

第一章 二元一次聯立方程式

1-2 解二元一次聯立 方程式



《基礎 1》

小軒到郵局買 5 元和 12 元郵票，共買了 22 張，花了 180 元，若他買 x 張 5 元郵票， y 張 12 元郵票，請依題意列出二元一次聯立方程式。

$$\text{解：} \begin{cases} x + y = 22 \\ 5x + 12y = 180 \end{cases}$$

《基礎 2》

$x = -5$, $y = 3$ 是二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x + y = -2 \\ 2x - 3y = -19 \end{cases}$

的解嗎？

解：是，

$$\because x + y = -5 + 3 = -2$$

$$2x - 3y = 2 \times (-5) - 3 \times 3 = -19$$



《基礎 3》

將二元一次聯立方程式中的其中一個方程式代入另一個方程式，使其消去聯立方程式中其中一個未知數，這樣的方法稱為什麼？

解：代入消去法



《基礎 4》

以代入消去法解 $\begin{cases} x = 4y & \dots\dots ① \\ 2x - 5y = 9 & \dots\dots ② \end{cases}$ 。

解：將①代入②得 $2 \times 4y - 5y = 9$

$y = 3$ 代入①得 $x = 12$

故解為 $x = 12$ ， $y = 3$

《基礎 5》

以代入消去法解 $\begin{cases} 2x - y = 10 & \dots\dots ① \\ x - 3y = -5 & \dots\dots ② \end{cases}$ 。

解：由②可得 $x = 3y - 5 \dots\dots ③$

將③代入①得 $2(3y - 5) - y = 10$

$y = 4$ 代入①得 $x = 7$

故解為 $x = 7, y = 4$

【進階 1】

以代入消去法解 $\begin{cases} 2x + \frac{1}{3}y = 1 \dots \textcircled{1} \\ \frac{3}{2}x - \frac{2}{3}y = \frac{7}{2} \dots \textcircled{2} \end{cases}$ 。

解：①×3 得 $6x + y = 3 \dots \textcircled{3}$ ，②×6 得 $9x - 4y = 21 \dots \textcircled{4}$

由③可得 $y = 3 - 6x \dots \textcircled{5}$

將⑤代入④得 $9x - 4(3 - 6x) = 21$

$x = 1$ 代入⑤得 $y = 3 - 6 \times 1 = -3$

故解為 $x = 1$ ， $y = -3$



《基礎 6》

將兩個方程式相加或相減，以消去聯立方程式的
其中一個未知數，這樣的方法稱為什麼？

解：加減消去法

《基礎 7》

$$\text{解} \begin{cases} 4x + 5y = 15 \dots\dots \textcircled{1} \\ 7x - 5y = 40 \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}。$$

解：① + ②得 $11x = 55$ ， $x = 5$ 代入①

$$20 + 5y = 15，y = -1$$

故解為 $x = 5$ ， $y = -1$

《基礎 8》

解
$$\begin{cases} 2x + 5y = 12 \dots\dots ① \\ 4x + y = 6 \dots\dots ② \end{cases}$$

解：將① $\times 2$ 得 $4x + 10y = 24 \dots\dots ③$

③ $-$ ②得 $y = 2$

將 $y = 2$ 代入①得 $x = 1$

故解為 $x = 1, y = 2$

《基礎 9》

解 $\begin{cases} 3x - 4y = 13 \dots\dots ① \\ 2x + 3y = 3 \dots\dots ② \end{cases}$ 時，可由 $① \times 2 - ② \times 3$ 消去 y ，

此敘述是否正確？

解：不正確， $① \times 2 - ② \times 3$ 是消去 x ，

$① \times 3 + ② \times 4$ 才是消去 y

《基礎 10》

解 $\begin{cases} -3y = 5 + 5x - 6y \dots\dots ① \\ 5x - 4y + 10 = 0 \dots\dots ② \end{cases}$

解：將原式整理得 $\begin{cases} 5x - 3y = -5 \dots\dots ③ \\ 5x - 4y = -10 \dots\dots ④ \end{cases}$

③ - ④得 $y = 5$

將 $y = 5$ 代入③得 $x = 2$

故解為 $x = 2$ 、 $y = 5$



【進階 2】

已知 $x = 4$, $y = 26$ 和 $x = -2$, $y = -4$, 都是 $y = ax + b$ 的解 , 求 a 與 b 的值。

解：將 $\begin{cases} x = 4 \\ y = 26 \end{cases}$ 、 $\begin{cases} x = -2 \\ y = -4 \end{cases}$ 分別代入 $y = ax + b$

得 $\begin{cases} 26 = 4a + b \dots\dots ① \\ -4 = -2a + b \dots\dots ② \end{cases}$

① - ②得 $30 = 6a$, $a = 5$ 代入①得 $b = 6$