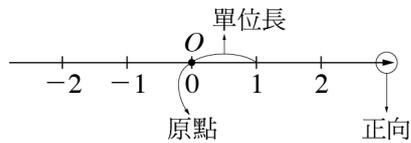




### 重點整理

- 數線要包含：原點、正向與單位長，如右圖所示。
- (1) 數線上任意兩點，右邊的點所表示的數比左邊的點大。  
(2) 正數  $> 0 >$  負數， $0$  不是正數，也不是負數。  
(3)  $1$  是最小的正整數； $-1$  是最大的負整數。
- 兩數關係：對於任意兩數  $a$ 、 $b$ ，下列三種關係恰有一種成立： $a > b$ 、 $a < b$ 、 $a = b$ 。
- 比較  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三數的大小關係時，可採用如下的遞移律：
  - 若  $a > b$  且  $b > c$ ，則  $a > c$ 。
  - 若  $a < b$  且  $b < c$ ，則  $a < c$ 。
  - 若  $a = b$  且  $b = c$ ，則  $a = c$ 。
- (1) 在原點的左右兩邊，且與原點距離相等的兩個點，所表示的兩個數互為相反數。  
 例 4 的相反數是  $-4$ ， $-7$  的相反數是  $7$ 。  
 註： $0$  的相反數是  $0$ 。  
 (2) 若  $a$  是不為  $0$  的任意數，則  $-(-a) = a$ ，且  $-(-(-a)) = -a$ 。
- (1) 在數線上，一個數所代表的點與原點的距離，稱為這個數的絕對值。  
(2) 一個數的絕對值一定是  $0$  或正數。



### 題型演練

#### 老師說

#### 1. 標示數線上的點

#### 學生做

有些特殊小數可先化為分數，較容易在數線上描點，例如： $1.25 = 1\frac{1}{4}$ ， $0.125 = \frac{1}{8}$ 。將  $-3.75$  和  $2.625$  先化為分數，再畫一條數線，並標示出其位置。

$$\text{解： } -3.75 = -3\frac{75}{100} = -3\frac{3}{4}$$

$$2.625 = 2\frac{625}{1000} = 2\frac{5}{8}$$



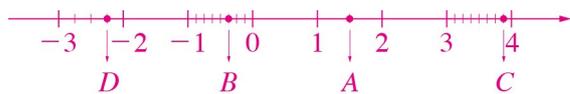
畫一條數線，並分別標示出  $A(1.5)$ 、 $B(-0.375)$ 、 $C(3.875)$ 、 $D(-2.25)$  的位置。

$$\text{解： } A: 1.5 = 1\frac{5}{10} = 1\frac{1}{2}$$

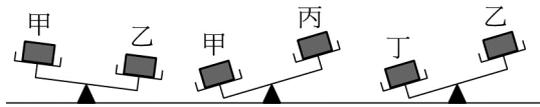
$$B: -0.375 = -\frac{375}{1000} = -\frac{3}{8}$$

$$C: 3.875 = 3\frac{875}{1000} = 3\frac{7}{8}$$

$$D: -2.25 = -2\frac{25}{100} = -2\frac{1}{4}$$



如下圖，利用等臂天平比較甲、乙、丙、丁四個物品的重量，則甲、乙、丙、丁四個物品中哪一個最輕？



解：由題目附圖知

$$\text{甲} < \text{乙}, \text{丙} < \text{甲}, \text{乙} < \text{丁}$$

$$\text{因為 } \text{丙} < \text{甲} < \text{乙} < \text{丁}$$

所以丙最輕

將甲、乙、丙三件物品放在電子磅秤上測量重量，結果如下圖所示，則甲、乙、丙三件物品的重量大小關係為何？



解：由題目附圖判斷

甲、乙合秤比甲、丙合秤輕

可推得乙比丙輕

丙、乙合秤比丙、甲合秤重

可推得乙比甲重

所以甲 < 乙 < 丙

康康某次段考成績，若以 85 分為基準，各科得分與基準比較，如下表所示，則：

國文	英文	數學	自然	社會	五科平均分數
+6	+11	0	-5	-2	?

(1) 五科之中，最高分與最低分相差多少分？

(2) 表中五科的平均分數應記為多少？

解：(1) 最高分：英文 =  $85 + 11 = 96$ (分)

最低分：自然 =  $85 - 5 = 80$ (分)

所求 =  $96 - 80 = 16$ (分)

(2) 平均分數 =  $(91 + 96 + 85 + 80 + 83) \div 5$

= 87(分)

因為  $87 - 85 = 2$

所以應記為 +2

以 50 公斤為基準，甲、乙、丙、丁四人的體重與基準比較，如下表所示，乙的體重為 42 公斤，則：

甲	乙	丙	丁	四人平均體重
+5	?	+4	?	+2

(1) 乙體重應記為多少？

(2) 丙體重為多少公斤？

(3) 表中四人的平均體重為多少公斤？

(4) 丁體重應記為多少？

解：(1) 因為  $50 - 42 = 8$ ，所以應記為 -8

(2) 丙體重 =  $50 + 4 = 54$  (公斤)

(3) 平均體重 =  $50 + 2 = 52$  (公斤)

(4) 丁體重 =  $52 \times 4 - 55 - 42 - 54$

= 57 (公斤)

所以應記為 +7

- (1) 若  $|甲數| + 5 = 9$ ，則甲數 = ?  
 (2) 若  $|乙數 - 4| = 0$ ，則乙數 = ?  
 (3) 若  $|丙數 - 3| + |丁數 - 5| = 0$ ，則丙、丁兩數各為多少？

解：(1) 因為  $|甲數| + 5 = 9$   
 得  $|甲數| = 4$   
 所以甲數 = 4 或 -4  
 (2) 因為  $|乙數 - 4| = 0$   
 得乙數 - 4 = 0  
 所以乙數 = 4  
 (3) 因為  $|丙數 - 3| + |丁數 - 5| = 0$   
 得丙數 - 3 = 0 且丁數 - 5 = 0  
 所以丙數 = 3，丁數 = 5

- (1) 若  $|甲數| - 7 = 11$ ，則甲數 = ?  
 (2) 若  $|6 - 乙數| = 0$ ，則乙數 = ?  
 (3) 若  $|丙數 - 8| + |11 - 丁數| = 0$ ，則丙、丁兩數各為多少？

解：(1) 因為  $|甲數| - 7 = 11$   
 得  $|甲數| = 18$   
 所以甲數 = 18 或 -18  
 (2) 因為  $|6 - 乙數| = 0$   
 得  $6 - 乙數 = 0$   
 所以乙數 = 6  
 (3) 因為  $|丙數 - 8| + |11 - 丁數| = 0$   
 得丙數 - 8 = 0 且  $11 - 丁數 = 0$   
 所以丙數 = 8，丁數 = 11

- (1) 若數線上一個單位長為 0.5 公分，且  $A$ 、 $B$  兩點的坐標分別為 12 和 -8，則  $A$ 、 $B$  兩點與原點的距離分別為多少公分？  
 (2) 承(1)，若數線上一個單位長改為 2 公分，則  $A$ 、 $B$  兩點的坐標分別為多少？

解：(1)  $A$  到原點的距離 =  $12 \times 0.5 = 6$ (公分)  
 $B$  到原點的距離 =  $8 \times 0.5 = 4$ (公分)  
 (2) 因為  $6 \div 2 = 3$ ， $4 \div 2 = 2$   
 又  $A$  在原點右邊， $B$  在原點左邊  
 所以  $A$  點坐標為 3， $B$  點坐標為 -2

數線上有  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四點，其坐標分別為 2、8、10、15，則：

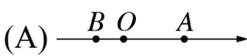
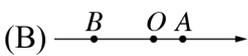
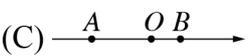
- (1) 當單位長改為原來的 2 倍時， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四點的新坐標為何？  
 (2) 當單位長改為原來的  $\frac{1}{3}$  倍時， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四點的新坐標為何？

解：(1)   
 新坐標 1 4 5 7.5  
 所求為  $A(1)$ 、 $B(4)$ 、 $C(5)$ 、 $D(7.5)$

(2)   
 新坐標 6 24 30 45  
 所求為  $A(6)$ 、 $B(24)$ 、 $C(30)$ 、 $D(45)$

## 回家作業

### 一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

- (D) 1. 若以中午十二點為基準，上午十點鐘以  $-4$  表示，則下午三點鐘應記為多少？  
(A)  $-3$  (B)  $+3$  (C)  $-6$  (D)  $+6$
- (C) 2. 在一數線上有  $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 、 $S$ 、 $T$  五個點，其表示的數分別是  $-4$ 、 $12$ 、 $15$ 、 $-8$ 、 $5$ ，則原點不在下列哪兩點之間？  
(A)  $P$  與  $Q$  之間 (B)  $Q$  與  $S$  之間 (C)  $R$  與  $T$  之間 (D)  $P$  與  $T$  之間
- (B) 3. 若(甲數  $+3$ )與  $-8$  互為相反數，則甲數的相反數為何？  
(A)  $-11$  (B)  $-5$  (C)  $5$  (D)  $11$
- (A) 4. 若乙數為整數，且  $|-2\frac{1}{5}| < |\text{乙數}| < |-5\frac{2}{3}|$ ，則符合條件的乙數共有多少個？  
(A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3
- (B) 5. 已知在數線上， $O$  為原點， $A$ 、 $B$  兩點的坐標分別為  $a$ 、 $b$ 。若  $|a| < |b|$ ，則下列何者可能為  $A$ 、 $B$ 、 $O$  三點在數線上的位置關係？  
(A)  (B)  (C)  (D) 

### 二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. 若下列各數中有  $a$  個正數、 $b$  個負數，則  $a$ 、 $b$  的大小關係為  $a=b$ 。

$$\frac{2}{3}、-2.7、-0.8、0、3.9、-2\frac{3}{7}、5\frac{1}{3}$$

2. 將  $-5\frac{2}{3}$ 、 $|-7|$ 、 $|3|$ 、 $-|-8|$ 、 $4$  由小到大排列，得

$$-|-8| < -5\frac{2}{3} < |3| < 4 < |-7|。$$

3. 若  $-(-(-10))$  的相反數為  $a$ ，則  $a = \underline{10}$ 。
4. 數線上  $2$  和  $3$  之間平分成  $10$  等分，有  $9$  個等分點，由左而右依序為  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 、 $\dots$ 、 $C_9$ ；又在  $C_5$  和  $C_6$  之間平分成  $5$  等分，有  $4$  個等分點，由左而右依序為  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_4$ ，則  $A_3$  所表示的數為  $2.56$ 。
5. 若  $|\text{甲數}| > |\text{乙數}|$ ， $|\text{丙數}| < |\text{乙數}|$ ，乙數大於  $0$ ，其中乙數與丙數為異號數，甲數與丙數為同號數，則甲、乙、丙三數的大小關係為  $\text{乙} > \text{丙} > \text{甲}$ 。

### 三、計算題：(每小題 5 分，共 20 分)

- (1) 絕對值小於  $6$  的負整數有哪些？
- (2) 絕對值不大於  $7$  的正整數有哪些？
- (3) 滿足  $|\text{甲數}| \leq 5$  的整數甲有哪些？
- (4) 絕對值大於  $4$ ，而且比  $9$  小的所有整數有哪些？

解：(1)  $-1$ 、 $-2$ 、 $-3$ 、 $-4$ 、 $-5$

(2)  $1$ 、 $2$ 、 $3$ 、 $4$ 、 $5$ 、 $6$ 、 $7$

(3)  $0$ 、 $\pm 1$ 、 $\pm 2$ 、 $\pm 3$ 、 $\pm 4$ 、 $\pm 5$

(4)  $\pm 5$ 、 $\pm 6$ 、 $\pm 7$ 、 $\pm 8$



### 重點整理

- 兩個同號數(同正或同負)相加時，其結果等於兩數的絕對值相加，而性質符號與原來的兩數相同。
- 兩個異號數(一正一負)相加時，其結果等於兩數的絕對值相減(大-小)，而性質符號與絕對值較大的數相同。但相反數相加，其和為 0。
- 對於任意三個整數  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，有下列性質：
  - 加法交換律： $a+b=b+a$ 。
  - 加法結合律： $(a+b)+c=a+(b+c)$ 。
- 若  $a$ 、 $b$  為整數，則  $a-b=a+(-b)$ 。
- 括號前面是「+」號，去括號後，原來括號內的+、-不變。**例**  $+(a-b+c)=a-b+c$ 。
  - 括號前面是「-」號，去括號後，原來括號內的+變-、-變+。  
**例**  $-(a-b+c)=-a+b-c$ 。
- 一數線上有  $A(a)$ 、 $B(b)$  兩點，則  $A$ 、 $B$  兩點間的距離  
 $\overline{AB} = |a-b| = |b-a| = (a, b \text{ 中大的數}) - (a, b \text{ 中小的數})$ 。
- 數線上有  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點，如果  $C$  在  $A$ 、 $B$  之間，且到  $A$ 、 $B$  的距離相等時，我們就稱  $C$  點為  $A$ 、 $B$  的中點。

### 題型演練

#### 老師說

計算下列各式的值：

- $85-73-[-(-52)+(-13)]$
- $(-22)-[(-16+20)-(15-31)]$
- $-18-[(13-19)-|4-27|]$

解：(1) 原式  $= 12 - (-65)$   
 $= 12 + 65 = 77$

(2) 原式  $= (-22) - [4 - (-16)]$   
 $= (-22) - 20 = -42$

(3) 原式  $= -18 - [(-6) - |-23|]$   
 $= -18 - (-6 - 23)$   
 $= -18 - (-29) = 11$

#### 1. 整數的加減運算

#### 學生做

計算下列各式的值：

- $-7-21-[-(-3)-(-16)+(-18)]$
- $-(5-8)+[(1-14)-(-3-9)]$
- $|3+(-31)| - |15-(-6)| - 8$

解：(1) 原式  $= -28 - [13 + (-18)]$   
 $= -28 - (-5) = -23$

(2) 原式  $= -(-3) + [-13 - (-12)]$   
 $= 3 + (-1) = 2$

(3) 原式  $= |-28| - |21| - 8$   
 $= 28 - 21 - 8$   
 $= 7 - 8 = -1$

計算下列各式的值：

(1)  $(-31) + [231 + (-45)] + 145$

(2)  $810 + (-210) + (-178) + (-22)$

(3)  $-137 + 358 - 863$

解：(1) 原式  $= [(-31) + 231] + [(-45) + 145]$   
 $= 200 + 100 = 300$

(2) 原式  $= [810 + (-210)]$   
 $+ [(-178) + (-22)]$   
 $= 600 + (-200) = 400$

(3) 原式  $= (-137) + 358 + (-863)$   
 $= [(-137) + (-863)] + 358$   
 $= (-1000) + 358 = -642$

計算下列各式的值：

(1)  $64 + [(-64) + 327] + (-127)$

(2)  $712 + (-317) + (-212) + 117$

(3)  $174 + (-92) - (-426)$

解：(1) 原式  $= [64 + (-64)] + [327 + (-127)]$   
 $= 0 + 200 = 200$

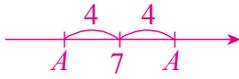
(2) 原式  $= [712 + (-212)] + [(-317) + 117]$   
 $= 500 + (-200) = 300$

(3) 原式  $= 174 + (-92) + 426$   
 $= (174 + 426) + (-92)$   
 $= 600 + (-92) = 508$

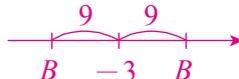
(1) 若  $|A-7|=4$ ，則  $A=?$

(2) 若  $|B-(-3)|=9$ ，則  $B=?$

(3) 若  $|C+5|=7$ ，則  $C=?$

解：(1) 依題意繪圖如右，得   
 $A=7+4$  或  $A=7-4$

$\Rightarrow A=11$  或  $3$

(2) 依題意繪圖如右，得 

$B=-3+9$  或  $B=-3-9$

$\Rightarrow B=6$  或  $-12$

(3) 由  $|C+5|=7 \Rightarrow |C-(-5)|=7$

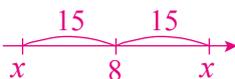
所以  $C=-5+7$  或  $C=-5-7$

$\Rightarrow C=2$  或  $-12$

(1) 若  $|x-8|=15$ ，則  $x=?$

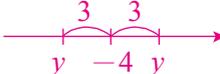
(2) 若  $|y-(-4)|=3$ ，則  $y=?$

(3) 若  $|z+(-2)|=8$ ，則  $z=?$

解：(1) 依題意繪圖如右，得   
 $x=8+15$

或  $x=8-15$

$\Rightarrow x=23$  或  $-7$

(2) 依題意繪圖如右，得 

$y=-4+3$

或  $y=(-4)-3$

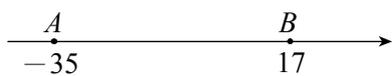
$\Rightarrow y=-1$  或  $-7$

(3) 由  $|z+(-2)|=8 \Rightarrow |z-2|=8$

所以  $z=2+8$  或  $z=2-8$

$\Rightarrow z=10$  或  $-6$

如下圖， $A(-35)$ 、 $B(17)$ 為數線上相異兩點，則：

(1)  $\overline{AB} = ?$  

(2)  $\overline{AB}$  的中點坐標為何？

(3)  $A$ 、 $B$  兩點應同時向右或向左移動多少個單位長後，其新坐標才會互為相反數？

解：(1)  $\overline{AB} = |17 - (-35)|$   
 $= |52| = 52$

(2) 因為  $\overline{AB} \div 2 = 52 \div 2 = 26$   
 所以  $\overline{AB}$  的中點坐標  $= 17 - 26 = -9$

(3) 承(2)，因為  $-9 < 0$   
 所以應同時向右移動 9 個單位長  
 $A$ 、 $B$  的新坐標才會互為相反數

如下圖， $A(-7)$ 、 $B(43)$ 為數線上相異兩點，則：

(1)  $\overline{AB} = ?$  

(2)  $\overline{AB}$  的中點坐標為何？

(3)  $A$ 、 $B$  兩點應同時向右或向左移動多少個單位長後，其新坐標才會互為相反數？

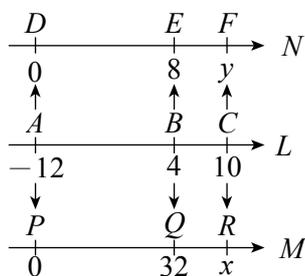
解：(1)  $\overline{AB} = |43 - (-7)|$   
 $= |50| = 50$

(2) 因為  $\overline{AB} \div 2 = 50 \div 2 = 25$   
 所以  $\overline{AB}$  的中點坐標  $= 43 - 25 = 18$

(3) 承(2)，因為  $18 > 0$   
 所以應同時向左移動 18 個單位長  
 $A$ 、 $B$  的新坐標才會互為相反數

如右圖，若將  $L$ 、 $M$ 、 $N$  三條數線放在一起，剛好  $A$  與  $P$ 、 $D$  對齊， $B$  與  $Q$ 、 $E$  對齊， $C$  與  $R$ 、 $F$  對齊，則：

- (1)  $R$  點坐標  $x$  的值 = ?  
 (2)  $F$  點坐標  $y$  的值 = ?



解：(1) 因為  $\overline{PQ} = 32$ ， $\overline{AB} = 4 - (-12) = 16$   
 又  $\overline{PQ} \div \overline{AB} = 32 \div 16 = 2$ ，  
 $\overline{AC} = 10 - (-12) = 22$   
 所以  $x = \overline{AC} \times 2 = 22 \times 2 = 44$

(2) 因為  $\overline{DE} = 8 \Rightarrow \overline{DE} \div \overline{AB} = 8 \div 16 = \frac{1}{2}$   
 所以  $y = \overline{AC} \times \frac{1}{2} = 22 \times \frac{1}{2} = 11$

數線上有  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四點，其坐標分別為  $-4$ 、 $5$ 、 $8$ 、 $14$ ，若改以  $C$  點為新原點，則：

- (1) 當新單位長不變時， $A$ 、 $B$ 、 $D$  的新坐標為何？  
 (2) 當新單位長為原單位長的 3 倍時， $A$ 、 $B$ 、 $D$  的新坐標為何？  
 (3) 當新單位長為原單位長的  $\frac{1}{3}$  倍時， $A$ 、 $B$ 、 $D$  的新坐標為何？

解：(1)  $A$  點新坐標  $= -4 - 8 = -12$   
 $B$  點新坐標  $= 5 - 8 = -3$   
 $D$  點新坐標  $= 14 - 8 = 6$

(2)  $A$  點新坐標  $= -(12 \times \frac{1}{3}) = -4$   
 $B$  點新坐標  $= -(3 \times \frac{1}{3}) = -1$   
 $D$  點新坐標  $= 6 \times \frac{1}{3} = 2$

(3)  $A$  點新坐標  $= -(12 \times 3) = -36$   
 $B$  點新坐標  $= -(3 \times 3) = -9$   
 $D$  點新坐標  $= 6 \times 3 = 18$

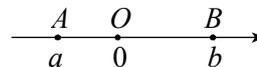
## 回家作業

### 一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

(D) 1. 下列哪一個選項計算的結果與  $-54 + 38 - 33$  不相等？

- (A)  $-(54 - 38 + 33)$  (B)  $-54 - (-38) + (-33)$   
 (C)  $38 - 54 - 33$  (D)  $-(54 + 38) - 33$

(C) 2. 如右圖，已知  $A(a)$ 、 $B(b)$  為數線上兩點，下列何者無法表示  $A$ 、 $B$  兩點之間的距離？



- (A)  $|a - b|$  (B)  $|b - a|$  (C)  $|a + b|$  (D)  $|a| + |b|$

(A) 3. 若甲數比 4 小 13，乙數比  $-11$  大 7，則  $|\text{甲數}| - |\text{乙數}| = ?$

- (A) 5 (B)  $-5$  (C)  $-1$  (D) 13

(B) 4. 有一隻螞蟻在數線上的某一點  $A$ ，向左移 9 個單位長，再向右移 12 個單位長，再向左移 13 個單位長，最後的位置是  $-28$ ，則  $A$  點所表示的數是多少？

- (A)  $-38$  (B)  $-18$  (C) 18 (D) 38

(C) 5. 已知  $a > b > c$  且  $a + b + c = 0$ ，則下列敘述何者正確？

- (A)  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三數皆為負數 (B)  $a$ 、 $b$ 、 $c$  皆為正數  
 (C)  $c$  必為負數 (D)  $b$ 、 $c$  必為負數

### 二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. 計算  $\frac{|(-9) - (-5)| + |-6|}{|-8| - |(-8) - (-3)|} = \frac{10}{3}$ 。

2. 某日上午六點時，玉山的氣溫是零下  $2^\circ\text{C}$ ，中午十二點時上升  $8^\circ\text{C}$ ，晚上六點時下降  $7^\circ\text{C}$ ，到晚上十二點時又下降了  $5^\circ\text{C}$ ，則在晚上十二點玉山的氣溫為零下  $6^\circ\text{C}$ 。

3. 下表是康軒國中七年級 7 位學生體重與全班平均體重 45 公斤差的統計表：

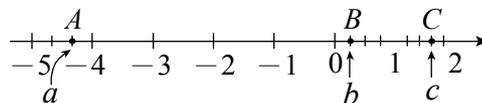
學生	A	B	C	D	E	F	G
某生體重 - 平均體重	-9	-4	+5	+12	+9	+25	-3

(單位：公斤)

則此 7 位學生平均體重為  $50$  公斤。

4. 從 5、 $-4$ 、3、 $-8$  四數中任選三數，再將此三數做“+”或“-”的運算，則可得最小值為  $-17$ 。

5. 如右圖， $A$ 、 $B$ 、 $C$  是數線上的三點，其坐標分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，若甲 =  $|a - b|$ ，乙 =  $|b - c|$ ，丙 =  $|c - a|$ ，則甲、乙、丙的大小關係為  $丙 > 甲 > 乙$ 。



### 三、計算題：(每小題 10 分，共 20 分)

1. 數線上  $A$ 、 $B$  兩點的坐標分別為  $-5$ 、 $28$ ，若將  $\overline{AB}$  分成 11 個等分，且  $C$  點在左邊算起第 3 個等分點上，則：

(1)  $C$  點的坐標為何？

(2)  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$  各為多少個單位長？

解：(1) 因為  $\overline{AB} = |28 - (-5)| = |33| = 33$

又  $33 \div 11 = 3$ ，所以  $C$  點的坐標 =  $(-5) + 3 \times 3 = (-5) + 9 = 4$

(2)  $\overline{AC} = |4 - (-5)| = |9| = 9$ ， $\overline{BC} = |28 - 4| = |24| = 24$



### 重點整理

1. (1) 同號的兩整數相乘，其結果為正整數。  
 (2) 異號的兩整數相乘，其結果為負整數。  
 (3) 任意整數乘以 0，其結果為 0。
2. 對於任意整數  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，有下列性質：
  - (1) 乘法交換律： $a \times b = b \times a$
  - (2) 乘法結合律： $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ 。
  - (3) 乘法對加(減)法的分配律：  

$$c \times (a + b) = (a + b) \times c = a \times c + b \times c ; c \times (a - b) = (a - b) \times c = a \times c - b \times c 。$$
3. 常見整數乘法的算式： $4 \times 25 = 100$ ， $8 \times 125 = 1000$ 。
4. (1) 同號的兩整數相除，其結果為正數。  
 (2) 異號的兩整數相除，其結果為負數。
5. 整數的四則運算規則如下：
  - (1) 若只有加減或乘除運算時，通常由左而右計算。
  - (2) 若同時有加、減、乘、除運算時，要先做乘除再做加減。
  - (3) 若有括號或絕對值時，先計算括號內或絕對值內的值。

### 題型演練

#### 老師說

#### 1. 乘法交換律與結合律

#### 學生做

計算下列各式的值：

- (1)  $(-4) \times 79 \times 25$
- (2)  $(-125) \times (-3456) \times 8$
- (3)  $376 \times (-625) \times 0$

解：(1) 原式  $= -(4 \times 79 \times 25)$   
 $= -[79 \times (4 \times 25)]$   
 $= -(79 \times 100)$   
 $= -7900$

(2) 原式  $= 125 \times 3456 \times 8$   
 $= 3456 \times (125 \times 8)$   
 $= 3456 \times 1000$   
 $= 3456000$

(3) 原式  $= 376 \times [(-625) \times 0]$   
 $= 376 \times 0$   
 $= 0$

計算下列各式的值：

- (1)  $(-25) \times 286 \times (-8)$
- (2)  $16 \times (-327) \times 125$
- (3)  $(-5566) \times 72 \times 0$

解：(1) 原式  $= 25 \times 286 \times 8$   
 $= (25 \times 8) \times 286$   
 $= 200 \times 286$   
 $= 57200$

(2) 原式  $= -(16 \times 327 \times 125)$   
 $= -(16 \times 125 \times 327)$   
 $= -(2000 \times 327)$   
 $= -654000$

(3) 原式  $= (-5566) \times (72 \times 0)$   
 $= (-5566) \times 0$   
 $= 0$

計算下列各式的值：

$$(1) 24 \times 15 - (-69) \div (-23) + (-32)$$

$$(2) |(-4) \times 3| - [(-75) \div 25 + 13]$$

$$(3) |6 - 3 \times (-5) - 19| + 25 \times (-4) \div 10$$

解：(1) 原式 =  $360 - 3 + (-32)$

$$= 357 + (-32) = 325$$

(2) 原式 =  $| -12 | - [(-3) + 13]$

$$= 12 - 10 = 2$$

(3) 原式 =  $|6 - (-15) - 19| + (-100) \div 10$

$$= |2| + (-10)$$

$$= 2 + (-10) = -8$$

計算下列各式的值：

$$(1) (-75) \times 4 - 123 \div (-3) + 39 \div (-3)$$

$$(2) |49 \div (-7)| - 2 \times [(-3) \times 2 - (-5)]$$

$$(3) (-19) + (-4) \times |24 + (-16) \div 8|$$

解：(1) 原式 =  $(-300) - (-41) + (-13)$

$$= (-259) + (-13) = -272$$

(2) 原式 =  $| -7 | - 2 \times [(-6) + 5]$

$$= 7 - 2 \times (-1)$$

$$= 7 - (-2) = 9$$

(3) 原式 =  $(-19) + (-4) \times |24 + (-2)|$

$$= (-19) + (-4) \times |22|$$

$$= (-19) + (-4) \times 22$$

$$= (-19) + (-88) = -107$$

對  $a$ 、 $b$  兩整數，定義「 $\odot$ 」的運算規則如下：

$$a \odot b = a \times b + |a + b| \div (a - b)。則：$$

$$(1) (-3) \odot (-5) = ?$$

$$(2) (-3) \odot (-5) \odot 17 = ?$$

解：(1) 原式 =  $(-3) \times (-5) + |(-3) + (-5)|$

$$\div [(-3) - (-5)]$$

$$= 15 + |-8| \div 2$$

$$= 15 + 8 \div 2$$

$$= 15 + 4 = 19$$

(2) 原式 =  $19 \odot 17$

$$= 19 \times 17 + |19 + 17| \div (19 - 17)$$

$$= 323 + |36| \div 2$$

$$= 323 + 36 \div 2$$

$$= 323 + 18 = 341$$

對  $a$ 、 $b$  兩整數，定義「 $\star$ 」的運算規則如下：

$$a \star b = (a \times b) - (a \div b) + |a - b|。則：$$

$$(1) (-12) \star 4 = ?$$

$$(2) (-12) \star 4 \star (-1) = ?$$

解：(1) 原式 =  $(-12 \times 4) - (-12 \div 4)$

$$+ |-12 - 4|$$

$$= (-48) - (-3) + |-16|$$

$$= (-45) + 16 = -29$$

(2) 原式 =  $(-29) \star (-1)$

$$= [(-29) \times (-1)]$$

$$- [(-29) \div (-1)]$$

$$+ |(-29) - (-1)|$$

$$= 29 - 29 + |-28|$$

$$= 29 - 29 + 28$$

$$= 0 + 28 = 28$$

(1) 計算  $(-543) \times 29 + 443 \times 29 = ?$

(2) 計算  $998 \times 345 = ?$

(3) 若  $a \times 137 = 3973$ ，則  $(a+2) \times 137 = ?$

解：(1) 原式  $= [(-543) + 443] \times 29$   
 $= (-100) \times 29 = -2900$

(2) 原式  $= (1000 - 2) \times 345$   
 $= 345000 - 690 = 344310$

(3)  $(a+2) \times 137$   
 $= a \times 137 + 2 \times 137$   
 $= 3973 + 274 = 4247$

(1) 計算  $(-25) \times 8756 - (-25) \times 7756 = ?$

(2) 計算  $369 \times (-999) = ?$

(3) 若  $a \times 1234 = -98765$ ，則  $(a-3) \times 1234 = ?$

解：(1) 原式  $= (-25) \times (8756 - 7756)$   
 $= (-25) \times 1000 = -25000$

(2) 原式  $= 369 \times (1 - 1000)$   
 $= 369 - 369000 = -368631$

(3)  $(a-3) \times 1234$   
 $= a \times 1234 - 3 \times 1234$   
 $= -98765 - 3702 = -102467$

某商人以每公斤 100 元的價格，買進 100 公斤的芒果，其中有 6 公斤留著要自己吃，再從剩下的選出較好的 50 公斤，以每公斤 110 元賣出，其餘的以每公斤 80 元賣出，則依這位商人的做法，他總共會賺或賠多少元？

解：因為成本  $= 100 \times 100 = 10000$   
售價  $= 110 \times 50 + 80 \times (100 - 6 - 50)$   
 $= 5500 + 80 \times 44$   
 $= 5500 + 3520$   
 $= 9020$

又  $9020 - 10000 = -980$

所以總共賠 980 元

某商人以每公斤 100 元的價格，買進 60 公斤的蝦子，其中有 3 公斤壞掉丟棄，從剩下的選出較好的 30 公斤，以每公斤 190 元賣出，則其餘的每公斤賣多少元時，最後賺 3480 元？

解：因為成本  $= 100 \times 60 = 6000$   
 $\Rightarrow$  售價  $= 6000 + 3480 = 9480$   
又  $(9480 - 190 \times 30) \div (60 - 3 - 30)$   
 $= (9480 - 5700) \div 27$   
 $= 3780 \div 27 = 140$

所以其餘每公斤賣 140 元

## 回家作業

### 一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

- (B) 1. 下列哪一個式子的值與  $(-24) \div (-6) \times 3$  的值相等？  
(A)  $(-24) \div [(-6) \times 3]$  (B)  $(-24) \div [(-6) \div 3]$   
(C)  $(-24) \times (-6) \div 3$  (D)  $(-24) \times (-6) \times 3$
- (C) 2. 下列各計算的結果，何者為正數？  
(A)  $(-18) \times 23 \times (-37) \times (-56)$   
(B)  $99 \times 101 \times (-103) \times 104 \times 0 \times (-8)$   
(C)  $(-4) \times (-5) \times (-6) \times (-7) \times (-8) \times (-9)$   
(D)  $16 \times (-18) \times 20 \times (-2) \times (-100)$
- (D) 3. 計算  $[(-168) \times 375 \times (-9) + 99] \times 0 - 1 \times (-4) = ?$   
(A)  $-1$  (B)  $0$   
(C)  $1$  (D)  $4$
- (A) 4. 設  $a = (-346) \times 678$ ,  $b = 345 \times (-679)$ , 則  $a$ 、 $b$  兩數的大小關係為何？  
(A)  $a < b$  (B)  $a = b$   
(C)  $a > b$  (D) 無法比較
- (B) 5. 已知  $9 \times 37037 = 333333$ , 計算  $333333 \times 39 - 51 \times 37037$  之值為何？  
(A)  $1111110$  (B)  $11111100$   
(C)  $9999990$  (D)  $99999900$

### 二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. 若定義運算規則  $\frac{a}{c} \left| \frac{b}{d} \right. = a \times d - b \times c + (a \times b) \div (c \times d)$ , 則  $\frac{-8}{2} \left| \frac{6}{-4} \right.$  之值為 26。
2. 某次數學測驗共 25 題，答對一題得 4 分，答錯 1 題倒扣 2 分，不作答則不扣分。若家鳳在這次測驗中答錯 3 題，但有 1 題未作答，則家鳳可得 78 分。
3. 從「2、-3、4、-5」四個數字中，任選三個數字放入算式「 $\square - \square \times \square$ 」中，若最大的結果為  $a$ ，最小的結果為  $b$ ，則  $a \times b =$  -286。
4. 甲、乙兩人分別在數線上表示  $-57$ 、 $8$  的位置上，同時相向而行，若乙的速率是甲的速率的 4 倍，則他們相遇的位置在數線上所表示的數為 -44。
5. 計算  $\frac{2011 \times 2012 - 777}{2011 \times 2011 + 1234} =$  1。

### 三、計算題：(每小題 10 分，共 20 分)

1. 康軒小舖店長以每公斤 70 元的價格買進牛軋糖 20 公斤，又以每公斤 60 元的價格買進軟糖 25 公斤，以及進貨的其他支出 160 元，若將兩種糖果混合後，則：
- (1) 店長進貨的平均成本為每公斤多少元？  
(2) 店長以每公斤 100 元的價格將混合後的糖果全部賣出，會賺(或賠)多少元？

解：(1) 平均成本  $= (70 \times 20 + 60 \times 25 + 160) \div (20 + 25)$

$$= (1400 + 1500 + 160) \div 45 = 3060 \div 45 = 68(\text{元})$$

(2) 因為  $100 > 68$ ，所以賺  $(100 - 68) \times (20 + 25) = 32 \times 45 = 1440(\text{元})$



### 重點整理

- 若  $a$  為整數，有  $n$  個  $a$  相乘(稱為乘方)時，可簡記成  $a^n$ (讀作  $a$  的  $n$  次方)，其中  $a$  稱為底數， $n$  稱為指數。
- 若  $a$  是不為 0 的整數，且  $n$  為正整數，則：
  - $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ 個 } a}$ 。
  - $0^n = 0$ 。
  - $1^n = 1$ 。
- (1) 若  $n$  為偶數，則  $(-1)^n = 1$ 。(2) 若  $n$  為奇數，則  $(-1)^n = -1$ 。
- 當  $n$  為正整數時， $\frac{1}{10^n}$  可記為  $10^{-n}$ ，而  $10^0 = 1$ 。
- 一個正數可用科學記號表示成「 $a \times 10^n$ 」的形式，其中  $1 \leq a < 10$ ，且  $n$  為整數。
- 若  $n$  為正整數，則：
  - 科學記號  $a \times 10^n$  乘開後，整數部分是  $(n+1)$  位數。
  - 科學記號  $a \times 10^{-n}$  乘開後，小數點後第  $n$  位開始出現不為 0 的數字。
- 當兩數用科學記號表示成  $A = a \times 10^m$ 、 $B = b \times 10^n$ ， $m$ 、 $n$  為整數，其中  $1 \leq a < 10$ ， $1 \leq b < 10$ ，則：
  - 若  $m = n$  且  $a > b$ ，則  $A > B$ 。
  - 若  $m > n$ ，則  $A > B$ 。

### 題型演練

老師說

#### 1. 含乘方的四則運算

學生做

計算下列各式的值：

$$(1) (-3)^3 \times 10^0 + (-2)^3 \div (-4)$$

$$(2) (-4)^2 + (-1)^5 \times 3^2 - 5^2$$

$$(3) (-2)^5 + 6 \times (5 - 4 \times 2)^4$$

解：(1) 原式  $= (-27) \times 1 + (-8) \div (-4)$

$$= (-27) + 2 = -25$$

(2) 原式  $= 16 + (-1) \times 9 - 25$

$$= 16 + (-9) - 25$$

$$= 16 - 9 - 25 = -18$$

(3) 原式  $= (-32) + 6 \times (5 - 8)^4$

$$= (-32) + 6 \times (-3)^4$$

$$= (-32) + 6 \times 81$$

$$= (-32) + 486 = 454$$

計算下列各式的值：

$$(1) (-3)^3 \times 4 - (-2)^4 \times 5 + (-10^0)$$

$$(2) 1 - (-1)^{11} \times (-2)^2 + (-7)^2$$

$$(3) [ -(-6)^2 + 4 ] \div 8 - (-4)^3 \div (-8) \times 2$$

解：(1) 原式  $= (-27) \times 4 - 16 \times 5 + (-1)$

$$= -108 - 80 - 1 = -189$$

(2) 原式  $= 1 - (-1) \times 4 + 49$

$$= 1 - (-4) + 49$$

$$= 1 + 4 + 49 = 54$$

(3) 原式  $= (-36 + 4) \div 8$

$$= (-64) \div (-8) \times 2$$

$$= (-32) \div 8 - 8 \times 2$$

$$= (-4) - 16 = -20$$

### 老師說

## 2. 科學記號與比較大小

### 學生做

右表為 A、B、C、D、E 五種細菌的大小，則這五種細菌的大小關係為何？

A	$2 \times 10^{-7}$
B	$3 \times 10^{-5}$
C	$4 \times 10^{-4}$
D	$8 \times 10^{-7}$
E	$6 \times 10^{-3}$

(單位：mm)

解：因為  $10^{-3} > 10^{-4} > 10^{-5} > 10^{-7}$   
又  $8 > 2$ ，所以  $E > C > B > D > A$

富美利用顯微鏡觀察四種微生物，並以科學記號記錄其大小，如右表，則這四種微生物的大小關係為何？

微生物	大小(mm)
A	$3.8 \times 10^{-4}$
B	$2.5 \times 10^{-6}$
C	$4 \times 10^{-3}$
D	$1.9 \times 10^{-6}$

解：因為  $10^{-3} > 10^{-4} > 10^{-6}$ ，又  $2.5 > 1.9$   
所以  $C > A > B > D$

### 老師說

## 3. ppm 與科學記號

### 學生做

民國 97 年發生牛奶含三聚氰胺的事件，衛生署為了替國人的飲食安全把關，規定以 2.5ppm 做為判定三聚氰胺含量是否過高的標準。所謂 1ppm 是指每 1 公克的溶液中含有  $10^{-6}$  公克的某物質，就稱此溶液中含有此物質 1ppm。則一瓶 400 公克的飲料中含有多少公克的三聚氰胺，其檢驗值就會是 2.5ppm？(結果以科學記號表示)

解：因為 2.5ppm 表示每 1 公克的飲料含有

$2.5 \times 10^{-6}$  公克的三聚氰胺

所以此飲料中三聚氰胺的含量

$$= 400 \times (2.5 \times 10^{-6})$$

$$= 1000 \times 10^{-6}$$

$$= 1000 \times 0.000001$$

$$= 0.001$$

$$= 1 \times 10^{-3} (\text{公克})$$

由於 H1N1 流感的關係，自來水公司將水中含氯量提高到 1ppm，以防止病毒侵害。若將一個長 50 公尺、寬 20 公尺、高 1.8 公尺的游泳池注滿水，則水中的含氯量應為多少 c.c.？(1ppm =  $10^{-6}$ ) (結果以科學記號表示)

解：因為游泳池容積 =  $50 \times 20 \times 1.8 = 1800 (m^3)$

$$= 1800 \times 10^6 (cm^3)$$

$$= 1800000000 (c.c.)$$

又 1ppm 表示 1c.c. 的水含有  $10^{-6}$  c.c. 的氯

所以水中含氯量 =  $1800000000 \times 10^{-6}$

$$= 1800000000 \times 0.000001$$

$$= 1800$$

$$= 1.8 \times 10^3 (c.c.)$$

## 回家作業

### 一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

(D) 1. 下列何者正確？

(A)  $0^2 > (-5)^2 > (-1)^2$

(B)  $2^2 > 0^2 > (-6)^2$

(C)  $(-3)^2 > 0^2 > 2^2$

(D)  $(-9)^2 > (-8)^2 > 0^2$

(D) 2. 下列哪一個等式成立？

(A)  $(-7)^3 = (-7) + (-7) + (-7)$

(B)  $(-1)^6 = -6$

(C)  $(-2)^6 = (-2^6)$

(D)  $(-4)^3 = -4^3$

(A) 3. 某流行病毒的大小介於  $3.4 \times 10^{-6}$  公尺和  $6.5 \times 10^{-7}$  公尺之間，下列何者可為此病毒的大小？

(A)  $2.5 \times 10^{-6}$  公尺

(B)  $4.1 \times 10^{-5}$  公尺

(C)  $5.4 \times 10^{-7}$  公尺

(D)  $6.1 \times 10^{-8}$  公尺

(B) 4. 若  $2.43579 \times 10^{15}$  乘開後是  $a$  位數， $4.567 \times 10^{-8}$  乘開後第  $b$  位開始不為 0，則  $a+b=?$

(A) 23

(B) 24

(C) 25

(D) 26

(A) 5. 將  $\frac{1}{25000000}$  以科學記號表示，則下列何者正確？

(A)  $4 \times 10^{-8}$

(B)  $4 \times 10^{-7}$

(C)  $2.5 \times 10^{-8}$

(D)  $2.5 \times 10^{-7}$

### 二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. 計算  $(-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + \dots + (-1)^{25} = \underline{-1}$ 。

2. 若  $a = -2^5$ ， $b = (-3)^4$ ， $c = -2^3 \times (-3)^5$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三數的大小關係為  $\underline{c > b > a}$ 。

3. 計算  $(-10^0) + 4 \times 10^{-2} + (-1)^{100} = \underline{0.04}$ 。

4. 人類某種基因約有三十一億五千萬對，將三十一億五千萬對寫成科學記號為  $\underline{3.15 \times 10^9}$  對。

5. 有一個奈米陶土做成的衛生馬桶，表面粒子的直徑是 0.3 奈米，而一般污垢粒子的平均直徑是 60 微米，則污垢粒子直徑是奈米馬桶表面粒子直徑的  $\underline{2 \times 10^5}$  倍。

(1 奈米 =  $10^{-9}$  公尺；1 微米 =  $10^{-6}$  公尺)

### 三、計算題：(每小題 10 分，共 20 分)

1. 詳洲買了一臺 MP3 隨身聽，記憶體有 16GB 的容量，若一首歌約占 3.2MB 的空間，且 1GB 約等於 1000MB，則：

(1) 16GB 約等於多少 MB？(以科學記號表示)

(2) 詳洲的 MP3 隨身聽約可儲存多少首歌曲？

解：(1)  $16GB \doteq 16 \times 1000MB \doteq 16000MB \doteq 1.6 \times 10^4 MB$

(2) 所求  $\doteq \frac{16000}{3.2} = \frac{160000}{32} = \frac{160000}{32} = 5000(\text{首})$



## 重點整理

- 對於  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三個整數， $b \neq 0$ ，若  $a = b \times c$ ，則  $a$  是  $b$  的倍數， $b$  是  $a$  的因數。
- 一個正整數的個位數字為 0、2、4、6、8，則此正整數為 2 的倍數。
  - 一個正整數的個位數字為 0 或 5，則此正整數為 5 的倍數。
  - 一個正整數的末兩位數字是 00 或 4 的倍數，則此正整數為 4 的倍數。
  - 一個正整數的各個數字和是 9 的倍數，則此正整數為 9 的倍數。
  - 一個正整數的各個數字和是 3 的倍數，則此正整數為 3 的倍數。
  - 一個正整數的奇數位數字和與偶數位數字和的差為 11 的倍數或 0，則此正整數為 11 的倍數。
- 一個大於 1 的整數，除了 1 和本身以外，沒有其他的因數，這個數稱為質數。
  - 一個大於 1 的整數，除了 1 和本身以外，還有其他的因數，這個數稱為合數。
  - 1 不是質數也不是合數。
- 如果一整數的因數也是質數，則這個因數就是這個整數的質因數。
- 每一個合數都可以分解成它的質因數的連乘積，分解的過程稱為質因數分解。
- 將一個合數做質因數分解，寫成指數的形式，並將底數由小排到大，這樣的表示法稱為此合數的標準分解式。

## 題型演練

## 老師說

## 1. 因數與倍數的判別

## 學生做

已知  $3712\square$  是一個五位數，其中  $\square$  為個位數，則：

- 當  $3712\square$  是 3 的倍數時， $\square = ?$
- 當  $3712\square$  是 5 的倍數時， $\square = ?$
- 當  $3712\square$  是 11 的倍數時， $\square = ?$
- 當  $3712\square$  是 4 的倍數時， $\square = ?$
- 當  $3712\square$  是 8 的倍數時， $\square = ?$

解：(1) 因為  $3+7+1+2+\square=13+\square$

所以  $\square=2、5、8$

(2)  $\square=0、5$

(3) 因為  $(3+1+\square)-(7+2)=\square-5$

所以  $\square=5$

(4) 因為  $2\square$  為 4 的倍數

所以  $\square=0、4、8$

(5) 因為  $12\square$  為 8 的倍數

所以  $\square=0、8$

已知  $4173\square$  是一個五位數，則：

- 當它含有因數 2 時， $\square = ?$
- 當它含有因數 3 時， $\square = ?$
- 當它含有因數 5 時， $\square = ?$
- 當它含有因數 11 時， $\square = ?$
- 它是否含有因數 33？

解：(1)  $\square=0、2、4、6、8$

(2) 因為  $4+1+7+3+\square=15+\square$

所以  $\square=0、3、6、9$

(3)  $\square=0、5$

(4) 因為  $(4+7+\square)-(1+3)=7+\square$

所以  $\square=4$

(5) 由(2)、(4)得  $4173\square$  不含有因數 33

(1) 設  $A=18 \times 19 \times 20 \times 21$ ，則  $A$  的標準分解式及相異質因數為何？

(2) 設  $B=1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 29 \times 30$ ，則  $B$  的相異質因數共有多少個？

解：(1) 因為  $A=18 \times 19 \times 20 \times 21$

$$=(2 \times 3^2) \times 19 \times (2^2 \times 5) \times (3 \times 7)$$

所以  $A$  的標準分解式

$$=2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7 \times 19$$

$A$  的相異質因數有 2、3、5、7、19

(2) 依題意得所求為 1~30 的質數

所以  $B$  的相異質因數有

2、3、5、7、11、13、17、19、23、29  
共 10 個

(1) 設  $A=34 \times 39 \times 44 \times 49$ ，則  $A$  的標準分解式及相異質因數為何？

(2) 設  $B=2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \dots \times 48 \times 50$ ，則  $B$  的相異質因數共有多少個？

解：(1) 因為  $A=34 \times 39 \times 44 \times 49$

$$=(2 \times 17) \times (3 \times 13) \times (2^2 \times 11) \times 7^2$$

所以  $A$  的標準分解式

$$=2^3 \times 3 \times 7^2 \times 11 \times 13 \times 17$$

$A$  的相異質因數有 2、3、7、11、13、17

(2) 因為  $B=2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \dots \times 48 \times 50$

$$=2^{25} \times (1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 24 \times 25)$$

所以  $B$  的相異質因數有

2、3、5、7、11、13、17、19、23  
共 9 個

(1) 若 50 可因數分解成  $a \times b$ ，其中  $a、b$  均為正整數，則  $a+b=?$

(2) 已知  $c、d$  皆為正整數，且  $c>d$ ，若  $c \times d=90$ ，且  $c-d=9$ ，則  $c、d$  之值分別是多少？

解：(1) 因為  $50=1 \times 50=2 \times 25=5 \times 10$

所以  $a+b=51, 27$  或  $15$

(2) 因為  $c \times d=90$ ，且  $c>d$

$\Rightarrow c、d$  可能的值如下

$c$	90	45	30	18	15	10
$d$	1	2	3	5	6	9

又  $c-d=9$

所以  $c=15, d=6$

(1) 若 70 可因數分解成  $a \times b$ ，其中  $a、b$  均為正整數，且  $a>b$ ，則  $a-b=?$

(2) 設長方形的長和寬分別是  $c$  和  $d$ ，其中  $c、d$  皆是正整數，且  $c>d$ ，若長方形的面積是 72 平方單位，周長是 44，則  $c、d$  之值分別是多少？

解：(1) 因為  $70=70 \times 1=35 \times 2=14 \times 5$   
 $=10 \times 7$

所以  $a-b=69, 33, 9$  或  $3$

(2) 因為  $c \times d=72$ ，且  $c>d$

$\Rightarrow c、d$  可能的值如下

$c$	72	36	24	18	12	9
$d$	1	2	3	4	6	8

又  $2c+2d=44 \Rightarrow c+d=22$

所以  $c=18, d=4$

小華利用自己的生日設計一個四位數的密碼，方法是：分別將月分與日期寫成兩個質數的和，再將此四個質數相乘，所得數字即為密碼(例如，生日若為 8 月 24 日，將 8 寫成 3 與 5 的和，24 寫成 11 與 13 的和，再將 3、5、11、13 相乘得密碼為 2145)。已知小華的密碼為 2030，則小華的生日為何？

解：因為  $2030 = 2 \times 5 \times 7 \times 29$

$\Rightarrow$  月分為  $5 + 7 = 12$

日期為  $2 + 29 = 31$

所以小華的生日為 12 月 31 日

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 2030} \\ 2 \overline{) 406} \\ 7 \overline{) 203} \\ \underline{29} \end{array}$$

傳說某古堡有億萬寶藏，必須輸入入門密碼才能進入寶庫取寶；已知入門密碼有四碼  $\overline{a} \overline{b} \overline{c} \overline{d}$ ，分別隱藏在  $289\overline{a} = 2^b \times c^2 \times d \times 23$  的標準分解式中，則此入門密碼為何？

解：因為  $289\overline{a}$  為 23 的倍數

$\Rightarrow a = 8$

所以  $289\overline{a} = 2898$

$$= 2 \times 3^2 \times 7 \times 23$$

$\Rightarrow$  此入門密碼為 8137

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2898} \\ 3 \overline{) 1449} \\ 3 \overline{) 483} \\ 7 \overline{) 161} \\ \underline{23} \end{array}$$

小威把「9、15、21、65、91、169」這六個數分成兩組，使每一組有三個數，且各組中的三個數乘積相等，則 15 與哪兩個數同一組？

解：因為  $9 = 3 \times 3$ ， $15 = 3 \times 5$ ， $21 = 3 \times 7$

$$65 = 5 \times 13, 91 = 7 \times 13, 169 = 13 \times 13$$

$\Rightarrow$   $\begin{cases} \text{質因數 } 3、13 \text{ 各有 } 4 \text{ 個} \\ \text{質因數 } 5、7 \text{ 各有 } 2 \text{ 個} \end{cases}$

$\Rightarrow$  每一組需  $\begin{cases} \text{質因數 } 3、13 \text{ 各 } 2 \text{ 個} \\ \text{質因數 } 5、7 \text{ 各 } 1 \text{ 個} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{所以 } 9 \times 65 \times 91 &= 3^2 \times 5 \times 7 \times 13^2 \\ &= 15 \times 21 \times 169 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  15 與 21 和 169 同一組

有六張卡片，上面分別寫上 33、55、119、85、91、39 六個數，小風欲將卡片分成兩組，每一組 3 張。則應如何分組，這兩組的數字乘積才會相等？

解：因為  $33 = 3 \times 11$ ， $55 = 5 \times 11$ ， $119 = 7 \times 17$

$$85 = 5 \times 17, 91 = 7 \times 13, 39 = 3 \times 13$$

$\Rightarrow$  質因數 3、5、7、11、13、17 各有 2 個

$\Rightarrow$  每一組需質因數 3、5、7、11、13、17 各 1 個

$$\begin{aligned} \text{所以 } 33 \times 85 \times 91 &= 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \\ &= 55 \times 119 \times 39 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  應分成「33、85、91」和「55、119、39」兩組

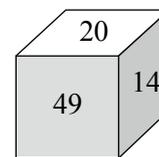
## 回家作業

### 一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

- (D) 1. 下列敘述何者正確？  
 (A) 所有的偶數皆為合數 (B) 所有的質數皆為奇數  
 (C) 正整數不是質數就是合數 (D) 1 不是質數也不是合數
- (B) 2. 已知四位數  $6\square 89$  為 9 的倍數，另一個四位數  $3\triangle 42$  為 11 的倍數，則  $\square + \triangle = ?$   
 (A) 8 (B) 9  
 (C) 10 (D) 11
- (B) 3. 若四位數  $25\square\triangle$  是 15 的倍數，則  $\square + \triangle$  的最小值為何？  
 (A) 1 (B) 2  
 (C) 4 (D) 5
- (C) 4. 宇霖在計算紙上列出 1、2、3、5、6、10、12、20、……，則他可能在找下列哪一個數的因數？  
 (A) 20 (B) 30  
 (C) 60 (D) 72
- (A) 5. 設『 $a\theta b$ 』代表大於  $a$  且小於  $b$  所有質數的個數。例如：大於 10 且小於 15 的質數有 11、13 兩個質數，所以  $10\theta 15 = 2$ 。若  $30\theta c = 2$ ，則  $c$  可能為下列哪一個數？  
 (A) 38 (B) 42  
 (C) 46 (D) 50

### 二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. 曉霞對正整數甲利用短除法做因數分解的過程如右，則乙數的所有相異質因數之和 = 12。
2. 小歐將 30~50 的質數相加時，其中有一數漏掉了，得和為 156，則小歐漏掉的質數為 43。
3. 已知甲的標準分解式為  $2^{\square} \times 5 \times 7$ ，若 20 為甲的因數，但 112 不為甲的因數，則  $\square$  最大的值為 3。
4. 設  $a$  為正整數，且  $\frac{1}{a} + \frac{3}{a} + \frac{5}{a} + \frac{7}{a} + \frac{9}{a} + \frac{11}{a}$  為整數，則  $a$  值共有 9 個。
5. 右圖是一個正方體，每個面上都寫了一個正整數，並且相對兩面所寫的數字和都相等。若 20、49、14 的對面所寫的數都是質數，依序為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，則  $a+b+c =$  70。



### 三、計算題：(每小題 10 分，共 20 分)

1. 歐媽媽有三個已經在上學的孩子，若他的年齡與三個孩子年齡的乘積為 16555，則：  
 (1) 歐媽媽的年齡為多少？  
 (2) 最大的孩子與最小的孩子相差幾歲？

解：(1) 因為  $16555 = 5 \times 7 \times 11 \times 43$

所以歐媽媽 43 歲

(2) 因為最大的孩子 11 歲，最小的孩子 5 歲

所以相差  $11 - 5 = 6$ (歲)

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 16555} \\ \underline{7} \phantom{00} \\ 7 \phantom{00} \phantom{00} \\ \underline{11} \phantom{00} \\ 43 \phantom{00} \\ \underline{43} \\ 0 \end{array}$$



重點整理

1. (1) 若某一個整數同時是幾個整數的因數時，我們稱這個數為這幾個整數的公因數。  
 (2) 承(1)，在所有的公因數中最大的數，稱為這幾個數的最大公因數。  
 (3) 當兩個整數的最大公因數為 1 時，稱這兩個整數互質。
2. (1) 若某一個整數同時是幾個整數的倍數時，我們稱這個數為這幾個整數的公倍數。  
 (2) 承(1)，在所有的公倍數中最小的數，稱為這幾個數的最小公倍數。
3. (1) 利用短除法求最大公因數時，做到所有數沒有共同質因數，即可停止。  
 (2) 利用短除法求最小公倍數時，做到任兩數沒有共同質因數，才可停止。
4. (1) 利用標準分解式求最大公因數時，從幾個數的標準分解式找每個共同質因數中次數最小者相乘。  
 (2) 利用標準分解式求最小公倍數時，從幾個數的標準分解式找所有質因數中次數最高者相乘。
5. 若  $a$ 、 $b$  都是正整數，則  $a \times b = (a, b) \times [a, b]$ 。

題型演練

老師說

1. 最大公因數與最小公倍數

學生做

求下列各組數的最大公因數與最小公倍數：

(1)  $2^3 \times 3^2, 2^3 \times 3 \times 5, 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

(2)  $2^2 \times 3^5 \times 7, 270$

(3)  $21 \times 28 \times 49, 16 \times 27 \times 245$

解：(1) 最大公因數 =  $2^3 \times 3$

最小公倍數 =  $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

(2) 因為  $270 = 2 \times 3^3 \times 5$

所以最大公因數 =  $2 \times 3^3$

最小公倍數 =  $2^2 \times 3^5 \times 5 \times 7$

(3) 因為  $21 \times 28 \times 49 = (3 \times 7) \times (2^2 \times 7) \times 7^2$

$= 2^2 \times 3 \times 7^4$

$16 \times 27 \times 245 = 2^4 \times 3^3 \times (5 \times 7^2)$

$= 2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7^2$

所以最大公因數 =  $2^2 \times 3 \times 7^2$

最小公倍數 =  $2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7^4$

求下列各組數的最大公因數與最小公倍數：

(1)  $2^3 \times 5^2, 2^5 \times 7, 2^3 \times 5 \times 7$

(2)  $616, 2^3 \times 5 \times 7$

(3)  $25 \times 63 \times 80, 28 \times 35 \times 50$

解：(1) 最大公因數 =  $2^3$

最小公倍數 =  $2^5 \times 5^2 \times 7$

(2) 因為  $616 = 2^3 \times 7 \times 11$

所以最大公因數 =  $2^3 \times 7$

最小公倍數 =  $2^3 \times 5 \times 7 \times 11$

(3) 因為  $25 \times 63 \times 80 = 5^2 \times (3^2 \times 7) \times (2^4 \times 5)$

$= 2^4 \times 3^2 \times 5^3 \times 7$

$28 \times 35 \times 50 = (2^2 \times 7) \times (5 \times 7)$

$\times (2 \times 5^2)$

$= 2^3 \times 5^3 \times 7^2$

所以最大公因數 =  $2^3 \times 5^3 \times 7$

最小公倍數 =  $2^4 \times 3^2 \times 5^3 \times 7^2$

有一保麗龍材質的實心長方體，長 210 公分，寬 168 公分，高 126 公分，若想把它切割成若干大小相同的正方體，而使其不剩下，則：

(1) 所切的正方體邊長最大為多少公分？

(2) 所切的正方體最少有幾塊？

$$\begin{array}{r|l} 2 & 210 \quad 168 \quad 126 \\ 3 & 105 \quad 84 \quad 63 \\ 7 & 35 \quad 28 \quad 21 \\ & 5 \quad 4 \quad 3 \end{array}$$

(1) 因為  $(210, 168, 126) = 2 \times 3 \times 7 = 42$

所以正方體的最大邊長為 42 公分

(2) 因為  $5 \times 4 \times 3 = 60$

所以最少可切出 60 塊正方體

碧潭樂園裡有一塊三角形公園，為了增加樹蔭處讓遊客休憩，想要沿著公園周圍種樹綠化環境，且相鄰兩棵樹之間的距離要相等，但在三角形的頂點處，只蓋涼亭不種樹，已知三角形公園邊長分別為 180 公尺、200 公尺、240 公尺，則：

(1) 兩棵樹之間的距離最大是多少公尺？

(2) 所種的樹最少有幾棵？

$$\begin{array}{r|l} 2 & 180 \quad 200 \quad 240 \\ 2 & 90 \quad 100 \quad 120 \\ 5 & 45 \quad 50 \quad 60 \\ & 9 \quad 10 \quad 12 \end{array}$$

(1) 因為  $(180, 200, 240) = 2 \times 2 \times 5 = 20$

所以兩棵樹之間的最大距離為 20 公尺

(2) 因為  $(9 + 10 + 12) - 3 = 28$

所以最少種 28 棵樹

天干：甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸；地支：子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥，農曆記年是以天干地支來記年，分別以甲子、乙丑、丙寅、丁卯、戊辰、己巳、庚午、……來表示，已知西元 2012 年為壬辰年，則西元 2075 年的農曆記年為多少年？

解：因為天干有 10 個，地支有 12 個

⇒ 農曆記年以  $[10, 12] = 60$ (年) 為一個週期  
又西元 2012 年為壬辰年

⇒ 西元 2072 年也是壬辰年

所以西元 2075 年為乙未年

歐太太有三個女兒，長女 7 日一歸，次女 11 日一歸，幼女 15 日一歸。某日三女同歸，歐太太為使三女下一次早些同歸相聚，便叫三女把歸家日期各縮短一天，但幼女說：不如把歸家日期各延長一天，便可早些相聚。則歐太太與幼女誰言之有理？

解：根據歐太太和幼女的說法，

得歐太太與三女相聚的週期如下：

歐太太： $[6, 10, 14] = 210$ (天)

幼女： $[8, 12, 16] = 48$ (天)

所以幼女言之有理

- (1) 若有一正整數，除 280 餘 8，除 490 餘 14，則此數為多少？
- (2) 在三位正整數中，被 28、42、70 除之皆餘 3 的最大數是多少？

解：(1) 因為  $280 - 8 = 272$ ， $490 - 14 = 476$

$$\begin{aligned} \text{又}(272, 476) &= 68 = 1 \times \textcircled{68} = 2 \times \textcircled{34} \\ &= 4 \times \textcircled{17} \end{aligned}$$

所以此數為 17、34、68

(2) 因為  $[28, 42, 70] = 420$

$$\text{又 } 420 \times 2 = 840 < 1000$$

$$420 \times 3 = 1260 > 1000$$

所以此三位數中的最大數  
 $= 840 + 3 = 843$

- (1) 若有一正整數，除 206 餘 2，除 250 不足 5，則此數為多少？
- (2) 在三位正整數中，被 15 除餘 10，被 20 除餘 15，被 25 除不足 5 的最大數是多少？

解：(1) 因為  $206 - 2 = 204$ ， $250 + 5 = 255$

$$\begin{aligned} \text{又}(204, 255) &= 51 = 1 \times \textcircled{51} = 3 \times \textcircled{17} \\ \text{所以此數為 } &17、51 \end{aligned}$$

(2) 依題意得這個三位數被 15、20、25 除之皆不足 5

$$\text{因為}[15, 20, 25] = 300$$

$$\text{又 } 300 \times 3 = 900$$

$$300 \times 4 = 1200$$

所以此三位數中的最大數  
 $= 900 - 5 = 895$

- (1) 若  $a$ 、 $b$  都是正整數，請說明  $a \times b = (a, b) \times [a, b]$ 。
- (2) 甲、乙都是正整數，若甲 = 54，且  $(\text{甲}, \text{乙}) = 6$ ， $[\text{甲}, \text{乙}] = 270$ ，則乙 = ？
- (1)  $a$ 、 $b$  都是正整數，若  $b = 20$ ，且  $(a, b) = 4$ ， $[a, b] = 140$ ，則  $a = ?$
- (2) 若 24 和 90 與 30 和  $k$  有相同的最大公因數和最小公倍數，且  $k$  為正整數，則  $k = ?$

解：(1) 設  $g = (a, b)$ ， $l = [a, b]$

$$g \begin{array}{|l} a & b \\ \hline m & n \end{array}$$

$$\Rightarrow a = g \times m, b = g \times n$$

$$\text{且}(m, n) = 1$$

$$\text{所以 } a \times b = (g \times m) \times (g \times n)$$

$$= g \times (g \times m \times n)$$

$$= g \times l = (a, b) \times [a, b]$$

(2) 因為  $\text{甲} \times \text{乙} = (\text{甲}, \text{乙}) \times [\text{甲}, \text{乙}]$

$$\Rightarrow 54 \times \text{乙} = 6 \times 270$$

$$\Rightarrow \text{乙} = 6 \times 5$$

$$\text{所以乙} = 30$$

解：(1) 因為  $a \times b = (a, b) \times [a, b]$

$$\Rightarrow a \times 20 = 4 \times 140$$

$$\Rightarrow a = 4 \times 7$$

$$\text{所以 } a = 28$$

(2) 因為  $(24, 90) \times [24, 90] = 24 \times 90$

$$(30, k) \times [30, k] = 30 \times k$$

$$\text{又}(24, 90) = (30, k), [24, 90] = [30, k]$$

$$\text{所以 } 24 \times 90 = 30 \times k$$

$$\Rightarrow k = 72$$

## 回家作業

### 一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

- (D) 1. 若「 $*$ 」是一新的運算符號，且  $a*b=(a,b)+[a,b]$ ，例如： $6*8=(6,8)+[6,8]=2+24=26$ ，則下列何者錯誤？
- (A)  $9*6=21$  (B)  $25*30=155$   
 (C)  $24*36=84$  (D)  $14*21=35$
- (B) 2. 對正整數  $a, b$  而言，下列何者不正確？
- (A) 若  $(a,b)=1$ ，則  $[a,b]=a \times b$  (B) 若  $(a,b)=1$ ，則  $a, b$  都是質數  
 (C) 若  $(a,b)=a$ ，則  $[a,b]=b$  (D) 若  $a, b$  都是質數，則  $[a,b]=a \times b$
- (B) 3. 甲、乙為兩正整數，若甲數  $=3 \times 5^2 \times 7^3$ ，且  $(\text{甲數}, \text{乙數})=35$ ，則乙數可為下列哪一個數？
- (A) 65 (B) 70  
 (C) 105 (D) 175
- (C) 4. 已知甲數為乙數的 6 倍，且甲數和乙數的最小公倍數為 96，則甲數與乙數的最大公因數為多少？
- (A) 6 (B) 12  
 (C) 16 (D) 24
- (A) 5. 已知  $a$  為正整數，且  $(a, 1176)=42$ ， $(140, a)=70$ ，則  $a$  的最小值為何？
- (A) 210 (B) 105  
 (C) 70 (D) 42

### 二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. 若  $a=2^3 \times 3^2 \times 7^3$ ， $b=2^3 \times 3 \times 7^4$ ， $c=2^4 \times 3^3 \times 7^2$ ，則  $\frac{[a,b,c]}{(a,b,c)} = \underline{2 \times 3^2 \times 7^2}$ 。
2. 若  $a=[(64, 72), 240]$ ， $b=[(64, 72), 240]$ ，則  $a+b = \underline{288}$ 。
3. 臺中車站各種班車開出的時間有一定的間隔，右表為時刻表的一部分，則該車站「往臺南」和「往高雄」的車一起開出的第二班車時刻為 08:00。
4. 有一數介於 500 與 600 之間，若此數被 21 與 35 除均餘 8，則此數被 11 除時的餘數為 5。
5. 有一個三位數，其百位、十位、個位數字分別為 1、 $a$ 、 $b$ 。若此數與 72 的最大公因數為 12，則  $a+b = \underline{5 \text{ 或 } 11}$ 。

時刻 班次	目的地	
	往臺南	往高雄
1	06:00	06:20
2	06:20	06:45
3	06:40	07:10
4	07:00	07:35

### 三、計算題：(每小題 10 分，共 20 分)

1. 將 96 個梨子與 72 個蘋果混合裝成含有梨子和蘋果的禮盒。若每一盒內的梨子數相同，每一盒內的蘋果數也相同，且全部分完沒有剩餘，則：
- (1) 禮盒最多有多少盒？  
 (2) 每一盒內水果最少有幾個？

解：(1) 因為  $(96, 72) = 2^3 \times 3 = 24$

所以禮盒最多有 24 盒

(2) 因為  $4+3=7$

所以每一盒內水果最少有 7 個

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 96 \ 72} \\
 \underline{2 \ 48 \ 36} \\
 2 \overline{) 24 \ 18} \\
 \underline{3 \ 12 \ 9} \\
 4 \ 3
 \end{array}$$



重點整理

- 當一個分數的分子和分母互質時，這個分數稱為最簡分數。
- 絕對值愈大的正分數，其值愈大；絕對值愈大的負分數，其值愈小。
- 任意幾個分數做加減時，
  - 若分母相同，則分母不變，分子直接相加或相減。
  - 若分母不同，則先通分化成相同分母後，分子再相加或相減。
- 幾個真分數或假分數相乘時，將分子相乘當作新分子，分母相乘當作新分母，所得到的新分數就是它們的乘積。
  - 除以一個不為 0 的分數，就等於乘以這個分數的倒數。
  - 同號的兩分數相乘(除)，其結果為正；異號的兩分數相乘(除)，其結果為負。
- 將一個不為 0 的真分數或假分數的分子和分母對調，所得到新的分數稱為原分數的倒數，我們也稱這兩個分數互為倒數。  
 ※(1) 互為倒數的兩數相乘，其乘積為 1。 (2) 0 沒有倒數。

題型演練

老師說

比較下列各數的大小：

(1)  $\frac{3}{16}$ 、 $\frac{4}{17}$ 、 $\frac{5}{18}$

(2)  $-\frac{21}{20}$ 、 $-\frac{22}{21}$ 、 $-\frac{23}{22}$

解：(1) 因為  $[3, 4, 5] = 60$

$$\Rightarrow \frac{3}{16} = \frac{3 \times 20}{16 \times 20} = \frac{60}{320}$$

$$\frac{4}{17} = \frac{4 \times 15}{17 \times 15} = \frac{60}{255}$$

$$\frac{5}{18} = \frac{5 \times 12}{18 \times 12} = \frac{60}{216}$$

所以  $\frac{5}{18} > \frac{4}{17} > \frac{3}{16}$

(2) 因為  $\frac{21}{20} = 1 + \frac{1}{20}$ ， $\frac{22}{21} = 1 + \frac{1}{21}$

$$\frac{23}{22} = 1 + \frac{1}{22}$$

又  $\frac{1}{20} > \frac{1}{21} > \frac{1}{22} \Rightarrow \frac{21}{20} > \frac{22}{21} > \frac{23}{22}$

所以  $-\frac{21}{20} < -\frac{22}{21} < -\frac{23}{22}$

1. 分數的比較大小

學生做

比較下列各數的大小：

(1)  $\frac{2}{37}$ 、 $\frac{3}{41}$ 、 $\frac{4}{59}$

(2)  $-\frac{95}{96}$ 、 $-\frac{96}{97}$ 、 $-\frac{97}{98}$

解：(1) 因為  $[2, 3, 4] = 12$

$$\Rightarrow \frac{2}{37} = \frac{2 \times 6}{37 \times 6} = \frac{12}{222}$$

$$\frac{3}{41} = \frac{3 \times 4}{41 \times 4} = \frac{12}{164}$$

$$\frac{4}{59} = \frac{4 \times 3}{59 \times 3} = \frac{12}{177}$$

所以  $\frac{3}{41} > \frac{4}{59} > \frac{2}{37}$

(2) 因為  $\frac{95}{96} = 1 - \frac{1}{96}$ ， $\frac{96}{97} = 1 - \frac{1}{97}$

$$\frac{97}{98} = 1 - \frac{1}{98}$$

又  $\frac{1}{96} > \frac{1}{97} > \frac{1}{98} \Rightarrow \frac{95}{96} < \frac{96}{97} < \frac{97}{98}$

所以  $-\frac{95}{96} > -\frac{96}{97} > -\frac{97}{98}$

計算下列各式的值：

$$(1) 2\frac{3}{4} - 1\frac{5}{6} - 2\frac{7}{10}$$

$$(2) 2\frac{1}{5} - [( \frac{7}{2} - \frac{8}{3} ) + (4\frac{6}{5} - 4\frac{2}{5} )]$$

$$\text{解：(1) 原式} = (2 - 1 - 2) + (\frac{3}{4} - \frac{5}{6} - \frac{7}{10})$$

$$= (-1) + (-\frac{47}{60})$$

$$= -1\frac{47}{60}$$

$$(2) \text{原式} = 2\frac{1}{5} - (\frac{5}{6} + \frac{4}{5})$$

$$= 2\frac{1}{5} - \frac{49}{30}$$

$$= \frac{11}{5} - \frac{49}{30}$$

$$= \frac{66}{30} - \frac{49}{30} = \frac{17}{30}$$

計算下列各式的值：

$$(1) (-53\frac{1}{7}) - (-39\frac{3}{14}) + (-22\frac{2}{21})$$

$$(2) 7\frac{1}{5} - [(9\frac{2}{5} - 6\frac{1}{2}) + (4\frac{2}{3} - 8\frac{1}{5})]$$

$$\text{解：(1) 原式} = -53\frac{1}{7} + 39\frac{3}{14} - 22\frac{2}{21}$$

$$= (-53 + 39 - 22)$$

$$+ (-\frac{1}{7} + \frac{3}{14} - \frac{2}{21})$$

$$= (-36) + (-\frac{1}{42})$$

$$= -36\frac{1}{42}$$

$$(2) \text{原式} = 7\frac{1}{5} - [2\frac{9}{10} + (-3\frac{8}{15})]$$

$$= 7\frac{1}{5} - (-\frac{19}{30})$$

$$= 7\frac{6}{30} + \frac{19}{30} = 7\frac{25}{30} = 7\frac{5}{6}$$

計算下列各式的值：

$$(1) |\frac{1}{2} - 1| + |\frac{1}{3} - \frac{1}{2}| + |\frac{1}{4} - \frac{1}{3}|$$

$$+ |\frac{1}{5} - \frac{1}{4}|$$

$$(2) \frac{1}{1 \times 2} + \frac{2}{2 \times 4} + \frac{3}{4 \times 7} + \cdots + \frac{6}{16 \times 22}$$

$$\text{解：(1) 原式} = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4})$$

$$+ (\frac{1}{4} - \frac{1}{5}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$(2) \text{原式} = (\frac{1}{1} - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{4}) + (\frac{1}{4} - \frac{1}{7})$$

$$+ \cdots + (\frac{1}{16} - \frac{1}{22})$$

$$= 1 - \frac{1}{22} = \frac{21}{22}$$

計算下列各式的值：

$$(1) |\frac{1}{2} - \frac{1}{4}| + |\frac{1}{6} - \frac{1}{4}| + |\frac{1}{6} - \frac{1}{8}|$$

$$+ |\frac{1}{10} - \frac{1}{8}|$$

$$(2) \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \cdots + \frac{1}{17 \times 19}$$

$$\text{解：(1) 原式} = (\frac{1}{2} - \frac{1}{4}) + (\frac{1}{4} - \frac{1}{6}) + (\frac{1}{6} - \frac{1}{8})$$

$$+ (\frac{1}{8} - \frac{1}{10})$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{10} = \frac{5}{10} - \frac{1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$(2) \text{原式} = \frac{1}{2} (\frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \cdots$$

$$+ \frac{2}{17 \times 19})$$

$$= \frac{1}{2} (\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7}$$

$$+ \cdots + \frac{1}{17} - \frac{1}{19})$$

$$= \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{19}) = \frac{1}{2} \times \frac{18}{19} = \frac{9}{19}$$

計算下列各式的值：

$$(1) 2\frac{3}{5} \div (-5\frac{1}{5})$$

$$(2) (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{3}{4}) \times (-\frac{4}{5}) \times \cdots \times (-\frac{98}{99}) \times (-\frac{99}{100})$$

$$\text{解：(1) 原式} = \frac{13}{5} \div (-\frac{26}{5})$$

$$= \frac{13}{5} \times (-\frac{5}{26})$$

$$= -\frac{1}{2}$$

$$(2) \text{原式} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \cdots \times \frac{98}{99} \times \frac{99}{100}$$

$$= \frac{2}{100}$$

$$= \frac{1}{50}$$

計算下列各式的值：

$$(1) (-3\frac{2}{3}) \div (-1\frac{5}{6})$$

$$(2) (-\frac{3}{2}) \times (-\frac{4}{3}) \times (-\frac{5}{4}) \times \cdots \times (-\frac{100}{99}) \times (-\frac{101}{100})$$

$$\text{解：(1) 原式} = (-\frac{11}{3}) \div (-\frac{11}{6})$$

$$= \frac{11}{3} \times \frac{6}{11}$$

$$= 2$$

$$(2) \text{原式} = -(\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \cdots \times \frac{100}{99} \times \frac{101}{100})$$

$$= -\frac{101}{2}$$

計算下列各式的值：

$$(1) (3 - \frac{1}{3}) \div \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} - \frac{2}{7}$$

$$(2) (2 - \frac{1}{3}) \times 0.8 + \frac{5}{6} \div (\frac{2}{3} - \frac{1}{4})$$

$$\text{解：(1) 原式} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{1} \times \frac{3}{4} - \frac{2}{7}$$

$$= 6 - \frac{2}{7} = 5\frac{5}{7}$$

$$(2) \text{原式} = \frac{5}{3} \times \frac{4}{5} + \frac{5}{6} \div \frac{5}{12}$$

$$= \frac{4}{3} + \frac{5}{6} \times \frac{12}{5}$$

$$= \frac{4}{3} + 2 = \frac{10}{3}$$

計算下列各式的值：

$$(1) \frac{3}{8} \times 1\frac{1}{15} + \frac{9}{17} \div (-\frac{5}{17})$$

$$(2) 2.75 \div (3\frac{1}{12} - 1\frac{5}{6}) + 2.75 \times 1\frac{1}{3}$$

$$\text{解：(1) 原式} = \frac{3}{8} \times \frac{16}{15} + \frac{9}{17} \times (-\frac{17}{5})$$

$$= \frac{2}{5} + (-\frac{9}{5}) = -\frac{7}{5}$$

$$(2) \text{原式} = \frac{11}{4} \div 1\frac{3}{12} + \frac{11}{4} \times \frac{4}{3}$$

$$= \frac{11}{4} \div \frac{15}{12} + \frac{11}{3}$$

$$= \frac{11}{4} \times \frac{12}{15} + \frac{11}{3}$$

$$= \frac{11}{5} + \frac{11}{3} = \frac{88}{15}$$

計算下列各式的值：

$$(1) 129\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} - 97\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} - (-58) \times \frac{2}{3}$$

$$(2) 69 \times \left(\frac{18}{161} + \frac{7}{115}\right) - 21 \times \left(\frac{4}{49} - \frac{3}{35}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{解：(1) 原式} &= [129\frac{3}{4} - 97\frac{3}{4} - (-58)] \times \frac{2}{3} \\ &= 90 \times \frac{2}{3} = 60 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) 原式} &= \frac{54}{7} + \frac{21}{5} - \frac{12}{7} + \frac{9}{5} \\ &= \left(\frac{54}{7} - \frac{12}{7}\right) + \left(\frac{21}{5} + \frac{9}{5}\right) \\ &= \frac{42}{7} + \frac{30}{5} = 6 + 6 = 12 \end{aligned}$$

計算下列各式的值：

$$(1) \left(-1\frac{5}{13}\right) \times 6\frac{11}{18} - 1\frac{5}{13} \times 6\frac{7}{18}$$

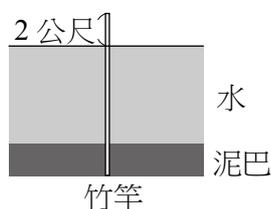
$$(2) (-39) \times \left(\frac{3}{65} - \frac{4}{91}\right) - 57 \times \left[\frac{7}{95} - \left(-\frac{18}{133}\right)\right]$$

$$\begin{aligned} \text{解：(1) 原式} &= \left(-1\frac{5}{13}\right) \times \left(6\frac{11}{18} + 6\frac{7}{18}\right) \\ &= \left(-\frac{18}{13}\right) \times 13 = -18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) 原式} &= -\frac{9}{5} + \frac{12}{7} - \frac{21}{5} - \frac{54}{7} \\ &= \left(-\frac{9}{5} - \frac{21}{5}\right) + \left(\frac{12}{7} - \frac{54}{7}\right) \\ &= \left(-\frac{30}{5}\right) + \left(-\frac{42}{7}\right) = (-6) + (-6) \\ &= -12 \end{aligned}$$

## 7. 全部 = 部分 ÷ (部分所占的比例)

如右圖，一竹竿立於池塘中，竹竿全長的 $\frac{2}{7}$ 在泥中，剩下的 $\frac{3}{5}$ 在水中，露出水面的有2公尺，則此竹竿全長為多少公尺？



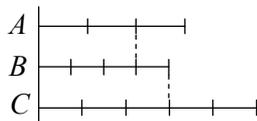
解：因為露出水面的部分占全長的

$$\begin{aligned} &1 - \frac{2}{7} - \frac{3}{5} \times \left(1 - \frac{2}{7}\right) \\ &= 1 - \frac{2}{7} - \frac{3}{5} \times \frac{5}{7} \\ &= 1 - \frac{2}{7} - \frac{3}{7} = \frac{2}{7} \end{aligned}$$

所以竹竿全長為

$$2 \div \frac{2}{7} = 2 \times \frac{7}{2} = 7(\text{公尺})$$

英英有A、B、C三條不同長度的繩子，各分成若干等分，其長度關係如右圖所示，若A繩的長度為54公尺，則C繩的長度為多少公尺？



解：因為B繩長的 $\frac{3}{4}$ 為 $54 \times \frac{2}{3} = 36$ (公尺)

$$\Rightarrow B \text{ 繩長} = 36 \div \frac{3}{4} = 36 \times \frac{4}{3} = 48(\text{公尺})$$

又C繩長的 $\frac{3}{5}$ 為48公尺

$$\text{所以 } C \text{ 繩長} = 48 \div \frac{3}{5} = 48 \times \frac{5}{3} = 80(\text{公尺})$$

## 回家作業

### 一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

(D) 1. 計算  $(-4\frac{7}{19}) + (-9\frac{3}{17}) + 5\frac{7}{19} = ?$

(A)  $-11\frac{3}{17}$       (B)  $-10\frac{3}{17}$       (C)  $-9\frac{3}{17}$       (D)  $-8\frac{3}{17}$

(C) 2. 若  $\frac{12}{13} - (\frac{5}{17} - \frac{1}{13})$  的值可化為最簡分數  $\frac{n}{m}$ ，則下列敘述何者正確？

(A)  $m$  為合數      (B)  $n$  為質數      (C)  $m+n$  為質數      (D)  $m+n$  為合數

(C) 3. 若甲數為負整數，且  $-\frac{5}{6} < \frac{\text{甲}}{24} < -\frac{5}{8}$ ，則滿足此條件的甲數有幾個？

(A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5

(D) 4. 櫻枝做一題「兩數相除」的計算題，不小心將「 $\div$ 」號看成「 $+$ 」號，若沒有其他計算上的錯誤，算出的答案是  $-\frac{7}{8}$ ，已知原來的被除數是  $3\frac{1}{2}$ ，則原來兩數相除的正確答案為多少？

(A)  $\frac{4}{3}$       (B)  $-\frac{4}{3}$       (C)  $\frac{4}{5}$       (D)  $-\frac{4}{5}$

(A) 5. 計算  $(\frac{1}{2}-1) \times (\frac{1}{3}-1) \times (\frac{1}{4}-1) \times \dots \times (\frac{1}{10}-1) = ?$

(A)  $-\frac{1}{10}$       (B)  $\frac{1}{10}$       (C)  $-\frac{1}{5}$       (D)  $\frac{1}{5}$

### 二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. 若  $\frac{-18}{24} = \frac{a}{20} = -\frac{6}{b} = \frac{c}{16}$ ，則  $a-b+c = \underline{-35}$ 。

2. 計算  $|-1 - (-\frac{5}{3})| - |-\frac{11}{6} - \frac{7}{6}| = \underline{-\frac{7}{3}}$ 。

3. 計算  $\frac{4}{21} \times 3\frac{1}{2} + 6 - 4\frac{2}{5} \div \frac{11}{15} = \underline{\frac{2}{3}}$ 。

4. 若  $a = -2\frac{5}{7}$ ， $b = -2\frac{2}{3}$ ， $c = -2\frac{9}{14}$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小關係為  $\underline{a < b < c}$ 。

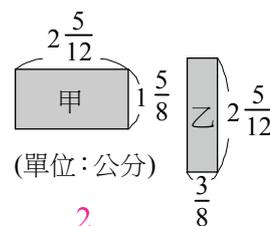
5. 已知  $a$ 、 $b$  為正整數，且甲  $= \frac{b}{a}$ 、乙  $= \frac{b+1}{a}$ 、丙  $= \frac{b}{a+1}$ 、丁  $= \frac{b+1}{a+1}$ ，則甲、乙、丙、丁四數之中，最小者為 丙。

### 三、計算題：(每小題 10 分，共 20 分)

1. 甲、乙兩長方形的各邊長如右圖所示，則：

(1) 甲、乙兩長方形的周長和為多少公分？

(2) 甲、乙兩長方形的面積和為多少平方公分？



解：(1) 所求周長和  $= 2 \times (2\frac{5}{12} + 1\frac{5}{8} + 2\frac{5}{12} + \frac{3}{8}) = 2 \times (4\frac{5}{6} + 2) = 8\frac{5}{3} + 4 = 13\frac{2}{3}$  (公分)

(2) 所求面積和  $= 2\frac{5}{12} \times 1\frac{5}{8} + 2\frac{5}{12} \times \frac{3}{8} = 2\frac{5}{12} \times (1\frac{5}{8} + \frac{3}{8}) = 2\frac{5}{12} \times 2 = 4\frac{5}{6}$  (平方公分)



### 重點整理

- 若  $\frac{b}{a}$  為一個分數， $n$  是正整數，其中  $a \neq 0$ ，則  $(\frac{b}{a})^n = \frac{b^n}{a^n}$ 。
- 對於任何一個正數  $a$  及正整數  $n$ ，
  - 當  $a < 1$  時， $a^n < 1$ ，且  $n$  的值愈大， $a^n$  的值愈小。
  - 當  $a > 1$  時， $a^n > 1$ ，且  $n$  的值愈大， $a^n$  的值愈大。
- 若  $a$ 、 $b$  都是不為 0 的數，且  $m$ 、 $n$  為正整數或 0，則：
  - $a^m \times a^n = a^{m+n}$ 。
  - $a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ，其中  $m \geq n$ 。
  - $(a^m)^n = a^{m \times n}$ 。
  - $(a \times b)^m = a^m \times b^m$ 。

(※以上四式稱為指數律)

### 題型演練

#### 老師說

計算下列各式的值：

$$(1) \frac{1}{-2} + \frac{2}{(-2)^2} - \frac{4}{(-2)^3} + \frac{8}{(-2)^4}$$

$$(2) \frac{1}{-4} + \frac{4}{(-4)^2} + \frac{16}{(-4)^3} + \frac{64}{(-4)^4}$$

解：(1) 原式  $= (-\frac{1}{2}) + \frac{2}{4} - (\frac{4}{-8}) + \frac{8}{16}$   
 $= (-\frac{1}{2}) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$   
 $= 1$

(2) 原式  $= (-\frac{1}{4}) + \frac{4}{16} + (\frac{16}{-64}) + \frac{64}{256}$   
 $= (-\frac{1}{4}) + \frac{1}{4} + (-\frac{1}{4}) + \frac{1}{4}$   
 $= 0$

#### 1. 含乘方的分數運算

#### 學生做

計算下列各式的值：

$$(1) \frac{1}{-3} - \frac{3}{(-3)^2} + \frac{9}{(-3)^3} - \frac{27}{(-3)^4}$$

$$(2) \frac{1}{-5} + \frac{5}{(-5)^2} - \frac{25}{(-5)^3} + \frac{125}{(-5)^4}$$

解：(1) 原式  $= (-\frac{1}{3}) - \frac{3}{9} + (\frac{9}{-27}) - \frac{27}{81}$   
 $= (-\frac{1}{3}) - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}$   
 $= -\frac{4}{3}$

(2) 原式  $= (-\frac{1}{5}) + \frac{5}{25} - (\frac{25}{-125}) + \frac{125}{625}$   
 $= (-\frac{1}{5}) + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$   
 $= \frac{2}{5}$

計算下列各式的值：

$$(1) \left(\frac{1}{15}\right)^3 \div \left[\left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right)^3 \times 1.2^3\right] - \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$(2) (-4)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \div \left(-\frac{2}{9}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

解：(1) 原式 =  $\left(\frac{1}{15}\right)^3 \div \left[\left(\frac{1}{12}\right)^3 \times \left(\frac{12}{10}\right)^3\right] - \left(\frac{2}{3}\right)^2$

$$= \left(\frac{1}{15}\right)^3 \times 10^3 - \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^3 - \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3} - 1\right)$$

$$= -\frac{4}{27}$$

(2) 原式 =  $16 \times \frac{1}{8} - \left(-\frac{1}{27}\right) \div \frac{4}{81} + \frac{1}{4}$

$$= 2 + \frac{1}{27} \times \frac{81}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= 2 + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= 2 + 1 = 3$$

計算下列各式的值：

$$(1) 10 + 4.25^2 \times \left[ \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \div \left(1\frac{8}{9}\right)^2 \right]$$

$$(2) \left(-\frac{4}{5}\right)^2 \div \left(-1\frac{3}{5}\right) + \left(-1\frac{1}{2}\right)^3 \times 3\frac{1}{5}$$

解：(1) 原式 =  $10 + \left(4\frac{1}{4}\right)^2 \times \left[ \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \div \left(\frac{17}{9}\right)^2 \right]$

$$= 10 + \left(\frac{17}{4}\right)^2 \times \left[ \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{9}{17}\right)^2 \right]$$

$$= 10 + \left(\frac{17}{4}\right)^2 \times \frac{2^4}{17^2}$$

$$= 10 + 1$$

$$= 11$$

(2) 原式 =  $\frac{16}{25} \div \left(-\frac{8}{5}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right)^3 \times \frac{16}{5}$

$$= \frac{16}{25} \times \left(-\frac{5}{8}\right) + \left(-\frac{27}{8}\right) \times \frac{16}{5}$$

$$= \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{54}{5}\right)$$

$$= -\frac{56}{5}$$

(1) 若  $3^3 \times 27^5 \times 9^4 \div 81^3 = 3^a$ ，則  $a = ?$

(2) 若  $10^4 \times 100^{-5} \times 1000^4 = 2^b \times 5^c$ ，則  $b + c = ?$

解：(1) 因為  $3^3 \times 27^5 \times 9^4 \div 81^3$

$$= 3^3 \times (3^3)^5 \times (3^2)^4 \div (3^4)^3$$

$$= 3^3 \times 3^{15} \times 3^8 \div 3^{12}$$

$$= 3^{3+15+8-12} = 3^{14}$$

所以  $a = 14$

(2) 因為  $10^4 \times 100^{-5} \times 1000^4$

$$= 10^4 \times (10^2)^{-5} \times (10^3)^4$$

$$= 10^4 \times 10^{-10} \times 10^{12}$$

$$= 10^{4+(-10)+12}$$

$$= 10^6 = (2 \times 5)^6 = 2^6 \times 5^6$$

所以  $b = c = 6$

$$\Rightarrow b + c = 6 + 6 = 12$$

(1) 若  $9^2 \times 15^4 \times 125^2 = 3^a \times 5^b$ ，則  $a + b = ?$

(2) 若  $10^{-2} \times 100^4 \times 10^{-8} \div 1000^3 = 10^c$ ，則  $c = ?$

解：(1) 因為  $9^2 \times 15^4 \times 125^2$

$$= (3^2)^2 \times (3 \times 5)^4 \times (5^3)^2$$

$$= 3^4 \times 3^4 \times 5^4 \times 5^6$$

$$= 3^{4+4} \times 5^{4+6} = 3^8 \times 5^{10}$$

所以  $a = 8, b = 10$

$$\Rightarrow a + b = 8 + 10 = 18$$

(2) 因為  $10^{-2} \times 100^4 \times 10^{-8} \div 1000^3$

$$= 10^{-2} \times (10^2)^4 \times 10^{-8} \div (10^3)^3$$

$$= 10^{-2} \times 10^8 \times 10^{-8} \div 10^9$$

$$= 10^{-2+8+(-8)-9} = 10^{-11}$$

所以  $c = -11$

計算下列各式的值：

$$(1) \left(\frac{9}{2}\right)^{10} \times \left(-\frac{16}{9}\right)^5 \div (-6)^7$$

$$(2) \left(-\frac{1}{7}\right)^4 \div \left(\frac{1}{42}\right)^2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^3 \div \left(-\frac{5}{7}\right)^2$$

$$\begin{aligned} \text{解：(1)原式} &= \frac{9^{10}}{2^{10}} \times \left(-\frac{2^4}{9}\right)^5 \times \left(-\frac{1}{6}\right)^7 \\ &= \frac{9^{10}}{2^{10}} \times \left(-\frac{2^{20}}{9^5}\right) \times \left(-\frac{1}{2 \times 3}\right)^7 \\ &= -9^5 \times 2^{10} \times \left(-\frac{1}{2^7 \times 3^7}\right) \\ &= \frac{3^{10} \times 2^{10}}{2^7 \times 3^7} \\ &= 3^3 \times 2^3 = 6^3 \text{ (或 } 216) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)原式} &= \frac{1}{7^4} \div \left(\frac{1}{6 \times 7}\right)^2 \times \frac{5^3}{6^3} \div \frac{5^2}{7^2} \\ &= \frac{1}{7^4} \times 6^2 \times 7^2 \times \frac{5^3}{6^3} \times \frac{7^2}{5^2} \\ &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

比較下列各組數的大小：

$$(1) 2^{23}, 4^{11}, 8^8$$

$$(2) 3^{44}, 5^{33}, 7^{22}$$

$$\text{解：(1) 因為 } 4^{11} = (2^2)^{11} = 2^{22}$$

$$8^8 = (2^3)^8 = 2^{24}$$

$$\text{又 } 24 > 23 > 22$$

$$\text{所以 } 8^8 > 4^{11} > 2^{23}$$

$$(2) \text{ 因為 } 3^{44} = (3^4)^{11} = 81^{11}$$

$$5^{33} = (5^3)^{11} = 125^{11}$$

$$7^{22} = (7^2)^{11} = 49^{11}$$

$$\text{又 } 125 > 81 > 49$$

$$\text{所以 } 5^{33} > 3^{44} > 7^{22}$$

計算下列各式的值：

$$(1) \left(\frac{25}{16}\right)^6 \times \left(-\frac{8}{5}\right)^9 \div 10^3$$

$$(2) \left(\frac{1}{11}\right)^5 \div \left(-\frac{1}{22}\right)^2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^3 \div \left(\frac{3}{11}\right)^3$$

$$\begin{aligned} \text{解：(1)原式} &= \left(\frac{5^2}{2^4}\right)^6 \times \left(-\frac{2^3}{5}\right)^9 \div (2 \times 5)^3 \\ &= \frac{5^{12}}{2^{24}} \times \left(-\frac{2^{27}}{5^9}\right) \times \left(\frac{1}{2 \times 5}\right)^3 \\ &= -5^3 \times 2^3 \times \frac{1}{2^3 \times 5^3} \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)原式} &= \frac{1}{11^5} \times 22^2 \times \left(-\frac{3^3}{2}\right) \times \left(\frac{11}{3}\right)^3 \\ &= \frac{1}{11^5} \times 2^2 \times 11^2 \times \left(-\frac{3^3}{2}\right) \times \frac{11^3}{3^3} \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

比較下列各組數的大小：

$$(1) 3^{20}, 9^{13}, 27^6$$

$$(2) 2^{65}, 3^{39}, 5^{26}$$

$$\text{解：(1) 因為 } 9^{13} = (3^2)^{13} = 3^{26}$$

$$27^6 = (3^3)^6 = 3^{18}$$

$$\text{又 } 26 > 20 > 18$$

$$\text{所以 } 9^{13} > 3^{20} > 27^6$$

$$(2) \text{ 因為 } 2^{65} = (2^5)^{13} = 32^{13}$$

$$3^{39} = (3^3)^{13} = 27^{13}$$

$$5^{26} = (5^2)^{13} = 25^{13}$$

$$\text{又 } 32 > 27 > 25$$

$$\text{所以 } 2^{65} > 3^{39} > 5^{26}$$

## 回家作業

### 一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

- (B) 1. 若  $\frac{1}{2^3 \times 3^2 \times 5} + \frac{-7}{2 \times 3^3 \times 5^2} = \frac{\square}{2^3 \times 3^3 \times 5^2}$ ，則  $\square = ?$   
 (A) -11 (B) -13 (C) -15 (D) -17
- (C) 2. 設  $a = -\frac{1}{2}$ ，則  $a^0$ 、 $a^1$ 、 $a^2$ 、 $a^3$  的大小關係為何？  
 (A)  $a^3 > a^2 > a^1 > a^0$  (B)  $a^2 > a^0 > a^1 > a^3$  (C)  $a^0 > a^2 > a^3 > a^1$  (D)  $a^0 > a^2 > a^1 > a^3$
- (C) 3. 計算  $[(-\frac{9}{5})^3]^3 \div [(-\frac{9}{5})^2]^4$  之值為何？  
 (A)  $\frac{9}{5}$  (B) -1 (C)  $-\frac{9}{5}$  (D) 1
- (D) 4. 下列何者的值與其他三者不同？  
 (A)  $(-\frac{2}{5})^3$  (B)  $\frac{8}{(-5)^3}$   
 (C)  $(\frac{2}{5})^6 \div (-\frac{2}{5})^3$  (D)  $(-\frac{2}{5}) + (-\frac{2}{5}) + (-\frac{2}{5})$
- (B) 5. 若甲  $= (-\frac{5}{11})^{13}$ ，乙  $= (-\frac{3}{11})^{13}$ ，丙  $= (-\frac{1}{11})^{13}$ ，則甲、乙、丙的大小關係為何？  
 (A) 甲  $>$  乙  $>$  丙 (B) 丙  $>$  乙  $>$  甲 (C) 甲  $>$  丙  $>$  乙 (D) 丙  $>$  甲  $>$  乙

### 二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. 計算  $[(-4.9) \div (-1\frac{2}{5})^2 + (-\frac{3}{2})^2 \times (-2\frac{2}{3})] \div (-1.25)$ ，得其結果為  $\frac{n}{m}$ ，若  $\frac{n}{m}$  為最簡分數，則  $n - m = \underline{29}$ 。
2. 設  $a = (\frac{-4}{3})^2$ ， $b = (\frac{-4}{3})^3$ ， $c = (\frac{-4}{3})^4$ ， $d = (\frac{-4}{3})^5$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  的大小關係為  $\underline{c > a > b > d}$ 。
3. 計算  $(4^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3) \times (-25)^4 = \underline{100000000}$ 。
4. 計算  $\frac{87^4}{29^4} = \underline{81}$ 。
5. 計算  $(-2\frac{1}{4}) \div (-3)^2 - 2^4 \div (-\frac{4}{5})^3 \times (-0.12) = \underline{-4}$ 。

### 三、計算題：(每小題 10 分，共 20 分)

1. 已知某種細菌每經 2 分鐘後，數量就會增加為原來的 3 倍，且假設細菌不會死，今有該種細菌 8 個，則：

- (1) 10 分鐘後的細菌數是多少個？  
 (2) 42 分鐘後的細菌數是 34 分鐘後細菌數的幾倍？

解：(1) 因為  $10 \div 2 = 5$

所以 10 分鐘後的細菌數有  $8 \times 3^5 = 1944$ (個)

- (2) 因為  $42 \div 2 = 21$ ， $34 \div 2 = 17$

所以  $\begin{cases} 42 \text{ 分鐘後的細菌數有 } 8 \times 3^{21} \text{ 個} \\ 34 \text{ 分鐘後的細菌數有 } 8 \times 3^{17} \text{ 個} \end{cases}$

所求  $= \frac{8 \times 3^{21}}{8 \times 3^{17}} = 3^4 = 81$ (倍)



重點整理

1. 文字符號可以代表數，習慣上我們使用英文字母  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、……、 $x$ 、 $y$ 、 $z$  等文字來代表數。
2. (1) 我們常將數字和英文字母間的乘號「 $\times$ 」改寫成「 $\cdot$ 」或省略不寫。  
(2) 簡記時，數字應寫在英文字母的前面。  
例： $(-3) \times x = (-3) \cdot x = -3x$ ， $(-1) \times x = (-1) \cdot x = -x$ ， $0 \times x = 0 \cdot x = 0$ 。
3. 若  $-\frac{b}{a}$  為分數，則  $(-\frac{b}{a}) \times x = (-\frac{b}{a}) \cdot x = -\frac{b}{a}x = -\frac{bx}{a} = \frac{-bx}{a} = \frac{bx}{-a}$ 。
4. (1) 用文字符號和數字所組成的算式，在數學上我們稱之為代數式。  
(2) 只含有一種文字符號(一元)，且文字符號的次數是 1(一次)的代數式，稱為一元一次式。
5. 做代數式的乘法運算時，可以先把代數式中的各數字相乘，再乘以文字符號。
6. 做代數式的加減運算時，可將有文字符號的部分合併在一起化簡，將沒有文字符號的部分合併在一起化簡。

題型演練

老師說

1. 代數式的求值

學生做

求下列空格中代數式的值：

代數式 \ $x$	-4	0.5	$-\frac{2}{3}$
$6x-5$	(1)	(2)	(3)
$3+0.4x$	(4)	(5)	(6)

- 解：(1) 原式  $= 6 \times (-4) - 5 = -24 - 5 = -29$   
 (2) 原式  $= 6 \times 0.5 - 5 = 3 - 5 = -2$   
 (3) 原式  $= 6 \times (-\frac{2}{3}) - 5 = -4 - 5 = -9$   
 (4) 原式  $= 3 + 0.4 \times (-4) = 3 + (-1.6) = 1.4$   
 (5) 原式  $= 3 + 0.4 \times 0.5 = 3 + 0.2 = 3.2$   
 (6) 原式  $= 3 + 0.4 \times (-\frac{2}{3}) = 3 + \frac{2}{5} \times (-\frac{2}{3})$   
 $= 3 + (-\frac{4}{15}) = 2\frac{11}{15}$

求下列空格中代數式的值：

代數式 \ $x$	$\frac{3}{4}$	-0.4	6
$-7x+9$	(1)	(2)	(3)
$3-\frac{1}{4}x$	(4)	(5)	(6)

- 解：(1) 原式  $= (-7) \times \frac{3}{4} + 9 = -\frac{21}{4} + 9 = \frac{15}{4}$   
 (2) 原式  $= (-7) \times (-0.4) + 9$   
 $= 2.8 + 9 = 11.8$   
 (3) 原式  $= (-7) \times 6 + 9 = -42 + 9 = -33$   
 (4) 原式  $= 3 - \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = 3 - \frac{3}{16} = 2\frac{13}{16}$   
 (5) 原式  $= 3 - \frac{1}{4} \times (-0.4)$   
 $= 3 - (-0.1) = 3.1$   
 (6) 原式  $= 3 - \frac{1}{4} \times 6 = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

化簡下列各式：

$$(1) \frac{-10x+1}{12} + \frac{5x+3}{6}$$

$$(2) 1 + \frac{y+3}{2} - \frac{1-2y}{7}$$

$$\begin{aligned} \text{解：(1) 原式} &= \frac{(-10x+1)+2(5x+3)}{12} \\ &= \frac{-10x+1+10x+6}{12} \\ &= \frac{7}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= \frac{14+7(y+3)-2(1-2y)}{14} \\ &= \frac{14+7y+21-2+4y}{14} \\ &= \frac{11y+33}{14} \end{aligned}$$

化簡下列各式：

$$(1) \frac{3x-1}{2} - \frac{1}{3}(5x+3)$$

$$(2) y - \frac{y-3}{4} + \frac{2-3y}{6}$$

$$\begin{aligned} \text{解：(1) 原式} &= \frac{3(3x-1)-2(5x+3)}{6} \\ &= \frac{9x-3-10x-6}{6} \\ &= \frac{-x-9}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= \frac{12y-3(y-3)+2(2-3y)}{12} \\ &= \frac{12y-3y+9+4-6y}{12} \\ &= \frac{3y+13}{12} \end{aligned}$$

設  $A=3x-8$ ,  $B=x+2$ ,  $C=-2x-1$ , 以含  $x$  的式子表示下列各式, 並化簡其結果：

$$(1) 2A - (3B - 4C)$$

$$(2) \frac{A}{2} - \frac{B}{3} + \frac{C}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{解：(1) 原式} &= 2A - 3B + 4C \\ &= 2(3x-8) - 3(x+2) + 4(-2x-1) \\ &= 6x - 16 - 3x - 6 - 8x - 4 \\ &= -5x - 26 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= \frac{6A - 4B + 3C}{12} \\ &= \frac{6(3x-8) - 4(x+2) + 3(-2x-1)}{12} \\ &= \frac{18x - 48 - 4x - 8 - 6x - 3}{12} \\ &= \frac{8x - 59}{12} \end{aligned}$$

設  $A=3y-2$ ,  $B=6y+3$ ,  $C=-8y+4$ , 以含  $y$  的式子表示下列各式, 並化簡其結果：

$$(1) 3A + (2B - 5C)$$

$$(2) 3A - \frac{1}{7}(B + C)$$

$$\begin{aligned} \text{解：(1) 原式} &= 3A + 2B - 5C \\ &= 3(3y-2) + 2(6y+3) - 5(-8y+4) \\ &= 9y - 6 + 12y + 6 + 40y - 20 \\ &= 61y - 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= 3(3y-2) - \frac{1}{7}(6y+3-8y+4) \\ &= 9y - 6 - \frac{1}{7}(-2y+7) \\ &= 9y - 6 + \frac{2}{7}y - 1 \\ &= \frac{65}{7}y - 7 \end{aligned}$$

甲、乙、丙三人共有 3000 元，若甲有  $x$  元，且乙的錢是甲的 2 倍少 80 元，則：

- (1) 丙有多少元？
- (2) 乙的所有錢的  $\frac{1}{4}$  比丙所有錢的  $\frac{1}{5}$  多多少元？

解：(1) 因為乙有  $(2x-80)$  元

$$\begin{aligned} \text{所以丙有 } & 3000 - x - (2x - 80) \\ & = 3080 - 3x(\text{元}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) 所求} &= \frac{1}{4}(2x-80) - \frac{1}{5}(3080-3x) \\ &= \frac{1}{2}x - 20 - 616 + \frac{3}{5}x \\ &= \frac{11}{10}x - 636(\text{元}) \end{aligned}$$

把 100 分成甲、乙、丙三數，若乙數為  $y$ ，且甲數比乙數的 3 倍少 6，則：

- (1) 丙數為多少？
- (2) 甲數的  $\frac{1}{3}$  比丙數的  $\frac{1}{2}$  大多少？

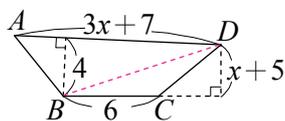
解：(1) 因為甲數為  $(3y-6)$

$$\text{所以丙數為 } 100 - y - (3y - 6) = 106 - 4y$$

$$\begin{aligned} \text{(2) 所求} &= \frac{1}{3}(3y-6) - \frac{1}{2}(106-4y) \\ &= y - 2 - 53 + 2y \\ &= 3y - 55 \end{aligned}$$

如右圖，求：

- (1) 四邊形  $ABCD$  面積為多少？
- (2) 承(1)，若  $x=5$ ，則四邊形  $ABCD$  的面積為多少？



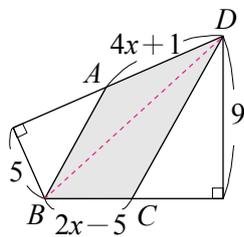
解：(1) 連  $\overline{BD}$ ，得

$$\begin{aligned} \text{所求} &= \triangle ABD \text{ 面積} + \triangle BCD \text{ 面積} \\ &= \frac{1}{2}(3x+7) \times 4 + \frac{1}{2} \times 6 \times (x+5) \\ &= 2(3x+7) + 3(x+5) \\ &= 6x + 14 + 3x + 15 \\ &= 9x + 29(\text{平方單位}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) 所求} &= 9 \times 5 + 29 \\ &= 45 + 29 = 74(\text{平方單位}) \end{aligned}$$

如右圖，求：

- (1) 四邊形  $ABCD$  面積為多少？
- (2) 承(1)，若  $x=6$ ，則四邊形  $ABCD$  的面積為多少？



解：(1) 連  $\overline{BD}$ ，得

$$\begin{aligned} \text{所求} &= \triangle ABD \text{ 面積} + \triangle BCD \text{ 面積} \\ &= \frac{1}{2}(4x+1) \times 5 + \frac{1}{2}(2x-5) \times 9 \\ &= 10x + \frac{5}{2} + 9x - \frac{45}{2} \\ &= 19x - 20(\text{平方單位}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) 所求} &= 19 \times 6 - 20 \\ &= 114 - 20 = 94(\text{平方單位}) \end{aligned}$$

## 回家作業

### 一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

- (C) 1. 下列何者與  $-2\frac{3}{4}x$  相等？  
 (A)  $-2 + \frac{3}{4}x$       (B)  $-2 - \frac{3}{4}x$       (C)  $(-2 - \frac{3}{4})x$       (D)  $(-2 + \frac{3}{4})x$
- (B) 2. 化簡  $-5a - [4a - 3(2a + 1)] = ?$   
 (A)  $-3a + 1$       (B)  $-3a + 3$       (C)  $-7a - 1$       (D)  $-7a - 3$
- (A) 3. 佳玲的存錢筒裡有 5 元、10 元硬幣共  $x$  個，其中 5 元硬幣有 7 個，則這些硬幣共值多少元？  
 (A)  $10x - 35$       (B)  $10x + 35$       (C)  $105x$       (D)  $15x$
- (D) 4. 百貨公司舉辦促銷活動，將原價  $x$  元的衣服改為  $(\frac{3}{5}x + 1)$  元出售。下列哪一個敘述可作為此百貨公司的促銷標語？  
 (A) 原價打三折再加 1 元      (B) 原價打三五折再加 1 元  
 (C) 原價打四折再加 1 元      (D) 原價打六折再加 1 元
- (A) 5. 美鳳家電產品的成本是  $y$  元，現照成本加三成作為定價，再依定價打八折當作售價，則每件產品可賺多少元？  
 (A)  $0.04y$  元      (B)  $0.125y$  元      (C)  $0.375y$  元      (D)  $0.4y$  元

### 二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. 已知目前地面溫度為  $27^\circ\text{C}$ ，若離地面高  $x$  公尺處的溫度為  $(27 - \frac{x}{100} \times 0.6)^\circ\text{C}$ ，則離地面高 500 公尺處的溫度為 24  $^\circ\text{C}$ 。
2. 電影院的門票，每張普通票比學生票貴 12 元，學生票比軍警票貴 8 元。若普通票每張  $x$  元，則購買普通票 3 張、學生票 5 張、軍警票 2 張共需  $10x - 100$  元。
3. 將 30 分成兩數，設大數為  $x$ ，則大數的  $\frac{1}{3}$  與小數的  $\frac{1}{2}$  之和為  $15 - \frac{1}{6}x$ 。
4. 寶玉在本學期數學科平時考中，有九次都得到  $x$  分，另有三次分別為 80 分、90 分和 82 分，則寶玉本學期數學科平時考的平均分數為  $\frac{3}{4}x + 21$  分。
5. 有一個二位數，個位數字為  $(3a - 1)$ ，十位數字為  $(a + 5)$ ，則這個二位數的數值為  $13a + 49$ 。

### 三、計算題：(每小題 10 分，共 20 分)

1. (1) 化簡  $-\frac{1}{2}x + \frac{2}{5} + \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = ?$   
 (2) 承(1)，若  $x = 12$ ，則  $-\frac{1}{2}x + \frac{2}{5} + \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = ?$

$$\begin{aligned} \text{解：(1) 原式} &= (-\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x) + (\frac{2}{5} - \frac{3}{4}) = (-\frac{3}{6}x + \frac{4}{6}x) + (\frac{8}{20} - \frac{15}{20}) \\ &= \frac{1}{6}x + (-\frac{7}{20}) = \frac{1}{6}x - \frac{7}{20} \end{aligned}$$

$$(2) \text{ 所求} = \frac{1}{6} \times 12 - \frac{7}{20} = 2 - \frac{7}{20} = \frac{33}{20}$$



重點整理

1. 一個方程式經過化簡後，只含一種未知數(一元)，且未知數的次數是 1(一次)的方程式，稱為一元一次方程式。
2. 能使方程式的等號兩邊相等的數，稱為此方程式的解或根；而求出方程式中未知數所代表數的過程，叫做解方程式。
3. 任意一個方程式中，在等號的兩邊同加、減、乘、除以一個數(除數不可為 0)，則等號的兩邊仍會維持相等。即：

若  $a=b$ ，則  $a+c=b+c$ ， $a-c=b-c$ ， $a \times c=b \times c$ ， $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$  ( $c \neq 0$ )。

4. 任意一個方程式中，把某數移到等號的另一邊，且加變減、減變加、乘變除、除變乘的一種解方程式的方法，稱為移項法則。
5. 若  $k$  為正整數， $ax+b$  為  $x$  的一元一次式，且  $|ax+b|=k$ ，則  $ax+b=k$  或  $ax+b=-k$ 。

題型演練

老師說

如右表，楚璿在求代數式的值時，有部分被污損，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的值分別為多少？

	$x$	6	$b$
代數式			
	$-9-2x$	-21	$c$
	$-\frac{5}{2}x+3$	$a$	-7

解：(1) 因為  $x=6$  是  $-\frac{5}{2}x+3=a$  的解  
 所以  $a=-\frac{5}{2} \times 6+3=-15+3=-12$

(2) 因為  $x=b$  是  $-\frac{5}{2}x+3=-7$  的解  
 所以  $-\frac{5}{2}b+3=-7$   
 $\Rightarrow -\frac{5}{2}b=-10 \Rightarrow b=10 \div \frac{5}{2}=4$

(3) 因為  $x=4$  是  $-9-2x=c$  的解  
 所以  $c=-9-2 \times 4=-9-8=-17$

1. 方程式的解

學生做

利用右表的資料，求空格中  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  的值。

	$x$	$a$	$c$
代數式			
	$2(x-5)-(4x-5)$	-19	$d$
	$4x-2(x-3)$	$b$	5

解：(1) 因為  $x=a$  是  $2(x-5)-(4x-5)=-19$  的解  
 所以  $2(a-5)-(4a-5)=-19$   
 $\Rightarrow -2a-5=-19 \Rightarrow a=7$

(2) 因為  $x=7$  是  $4x-2(x-3)=b$  的解  
 所以  $b=4 \times 7-2(7-3)=28-8=20$

(3) 因為  $x=c$  是  $4x-2(x-3)=5$  的解  
 所以  $4c-2(c-3)=5$   
 $\Rightarrow 2c+6=5 \Rightarrow c=-\frac{1}{2}$

(4) 因為  $x=-\frac{1}{2}$  是  $2(x-5)-(4x-5)=d$  的解  
 所以  $d=2(-\frac{1}{2}-5)-[4 \times (-\frac{1}{2})-5]$   
 $=(-11)-(-7)=-4$

解下列各一元一次方程式：

$$(1) 2x - \frac{9-x}{3} = 11$$

$$(2) \frac{1}{3} \left\{ \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{5} (2x-1) + 3 \right] \right\} = 4$$

解：(1) 原式  $\times 3 \Rightarrow 6x - 9 + x = 33$

$$\Rightarrow 7x = 42$$

$$\Rightarrow x = 6$$

$$(2) \text{原式} \Rightarrow \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{5} (2x-1) + 3 \right] = 12$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} (2x-1) + 3 = 24$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} (2x-1) = 21$$

$$\Rightarrow 2x-1 = 105$$

$$\Rightarrow 2x = 106$$

$$\Rightarrow x = 53$$

解下列各一元一次方程式：

$$(1) 4x - \frac{3x-1}{5} = 7$$

$$(2) -\frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{3} (2x-1) - 5 \right] \right\} = 8$$

解：(1) 原式  $\times 5 \Rightarrow 20x - 3x + 1 = 35$

$$\Rightarrow 17x = 34$$

$$\Rightarrow x = 2$$

$$(2) \text{原式} \Rightarrow \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{3} (2x-1) - 5 \right] = -32$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} (2x-1) - 5 = -64$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} (2x-1) = -59$$

$$\Rightarrow 2x-1 = -177$$

$$\Rightarrow 2x = -176$$

$$\Rightarrow x = -88$$

解下列各一元一次方程式：

$$(1) 0.8x - 4 = 1.5x + 0.2$$

$$(2) 0.5 = \frac{0.27}{0.3} + \frac{0.09x - 0.18}{0.9}$$

解：(1) 原式  $\Rightarrow 0.8x - 1.5x = 0.2 + 4$

$$\Rightarrow -0.7x = 4.2$$

$$\Rightarrow x = -6$$

$$(2) \text{原式} \Rightarrow 0.5 = 0.9 + \frac{0.09x}{0.9} - \frac{0.18}{0.9}$$

$$\Rightarrow 0.5 = 0.9 + 0.1x - 0.2$$

$$\Rightarrow 0.5 = 0.7 + 0.1x$$

$$\Rightarrow -0.2 = 0.1x$$

$$\Rightarrow x = -2$$

解下列各一元一次方程式：

$$(1) -0.25x + 4 = 0.5x - 3.2$$

$$(2) \frac{0.06x - 0.48}{0.3} - 1.5 = \frac{-0.06x + 0.12}{0.6}$$

解：(1) 原式  $\Rightarrow -0.25x - 0.5x = -3.2 - 4$

$$\Rightarrow -0.75x = -7.2$$

$$\Rightarrow x = 9.6$$

(2) 原式

$$\Rightarrow \frac{0.06x}{0.3} - \frac{0.48}{0.3} - 1.5 = \frac{-0.06x}{0.6} + \frac{0.12}{0.6}$$

$$\Rightarrow 0.2x - 1.6 - 1.5 = -0.1x + 0.2$$

$$\Rightarrow 0.2x - 3.1 = -0.1x + 0.2$$

$$\Rightarrow 0.3x = 3.3$$

$$\Rightarrow x = 11$$

若方程式  $2x+a=-2x+4$  與  $3(2x-1)=2a-3x$  有相同的解，則：

- (1)  $a=?$   
 (2) 此相同的解為何？

解：(1)  $2x+a=-2x+4$

$$\Rightarrow 4x=4-a \Rightarrow x=\frac{4-a}{4}$$

$$3(2x-1)=2a-3x \Rightarrow 6x-3=2a-3x$$

$$\Rightarrow 9x=2a+3 \Rightarrow x=\frac{2a+3}{9}$$

$$\text{因為 } \frac{4-a}{4}=\frac{2a+3}{9}$$

$$\Rightarrow 9(4-a)=4(2a+3)$$

$$\Rightarrow 36-9a=8a+12 \Rightarrow -17a=-24$$

$$\text{所以 } a=\frac{24}{17}$$

- (2) 承(1)，得相同的解為

$$x=\frac{4-\frac{24}{17}}{4}=\frac{\frac{44}{17}}{4}=\frac{11}{17}$$

若方程式  $2(x+1)=a-x$  與  $2(x-2)=a-2x$  有相同的解，則：

- (1)  $a=?$   
 (2) 此相同的解為何？

解：(1)  $2(x+1)=a-x \Rightarrow 2x+2=a-x$

$$\Rightarrow 3x=a-2 \Rightarrow x=\frac{a-2}{3}$$

$$2(x-2)=a-2x \Rightarrow 2x-4=a-2x$$

$$\Rightarrow 4x=a+4 \Rightarrow x=\frac{a+4}{4}$$

$$\text{因為 } \frac{a-2}{3}=\frac{a+4}{4}$$

$$\Rightarrow 4(a-2)=3(a+4)$$

$$\Rightarrow 4a-8=3a+12$$

$$\text{所以 } a=20$$

- (2) 承(1)，得相同的解為

$$x=\frac{20-2}{3}=\frac{18}{3}=6$$

解下列各方程式：

(1)  $|2x-3|=5$

(2)  $|\frac{-3+x}{4}|=3$

解：(1) 原式  $\Rightarrow 2x-3=5$  或  $2x-3=-5$

$$\Rightarrow 2x=8 \text{ 或 } 2x=-2$$

$$\Rightarrow x=4 \text{ 或 } x=-1$$

(2) 原式  $\Rightarrow \frac{-3+x}{4}=3$  或  $\frac{-3+x}{4}=-3$

$$\Rightarrow -3+x=12 \text{ 或 } -3+x=-12$$

$$\Rightarrow x=15 \text{ 或 } x=-9$$

解下列各方程式：

(1)  $|3x+5|=17$

(2)  $|\frac{2-x}{3}|=4$

解：(1) 原式  $\Rightarrow 3x+5=17$  或  $3x+5=-17$

$$\Rightarrow 3x=12 \text{ 或 } 3x=-22$$

$$\Rightarrow x=4 \text{ 或 } x=-\frac{22}{3}$$

(2) 原式  $\Rightarrow \frac{2-x}{3}=4$  或  $\frac{2-x}{3}=-4$

$$\Rightarrow 2-x=12 \text{ 或 } 2-x=-12$$

$$\Rightarrow x=-10 \text{ 或 } x=14$$

## 回家作業

### 一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

(D) 1. 若  $2x + \frac{3}{4} = 1$ ，則  $\frac{4}{3}x + 1$  之值為何？

(A)  $\frac{1}{3}$

(B)  $\frac{4}{3}$

(C)  $\frac{1}{6}$

(D)  $\frac{7}{6}$

(A) 2. 下列哪個選項是方程式  $30 - x \div 5 = 21$  的解？

(A)  $x = (30 - 21) \times 5$

(B)  $x = 21 \times 5 + 30$

(C)  $x = (30 + 21) \times 5$

(D)  $x = 21 \times (30 - 7)$

(B) 3. 解方程式  $0.9x - 5 = 0.2x - 2(x - 2)$ ，得  $x = ?$

(A)  $\frac{1}{3}$

(B)  $\frac{10}{3}$

(C)  $\frac{100}{3}$

(D) 3

(C) 4. 已知方程式  $(a - 3)x - 14 = 0$  有整數解，則  $a$  不可能 為下列何者？

(A) 2

(B) 4

(C) 6

(D) -4

(A) 5. 下列哪一個  $x$  的值代入，可使  $8x - 7 + \frac{1}{2}x$  與  $2x + 6$  的數值相等？

(A) 2

(B) 4

(C) 5

(D) 6

### 二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. 若  $x = m$  為方程式  $2x + 13 = 5x - 2$  的解， $x = n$  為  $\frac{3x - 4}{2} = 1$  的解，則  $m - n =$  3。

2. 解方程式  $\frac{1}{2}(3x - 5) + \frac{1}{3}(x - 2) = \frac{7}{2}$ ，得  $x =$   $\frac{40}{11}$ 。

3. 已知  $\frac{3}{2x - 3}$  與  $-x + 4$  互為倒數，則  $x =$  3。

4. 解方程式  $x = 1 - \frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{x}{8} + \frac{x}{16} - \frac{x}{32}$ ，得  $x =$   $\frac{32}{43}$ 。

5. 已知方程式  $\frac{3x + a}{2} - a = \frac{5ax - 1}{3}$  的解為  $x = -1$ ，則  $a$  的值為 1。

### 三、計算題：(每小題 10 分，共 20 分)

1. 若  $\frac{2(2x - 3)}{3} - \frac{5x - 6}{4} = -\frac{1}{2}$  的解比  $3(-ax - 1) = -9$  的解大 1，則：

(1)  $3(-ax - 1) = -9$  的解為何？

(2)  $a$  之值為何？

解：(1) 由  $\frac{2(2x - 3)}{3} - \frac{5x - 6}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 8(2x - 3) - 3(5x - 6) = -6$

$$\Rightarrow 16x - 24 - 15x + 18 = -6 \Rightarrow x = 0$$

所以  $3(-ax - 1) = -9$  的解為  $-1$

(2) 將  $x = -1$  代入  $3(-ax - 1) = -9$ ，得

$$3(a - 1) = -9 \Rightarrow a - 1 = -3 \Rightarrow a = -2$$



重點整理

1. 用一元一次方程式解應用問題的步驟如下：
  - (1) 依題意假設適當的未知數。
  - (2) 根據題目找出相等的關係，列出一元一次方程式。
  - (3) 解方程式。
  - (4) 驗算所解得的值是否合乎題意。

※若解得的值不合乎題意，則該應用問題無解。
2. 例題解說：
 

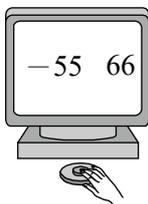
某數的 3 倍加 1 等於該數加 9，則某數是多少？

  - (1) 設未知數：設某數為  $x$ 。
  - (2) 列方程式：某數的 3 倍加 1 為  $3x+1$ ，某數加 9 為  $x+9$ ，依題意可得  $3x+1=x+9$ 。
  - (3) 解方程式：由  $3x+1=x+9 \Rightarrow 3x-x=9-1 \Rightarrow 2x=8$ ，得  $x=4$ 。
  - (4) 驗算： $x=4$  合乎題意，所以某數為 4。

題型演練

老師說

靜宜設計一個電腦小程式，每按一次按鈕，螢幕左邊的數字會自動加 3，同時螢幕右邊的數字則會自動減 4。如果一開始螢幕左邊的數字為 -55，螢幕右邊的數字為 66，則要按幾次按鈕，螢幕兩邊的數字才會互為相反數？



解：設需要按  $x$  次按鈕

$$\text{因為 } (-55 + 3x) + (66 - 4x) = 0$$

$$\Rightarrow -55 + 3x + 66 - 4x = 0$$

$$\Rightarrow 11 - x = 0 \Rightarrow x = 11$$

所以需要按 11 次按鈕

1. 相反數問題

學生做

艾綾設計一個手機遊戲程式，每按一次按鈕，螢幕左邊的數字會自動加 2，同時螢幕右邊的數字則會自動減 3。如果一開始螢幕左邊的數字為 -24，螢幕右邊的數字為 98，則要按幾次按鈕，螢幕兩邊的數字才會互為相反數？



解：設需要按  $x$  次按鈕

$$\text{因為 } (-24 + 2x) + (98 - 3x) = 0$$

$$\Rightarrow -24 + 2x + 98 - 3x = 0$$

$$\Rightarrow 74 - x = 0 \Rightarrow x = 74$$

所以需要按 74 次按鈕

雨霖去校外教學買一個不到 100 元的紀念品，他拿剛好的錢給老闆，老闆退還他 27 元，原來他把標價上的個位數字與十位數字看反了，若標價上二位數字的和為 13，則原來正確的標價是多少元？

解：設原標價的十位數字為  $x$ ，

則個位數字為  $(13-x)$

因為  $10x + (13-x) = 10(13-x) + x - 27$

$\Rightarrow 10x + 13 - x = 130 - 10x + x - 27$

$\Rightarrow 18x = 90 \Rightarrow x = 5$

又  $13 - x = 13 - 5 = 8$

所以原來正確的標價為 58 元

已知一個二位數的十位數字與個位數字的和是 9，若將這個數的十位數字與個位數字互換後，所得的新數比原數大 27，則原數為多少？

解：設原數的十位數字為  $x$ ，

則個位數字為  $(9-x)$

因為  $10x + (9-x) = 10(9-x) + x - 27$

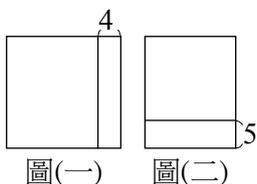
$\Rightarrow 10x + 9 - x = 90 - 10x + x - 27$

$\Rightarrow 18x = 54 \Rightarrow x = 3$

又  $9 - x = 9 - 3 = 6$

所以原數為 36

于書將一正方形紙片剪去寬為 4 公分的長條，如圖(一)，再從剩下的長方形紙片上，沿著平行短邊的方向，剪下寬為 5 公分的長條，如圖(二)，如果兩次剪下的長條面積相等，則原正方形紙片的邊長為多少公分？



解：設原正方形紙片的邊長為  $x$  公分

因為圖(一)中剪下的紙片面積為

$4x$  平方公分

圖(二)中剪下的紙片面積為

$5(x-4)$  平方公分

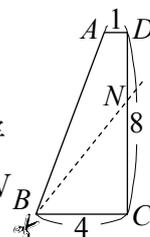
$5(x-4) = 4x$

$\Rightarrow 5x - 20 = 4x$

$\Rightarrow x = 20$

所以原正方形紙片的邊長為 20 公分

如圖，梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ ，其中  $\overline{AD} = 1$ 、 $\overline{BC} = 4$ 、 $\overline{CD} = 8$ 。今自  $B$  點剪出  $\overline{BN}$ ，使得  $\overline{BN}$  將梯形分成兩塊面積相等的圖形。若  $N$  在  $\overline{CD}$  上，則  $\overline{DN} = ?$



解：設  $\overline{DN} = x \Rightarrow \overline{CN} = 8 - x$

因為  $\triangle BCN$  面積 =  $\frac{1}{2}$  梯形  $ABCD$  面積

$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 4 \times (8-x) = \frac{1}{2} \times \frac{(1+4) \times 8}{2}$

$\Rightarrow 16 - 2x = 10$

$\Rightarrow x = 3$

所以  $\overline{DN} = 3$

宜珍為了準備第三次英文科段考，計畫四天的時間念完考試的範圍。已知第一天念了 $\frac{1}{8}$ ，第二天念了 $\frac{1}{4}$ ，第三天念了 $\frac{1}{2}$ ，到了第四天還剩下 8 頁沒念完，則這次段考英文科考試範圍共有多少頁？

解：設考試範圍共有  $x$  頁

$$\text{因為 } x - \frac{1}{8}x - \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}x = 8$$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{8}x - \frac{2}{8}x - \frac{4}{8}x = 8$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8}x = 8 \Rightarrow x = 64$$

所以英文科考試範圍共有 64 頁

古希臘數學家丟番圖的墓誌銘刻著：「他生命的 $\frac{1}{6}$ 是幸福童年，生命的 $\frac{1}{12}$ 是青少年時期，又過了生命的 $\frac{1}{7}$ 才結婚，婚後 5 年有了一個孩子，孩子活到他父親一半的年紀便夭折，孩子死後，他在深深的悲哀中活了 4 年，也結束生命歸於塵土間。」試問丟番圖活了幾歲？

解：設丟番圖活了  $x$  歲

$$\text{因為 } \frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + \frac{1}{2}x + 4 = x$$

$$\Rightarrow 14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336 = 84x$$

$$\Rightarrow 75x + 756 = 84x$$

$$\Rightarrow 9x = 756 \Rightarrow x = 84$$

所以丟番圖活了 84 歲

某次數學測驗共 25 題，其計分方式為：答對一題得 4 分，答錯一題扣 1 分（得 -1 分），沒有作答則不計分。若乃慈作答 23 題，得 70 分，則乃慈答對幾題？

解：設乃慈答對  $x$  題，

則答錯的題目有  $(23-x)$  題

$$\text{因為 } 4x + (-1) \times (23-x) = 70$$

$$\Rightarrow 4x - 23 + x = 70$$

$$\Rightarrow 5x = 93 \Rightarrow x = \frac{93}{5} = 18\frac{3}{5}$$

又  $18\frac{3}{5}$  不是整數，與答對題數應為整數不合

所以本題沒有解

某天秀琴問數學老師今年幾歲，老師說：「我的年齡與我的兒子相差 28 歲，且 8 年後，我的年齡是他的 5 倍多 4 歲。」請幫秀琴算出老師的兒子今年幾歲？

解：設老師的兒子今年  $x$  歲，

則老師今年  $(x+28)$  歲

$$\text{因為 } (x+28) + 8 = 5(x+8) + 4$$

$$\Rightarrow x + 28 + 8 = 5x + 40 + 4$$

$$\Rightarrow -4x = 8 \Rightarrow x = -2$$

又  $-2$  不是正整數，與歲數應為正整數不合

所以本題沒有解

## 回家作業

### 一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

- (A) 1. 某次數學小考，全班平均為 61 分，及格同學的平均為 66 分，不及格同學的平均為 51 分，且及格人數比不及格人數多 12 人，則全班共有多少人？  
 (A) 36 (B) 40 (C) 44 (D) 48
- (D) 2. 軟糖 2 顆 15 元，巧克力糖 3 顆 10 元，若兩種糖果共買 30 顆，且花了 150 元，則這兩種糖的數量相差多少顆？  
 (A) 11 (B) 10 (C) 8 (D) 6
- (C) 3. 在右圖的方格中填入適當的數字，使得每行、每列以及對角線上的數字和都相同，則★的值為何？  
 (A) 9 (B) 10  
 (C) 11 (D) 13
- |    |  |    |
|----|--|----|
| 16 |  | 14 |
| ★  |  | 15 |
| 12 |  |    |
- (B) 4. 將一條繩子摺成等長的三段去量井深，還多出 3 公尺，若摺成等長的四段後再去量井深，不足 2 公尺，則井深為多少公尺？  
 (A) 18 (B) 17 (C) 16 (D) 15
- (C) 5. 為了提升買氣，某廠商決定促銷兩款不同手機，每支均賣 3600 元，已知其中一支賺 20%，另一支賠 20%，則這次促銷，廠商賺(或賠)多少元？  
 (A) 賺 600 元 (B) 賺 300 元 (C) 賠 300 元 (D) 不賺不賠

### 二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. 若三個連續整數的和比最大數的 2 倍多 20，則最小數為 21。
2. 某個社團活動中，男生人數占全社人數的  $\frac{4}{7}$  少 3 人，女生人數占全社人數的  $\frac{3}{8}$  多 6 人，則全社共有 56 人。
3. 一群旅客來到龍門客棧投宿，如果一間房間住 7 個人，就有 7 個人沒有房間住；如果每間房間住 9 個人，就會空出一間房間。若客棧房間共有  $a$  間，這群旅客共有  $b$  人，則  $a+b=$  71。
4. 右圖是月曆的一部分，其中  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  均代表日期，若  $a+b+c+d=72$ ，則  $a=$  10。
5. 10 年前祖父的年齡比孫子年齡的 8 倍還少 1 歲，10 年後祖父的年齡是孫子年齡 3 倍少 1 歲，則今年祖孫相差 55 歲。

日	一	二	三	四	五	六
			$a$		$b$	
			$c$		$d$	

### 三、計算題：(每小題 10 分，共 20 分)

1. 珍芬和家人到農場玩，購買了 3 張全票及 2 張半票，總共花了 800 元。已知每張半票比每張全票便宜 20 元，若每張半票的票價為  $x$  元，則：  
 (1) 依題意可列出一元一次方程式為何？  
 (2) 承(1)，可得每張全票的票價為多少元？

解：(1) 因為每張半票為  $x$  元  $\Rightarrow$  每張全票為  $(x+20)$  元  
 所以可列出一元一次方程式為  $3(x+20)+2x=800$   
 (2) 由  $3(x+20)+2x=800 \Rightarrow 5x=740 \Rightarrow x=148$   
 又  $x+20=148+20=168$   
 所以每張全票的票價為 168 元