

3-1 比例式

基礎練習

精熟練習



1 比值與倍數的關係

根據下圖回答下列問題：

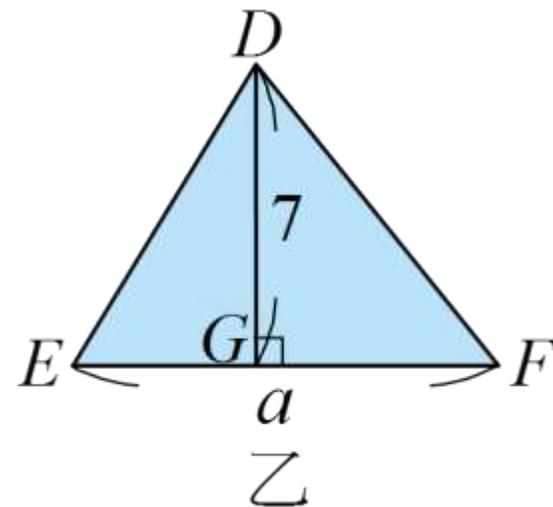
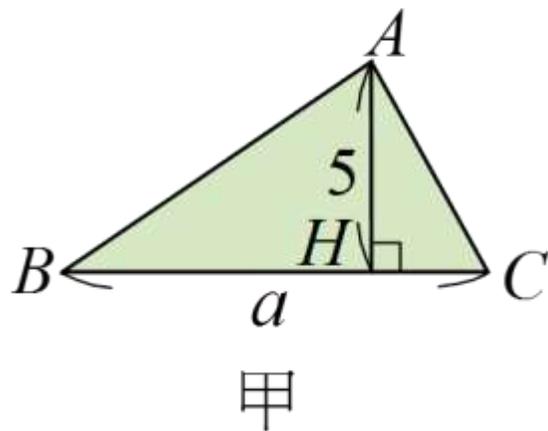
解 (1) 甲三角形面積比乙三角形面積的比值為 $\frac{5}{7}$ 。

甲三角形面積：乙三角形面積

$$= \left(\frac{1}{2} \times a \times 5\right) : \left(\frac{1}{2} \times a \times 7\right)$$

$$= 5 : 7$$

所以比值為 $\frac{5}{7}$



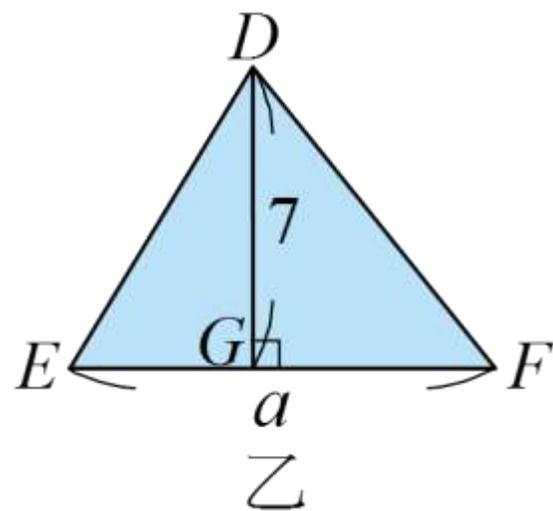
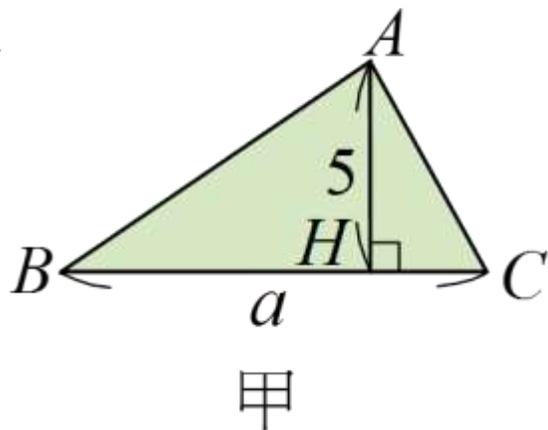


1 比值與倍數的關係

根據下圖回答下列問題：

解 (2) 甲三角形面積是乙三角形面積的 $\frac{5}{7}$ 倍。

由(1)得知，甲三角形面積是乙三角形面積的 $\frac{5}{7}$ 倍





2 比值的應用

小翊騎單車 2 小時共騎了 30 公里，小靖騎單車 3 小時共騎了 40 公里，則小翊與小靖騎單車的平均速率比值為何？(以最簡分數表示)

解

$$\text{速率} = \frac{\text{距離}}{\text{時間}}$$

$$\text{小翊的速率} : \text{小靖的速率} = \frac{30}{2} : \frac{40}{3} = 90 : 80 = 9 : 8$$

所以小翊與小靖騎單車的平均速率比值為 $\frac{9}{8}$

$$\text{答} : \frac{9}{8}$$





3 比的比值

寫出下列各比的比值，並以最簡分數表示。

$$(1) \left(-\frac{3}{2}\right) : \left(-\frac{2}{3}\right)$$

解

$$\left(-\frac{3}{2}\right) : \left(-\frac{2}{3}\right) \text{的比值}$$

$$= \left(-\frac{3}{2}\right) \div \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$= \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$= \frac{9}{4}$$

$$(2) 0.8 : \left(-\frac{6}{5}\right)$$

$$0.8 : \left(-\frac{6}{5}\right) \text{的比值}$$

$$= 0.8 \div \left(-\frac{6}{5}\right)$$

$$= \frac{4}{5} \times \left(-\frac{5}{6}\right)$$

$$= -\frac{2}{3}$$





4 相等的比

在下列各□中填入適當的數值。

$$(1) 39 : (-3) = \square : (-1)$$

$$(2) (-3.5) : 20 = 7 : \square$$

解

$$39 : (-3) = \square : (-1)$$

Diagram showing the solution for (1):

- A pink arrow labeled $\div 3$ points from the first term (39) to the second term (-3).
- A pink arrow labeled $\div 3$ points from the first term (39) to the empty box.

所以□中填 13

$$(-3.5) : 20 = 7 : \square$$

Diagram showing the solution for (2):

- A pink arrow labeled $\times(-2)$ points from the second term (20) to the empty box.
- A pink arrow labeled $\times(-2)$ points from the first term (-3.5) to the empty box.

所以□中填(-40)





5 比例式的運算性質

設 x 、 y 皆不為 0，且 $5x - 2y = 3x + y$ ，則：

(1) $x : y = ?$

(2) $(x + 3y) : (x - y)$ 的比值為何？

解

$$5x - 2y = 3x + y$$

$$2x = 3y$$

$$x : y = 3 : 2$$

$$\text{令 } x = 3r, y = 2r (r \neq 0)$$

則 $(x + 3y) : (x - y)$ 的比值為

$$\frac{x + 3y}{x - y} = \frac{3r + 3 \times 2r}{3r - 2r}$$

$$= \frac{9r}{r}$$

$$= 9$$





6 比例式的外項乘積等於內項乘積

求下列各比例式中的 x 值。

$$(1) \left(-\frac{5}{3}\right) : \left(-\frac{5}{7}\right) = x : \frac{1}{14}$$

$$(2) 7 : (x + 1) = 11 : 4$$

解

$$\left(-\frac{5}{3}\right) \times \frac{1}{14} = \left(-\frac{5}{7}\right) \times x$$

$$x = \left(-\frac{5}{3}\right) \times \frac{1}{14} \div \left(-\frac{5}{7}\right)$$

$$= \left(-\frac{5}{3}\right) \times \frac{1}{14} \times \left(-\frac{7}{5}\right)$$

$$= \frac{1}{6}$$

$$7 \times 4 = (x + 1) \times 11$$

$$28 = 11x + 11$$

$$11x = 17$$

$$x = \frac{17}{11}$$





6 比例式的外項乘積等於內項乘積

求下列各比例式中的 x 值。

$$(3) (-x + 5) : (3x - 2) = 3 : 4$$

解

$$(-x + 5) \times 4 = (3x - 2) \times 3$$

$$-4x + 20 = 9x - 6$$

$$13x = 26$$

$$x = 2$$





6 比例式的外項乘積等於內項乘積

求下列各比例式中的 x 值。

$$(4) (x+1) : 4 = (1-2x) : (-10)$$

解

$$(x+1) \times (-10) = 4 \times (1-2x)$$

$$-10x - 10 = 4 - 8x$$

$$2x = -14$$

$$x = -7$$





7 比例式的應用問題

桃源國中想要粉刷學校外牆，若已買了 20 罐白漆與 12 罐黃漆混合調勻，但後來發現油漆不夠用，還需再買 5 罐白漆與 y 罐黃漆來調勻，才能與原來的顏色相同，求 y 是多少？

解

因為顏色相同，所以白漆與黃漆的比例不變

可得比例式 $20 : 12 = 5 : y$

$$20y = 12 \times 5$$

$$y = 3$$

答：3





8 比例式的應用問題

小妍體重的 9 倍與媽媽體重的 4 倍相同，兩人合起來共重 91 公斤，則：

(1) 小妍的體重：媽媽的體重 = ？

解

設小妍的體重為 x 公斤、媽媽的體重為 y 公斤

$$(1) 9x = 4y, x : y = 4 : 9$$





8 比例式的應用問題

小妍體重的 9 倍與媽媽體重的 4 倍相同，兩人合起來共重 91 公斤，則：

(2) 小妍與媽媽的體重各為多少公斤？

解

(2) 設 $x=4r$ 、 $y=9r$ ($r \neq 0$)

依題意可得 $4r+9r=91$ ， $13r=91$ ， $r=7$

所以小妍的體重為 $4 \times 7 = 28$ 公斤

媽媽的體重為 $9 \times 7 = 63$ 公斤

答：(1) 4 : 9 (2) 小妍 28 公斤，媽媽 63 公斤





9 數量變化問題

小佑與小諒兩人原有零用錢的比為 $3:2$ ，後來小佑花了 150 元買玩具，而小諒又從媽媽手上拿到 275 元的零用錢，結果兩人的零用錢數比變為 $2:3$ ，則兩人原來分別有多少元？

解

設小佑與小諒原有零用錢分別為 $3r$ 元及 $2r$ 元 ($r \neq 0$)

可得 $(3r - 150) : (2r + 275) = 2 : 3$

$$(3r - 150) \times 3 = (2r + 275) \times 2$$

$$9r - 450 = 4r + 550$$





9 數量變化問題

小佑與小諒兩人原有零用錢的比為 3 : 2，後來小佑花了 150 元買玩具，而小諒又從媽媽手上拿到 275 元的零用錢，結果兩人的零用錢數比變為 2 : 3，則兩人原來分別有多少元？

解

$$5r = 1000$$

$$r = 200$$

所以小佑原有 $3 \times 200 = 600$ 元

小諒原有 $2 \times 200 = 400$ 元

答：小佑原有 600 元，小諒原有 400 元





1 比值的應用

有 A 、 B 兩個完全相同的杯子，各裝不同量的水。

設 A 杯原來的水量為 a ， B 杯原來的水量為 b ，則：

- (1) 若將 B 杯中 $\frac{1}{7}$ 的水倒入 A 杯，此時 A 、 B 兩杯的水量各是多少？

解

(1) B 杯水量的 $\frac{1}{7}$ 為 $\frac{1}{7}b$ ，倒出 $\frac{1}{7}b$ 後，

B 杯水量為 $\frac{6}{7}b$ ， A 杯水量為 $a + \frac{1}{7}b$





1 比值的應用

有 A 、 B 兩個完全相同的杯子，各裝不同量的水。

設 A 杯原來的水量為 a ， B 杯原來的水量為 b ，則：

(2) 若倒完後發現兩杯的水位等高，求 $\frac{a}{b} = ?$

解

(2) 杯子完全相同且水位等高，

$$\text{即 } a + \frac{1}{7}b = \frac{6}{7}b,$$

$$a = \frac{5}{7}b, \text{ 得 } \frac{a}{b} = \frac{5}{7}$$

答：(1) A 為 $a + \frac{1}{7}b$ ， B 為 $\frac{6}{7}b$ (2) $\frac{5}{7}$





2 剪紙問題

有甲、乙兩張色紙，其長寬比皆為 $5:3$ 。

- (1) 若將甲色紙沿長邊剪去 12 公分後，如圖 1，可使色紙變成正方形，則原來的長、寬分別為多少公分？

解

設甲色紙的長為 $5r$ 公分、

寬為 $3r$ 公分 ($r \neq 0$)

$$5r - 12 = 3r, 2r = 12, r = 6$$

則原來的長為 $5 \times 6 = 30$ 公分

原來的寬為 $3 \times 6 = 18$ 公分

答：長為 30 公分，寬為 18 公分

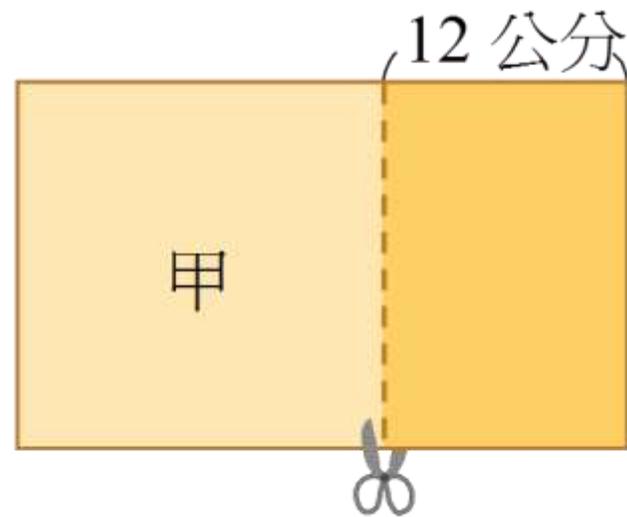


圖 1





2 剪紙問題

有甲、乙兩張色紙，其長寬比皆為 5 : 3。

(2) 若將乙色紙沿寬邊剪去 2 公分後，如圖 2，色紙的長寬比變為 2 : 1，則原來的長、寬分別為多少公分？

解

設乙色紙的長為 $5t$ 公分、寬為 $3t$ 公分 ($t \neq 0$)

$$5t : (3t - 2) = 2 : 1$$

$$5t = (3t - 2) \times 2, t = 4$$

則原來的長為 $5 \times 4 = 20$ 公分

原來的寬為 $3 \times 4 = 12$ 公分

答：長為 20 公分，寬為 12 公分

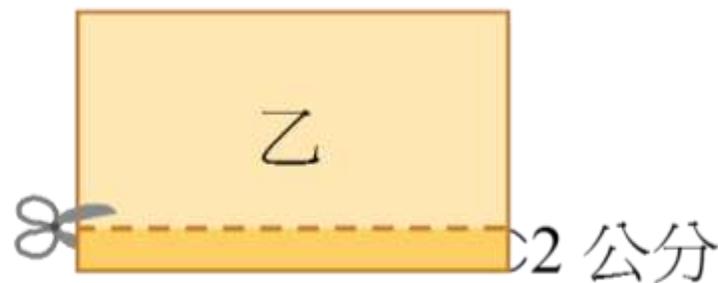


圖 2



A young girl with long dark hair, wearing a pink baseball cap and a purple floral shirt, is shown in profile, blowing bubbles. The background is a bright, sunlit outdoor setting with many colorful bubbles floating in the air. The text "學完囉！" is written in large white characters on the left side, and "前往 ➡ 下一章節" is written in large white characters across the middle, with a white arrow pointing to the right.

學完囉！
前往 ➡ 下一章節



已知甲正方形的邊長為 5 公分，乙正方形的邊長為 9 公分，
則：

解

(1) 甲正方形面積比乙正方形面積的比值為 $\frac{25}{81}$ 。

(2) 甲正方形面積是乙正方形面積的 $\frac{25}{81}$ 倍。





小叡和小澄一同參加路跑，小叡 3 小時共跑了 21 公里，小澄 2 小時共跑了 11 公里，則小叡和小澄跑步的平均速率比值為何？(以最簡分數表示)

解

$$\frac{14}{11}$$





寫出下列各比的比值，並以最簡分數表示。

$$(1) \frac{1}{2} : \left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$(2) (-0.4) : \left(-\frac{3}{2}\right)$$

解 (1) $-\frac{2}{3}$ (2) $\frac{4}{15}$





在下列各□中填入適當的數值。

$$(1) (-3) : \square = 15 : (-25)$$

$$(2) \square : 27 = (-10) : (-18)$$

解 (1) $\square = 5$ (2) $\square = 15$





設 x 、 y 均不為 0，且 $3(x+2y)=4(2x-y)$ ，則：

(1) $x : y = ?$

(2) $(-3x+5y) : (4x-y)$ 的比值為何？

解 (1) $2 : 1$ (2) $-\frac{1}{7}$





求下列各比例式中的 x 值。

$$(1) x : \left(-1\frac{1}{3}\right) = \left(-1\frac{1}{2}\right) : \frac{3}{5}$$

$$(2) (2x + 1) : (-3) = (-x - 3) : 5$$

解 (1) $x = -\frac{10}{3}$ (2) $x = -\frac{4}{7}$





媽媽為阿叻舉辦生日派對，將 12 瓶汽水加 9 個水果罐頭調成水果蘇打，後來臨時加入 10 位朋友，所以又買了 4 瓶汽水，則應再買多少個水果罐頭才能調成相同濃度的水果蘇打？

解 3 個





哥哥體重的 4 倍和妹妹體重的 5 倍相同，兩人合起來共重 99 公斤，則：

- (1) 哥哥的體重：妹妹的體重 = ？
- (2) 哥哥與妹妹的體重各為多少公斤？

解 (1) 5 : 4

(2) 哥哥重 55 公斤，妹妹重 44 公斤





已知阿叻與阿澄的粉絲團人數比為 $3:2$ ，一個月後阿叻粉絲團人數不變，阿澄粉絲團減少了 50 人，使得兩團人數比變為 $2:1$ ，求兩團原本各有多少人？

解 阿叻的粉絲團原有 300 人，
阿澄的粉絲團原有 200 人





設哥哥有 a 元，弟弟有 b 元。救災捐款時，哥哥捐出全部錢的 $\frac{1}{5}$ ，弟弟捐出全部錢的 $\frac{1}{10}$ 後，哥哥剩下錢的 5 倍是弟弟剩下錢的 $\frac{5}{3}$ 倍，則 $\frac{b}{a} = ?$

解

$$\frac{8}{3}$$





一塊長方形農地，其長、寬比為 $7:4$ ，若配合道路修建計畫後，農地的長少了 6 公尺，且農地變成正方形，則原來長方形的長、寬分別為多少公尺？

解 原來長方形的長為 14 公尺、寬為 8 公尺

