}$ 、 -6^{50} 、 -6^{51} 的大小：
 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 4 指數型的大小比較

試比較 $a = (-3)^5 \times (-5)^3 \times (-7)^4$
 $b = (-3)^4 \times (-5)^5 \times (-7)^3$
 $c = (-3)^5 \times (-5)^4 \times (-7)^3$
的大小： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

● 重點整理

- 當 n 為正整數時， $\frac{1}{10^n}$ 可記為 10^{-n} ，而 $10^0=1$ 。
- 若將一個正數寫成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 為整數，則我們稱其為「科學記號表示法」。
- 若某數 b 寫成科學記號 $a \times 10^n$ ，則：
 - 若 $b \geq 1$ ，則 n 為正整數或 0，此時 b 為 $n+1$ 位數。
 - 若 $0 < b < 1$ ，則 n 為負整數，此時 b 自小數點以下第 n 位始不為 0。
- 科學記號的大小比較：當指數不同時，指數較大者其值也較大；而當指數相同時，則前面的數較大者，其值也較大。
 例：(1)指數不同時，比較指數大小即可： $2 \times 10^5 > 7 \times 10^4 > 8 \times 10^3$ 。
 (2)指數相同時，比較前面的數大小即可： $8 \times 10^5 > 7 \times 10^5 > 6 \times 10^5$ 。

題型 1 10 的次方

若 $a + a \times 10^{-2} = b - b \times 10^{-2} = c + c \times 10^{-3} = d - d \times 10^{-3}$ ，且 $a、b、c、d$ 均為正數，則 $a、b、c、d$ 的大小關係為 _____。

題型 2 指數的變動

若 $80500 \times 10^{-8} = 8.05 \times 10^a = 0.0805 \times 10^b$ ，則 $a + b =$ _____。

題型 3 不等式的判斷活用

設 a 為正整數，且 $32.7 \times 10^{-13} < a \times 10^{-14} < 3.29 \times 10^{-12}$ ，則 $a =$ _____。

題型 4 科學記號比大小

空氣中懸浮粒子的粒徑大小若小於或等於 2.5×10^{-6} 公尺，就稱為細懸浮微粒。已知：
 A 懸浮粒子的粒徑大小為 1.25×10^{-5} 公尺，
 B 懸浮粒子的粒徑大小為 2.8×10^{-7} 公尺，
 C 懸浮粒子的粒徑大小為 8.4×10^{-6} 公尺，
 D 懸浮粒子的粒徑大小為 1.9×10^{-6} 公尺，則
 哪些屬於細懸浮微粒？答：_____。

重點整理

1. 因數、倍數的意義： a 、 b 、 c 為整數，且 $b \neq 0$ ， $c \neq 0$ ，若 $a = b \times c$ ，則 a 為 b 、 c 的倍數， b 、 c 為 a 的因數。
2. (1) 2 的倍數判別法：若一個整數的個位數字為 0、2、4、6、8，則這個整數即為 2 的倍數。
 (2) 5 的倍數判別法：若一個整數的個位數字為 0、5，則這個整數即為 5 的倍數。
 (3) 4 的倍數判別法：若一個整數的末兩位數字為 4 的倍數，則這個整數即為 4 的倍數。
 (4) 3 的倍數判別法：若一個整數的各位數字和為 3 的倍數，則這個整數即為 3 的倍數。
 (5) 9 的倍數判別法：若一個整數的各位數字和為 9 的倍數，則這個整數即為 9 的倍數。
 (6) 11 的倍數判別法：若一個整數的奇數位數字和與偶數位數字和的差是 11 的倍數，則這個整數即為 11 的倍數。

題型 1 因數判斷

在 6、30、75、450 這四個數中，應去掉 _____，才能使剩下的三個數中，任取兩個數時，較小的數恆為較大的數的因數。

題型 2 列出所有正因數乘積組合

已知 a 、 b 均為正整數，且 $a \geq b \geq 3$ ，若 $a \times b = 48$ ，則 a 、 b 共有 _____ 種不同的組合。

題型 3 倍數判斷

若五位數 $88\square 57$ 除以 22 的餘數為 3，則 $\square =$ _____。

題型 4 應用題型

怡仁用 40 張大小相同且邊長為 3 公分的正方形色紙，拼成各種不同形狀的長方形，且沒有剩下，則周長最大者為 _____ 公分，最小者為 _____ 公分。

重點整理

- 1.(1)質數：一個大於 1 的整數，如果除了 1 和它本身之外，沒有其他的正因數，則稱這個整數為質數。
- (2)合數：一個大於 1 的整數，如果除了 1 和它本身之外，還有其他的正因數，則稱這個整數為合數。
- 2.質因數：一個整數的因數如果是質數，則這個因數就是這個整數的質因數。
- 3.質因數分解：每一個合數都可以分解成它的質因數的連乘積，其中分解的過程即稱為質因數分解。
- 4.標準分解式：將一個合數做質因數分解，若按照質因數的大小，由小到大排列，並將相同質因數的乘積寫成指數的形式，則這樣的表示法稱為標準分解式。

題型 1 質數判別

已知 $a+37=b+26=c+32$ ，且 a 、 b 、 c 均為質數，則 $a=$ _____， $b=$ _____， $c=$ _____。

題型 2 質因數判別

$20 \times 21 \times 22 \times \dots \times 29 \times 30$ 共有 _____ 個相異的質因數。

題型 3 質因數分解的活用

景陽自 12~18 的整數中，任意挑選三數，若此三數的乘積為 2496，則此三數為 _____。

題型 4 因數判別的活用

若 $a=12 \times 14 \times 16$ ，則下列哪一個不是 a 的因數？
 _____。
 (A)72 (B)84 (C)96 (D)112

重點整理

- 1.(1)公因數與最大公因數：幾個整數中，其共同的因數稱為它們的公因數；而最大者則稱為最大公因數，以符號()表示。
- (2)公倍數與最小公倍數：幾個整數中，其共同的倍數稱為它們的公倍數；而最小者則稱為最小公倍數，以符號[]表示。
- 2.可由國小所學的短除法來求最大公因數與最小公倍數。
- 3.(1)幾個整數的最大公因數的所有因數，也恰是這幾個整數的公因數。
- (2)幾個整數的最小公倍數的所有倍數，也恰是這幾個整數的公倍數。
- 4.(1)兩個正整數 a 、 b ，若 a 為 b 的倍數，則 $(a, b) = b$ 。
- (2)兩個正整數 a 、 b ，若 a 為 b 的倍數，則 $[a, b] = a$ 。
- 5.(1)若兩個整數的最大公因數為 1，則稱這兩個數互質。
- (2)若兩個整數沒有相同的質因數，則這兩數互質。

題型 1 假設求解題型

設 a 、 b 均為正整數，已知 $\frac{a}{b} = 0.8$ ， $[a, b] = 140$ ，
則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 2 由已知最大公因數進行假設

若 $(21, a) = 7$ ， $[21, a] = b$ ，則 $\frac{b}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 3 互質概念

若甲、乙均為大於 1 且互質的整數，則：

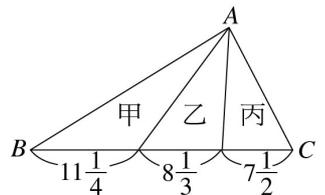
(1) $(6 \times \text{甲}, 6 \times \text{乙}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若甲不為 7 的倍數，則 $(5 \times \text{甲}, 35 \times \text{乙}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 4 最大公因數、最小公倍數與分數綜合活用

如圖，已知甲、乙、丙三塊三角形的面積值均為整數，則 A 點到 \overline{BC} 的垂直線段的最小值為

$\underline{\hspace{2cm}}$ 。



重點整理

- 除了利用國小所學的短除法來求最大公因數與最小公倍數外，尚可利用各數的標準分解式求得。
 - 最大公因數：取共同的質因數，次方取較小的相乘，此即為最大公因數。
 - 最小公倍數：取所有的質因數，次方取較大的相乘，此即為最小公倍數。
 例： $(3^2 \times 5^3 \times 7^3, 3^2 \times 5 \times 7^4 \times 11) = 3^2 \times 5 \times 7^3$ 。
 $[3^2 \times 5^3 \times 7^3, 3^2 \times 5 \times 7^4 \times 11] = 3^2 \times 5^3 \times 7^4 \times 11$ 。
- 在處理餘數與不足數的題型時，各數若有餘數則要減去，有不足數則要加上，再求其最大公因數，即為所求的餘數，但須注意除數一定要比餘數及不足數大。
- 排容原理常與最小公倍數出現綜合考題，以求出特定條件的倍數個數。

題型 1 利用標準分解式求最大公因數與最小公倍數

若 $(a, 3^3 \times 5^2 \times 11^2) = 3^3 \times 5^2 \times 11$ ，且 $[a, 3^3 \times 5^2 \times 11^2] = 3^4 \times 5^2 \times 7 \times 11^2$ ，則 $a =$ _____。

題型 2 餘數與不足數

以 a 去除 73 餘 1；去除 87 不足 3，則滿足這樣條件的正整數 a 有 _____ (請全部列出)。

題型 3 排容原理

從 1 到 100 的正整數中，是 5 的倍數，但不是 2 或 3 的倍數有 _____ 個。

題型 4 排容原理

國一共有 200 位學生，編號依序為 1~200 號，進行體適能抽測。若編號為 2 的倍數要抽測仰臥起坐、5 的倍數要抽測坐地前伸、7 的倍數要抽測分腿開合跳，則恰被抽測兩種項目的同學共有 _____ 人。

重點整理

- 分數的大小比較：
 - 同分母的正分數：若分子愈大，其值愈大。
 - 同分子的正分數：若分母愈大，其值愈小。
 - 異分母的正分數：利用擴分或約分將所有分數化成同分母或同分子後，再比較大小。
- 任意幾個分數都可以做加、減運算，其作法如下。
 - 同分母時：分母不變，分子直接相加或相減。
 - 異分母時：將這些分數通分化成同分母後，再相加或相減。
- 去括號法則：括號內的式子可以先計算，若不先計算，則可利用去括號的方式化簡。
 - 括號前為「+」號：去括號後，各項符號不變。例： $a+(b-c)=a+b-c$ 。
 - 括號前的「-」號：去括號後，各項符號都要改變。例： $a-(b-c)=a-b+c$ 。
- 加法的交換律與結合律：若 a 、 b 、 c 為任意數，則：
 - 交換律： $a+b=b+a$ 。
 - 結合律： $a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)=(a+c)+b$ 。
- 具有規律性的計算題型通常可利用分項對消的方法讓計算過程簡化。

題型 1 正分數大小比較

已知 a 、 b 均為正整數，且 $b > a$ ，試比較

$\frac{a}{b}$ 、 $\frac{a+1}{b}$ 、 $\frac{a}{b+1}$ 、 $\frac{a+1}{b+1}$ 四數的大小：

_____。

題型 2 最簡分數

已知 $100=2^2 \times 5^2$ ，若 a 為不大於 100 的正整數，則滿足 $\frac{a}{100}$ 為最簡分數的 a 值共 _____ 個。

題型 3 分數加減法與絕對值

$$\begin{aligned} & \left| \frac{5}{90} - \frac{5}{89} \right| + \left| \frac{5}{89} - \frac{5}{88} \right| + \left| \frac{5}{88} - \frac{5}{87} \right| + \dots \\ & + \left| \frac{5}{32} - \frac{5}{31} \right| + \left| \frac{5}{31} - \frac{5}{30} \right| = \underline{\hspace{2cm}}。 \end{aligned}$$

題型 4 分項對消活用題型

已知 $\frac{1}{20} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ ， $\frac{1}{30} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$ ， $\frac{1}{42} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7}$ ， \dots ，由此推算 $\frac{1}{11} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

重點整理

1. 分數的乘法：幾個真分數或假分數相乘，只要將分子相乘當作新分子、分母相乘當作新分母，所得到的新分數就是其乘積。
2. 互為倒數的兩個數相乘，其積為 1。
3. 分數的除法：除以一不為 0 的數，就是乘以這個數的倒數。
4. 具有規律性的計算題型通常可利用分項對消的方法讓計算過程簡化。

題型 1 四則運算活用

$$5 \times \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1}\right) + 7 \times \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + 9 \times \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + 11 \times \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4}\right) + 13 \times \frac{1}{5} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

題型 2 分項對消活用題型

$$\frac{1}{8 \times 13} + \frac{1}{13 \times 18} + \frac{1}{18 \times 23} + \cdots + \frac{1}{38 \times 43} + \frac{1}{43 \times 48}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}。$$

題型 3 分配律與整除題型

若 $\frac{23}{7} \times \left(\frac{4}{23} + \frac{a}{69}\right)$ 的值為一個正整數，則 a 被 21 除所得的餘數是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 4 應用題型

甲、乙、丙三人接力完成一件工程。若甲先獨做，他花了 4 天的時間完成全部的 $\frac{2}{3}$ ；再由乙獨做，乙花了 3 天的時間完成剩下的 $\frac{1}{2}$ ；最後由丙獨做，丙花了 2 天終於完工。則三個人中，若由甲、丙合作 2 天，再由乙獨做，則乙再 $\underline{\hspace{2cm}}$ 天即可完工。

重點整理

1. 指數型的分數大小比較：

(1) 若正負符號相同時，將各數化成同底數或同指數以便於判斷。

(2) ① 當底數為正假分數時，次方愈大者其值愈大。

② 當底數為正真分數時，次方愈大者其值反而愈小。

題型 1 指數型的通分

若 $\frac{1}{3^2 \times 5 \times 7^3} - \frac{1}{3 \times 5^2 \times 7^3} - \frac{1}{3^2 \times 5^3 \times 7^2} = \frac{a}{3 \times 5^3 \times 7^3}$ ，則
 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 2 分數與乘方的綜合運算

$\frac{1}{(-3)} - \frac{3}{(-3)^2} + \frac{9}{(-3)^3} - \frac{27}{(-3)^4} + \frac{81}{(-3)^5} - \frac{243}{(-3)^6}$
 $= \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 3 指數型的大小比較

試比較 2^{20} 、 4^{12} 、 9^{15} 、 27^8 的大小：

$\underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 4 指數型的分數大小比較

試比較 $(-\frac{8}{9})^{57}$ 、 $(-\frac{8}{9})^{58}$ 、 $(-\frac{8}{9})^{59}$ 、 $(-\frac{8}{9})^{60}$ 四數的

大小： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

重點整理

1. 以下為常見的指數律：

$$(1) a^m \times a^n = a^{m+n}。$$

$$(2) \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} (a \neq 0)。$$

$$(3) (a^m)^n = a^{m \times n}。$$

$$(4) (a \times b)^n = a^n \times b^n。$$

$$(5) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} (b \neq 0)。$$

$$(6) a^0 = 1 (a \neq 0)。(註：0^0 為無意義)$$

2. 分數進階指數律：(1) $\left(\frac{a}{b}\right)^m \times \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n} = \frac{a^{m+n}}{b^{m+n}}。$

$$(2) \left(\frac{a}{b}\right)^m \div \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n} = \frac{a^{m-n}}{b^{m-n}}。$$

題型 1 10 的次方

求 $100^2 \times 1000^3 \times 10000^4 \times 100000^5$ 的乘積中，末尾共有 _____ 個 0。

題型 2 指數律的活用

若 $(4^{22} - 2^{40}) \div 3 = m \times 4^{20}$ ，則 $m =$ _____。

題型 3 分數加減法與指數律

已知 $2^0 + 2^1 + 2^2 + \cdots + 2^8 + 2^9 = 1023$ ，且 $2^{10} = 1024$ ，則 $\frac{4}{2^2} + \frac{4}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \cdots + \frac{4}{2^{11}} + \frac{4}{2^{12}}$
= _____。

題型 4 分數指數律活用

(1) $\left(\frac{3}{7}\right)^5 \times \left(\frac{3}{7}\right)^2 \div \left(\frac{3}{7}\right)^3 = \frac{3^a}{7^b}$ ，則 $a =$ _____，
 $b =$ _____。

(2) $\left(\frac{3}{7}\right)^{10} \div (3^4 \times 7^4)^2 = \frac{3^a}{7^b}$ ，則 $a =$ _____，
 $b =$ _____。

3-1

代數式的化簡(1)

重點整理

1. 文字符號可以代表數，習慣上我們用英文字母 a 、 b 、 c 、 \dots 、 x 、 y 、 z 等文字來代表數。
2. 乘法的簡記：常將數字和英文字母間的乘號「 \times 」改寫成「 \cdot 」或省略不寫。而簡記時，數字應寫在英文字母的前面。
3. 進行除法運算時，除以一个不為 0 的數就等於乘以這個數的倒數。
4. 一個代數式中的文字符號，若以數字代入，則可算出其對應的值。
5. 以下各式其寫法不同，意義也均不同：

(1) $x^2 = x \times x$ 。

(2) $(-x)^2 = (-x) \times (-x) = x^2$ 。

(3) $-x^2 = -(x \times x)$ 。

(4) $-(-x)^2 = -(-x) \times (-x) = -x^2$ 。

(5) $-(-x^2) = -[-(x \times x)] = x^2$ 。

6. 以文字符號列式：下表為常見的文字敘述與相對應的運算符號。

文字敘述	運算符號
比、為、是、恰好、等於	=
大、長、多、重、貴	+
小、短、少、輕、便宜	-
……倍	\times
……等分	\div

題型 1 乘除混合簡記

化簡 $1 \div a \div b \div (c \div d) \times e =$ _____。

題型 2 指數型的簡記

化簡 $(-x^2) \times (-x)^3 \times (-x^5) \times (-x)^6 =$ _____。

題型 3 以符號列式的逆推題型

若哥哥的錢是弟弟的 3 倍還少 20 元，設哥哥有 x 元，則弟弟有 _____ 元。

題型 4 平面圖形的應用

有一個正方形的周長和另一個正六邊形的周長相等，若這個正方形的邊長為 a ，則此正六邊的邊長為 _____。

3-1

代數式的化簡(2)

重點整理

1. 式子在化簡時，可利用(1)交換律、(2)結合律、(3)分配律。

2. 應用題型(一)：

(1) 售價 = 定價 × 折扣。

(2) 定價 = 售價 ÷ 折扣。

(3) 平均數 = $\frac{\text{總數量(值)}}{\text{個數(次數)}}$ 。

(4) 總數量(值) = 個數(次數) × 平均數。

3. 應用題型(二)：

(1) 若百位數字為 a ，十位數字為 b ，個位數字為 c ，則此三位數為 $100a + 10b + c$ 。

(2) 速率 = $\frac{\text{距離}}{\text{時間}}$ ；時間 = $\frac{\text{距離}}{\text{速率}}$ ；距離 = 速率 × 時間。

(3) 重量百分率濃度 = $\frac{\text{溶質重}}{\text{溶液重}} \times 100\%$ ；溶質重 = 溶液重 × 重量百分率濃度。

(4) 若一工程 x 天可完工，則平均每天可做工程的 $\frac{1}{x}$ 。

題型 1 數字類題型

已知甲 + 乙 + 丙 = 13，若乙數為 a ，甲數比乙數的 3 倍多 1，則甲數的一半比丙數的 $\frac{1}{4}$ 倍多出 _____ (以 a 表示)。

題型 2 折扣類題型

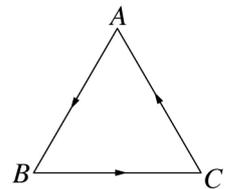
讚美今年的年薪為 x 元，今年較去年多 5%；去年較前年多 10%，則前年的年薪為 _____ 元。

題型 3 價格類題型

已知一顆西瓜的價格比 8 顆梨子還多 2 元；一顆蘋果的價格比 2 顆梨子還少 2 元，則一顆西瓜若降價 _____ 元後，其價格恰是一顆蘋果的 4 倍。

題型 4 速率類題型

如右圖，祝伶繞著一個正 $\triangle ABC$ 的水池行走，若 $A \rightarrow B$ 的速率為 3 公里/小時； $B \rightarrow C$ 的速率為 4 公里/小時； $C \rightarrow A$ 的速率為 6 公里/小時，則她繞 $\triangle ABC$ 一圈的平均速率為 _____ 公里/小時。



重點整理

- 1.一元一次方程式：一個等式經移項化簡後，只含有一種未知數(例如 x)，且其未知數的最高次數只有一次時，則此等式稱為「一元一次方程式」。
- 2.方程式的解(或根)：將方程式中的未知數以某數代入，若使方程式的等號成立，則此數即稱為此方程式的解(或根)。
- 3.等量公理：將等式兩側同時加、減、乘以一數或除以一個不為 0 的數，等式仍然成立，此即為等量公理。
- 4.移項法則：將一個數(或式子)從等號的一側移到另一側時，「+」要變成「-」；「-」要變成「+」；「 \times 」要變成「 \div 」；「 \div 」要變成「 \times 」。

題型 1 解一元一次方程式

解 $\frac{3}{5}\left\{\frac{9}{10}\left[\frac{6}{7}\left(\frac{2}{3}x-5\right)-10\right]-8\right\}-5=1$ ，得 $x=$ _____。

題型 2 移項化簡的技巧

若 $\frac{a}{3}=1-\frac{2b+5c}{6}$ ，試利用移項化簡的技巧，將 c 用 $a、b$ 的一次式來表示為 $c=$ _____。

題型 3 已知解，求係數題型

已知 $x=5$ 為方程式 $\frac{3x-a-1}{4}-\frac{1+2ax}{3}=-2a$ 的解，求 $a=$ _____。

題型 4 求值題型

已知 $29(99x-\frac{1}{58})=-\frac{91}{2}$ ，則 $319x=$ _____。

重點整理

1. 移項法則為等量公理的延伸作法，使用上較等量公理更簡潔、快速。
2. 無論是現在的一元一次方程式或者是未來的各種方程式，都應養成求解後，代回驗算的好習慣。

題型 1 移項化簡的特殊題型

$$\text{解 } \frac{2017}{2018^x} - \frac{2018}{2017} = \frac{2018}{2017^x} - \frac{2017}{2018},$$

得 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 2 $kx=0(k \neq 0)$ 的特殊題型

$$\text{解 } \frac{2017}{2018^x} - \frac{2018}{2017} = \frac{2016}{2017^x} - \frac{2015}{2016^x} - \frac{2018}{2017},$$

得 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 3 指數律的活用題型

若 $27^{2x-4} = 81^{x+6} = 9^k$ ，得 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 4 方程式及其解的活用題型

設 $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = k$ (k 為常數) 的解為 $x = m$ ，

則 $\frac{x}{10} - \frac{x}{15} = k$ 的解為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(以 m 表示)

重點整理

1. 應用問題的解題步驟如下：

[步驟一] 設未知數：由題意選定適當的數值假設為未知數 x 。

[步驟二] 列方程式：由題意列出一個一元一次方程式。

[步驟三] 解方程式：解方程式以求出未知數 x 。

[步驟四] 代回驗算並寫答：檢驗所求出的解是否滿足題意。

題型 1 比例類題型

經濟很不景氣，某公司原裁員若干人，若少裁 3 人，則該公司共裁員 $\frac{1}{3}$ ；若多裁 6 人，則該公司共裁員 $\frac{1}{2}$ ，則該公司原有員工共 _____ 人。

題型 2 速率類題型

俊哲以等速走一段路，若每小時快 2 公里，則所需的時間為原本的 $\frac{2}{3}$ ，則他原來的速率為 _____ 公里／小時。

題型 3 折扣類題型

某雙球鞋若店家以定價六折賣出，會賠本 200 元；若以定價九折賣出，會賺 400 元，今店家以 _____ 折賣出時，將會不賺不賠。

題型 4 其他題型

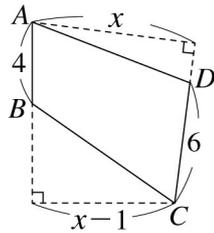
有兩枝等高但不等粗的香，第一枝香 5 小時可燒完，第二枝香 3 小時可燒完。若同時點燃且以一定的速率燃燒，則在燃燒 _____ 個小時後，第一枝香的高度是第二枝香高度的 3 倍。

重點整理

1. 解應用問題時，適當假設未知數非常重要，假設得好將有利進行列式。
2. 建立等式時要關注於等號建立在哪裡？比方說人數、個數、金額或其他等等。
3. 若時間允許，驗算工作不可少，以提升答對的機率。

題型 1 幾何類題型

如右圖，若四邊形 $ABCD$ 的面積為 38，則 $x =$ _____。



題型 2 金錢類題型

智嫻用去所有錢的 $\frac{1}{3}$ 買一本書，再用去剩餘錢的 $\frac{1}{4}$ 買一張彩券，再用去剩餘錢的 $\frac{1}{5}$ 買一支筆，最後剩下 240 元，則她原本有 _____ 元。

題型 3 速率類題型

如下圖，甲、乙兩人分別從數線上 -12 與 20 的位置同時向右出發，若甲的速率是乙的 5 倍，則甲、乙將在數線上標示 _____ 的位置相遇。



題型 4 年齡類題型

已知 2 年前爸爸的年齡是兒子年齡的 6 倍，2 年後爸爸的年齡是兒子年齡的 4 倍，則 _____ 年後，爸爸的年齡會是兒子年齡的 3 倍。