



### 決勝 24 點

小貫利用假期參加了一個數學課程，其中的一個活動如下：

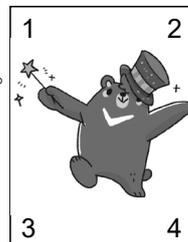
- (1) 首先，老師請同學抽出一張長方形卡片，這張卡片的四個角落各有 1 個數字。
- (2) 抽中該張卡片的同學，必須善加利用  $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$  以及  $( )$  等運算符號，讓上述那一張卡片的運算結果為 24。

**例** 若抽中的卡片如右圖所示，則：

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24 \text{ (說明：同一種運算符號出現的次數沒有限制)}$$

$$(1 + 2 + 3) \times 4 = 24 \text{ (說明：運算符號出現的種類沒有限制)}$$

$$(1 + 3) \times (2 + 4) = 24 \text{ (說明：4 個數字出現的順序沒有限制，但只能各出現 1 次)}$$



#### 題旨 能利用數的四則運算求解

**問題 1：**小貫抽中的卡片如右圖所示，請你幫小貫寫出一組正確的答案。

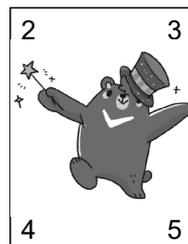
**解析**

$$(5 + 3 - 2) \times 4 = 24$$

$$\text{或 } (5 + 4 + 3) \times 2 = 24$$

滿分	能正確利用數的四則運算求出正確答案。
----	--------------------

零分	未能寫出正確的算式。
----	------------



#### 題旨 能利用數的四則運算求解

**問題 2：**甲、乙兩人一起合作，企圖找出右圖這張卡片的答案，以下是甲、乙兩人的對話內容：

甲說：「我反反覆覆嘗試了好久，怎麼也算不出來，我覺得這一組可能沒有答案。」

乙說：「我們一直沒有善加使用  $\div$  (除號)。也許，我們稍微調整一下嘗試的方向，就會出現答案了。」

試著根據乙所說的話，寫出一組正確的答案。

**解析**

$$(3 + 3 \div 7) \times 7 = 24$$

滿分	能正確利用數的四則運算求出正確答案。
----	--------------------

零分	未能寫出正確的算式。
----	------------



#### 題旨 能利用數的四則運算求解

**問題 3：**針對右圖這張卡片，老師給了以下的提示：

$6 \square (1 \square 3 \square 4) = 24$ ，請在  $\square$  內，填入適當的運算符號。

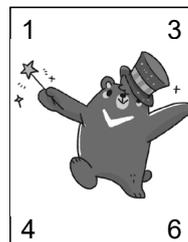
你可以選擇完成老師的提示，或試著自行寫出一組正確的答案。

**解析**

$$6 \div (1 - 3 \div 4) = 24$$

滿分	能正確利用數的四則運算求出正確答案。
----	--------------------

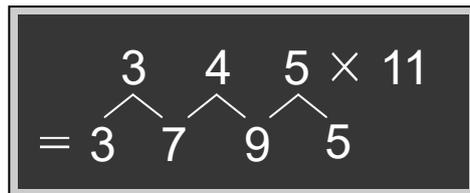
零分	未能寫出正確的算式。
----	------------





## 乘以 11 的速算法

網路上常介紹乘法的速算技巧，其中有一則是介紹乘以 11 的速算法，方法是：最高位的數字保留寫在最前面，然後將所有的數字依序兩兩相加並寫在後方(兩兩相加若超過 10，則要進位)，個位數字則寫在最後。



**例**  $345 \times 11 = ?$

如右圖所示，首先最高位 3 保留，然後依序  $3+4=7$ ， $4+5=9$ ，個位數字 5 寫在最後，所以  $345 \times 11$  的答案就是 3795。

### 題旨 能利用分配律解釋速算法

**問題 1：**想一想，上述速算法的數學原理是什麼？利用你學過的運算規律解釋。

#### 解析

$$\begin{aligned} 345 \times 11 &= 345 \times (10 + 1) = 345 \times 10 + 345 \times 1 \\ &= 3450 + 345 = (3000 + 400 + 50) + (300 + 40 + 5) \\ &= 3000 + (400 + 300) + (50 + 40) + 5 = 3795 \end{aligned}$$

滿分	能正確利用分配律解釋答案
部分給分	寫出原因，但未能正確解釋答案 例如：直接用直式乘法得 $345 \times 11 = 3795$

### 題旨 能理解並運用速算規則

**問題 2：** $529 \times 11$  可以利用上述的速算法得到正確答案嗎？請說明方法與原因。

#### 解析

能得到正確答案，原因如下：

$529 \times 11$ ：將最高位 5 與個位數 9 保留， $5+2=7$ ， $2+9=11$ ，所以答案是 5819 (兩兩相加若超過 10，則要進位)

$$529 \times 11 = 529 \times (10 + 1) = 5290 + 529 = 5819$$

滿分	能理解並運用速算規則，得到正確答案
部分給分	寫出的速算法有部分錯誤，得到錯誤答案

### 題旨 能自行設計並說明速算規則

**問題 3：**你可以利用學過的數學運算規律設計關於  $34 \times 101$  和  $234 \times 101$  的速算法嗎？請說明方法與原因。

#### 解析

$$34 \times 101 = 3434$$

理由： $34 \times 101 = 34 \times (100 + 1) = 34 \times 100 + 34 = 3434$

$$234 \times 101 = 23634$$

理由： $234 \times 101 = 234 \times (100 + 1) = 234 \times 100 + 234 = 23400 + 234 = 23634$

滿分	能理解並運用速算規則，得到正確答案
部分給分	寫出的速算法有部分錯誤，得到錯誤答案



## 數卷

亮嵐、星瑋和昀綦三人幫忙點數答案卷，亮嵐每次數 3 張，星瑋每次數 4 張，昀綦每次數 5 張。

**題旨** 能應用 3 的倍數判別法

**問題 1：**亮嵐每次數 3 張，最後還剩下 2 張，他說總共有 793 張，昀綦說他數錯了，請問你能判斷亮嵐數的張數對不對嗎？請說明你的理由。

**解析**

亮嵐數的張數是不對的

$$793 - 2 = 791$$

$$7 + 9 + 1 = 17 \text{ 不是 } 3 \text{ 的倍數}$$

所以 791 不是 3 的倍數

$$\text{或 } 791 \div 3 = 263 \cdots 2$$

滿分	能應用 3 的倍數判別法。
零分	沒有作答。

**題旨** 能理解偶數不論乘以奇數或偶數都是偶數，而偶數 + 偶數必為偶數

**問題 2：**星瑋每次數 4 張，最後還剩下 2 張，亮嵐說：「星瑋點數的答案卷總張數一定是偶數。」請問亮嵐的說法對不對？請說明你的理由。

**解析**

亮嵐的說法是對的

星瑋數的張數為  $4 \times \square + 2$ ， $4 \times \square$  一定是偶數

而偶數 + 偶數必為偶數

滿分	能理解偶數不論乘以奇數或偶數都是偶數，而偶數 + 偶數必為偶數。
零分	沒有作答。

**題旨** 能理解奇數乘以奇數為奇數，奇數乘以偶數為偶數

**問題 3：**昀綦每次數 5 張，最後還剩下 3 張，星瑋說：「昀綦點數的答案卷總張數一定是奇數。」請問星瑋的說法對不對？請說明你的理由。

**解析**

星瑋的說法是不對的

昀綦數的張數為  $5 \times \square + 3$ ，若  $\square$  是奇數， $5 \times \square$  也會是奇數，奇數 + 奇數等於偶數；

但若  $\square$  是偶數， $5 \times \square$  也會是偶數，偶數 + 奇數等於奇數

所以昀綦數的張數可能是奇數，也可能是偶數

滿分	能理解奇數乘以奇數為奇數，奇數乘以偶數為偶數。
零分	沒有作答。



## 飲料特價優惠

兩家超商推出夏季飲料的特價優惠方案：

A 超商的特價優惠方案為：甲牌紅茶第二件六折。

B 超商的特價優惠方案為：甲牌紅茶買二送一。

**題旨** 能以分數表示平均值進行比較大小，並選擇最佳方案

**問題 1**：哪一家超商的優惠方案比較划算？請說明你的理由。

**解析**

若甲牌可樂每瓶  $x$  元，則：

A 超商買 2 瓶需付  $x + 0.6x = 1.6x$  元，平均每瓶  $0.8x = \frac{4}{5}x$  元

B 超商買 3 瓶需付  $2x$  元，平均每瓶  $\frac{2}{3}x$  元，

因為  $\frac{4}{5}x > \frac{2}{3}x$ ，所以 B 超商較划算

滿分	能正確說明並比較
部分給分	寫出算法，但未算出正確結果
零分	其他答案(如 A 超商較划算)或沒有作答

**題旨** 根據題意進行整數的四則運算

**問題 2**：已知兩家超商的甲牌紅茶每瓶原價都是 20 元，如果王同學帶 100 元到 A 超商，最多可以買到多少瓶甲牌紅茶，還剩下多少元？如果王同學帶 100 元到 B 超商，最多又可以買到多少瓶甲牌紅茶，還剩下多少元？請說明你的理由。

**解析**

A 超商：第二件六折即每買 2 瓶需付  $1.6 \times 20 = 32$  元， $100 \div 32 = 3 \cdots 4$ ，

所以 100 元最多可買  $3 \times 2 = 6$  瓶，剩下 4 元

B 超商：買二送一必須是 3 的倍數才有優惠，所以買 6 瓶付 80 元，再買 1 瓶付 20 元，即最多買 7 瓶剛好付 100 元，剩下 0 元

滿分	能依據題意列出算式並解題
部分給分	寫出算法，但未算出正確結果
零分	其他答案(如 A 超商較划算)或沒有作答