

4-1 認識一元一次不等式

Are You Ready ?

主題1 一元一次不等式

主題2 一元一次不等式的解
與圖示

重點整理
自我評量

+++ 以文字符號列式

小祐的撲滿中有5元、10元硬幣共 x 個，其中10元的硬幣有32個，則：

解

(1) 小祐的撲滿中有 $x-32$ 個5元硬幣。

(2) 小祐的撲滿中共有 $5(x-32)+320$ 元。(不需化簡)



+++ 等量公理與移項法則

解

(1) 若 $3x - (-5) = 22$ ，則 $3x = \underline{17}$ 。

(2) 若 $12 + 5x = 8$ ，則 $5x = \underline{-4}$ 。

(3) 若 $-\frac{3}{5}x = 18$ ，則 $x = \underline{-30}$ 。



+++ 數線

已知一條數線，以右方為正向，回答下列問題：

解

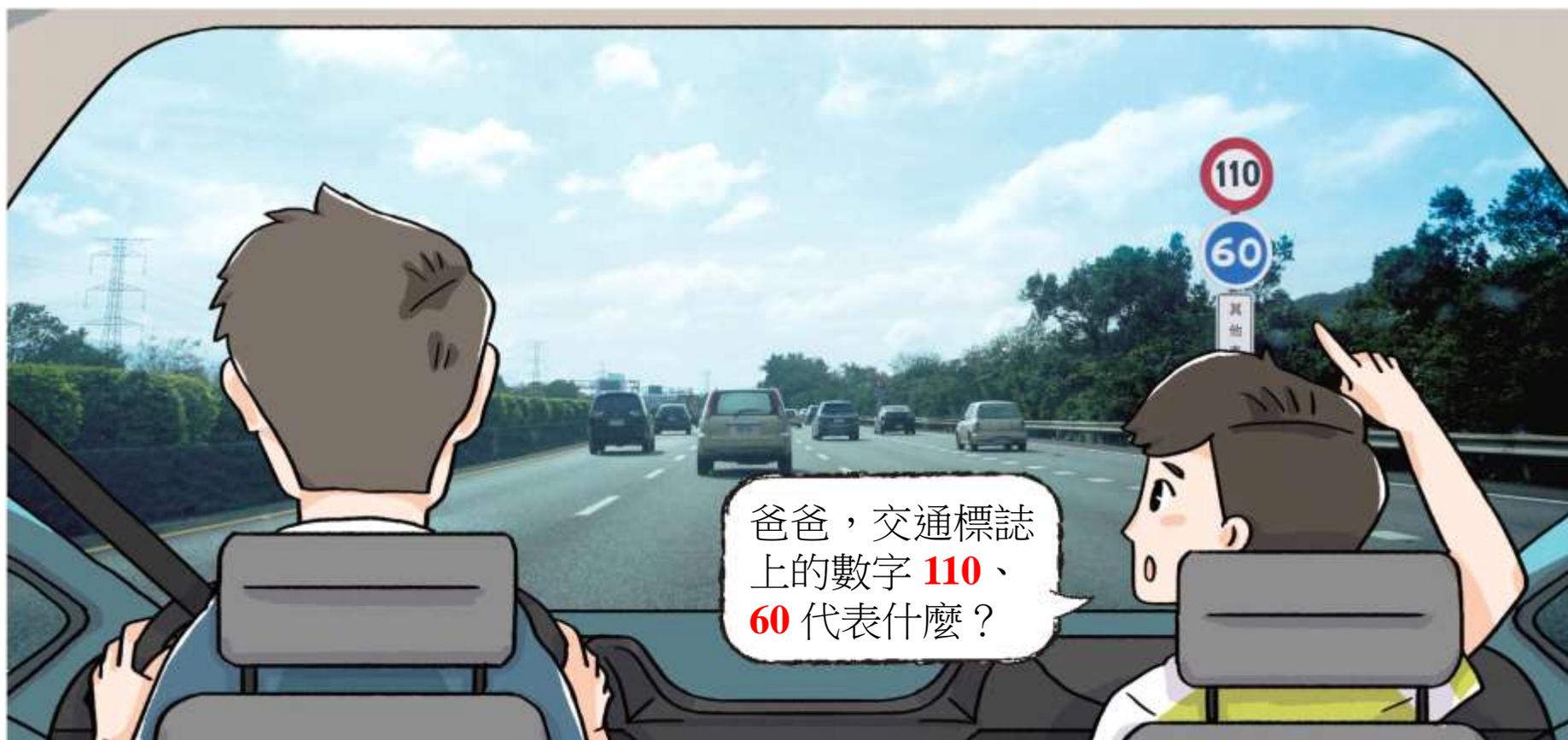
- (1) 數線上愈右邊的數愈 大。(填大或小)
- (2) 數線上左邊的數比右邊的數 小。(填大或小)
- (3) 原點左邊的數都是 負 數。(填正或負)



臺東縣政府近幾年都在臺東縣 鹿野高臺舉辦「臺灣國際熱氣球嘉年華」，現場不只有熱氣球的展示，還能搭乘哟！

為了安全起見，每顆熱氣球承載以 200 公斤為上限，另外也考量熱氣球吊籃的高度，身高必須 110 公分以上才可搭乘。外出遊玩時，多注意這些安全的限制，才能玩得更盡興！





在高速公路上我們可以看到下面的交通標誌，如果我們把車輛的時速設為 x 公里，則：



代表最高速限為每小時 110 公里，
 表示「時速不高於 110 公里」，
 也就是說， x 要小於或等於 110 公里，
 我們可以將「 $x < 110$ 或 $x = 110$ 」合併用「 $x \leq 110$ 」
 表示，
 其中符號「 \leq 」代表「小於或等於」的意思，
 讀作「 x 小於或等於 110」。





代表最低速限為每小時 60 公里，
 表示「時速不低於 60 公里」，
 也就是說， x 要大於或等於 60 公里，
 我們可以將「 $x > 60$ 或 $x = 60$ 」合併用「 $x \geq 60$ 」
 表示，
 其中符號「 \geq 」代表「大於或等於」的意思，
 讀作「 x 大於或等於 60」。



接著我們再來看另一個例子。下表是某天文館劇場門票的收費標準：

天文館劇場票價一覽表

票種類別	票價	適用對象
全票	100 元	一般參觀民眾。
優待票	50 元	① 6 歲以上(含)，而未滿 12 歲之兒童。 ② 年滿 65 歲以上(含)之長者。
免費入場	0 元	① 未滿 6 歲且有師長同行之兒童。 ② 身心障礙者。(及其負責照護者一名)

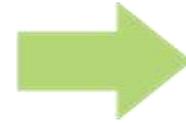


假設小恩的年齡為 x 歲，小恩外婆的年齡為 y 歲，根據上表可知：

小恩



因為我未滿 6 歲，
我不需要購買門票。

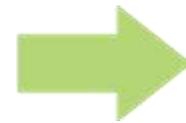


即 $x < 6$ 。

外婆



因為我 65 歲以上，
所以購買優待票。

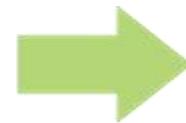


即 $y \geq 65$ 。

小萱



我比小恩大 2 歲，
但購買的是優待票。



即 $x + 2 \geq 6$ ，且 $x + 2 < 12$



像上述 $x < 6$ 、 $y \geq 65$ 、 $x + 2 \geq 6$ 、 $x + 2 < 12$ 等，這類含有不等號 $>$ 、 $<$ 、 \geq 、 \leq 的式子，稱為**不等式**。如果不等式中，只含有一種未知數(一元)，且未知數的次數為 **1** (一次)，則此不等式就稱為**一元一次不等式**，上面出現的不等式都是一元一次不等式。

學習時光機

$ax + b = 0$ ($a \neq 0$) 稱為一元一次**方程式**。

圖解筆記

一元一次不等式

一個未知數，
且次數為 1



$$x < 6$$



不等號



Key point

一元一次不等式

若不等式中，只含有一種未知數(一元)，且未知數的次數為 1 (一次)，則此不等式就稱為一元一次不等式。



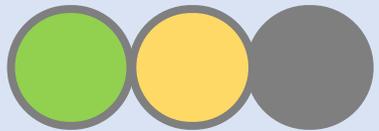
對於日常生活的習慣用語和不等號的對照關係，可以用下表來表示：

習慣用語	不等號
(1) 大於、超過、高於	$>$
(2) 小於、未滿、低於、不到、不夠、不足	$<$
(3) 不小於、不低於、至少、以上(含)	\geq
(4) 不大於、不超過、不逾、不高於、至多、以下(含)	\leq



哈里奧特
(*Thomas Harriot* ,
西元 1560~1621 年)
是首位使用 $>$ 和 $<$
符號的英國數學家。





將下面的敘述改寫成不等式。

解

(1) $3x$ 不超過 18

$$3x \leq 18$$

(2) $4y - 9$ 超過 36

$$4y - 9 > 36$$

(3) $2x - 3$ 不低於 40

$$2x - 3 \geq 40$$

(4) $5x + 3$ 未滿 23

$$5x + 3 < 23$$



你知道這些積木可以
拼成哪一個國字嗎？



答案請見第128頁



例 1 由情境列出不等式 (單一不等號)

搭配課本p127

依下列情境列出 x 的不等式。(不需化簡)

- (1) 小翊帶了 100 元到便利商店買礦泉水，若他拿了 4 瓶售價 x 元的礦泉水，付錢時卻發現錢不夠。



解 (1) 4 瓶礦泉水的售價是 $4x$ 元，

而小翊帶了 100 元不夠付帳，
可以列出不等式為 $4x > 100$ 。



例 1 由情境列出不等式 (單一不等號)

搭配課本p127

依下列情境列出 x 的不等式。(不需化簡)

(2) 小妍身上原有 x 元，如果再加上弟弟的 220 元後，姐弟倆就有足夠的錢訂購定價 650 元的母親節蛋糕。

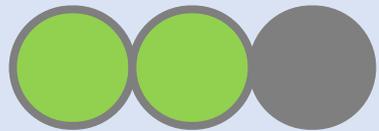


解 (2) 小妍和弟弟共有 $(x + 220)$ 元，

足夠訂購定價 650 元的母親節蛋糕，

可以列出不等式為 $x + 220 \geq 650$ 。





依下列情境列出 x 的不等式。(不需化簡)

(1) 小惠設計一面長方形的班旗，長為 10 公分，寬比長少 x 公分，且面積不到 60 平方公分。

解

長方形的寬是 $(10-x)$ 公分，
可以列出不等式為 $10(10-x) < 60$



依下列情境列出 x 的不等式。(不需化簡)

(2) 一學期有三次數學測驗，若三次總分達 270 分以上(含)即可得到獎勵。小妍三次測驗的分數分別為 86 分、91 分、 x 分，且小妍得到獎勵。

解

小妍三次測驗的總分是 $(86 + 91 + x)$ 分，

且小妍得到獎勵

可以列出不等式為 $86 + 91 + x \geq 270$



在我們生活周遭常見到有上下範圍的情境描述，

例如：假設空氣品質指標 *AQI* (*Air Quality Index*) 值為 x ，且某地區指標顯示為「普通」時， x 應在 51 以上(含)，但不超過 100，可用「 $51 \leq x \leq 100$ 」表示，意思是「 $51 \leq x$ 」和「 $x \leq 100$ 」同時成立。

你知道嗎？

空氣品質指標是依據當日空氣中的臭氧、細懸浮微粒濃度等數值，及其對人體健康的影響程度，轉換成當日空氣品質指標值。



例 2 由情境列出不等式(兩個不等號)

搭配課本p128

下表是某網路書城的會員分級對照表：



鑽石會員 消費累積 8000 元以上(含)。



白金會員 消費累積 5000 元以上(含)，未滿 8000 元。



黃金會員 消費累積 2000 元以上(含)，未滿 5000 元。



一般會員 已註冊，消費累積未滿 2000 元。



例 2 由情境列出不等式(兩個不等號)

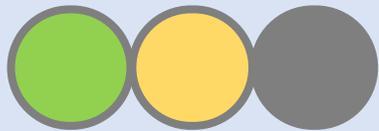
搭配課本p128

- (1) 若小昱消費累積 x 元且是白金會員，試以不等式表示 x 的範圍。
- (2) 若小可消費累積 y 元且是一般會員，試以不等式表示 y 的範圍。



解

- (1) 因為白金會員是「5000元以上(含)，未滿8000元」，所以可以列出不等式為 $5000 \leq x < 8000$ 。
- (2) 因為一般會員是「未滿2000元」，所以列式為 $y < 2000$ ，又消費金額必為「0元以上(含)」，所以列式為 $0 \leq y$ ，故可以列出不等式為 $0 \leq y < 2000$ 。



根據例 2 的情境，回答下列問題：

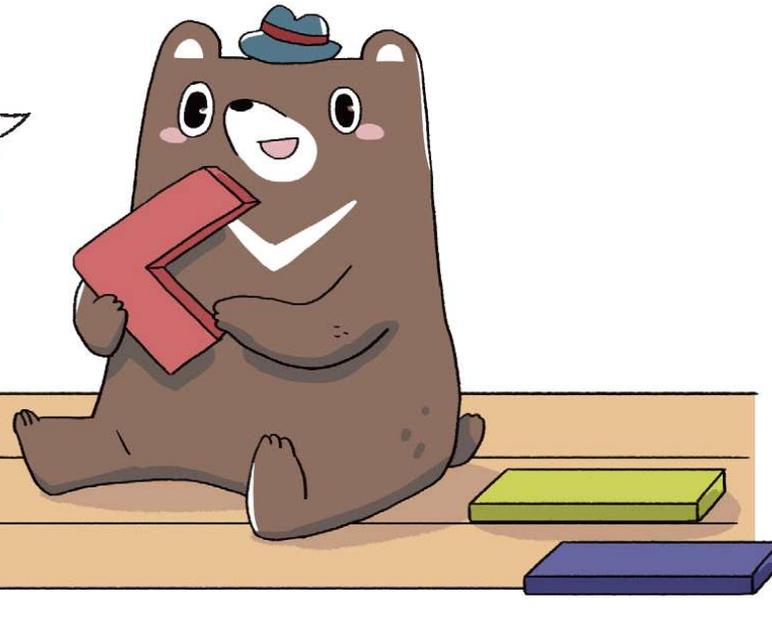
- (1) 若白白消費累積 a 元且是黃金會員，試以不等式表示 a 的範圍。
- (2) 若大宛消費累積 b 元且是鑽石會員，試以不等式表示 b 的範圍。

解

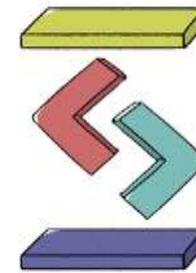
- (1) 因為黃金會員是「2000 元以上(含)，未滿 5000 元」
所以可以列出不等式為 $2000 \leq a < 5000$
- (2) 因為鑽石會員是「8000 元以上(含)」
所以可以列出不等式為 $b \geq 8000$



你知道這些積木可以
拼成哪一個國字嗎？



答對了嗎？



答案：互。



我們在第一冊學過能使一元一次方程式等式成立的數，稱為該方程式的解。例如： $x=3$ 能使 $x+5=8$ 等式成立，所以 $x=3$ 是 $x+5=8$ 的解。

同樣的，在一元一次不等式中，能使一元一次不等式成立的數，稱為該不等式的解。我們來看下面的例題。



例 3 判斷不等式的解

下列哪些數是不等式 $3x - 7 \leq 9$ 的解？

- (1) -2 (2) 8 (3) $5\frac{1}{3}$

解

	x	$3x - 7$	$3x - 7 \leq 9$
(1)	-2	$3 \times (-2) - 7 = -13$	不等式成立
(2)	8	$3 \times 8 - 7 = 17$	不等式不成立
(3)	$5\frac{1}{3}$	$3 \times 5\frac{1}{3} - 7 = 9$	不等式成立

所以 $x = -2$ 和 $x = 5\frac{1}{3}$ 都是不等式 $3x - 7 \leq 9$ 的解。



一般而言，在沒有其他條件的限制下，一元一次不等式的解通常不只一個。



下列哪些數是不等式 $15 > 8 + 2x$ 的解？

- (1) 4 (2) -5 (3) $3\frac{1}{2}$

解

	x	$8 + 2x$	$15 > 8 + 2x$
(1)	4	$8 + 2 \times 4 = 16$	不等式不成立
(2)	-5	$8 + 2 \times (-5) = -2$	不等式成立
(3)	$3\frac{1}{2}$	$8 + 2 \times 3\frac{1}{2} = 15$	不等式不成立

所以 $x = -5$ 是不等式 $15 > 8 + 2x$ 的解



像 $x > 1$ 、 $x \geq 1$ 、 $x < 3$ 、 $x \leq 2$ 等這類的不等式，我們可以直接判斷哪些數是它們的解，哪些數不是它們的解，此時就可以在數線上將它們的解都表示出來。我們來看下面的例題。



例 4 圖示不等式的解 (單一不等號)

搭配課本p130

在數線上圖示下列各不等式的解。

(1) $x < 1$ (2) $x \geq -2$

解

(1) 不等式 $x < 1$ 的解就是所有比 1 小的數，而在數線上，所有小於 1 的數都在坐標為 1 之左邊的點，所以我們可以用下圖來表示 $x < 1$ 的解：



圖中符號「 \circ 」是一個空心的圓圈，代表坐標為 1 的點不包含在這不等式的解內。



例 4 圖示不等式的解 (單一不等號)

搭配課本p130

在數線上圖示下列各不等式的解。

(1) $x < 1$ (2) $x \geq -2$

解

(2) 不等式 $x \geq -2$ 的解就是所有比 -2 大，或是等於 -2 的數，
而在數線上，

所有大於 -2 的數都在坐標為 -2 之右邊的點，

等於 -2 的數就是坐標為 -2 的點，

所以我們可以用下圖來表示 $x \geq -2$ 的解：



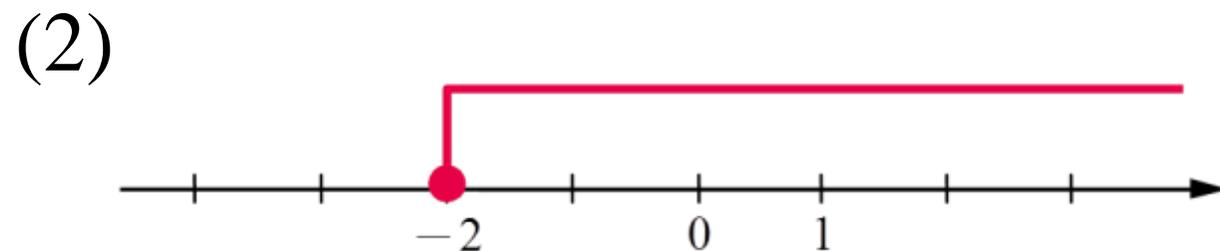
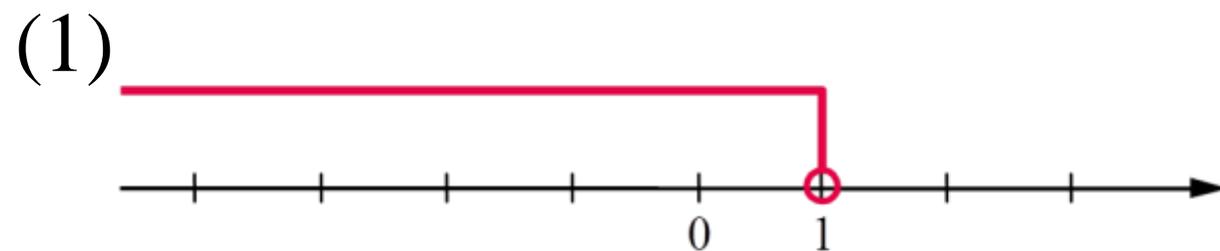
圖中符號「●」是一個實心的圓圈，

代表坐標為 -2 的點包含在這不等式的解內。



另外為了方便繪製，

也經常以下圖的方法表示如例 4 中不等式的解：



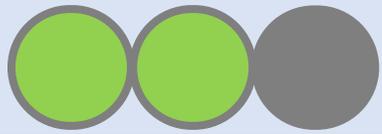
圖解筆記

圖示不等式的解

○: 空心 → 不包含

●: 實心 → 包含





在數線上圖示下列各不等式的解。

(1) $x > -3$

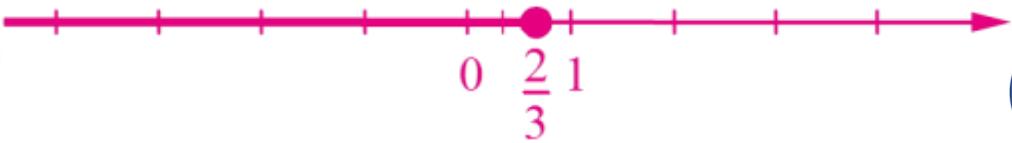
(2) $x \leq \frac{2}{3}$

解

(1)



(2)



例 5 圖示不等式的解(兩個不等號)

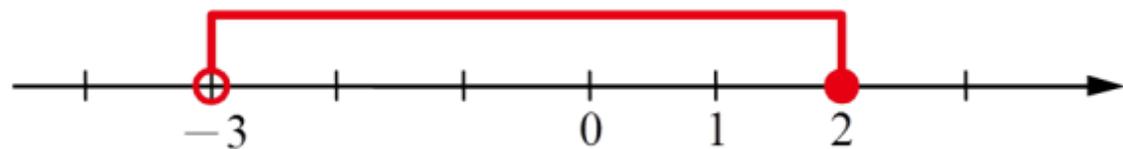
在數線上圖示不等式 $-3 < x \leq 2$ 的解。

解 不等式 $-3 < x \leq 2$ ，表示「 x 大於 -3 」且「 x 小於或等於 2 」，

圖示如下：



也可圖示如下：





在數線上圖示下列各不等式的解。

(1) $-4 \leq x \leq 1$

(2) $3 > x > -2$

解



1 一元一次不等式

若不等式中，只含有一種未知數(一元)，
且未知數的次數為 1 (一次)，
則此不等式就稱為一元一次不等式。

例 $x < 25$ 、 $2y - 3 > 7$ 、 $4a \geq 5$ 、 $b \leq 2$
都稱為一元一次不等式。



2 習慣用語和不等號的對照表

習慣用語	不等號
(1) 大於、超過、高於	$>$
(2) 小於、未滿、低於、不到、不夠、不足	$<$
(3) 不小於、不低於、至少、以上(含)	\geq
(4) 不大於、不超過、不逾、不高於、至多、以下(含)	\leq

例 (1) 「 x 高於 32」可列式為 $x > 32$ 。

(2) 「 $y+5$ 不超過 19」可列式為 $y+5 \leq 19$ 。



3 一元一次不等式的解

能使一元一次不等式成立的數，稱為該不等式的解。

例 $x=3$ 能使不等式 $2x+3>5$ 成立，
所以 $x=3$ 是不等式 $2x+3>5$ 的解。



4 圖示一元一次不等式的解

不等式	$x < a$	$x \leq a$
圖示		
不等式	$x > a$	$x \geq a$
圖示		



1 依下列情境列出 x 的不等式。(不需化簡)

(1) 小恩 今年 x 歲，小岩 今年 12 歲，已知小恩 至少比小岩 大 8 歲。

解 $x - 12 \geq 8$

(2) 小渝帶 500 元到速食店，點了 2 個 80 元的雞腿堡後，剩餘的錢不夠再買 3 份每份 x 元的套餐。

解 $500 - 80 \times 2 < 3x$



1 依下列情境列出 x 的不等式。(不需化簡)

(3) 小萱跟 7 位朋友一起搭電梯，已知電梯的載重不超過 600 公斤，若小萱的體重是 45 公斤，7 位朋友的平均體重為 x 公斤，且小萱跟 7 位朋友可以一起順利搭乘。

解

$$45 + 7x \leq 600$$



2 一年甲班有學生 35 人，其中 20 位是男生。某次數學平時考，全班的平均分數不高於 85 分。假設男生的平均分數為 x 分，女生的平均分數比男生的平均分數多 2 分，試回答下列問題：(不需化簡)

(1) 以 x 的一元一次式表示全班的總分。

解

由題意可知男生 20 位，平均分數 x 分；

女生 $35 - 20 = 15$ 位，平均分數 $(x + 2)$ 分

(1) $20x + 15(x + 2)$ 分



2 一年甲班有學生 35 人，其中 20 位是男生。某次數學平時考，全班的平均分數不高於 85 分。假設男生的平均分數為 x 分，女生的平均分數比男生的平均分數多 2 分，試回答下列問題：(不需化簡)

(2) 以 x 的一元一次式表示全班的平均分數。

解 $\frac{20x + 15(x + 2)}{35}$ 分

(3) 根據「全班的平均分數不高於 85 分」，列出 x 的一元一次不等式。

解 依題意可以列出不等式為 $\frac{20x + 15(x + 2)}{35} \leq 85$



3 依下列情境列出 x 的不等式。(不需化簡)

(1) 有一個三角形的底邊長為 x 公分，底邊上的高為 13 公分，且其面積不小於 25 平方公分，但不超過 52 平方公分。

解 $25 \leq \frac{13x}{2} \leq 52$

(2) 若雪山隧道全長 13 公里，在沒有塞車的情況下，有一輛車以每小時 70 公里以上(含)，90 公里以下(含)的速度行駛，共花了 x 小時通過此隧道。

解 $\frac{13}{90} \leq x \leq \frac{13}{70}$



4 判斷下列哪些數是不等式 $5x + 16 \geq 88$ 的解？

- (1) 20 (2) $14\frac{2}{5}$ (3) -3.1

解

	x	$5x + 16$	$5x + 16 \geq 88$
(1)	20	$5 \times 20 + 16 = 116$	不等式成立
(2)	$14\frac{2}{5}$	$5 \times 14\frac{2}{5} + 16 = 88$	不等式成立
(3)	-3.1	$5 \times (-3.1) + 16 = 0.5$	不等式不成立

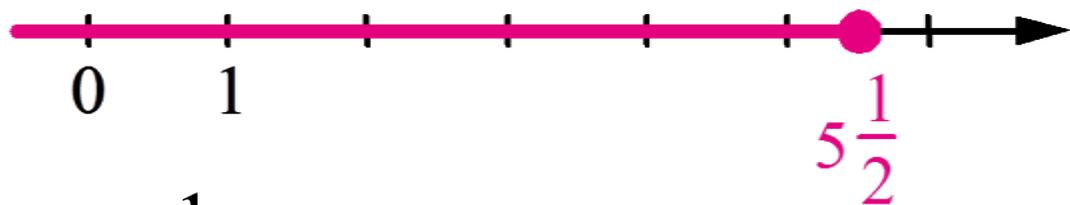
所以 (1) $x=20$ 和 (2) $x=14\frac{2}{5}$ 都是不等式 $5x + 16 \geq 88$ 的解



5 在數線上圖示下列各不等式的解。

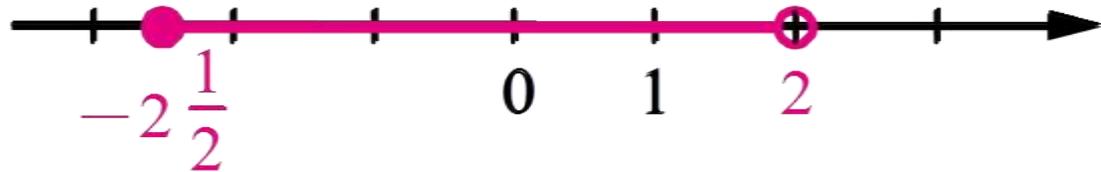
(1) $x \leq 5\frac{1}{2}$

解



(2) $-2\frac{1}{2} \leq x < 2$

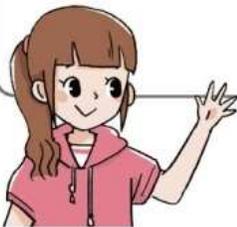
解



挑錯題

小妍、小翊、小美和小安四人對於「一元一次不等式」的說法如下。判斷他們的說法是否正確，並說明你的理由。

「 $2x+7$ 至少是 10」可以表示成 $2x+7 > 10$ 。



小妍

「 $3x-2$ 不大於 -5 」可以表示成 $3x-2 < -5$ 。



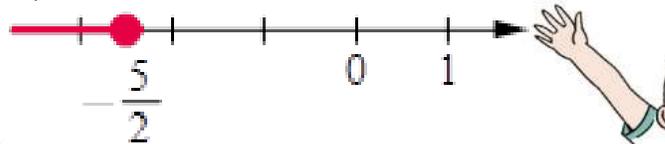
小翊

一元一次不等式 $x < 1$ 解的圖示為



小美

一元一次不等式 $x \geq -\frac{5}{2}$ 解的圖示為



小安



挑錯題

小妍：正確；錯誤，

理由：不等式應表示成 $2x + 7 \geq 10$

小翊：正確；錯誤，

理由：不大於代表小於或等於，所以不等式
應為 $3x - 2 \leq -5$



挑錯題

小美：正確；錯誤，

理由：

小安：正確；錯誤，

理由：不等式 $x \geq -\frac{5}{2}$ 解的圖示應為

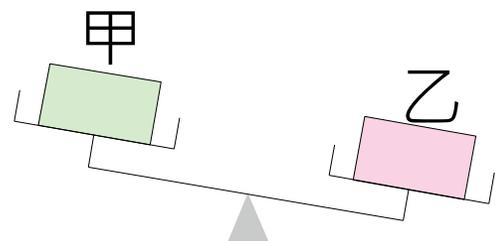




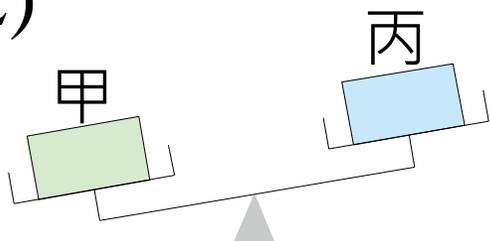
學完囉！
前往 ➡ 下一章節

根據下圖，用不等式分別表示物品的重量。

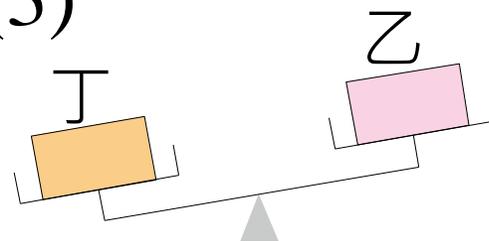
(1)



(2)



(3)



解 (1) $甲 < 乙$ (2) $甲 > 丙$ (3) $丁 > 乙$



將下面的敘述改寫成不等式。

(1) $5y$ 超過 100

(2) $4x - 20$ 不超過 58

(3) $2x + 3$ 小於 70

(4) $6 - 5x$ 不小於 39

解

(1) $5y > 100$

(2) $4x - 20 \leq 58$

(3) $2x + 3 < 70$

(4) $6 - 5x \geq 39$



將下面的敘述改寫成不等式。

(1) 3 比 $2x + 1$ 的 2 倍大

(2) $5y - 7$ 不到 29 的一半

(3) $-3x - 1$ 是正數

解

$$(1) 3 > 2(2x + 1)$$

$$(2) 5y - 7 < \frac{29}{2}$$

$$(3) -3x - 1 > 0$$



依下列情境列出 x 的不等式。(不需化簡)

(1) 一杯奶茶 x 元，200 元買 2 杯奶茶還可以找錢。

(2) 哥哥原有 x 元，哥哥錢的一半再加 10 元不少於 120 元。

解 (1) $2x < 200$ (2) $\frac{1}{2}x + 10 \geq 120$



一學期有三次國文測驗，小佑第一次測驗得 85 分，第二次測驗得 89 分，第三次測驗得 x 分，結果小佑三次測驗的平均分數超過 90 分，依題意列出 x 的不等式。(不需化簡)

解 $\frac{85 + 89 + x}{3} > 90$



某國中舉辦畫畫寫生比賽，比賽成績依右表給予等第(滿分 100 分)，則：

等第	分數
特優	90 分以上(含)
優等	80 分以上(含)，未滿 90 分
佳作	70 分以上(含)，未滿 80 分

- (1) 如果小美得 x 分，評為特優，試以不等式表示 x 之範圍。
- (2) 如果康康得 z 分，評為佳作，試以不等式表示 z 之範圍。

解

$$(1) 90 \leq x \leq 100 \quad (2) 70 \leq z < 80$$



將下面的敘述改寫成不等式。

(1) x 比 5 大，且不大於 12。

(2) $2y - 1$ 不超過 2，且不小於 -2 。

(3) 9 低於 $3x + 4$ ，且不低于 $3x - 1$ 。

解

$$(1) 5 < x \leq 12$$

$$(2) -2 \leq 2y - 1 \leq 2$$

$$(3) 3x - 1 \leq 9 < 3x + 4$$



(1) 下列哪些數是不等式 $2x - 5 \leq 11$ 的解？

(A) 10 (B) 8 (C) $\frac{17}{2}$ (D) -2.1

(2) 在 3 、 $4\frac{1}{3}$ 、 5.2 三數中，哪些是不等式 $3x - 7 \geq 6$ 的解？

解 (1) (B)、(D)

(2) $4\frac{1}{3}$ 和 5.2



$x=1$ 不是下列哪一個不等式的解？

(A) $2x + 1 \leq 3$

(B) $2x - 1 \geq 3$

(C) $-2x + 1 \geq -3$

(D) $-2x - 1 \leq -3$

解 (B)



在數線上圖示下列各不等式的解。

(1) $x \leq \frac{11}{3}$

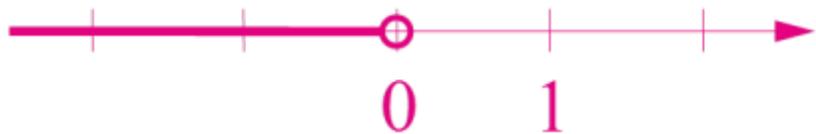
(2) $x < 0$

解

(1)



(2)



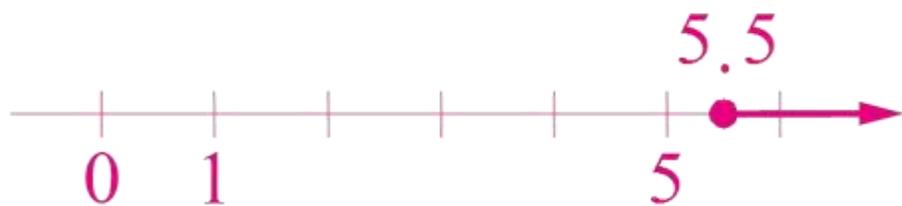
在數線上圖示下列各不等式的解。

(1) $x \geq 5.5$

(2) $x > -3$

解

(1)



(2)



在數線上圖示下列各不等式的解。

(1) $-1 < x \leq 3$

(2) $-\frac{1}{2} > x > -4$

(3) $-5 \leq x \leq \frac{3}{2}$

解

