

1-2 解二元一次 聯立方程式

基礎練習

精熟練習



1 列二元一次聯立方程式

小文和班上同學共 18 人聚餐，已知餐廳有 A、B 兩種套餐，A 餐一份 85 元、B 餐一份 95 元，若一人點一份，點 A 餐的有 x 人、點 B 餐的有 y 人，總共花了 1640 元。

解

(1) 依人數列出二元一次方程式為 $x + y = 18$ 。

(2) 依花費列出二元一次方程式為 $85x + 95y = 1640$ 。

(3) 承(1)、(2)，依題意列出二元一次聯立方程式為

$$\begin{cases} x + y = 18 \\ 85x + 95y = 1640 \end{cases}。$$





2 判斷二元一次聯立方程式的解

下列各組數中，哪些是二元一次聯立方程式

$$\begin{cases} -2x + 3y = -13 \\ 3x - y = 9 \end{cases} \text{ 的解?}$$

- (1) $x=4$ 、 $y=3$ (2) $x=2$ 、 $y=-3$ (3) $x=5$ 、 $y=-1$

解

列表來表示將 x 、 y 代入後等號是否成立：

	x	y	$-2x + 3y = -13$	$3x - y = 9$
(1)	4	3	否	是
(2)	2	-3	是	是
(3)	5	-1	是	否

答：(2) $x=2$ 、 $y=-3$





3 解二元一次聯立方程式

解下列各二元一次聯立方程式。

$$(1) \begin{cases} x = y + 2 & \dots\dots ① \\ 2x - 3y = 4 & \dots\dots ② \end{cases}$$

解

將①式代入②式

$$\text{得 } 2(y + 2) - 3y = 4, \quad -y = 0, \quad y = 0$$

將 $y = 0$ 代入①式

$$\text{得 } x = 0 + 2 = 2$$

所以 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$ 是此二元一次聯立方程式的解





3 解二元一次聯立方程式

解下列各二元一次聯立方程式。

$$(2) \begin{cases} 2x = 5y - 14 & \dots\dots ① \\ 4x = -y + 16 & \dots\dots ② \end{cases}$$

解

將①式代入②式

$$\text{得 } 2(5y - 14) = -y + 16, 11y = 44, y = 4$$

將 $y = 4$ 代入①式

$$\text{得 } 2x = 20 - 14 = 6, x = 3$$

所以 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$ 是此二元一次聯立方程式的解





3 解二元一次聯立方程式

解下列各二元一次聯立方程式。

$$(3) \begin{cases} -3x + 2y = 11 & \dots\dots ① \\ 3x + y = 19 & \dots\dots ② \end{cases}$$

解

$$① + ② \text{ 得 } 3y = 30, y = 10$$

將 $y = 10$ 代入②式

$$\text{得 } 3x + 10 = 19, x = 3$$

所以 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 10 \end{cases}$ 是此二元一次聯立方程式的解





3 解二元一次聯立方程式

解下列各二元一次聯立方程式。

$$(4) \begin{cases} 2x + 3y = 8 & \dots\dots ① \\ 3x - 5y = -7 & \dots\dots ② \end{cases}$$

解

$$① \times 3、② \times 2 \text{ 得 } \begin{cases} 6x + 9y = 24 & \dots\dots ③ \\ 6x - 10y = -14 & \dots\dots ④ \end{cases}$$

$$③ - ④ \text{ 得 } 19y = 38, y = 2$$

將 $y = 2$ 代入①式

$$\text{得 } 2x + 6 = 8, x = 1$$

所以 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ 是此二元一次聯立方程式的解





3 解二元一次聯立方程式

解下列各二元一次聯立方程式。

$$(5) \begin{cases} -x + 3y = -2x - y + 5 & \dots\dots\dots ① \\ 5x + y - 1 = 4x - y + 3 & \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

解

整理①、②兩個原方程式

$$\text{可得} \begin{cases} x + 4y = 5 & \dots\dots\dots ③ \\ x + 2y = 4 & \dots\dots\dots ④ \end{cases}$$

$$③ - ④ \text{得 } 2y = 1, y = \frac{1}{2}$$





3 解二元一次聯立方程式

解下列各二元一次聯立方程式。

$$(5) \begin{cases} -x + 3y = -2x - y + 5 & \dots\dots\dots ① \\ 5x + y - 1 = 4x - y + 3 & \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

解

將 $y = \frac{1}{2}$ 代入③式

得 $x + 2 = 5$, $x = 3$

所以 $\begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$ 是此二元一次聯立方程式的解





3 解二元一次聯立方程式

解下列各二元一次聯立方程式。

$$(6) \begin{cases} \frac{x}{2} + y = 1 & \dots\dots ① \\ x - \frac{y}{3} = \frac{13}{3} & \dots\dots ② \end{cases}$$

解

$$① \times 2、② \times 6 \text{ 得 } \begin{cases} x + 2y = 2 & \dots\dots ③ \\ 6x - 2y = 26 & \dots\dots ④ \end{cases}$$

$$③ + ④ \text{ 得 } 7x = 28, x = 4$$





3 解二元一次聯立方程式

解下列各二元一次聯立方程式。

$$(6) \begin{cases} \frac{x}{2} + y = 1 & \dots\dots ① \\ x - \frac{y}{3} = \frac{13}{3} & \dots\dots ② \end{cases}$$

解

將 $x=4$ 代入③式

得 $4 + 2y = 2$, $y = -1$

所以 $\begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}$ 是此二元一次聯立方程式的解





4 二元一次聯立方程式解的意義

已知 $\begin{cases} 3x - 2by = -2 \\ 2ax - 4y = 8 \end{cases}$ 的解為 $x=2$ 、 $y=1$ ，

求 a 與 b 的值。

解

已知 $x=2$ 、 $y=1$ 是二元一次聯立方程式的解

即代入兩個方程式時，能使兩個方程式等號都成立

將 $x=2$ 、 $y=1$ 代入 $3x - 2by = -2$

$$\text{得 } 6 - 2b = -2$$

$$-2b = -8$$

$$b = 4$$





4 二元一次聯立方程式解的意義

已知 $\begin{cases} 3x - 2by = -2 \\ 2ax - 4y = 8 \end{cases}$ 的解為 $x=2$ 、 $y=1$ ，

求 a 與 b 的值。

解

再將 $x=2$ 、 $y=1$ 代入 $2ax - 4y = 8$

得 $4a - 4 = 8$

$$4a = 12$$

$$a = 3$$

答： $a=3$ 、 $b=4$





1 二元一次聯立方程式的應用

解二元一次聯立方程式
$$\begin{cases} 231x + 269y = 193 \cdots\cdots ① \\ 269x + 231y = 307 \cdots\cdots ② \end{cases}$$

解

將① + ②得 $500x + 500y = 500$ ，化簡即 $x + y = 1 \cdots\cdots ③$

再將② - ③ × 231，得 $38x = 76$ ， $x = 2$

將 $x = 2$ 代入③式，得 $y = -1$

答： $x = 2$ 、 $y = -1$





2 二元一次聯立方程式的應用

若 x 、 y 的兩個二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 5x - 2y = 4 \\ bx + ay = 1 \end{cases}$ 與

$\begin{cases} ax + by = 4 \\ 2x - 5y = -11 \end{cases}$ 有相同的解，求 a 、 b 的值。

解

因為四個方程式有共同的解，所以可先解

$$\begin{cases} 5x - 2y = 4 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2x - 5y = -11 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} \times 5$ 得 $21y = 63$ ， $y = 3$

將 $y = 3$ 代入 $\textcircled{1}$ 式，得 $5x - 6 = 4$ ， $x = 2$





2 二元一次聯立方程式的應用

若 x 、 y 的兩個二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 5x - 2y = 4 \\ bx + ay = 1 \end{cases}$ 與

$\begin{cases} ax + by = 4 \\ 2x - 5y = -11 \end{cases}$ 有相同的解，求 a 、 b 的值。

解

再將 $x=2$ 、 $y=3$ 代入 $\begin{cases} ax + by = 4 \\ bx + ay = 1 \end{cases}$ ，

得 $\begin{cases} 2a + 3b = 4 \cdots \cdots \textcircled{3} \\ 2b + 3a = 1 \cdots \cdots \textcircled{4} \end{cases}$

$\textcircled{3} \times 3 - \textcircled{4} \times 2$ 得 $5b = 10$ ， $b = 2$

將 $b = 2$ 代入 $\textcircled{3}$ 式，得 $2a + 6 = 4$ ， $a = -1$

答： $a = -1$ 、 $b = 2$



學完囉！
前往 ➡ 下一章節



宏志和親戚共 12 人去游泳。游泳池門票為全票一張 75 元，優待票一張 50 元，已知他們買了 x 張全票、 y 張優待票，總共花了 700 元。

- 解** (1) 依人數列出二元一次方程式為 $x + y = 12$ 。
- (2) 依花費列出二元一次方程式為 $75x + 50y = 700$ 。
- (3) 承(1)、(2)，依題意列出二元一次聯立方程式為

$$\underline{\begin{cases} x + y = 12 \\ 75x + 50y = 700 \end{cases}} \text{。}$$





解下列各二元一次聯立方程式。

$$(1) \begin{cases} x = 2y - 5 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x = 3y + 1 \\ 4x = y + 7 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 5x + 3y = 4 \\ -5x + y = 8 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 6x + 4y = 8 + 2x - y \\ 2x - 4y - 1 = 9 - 3x \end{cases}$$

解 (1) $x = 1$ 、 $y = 3$

(2) $x = 2$ 、 $y = 1$

(3) $x = -1$ 、 $y = 3$

(4) $x = 2$ 、 $y = 0$





已知 $\begin{cases} 3ax + 4y = 2 \\ -2x - 5by = 1 \end{cases}$ 的解為 $x = 2$ 、 $y = -1$ ，
求 a 與 b 的值。

解 $a = 1$ 、 $b = 1$





解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 154x - 146y = 138 \\ 146x - 154y = 162 \end{cases}$ 。

解 $x = -1$ 、 $y = -2$





若 x 、 y 的兩個二元一次聯立方程式 $\begin{cases} ax + by = 1 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$ 與

$\begin{cases} ax - 2by = -8 \\ 2x + 3y = 13 \end{cases}$ 有相同的解，則 $x + y - a - b = ?$

解 5

