

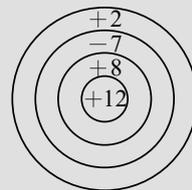
1. 使用小型計算機，計算 $(-3)^5$ 時，可如此按鍵： $\boxed{3}$ 、 $\boxed{+/-}$ 、 $\boxed{y^x}$ 、 $\boxed{5}$ ，最後按 $\boxed{=}$ ，結果顯示是 -243 ，而計算 3^{-5} 時，是這麼按鍵： $\boxed{3}$ 、 $\boxed{y^x}$ 、 $\boxed{5}$ 、 $\boxed{+/-}$ ，按 $\boxed{=}$ ，顯示結果。若在計算機上透過按 $\boxed{1}$ 、 $\boxed{1}$ 、 $\boxed{2}$ 、 $\boxed{+/-}$ 、 $\boxed{y^x}$ ，這五個鍵各一次(按鍵次序自己設計)，最後按 $\boxed{=}$ ，所能得到的最小數是多少？

解析

按鍵次序為 $\boxed{2}$ 、 $\boxed{+/-}$ 、 $\boxed{y^x}$ 、 $\boxed{1}$ 、 $\boxed{1}$ 、 $\boxed{=}$ ，即為算式 $-2^{11} = -2048$ 。

分數	評分指引
3分	算式正確，且求解過程合理、答案正確。
2分	1. 算式正確，求解過程合理但出現計算錯誤。 2. 算式正確，求解過程合理但部分步驟間沒有顯示其相關性。
1分	1. 算式只正確表示題目中部分數之關係，求解過程合理。 2. 算式正確，但無求解過程，或求解過程模糊不清。
0分	1. 空白或只有答案。 2. 算式不正確或與題目的數值之間關係無關。 3. 算式只正確表示題目中部分數值之關係，但無求解過程或求解過程與題目無關。

2. 小酷玩射飛鏢遊戲，鏢靶上的配分如圖所示。已知小酷射了五支飛鏢，每支鏢都射中了鏢靶，且小酷共得了27分，則小酷的五支飛鏢分別射中多少分？請說明你的理由。

**解析**

因為得分27分為奇數，所以必有飛鏢的得分為 -7 (1支或3支，5支則不合)

(1) 只有一支飛鏢射中 -7 ，則另外四支飛鏢總得分為 $27 - (-7) = 34$

所以另外四支飛鏢的得分為12、12、8、2

(2) 有三支飛鏢射中 -7 ，則另外兩支飛鏢總得分為

$27 - 3 \times (-7) = 48$ (不合)，故小酷五支飛鏢的得分為 -7 、12、12、8、2

分數	評分指引
3分	算式正確，且求解過程合理、答案正確。
2分	經由討論找出正確答案，但討論不完整。
1分	經由嘗試找出正確答案，但未合情況討論。
0分	空白或只有答案。

3. 已知 $2^1 - 2^0 = 1$, $2^2 - (2^0 + 2^1) = 1$, $2^3 - (2^0 + 2^1 + 2^2) = 1$,
若 $2^{100} - (\square + 2^{10} + 2^{11} + 2^{12} + \dots + 2^{99}) = 1$, 則 \square 的值為何 ?

解析

$$\begin{aligned}\square &= 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^9 \\ &= 2^{10} - 1 = 1024 - 1 = 1023\end{aligned}$$

分數	評分指引
3 分	解題策略適切，過程合理且完整，答案正確。
2 分	能寫出 $\square = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^9 = 2^{10} - 1$ ，但未能解出答案。
1 分	能寫出 $\square = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^9$ 。
0 分	解題過程空白與題目無關。



1. 三條繩子，長度分別為 a 公分、 b 公分、252 公分，將他們剪成長度相同的繩子，共剪成 30 段，若其長度為整數公分且大於 20 公分、小於 40 公分，求 $a+b$ 之值為何？

解析

每一段的長為 252 的因數，且介於 20 到 40 合乎條件的有：21、28、36

(1) 若每段長 21 公分， $252 \div 21 = 12$

$\therefore a、b$ 共剪成 18 段，故 $a+b=21 \times 18=378$

(2) 若每段長 28 公分， $252 \div 28=9$

$\therefore a、b$ 共剪成 21 段，故 $a+b=28 \times 21=588$

(3) 若每段長 36 公分， $252 \div 36=7$

$\therefore a、b$ 共剪成 23 段，故 $a+b=36 \times 23=828$

因此， $a+b$ 可能為：378、588、828

分數	評分指引
3 分	觀念正確，解題過程完整及答案正確。
2 分	1. 解題過程大致完整，但出現計算錯誤。 2. 知道每段長為 252 的因數，但僅能完整列出 2 種狀況。
1 分	1. 知道每段長為 252 的因數，但僅能完整列出 1 種狀況。 2. 知道每段長為 252 的因數，但僅列出 21、28、36 後無法繼續作答。
0 分	解題過程空白或與題目無關。

2. 甲、乙兩家水果店的蘋果售價均為 30 元，分別推出優惠促銷方案，甲店為買 7 個蘋果送 2 個蘋果；乙店為買 4 個蘋果送 1 個蘋果。豪哥在兩家店分別以優惠方案購買相同數量的蘋果，已知在甲店買比在乙店買便宜 150 元，求豪哥購買的數量？

解析

甲店： $7+2=9$ ，付 7 個的錢購得 9 個

乙店： $4+1=5$ ，付 4 個的錢購得 5 個

$[9, 5]=45$

甲店： $45 \div 9=5$ ，付 35 個的錢購得 45 個

乙店： $45 \div 5=9$ ，付 36 個的錢購得 45 個

故得知購買 45 個蘋果時，甲店比乙店少 30 元

\Rightarrow 購買的蘋果數量為 $(150 \div 30) \times 45 = 225$ 個

分數	評分指引
3 分	觀念正確，解題過程完整及答案正確。
2 分	1. 解題過程大致完整，但出現計算錯誤。 2. 能求出分別在甲、乙兩店購買 45 個蘋果時，甲店比乙店少 30 元，但無法繼續作答。
1 分	能列出甲、乙兩店促銷方案下的價量關係，但無法繼續作答。
0 分	解題過程空白或與題目無關。

3. 有 9 個裝有卡片的袋子，分別裝有 11、12、13、14、22、31、41、42、53 張卡片。若甲和乙共買了其中 8 袋，且甲的卡片總數是乙卡片總數的 4 倍，則剩下的那一袋有多少張卡片？

解析

∵ 甲的卡片總數是乙卡片總數的 4 倍

∴ 甲和乙共買卡片的總數為 5 的倍數

由題意得知 $11 + 12 + 13 + 14 + 22 + 31 + 41 + 42 + 53 = 239$

只有 $239 - 14 = 225$ 為 5 的倍數

故剩下的那一袋有 14 張卡片

分數	評分指引
3 分	觀念正確，解題過程完整及答案正確。
2 分	1. 求出 9 袋的總和，但不知該如何找出剩下的那袋。 2. 以條列的方式求出 9 種組合的和，但過程中計算錯誤。
1 分	能理解甲、乙兩人的卡片總數為 5 的倍數，並說明理由，但未能接續完成答題。
0 分	解題過程空白或與題目無關。

4. 若 a 、 b 、 c 均為質數，且 $a < b < c$ ， $a + b = 25$ ， $b + c = 54$ ，則 $c = ?$

解析

∵ 質數中除了 2 之外，都是奇數

∴ $a + b = 25 \Rightarrow a$ 、 b 中有一個偶數、一個奇數

$b + c = 54 \Rightarrow b$ 、 c 都是奇數

故 a 為偶數， b 、 c 為奇數

$\Rightarrow a = 2$ ， $b = 23$ ， $c = 54 - 23 = 31$

分數	評分指引
3 分	觀念正確，解題過程完整及答案正確。
2 分	1. 能利用質數與奇偶數相加的結果判斷出 $a = 2$ ，但過程中有計算錯誤。 2. 能將 $a = 2$ 代入，依序得到 c 和 b ，但過程中有計算錯誤。
1 分	1. 能由題目條件知道： a 、 b 中有一個偶數、一個奇數或 b 、 c 都是奇數。 2. 能利用兩式相減得到 $c = a + 29$ 。
0 分	解題過程空白或與題目無關。

5. 已知 $1 + 3 = 2^2$ 、 $1 + 3 + 5 = 3^2$ 、 $1 + 3 + 5 + 7 = 4^2 \dots\dots$

$121 = 11^2$ 、 $12321 = 111^2$ 、 $1234321 = 1111^2 \dots\dots$

若 $12345654321 \times (1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13) = a^2$ ($a > 0$)，則 $a = ?$

解析

$12345654321 \times (1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13)$

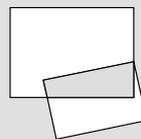
$= 111111^2 \times 7^2 = (111111 \times 7)^2 = 777777^2$

$a = 777777$

分數	評分指引
3 分	解題策略正確，過程合理且答案正確。
2 分	寫出 $111111^2 \times 7^2 = (111111 \times 7)^2$ ，但答案寫錯。
1 分	僅寫出 $111111^2 \times 7^2$ 、或列出等式 $111111^2 \times 7^2 = (111111 \times 7)^2$ 卻多寫或少寫 1，或僅有答案。
0 分	解題過程空白或與題目無關。



1. 如圖，有大、小兩個長方形，其重疊部分的面積占大長方形面積的 $\frac{1}{8}$ ，且占小長方形面積的 $\frac{3}{5}$ ，未重疊部分(扣除斜線面積)的總面積為 115，試求小長方形的面積為多少？

**解析**

設小長方形面積為 x ， $\frac{1}{8}$ 大長方形面積 = $\frac{3}{5}x$ ，大長方形面積 = $\frac{24}{5}x$
 $\frac{24}{5}x \times \frac{7}{8} + \frac{2}{5}x = 115$ ， $\frac{23}{5}x = 115$ ， $x = 25$

分數	評分指引
3 分	解題策略適切，過程合理且完整及答案正確。
2 分	能列出 $\frac{24}{5}x \times \frac{7}{8} + \frac{2}{5}x = 115$
1 分	未能列出算式，但能得知大長方形和小長方形的關係。
0 分	解題過程空白或與題目無關。

2. 右表為服飾店販賣的服飾與原價對照表。

某日服飾店舉辦大拍賣，外套依原價打六折出售，襯衫和褲子依原價打八折出售，若服飾共賣出 200 件，共得 24000 元。請問外套共賣出多少件？請寫出計算過程與答案。

服飾	原價(元)
外套	250
襯衫	125
褲子	125

解析

若外套賣出 x 件，則襯衫與褲子共賣出 $(200 - x)$ 件

$$250 \times 0.6x + 125 \times 0.8 \times (200 - x) = 24000$$

$$0.6 \times 250x + 0.8 \times 125(200 - x) = 24000$$

$$150x + 100(200 - x) = 24000$$

$$50x = 4000$$

$$x = 80$$

所以外套共賣出 80 件

分數	評分指引
3 分	觀念正確，解題過程完整及答案正確。
2 分	能依題意完整列出一元一次方程式，但過程中出現計算錯誤。
1 分	能依題意完整列出一元一次方程式，但無法繼續作答。
0 分	解題過程空白或與題目無關。

3. 王老師將班上的學生等分成甲、乙、丙三組，後來又將甲組人數的 $\frac{1}{4}$ 移到乙組，並將乙組中的 4 人移到丙組，最後丙組的總人數比乙組的 2 倍少 6 人。若全班共有 x 位學生，請依題意列出正確的方程式，並求出 x 之值。

解析

原來甲、乙、丙三組皆有 $\frac{x}{3}$ 人

後來甲有 $\frac{x}{3} \times (1 - \frac{1}{4}) = \frac{x}{4}$ ，乙有 $\frac{x}{3} \times (1 + \frac{1}{4}) - 4 = \frac{5}{12}x - 4$ ，丙有 $\frac{x}{3} + 4$

則 $\frac{x}{3} + 4 = 2(\frac{5}{12}x - 4) - 6$ ， $\frac{x}{3} + 4 = \frac{5}{6}x - 8 - 6$

$2x + 24 = 5x - 84$ ， $3x = 108$ ， $x = 36$

分數	評分指引
3 分	解題策略適切，過程合理且完整及答案正確。
2 分	能依題意寫正確的方程式，但未能求出正確答案。
1 分	未注意題目假設全班共有 x 位學生，而假設原本各組有 x 人，且最後得到正確答案。
0 分	解題過程空白或與題目無關。

4. 阿羅買了藍、綠兩捆棉線，已知藍、綠兩捆棉線的總長度分別為 12 公尺和 15 公尺，並將這兩捆棉線依固定長度分段，分段後沒有剩下，且綠色比藍色多出 5 段，則綠色棉線共分成多少段？請說明你的理由。

解析

解法一：設藍色分成 x 段，綠色分成 $(x+5)$ 段

$$\text{則 } \frac{12}{x} = \frac{15}{x+5}$$

$$12(x+5) = 15x$$

$$12x + 60 = 15x$$

$$3x = 60$$

$$x = 20, x + 5 = 25$$

解法二：設每段長 x 公尺

因綠色棉線比藍色棉線多出 3 公尺，且多分出 5 段

$$\text{故 } 5x = 3, x = \frac{3}{5}$$

$$\text{所求} = 15 \div \frac{3}{5} = 15 \times \frac{5}{3} = 25$$

分數	評分指引
3 分	解題策略適切，過程合理且完整及答案正確。
2 分	1. 能依題意列出正確的方程式及求解，但未能回答出正確答案。 2. 解題策略適切，過程雖合理且大致完整，但過程中出現計算錯誤。
1 分	1. 能依題意假設未知數並列出方程式，但無法繼續求解。 2. 解題策略方向正確，但缺乏嚴謹性，不足以解決題目問題。
0 分	解題過程空白或與題目無關。

5. 將連續正整數 1 到 1000 依下圖方式排列，再用一個長方形方框，框住 24 個數，下圖為框住 24 個數的一個圖例。回答下列問題：

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33						

- (1) 所框住的 24 個數，總和是否可為 994？若不可能，請寫出理由；
若可能，請寫出框內的最小數。
- (2) 所框住的 24 個數，總和是否可為 6156？若不可能，請寫出理由；
若可能，請寫出框內的最大數。
- (3) 所框住的 24 個數，總和是否可為 9084？若不可能，請寫出理由；
若可能，請寫出框內的最小數。

解析

設框住的最小數為 a ，

\therefore 第一列剩餘的五數為 $a+1$ 、 $a+2$ 、 $a+3$ 、 $a+4$ 、 $a+5$ ，總和為 $6a+15$

第二列六個數的和為 $6a+15+48=6a+63$

第三列六個數的和為 $6a+63+48=6a+111$

第四列六個數的和為 $6a+111+48=6a+159$

\therefore 二十四個數的總和 $6a+15+6a+63+6a+111+6a+159=24a+348$

(1) $24a+348=994$ ， $24a=646$ ， $a=26\frac{11}{12}$ ，不是整數， \therefore 不可能為 994。

(2) $24a+348=6156$ ， $24a=5808$ ， $a=242$ ，與 2 在同一行，
 \therefore 框內最大數為 $242+5+24=271$ 。

(3) $24a+348=9084$ ， $24a=8736$ ， $a=364$ ，與 4 在同一行，
自 4 開始向右只有五個數， \therefore 不可能框出 24 個數。

分數	評分指引
3 分	解題策略適切，過程合理且完整及答案正確。
2 分	正確答出兩個答案。
1 分	正確答出一個答案。
0 分	策略模糊不清、不正確，過程與題目無關或空白。