

# 3-2 正比與反比

---

主題1 正比

主題2 反比

重點整理

自我評量

一題多解

數學新視界

當我們觀察日常生活中數量的變化情形，會發現它們存在某些關係。假設某汽車行駛速率固定為每小時 60 公里，行駛 1 小時，就走了 60 公里；行駛 2 小時，就走了 120 公里；……；如果行駛時間為  $x$  小時，行駛距離為  $y$  公里，則  $x$ 、 $y$  的變化滿足關係式  $y=60x$ ，這個式子中的 60 是固定的數，我們稱為**常數**；而  $x$ 、 $y$  所代表的數可依情況變動，就稱為**變數**。

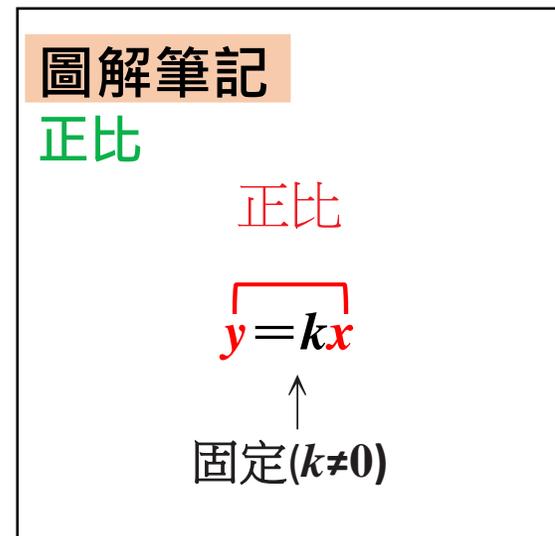


行駛時間 $x$ (小時)	1	2	3	4	.....
行駛距離 $y$ (公里)	60	120	180	240	.....



根據關係式可以列表如上，當行駛時間變成 2 倍、3 倍、4 倍、……時，行駛距離也隨著變成 2 倍、3 倍、4 倍、……。關係式  $y=60x$  表示當  $x$  值改變時， $y$  值也隨著改變，且  $y$  值始終保持為  $x$  值的 60 倍，這時我們說  **$y$  與  $x$  成正比**。

因此，汽車行駛距離 = 速率  $\times$  時間，  
如果速率不變，則時間與距離成正比。



## Key point

## 正比

兩個變數  $x$ 、 $y$ ，當  $x$  值改變時， $y$  值也隨著改變，且  $y$  值保持為  $x$  值的某個固定倍數(以  $k$  倍表示， $k \neq 0$ )，可以寫成關係式  $y = kx$ ，我們就說「 $y$  與  $x$  成正比」。



當  $x \neq 0$  時，從關係式  $y = kx$  可以得到  $\frac{y}{x} = k$ ，也就是說，若兩個變數  $x$ 、 $y$  的每一組比值  $\frac{y}{x}$  都是  $k$ ，則  $y$  與  $x$  成正比；反之，若  $\frac{y}{x}$  不為定值(固定倍數)，則  $y$  與  $x$  不成正比。

## 圖解筆記

正比

$$\text{正比} \left[ \frac{\text{圖}}{\text{圖}} = k \right]$$

↑  
固定( $k \neq 0$ )



# 例 1 正比的判斷

搭配課本p108

(1) 游泳池注水時，小俐記錄注水時間  $x$  (分鐘)與游泳池深度  $y$  (公分)的數據如表 1，判斷  $y$  與  $x$  是否成正比？

表 1

$x$ (分鐘)	6	15	21	30	36
$y$ (公分)	2	5	7	10	12

**解** (1) 觀察表 1 中  $x$ 、 $y$  的關係，

$y$  值保持為  $x$  值的  $\frac{1}{3}$  倍，可以寫成關係式為  $y = \frac{1}{3}x$ ，

所以  $y$  與  $x$  成正比。



# 例 1 正比的判斷

搭配課本p108

(2) 百貨公司週年慶，某品牌服飾推出優惠活動如表 2，若購買上衣  $x$  件，則總價為  $y$  元，判斷  $y$  與  $x$  是否成正比？

表 2

$x$ (件)	2	3	4	5
$y$ (元)	1280	1860	2400	3000

**解** (2) 觀察表 2 中  $x$ 、 $y$  的關係，

$$\frac{1280}{2} = 640 \text{ 與 } \frac{1860}{3} = 620 \text{ 不相等，}$$

所以  $y$  與  $x$  不成正比。





- (1) 小翊記錄蠟燭燃燒過程如表 1。設燃燒時間為  $x$  分鐘，蠟燭剩餘長度為  $y$  公分，判斷  $y$  與  $x$  是否成正比？
- (2) 承(1)，已知蠟燭原長度為 10 公分，蠟燭燒掉的長度為  $z$  公分，由表 2 判斷  $z$  與  $x$  是否成正比？

表 1

$x$ (分鐘)	1	2	3	4	5
$y$ (公分)	8	6	4	2	0

表 2

$x$ (分鐘)	1	2	3	4	5
$z$ (公分)	2	4	6	8	10



**解** (1) 觀察表 1 中  $x$ 、 $y$  的關係，

$\frac{8}{1}$  與  $\frac{6}{2}$  不相等，

故  $y$  與  $x$  不成正比

(2) 觀察表 2 中  $x$ 、 $z$  的關係，

$z$  值保持為  $x$  值的 2 倍，

可以寫成關係式為  $z=2x$ ，

故  $z$  與  $x$  成正比

## 你知道嗎？

過生日吹蠟燭許願的儀式源於古希臘。在希臘神話故事裡，人們為了幫月亮女神慶生，會在蛋糕上面插滿蠟燭，以燭光代表月光，表達崇敬之意。後來，希臘人在慶生時，相信由壽星吹滅蠟燭，願望就可以實現。



以  $x$  為半徑的圓，其圓周長以  $y$  表示，圓面積以  $z$  表示，則：

(1) 寫出  $x$  與  $y$  的關係式，並判斷  $y$  與  $x$  是否成正比。

(2) 寫出  $x$  與  $z$  的關係式，並判斷  $z$  與  $x$  是否成正比。

(圓周率以  $\pi$  計算)

**解**

(1) 圓周長 = 直徑  $\times$  圓周率 =  $2 \times$  半徑  $\times \pi$ ，

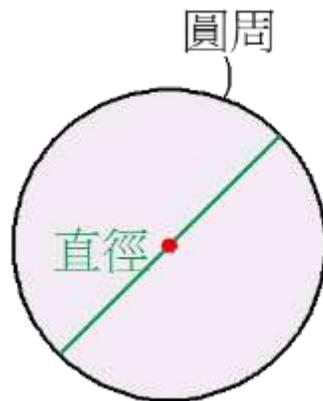
可知  $x$  與  $y$  這兩個變數滿足的關係式為  $y = 2x \times \pi = 2\pi x$ ，

即  $y$  值保持為  $x$  值的  $2\pi$  倍，

所以  $y$  與  $x$  成正比。

### 學習時光機

圓周率為圓周長與直徑長度的比值。



以  $x$  為半徑的圓，其圓周長以  $y$  表示，圓面積以  $z$  表示，則：

(1) 寫出  $x$  與  $y$  的關係式，並判斷  $y$  與  $x$  是否成正比。

(2) 寫出  $x$  與  $z$  的關係式，並判斷  $z$  與  $x$  是否成正比。

(圓周率以  $\pi$  計算)

**解**

(2) 圓面積 = 半徑  $\times$  半徑  $\times \pi$ ，

可知  $x$  與  $z$  的關係式為  $z = x^2 \times \pi = \pi x^2$ ，我們以下方表格來呈現，

半徑 $x$	1	2	3	4	.....
圓面積 $z$	$\pi$	$4\pi$	$9\pi$	$16\pi$	.....

觀察上表中  $x$  與  $z$  的關係， $\frac{\pi}{1}$  與  $\frac{4\pi}{2}$  不相等，所以  $z$  與  $x$  不成正比。



以  $x$  公分為邊長的正方形，其周長以  $y$  公分表示，面積以  $z$  平方公分表示，則：

- (1) 寫出  $x$  與  $y$  的關係式，並判斷  $y$  與  $x$  是否成正比。
- (2) 寫出  $x$  與  $z$  的關係式，並判斷  $z$  與  $x$  是否成正比。

**解** (1) 由正方形周長 =  $4 \times$  邊長

可知  $x$  與  $y$  這兩個變數滿足的關係式為  $y = 4x$

即  $y$  值保持為  $x$  值的 4 倍

所以  $y$  與  $x$  成正比



以  $x$  公分為邊長的正方形，其周長以  $y$  公分表示，面積以  $z$  平方公分表示，則：

- (1) 寫出  $x$  與  $y$  的關係式，並判斷  $y$  與  $x$  是否成正比。
- (2) 寫出  $x$  與  $z$  的關係式，並判斷  $z$  與  $x$  是否成正比。

**解**

(2) 由正方形面積 = 邊長  $\times$  邊長

可知  $x$  與  $z$  的關係式為  $z = x^2$

即  $z$  值不為  $x$  值的固定倍數

所以  $z$  與  $x$  不成正比



### 例 3 正比的求值

搭配課本p110

設  $y$  與  $x$  成正比，且  $x=3$  時， $y=5$ ，則：

(1)  $x$  與  $y$  的關係式為何？

(2) 當  $x=10$  時， $y$  是多少？

**解**

(1) 因為  $y$  與  $x$  成正比，

可設  $y=kx(k \neq 0)$ ，

將  $x=3$ 、 $y=5$  代入  $y=kx$ ，

得  $5=3k$ ， $k=\frac{5}{3}$ ，

所以  $x$  與  $y$  的關係式為  $y=\frac{5}{3}x$ 。



### 例 3 正比的求值

搭配課本p110

設  $y$  與  $x$  成正比，且  $x=3$  時， $y=5$ ，則：

(1)  $x$  與  $y$  的關係式為何？

(2) 當  $x=10$  時， $y$  是多少？

**解**

(2) 將  $x=10$  代入  $y=\frac{5}{3}x$ ，

$$\begin{aligned} \text{得 } y &= \frac{5}{3} \times 10 \\ &= \frac{50}{3}。 \end{aligned}$$



設  $y$  與  $x$  成正比，且  $y=6$  時， $x=-3$ ，則：

- (1)  $x$  與  $y$  的關係式為何？
- (2) 當  $y=-6$  時， $x$  是多少？

**解**

(1) 因為  $y$  與  $x$  成正比

可設  $y=kx(k \neq 0)$

將  $y=6$ 、 $x=-3$  代入  $y=kx$

得  $6=-3k$ ， $k=-2$

所以  $x$  與  $y$  的關係式為  $y=-2x$

(2) 將  $y=-6$  代入  $y=-2x$

得  $-6=-2x$

$x=3$





動 動 腦

判斷下面的敘述是否正確，並說明理由。

(1) 已知  $y$  與  $x$  成正比，且  $y = \frac{1}{2}x$ ，則  $x$  的值愈大時， $y$  的值也隨著增加。



解

正確。

$x$	...	-4	-2	0	2	4	...
$y$	...	2	1	0	-1	-2	...

所以  $x$  的值愈大， $y$  的值也隨著增加



動 動 腦

判斷下面的敘述是否正確，並說明理由。

(2) 已知  $y$  與  $x$  成正比，且  $y = -\frac{1}{2}x$ ，則  $x$  的值愈大時， $y$  的值也隨著增加。

**解**

錯誤。

$x$	...	-4	-2	0	2	4	...
$y$	...	2	1	0	-1	-2	...

所以  $x$  的值愈大， $y$  的值反而減少





動 動 腦

判斷下面的敘述是否正確，並說明理由。

(3)當  $x$  的值愈大時， $y$  的值也隨著增加，則表示  $y$  與  $x$  成正比。

**解** 錯誤。

設  $y = x + 1$ ，當  $x$  的值愈大， $y$  的值也隨著增加，  
但  $y$  與  $x$  不成正比



接著，我們再來看另一種數量變化情形。

假設想從甲地開車到相距 240 公里處的乙地，由「距離 = 速率  $\times$  時間」可知，若以每小時 10 公里行駛，需要花 24 小時；以每小時 20 公里行駛，需要花 12 小時；……。

如果行駛速率以每小時  $x$  公里表示，行駛時間以  $y$  小時表示，可以列表如下，我們發現每一組  $xy$  的值都是 240，可寫成  $xy = 240$ 。



行駛速率 $x$ (公里/小時)	10	20	30	40	.....
行駛時間 $y$ (小時)	24	12	8	6	.....



也就是說，就  $x$ 、 $y$  這兩個變數而言：當  $x$  由 10 變為 20、30、40、……， $y$  會由 24 對應變為 12、8、6、……。  
即當  $x$  依序變為 2 倍、3 倍、4 倍、……時， $y$  會隨之對應變為  $\frac{1}{2}$  倍、 $\frac{1}{3}$  倍、 $\frac{1}{4}$  倍、……。



在這個例子中， $x$ 、 $y$  之間滿足關係式  $xy=240$ ，表示當  $x$  值改變時， $y$  值也隨之改變，且  $x$  和  $y$  的乘積是一個固定值 240，這時我們說  **$y$  與  $x$  成反比**。

因此，汽車行駛速率 $\times$ 時間=距離，如果距離不變，則時間與速率成反比。

## 圖解筆記

反比

$$\overbrace{x \times y}^{\text{反比}} = k$$



固定( $k \neq 0$ )



## Key point

## 反比

兩個變數  $x$ 、 $y$ ，當  $x$  值改變時， $y$  值也隨著改變，且保持  $x$  值和  $y$  值的乘積是某個固定的數（以  $k$  表示， $k \neq 0$ ），可以寫成關係式  $xy = k$ ，我們就說「 $y$  與  $x$  成反比」。



## 例 4 反比的判斷

搭配課本p112

(1) 小翊以 600 元的預算在文具店採購原子筆。若原子筆單價為  $x$  元，用 600 元可買的數量為  $y$  枝，其中  $x$  與  $y$  的關係如右表 1，判斷  $y$  與  $x$  是否成反比。

表 1

$x$	10	20	30	60
$y$	60	30	20	10



**解** (1) 表 1 中， $xy$  恆為 600，  
可知  $x$ 、 $y$  的關係式為  $xy = 600$ ，  
所以  $y$  與  $x$  成反比。

# 例 4 反比的判斷

搭配課本p112

(2)承(1)，若文具店恰好有原子筆促銷活動為「購買單款原子筆，每買 20 枝加送 1 枝」，此時  $x$  與  $y$  的關係如右表 2，判斷  $y$  與  $x$  是否成反比。

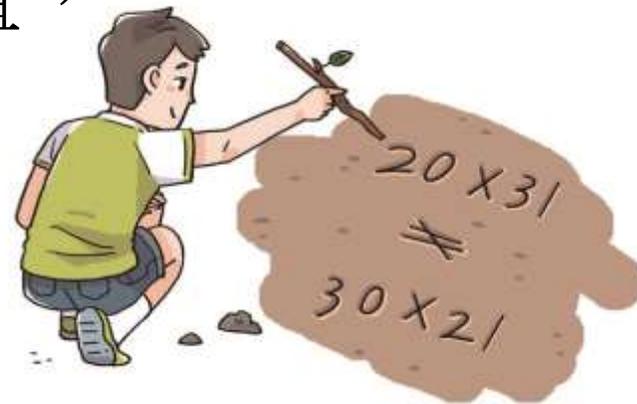
表 2

$x$	10	20	30	60
$y$	63	31	21	10



**解** (2)表 2 中， $10 \times 63$  與  $20 \times 31$  不相等，

$x$ 、 $y$  的關係無法滿足  $xy$  的乘積為定值，  
所以  $y$  與  $x$  不成反比。



判斷下列各敘述中， $y$  與  $x$  是否成反比。

(1) 彤彤 每個月存  $x$  元，存了  $y$  個月而達成目標 1000 元，

此時  $x$  與  $y$  的關係如表 1。

表 1

$x$	10	20	40	50
$y$	100	50	25	20



**解** 由題意可得關係式為  $xy = 1000$

所以  $y$  與  $x$  成反比

(2) 一天 24 小時中，設晝長為  $x$  小時，夜長為  $y$  小時，

此時  $x$  與  $y$  的關係如表 2。

表 2

$x$	10	12	13	14
$y$	14	12	11	10

**解** 由題意可得  $x + y = 24$

但將  $x = 10$ 、 $y = 14$  與  $x = 12$ 、 $y = 12$

代入  $xy$  時， $10 \times 14 \neq 12 \times 12$  (不為定值)

所以  $y$  與  $x$  不成反比

## 例 5 反比的判斷

搭配課本p113

老師要大家用色紙剪出一個面積為 24 平方公分的長方形，如果長方形的長為  $x$  公分、寬為  $y$  公分，則：

- (1) 寫出  $x$  與  $y$  的關係式。
- (2) 判斷  $y$  與  $x$  是否成反比。



**解**

(1) 由長方形面積 = 長  $\times$  寬，

可知  $x$  與  $y$  這兩個變數滿足的關係式為  $xy = 24$ 。

(2) 關係式  $xy = 24$ ，表示  $x$  與  $y$  的乘積為固定值 24，所以  $y$  與  $x$  成反比。

水族館有若干個底面積不一的長方體水族箱，老闆要把 72000 毫升的水全部倒入其中某一個空的長方體水族箱裡。若水族箱的內部底面積為  $x$  平方公分，倒入水後其水位為  $y$  公分，則：(1 立方公分 = 1 毫升)

- (1) 寫出  $x$  與  $y$  的關係式。
- (2) 判斷  $y$  與  $x$  是否成反比。

**解**

(1) 由水的體積 = 底面積  $\times$  高

可知  $x$  與  $y$  這兩個變數滿足的關係式為  $xy = 72000$

(2) 關係式  $xy = 72000$

表示  $x$  與  $y$  的乘積為固定值 72000

所以  $y$  與  $x$  成反比



## 學習時光機

體積 = 底面積 × 高



## 例 6 反比的求值

搭配課本p114

設  $y$  與  $x$  成反比，且  $x = -6$  時， $y = 2$ ，則：

(1)  $x$  與  $y$  的關係式為何？

(2) 當  $y = -4$  時， $x$  是多少？

**解**

(1) 因為  $y$  與  $x$  成反比，

可設  $xy = k (k \neq 0)$ ，

將  $x = -6$ 、 $y = 2$

代入  $xy = k$ ，

得  $(-6) \times 2 = k$ ， $k = -12$ ，

所以  $x$  與  $y$  的關係式為

$xy = -12$ 。

(2) 將  $y = -4$  代入  $xy = -12$ ，

得  $x \times (-4) = -12$ ，

$x = 3$ 。



設  $y$  與  $x$  成反比，且  $x=3$  時， $y=-8$ ，則：

**解**

(1)  $x$  與  $y$  的關係式為何？

因為  $y$  與  $x$  成反比

可設  $xy=k(k\neq 0)$

將  $x=3$ 、 $y=-8$

代入  $xy=k$

得  $3\times(-8)=k$ ， $k=-24$

所以  $x$  與  $y$  的關係式為

$xy=-24$

(2) 當  $x=6$  時， $y$  是多少？

將  $x=6$  代入  $xy=-24$

得  $6xy=-24$

$y=-4$





動 動 腦

判斷下面的敘述是否正確，並說明理由。

(1) 已知  $y$  與  $x$  成反比，且  $xy = 12 (x > 0)$ ，則  $x$  的值愈大時， $y$  的值反而隨著減少。



解

正確。

$x$	1	2	3	...
$y$	12	6	4	...

所以  $x$  的值愈大， $y$  的值反而隨著減少



動 動 腦

判斷下面的敘述是否正確，並說明理由。

(2) 已知  $y$  與  $x$  成反比，且  $xy = -12 (x > 0)$ ，則  $x$  的值愈大時， $y$  的值反而隨著減少。



解

錯誤。

$x$	1	2	3	...
$y$	-12	-6	-4	...

所以  $x$  的值愈大， $y$  的值會隨著增加



動 動 腦

判斷下面的敘述是否正確，並說明理由。

(3)當  $x$  的值愈大時， $y$  的值隨著減少，則表示  $y$  與  $x$  成反比。

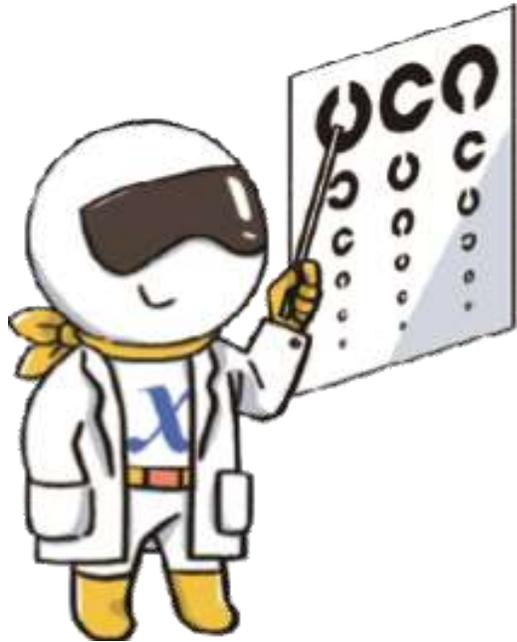


**解**

錯誤。

設  $y = -x + 1$ ，當  $x$  的值愈大， $y$  的值隨著減少，但  $y$  與  $x$  不成反比

在主題 1、2 探討正比、反比的說明中，提到長方形的長、寬與面積的關係，及直線運動中速率、時間與距離的關係，我們來做一下整理。



## 驗光師

利用視力表上視標與測試距離的正反比關係，檢測自己的視力是多少吧。P.[7]



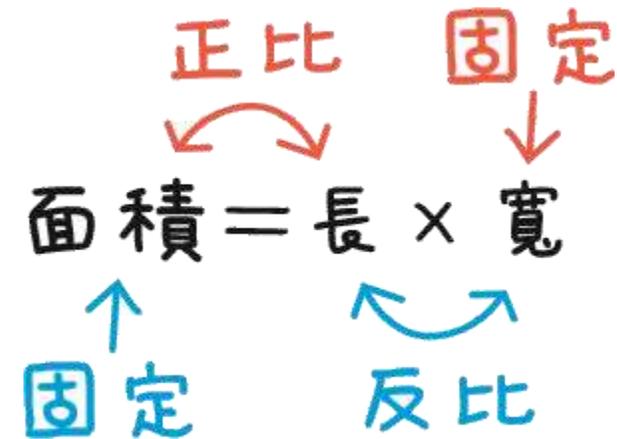
## 1. 長方形的面積 = 長 × 寬

(1) 當寬固定為常數時，  
可得面積與長成正比關係。

同樣的，

當長固定為常數時，也得到面積與寬成正比關係。

(2) 當面積固定為常數時，可得長與寬成反比關係。



## 2.行駛距離 = 速率 × 時間

(1) 當**速率**固定為常數，

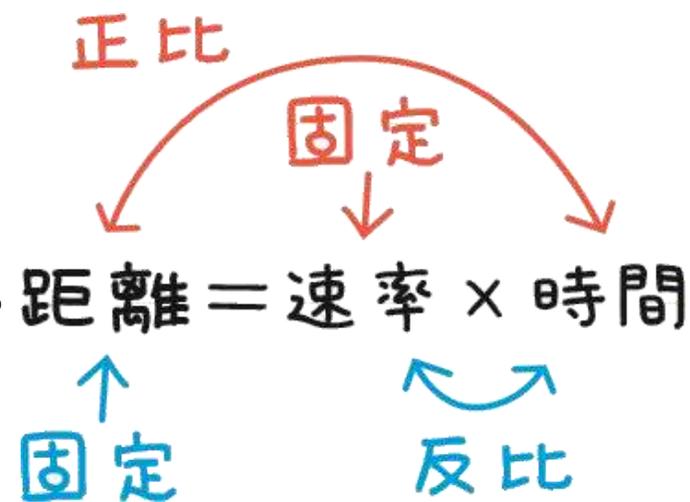
可得行駛**距離**與**時間**成**正比**關係。

同樣的，

當**時間**固定為常數時，

也得到行駛**距離**與**速率**成**正比**關係。

(2) 當行駛**距離**固定為常數時，可得**速率**與**時間**成**反比**關係。



我們知道「蘋果的總價＝單價 $\times$ 購買的數量」，根據這個關係式，回答下列問題：

(1)如果購買的數量固定，蘋果的總價與單價成正比還是反比關係？

**解**

正比

(2)如果購買的總價固定，單價與購買的數量成正比還是反比關係？

**解**

反比



## 1 正比

兩個變數  $x$ 、 $y$ ，當  $x$  值改變時， $y$  值也隨著改變，且  $y$  值保持為  $x$  值的某個固定倍數(以  $k$  倍表示， $k \neq 0$ )，可以寫成關係式  $y = kx$ ，我們就說「 $y$  與  $x$  成正比」。

**例** 媽媽購買每斤 400 元的櫻桃  $x$  斤，總價為  $y$  元，則  $x$  與  $y$  的關係式為  $y = 400x$ ，此時  $y$  與  $x$  成正比。



## 2 反比

兩個變數  $x$ 、 $y$ ，當  $x$  值改變時， $y$  值也隨著改變，且保持  $x$  值和  $y$  值的乘積是某個固定的數(以  $k$  表示， $k \neq 0$ )，可以寫成關係式  $xy = k$ ，我們就說「 $y$  與  $x$  成反比」。

**例** 爸爸購買每斤  $x$  元的茶葉  $y$  斤，總價為 2000 元，則  $x$  與  $y$  的關係式為  $xy = 2000$ ，此時  $y$  與  $x$  成反比。



數

學

好

好

玩

曝光量

曝光是決定照片亮度、最終效果的關鍵因素。

在攝影時，光的強度決定攝影時的「曝光量」(進入相機的光線總量)，我們發現曝光量＝照度(光線照射的強度)×曝光時間。

也就是當「照度固定時，曝光量與時間成正比」。

因此，在光源不足的地方攝影時，曝光時間需較長，才能得到明亮適中的照片。



數

學

好

好

玩

• 曝光量



曝光過度  
(畫面過亮)



曝光適中  
(主體清楚)



曝光不足  
(畫面過暗)



1 下列各敘述中，哪些  $y$  與  $x$  成正比？哪些  $y$  與  $x$  成反比？

解

(A) 一年甲班共有學生 36 人，其中男生有  $x$  人，  
女生有  $y$  人。

(B) 一本書的定價為  $x$  元，打 8 折時售價為  $y$  元。

(C) 每次加 1500 元的汽油，每公升油價  $x$  元，可加  $y$  公升的汽油。

(D) 周長為 30 公分的長方形，長為  $x$  公分，寬為  $y$  公分。

(E) 面積為 30 平方公分的平行四邊形，底為  $x$  公分，高為  $y$  公分。

以上  $y$  與  $x$  成正比的為     (B)    ；(請填代碼)



1 下列各敘述中，哪些  $y$  與  $x$  成正比？哪些  $y$  與  $x$  成反比？

解

(A) 一年甲班共有學生 36 人，其中男生有  $x$  人，  
女生有  $y$  人。

(B) 一本書的定價為  $x$  元，打 8 折時售價為  $y$  元。

(C) 每次加 1500 元的汽油，每公升油價  $x$  元，可加  $y$  公升的汽油。

(D) 周長為 30 公分的長方形，長為  $x$  公分，寬為  $y$  公分。

(E) 面積為 30 平方公分的平行四邊形，底為  $x$  公分，高為  $y$  公分。

以上  $y$  與  $x$  成反比的為 (C)(E)。(請填代碼)



2 小文做珠算練習，每算一題要花 40 秒鐘，若他算  $x$  題，共花了  $y$  分鐘，則：

(1)  $x$  與  $y$  的關係式為何？ $y$  與  $x$  的關係是成正比或成反比？

解

$$40 \text{ 秒鐘} = \frac{40}{60} \text{ 分鐘} = \frac{2}{3} \text{ 分鐘}$$

$$\text{所以 } x \text{ 與 } y \text{ 的關係式為 } y = \frac{2}{3} x$$

即  $y$  與  $x$  成正比



2 小文做珠算練習，每算一題要花 40 秒鐘，若他算  $x$  題，共花了  $y$  分鐘，則：

(2)當  $x=60$  時， $y$  是多少？

解

將  $x=60$  代入  $y=\frac{2}{3}x$

得  $y=\frac{2}{3}\times 60=40$ (分鐘)



- 3 小正有一塊實心的正方體黏土，體積為 1000 立方公分。他將黏土捏成不同形狀的實心長方體，若長方體的底面積是  $x$  平方公分、高是  $y$  公分，則：
- (1)  $x$  與  $y$  的關係式為何？ $y$  與  $x$  的關係是成正比或成反比？

解

由底面積 $\times$ 高=體積

可知  $x$  與  $y$  這兩個變數滿足的

關係式為  $xy = 1000$

所以  $y$  與  $x$  成反比



- 3 小正有一塊實心的正方體黏土，體積為 1000 立方公分。他將黏土捏成不同形狀的實心長方體，若長方體的底面積是  $x$  平方公分、高是  $y$  公分，則：
- (2) 當  $x=50$  時， $y$  是多少？

**解**

將  $x=50$  代入  $xy=1000$

得  $50y=1000$ ， $y=20$ (公分)



4 回答下列各題：

(1) 設  $y$  與  $x$  成正比，且  $x=5$  時， $y=-6$ ，則當  $x=-10$  時， $y$  是多少？

解

因為  $y$  與  $x$  成正比，可設  $y=kx(k \neq 0)$

將  $x=5$ 、 $y=-6$  代入  $y=kx$ ，得  $-6=5k$ ， $k=-\frac{6}{5}$ ，

所以  $x$  與  $y$  的關係式為  $y=-\frac{6}{5}x$

將  $x=-10$  代入  $y=-\frac{6}{5}x$ ，得  $y=-\frac{6}{5} \times (-10) = 12$



4 回答下列各題：

(2) 設  $y$  與  $x$  成反比，且  $x = -5$  時， $y = -6$ ，則當  $y = 2$  時， $x$  是多少？

解

因為  $y$  與  $x$  成反比，可設  $xy = k (k \neq 0)$

將  $x = -5$ 、 $y = -6$  代入  $xy = k$ ，

得  $(-5) \times (-6) = k$ ， $k = 30$

所以  $x$  與  $y$  的關係式為  $xy = 30$

將  $y = 2$  代入  $xy = 30$ ，得  $2x = 30$ ， $x = 15$



挑錯題

小翊、小妍和小美三人對於「正比和反比的例子」說法如下。判斷他們的說法是否正確，並說明你的理由。

當我的年齡增加，爸爸的年齡也會增加，所以我的年齡和爸爸的年齡成正比。



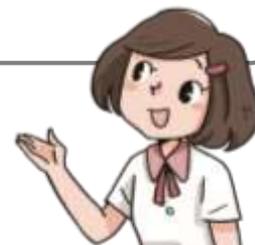
小翊

一張考卷裡，若每題都回答，則答對題數愈多，答錯題數就愈少，所以答對題數與答錯題數成反比。



小妍

一塊披薩大家分享，為了公平，要求每人分到的量要均等，所以分享的人數與每人分到的量成反比。



小美



挑錯題

小翊：正確；錯誤，

理由：小翊的年齡與爸爸年齡的比值並不固定，所以不成正比

小妍：正確；錯誤，

理由：答對題數與答錯題數的和是固定值，不是乘積為固定值，不成反比

小美：正確；錯誤，

理由：



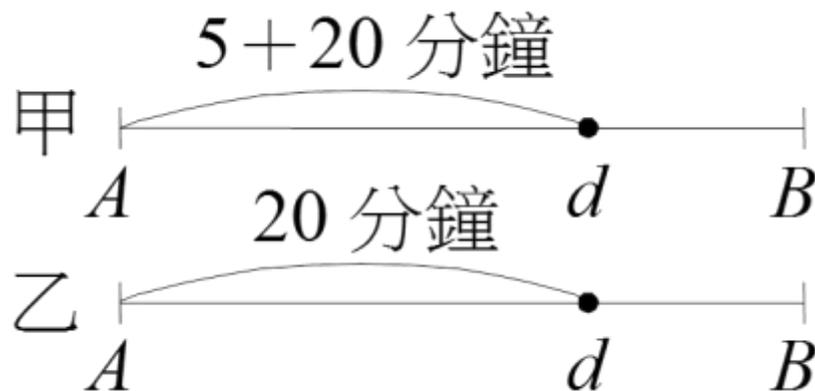


甲、乙兩人各以固定的速率沿相同路徑從  $A$  鎮騎車到  $B$  鎮，乙比甲慢 5 分鐘出發，乙出發後 20 分鐘追上甲，則甲的速率：乙的速率 = ？

利用「 $\text{速率} = \frac{\text{距離}}{\text{時間}}$ 」

設乙追上甲時，  
 兩人的騎車距離為  $d$ ，  
 此時甲花  $5 + 20 = 25$  分鐘，  
 乙花 20 分鐘，

則甲的騎車速率為  $\frac{d}{25}$ 、乙的騎車速率為  $\frac{d}{20}$ ，





甲、乙兩人各以固定的速率沿相同路徑從 A 鎮騎車到 B 鎮，乙比甲慢 5 分鐘出發，乙出發後 20 分鐘追上甲，則甲的速率：乙的速率 = ？

利用「速率 =  $\frac{\text{距離}}{\text{時間}}$ 」

$$\begin{aligned} \text{即甲的速率：乙的速率} &= \frac{d}{25} : \frac{d}{20} \\ &= \frac{1}{25} : \frac{1}{20} \\ &= 4 : 5 \end{aligned}$$





甲、乙兩人各以固定的速率沿相同路徑從  $A$  鎮騎車到  $B$  鎮，乙比甲慢 5 分鐘出發，乙出發後 20 分鐘追上甲，則甲的速率：乙的速率 = ？

利用「距離 = 速率  $\times$  時間」

設甲每分鐘速率  $x$ 、乙每分鐘速率  $y$ ，

依題意知  $25x = 20y$ ，

得  $x : y = 20 : 25 = 4 : 5$ ，

所以甲的速率：乙的速率 =  $4 : 5$ 。





甲、乙兩人各以固定的速率沿相同路徑從 A 鎮騎車到 B 鎮，乙比甲慢 5 分鐘出發，乙出發後 20 分鐘追上甲，則甲的速率：乙的速率 = ？

利用「距離固定，則速率和時間成反比」

乙追上甲代表兩人騎車的距離相同，  
此時速率與時間成反比，

$$\begin{aligned} \text{即甲的速率：乙的速率} &= \frac{1}{\text{甲花的時間}} : \frac{1}{\text{乙花的時間}} \\ &= \frac{1}{25} : \frac{1}{20} = 4 : 5。 \end{aligned}$$



# 探尋生活中的比與比值

數學課上完〈比與比例式〉後，老師指派了一項功課，要同學們到住家附近的街道走一圈，記錄並製作一份「探尋街道中的數學-比」的報告。廷廷在住家周邊的街道仔細觀察，發現飲料的甜度、牛排的熟度等，都與「比」的概念相關，記錄如下，且回家後使用電腦製作報告。





### 飲料店——甜度

- 全糖
- 少糖，為全糖的  $\frac{3}{4}$
- 半糖，為全糖的  $\frac{1}{2}$
- 微糖，為全糖的  $\frac{1}{3}$
- 無糖

### 牛排屋——熟度

- 全熟
- 七分熟，為全熟的  $\frac{7}{10}$
- 五分熟，為全熟的  $\frac{5}{10}$
- 三分熟，為全熟的  $\frac{3}{10}$

### 書店——影印紙張

- A3  $\frac{\text{長}}{\text{寬}} = \frac{420}{297} \approx 1.414$
- A4  $\frac{\text{長}}{\text{寬}} = \frac{297}{210} \approx 1.414$
- B4  $\frac{\text{長}}{\text{寬}} = \frac{353}{250} = 1.412$

### 寢具店——被類材質

- 羽絨被 95% 羽絨、5% 羽毛
- 羊毛被 100% 純羊毛
- 發熱被 70% 聚酯纖維、30% 發熱纖維

### 銀行——匯率（現金買入）

- 美金 27.59  
(美金 1 元：臺幣 1 元 = 27.59 : 1)
- 日圓 0.2462  
(日圓 1 元：臺幣 1 元 = 0.2462 : 1)
- 歐元 33.03  
(歐元 1 元：臺幣 1 元 = 33.03 : 1)



### Q1

廷廷在使用電腦時，觀察到電腦功能中也存在許多「比」的痕跡，請你也試著從電腦的使用過程中，詳細記錄其中與「比」相關的概念。(提示：電腦螢幕顯示的解析度、上傳和下載資料的進度、*Google* 地圖或 *Word* 檔中的比例尺等)

螢幕解析度是  $1920 \times 1080$ ，代表長、寬各由 1920、1080 個點構成，

長、寬畫素比為  $1920 : 1080$ 。(參考答案)

### Q2

利用電腦的搜尋引擎或查閱字典，回答下列問題：

- (1) 找出含有「比」這個字的成語，並寫出該成語的解釋。
- (2) 承(1)，該成語和「比的概念」有什麼關聯？

(1) 今非昔比：現在不是過去所能相比，形容變化很大

(2) 今：昔(參考答案)



A young girl with long dark hair, wearing a pink baseball cap and a purple floral shirt, is shown in profile, blowing bubbles. The background is a bright, sunlit outdoor setting with many colorful bubbles floating in the air. The text is overlaid on the left side of the image.

學完囉！  
前往 ➡ 下一章節

如下表，觀察  $x$ 、 $y$  的關係。

$x$	2	3	4	5	...
$y$	15	22.5	30	37.5	...

則  $y$  與  $x$  是否成正比？

**解** 是



1. 設有兩個變數  $a$ 、 $b$  滿足  $5a = -4b$ ，則  $b$  與  $a$  是否成正比？為什麼？
2. 設有兩個變數  $a$ 、 $b$  滿足  $5a = 1 - 4b$ ，則  $b$  與  $a$  是否成正比？為什麼？

**解**

1. 是，因為  $\frac{a}{b} = -\frac{4}{5}$  是定值
2. 否，因為  $\frac{a}{b}$  不是定值



以  $x$  表示正三角形的邊長， $y$  表示正三角形的周長， $z$  表示正三角形的面積，則：

- (1)  $y$  與  $x$  是否成正比？
- (2)  $z$  與  $x$  是否成正比？

**解** (1) 是 (2) 否



設  $y$  與  $x$  成正比，且  $x=4$  時， $y=9$ ，則：

(1)  $x$  與  $y$  的關係式為何？

(2) 當  $x=\frac{1}{9}$  時， $y$  是多少？

(3) 當  $y=-4$  時， $x$  是多少？

**解**

$$(1) y = \frac{9}{4}x \quad (2) \frac{1}{4} \quad (3) -\frac{16}{9}$$



**解**

1. 設  $m$  與  $n$  成正比，已知當  $m = -30$  時， $n = -6$ ，  
則當  $m = 5$  時， $n = \underline{1}$ 。
2. 設  $a$  與  $b$  成正比，已知當  $a = 32$  時， $b = -4$ ，  
則當  $a = -8$  時， $b = \underline{1}$ 。



下表是面積 48 平方公分的長方形，其長和寬的關係表。

長(公分)	8	12	16	24
寬(公分)	6	4	3	2

- 解** (1) 當長為 8 公分時，寬為 6 公分；  
當長為 12 公分時，寬為 4 公分；  
當長為 24 公分時，寬為 2 公分。
- (2) 長與寬是否成反比？答：是。



下列敘述中，哪一個選項的  $y$  與  $x$  成反比？

- (A) 有一個圓柱，底面積為 20 平方公分，高為  $x$  公分，體積為  $y$  立方公分。
- (B) 江和有 1000 元，剛好可以買  $x$  元的書  $y$  本。
- (C) 已知一內角為  $50^\circ$  的三角形，另兩個內角分別為  $x^\circ$ 、 $y^\circ$ 。

**解**

(B)



將 3200 毫升的水全部倒入一個長方體容器，此容器的內部底面積為  $x$  平方公分，水高為  $y$  公分，則：

- (1) 寫出  $x$  與  $y$  的關係式。
- (2) 判斷  $y$  與  $x$  是否成反比。
- (3) 如果此容器內部底面積為 160 平方公分，則此時水位高度是幾公分？

**解** (1)  $xy=3200$  (2) 是 (3) 20 公分



小妍要用色紙剪出一個面積為 36 平方公分的三角形，則：

(1)當三角形的底為 12 公分時，高為多少公分？

(2)當三角形的高為 8 公分時，底為多少公分？

**解** (1) 6 公分 (2) 9 公分



設  $y$  與  $x$  成反比，且  $x = \frac{1}{2}$  時， $y = -2$ ，則：

- (1)  $x$  與  $y$  的關係式為何？
- (2) 當  $x = -3$  時， $y$  是多少？
- (3) 當  $y = \frac{4}{5}$  時， $x$  是多少？

**解**

$$(1) xy = -1 \quad (2) \frac{1}{3} \quad (3) -\frac{5}{4}$$



設  $y$  與  $x$  成反比，且  $x = -8$  時， $y = \frac{3}{2}$ ，則：

(1)  $x$  與  $y$  的關係式為何？

(2) 當  $x = 4$  時， $y$  是多少？

(3) 當  $y = \frac{3}{4}$  時， $x$  是多少？

**解** (1)  $xy = -12$  (2)  $-3$  (3)  $-16$



我們知道「三角形面積 =  $\frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$ 」，根據這個關係式，  
回答下列問題：

- (1) 如果三角形的高固定，三角形的面積與底成正比還是反比關係？
- (2) 如果三角形的面積固定，三角形的底與高成正比還是反比關係？

**解** (1) 正比 (2) 反比



乙的速度是甲的 1.5 倍，若甲以 30 分鐘繞行公園 2 圈，  
則乙繞行公園 1 圈需要幾分鐘？

**解**

10 分鐘

