

1-1 二元一次方程式

Are You Ready?

主題1 二元一次式

主題2 二元一次方程式

重點整理

自我評量

+++ 一元一次方程式的列式

解

(1) 小齊一天看 2 本故事書， x 天可看完 18 本，
依題意列出一元一次方程式：

$$\underline{2x = 18} \quad \circ$$

(2) 小翊的身高為 y 公分，小靖比小翊矮 18 公分，
兩人的身高和為 286 公分，依題意列出一元一次
方程式：

$$\underline{y + (y - 18) = 286} \quad \circ$$



+++ 解一元一次方程式

解下列各一元一次方程式。

$$(1) 2x + 3 = 1 - x$$

$$(2) (x + 3) + (2 - 2x) = 1$$

解 (1) $x = -\frac{2}{3}$

(2) $x = 4$



某迴轉壽司店舉辦週年大優惠，迴轉檯上每盤 2 顆壽司一律 30 元；每盤 3 顆壽司一律 50 元。小翊只記得一共吃了 8 盤且花費 300 元。你知道小翊各吃了幾盤 30 元及 50 元的壽司嗎？



列二元一次式

你知道嗎？

全臺規模最大的動物園是臺北市立動物園(又稱木柵動物園)，其最大的特色是提供與動物原生地最接近的生活環境。



在第一冊第3章學過，用一個符號代表一種數量，並列出一元一次方程式解題。然而當遇到的問題中有兩種以上的數量時，我們就需要使用不同的符號來區分或代表這些數量。以上方情境為例：

我們假設動物園票價是全票每張 x 元、優待票每張 y 元，則：

：買 5 張全票花了 $5x$ 元、2 張優待票花了 $2y$ 元，共花了 $(5x + 2y)$ 元；

：買 3 張全票花了 $3x$ 元、1 張優待票花了 y 元，共花了 $(3x + y)$ 元。



甲、乙兩班為了布置教室各買了一些海報紙與麥克筆，已知海報紙 1 張 x 元，麥克筆 1 枝 y 元，則：

解

(1) 甲班買了 6 張海報紙、5 枝麥克筆，共花了 $6x + 5y$ 元。

甲班買了 6 張海報紙花了 $6x$ 元、5 枝麥克筆花了 $5y$ 元，共花了 $(6x + 5y)$ 元

(2) 乙班買了 3 張海報紙、2 枝麥克筆，共花了 $3x + 2y$ 元。

乙班買了 3 張海報紙花了 $3x$ 元、2 枝麥克筆花了 $2y$ 元，共花了 $(3x + 2y)$ 元



例 1 列二元一次式

搭配課本p7

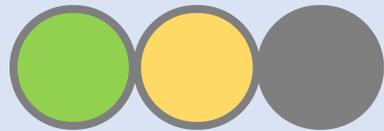
小靖身上原有 50 元及 10 元硬幣共 400 元，吃午餐用了 x 個 50 元硬幣，買文具花掉 y 個 10 元硬幣，那麼小靖身上還有多少錢？

解 吃午餐用了 x 個 50 元硬幣，
買文具花掉 y 個 10 元硬幣，
共花了 $(50x + 10y)$ 元，
所以小靖身上還有
 $400 - (50x + 10y)$ 元。

Hint

也可以想成先花掉 $50x$ ，
再花掉 $10y$ ，所以可表示
為 $(400 - 50x - 10y)$ 元。





阿滴在欣欣烘焙坊買了 3 包手工餅乾及 5 顆泡芙。已知手工餅乾 1 包 x 元，泡芙 1 顆 y 元，若阿滴付給老闆 500 元後，老闆還要找錢，則老闆應找給阿滴多少元？

解 $500 - (3x + 5y)$ 元或 $(500 - 3x - 5y)$ 元



像 $5x + 2y$ 、 $3x + y$ 、 $400 - (50x + 10y)$ 等這樣含有兩種文字符號（二元），且兩種文字符號的次數都是 1（一次）的代數式，就稱為二元一次式。

學習時光機

一元一次式

$$3x + 2$$



一種文字符號，且次數為 1。



二元一次式的值

當二元一次式中的文字符號都代表數時，這個二元一次式也代表一個數，稱為二元一次式的值。

例如：在第 6 頁中，

小妍花了 $(3x + y)$ 元買了 3 張全票和 1 張優待票，

$$\text{當 } x = 60、y = 30 \quad \Rightarrow 3x + y = 3 \times 60 + 30 = 210(\text{元})$$

$$\text{當 } x = 120、y = 60 \quad \Rightarrow 3x + y = 3 \times 120 + 60 = 420(\text{元})$$

⋮
⋮



像這樣， x 、 y 以不同的數代入求值時，也可以用表格來呈現，如下表。

	x	60	120
	y	30	60
二元一次式			
$3x + y$		210	420





在下表空格中，填入各二元一次式的值。

二元一次式	x	2	2	$\frac{1}{2}$	-0.5
	y	0	-3	$-\frac{1}{2}$	0.2
$3x + 5y$		6	-9	-1	-0.5
$x - 2y + 3$		5	11	$4\frac{1}{2}$	2.1



項、係數、同類項

項、係數

在二元一次式 $3x + y + 2$ 中，加號 (+) 所隔開的每一部分都稱為這個式子的**項**，如 $3x$ 、 y 、 2 。項可能是含有文字符號，如 $3x$ 、 y ；也可能是不含文字符號的數，如 2 。

$3x$ 稱為這個二元一次式的 **x 項**， 3 為 x 項的**係數**；
 y 稱為這個二元一次式的 **y 項**， 1 為 y 項的**係數**；
 2 稱為這個二元一次式的**常數項**。

圖解筆記

項與係數

x 項 y 項 常數項



$$3x + 4y + 2$$



x 項係數 y 項係數



當二元一次式中含有減號時，

例如： $5x - 3y + 1$ ，可以寫成加法形式 $5x + (-3y) + 1$ ，
因此 x 項的係數是 5； y 項的係數是 -3 ；常數項是 1。

$$\begin{array}{ccccccc} & & x \text{ 項} & & y \text{ 項} & & \text{常數項} \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 5x - 3y + 1 = & \color{red}{5}x & + & \color{red}{(-3)}y & + & \color{red}{1} \\ & \uparrow & & \uparrow & & \\ & x \text{ 項係數} & & y \text{ 項係數} & & \end{array}$$



同類項

文字符號及次數均相同的項稱為同類項。

例如： $-x$ 和 $\frac{1}{7}x$ 是同類項；
 $5y$ 和 $-6y$ 是同類項；
 -3 和 $\frac{1}{8}$ 是同類項；
 $2x$ 和 $3y$ 不是同類項。



二元一次式的化簡

化簡二元一次式時，可以像化簡一元一次式那樣，將同類項合併化簡，不同類項則不能合併化簡。接下來看下面的例題。

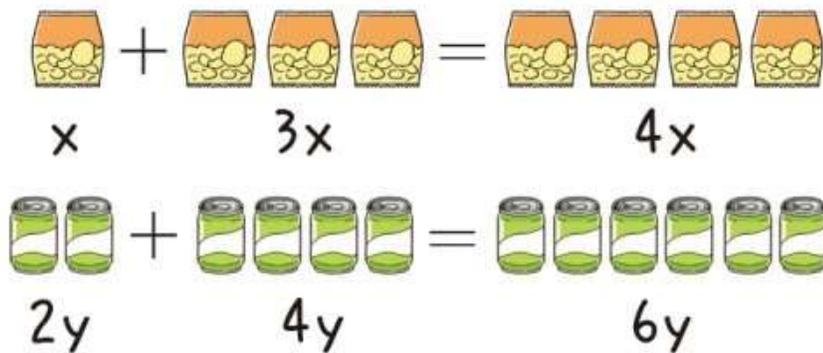


化簡下列各式。

(1) $x + 2y + 3x + 4y$

(2) $2x - 5y + 2 - 4x + 2y - 7$

解 (1) $x + 2y + 3x + 4y$
 $= x + 3x + 2y + 4y$ \rightarrow 合併化簡
 $= 4x + 6y$



(2) $2x - 5y + 2 - 4x + 2y - 7$
 $= 2x - 4x - 5y + 2y + 2 - 7$ \rightarrow 合併化簡
 $= -2x - 3y - 5$





化簡下列各式。

$$(1) 5y + 6x + 2x + 8y$$

$$(2) 2 - 3x - 5y + 1 - 6x + 2y$$

解

$$= 6x + 2x + 5y + 8y$$

$$= -3x - 6x - 5y + 2y + 2 + 1$$

$$= 8x + 13y$$

$$= -9x - 3y + 3$$



我們在第一冊學過利用「去括號規則」及「分配律」等運算規則化簡一元一次式，這些運算規則也可以用來化簡二元一次式。我們來看下面的例題。



化簡下列各式。

(1) $(13x - 5y) + (4x + 3y)$ (2) $(-x - 4y + 3) - (3x - 6y - 4)$

解1

$$\begin{aligned} (1) & (13x - 5y) + (4x + 3y) \\ &= 13x - 5y + 4x + 3y && \rightarrow \text{去括號規則} \\ &= 13x + 4x - 5y + 3y \\ &= 17x - 2y && \rightarrow \text{合併化簡} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & (-x - 4y + 3) - (3x - 6y - 4) \\ &= -x - 4y + 3 - 3x + 6y + 4 && \rightarrow \text{去括號規則} \\ &= -x - 3x - 4y + 6y + 3 + 4 \\ &= -4x + 2y + 7 && \rightarrow \text{合併化簡} \end{aligned}$$

學習時光機

去括號規則：

$$+(a + b) = a + b$$

$$+(a - b) = a - b$$

$$-(a + b) = -a - b$$

$$-(a - b) = -a + b$$



化簡下列各式。

(1) $(13x - 5y) + (4x + 3y)$ (2) $(-x - 4y + 3) - (3x - 6y - 4)$

解2 化簡過程也可以這樣表示：

(1)

+)	$13x$ $4x$	$-5y$ $+3y$
	$17x$ $13x + 4x$	$-2y$ $-5y + 3y$



例 3 利用去括號規則化簡二元一次式

搭配課本p11

化簡下列各式。

(1) $(13x - 5y) + (4x + 3y)$ (2) $(-x - 4y + 3) - (3x - 6y - 4)$

解2 化簡過程也可以這樣表示：

(2)

	$-x$	$-4y$	$+3$
$-)$	$3x$	$-6y$	-4
<hr/>			
	<u>$-4x$</u>	<u>$+2y$</u>	<u>$+7$</u>
	$-x - 3x$	$-4y + 6y$	$3 + 4$



像解 2 這樣的計算形式稱為直式計算，在做直式計算時，需先將同類項對齊再化簡。





化簡下列各式。

$$(1) (3x - 2y) + (6x + y)$$

$$= 3x - 2y + 6x + y$$

$$= 3x + 6x - 2y + y$$

$$= 9x - y$$

$$(2) \quad -3x + 5y + 1$$

$$-) \quad -2x - y + 2$$

$$-x + 6y - 1$$

解



例 4 利用分配律化簡二元一次式

搭配課本p12

化簡下列各式。

(1) $3(x + 3y - 2)$

(2) $4(x - y) - 2(5x - 2y + 3)$

(3) $5 - 6y + 2[4x - (6x + 2y)]$

解

(1) $3(x + 3y - 2)$
 $= 3 \times x + 3 \times 3y - 3 \times 2$
 $= 3x + 9y - 6$

分配律

Hint

分配律：

$a(b + c + d) = a \times b + a \times c + a \times d$

例 4 利用分配律化簡二元一次式

搭配課本p12

化簡下列各式。

$$(1) 3(x + 3y - 2)$$

$$(2) 4(x - y) - 2(5x - 2y + 3)$$

$$(3) 5 - 6y + 2[4x - (6x + 2y)]$$

解

$$\begin{aligned} (2) & 4(x - y) - 2(5x - 2y + 3) && \text{分配律} \\ & = 4x - 4y - 10x + 4y - 6 \\ & = 4x - 10x - 4y + 4y - 6 && \text{合併化簡} \\ & = -6x - 6 \end{aligned}$$



例 4 利用分配律化簡二元一次式

搭配課本p12

化簡下列各式。

$$(1) 3(x + 3y - 2)$$

$$(2) 4(x - y) - 2(5x - 2y + 3)$$

$$(3) 5 - 6y + 2[4x - (6x + 2y)]$$



解

$$(3) 5 - 6y + 2[4x - (6x + 2y)]$$

$$= 5 - 6y + 2[4x - 6x - 2y]$$

去括號規則

$$= 5 - 6y + 2[-2x - 2y]$$

分配律

$$= 5 - 6y - 4x - 4y$$

$$= 5 - 4x - 10y$$



化簡下列各式。

$$(1) 3(6x - 5y) - 2(-3x + y + 2)$$

解

$$= 18x - 15y + 6x - 2y - 4$$

$$= 18x + 6x - 15y - 2y - 4$$

$$= 24x - 17y - 4$$

$$(2) -[2y + 2(3x - 8y + 6) + 3] - 7$$

$$= -[2y + 6x - 16y + 12 + 3] - 7$$

$$= -[6x - 14y + 15] - 7$$

$$= -6x + 14y - 15 - 7$$

$$= -6x + 14y - 22$$



例 5 化簡二元一次式

化簡下列各式。

$$(1) \frac{1}{2}(-x + 5y + 6) + \frac{1}{3}(2x - 5) \quad (2) \frac{-5x + 4y + 4}{3} - \frac{3x + y - 1}{2}$$

解

$$(1) \frac{1}{2}(-x + 5y + 6) + \frac{1}{3}(2x - 5)$$

$$= -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}y + 3 + \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$$

$$= -\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x + \frac{5}{2}y + 3 - \frac{5}{3}$$

$$= \frac{1}{6}x + \frac{5}{2}y + \frac{4}{3}$$

↪ 分配律

↪ 合併化簡



例 5 化簡二元一次式

搭配課本p13

化簡下列各式。

$$(1) \frac{1}{2}(-x + 5y + 6) + \frac{1}{3}(2x - 5) \quad (2) \frac{-5x + 4y + 4}{3} - \frac{3x + y - 1}{2}$$

解

$$(2) \frac{-5x + 4y + 4}{3} - \frac{3x + y - 1}{2}$$
$$= \frac{2 \times (-5x + 4y + 4)}{6} - \frac{3 \times (3x + y - 1)}{6}$$

$$= \frac{2 \times (-5x + 4y + 4) - 3 \times (3x + y - 1)}{6}$$

$$= \frac{-10x + 8y + 8 - 9x - 3y + 3}{6}$$

$$= \frac{-19x + 5y + 11}{6} \quad \left(\text{或} -\frac{19}{6}x + \frac{5}{6}y + \frac{11}{6} \right)$$

兩個分數通分，
分母為 $[3, 2] = 6$

分配律

合併化簡





化簡下列各式。

$$(1) \frac{1}{2}(3x + 2y) - \frac{1}{3}(2x + 3y)$$

解

$$= \frac{3}{2}x + y - \frac{2}{3}x - y$$

$$= \frac{3}{2}x - \frac{2}{3}x + y - y$$

$$= \frac{9}{6}x - \frac{4}{6}x$$

$$= \frac{5}{6}x$$



化簡下列各式。

$$(2) \frac{2x+5y-4}{3} + \frac{2x-3y}{5}$$

解

$$= \frac{5 \times (2x+5y-4)}{15} + \frac{3 \times (2x-3y)}{15}$$

$$= \frac{5 \times (2x+5y-4) + 3 \times (2x-3y)}{15}$$

$$= \frac{10x + 25y - 20 + 6x - 9y}{15}$$

$$= \frac{16x + 16y - 20}{15} \left(\text{或 } \frac{16}{15}x + \frac{16}{15}y - \frac{4}{3} \right)$$



數

學

好

好

玩

西遊之緊箍咒

有時為保密訊息，必須根據提示，經解謎才能獲得真正的訊息。請翻到書末 P.[3]「西遊之緊箍咒」，根據提示並利用所學的化簡二元一次式的概念，幫三藏找回緊箍兒的咒文吧！



列二元一次方程式

在第 6 頁的動物園旅遊中，



：花了 $(5x + 2y)$ 元買票，若金額為 360 元，
可列等式 $5x + 2y = 360$ ；



：花了 $(3x + y)$ 元買票，若金額為 210 元，
可列等式 $3x + y = 210$ 。



像 $5x + 2y = 360$ 和 $3x + y = 210$ 這類的方程式，或經化簡後的等式含有兩種未知數（二元），且兩種未知數的次數都是 1（一次），就稱為二元一次方程式。

例如： $-2x + 3y + 7 = 0$ 、 $3x - 2y + 2x - 1 = 0$ 、 $y = -3x + 12$ 等都是二元一次方程式。



雷科德

(*Robert Recorde*，西元 1510~1558 年)，在西元 1557 年所著作的《勵智石》中使用等號，是首位使用等號的人，此著作更是英國歷史上第一部代數學的教材。



例 6 列二元一次方程式

搭配課本p14

阿賢負責這學期班上資源回收的工作，九月分共整理出 x 公斤的鋁罐、 y 公斤的寶特瓶，已知鋁罐每公斤回收價為 32 元，寶特瓶每公斤回收價為 10 元，依下列題意分別列出二元一次方程式。



- (1) 九月分鋁罐與寶特瓶的回收量共 9 公斤。
- (2) 九月分鋁罐與寶特瓶的回收價總計為 200 元。



解

- (1) 有 x 公斤的鋁罐和 y 公斤的寶特瓶，
所以共 $(x+y)$ 公斤，又回收量共 9 公斤，
所以依題意可列出二元一次方程式為 $x+y=9$ 。

例 6 列二元一次方程式

搭配課本p14

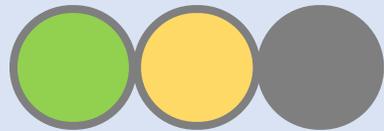
阿賢負責這學期班上資源回收的工作，九月分共整理出 x 公斤的鋁罐、 y 公斤的寶特瓶，已知鋁罐每公斤回收價為 32 元，寶特瓶每公斤回收價為 10 元，依下列題意分別列出二元一次方程式。



- (1) 九月分鋁罐與寶特瓶的回收量共 9 公斤。
- (2) 九月分鋁罐與寶特瓶的回收價總計為 200 元。

解

(2) 鋁罐每公斤回收價為 32 元，有 x 公斤，共 $32x$ 元，寶特瓶每公斤回收價為 10 元，有 y 公斤，共 $10y$ 元，又回收價總計為 200 元，所以依題意可列出二元一次方程式為 $32x + 10y = 200$ 。



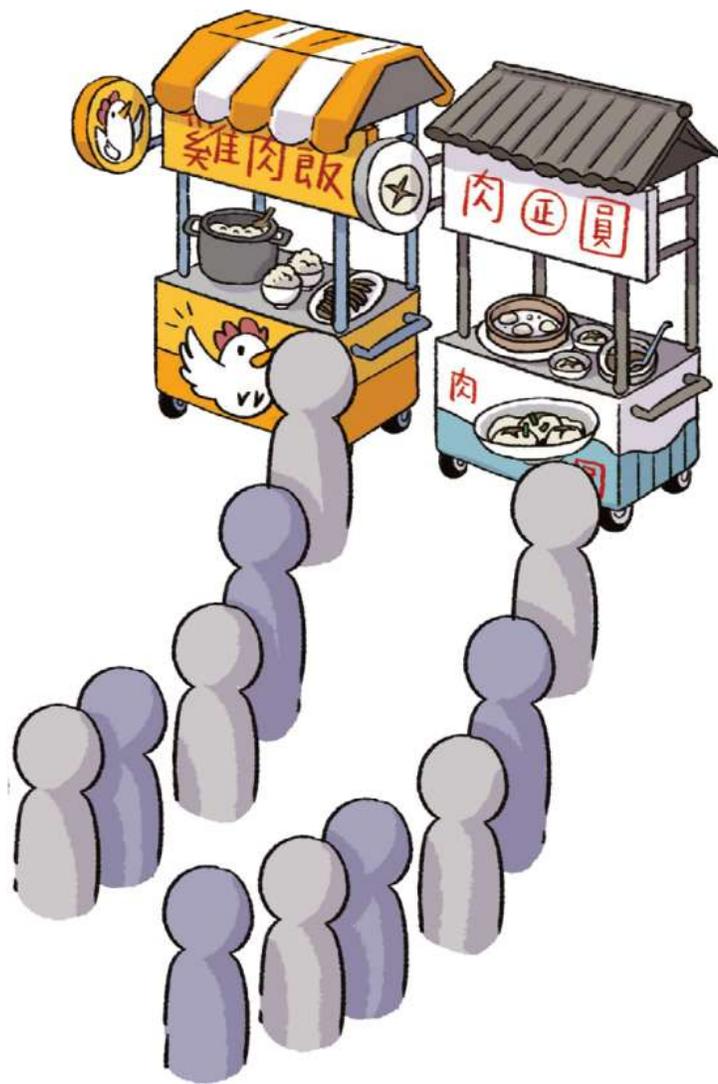
某展場舉辦「臺灣小吃美食展」。嘉義雞肉飯一碗 x 元、彰化肉圓一碗 y 元，依下列題意分別列出二元一次方程式。

解 (1) 媽媽買了 4 碗雞肉飯和 5 碗肉圓，共花了 370 元。

$$4x + 5y = 370$$

(2) 承(1)，阿姨買了 2 碗雞肉飯和 3 碗肉圓，比媽媽少付了 160 元。

$$2x + 3y = 370 - 160 \quad (\text{或 } 2x + 3y = 210)$$



二元一次方程式的解

我們在第一冊學過，如果將某數代入一元一次方程式中，會使方程式等號左右兩邊的值相等（即等號成立），稱此數為此方程式的解。

同樣的，將任一組 x 、 y 的值代入二元一次方程式中，如果能讓方程式的等號成立，那麼這一組 x 、 y 的值稱為此二元一次方程式的解。



例如：將 $x=3$ 、 $y=1$ 代入二元一次方程式 $2x+y=7$ 中，
可得 $2 \times 3 + 1 = 7$ ，方程式的等號成立，
所以 $x=3$ 、 $y=1$ 是 $2x+y=7$ 的一組解，
這組解也可記為 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ 。



例 7 判斷二元一次方程式的解

搭配課本p16

下列各組數中，哪些是二元一次方程式 $3x - 5y = 1$ 的解？

(1) $x=2$ 、 $y=1$ (2) $x=-1$ 、 $y=-2$ (3) $x=\frac{2}{3}$ 、 $y=\frac{1}{5}$

解

(1) 將 $x=2$ 、 $y=1$ 代入時，

可得 $3 \times 2 - 5 \times 1 = 1$ ，方程式的等號成立，

所以 $x=2$ 、 $y=1$ 是 $3x - 5y = 1$ 的一組解。

(2) 將 $x=-1$ 、 $y=-2$ 代入時，

可得 $3 \times (-1) - 5 \times (-2) = 7 \neq 1$ ，方程式的等號不成立，

所以 $x=-1$ 、 $y=-2$ 不是 $3x - 5y = 1$ 的解。



例 7 判斷二元一次方程式的解

搭配課本p16

下列各組數中，哪些是二元一次方程式 $3x - 5y = 1$ 的解？

(1) $x = 2$ 、 $y = 1$ (2) $x = -1$ 、 $y = -2$ (3) $x = \frac{2}{3}$ 、 $y = \frac{1}{5}$

解

(3) 將 $x = \frac{2}{3}$ 、 $y = \frac{1}{5}$ 代入時，

可得 $3 \times \frac{2}{3} - 5 \times \frac{1}{5} = 1$ ，方程式的等號成立，

所以 $x = \frac{2}{3}$ 、 $y = \frac{1}{5}$ 是 $3x - 5y = 1$ 的一組解。





下列各組數中，哪些是二元一次方程式 $x + 6y = -1$ 的解？

(1) $x = 5$ 、 $y = -1$ (2) $x = \frac{2}{3}$ 、 $y = -\frac{1}{3}$

(3) $x = -2.2$ 、 $y = 0.2$

**解**

(1) 將 $x = 5$ 、 $y = -1$ 代入，得 $5 + 6 \times (-1) = -1$

(2) 將 $x = \frac{2}{3}$ 、 $y = -\frac{1}{3}$ 代入，得 $\frac{2}{3} + 6 \times (-\frac{1}{3}) = -\frac{4}{3} \neq -1$

(3) 將 $x = -2.2$ 、 $y = 0.2$ 代入，得 $-2.2 + 6 \times 0.2 = -1$

所以(1) $x = 5$ 、 $y = -1$ 和(3) $x = -2.2$ 、 $y = 0.2$

都是 $x + 6y = -1$ 的解

觀察例 7 及隨堂練習，可以發現二元一次方程式的解不只一組，那麼如何找出二元一次方程式的解呢？我們以下面的例題說明。



找出二元一次方程式 $2x + y = 7$ 的四組解。

解

(1) 假設 x 為某一特定值，求出對應的 y 值，

例如：①如果 $x = 0$ ，得 $2 \times 0 + y = 7$ ， $y = 7$

②如果 $x = 1$ ，得 $2 \times 1 + y = 7$ ， $y = 5$

(2) 假設 y 為某一特定值，求出對應的 x 值，

例如：③如果 $y = 0$ ，得 $2x + 0 = 7$ ， $x = \frac{7}{2}$

④如果 $y = 1$ ，得 $2x + 1 = 7$ ， $x = 3$



例 8 求二元一次方程式的解

搭配課本p17

找出二元一次方程式 $2x + y = 7$ 的四組解。

解 所以① $x=0$ 、 $y=7$ ② $x=1$ 、 $y=5$

③ $x=\frac{7}{2}$ 、 $y=0$ ④ $x=3$ 、 $y=1$

是方程式 $2x + y = 7$ 的四組解。

Hint

通常也可以用下表呈現二元一次方程式的解：

x	0	1	$\frac{7}{2}$	3
y	7	5	0	1

在下表的空格中填入適當的數，使配對的 x 、 y 值都是二元一次方程式 $2x + y = 7$ 的解。

解

x	-2	$\frac{3}{2}$	6	4.3
y	11	4	-5	-1.6



事實上，任意一個二元一次方程式中，將 x (或 y) 值以任意數代入時，都可以得到對應的 y (或 x) 值，所以二元一次方程式有無限多組解。

雖然二元一次方程式有無限多組解，但若 x 、 y 有限制時，方程式的解有可能減少，甚至找不到，例如 $2x + y = 7$ 的正整數解如下：

x	...	1	2	3	4	...
y	...	5	3	1	-1	...

(不合)

(不合)

(不合)



由此可知， $2x + y = 7$ 的正整數解只有 $x = 1$ 、 $y = 5$ ；
 $x = 2$ 、 $y = 3$ ； $x = 3$ 、 $y = 1$ 三組。



1 二元一次式

含有兩種文字符號（二元），且兩種文字符號的次數都是 1（一次）的代數式，就稱為二元一次式。

例 $5x + 2y$ 、 $3x + y$ 、 $400 - (50x + 10y)$ 都稱為二元一次式。



2 二元一次式的值

當二元一次式中的文字符號都代表數時，這個二元一次式也代表一個數，稱為二元一次式的值。

例 當 $x=60$ 、 $y=30$ 時， $3x+y$ 的值為 $3 \times 60 + 30 = 210$ 。



3 項、係數、同類項

(1) 在二元一次式中，加號(+)所隔開的每一部分都稱為這個式子的項。項可能是含有文字符號，也可能是不含文字符號的數。

例 $5x - 3y + 1 = 5x + (-3y) + 1$ ，
因此 x 項的係數是 5； y 項的係數是 -3；
常數項是 1。

(2) 文字符號及次數均相同的項稱為同類項。

例 $-x$ 和 $\frac{1}{7}x$ 是同類項； -3 和 $\frac{1}{8}$ 是同類項。



4 二元一次式的化簡

化簡二元一次式時，將同類項合併化簡，不同類項則不能合併化簡。

例 $x + 2y + 3x + 4y = x + 3x + 2y + 4y = 4x + 6y$ 。



5 二元一次方程式

經化簡後的等式含有兩種未知數（二元），且兩種未知數的次數都是 1（一次），就稱為二元一次方程式。

例 $-2x + 3y + 7 = 0$ 、 $3x - 2y + 2x - 1 = 0$ 、 $y = -3x + 12$
等都稱為二元一次方程式。



6 二元一次方程式的解

(1) 將任一組 x 、 y 的值代入二元一次方程式中，如果能讓方程式的等號成立，那麼這一組 x 、 y 的值稱為此二元一次方程式的解。

例 將 $x=3$ 、 $y=1$ 代入二元一次方程式 $2x+y=7$ 中，可得 $2 \times 3 + 1 = 7$ ，所以 $x=3$ 、 $y=1$ 是 $2x+y=7$ 的一組解。

(2) 在沒有其他條件的限制下，二元一次方程式有無限多組解。



1 在下表空格中，填入各二元一次式的值。

二元 一次式	x	2	-4	$\frac{1}{3}$
	y	0	-2	$-\frac{1}{3}$
$-3x + 4y$		-6	4	$-\frac{7}{3}$
$2x - 5y$		4	2	$\frac{7}{3}$

解



2 化簡下列各式。

解 (1) $x + 9y - 7 + (-2x + y + 2)$

$$= x + 9y - 7 - 2x + y + 2$$

$$= x - 2x + 9y + y - 7 + 2$$

$$= -x + 10y - 5$$

(2) $3(2x - 3y) - 4[3x - (2y - 1)]$

$$= 6x - 9y - 4[3x - 2y + 1]$$

$$= 6x - 9y - 12x + 8y - 4$$

$$= 6x - 12x - 9y + 8y - 4$$

$$= -6x - y - 4$$



2 化簡下列各式。

解 (3) $\frac{1}{2}(2x + 4y - 2) - 5(3x + \frac{2}{5}y + 7)$

$$= x + 2y - 1 - 15x - 2y - 35$$

$$= x - 15x + 2y - 2y - 1 - 35$$

$$= -14x - 36$$



2 化簡下列各式。

解 (4) $\frac{3x + 2y - 6}{4} - \frac{x - 4y + 3}{5}$

$$= \frac{5 \times (3x + 2y - 6) - 4 \times (x - 4y + 3)}{20}$$

$$= \frac{15x + 10y - 30 - 4x + 16y - 12}{20}$$

$$= \frac{11x + 26y - 42}{20} \left(\text{或 } \frac{11}{20}x + \frac{13}{10}y - \frac{21}{10} \right)$$



3 學校有一塊長方形的花圃，長為 $(7x - 2y - 25)$ 公分、寬為 $(11y - 2x + 15)$ 公分。老師要小雪用一條繩子將花圃四周圍起來，若繩子兩端各預留 25 公分用來打結，則小雪要準備多長的繩子？

解

$$\begin{aligned}
 & 2[(7x - 2y - 25) + (11y - 2x + 15)] + 25 \times 2 \\
 &= 2[5x + 9y - 10] + 50 \\
 &= 10x + 18y + 30
 \end{aligned}$$

所以小雪要準備 $(10x + 18y + 30)$ 公分的繩子



4 下表是「國民健康署每日飲食指南」六大類的飲食建議份數，試回答下列問題。

食物分類	全穀雜糧類	豆魚蛋肉類	乳品類	蔬菜類	水果類	油脂與堅果種子類
建議攝取份數	3	6	1.5	4	3	6



- 4 (1) 阿賢今日依照上表的建議份數攝取，且已知各食物一份的熱量分別為：全穀雜糧類 x 大卡、豆魚蛋肉類 75 大卡、乳品類 y 大卡、蔬菜類 40 大卡、水果類 60 大卡、油脂與堅果種子類 45 大卡，則阿賢今日共攝取多少大卡的熱量？(以 x 、 y 列式)

解

$$\begin{aligned} & 3x + 75 \times 6 + 1.5y + 40 \times 4 + 60 \times 3 + 45 \times 6 \\ & = 3x + 1.5y + 1060 \end{aligned}$$



4 (2) 承(1)，已知全穀雜糧類一份 220 大卡，乳品類一份 150 大卡，試問阿賢今日是否達到每日需攝取的 2000 大卡熱量？

解

將 $x=220$ 、 $y=150$ 代入 $3x+1.5y+1060$ ，

$$3 \times 220 + 1.5 \times 150 + 1060 = 1945$$

所以今日阿賢沒有達到每日需攝取的 2000 大卡熱量



挑錯題

以下是小翊和小妍「化簡 $\frac{x-y}{4} - \frac{y-1}{3}$ 」的過程。

判斷他們的解法是否正確？若不正確，請標出開始發生錯誤的部分，並寫出正確的解法。



挑錯題

小翊：

$$\begin{aligned} & \frac{x-y}{4} - \frac{y-1}{3} \\ &= \frac{3 \times (x-y)}{12} - \frac{4 \times (y-1)}{12} \\ &= \frac{3x-3y}{12} - \frac{4y-4}{12} \\ &= \frac{3x-3y-4y-4}{12} \\ &= \frac{3x-7y-4}{12} \end{aligned}$$

小妍：

$$\begin{aligned} & \frac{x-y}{4} - \frac{y-1}{3} \\ &= \frac{3 \times (x-y) - 4 \times (y-1)}{12} \\ &= \frac{3x-3y-4y+4}{12} \\ &= \frac{3x-7y+4}{12} \end{aligned}$$



正確解法如小妍所示



學完囉！
前往 ➡ 下一章節



龍眼乾和葡萄乾每盒各為 x 元、 y 元，阿山買 5 盒龍眼乾和 3 盒葡萄乾，阿勇買 4 盒龍眼乾和 6 盒葡萄乾，試以 x 、 y 表示兩人各花多少錢。

解 阿山花了 $(5x + 3y)$ 元
阿勇花了 $(4x + 6y)$ 元



每扇門的成本是 6000 元，而每扇窗的成本是 1200 元。
若甲棟大樓需安裝 x 扇門、 y 扇窗，而乙棟大樓的門窗成本比甲棟多 3600 元，則兩棟大樓的門窗成本各是多少錢？

解 甲棟大樓 ($6000x + 1200y$) 元
乙棟大樓 ($6000x + 1200y + 3600$) 元



在下表空格中，填入各二元一次式的值。

二元一次式	x	4	-3	$-\frac{3}{2}$	0.5
y		-2	3	$\frac{1}{2}$	-0.1
$2x + 4y$		0	6	-1	0.6
$2x - 4y$		16	-18	-5	1.4



在下表空格中，填入各二元一次式的值。

二元一次式		x	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$
		y	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$
$2x - 3y$			1	-5	5	-1
$x + 2y$			$\frac{17}{6}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{17}{6}$



完成下表。

二元一次式	$5x + 2y - 1$
x 項的係數	5
y 項的係數	2
常數項	-1



- (1) 下列哪些是 $3x$ 的同類項？
- (2) 下列哪些是 $-2y$ 的同類項？
- (3) 下列哪些是 5 的同類項？

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $3y$ (C) $\frac{x}{5}$
(D) 1 (E) $\frac{1}{2}x$ (F) $4y$

解

- (1) (C)、(E)
- (2) (B)、(F)
- (3) (A)、(D)



$2x + 5y - 4x - y$	●	●	$-2x - 6y$
$2x - 5y - 4x - y$	●	●	$-2x - 4y$
$2x - 5y + 4x + y$	●	●	$-2x + 4y$
$2x + 5y + 4x - y$	●	●	$6x - 6y$
		●	$6x - 4y$
		●	$6x + 4y$

The diagram shows the following connections:

- $2x + 5y - 4x - y$ connects to $-2x - 4y$
- $2x - 5y - 4x - y$ connects to $-2x - 6y$
- $2x - 5y + 4x + y$ connects to $6x - 6y$
- $2x + 5y + 4x - y$ connects to $6x - 4y$
- The expression $2x + 5y + 4x - y$ also connects to $6x + 4y$



化簡下列各式。

$$(1) 3x + 4y + 8y - 6x$$

$$(2) 6x - 3 + y + 7x - 5 - 2y$$

解 (1) $-3x + 12y$

(2) $13x - y - 8$



化簡下列各式。

$$(1) (7x + 2y) + (9x - 8y)$$

$$(2) (-2x + 4y - 9) - (6x + 4y + 4)$$

解 (1) $16x - 6y$

(2) $-8x - 13$



化簡下列各式。

$$(1) (-3x + y + 1) + (-5x + 6y + 2)$$

$$(2) (x + \frac{1}{2}) - (2x - y + \frac{3}{2})$$

$$(3) \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y + 5 + (\frac{2}{3}x + \frac{5}{4}y + 1)$$

解 (1) $-8x + 7y + 3$

(2) $-x + y - 1$

(3) $x + y + 6$



化簡下列各式。

$$(1) 2(6x + 3y - 5)$$

$$(2) \frac{2}{3}(2x + 3y - 1)$$

解 (1) $12x + 6y - 10$

$$(2) \frac{4}{3}x + 2y - \frac{2}{3}$$



化簡下列各式。

$$(1) -6\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{2}y + \frac{1}{3}\right)$$

$$(2) -5x + 8y - 3\left(\frac{3}{5}x + 2y + 1\right)$$

解 (1) $-4x + 9y - 2$

(2) $-\frac{34}{5}x + 2y - 3$



化簡下列各式。

$$(1) 2y - 4[2x - (-3x + y)]$$

$$(2) \frac{x - 3y + 5}{4} + \frac{5x + 2y + 1}{3}$$

解 (1) $-20x + 6y$

(2) $\frac{23x - y + 19}{12}$



化簡下列各式。

$$(1) \frac{1}{3}(2y - x + 4) + \frac{1}{2}(-3x + 2y - 1)$$

$$(2) -\frac{1}{3}(3x + 2y + 2) - \frac{1}{5}(4x + y)$$

解

$$(1) \frac{-11x + 10y + 5}{6}$$

$$(2) -\frac{27x + 13y + 10}{15}$$



合作社的汽水一罐 15 元，果汁一瓶 20 元，數學老師買了 x 罐汽水和 y 瓶果汁來獎勵同學，若老師共花了 520 元，依題意列出二元一次方程式。

解 $15x + 20y = 520$



龍眼乾和葡萄乾每盒各為 x 元、 y 元，小翊買 5 盒龍眼乾和 3 盒葡萄乾，小靖買 4 盒龍眼乾和 6 盒葡萄乾，若兩人共花 810 元，依題意列出二元一次方程式。

解 $9x + 9y = 810$



下列各組數中，哪些是二元一次方程式 $2x + 3y = 5$ 的解？

(A) $x = 1$ 、 $y = 1$

(B) $x = 2$ 、 $y = 1$

(C) $x = 0$ 、 $y = \frac{5}{3}$

(D) $x = -2$ 、 $y = 3$

解 (A)、(C)、(D)



下列各組數中，哪些是二元一次方程式 $\frac{2}{3}x + y = 5$ 的解？

(A) $x=3$ 、 $y=3$

(B) $x=6$ 、 $y=1$

(C) $x=0$ 、 $y=15$

(D) $x=-2$ 、 $y=\frac{19}{3}$

解 (A)、(B)、(D)



下列各組數中，哪些是二元一次方程式 $2x - 5y - 1 = 0$ 的解？

(A) $x = 3$ 、 $y = 1$

(B) $x = -2$ 、 $y = -1$

(C) $x = \frac{1}{2}$ 、 $y = 0$

解 (A)、(B)、(C)



$x = -1$ 、 $y = 2$ 是哪一個二元一次方程式的解？

(A) $2x - 5y - 8 = 0$

(B) $2x - 5y - 12 = 0$

(C) $2x - 5y + 12 = 0$

解 (C)



找出二元一次方程式 $-x + 3y = -7$ 的四組解。

解

x	7	4	10	1
y	0	-1	1	-2

【答案僅供參考】



找出二元一次方程式 $2x - 5y = 6$ 的四組解。

解

x	3	$\frac{1}{2}$	8	-2
y	0	-1	2	-2

【答案僅供參考】

