

# 6-1 垂直、線對稱 與三視圖

Are You Ready ?

主題1 點、線、角與標示

主題2 多邊形

主題3 垂直平分線與線對稱圖形

主題4 三視圖

重點整理

自我評量

一題多解

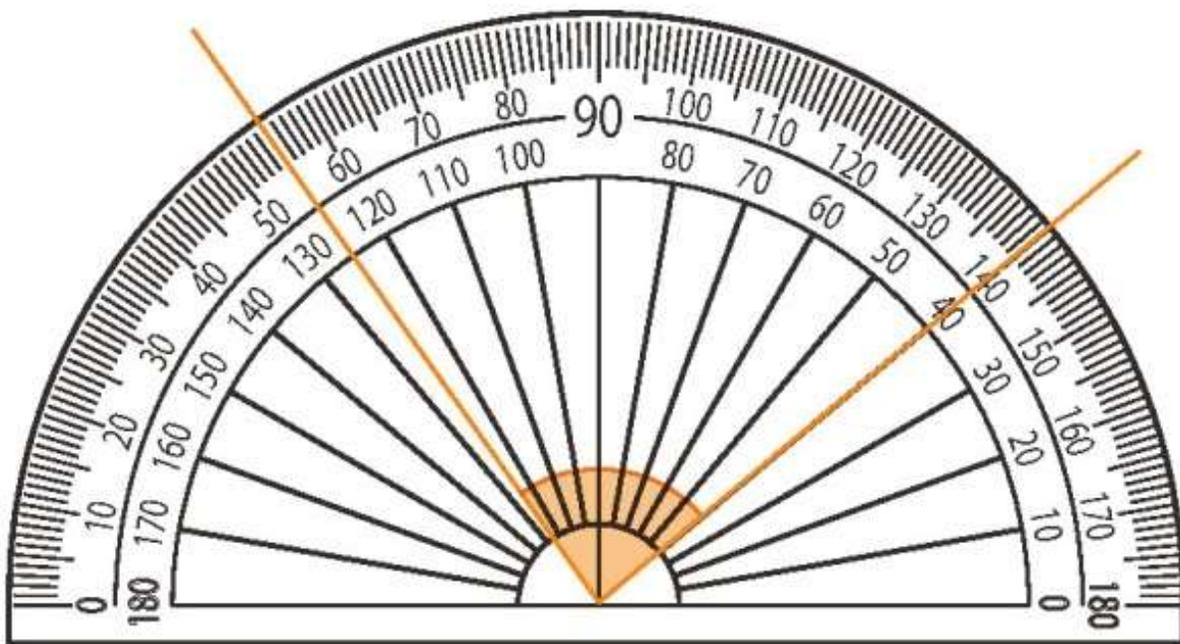
數學新視界



## +++ 角度

**解**

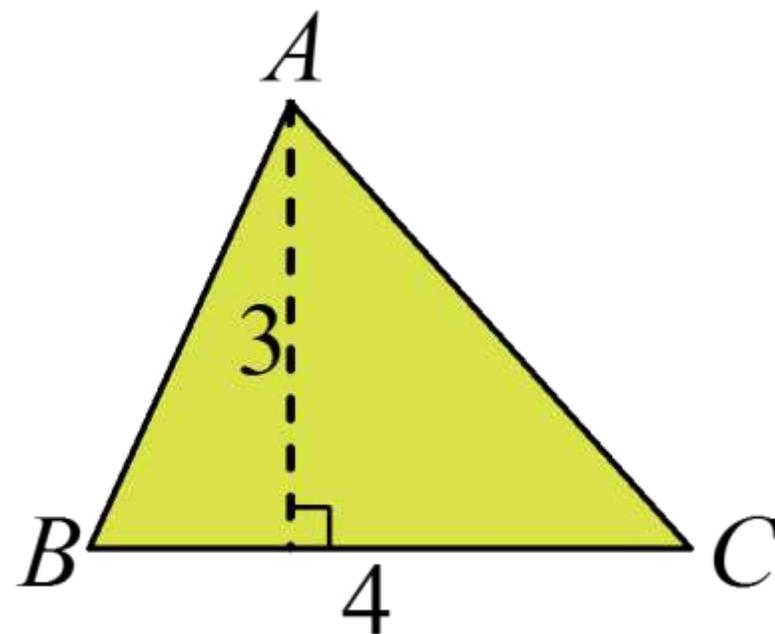
觀察下圖中鋪色的角，角度為 85 度，  
是 銳 角。(填銳、鈍或直)



## +++ 多邊形

**解**

- (1) 如右圖，三角形中，若一邊長為 4，且此邊上的高為 3，則此三角形的面積為 6。
- (2) 五邊形有 5 個邊，5 個頂點。



阿美族是臺灣原住民中人口最多的一族，每年七至九月，在各個部落都會舉行豐年祭，以祈禱、跳舞和唱歌的方式來慶祝，為了表示尊敬，這一天大家都會盛裝出席。仔細觀察他們服裝上的花樣，不少都是利用一些基本的幾何圖形，去排列出精巧的圖騰，就讓我們透過認識基本的幾何圖形，來進入幾何世界吧！



南港賞鳥區 (終點)

風情海岸

點

線

海山漁港

紅樹林公園

港南運河

海天一線看海區

看海公園

南寮漁港 (起點)

Love

小妍

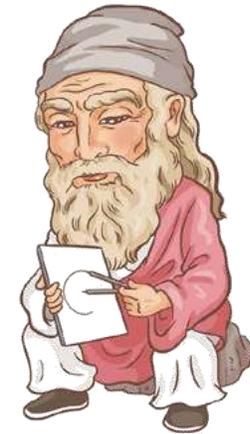
小翊

從南寮漁港出發，沿著自行車步道這條路線，沿途會經過看海公園、海天一線看海區、……這些點。

新竹 17 公里海岸線



地圖中我們常用「點」表示位置，用「線」表示路線，而點與線也是基本的幾何圖形，我們將由此進入幾何的世界。



## 歐幾里得

(*Euclid*，西元前 325 年～265 年)  
古希臘人，編撰的《幾何原本》中，包括了與圖形有關的知識統整。



## 點

「點」只代表位置，沒有大小之分。在數學上，為了清楚標示平面上的各點，習慣會在點的旁邊寫上大寫的英文字母，如  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、……，來表示這些點，並稱為  $A$  點、 $B$  點、 $C$  點 (或點  $A$ 、點  $B$ 、點  $C$ )，如圖 1。

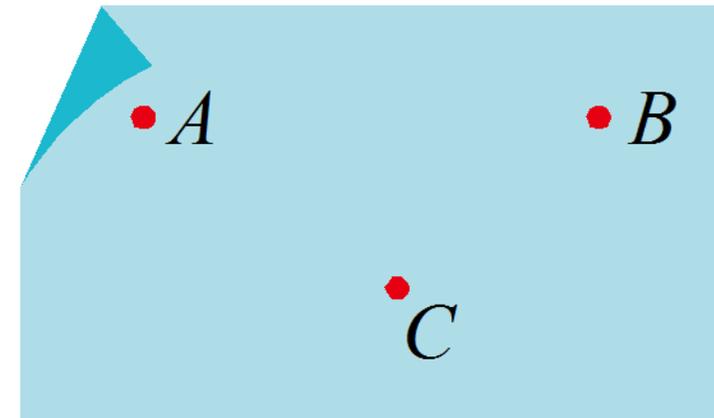


圖 1



## 線

平面上，一個點移動所經過的路徑稱為「線」，線沒有粗細或寬窄之分。線如果是彎曲的，就稱為**曲線**，如果是筆直向兩端無限延伸的，就稱為**直線**，如圖 2。

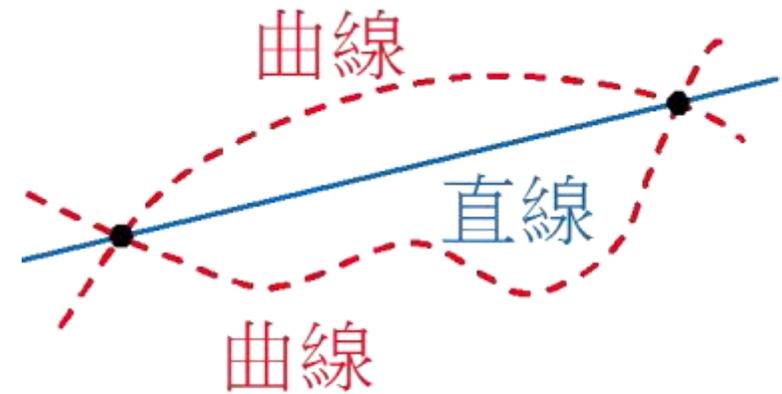


圖 2



通過平面上相異兩點  $A$ 、 $B$  的曲線可以有很多條，但只能畫出一條直線。也就是說：**相異兩點決定一直線**。在數學上，一般會用英文字母來表示直線，如  $L$ 、 $M$ 、……，或  $L_1$ 、 $L_2$  等符號來標示。



若  $A$ 、 $B$  是直線  $L$  上的相異兩點，相關名稱與符號如下表：

<p>直線</p>	 <p>直線 <math>AB</math> (<math>\overleftrightarrow{AB}</math>)</p>	<p>直線可標示為直線 <math>AB</math> 或 <math>\overleftrightarrow{AB}</math> (也可寫成直線 <math>BA</math> 或 <math>\overleftrightarrow{BA}</math>)，其中符號「<math>\overleftrightarrow{\quad}</math>」表示直線可以向兩邊無限延伸。</p>
-----------	---	--



線段

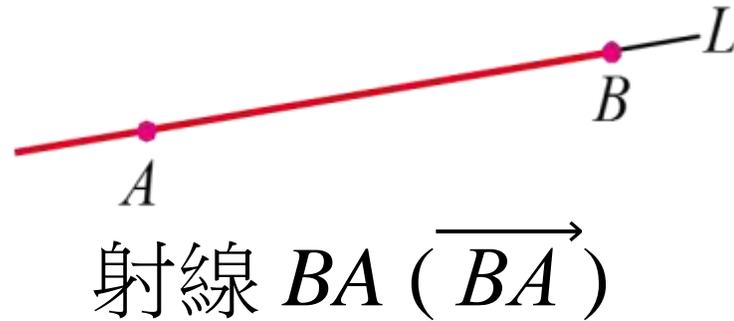
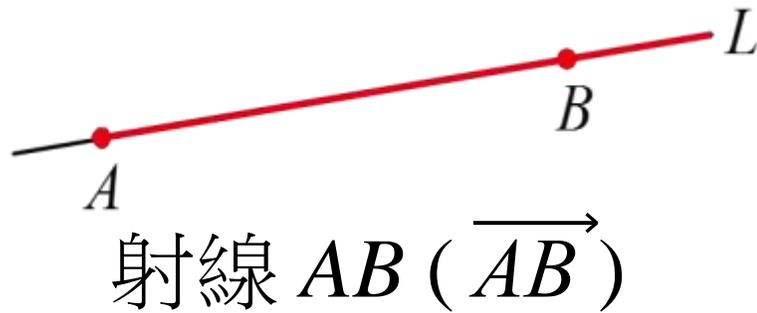


線段  $AB$  ( $\overline{AB}$ )

$A$  點與  $B$  點之間的部分 (含  $A$  點與  $B$  點) 稱為線段，以線段  $AB$  或  $\overline{AB}$  標示 (也可寫成線段  $BA$  或  $\overline{BA}$ )，而  $A$  點和  $B$  點都稱為  $\overline{AB}$  的端點。



射線



以  $A$  點為端點，往  $B$  點的方向無限延伸出去，稱為射線  $AB$ ，標示為  $\overrightarrow{AB}$ ；若以  $B$  點為端點往  $A$  點的方向無限延伸出去，稱為射線  $BA$ ，標示為  $\overrightarrow{BA}$ 。因為端點和延伸的方向都不一樣所以  $\overrightarrow{AB}$  和  $\overrightarrow{BA}$  是不相同的。





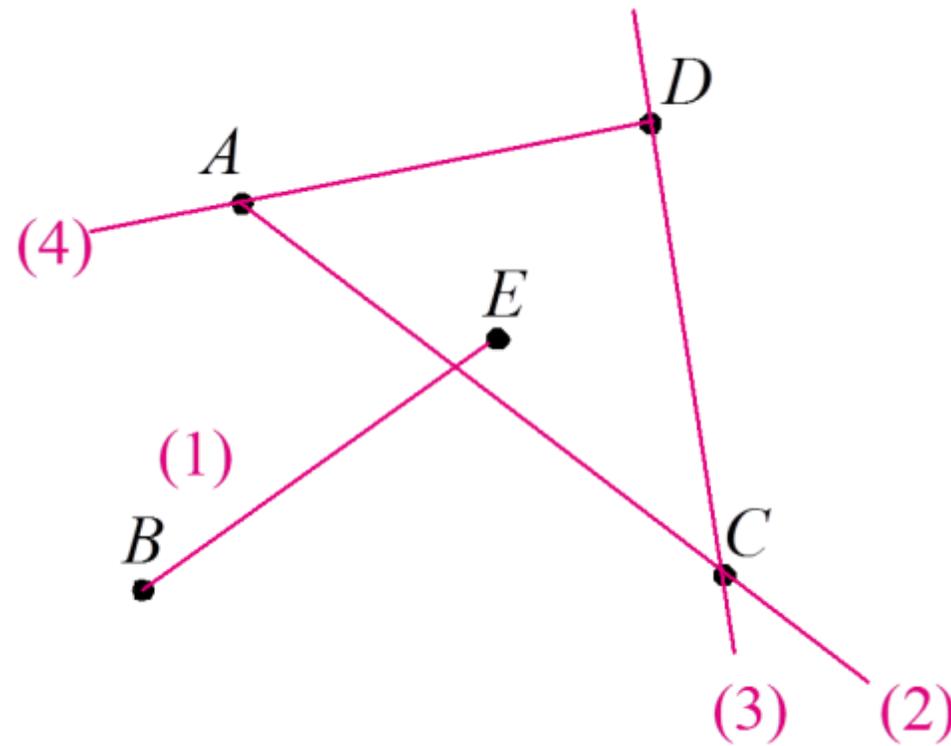
在右圖中畫出下列各線段、射線與直線。

(1)  $\overline{BE}$

(2)  $\overrightarrow{AC}$

(3)  $\overleftrightarrow{CD}$

(4)  $\overrightarrow{DA}$



**解**

如圖所示

## 角

如圖 3， $\overrightarrow{BA}$  和  $\overrightarrow{BC}$  相交於  $B$  點形成一個角，我們標示「 $\angle ABC$ 」（讀作角  $ABC$ ）或「 $\angle CBA$ 」，也可以簡記為「 $\angle B$ 」，此時  $B$  點稱為這個角的頂點， $\overrightarrow{BA}$  和  $\overrightarrow{BC}$  都稱為這個角的邊。

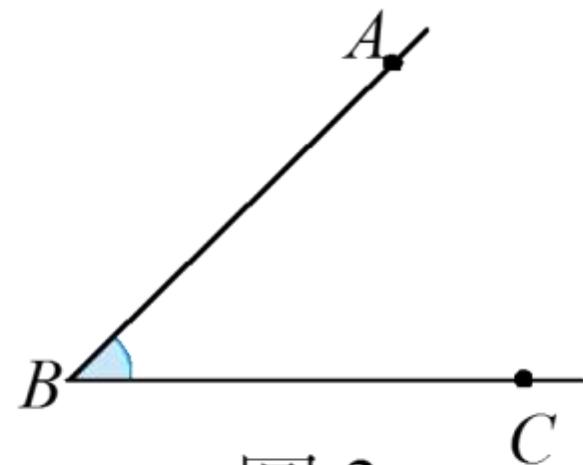


圖 3



如圖 4，以  $B$  點為頂點的角有三個，分別為  $\angle DBA$ 、 $\angle ABC$ 、 $\angle DBC$ ，如果只單純用  $\angle B$  來表示，將無法確定  $\angle B$  代表哪一個角。這時我們可以用代號寫在角的內部來命名，用  $\angle 1$  表示  $\angle DBA$ 、用  $\angle 2$  表示  $\angle ABC$ 。

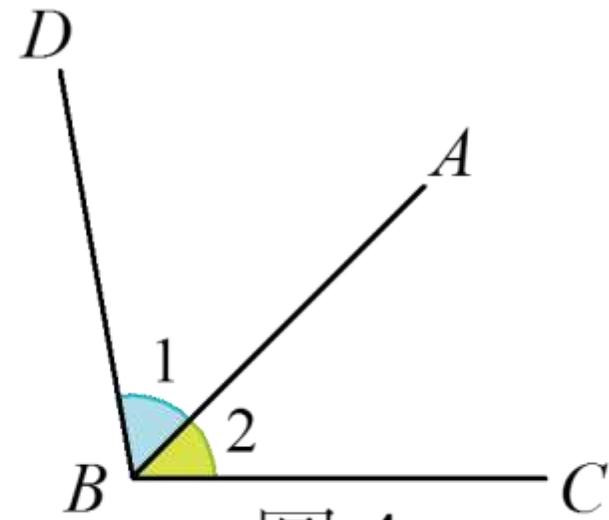
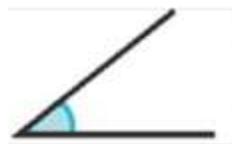


圖 4

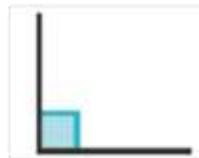


一個角的度數跟邊的長短無關， $\angle B$  除了表示這個角本身之外，也可以表示這個角的度數，如圖 3 中， $\angle B$  的度數是  $45^\circ$ ，可記作「 $\angle B = 45^\circ$ 」。

## 學習時光機



銳角(小於  $90^\circ$ )



直角(等於  $90^\circ$ )

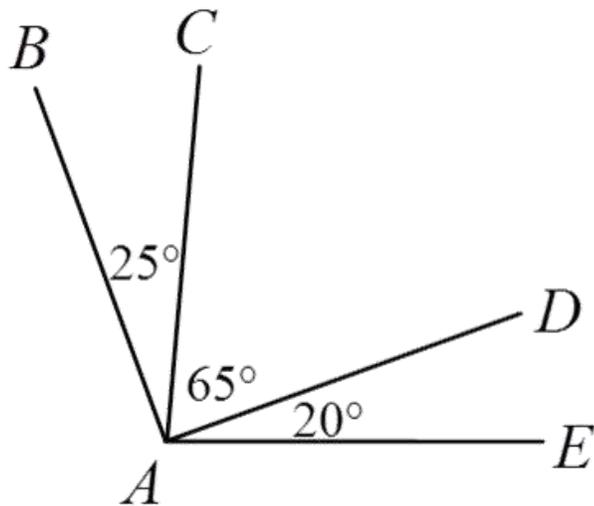


鈍角(大於  $90^\circ$ )





請根據右圖的數據，寫出下列各角的度數，  
並判斷這個角是銳角、直角或鈍角。



- 解**
- (1)  $\angle BAD = \underline{90}$  度，是 直 角。
- (2)  $\angle BAE = \underline{110}$  度，是 鈍 角。
- (3)  $\angle CAE = \underline{85}$  度，是 銳 角。

數

學

好

好

玩

## 尼羅河氾濫，造就幾何學

不好了～尼羅河  
又要氾濫了！

別緊張！埃及人不怕淹水，反而期盼淹水呢！因為大水消退後，會留下一層肥沃的淤泥，就能長出豐碩的農作物。但田地的分界線也因大水消失不見，為了重新分配，埃及人發展出一些簡易幾何圖形的研究，如形狀、大小、圖形性質等。



我們在國小已經認識許多圖形，如三角形、四邊形、五邊形、……，這些在平面上的幾何圖形，稱為**平面幾何圖形**。

如圖 5，把平面上的幾個點依序用線段連接起來，像這樣的圖形稱為**多邊形**。這些點都叫作多邊形的頂點，這些線段都叫作邊，相鄰的兩邊夾成一個內角。

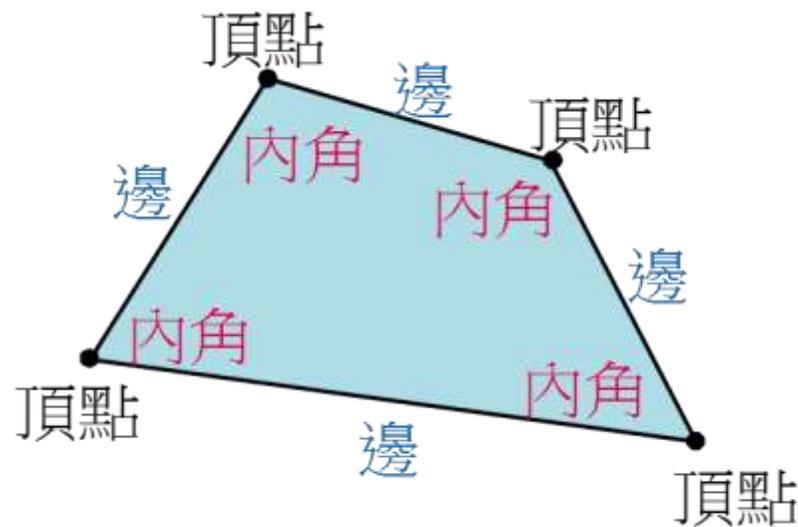
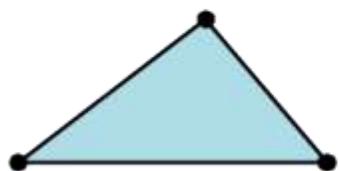


圖 5

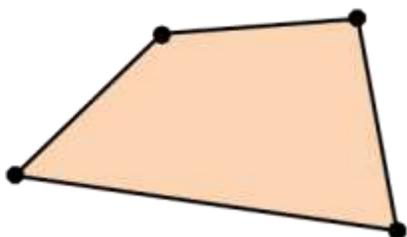




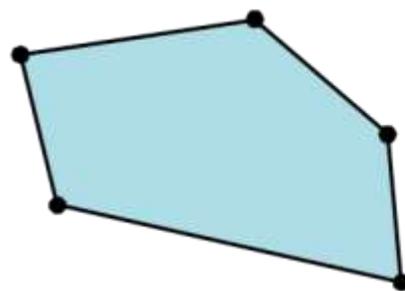
習慣上，我們會按照多邊形的邊數來命名，如圖 6。



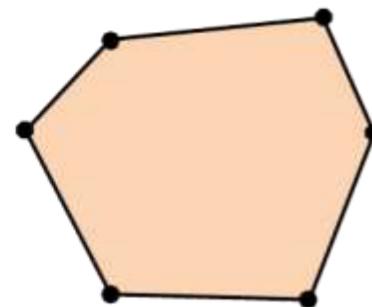
三邊形  
(通常稱三角形)



四邊形



五邊形

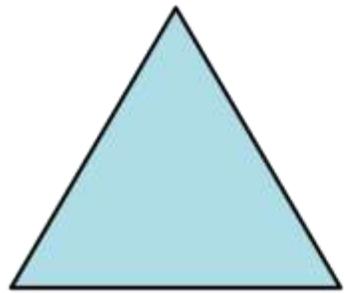


六邊形

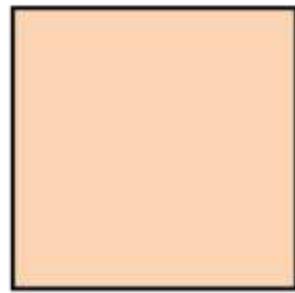
圖 6



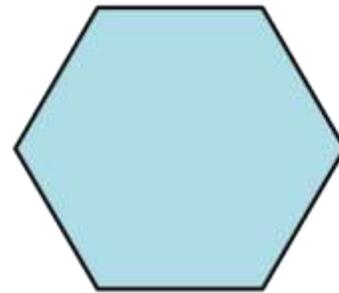
如果一個多邊形的所有邊都等長，所有內角也相等，就稱為**正多邊形**，如圖 7。



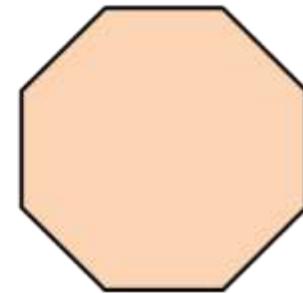
正三角形  
(又稱等邊三角形)



正四邊形  
(又稱正方形)



正六邊形



正八邊形

圖 7

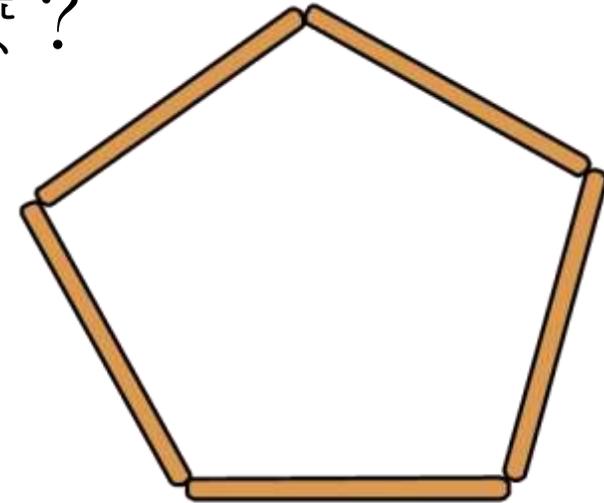




## 動 動 腦

嫻嫻用五根長度相同的木棍圍出了一個五邊形，如右圖，這個五邊形是正五邊形嗎？為什麼？

**解** 五邊形雖然各邊長度相等，  
但內角的度數並沒有全部相等，  
所以這不是正五邊形



要標示一個多邊形，可以利用它的頂點。

例如：圖 8 是一個四邊形，我們從任意一個頂點

(如頂點  $A$ ) 開始，依順時針或逆時針方向，

四個頂點依序為  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  或  $A$ 、 $D$ 、 $C$ 、 $B$ ，

此四邊形就可標示為

四邊形  $ABCD$  或四邊形  $ADCB$ ，

但不能標示為

四邊形  $ACBD$  或四邊形  $ABDC$ 。

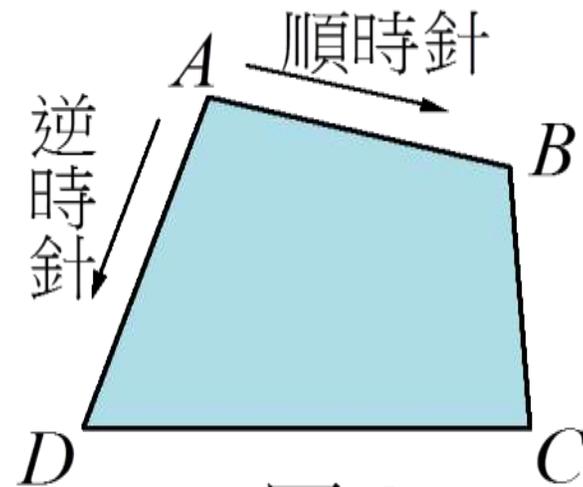


圖 8



同樣的，圖 9 是一個三角形，  
 它的三個頂點分別為  $A$ 、 $B$ 、 $C$ ，  
 可標示為**三角形  $ABC$** （以符號  $\triangle ABC$  標示）  
 或**三角形  $ACB$** （以符號  $\triangle ACB$  標示）。

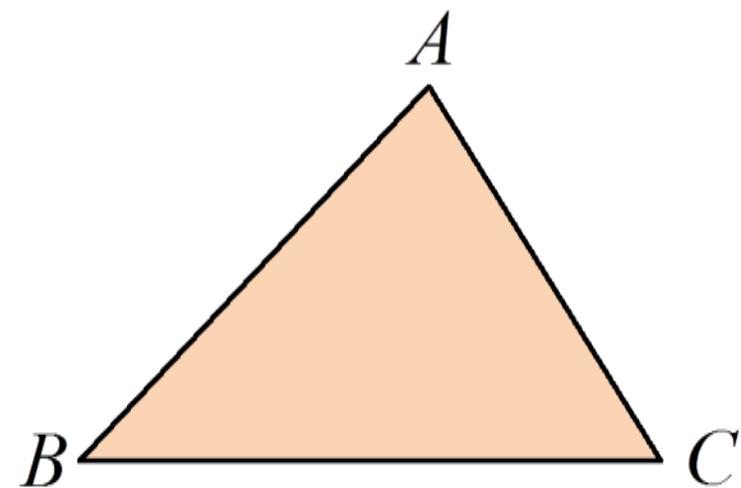
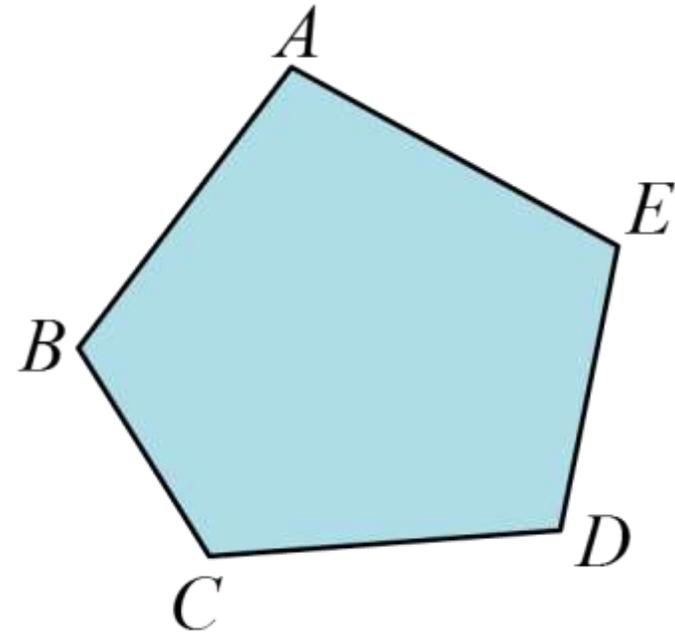


圖 9



如右圖， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  為五邊形的五個頂點。  
 下列哪一個標示不可以表示此五邊形？

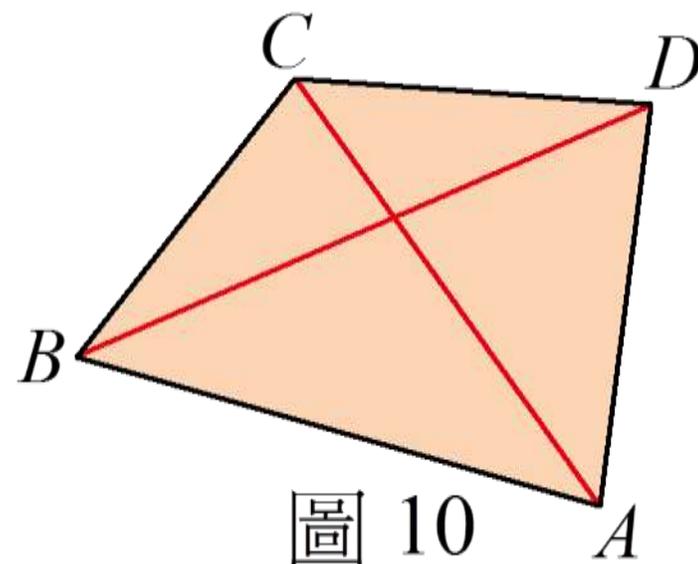
- (A) 五邊形  $CBAED$
- (B) 五邊形  $DEABC$
- (C) 五邊形  $BECAD$



**解**

(C)

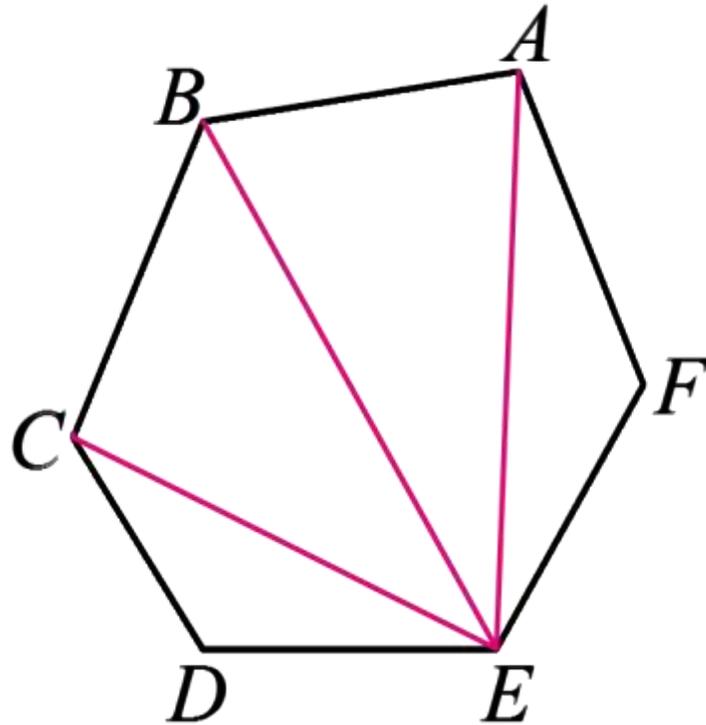
一個多邊形中，將兩個不相鄰頂點連接起來的線段稱為**對角線**，如圖 10， $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  是四邊形  $ABCD$  的對角線。



在下圖六邊形  $ABCDEF$  中，畫出以  $E$  點為頂點的所有對角線。

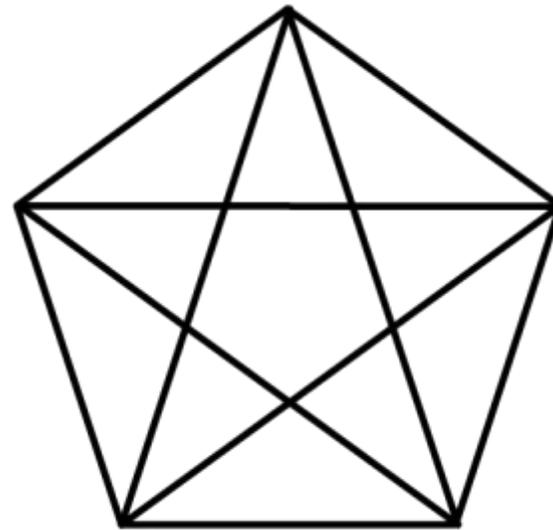
**解**

如圖所示



## 你知道嗎？

將正五邊形的 5 條對角線畫出來，可以形成一個星星的圖案，而這個星星就稱為「五角星(*pentagram*)」。古希臘有個以畢達哥拉斯為首的數學學派，更以外面圍上五邊形的五角星，作為他們學派的標誌。



## 垂直平分線

## 垂直

當兩條直線（或線段）相交成直角（ $90^\circ$ ）時，我們稱這兩條直線（或線段）互相垂直，交點就是**垂足**。通常以符號「 $\perp$ 」來標示垂直。如圖 11 中，

沿著三角板直角兩邊畫出  $\overline{OA}$  與  $\overline{OB}$ ，此時  $\overline{OA}$  與  $\overline{OB}$  互相垂直於  $O$  點，可記為「 $\overline{OA} \perp \overline{OB}$ 」，垂足為  $O$  點。

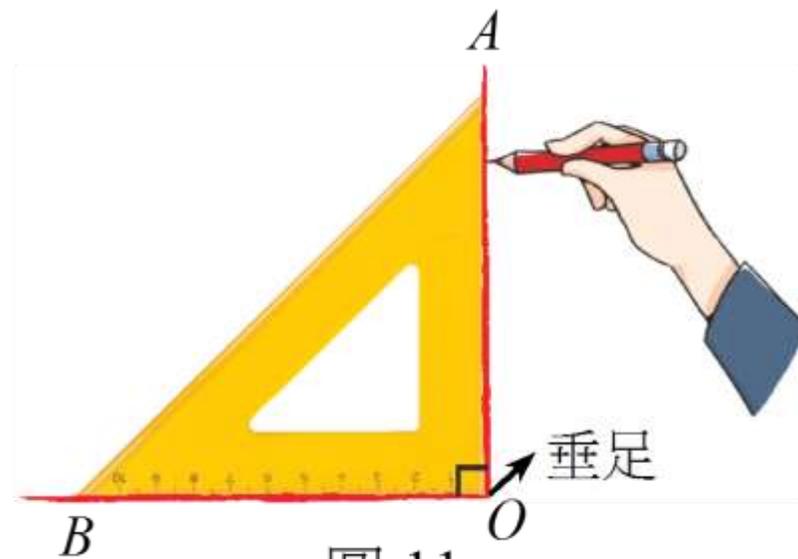


圖 11



如圖 12， $A$  為直線  $L$  外一點，可以利用三角板找到一點  $B$ ，使得  $\overline{AB} \perp L$ ，垂足為  $B$  點。若在  $L$  上另找一些點 (如  $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、……)，可以發現， $A$  點到  $L$  上任意一點所連接的各線段中，以  $\overline{AB}$  為最短，我們稱  $\overline{AB}$  為  $A$  點到直線  $L$  的距離。

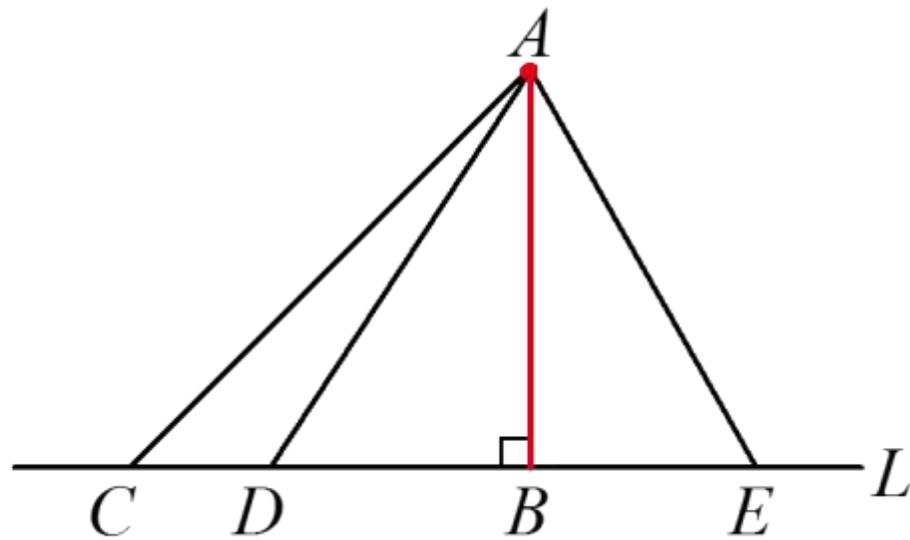


圖 12



攝影時可以利用「垂直」的原則，讓照片的協調度更好！這個技巧稱之為「垂直構圖法」，主要是讓物體與畫面的底線呈現一個垂直，讓畫面有支撐力，在視覺上可以帶來一種和諧與穩定感，讓照片更加美觀。



## 垂直平分線

如圖 13，已知紙上有一線段  $\overline{AB}$ 。將  $\overline{AB}$  對摺，使端點  $A$ 、 $B$  疊合後再展開，設摺痕為  $L$ ，那  $L$  和  $\overline{AB}$  有什麼關係呢？

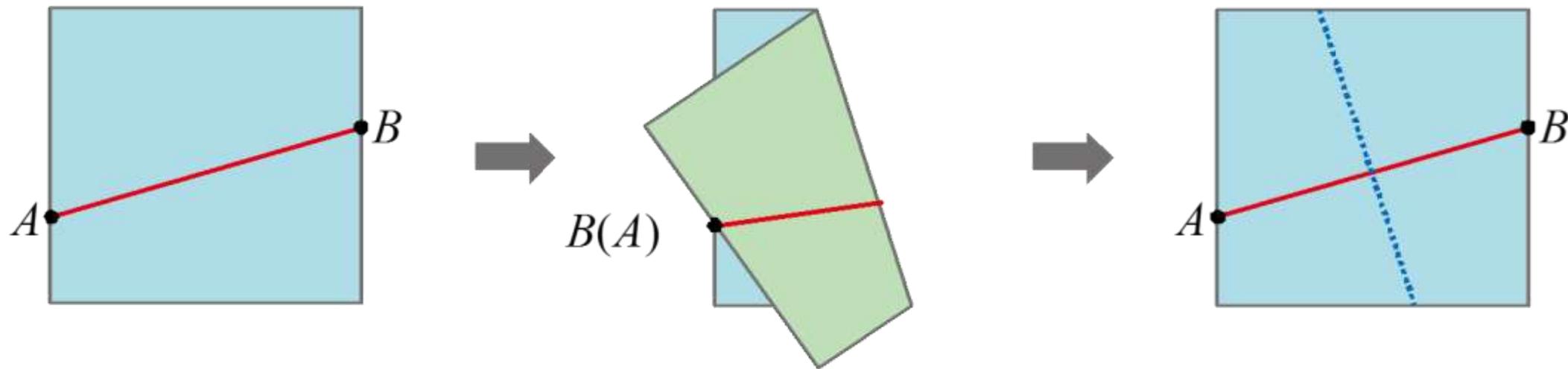


圖 13



- ① 我們先標示兩個夾角為  $\angle 1$  和  $\angle 2$ ，  
如圖 14。因為  $\angle 1$  與  $\angle 2$  可以疊合，  
所以  $\angle 1 = \angle 2$ ，又  $\angle 1$  與  $\angle 2$  加起來是  
一個平角( $180^\circ$ )，

$$\text{可知 } \angle 1 = \angle 2 = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ,$$

也就是說  $L \perp \overline{AB}$ 。

- ② 將  $L$  與  $\overline{AB}$  的交點標示為  $M$ ，

因為  $\overline{AM}$  與  $\overline{BM}$  會疊合，

$$\text{所以 } \overline{AM} = \overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AB}。$$

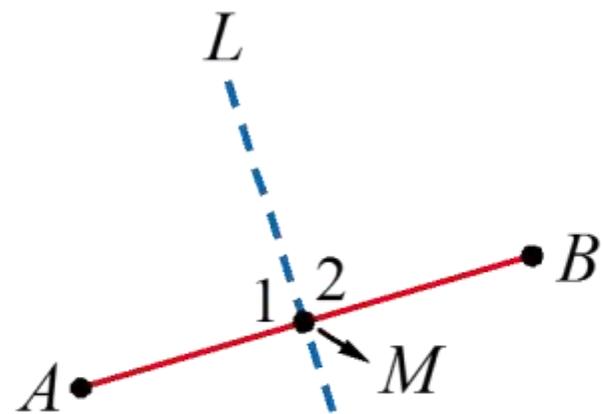


圖 14



像這樣， $M$  是  $\overline{AB}$  上一點，而且  $\overline{AM} = \overline{BM}$ ，  
 我們稱  $M$  點是  $\overline{AB}$  的**中點**。  
 而直線  $L$  通過  $\overline{AB}$  的中點  $M$  且與  $\overline{AB}$  垂直，  
 我們稱直線  $L$  為  $\overline{AB}$  的**垂直平分線**或**中垂線**，如圖 15。

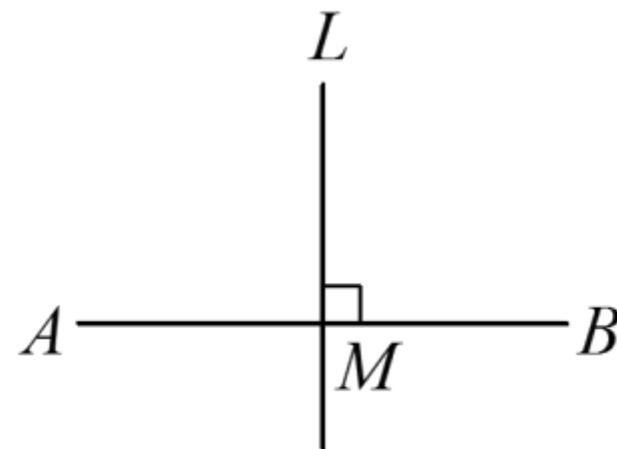


圖 15





如右圖， $\overline{AB} = 10$ ，

且  $M$  為  $\overline{AB}$  的中點，



$N$  為  $\overline{AM}$  的中點，則  $\overline{AN}$ 、 $\overline{BN}$  的長度各為多少？

**解**

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

$$\text{所以 } \overline{AN} = \frac{1}{2} \overline{AM} = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5$$

$$\overline{BN} = \overline{AB} - \overline{AN} = 10 - 2.5 = 7.5$$

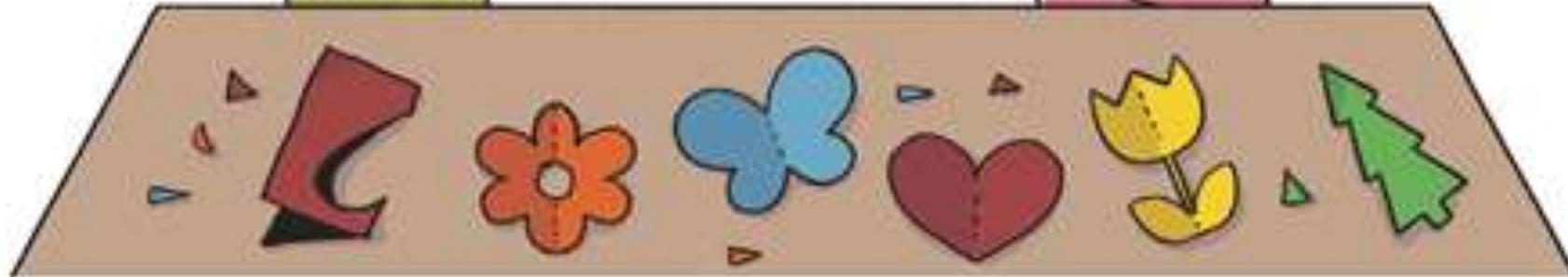


# 線對稱圖形 《可搭配附件 2 操作》

我用對摺的方式剪了一個「囍」字！



哇！你怎麼辦到的？



其實剪紙藝術也蘊含了數學知識，讓我們透過下面的剪紙活動來探討對稱圖形。拿出附件 2，沿藍色虛線將紙張對摺，如圖 16-1，再用剪刀沿著黑色線剪開，再將剪下來的圖形攤開，得到圖 16-2。

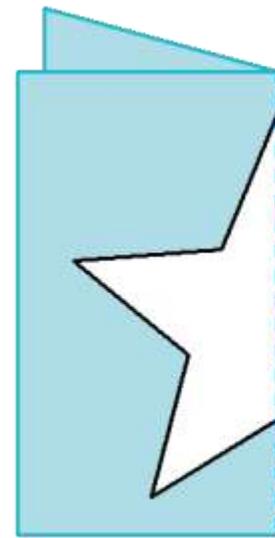
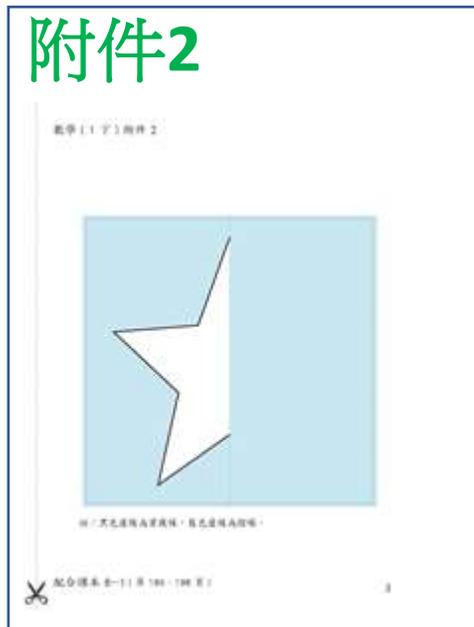


圖 16-1

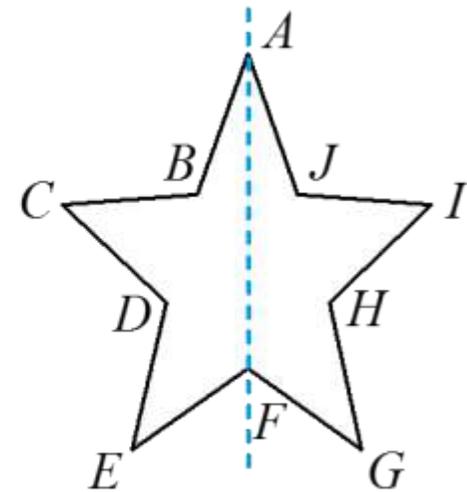


圖 16-2



將一個圖形沿著一條直線對摺，如果直線兩側的部分完全重疊，這樣的圖形稱為**線對稱圖形**，而這條對摺線稱為該圖形的**對稱軸**。圖 16-2 就是線對稱圖形， $\overleftrightarrow{AF}$  是這個圖形的對稱軸。

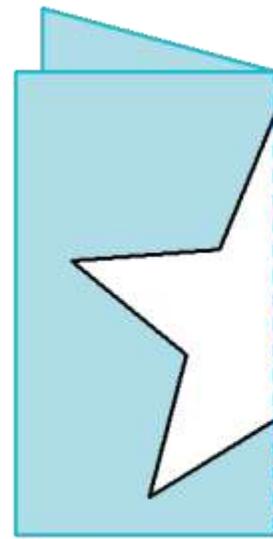


圖 16-1

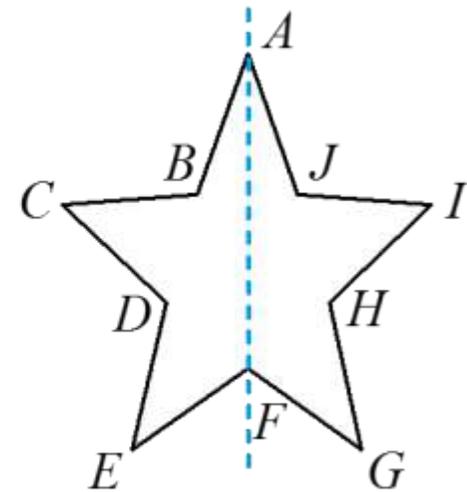


圖 16-2





以圖 16-2 為例，線對稱圖形中，

對應疊合的點稱為**對稱點**，如  $C$  點的對稱點是  $I$  點；

對應疊合的角稱為**對稱角**，如  $\angle C$  的對稱角是  $\angle I$ ；

對應疊合的線段稱為**對稱線段**，如  $\overline{HG}$  的對稱線段是  $\overline{DE}$ 。

而  $A$  點在對稱軸上，其對稱點是自己本身。

因為圖形可以對應疊合，所以  $\angle C = \angle I$ ； $\overline{HG} = \overline{DE}$ 。

事實上，線對稱圖形中，對稱角相等、對稱線段相等。



## 你知道嗎？

許多藝術品、建築物，都巧妙運用對稱來設計。對稱不僅是為了美觀，還有其一定的科學道理，像是時鐘鐘面的對稱，可以保證指針移動的均勻性；飛機的對稱，才能使飛機在空中保持平衡。



如圖 16-2 是以  $\overleftrightarrow{AF}$  為對稱軸的線對稱圖形，則：

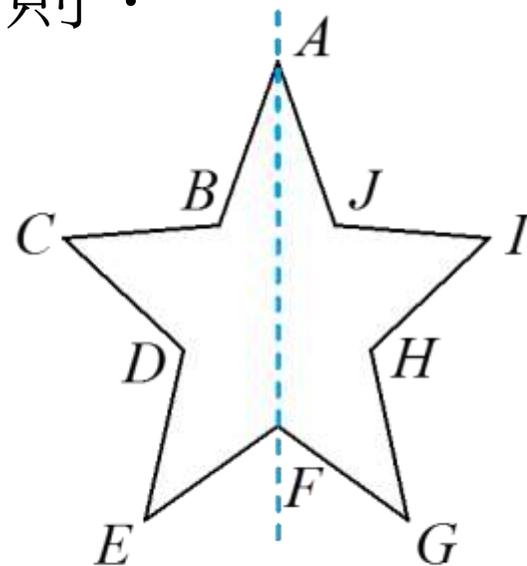


圖 16-2



**解** (1)  $F$  點的對稱點是  $F$  點，

$D$  點的對稱點是  $H$  點。

(2) 若  $\angle E = 40^\circ$ ，則  $\angle E$  的對稱角為  $\angle G$ ，

且度數為 40 度。

(3) 若  $\overline{AB} = 4$  公分，則  $\overline{AB}$  的對稱線段為  $\overline{AJ}$ ，

且長度為 4 公分。

線對稱圖形除了對稱角相等、對稱線段相等之外，還有什麼性質呢？  
我們來看下面的問題探索。



# 問題探索 線對稱圖形的性質 《可搭配附件2操作》 搭配課本p196

觀察附件 2 所剪下來的線對稱圖形，如圖 16-3，連接  $\overline{DH}$ ，與對稱軸  $\overleftrightarrow{AF}$  交於  $Q$  點，則：

(1)  $\overline{DQ}$  和  $\overline{HQ}$  相等嗎？

解

相等

(2)  $\angle 1$  和  $\angle 2$  都是  $90^\circ$  嗎？

解

是

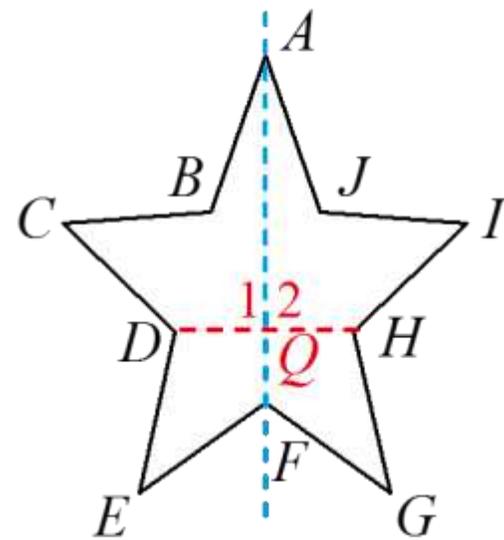


圖 16-3



# 問題探索 線對稱圖形的性質 《可搭配附件2操作》 搭配課本p196

觀察附件 2 所剪下來的線對稱圖形，如圖 16-3，

連接  $\overline{DH}$ ，與對稱軸  $\overleftrightarrow{AF}$  交於  $Q$  點，則：

(3)  $\overleftrightarrow{AF}$  是否為  $\overline{DH}$  的垂直平分線？

解

是

(4)  $\overleftrightarrow{AF}$  是否也為  $\overline{BJ}$ 、 $\overline{EG}$  的垂直平分線呢？

解

是

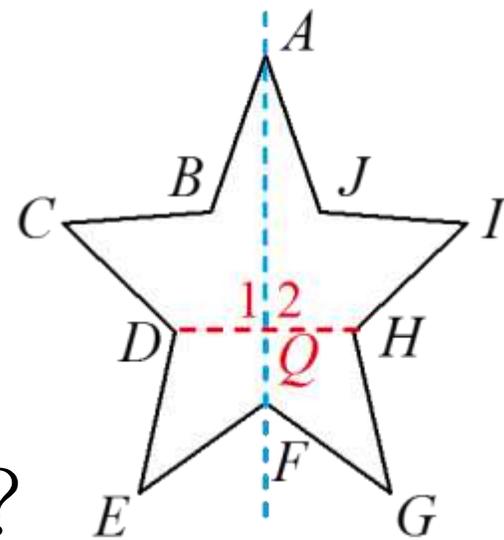


圖 16-3



由問題探索可知，將圖 16-3 的對稱點連接起來的線段，如  $\overline{DH}$ ，會與對稱軸  $\overleftrightarrow{AF}$  互相垂直，且被對稱軸平分。

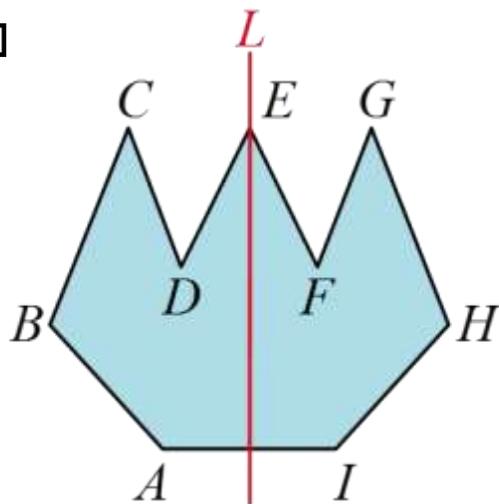
Key point

## 線對稱圖形的性質

線對稱圖形的對稱軸是任意兩對稱點連接線段的垂直平分線。



右圖是以直線  $L$  為對稱軸的線對稱圖形，其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  的對稱點分別為  $I$ 、 $H$ 、 $G$ 、 $F$ ，則直線  $L$  不是 下列哪一個線段的垂直平分線？



- (A)  $\overline{AI}$    (B)  $\overline{CG}$    (C)  $\overline{DH}$    (D)  $\overline{BH}$



解

因為對稱軸是任意兩對稱點連接線段的垂直平分線

$A$  點和  $I$  點互為對稱點， $B$  點和  $H$  點互為對稱點

$C$  點和  $G$  點互為對稱點， $D$  點和  $F$  點互為對稱點

因此直線  $L$  是  $\overline{AI}$ 、 $\overline{BH}$ 、 $\overline{CG}$ 、 $\overline{DF}$  的垂直平分線

而  $D$  點與  $H$  點不是對稱點，故選(C)

數

學

好

好

玩

## 金氏世界紀錄飛行最遠的紙飛機「蘇珊娜號」

摺紙飛機是童年時期都玩過的遊戲，世界各地更有許多紙飛機的飛行比賽，而奪得金氏世界紀錄飛行最遠的「蘇珊娜號」，甚至飛了69.14 公尺之遠！其中有個摺紙的訣竅就是「對稱」，因為左右對稱的摺法，才能讓機身保持平衡、飛得更遠。

下圖是蘇珊娜號的摺紙步驟，拿張 A4 紙一起來試試！



數

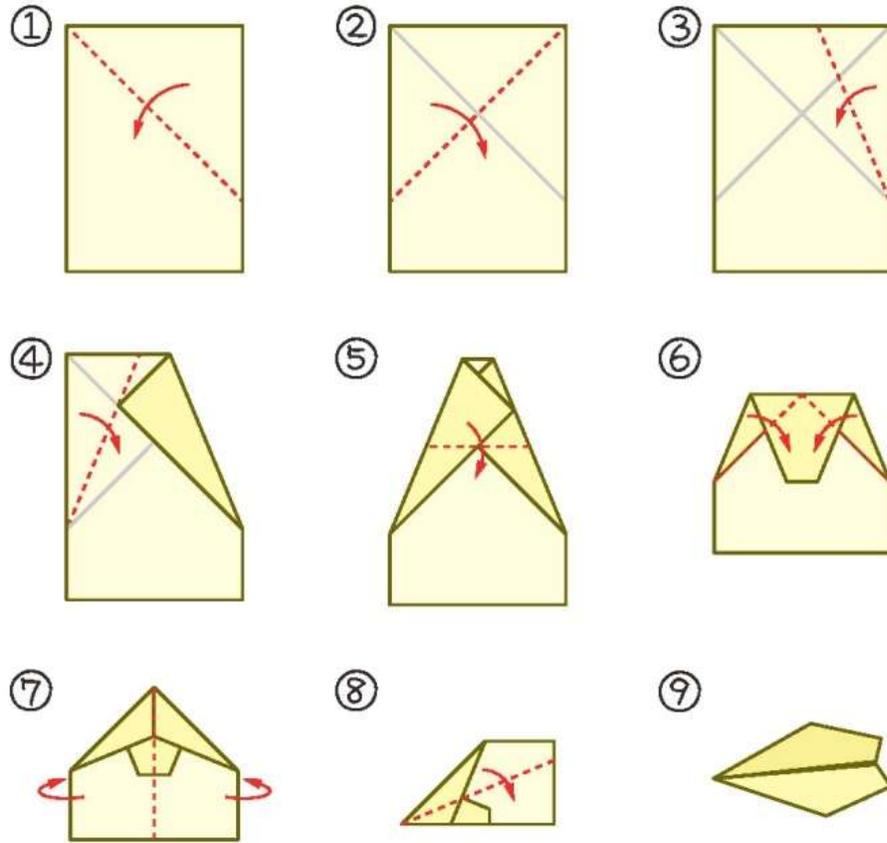
學

好

好

玩

# 金氏世界紀錄飛行最遠的紙飛機「蘇珊娜號」



完成了！試試  
你的「蘇珊娜  
號」飛多遠吧！



等腰三角形是線對稱圖形嗎？它的對稱軸跟垂直平分線有什麼關係呢？我們來看下面的問題探索。



# 問題探索 等腰三角形的對稱軸 《可搭配附件3操作》 搭配課本p198

如圖 17， $\triangle ABC$  是一個等腰三角形， $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。取出附件 3，把  $C$  點摺向  $B$  點，摺痕如紅色虛線所示，並回答下列問題。

(1) 摺痕是否為  $\overline{BC}$  的垂直平分線？

解

是

(2) 摺痕是否會通過  $A$  點？

解

是

(3)  $\triangle ABC$  是否為線對稱圖形？

解

是

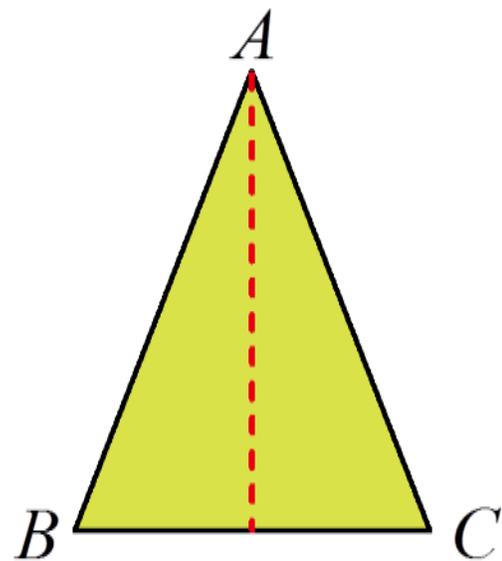


圖 17

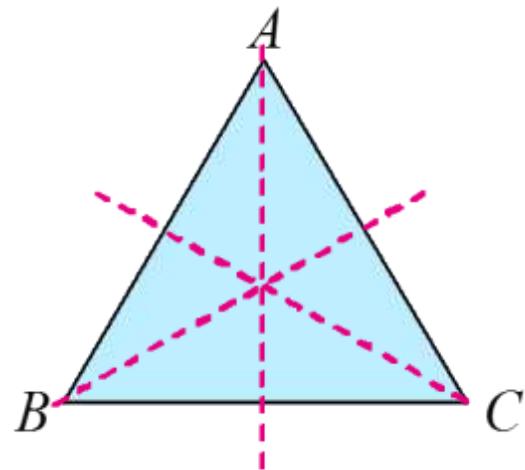


由問題探索可知，等腰三角形是線對稱圖形，底邊的垂直平分線是其對稱軸，且會通過三角形的頂點。



如下圖， $\triangle ABC$  是正三角形，則它是否為線對稱圖形？

如果是，請畫出它所有的對稱軸。

**解**

因為  $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，所以  $\triangle ABC$  是線對稱圖形

$\overline{BC}$  的垂直平分線是其對稱軸

同理， $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  的垂直平分線也是其對稱軸

因此  $\triangle ABC$  三邊的垂直平分線皆為此圖形的對稱軸

要判斷一個圖形是否為線對稱圖形，則要試著找出這個圖形的對稱軸。我們來看下面的例題。

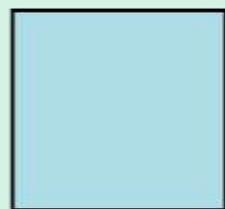


# 例 1 判斷線對稱圖形並畫出對稱軸

搭配課本p199

利用附件 4 摺摺看，判斷下列各圖形是否為線對稱圖形。  
如果是，畫出它所有的對稱軸。

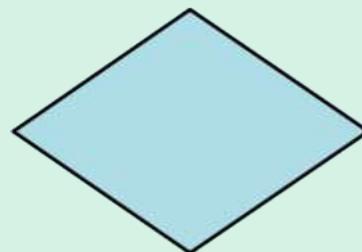
(1) 正方形



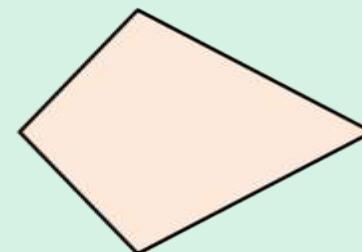
(2) 平行四邊形



(3) 菱形



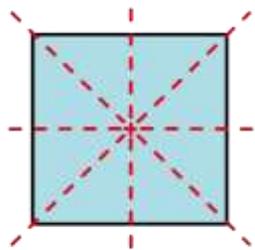
(4) 箏形





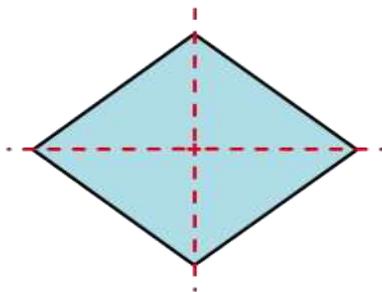
**解**

(1) 正方形有 4 條對稱軸，  
是線對稱圖形。

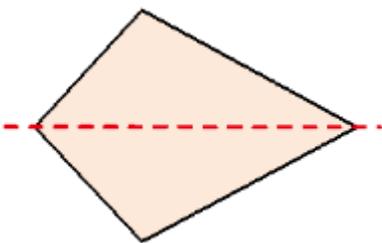


(2) 平行四邊形找不到對稱軸，  
不是線對稱圖形。

(3) 菱形有 2 條對稱軸，  
是線對稱圖形。



(4) 箏形有 1 條對稱軸，  
是線對稱圖形。



**Hint**

兩雙鄰邊分別等長的  
四邊形為箏形。

利用附件 4 摺摺看，判斷下列各圖形是否為線對稱圖形。  
如果是，畫出它所有的對稱軸。

**解**

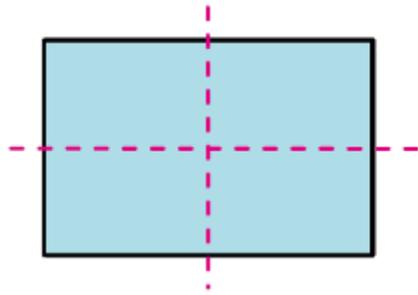
(1) 長方形

(2) 等腰梯形

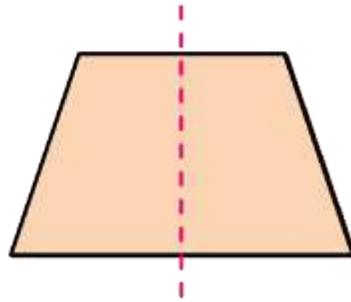
(3) 正五邊形

(4) 直角三角形

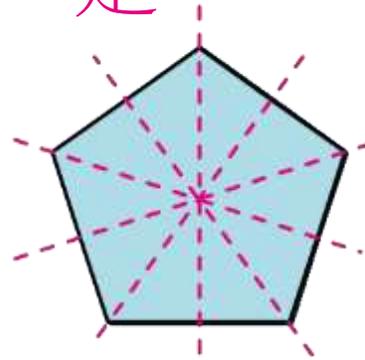
是



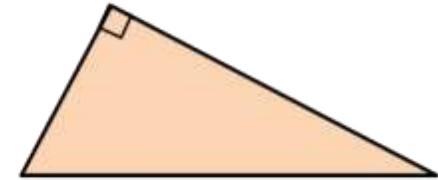
是



是



否



由前面的例題與隨堂練習可以知道，正三角形、正方形、正五邊形都是線對稱圖形。事實上，所有的正多邊形都是線對稱圖形。





## 動 動 腦

圓形是否為線對稱圖形？

如果是，圓形的對稱軸有什麼特性呢？

**解** 圓形是線對稱圖形，圓形的對稱軸為直徑，  
會通過圓心，且有無限多條。



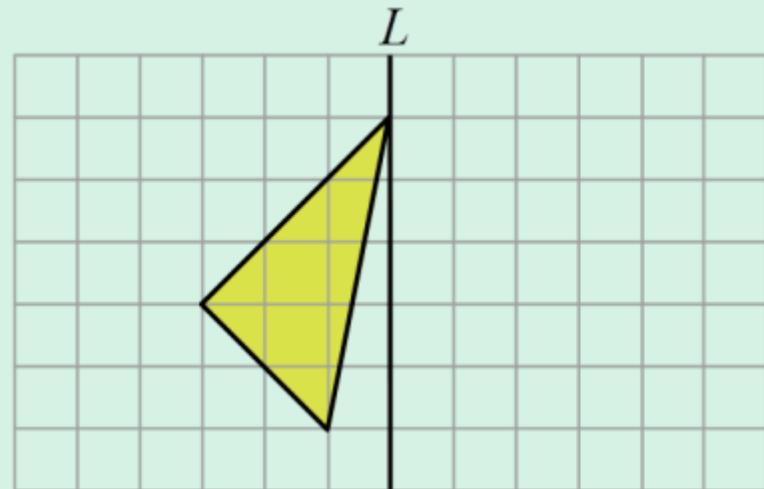
利用第 196 頁「線對稱圖形的對稱軸是任意兩對稱點連接線段的垂直平分線」性質，我們可以完成一個圖形的線對稱圖形，如例 2。



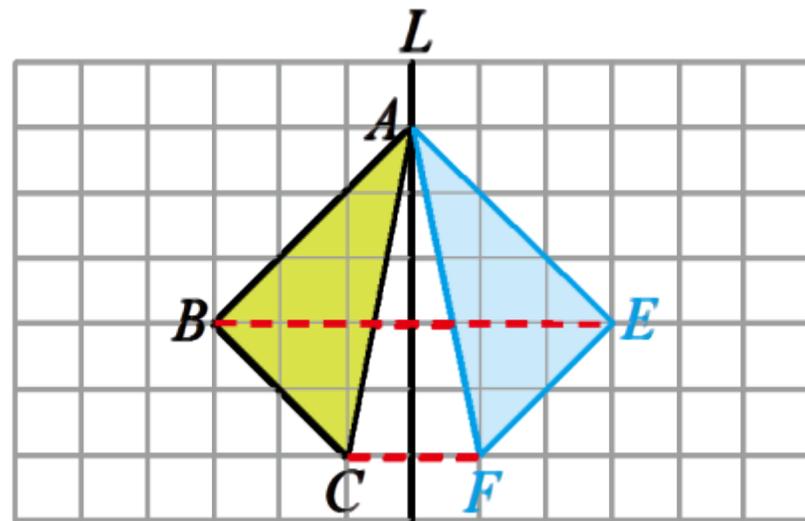
## 例 2 完成線對稱圖形

搭配課本p200

如右圖，利用方格完成以直線  $L$  為對稱軸的線對稱圖形。



**解** 以直線  $L$  為對稱軸，  
 $A$  的對稱點是  $A$ ，  
再分別找出  $B$ 、 $C$  的對稱點  $E$ 、 $F$ ，  
再連接  $\overline{AE}$ 、 $\overline{EF}$ 、 $\overline{AF}$ ，  
即完成線對稱圖形。

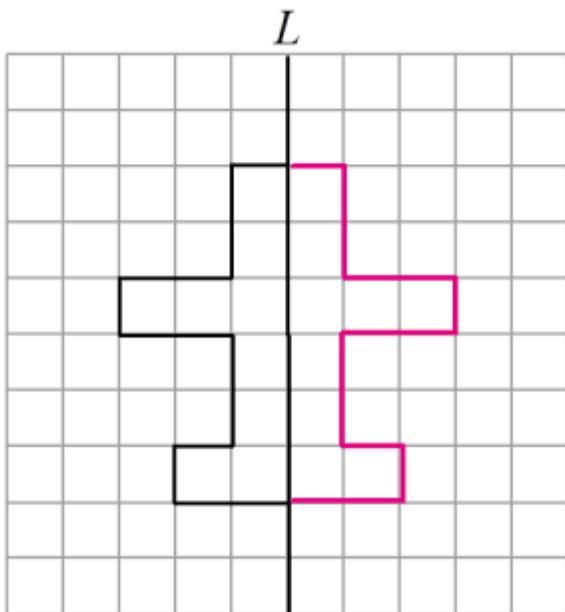




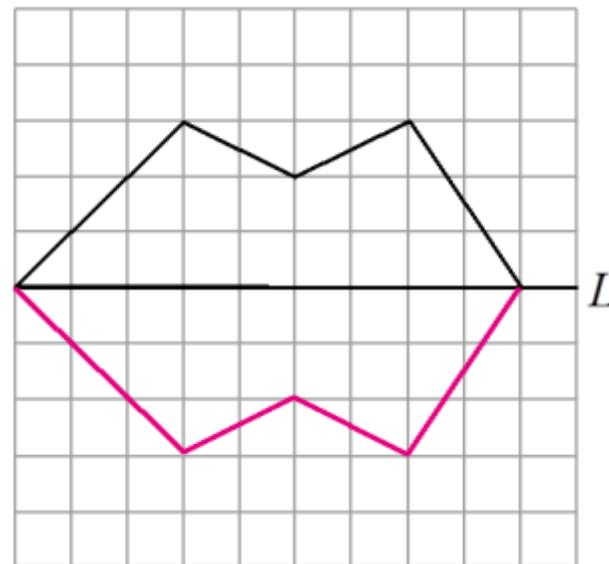
利用方格完成以直線  $L$  為對稱軸的線對稱圖形。

解

(1)



(2)



如圖 18，四邊形  $ABCD$  為正方形，因為正方形的對角線  $\overline{AC}$  是對稱軸，因此  $B$  點和  $D$  點互為對稱點，即正方形對角的頂點互為對稱點，利用這個結論，我們可以在方格中完成以直線  $L$  為對稱軸的線對稱圖形。

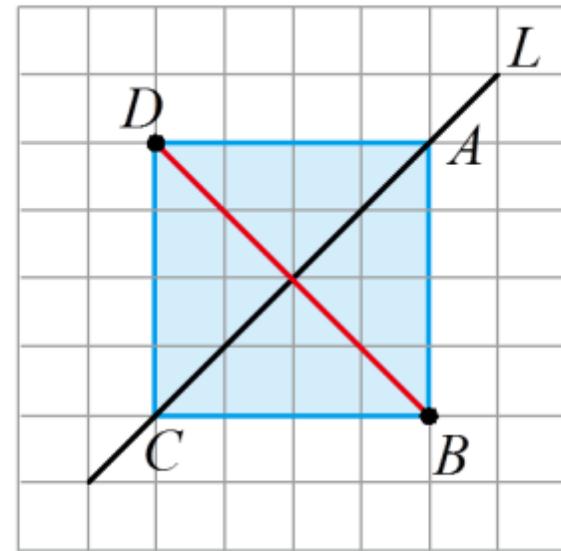


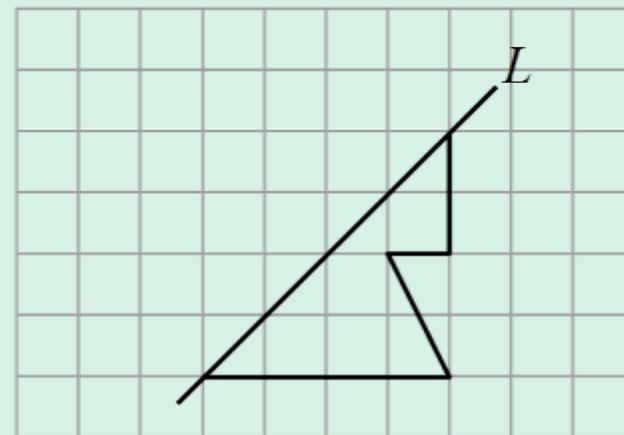
圖 18



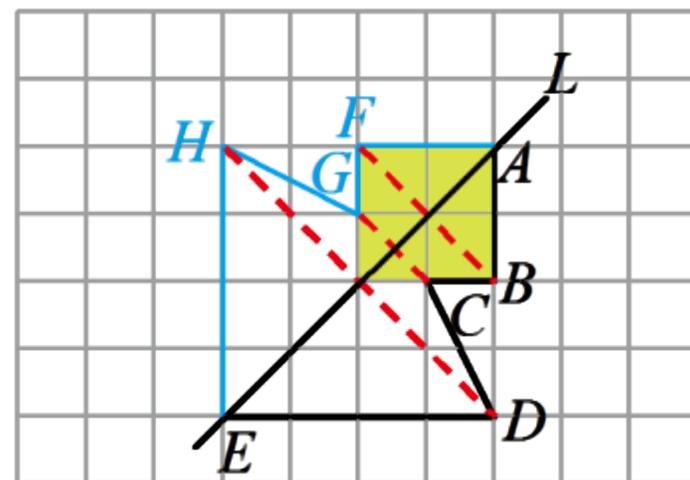
### 例 3 完成線對稱圖形

搭配課本p201

如右圖，利用方格完成以直線  $L$  為對稱軸的線對稱圖形。



**解** 以直線  $L$  為對稱軸，  
因為正方形對角的頂點互為對稱點，  
所以可以分別找出  
 $B$ 、 $C$ 、 $D$  的對稱點  $F$ 、 $G$ 、 $H$ ，  
再連接  $\overline{AF}$ 、 $\overline{FG}$ 、 $\overline{GH}$ 、 $\overline{HE}$ ，即完成線對稱圖形。

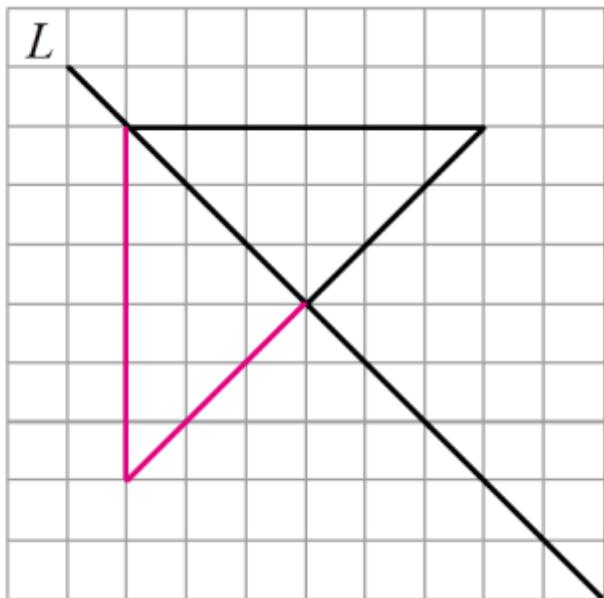




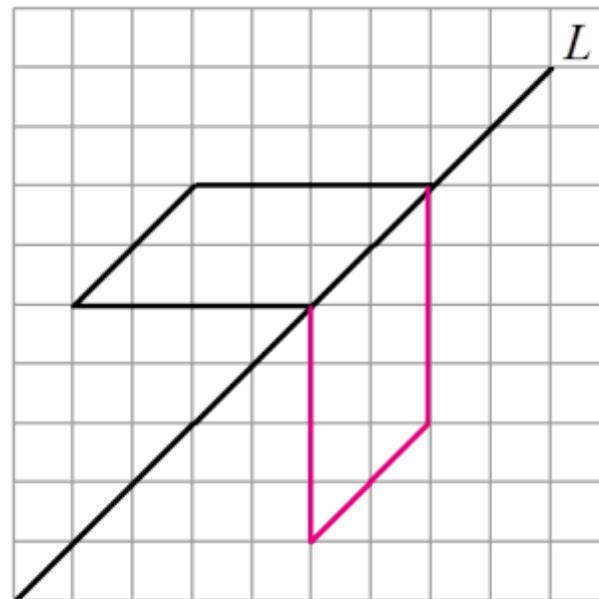
利用方格完成以直線  $L$  為對稱軸的線對稱圖形。

**解**

(1)



(2)



## 剪出線對稱圖形

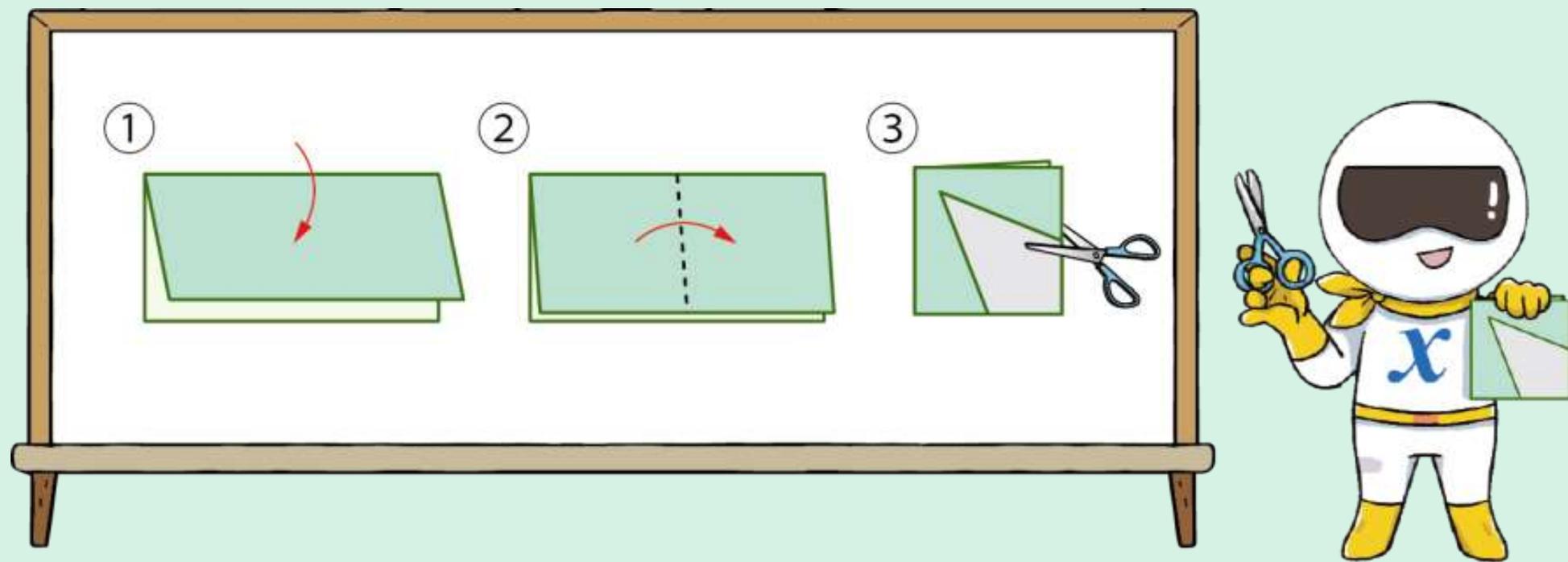
在第 195 頁提到「一個圖形沿著一條直線對摺，如果直線兩側的部分完全重疊，這樣的圖形稱為線對稱圖形，而這條對摺線稱為該圖形的對稱軸」。接下來，我們利用這個想法剪出線對稱圖形。



# 例 4 利用摺紙剪出線對稱圖形

搭配課本p202

以下是趣味美術教室「每日一剪紙」的節目內容。

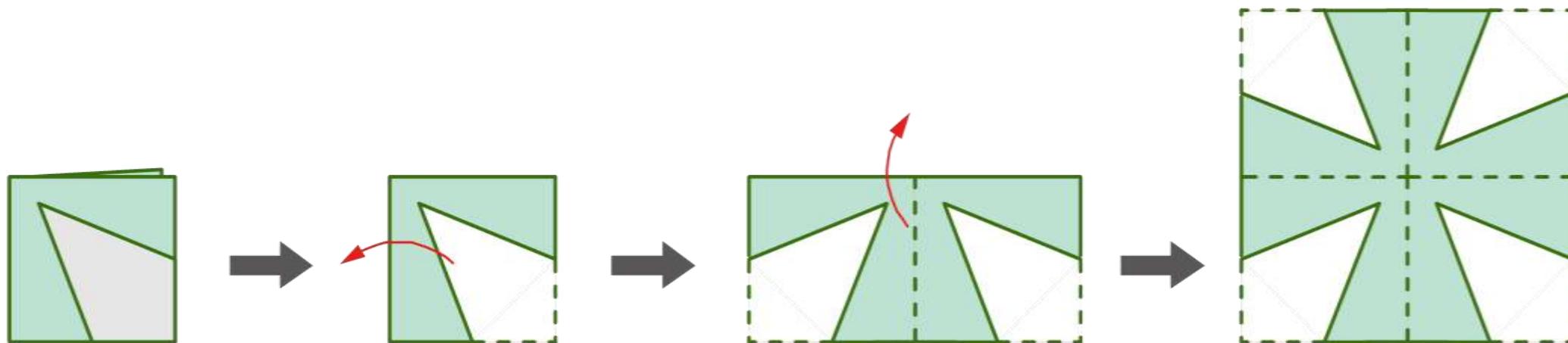


依照上圖步驟①、②對摺兩次，剪下③中灰色部分後，剩下的紙張展開會是什麼圖形呢？

# 例 4 利用摺紙剪出線對稱圖形

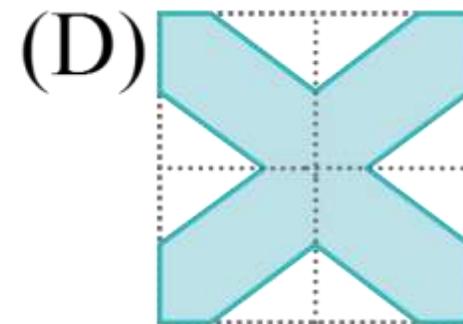
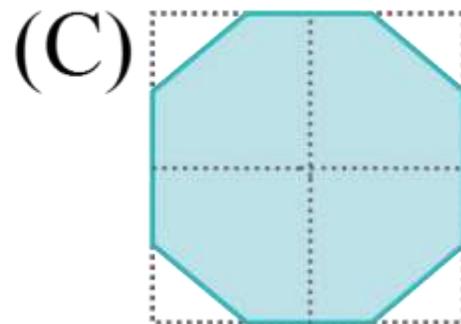
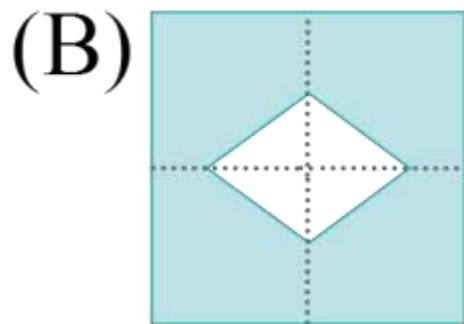
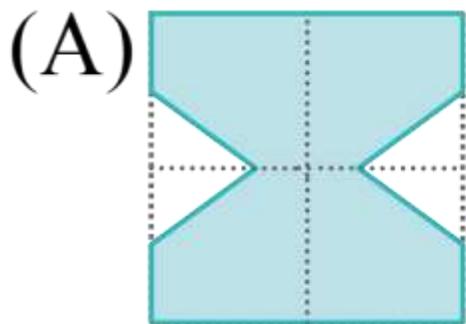
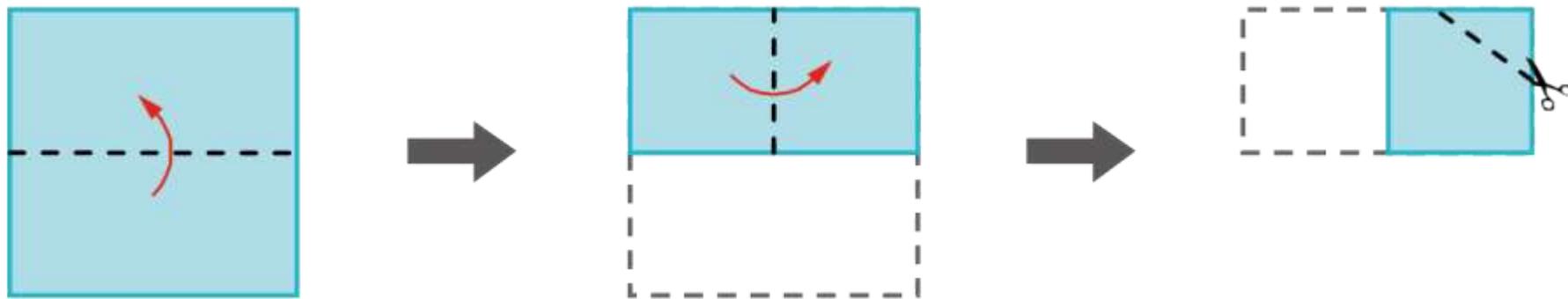
搭配課本p202

**解** 其展開的過程與原紙張摺疊的過程剛好相反，  
所以只要逆推回去即可找出展開圖形。





**解** 利用附件 6，若依照下圖指示對摺兩次，剪下右上方三角形後，剩下的紙張展開是下列哪一個圖形？答：(C)。







## 你知道嗎？

女王頭位於新北市的野柳地質公園。這類岩石因上方岩層較耐侵蝕，受到風蝕、雨蝕等作用後，便形成上粗下細的樣貌。另外，若以女王頭的高度比對地殼上升速度，推算女王頭已將近 4000 歲了喲！



我們生活在一個立體空間中，即便是同一個物體，隨著看的角度不同，樣貌就不同，如圖 19 的馬克杯。



圖19

因此描述立體圖形的形狀時，我們通常不會只看單一方向，也會參考其他方向所看到的樣貌，從某一方向觀察一個立體圖形時，所看到的平面圖形輪廓就稱為該立體圖形的視圖。



觀察立體圖形時，通常會選擇某一個方向當成此立體圖形的前面，因而有了相對應的後面、左面、右面及上面，如圖 20。

因為從不同方向觀察到的視圖可能不一樣，習慣上討論視圖時，會指出觀察的視角方向，例如：從立體圖形前面看過去的視圖輪廓稱為「**前視圖**」。

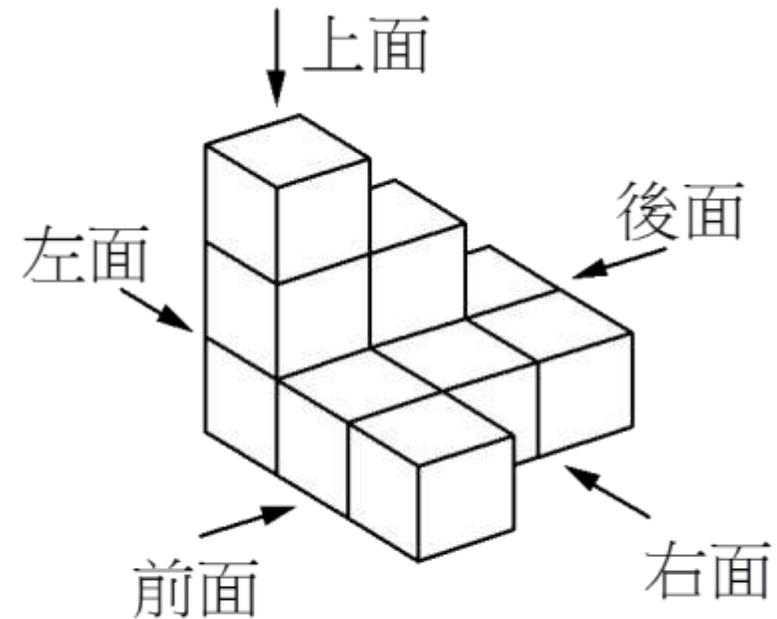
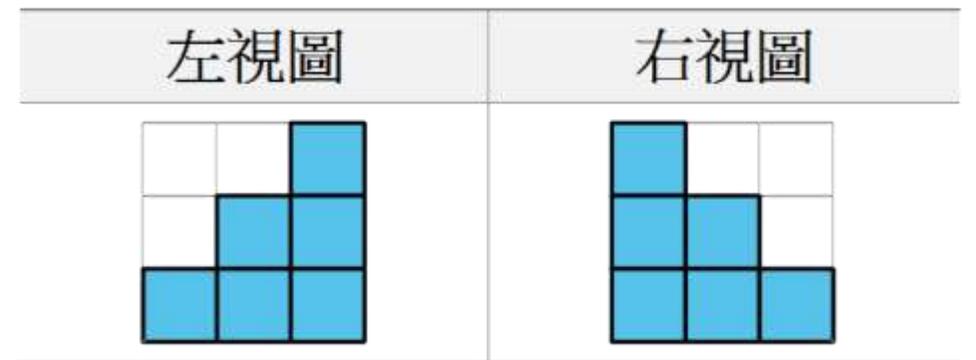
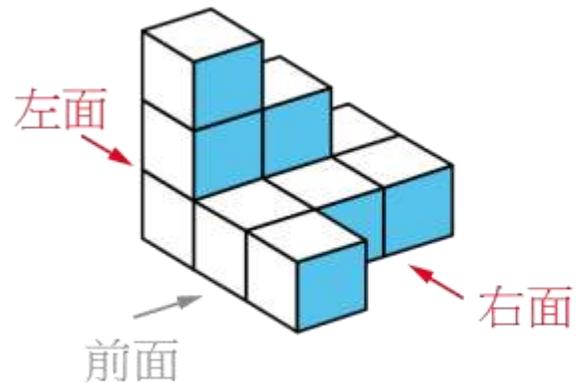
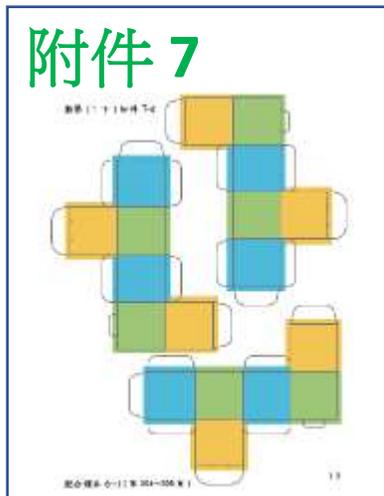
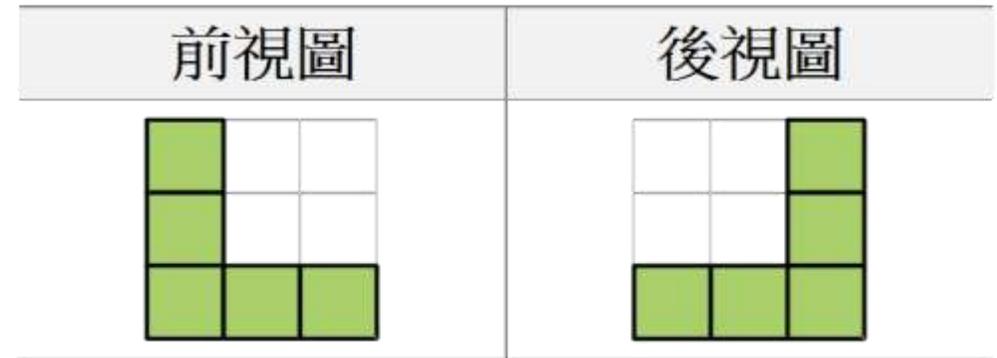
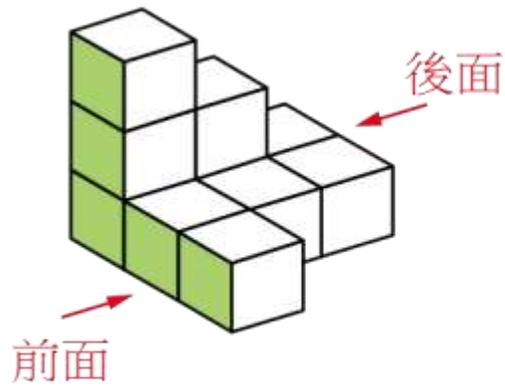
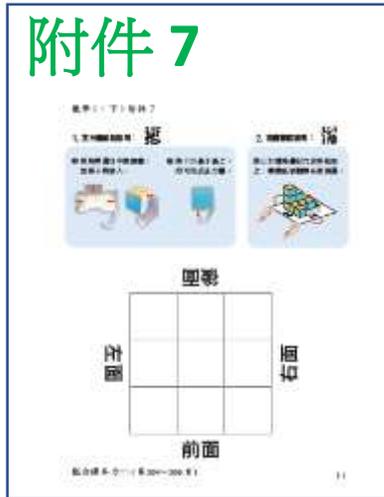


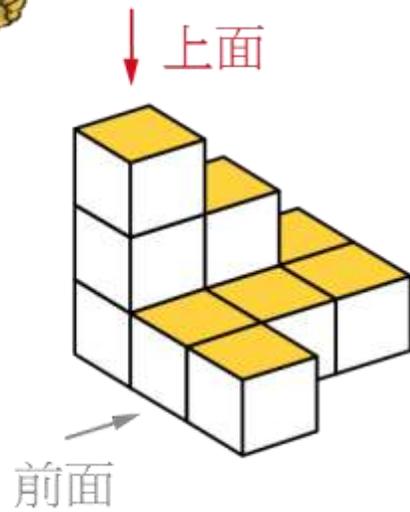
圖 20



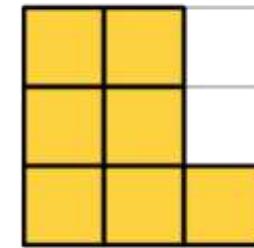
觀察圖 20 立體圖形的各面，將常見的視角方向與視圖名稱整理如下：《可搭配附件 7 操作》



上視圖就是要在  
立體圖形的正前  
方看下去喔！



上視圖  
(又稱為俯視圖)



特別注意的是，如果從不同方向俯視立體圖形，觀察到的上視圖可能會有旋轉上的差異，因此我們約定上視圖是從立體圖形正前方俯視的視圖。



觀察第 204 頁，將立體圖形的前視圖與後視圖左右並排後，會成為線對稱圖形，如圖 21。同樣的，右視圖與左視圖左右並排後，也會成為線對稱圖形。根據這樣的對稱關係，由前視圖與右視圖，就可以畫出後視圖與左視圖。在一般情形下，我們將前視圖、右視圖和上視圖，統稱為**三視圖**。



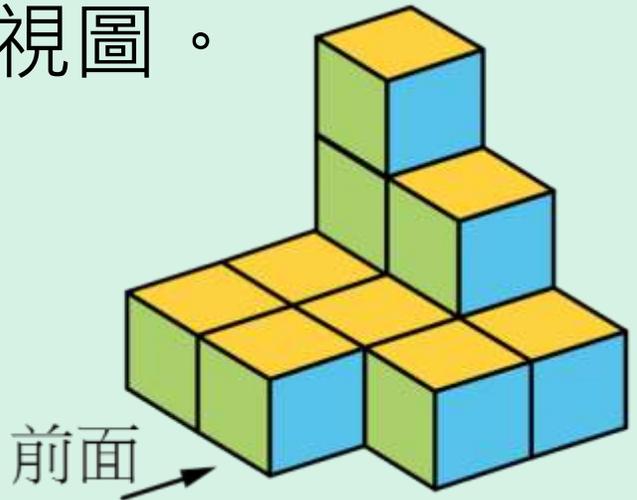
圖 21



# 例 5 繪製三視圖

搭配課本p205

右圖是一個立體圖形，請繪製它的三視圖。

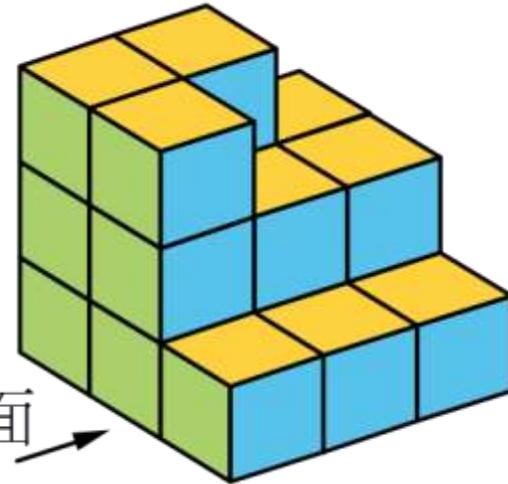


解

前視圖	右視圖	上視圖

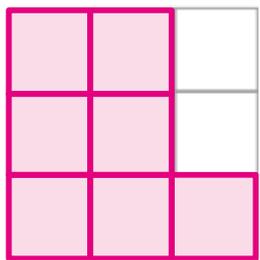


右圖是一個立體圖形，請繪製它的三視圖。

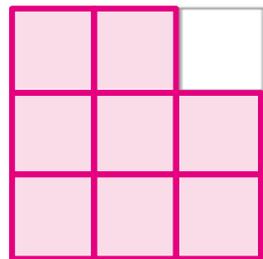


前面 →

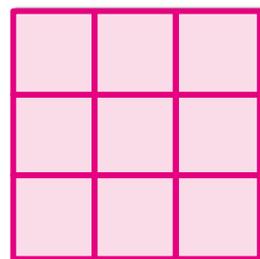
前視圖



右視圖



上視圖



解



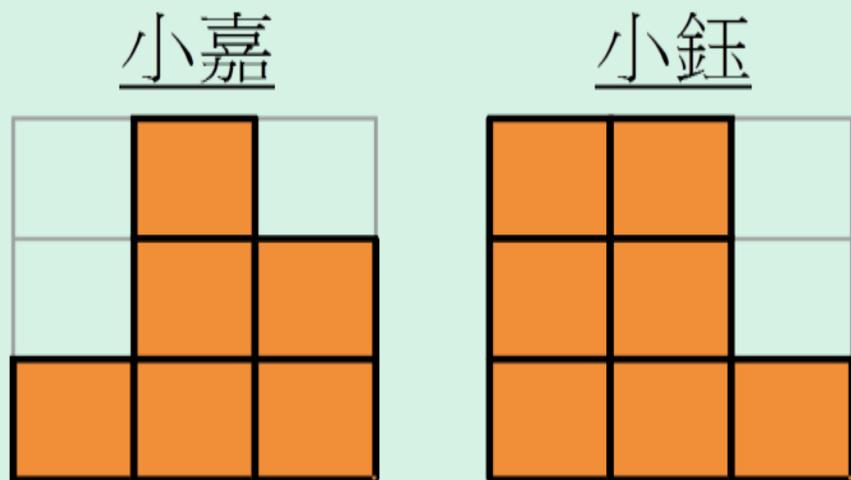
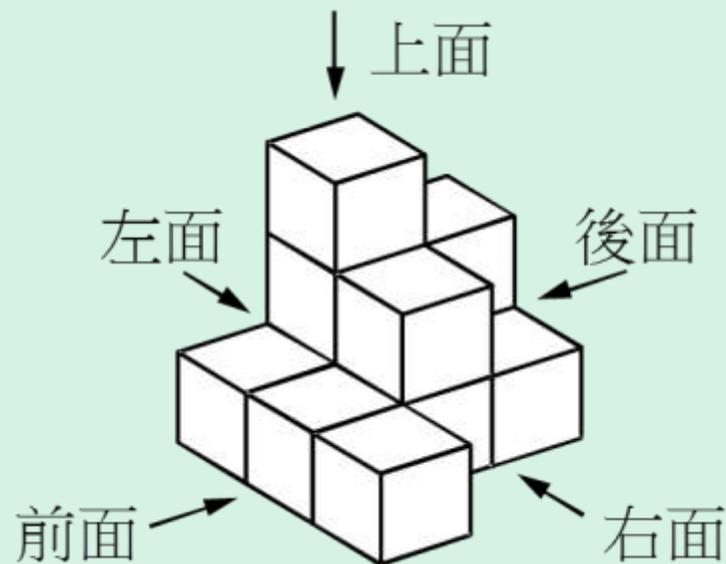
從不同的方向觀察立體圖形可以得到不同的視圖，更加幫助我們了解這個立體圖形。同樣的，我們也可以從觀察者提供的視圖，來判斷觀察者是從立體圖形的哪個方向觀察。



# 例 6 根據視圖判斷觀察方向

搭配課本p206

已知一個立體圖形如右。小嘉和小鈺分別從不同方向觀察這個立體圖形，並繪製視圖如下。請判斷他們分別是從哪個方向觀察？

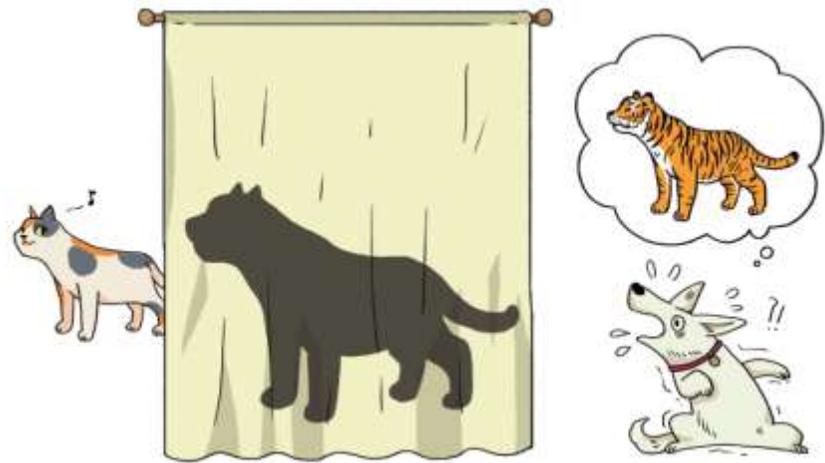
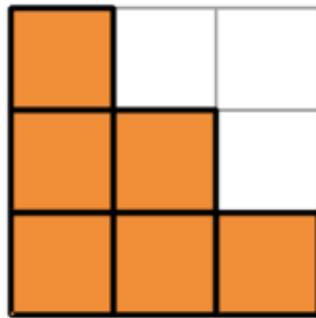
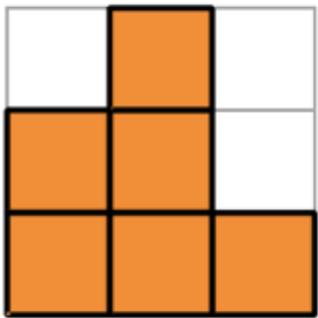


**解**

由小嘉繪製的視圖，可知他從立體圖形的右面觀察；  
由小鈺繪製的視圖，可知他從立體圖形的上面觀察。

承例 6，小球和小傑分別從不同方向觀察這個立體圖形，並繪製視圖如下。請判斷他們分別是從哪個方向觀察？  
(填前、後、左、右、上)

**解** 小球：左面。 小傑：前面。



# 1 線

若  $A$ 、 $B$  是直線  $L$  上的相異兩點，則：

(1) 直線：通過  $A$ 、 $B$  兩點的直線只有一條，標示為  $\overleftrightarrow{AB}$ 。



直線  $AB$  ( $\overleftrightarrow{AB}$ )

(2) 線段：在  $A$  點與  $B$  點之間的部分 (含  $A$  點與  $B$  點)，標示為  $\overline{AB}$ 。



線段  $AB$  ( $\overline{AB}$ )

(3) 射線：以  $A$  點為端點，往  $B$  點的方向無限延伸出去，標示為  $\overrightarrow{AB}$ 。

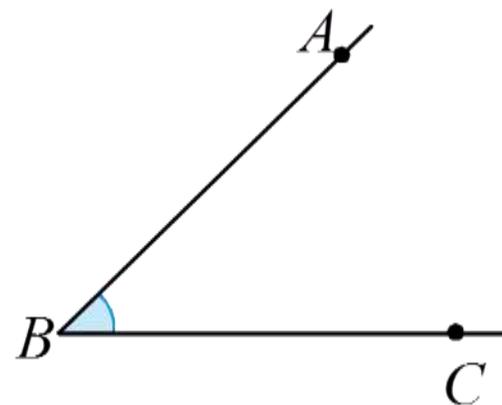


射線  $AB$  ( $\overrightarrow{AB}$ )

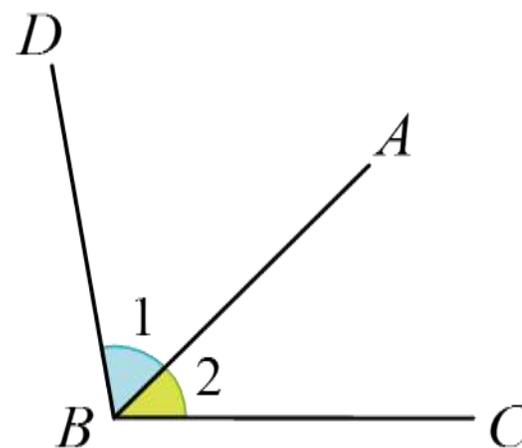


## 2 角

(1)  $\overrightarrow{BA}$  和  $\overrightarrow{BC}$  相交於  $B$  點形成一個角，標示為「 $\angle ABC$ 」，也可以簡記為「 $\angle B$ 」。



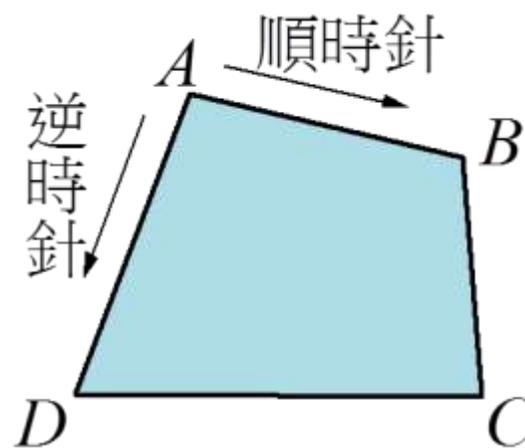
(2) 角也可以用代號寫在角的內部來命名，如  $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 。



### 3 多邊形

- (1) 一個多邊形的所有邊都等長，所有內角也相等，就稱為正多邊形。
- (2) 標示一個多邊形，可以從任意一個頂點(如頂點  $A$ ) 開始，依順時針或逆時針方向，將各點依序寫出。

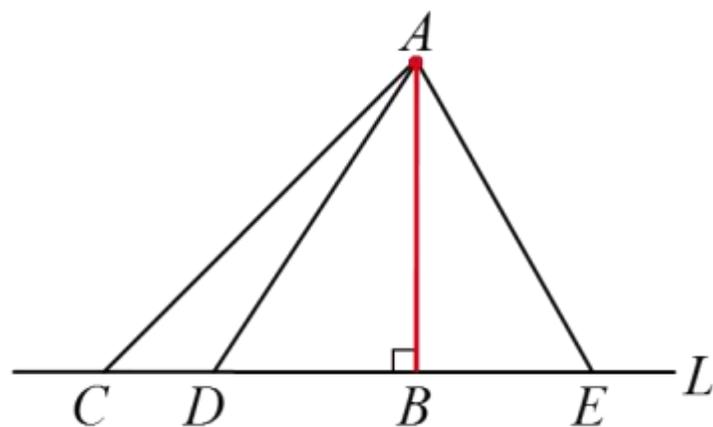
**例** 如右圖，可標示為四邊形  $ABCD$  或四邊形  $ADCB$ 。



## 4 點到直線的距離

線外一點到某直線的垂直線段長，  
稱為該點到直線的距離。

**例** 如右圖， $A$  為直線  $L$  外一點，  
則  $\overline{AB}$  為  $A$  點到直線  $L$  的距離。

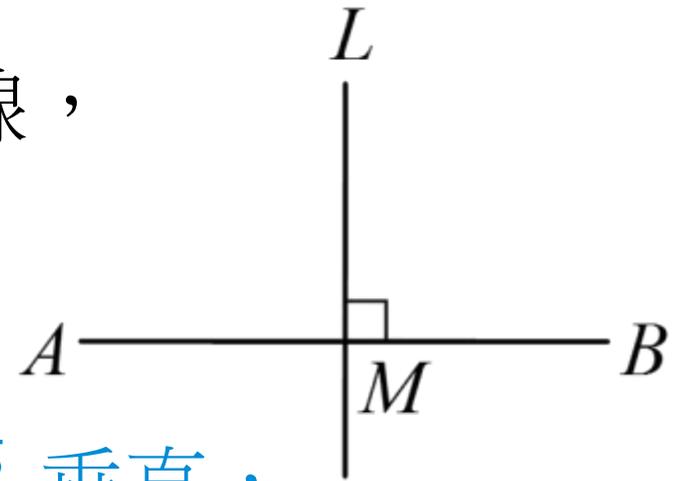


## 5 垂直平分線 (或中垂線)

過已知線段中點且與該線段垂直的直線，  
稱為該線段的垂直平分線或中垂線。

例 已知  $\overline{AB}$ ， $M$  點是  $\overline{AB}$  的中點，

而直線  $L$  通過  $\overline{AB}$  的中點  $M$  且與  $\overline{AB}$  垂直，  
則直線  $L$  為  $\overline{AB}$  的垂直平分線或中垂線。



## 6 線對稱圖形及其性質

- (1) 將一個圖形沿著一條直線對摺，如果直線兩側的部分能完全重疊，這樣的圖形稱為線對稱圖形，而這條對摺線稱為該圖形的對稱軸。
- (2) 線對稱圖形中，對稱角相等、對稱線段相等。
- (3) 線對稱圖形的對稱軸是任意兩對稱點連接線段的垂直平分線。

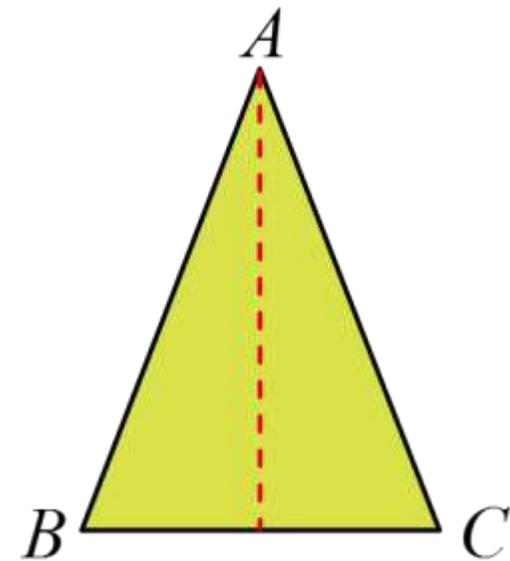


## 6 線對稱圖形及其性質

(4) 等腰三角形是線對稱圖形，底邊的垂直平分線是其對稱軸，且會通過三角形的頂點。

**例** 如右圖，等腰 $\triangle ABC$ 中，  
底邊的垂直平分線，  
是其對稱軸且會通過頂點。

(5) 所有的正多邊形都是線對稱圖形。



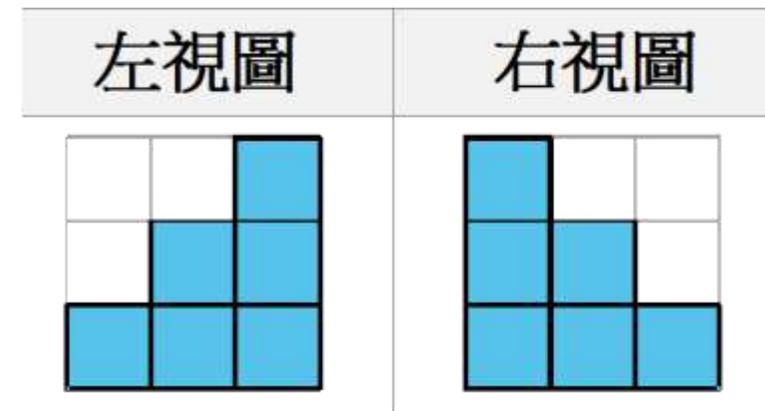
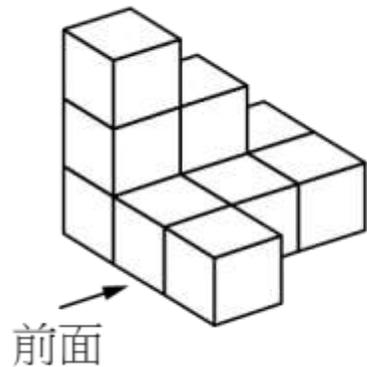
## 7 三視圖

- (1) 從某一方向觀察一個立體圖形時，所看到的平面圖形輪廓就稱為該立體圖形的視圖，習慣上討論視圖時，會指出觀察的視角方向，如前視圖、上視圖。



## 7 三視圖

(2) 一個立體圖形的前視圖與後視圖左右並排後，會成為線對稱圖形，右視圖與左視圖左右並排後，也會成為線對稱圖形。



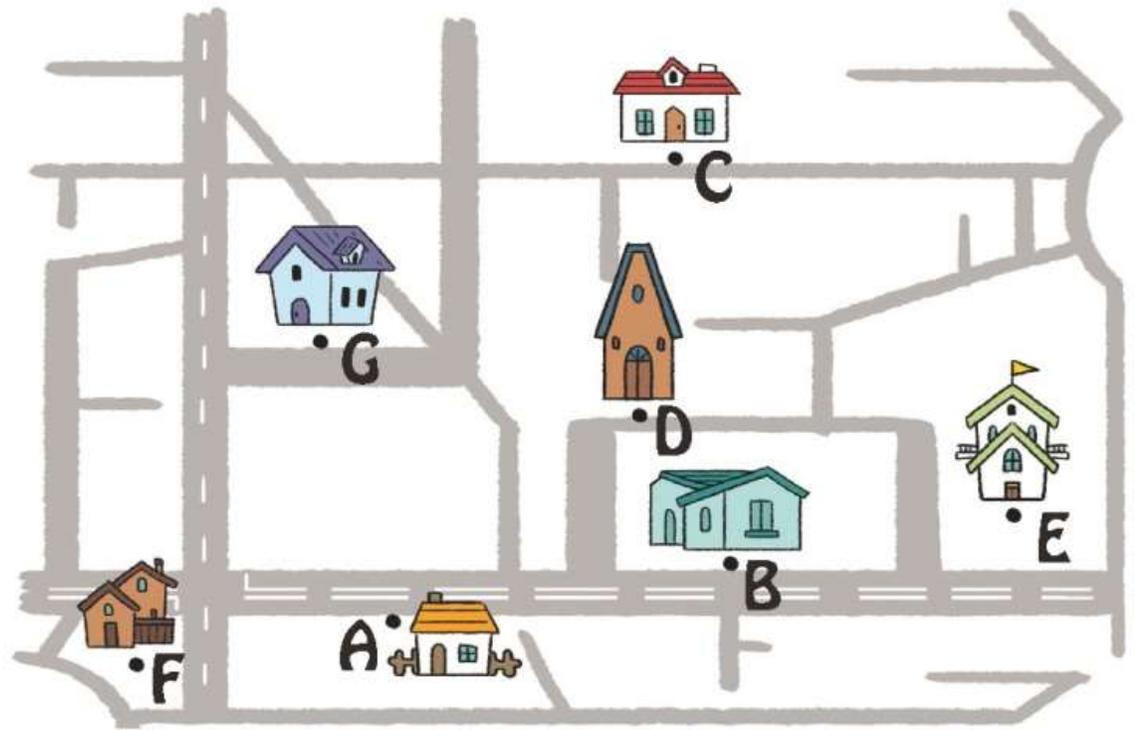
## 7 三視圖

(3) 在一般情形下，我們將前視圖、右視圖和上視圖，統稱為三視圖。



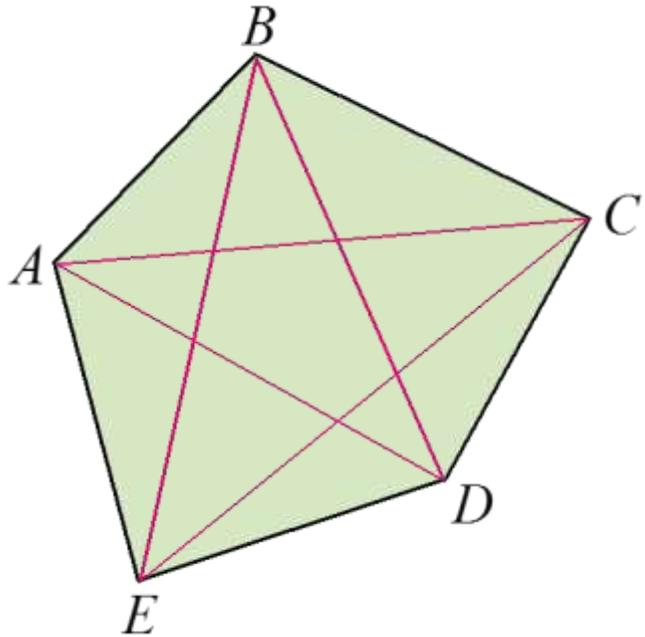
1 已知家豪、瑋倫、子昀的家分別位於右圖的  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點的位置，且  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 、 $G$  為其他同學家，試回答下列問題。

- 解** (1) 宇濠家在  $\angle ACB$  內部，  
則宇濠家位於  $D$  點。
- (2) 永希家在  $\overrightarrow{BA}$  上，  
則永希家位於  $F$  點。



2 畫出下圖五邊形  $ABCDE$  的所有對角線。

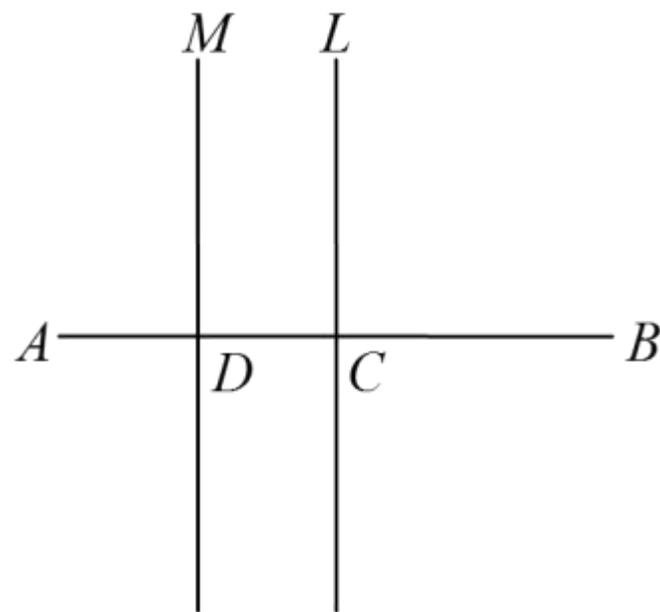
解



3 如右圖，直線  $L$  垂直平分  $\overline{AB}$  於  $C$  點，  
直線  $M$  垂直平分  $\overline{AC}$  於  $D$  點。

若  $\overline{CD} = 2x + 1$ ， $\overline{BC} = 5x - 4$ ，則：

(1)  $x = ?$  (2)  $\overline{AB} = ?$



**解** (1) 因為  $\overline{AD} = \overline{CD} = 2x + 1$ ，

所以  $\overline{AC} = 2\overline{CD} = 2 \times (2x + 1) = 4x + 2$

又  $\overline{AC} = \overline{BC}$ ，故  $4x + 2 = 5x - 4$ ， $x = 6$

(2)  $\overline{AB} = 2\overline{BC} = 2 \times (5x - 4) = 10x - 8 = 52$



4 判斷下列各圖形是否為線對稱圖形，是的打√，並畫出該圖形的所有對稱軸；不是的打×。

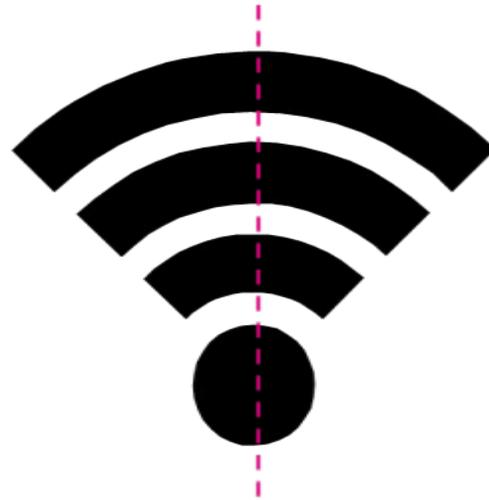
解

(1)



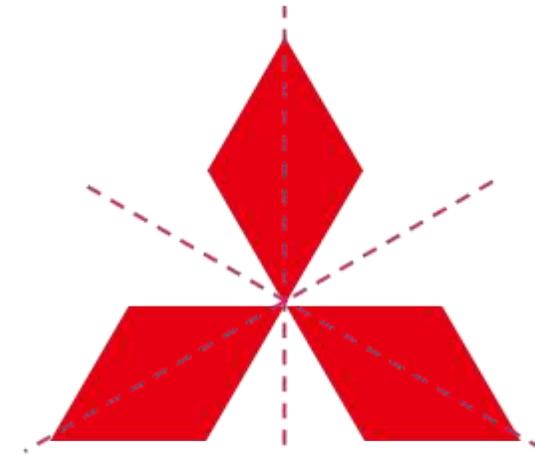
( × )

(2)



( √ )

(3)

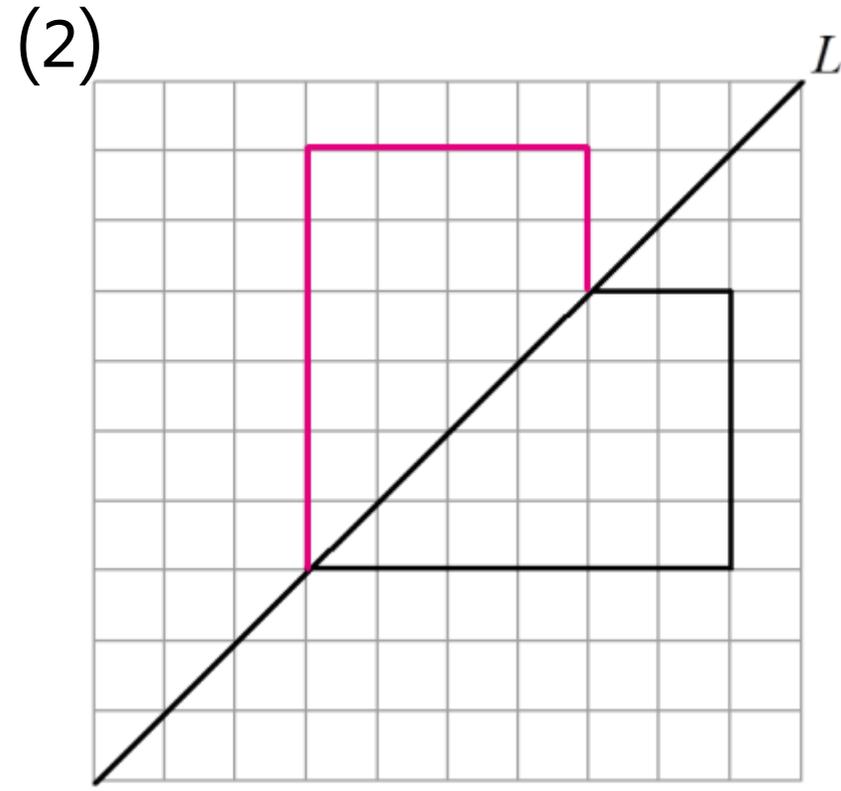
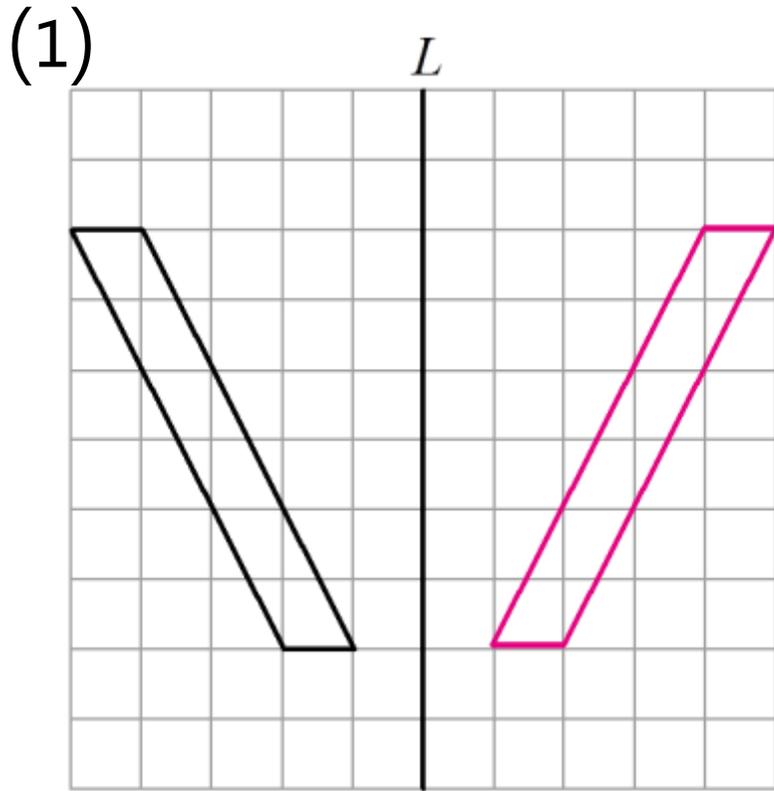


( √ )



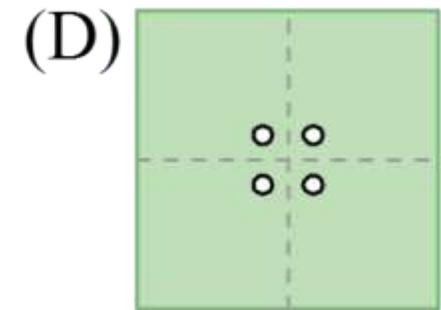
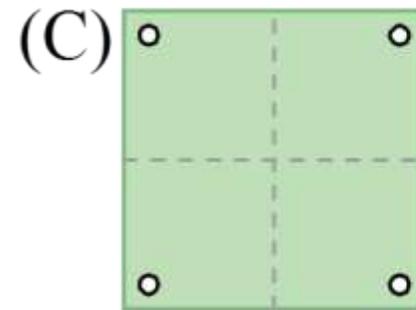
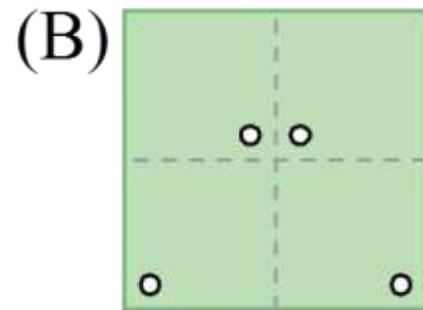
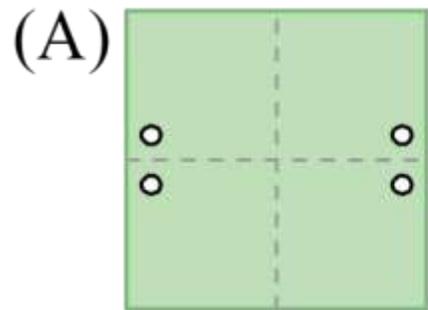
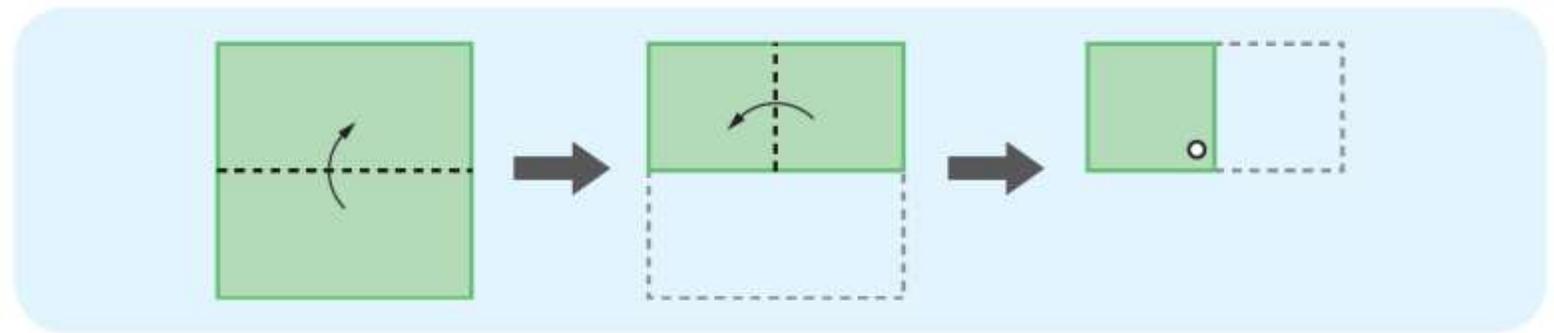
5 利用方格完成以直線  $L$  為對稱軸的線對稱圖形。

解



6 如下圖，將一張正方形色紙依下圖方式對摺兩次，然後在其右下角打一個洞，則此正方形色紙展開後的圖形可能為下列何者？

**解** 答：(D)。



將摺疊兩次的圖逆推回去，即可找到展開圖形  
故選(D)



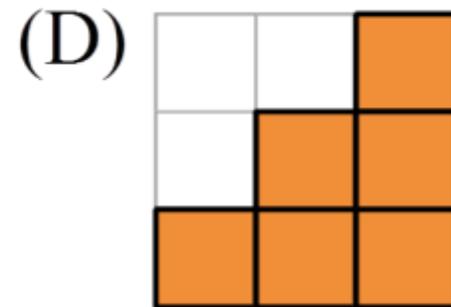
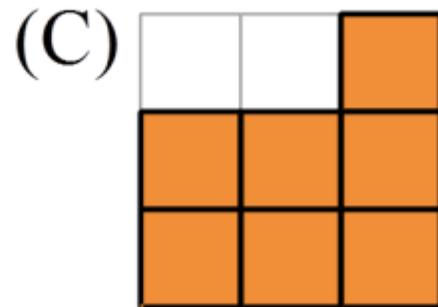
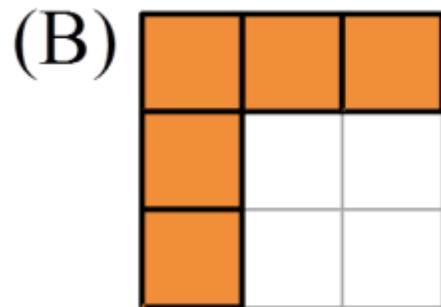
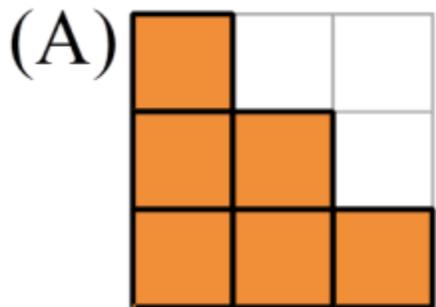
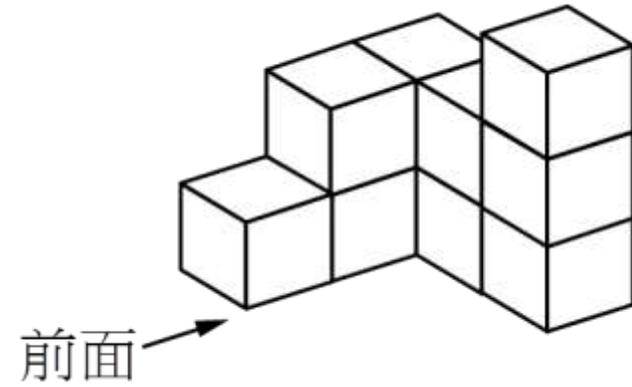
7 右圖是一個立體圖形，回答下列問題：

**解** (1) 下列(A)~(D)何者是此立體圖形的上視圖？

答：(B)。

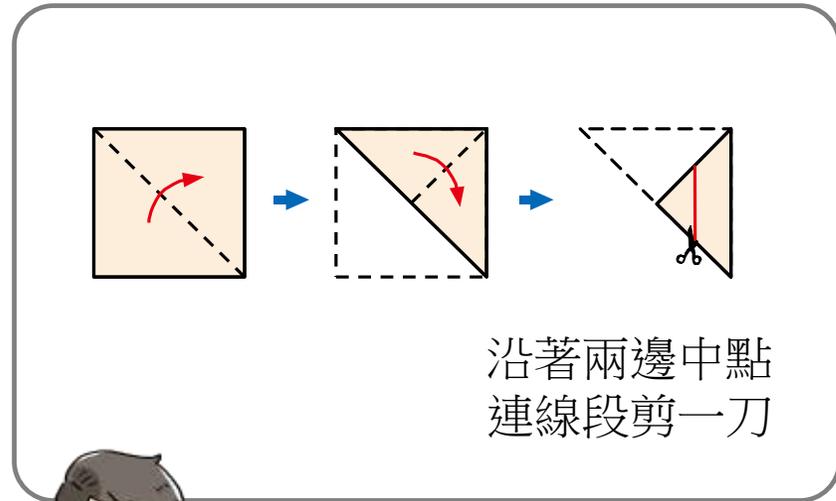
(2) 下列(A)~(D)何者是此立體圖形的左視圖？

答：(A)。

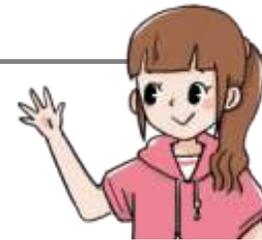
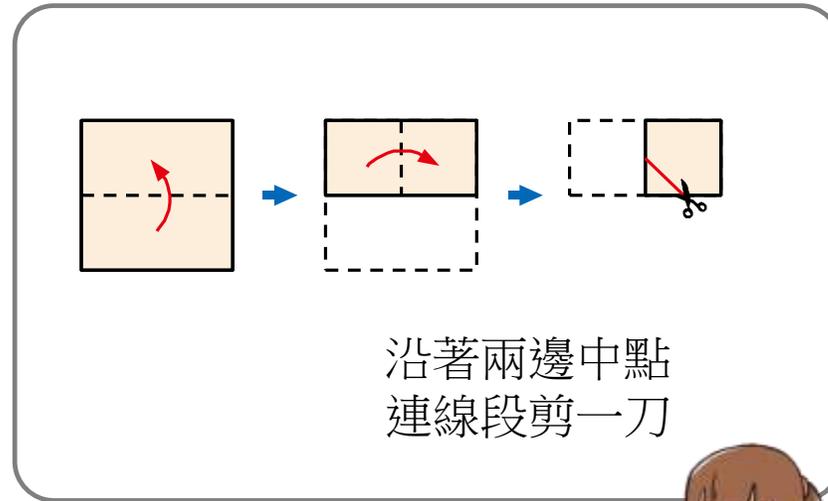


## 挑錯題

小翊和小妍對於「以一張正方形色紙對摺 2 次後，只剪一刀，得到的圖形為『回』字」的說法如下。判斷他們的說法是否正確，並說明你的理由。



小翊



小妍



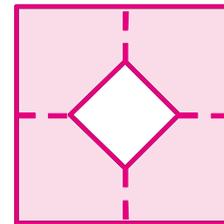
挑錯題

小翊：正確；錯誤，

理由：

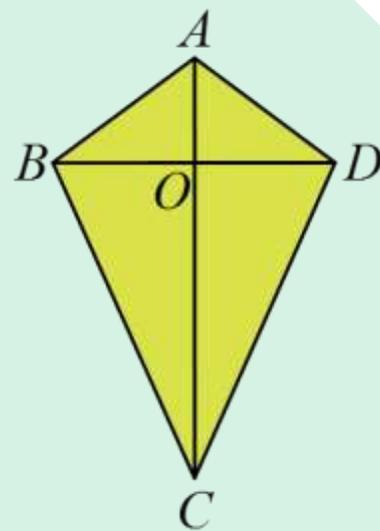
小妍：正確；錯誤，

理由：**小妍剪出來的圖形為右圖**





已知一箏形  $ABCD$ ， $\overline{AC}$  為對稱軸， $O$  為對角線交點。若  $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BD} = 8$ ，求箏形  $ABCD$  的面積。



對稱軸  $\overline{AC}$  兩側是相同的三角形

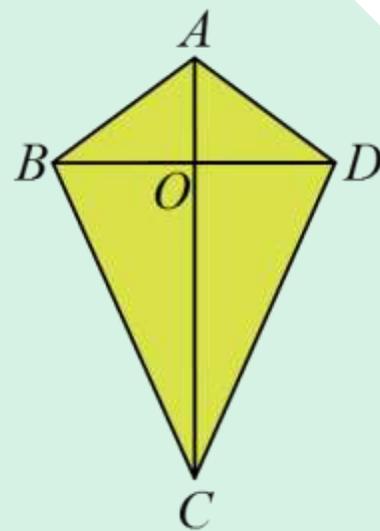
$\overline{AC}$  為對稱軸，所以  $\overline{AC}$  是  $\overline{BD}$  的垂直平分線，

因此  $\overline{OB} = \frac{1}{2} \overline{BD} = 4$ ，





已知一箏形  $ABCD$ ， $\overline{AC}$  為對稱軸， $O$  為對角線交點。若  $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BD} = 8$ ，求箏形  $ABCD$  的面積。



對稱軸  $\overline{AC}$  兩側是相同的三角形

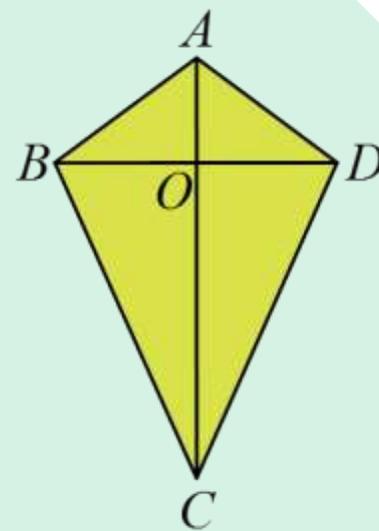
$$\begin{aligned}\text{所以 } \triangle ABC \text{ 的面積} &= \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BO} \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \times 4 \\ &= 24,\end{aligned}$$

$\triangle ADC$  的面積也是 24，





已知一箏形  $ABCD$ ， $\overline{AC}$  為對稱軸， $O$  為對角線交點。若  $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BD} = 8$ ，求箏形  $ABCD$  的面積。



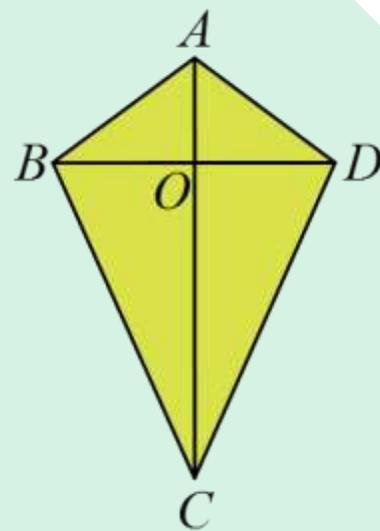
對稱軸  $\overline{AC}$  兩側是相同的三角形

$$\begin{aligned} \text{箏形 } ABCD \text{ 的面積} &= \triangle ABC \text{ 的面積} + \triangle ADC \text{ 的面積} \\ &= 24 + 24 \\ &= 48。 \end{aligned}$$



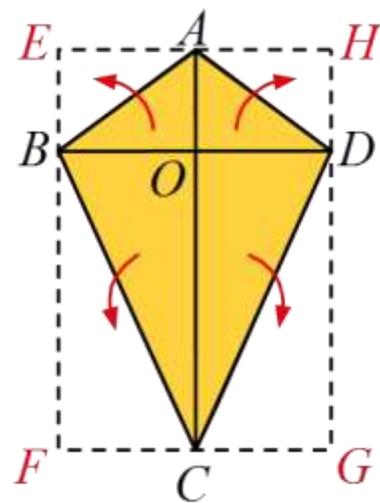


已知一箏形  $ABCD$ ， $\overline{AC}$  為對稱軸， $O$  為對角線交點。若  $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BD} = 8$ ，求箏形  $ABCD$  的面積。



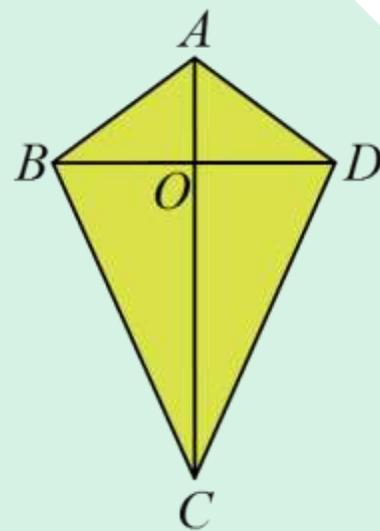
## 將圖形拼成長方形

$\overline{AC}$  為對稱軸，所以  $\overline{AC}$  是  $\overline{BD}$  的垂直平分線，觀察長方形  $EFGH$  與箏形  $ABCD$ ，





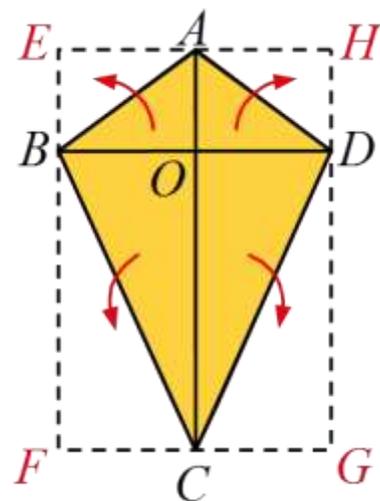
已知一箏形  $ABCD$ ， $\overline{AC}$  為對稱軸， $O$  為對角線交點。若  $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BD} = 8$ ，求箏形  $ABCD$  的面積。



## 將圖形拼成長方形

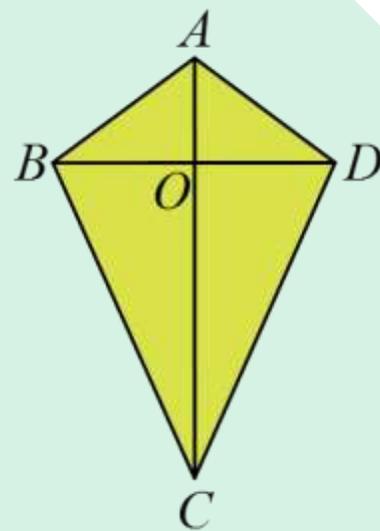
$$\begin{aligned}
 \text{箏形 } ABCD \text{ 的面積} &= \frac{1}{2} \times \text{長方形 } EFGH \text{ 的面積} \\
 &= \frac{1}{2} \times \overline{EF} \times \overline{FG} = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD} \\
 &= \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48,
 \end{aligned}$$

所以箏形  $ABCD$  的面積為 48。





已知一箏形  $ABCD$ ， $\overline{AC}$  為對稱軸， $O$  為對角線交點。若  $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BD} = 8$ ，求箏形  $ABCD$  的面積。



分成上、下兩個三角形，並以未知數求解

令  $\overline{AO} = x$ ， $\overline{CO} = 12 - x$ ，

箏形  $ABCD$  的面積 =  $\triangle ABD$  的面積 +  $\triangle CBD$  的面積

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times x + \frac{1}{2} \times 8 \times (12 - x)$$

$$= 4x + 48 - 4x = 48,$$

所以箏形  $ABCD$  的面積為 48。



## 對稱世界

在平面上，對稱圖形有一條對稱軸，稱為線對稱（或軸對稱）；而在立體空間中，對稱物體卻有一個對稱平面，宛如照鏡子一般，因此也稱「鏡面對稱」。如果細心觀察我們所處的世界，可以隨處與「對稱」相遇，就讓我們一起來看看！



巴黎鐵塔



臺南孔廟



總統府



高雄 85 大樓



## 建築

自古至今的建築外觀，也常使用對稱的特點，像是明 鄭時期創建的臺南 孔廟，日治時期建造的總統府，一直到現代的高雄 **85 大樓**，以及著名的法國 巴黎鐵塔，皆使用了對稱的設計，而這樣的建造方式，使建築物看起來協調且優雅。



國家戲劇院

觀察水中倒影和實際的物體，你有什麼發現嗎？



## 動植物

自然世界中隨處可見對稱，以人體構造來說，鼻樑為對稱軸，手、足、耳、眼、眉左右對稱。又如蝴蝶與昆蟲的雙翼，不只形狀左右對稱，就連花紋也是左右對稱。走在野外時，更是可以發現許多植物的花、葉子，都呈現出對稱之美。



## 音樂

在音樂的旋律上，音符也可利用上行與下行的安排，製造出對稱的樂音效果。

對稱音型 ▶



## 語文

只要是「相對」的事物就能呈現出「對稱」的感覺。古典詩或對聯的上下句，不僅在表面形式的字數相當，更在深層內容的意義與聲音上顯出對稱。

節錄王維五言律詩〈終南別業〉▶

行到水窮處，  
坐看雲起時。

春滿乾坤福滿門

天增歲月人增壽



## 一起來活動！

1. 拿一張色紙至少對摺一次後，試著剪出任一圖案，再將紙張展開與同學互相觀摩。

略

2. 請同學分別設計各種肢體對稱的體操動作，帶領大家一起動一動！

略





學完囉！

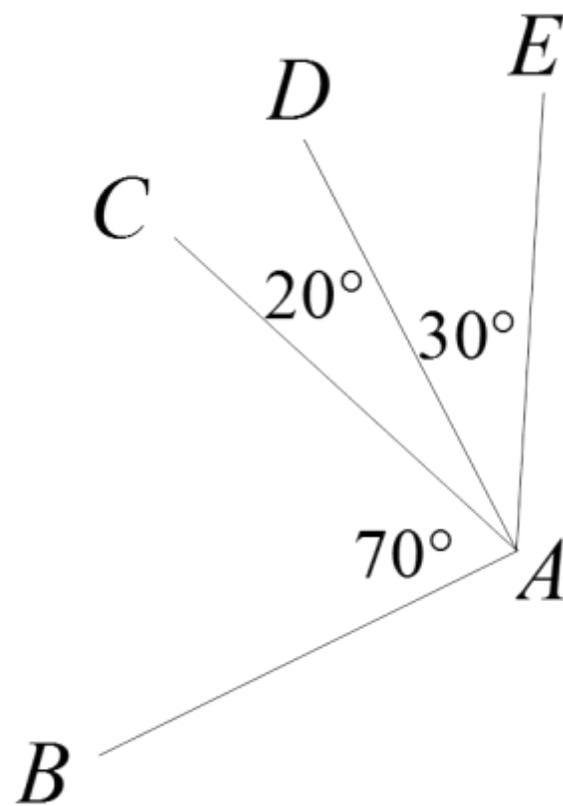
平面上有相異 5 點 (任三點不共線)，共可決定幾條線段？

**解** 10 條



請根據右圖的數據，寫出下列各角的度數，並判斷這個角是銳角、直角或鈍角。

- 解**
- (1)  $\angle BAE = \underline{120}$  度，是 鈍 角。
- (2)  $\angle BAD = \underline{90}$  度，是 直 角。
- (3)  $\angle CAE = \underline{50}$  度，是 銳 角。



六邊形有  $a$  條邊、 $b$  個頂點、 $c$  個角，則  $a + b + c = ?$

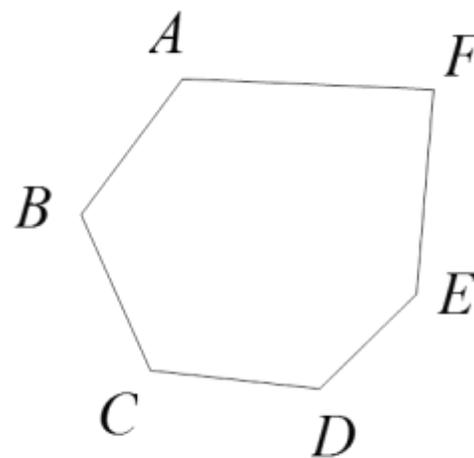
**解** 18



如下圖， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$  為六邊形的六個頂點。  
下列哪一個標示不可以表示此六邊形？

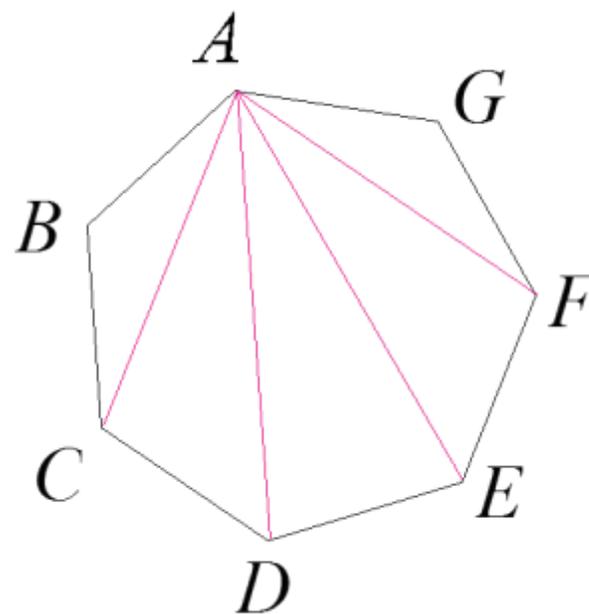
- (A) 六邊形  $EFABCD$
- (B) 六邊形  $BCEADF$
- (C) 六邊形  $CDEFAB$

**解** (B)



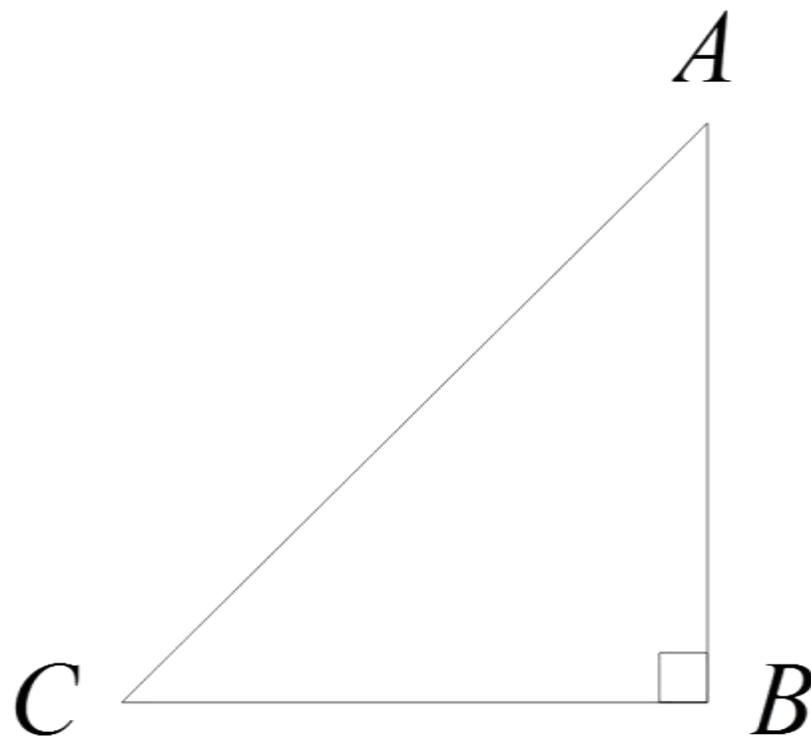
在下圖七邊形  $ABCDEFGG$  中，以  $A$  點為頂點共可畫出幾條對角線？

**解** 4 條



右圖為一 $\triangle ABC$ ，回答下列問題：

- 解** (1)  $\overline{AB}$  與  $\overline{BC}$  互相垂直。  
(2) 垂足為  $B$  點。  
(3)  $\angle ABC =$   $90$  度。

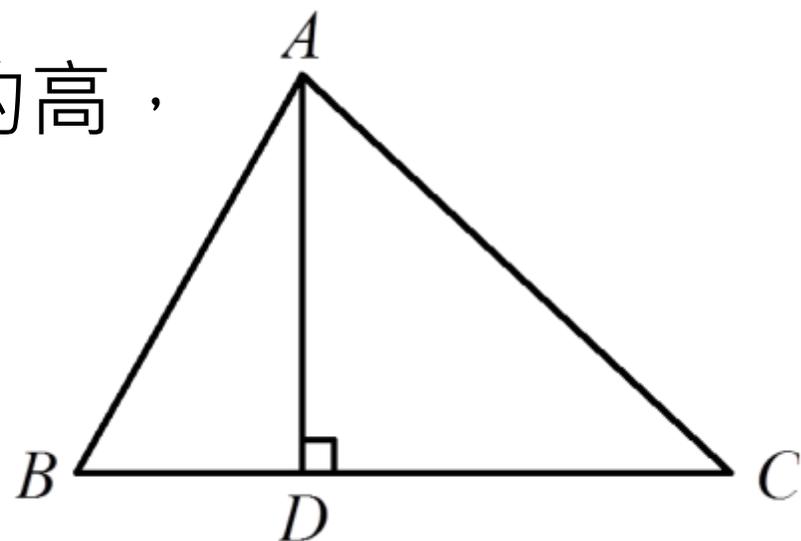


依右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD}$  為  $\overline{BC}$  上的高，  
則下列哪一線段最短？

(A)  $\overline{AB}$

(B)  $\overline{AC}$

(C)  $\overline{AD}$

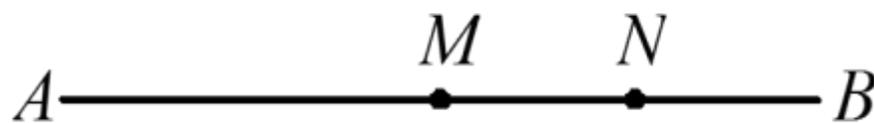


**解** (C)



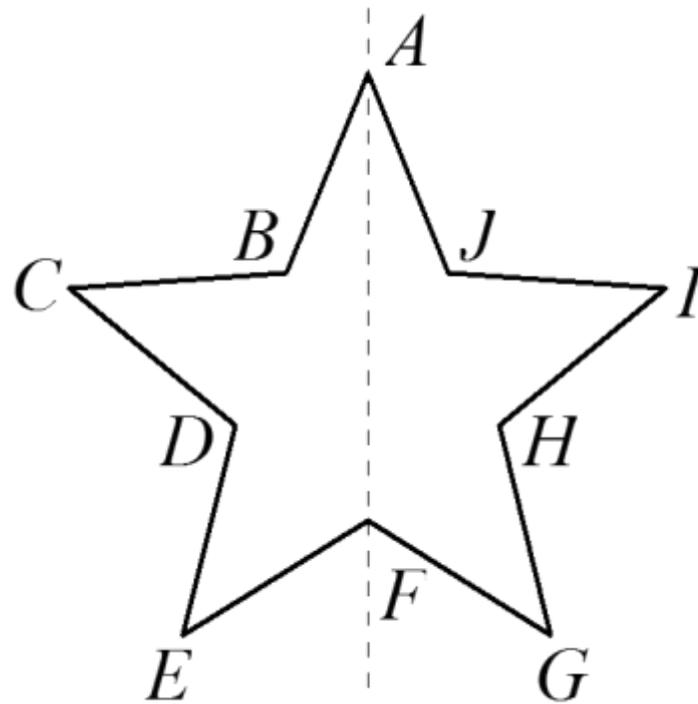
如右圖， $\overline{AB}=16$ ，且  $M$  為  $\overline{AB}$  的中點， $N$  為  $\overline{BM}$  的中點，則  $\overline{AN}$ 、 $\overline{BN}$  的長度各為多少？

**解**  $\overline{AN}=12$ ， $\overline{BN}=4$



下圖為線對稱圖形，虛線是其對稱軸，依序找出  
 $\overline{HG}$ 、 $\overline{EF}$ 、 $\overline{AJ}$  的對稱線段。

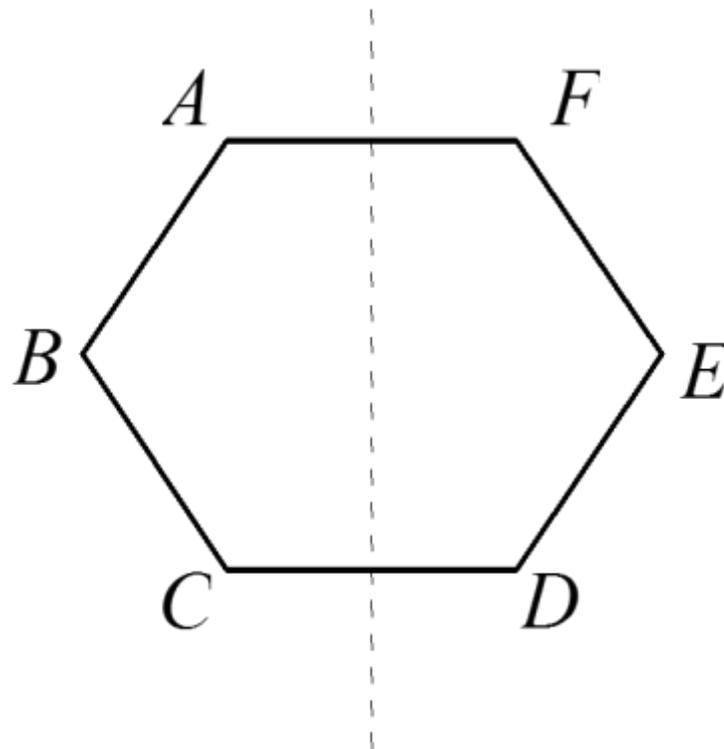
**解**  $\overline{DE}$ 、 $\overline{GF}$ 、 $\overline{AB}$



下圖為線對稱圖形，虛線是其對稱軸，依序找出  
 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle D$  的對稱角。

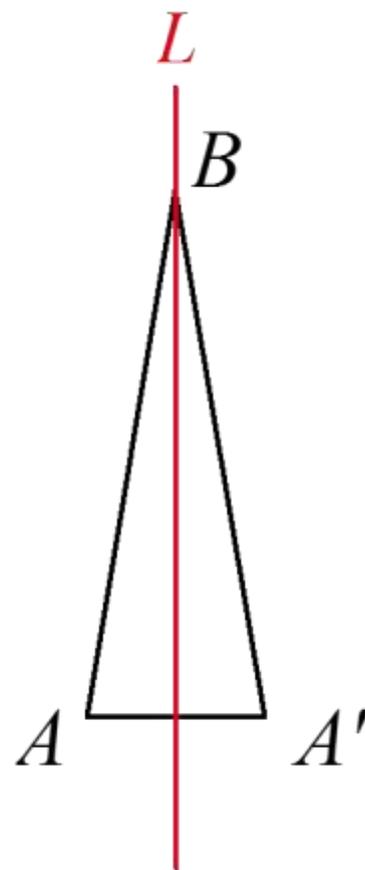
**解**

$\angle F$ 、 $\angle E$ 、 $\angle C$



以直線  $L$  為對稱軸，在直線  $L$  右側找出  $A$  點的對稱點  $A'$ ，  
若  $\angle A = 80^\circ$ ，則  $\angle A' = ?$

**解**  $80^\circ$

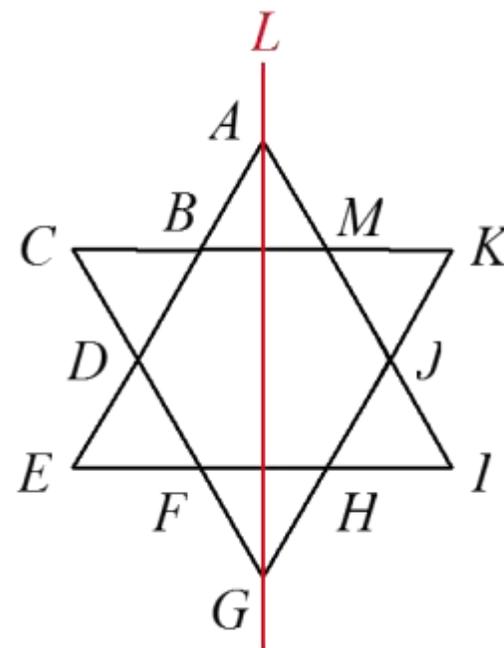


右圖是以直線  $L$  為對稱軸的線對稱圖形，則直線  $L$  不是 下列哪一個線段的垂直平分線？

- (A)  $\overline{BM}$    (B)  $\overline{CK}$    (C)  $\overline{FI}$    (D)  $\overline{EI}$

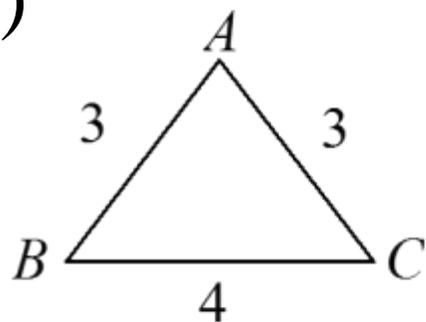
**解**

(C)

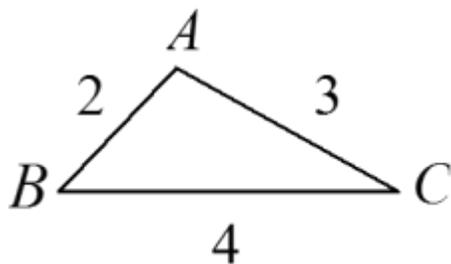


若將下面各圖中的  $B$  點摺向  $C$  點重合，何者的摺線不會通過  $A$  點？

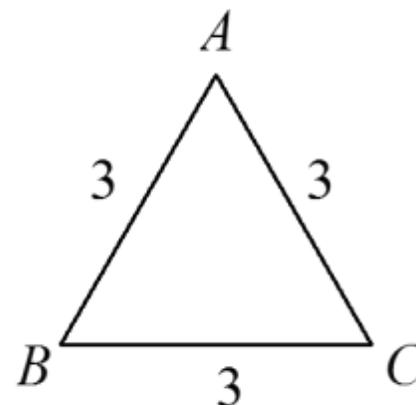
(A)



(B)



(C)



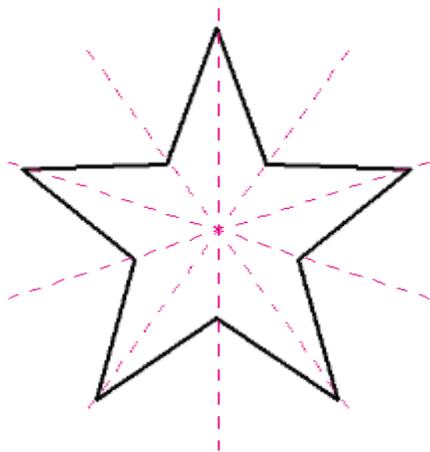
解

(B)

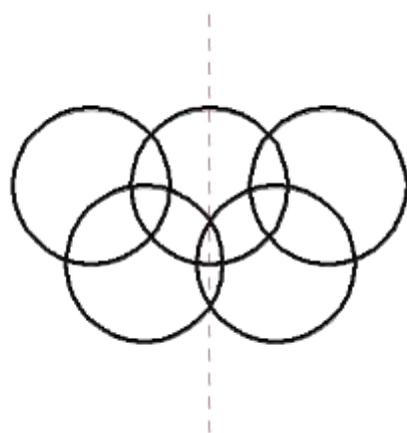


判斷下列各圖形是否為線對稱圖形。如果是，畫出它所有的對稱軸。

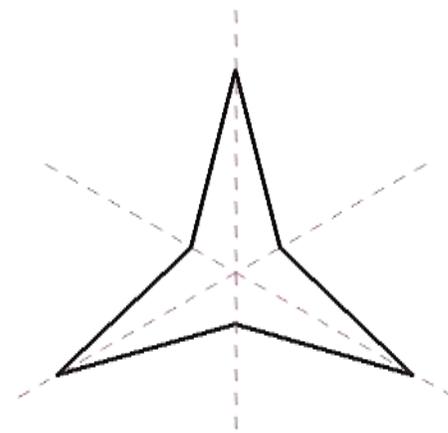
**解** (1)



(2)

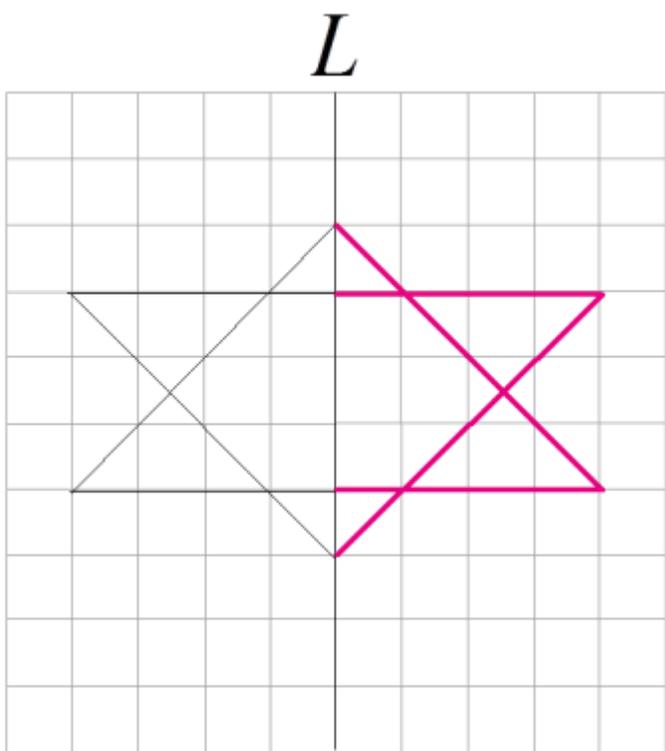


(3)

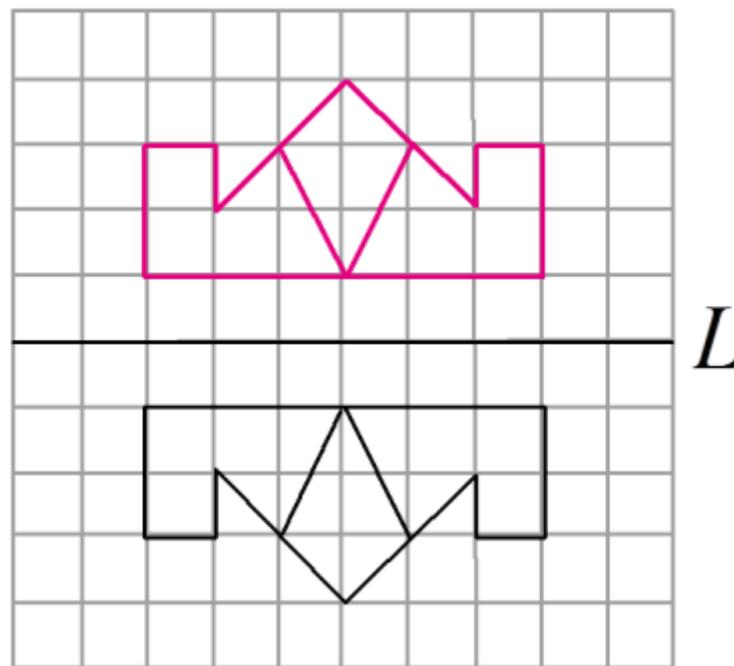


利用方格完成以直線  $L$  為對稱軸的線對稱圖形。

**解** (1)

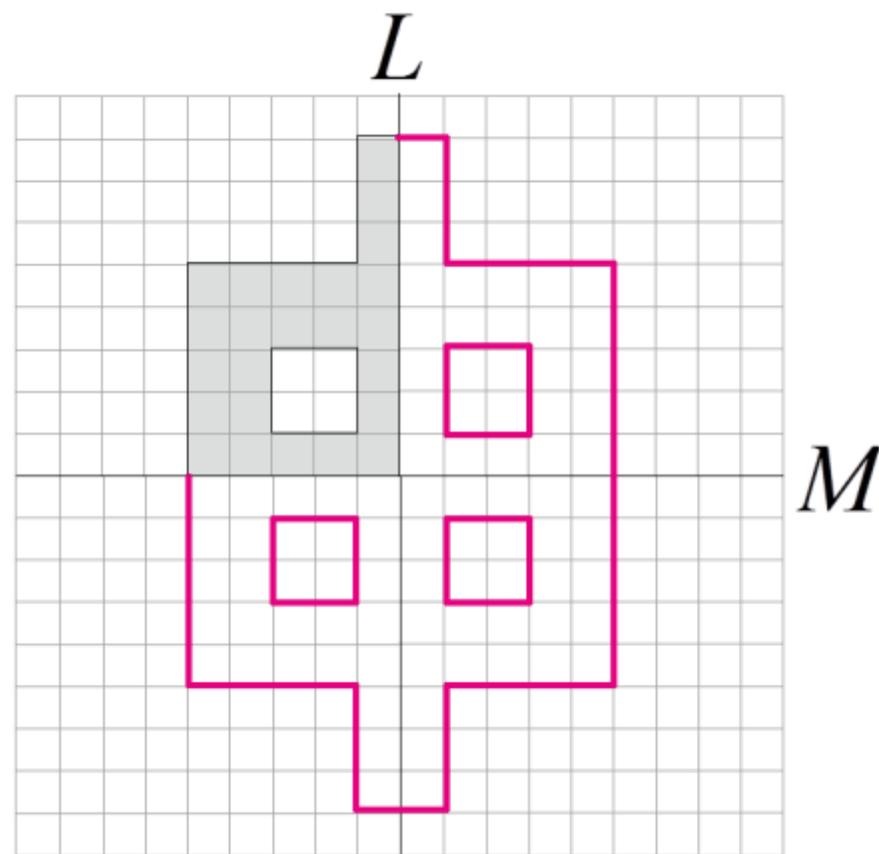


(2)



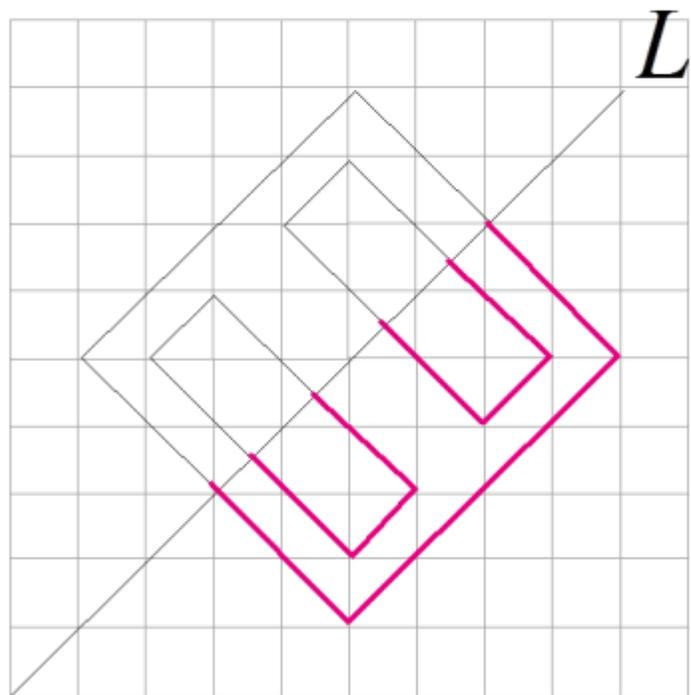
將右圖分別以直線  $L$ 、 $M$  為對稱軸，完成線對稱圖形後會形成一個國字，則此國字為何？

**解** 申

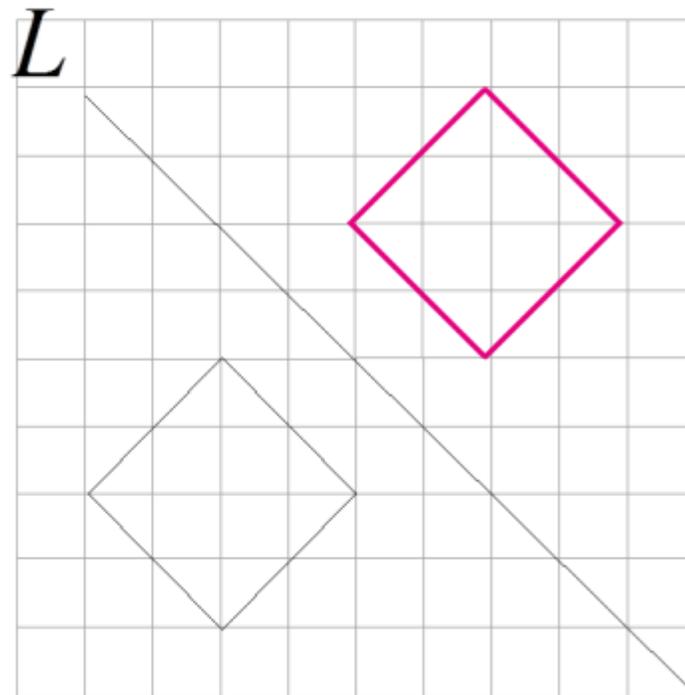


利用方格完成以直線  $L$  為對稱軸的線對稱圖形。

**解** (1)



(2)



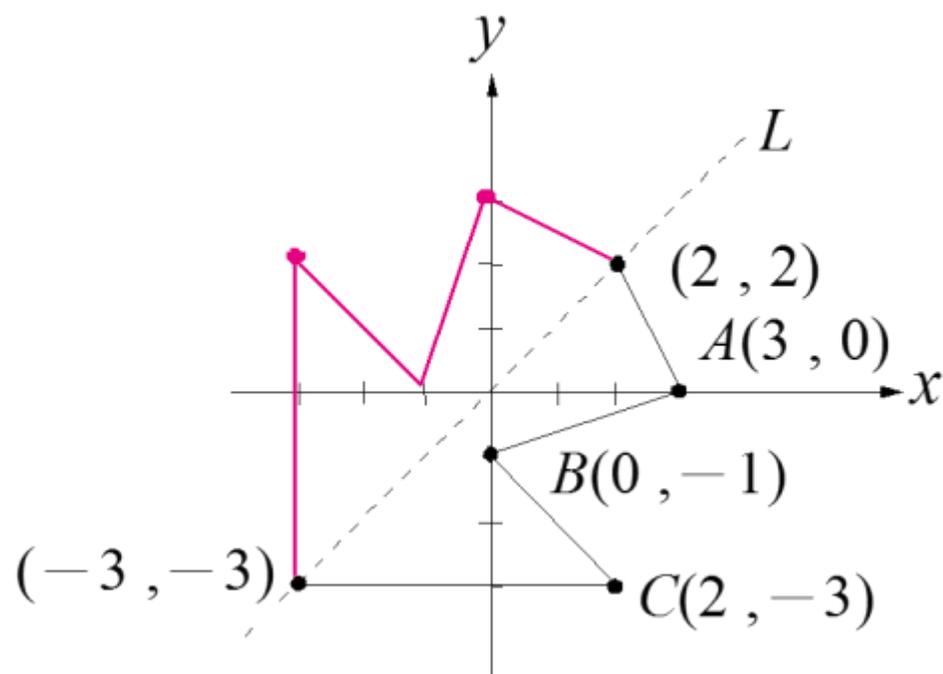
如右圖，坐標平面上有一線對稱圖形以直線  $L$  為對稱軸，試寫出  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點之對稱點的坐標。

**解**

$A$  點之對稱點的坐標為  $(0, 3)$

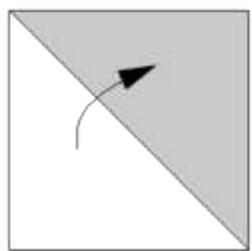
$B$  點之對稱點的坐標為  $(-1, 0)$

$C$  點之對稱點的坐標為  $(-3, 2)$

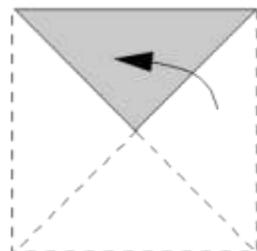
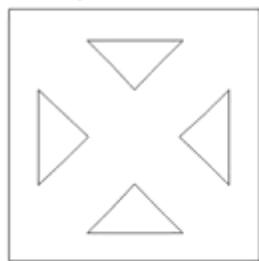


小妍參觀國小組剪紙大賽的得獎作品展覽，看到了前三名的作品如下圖，其比賽規則如下：

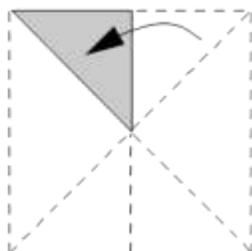
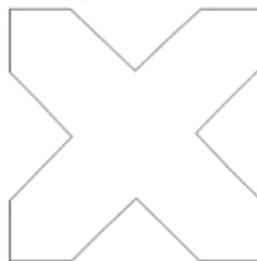
- (1) 正方形色紙如圖所示對摺 3 次。
- (2) 剪掉 1 個等腰直角三角形。



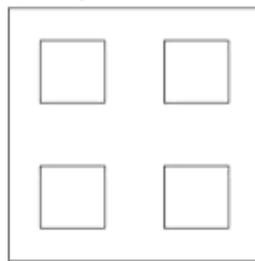
第一名



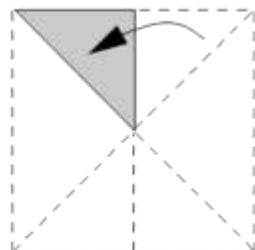
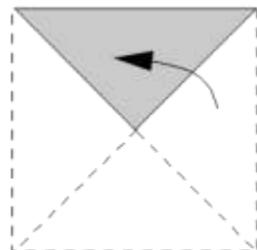
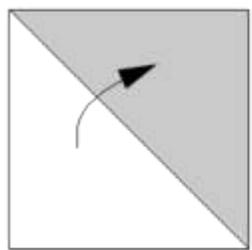
第二名



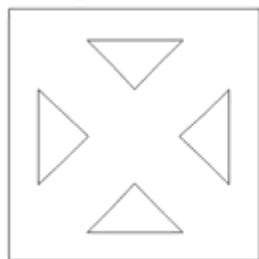
第三名



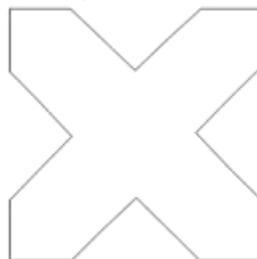
請參考作品，並在下面摺好的色紙上，依次畫出剪掉的等腰直角三角形的形狀與位置。



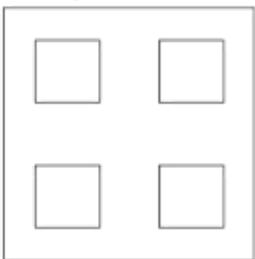
第一名



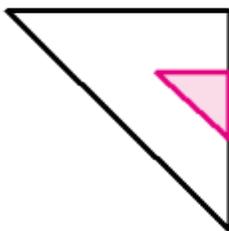
第二名



第三名



解



有一馬克杯如右圖，且有三個人分別從圖中的紅、綠、藍三個箭頭方向看馬克杯，請對應選出從三個箭頭方向

**解** 看到的樣貌可能為何。

紅色： (B) 。 綠色： (A) 。 藍色： (C) 。

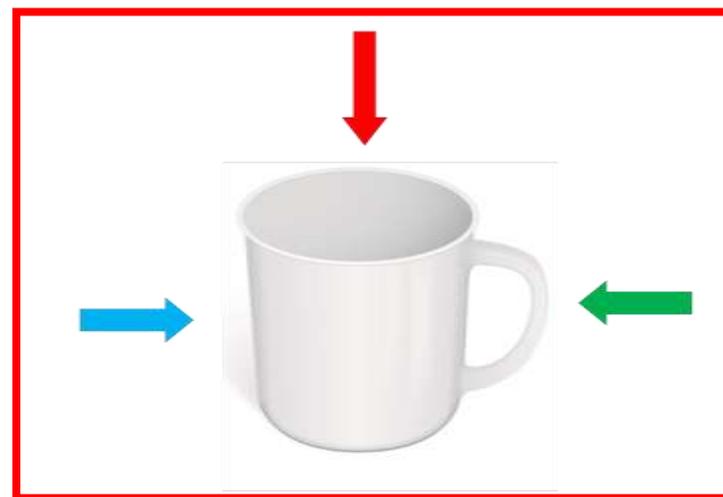
(A)



(B)

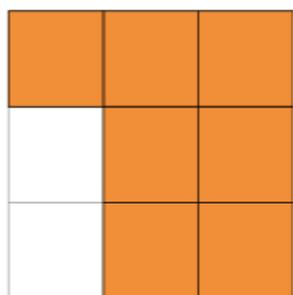


(C)

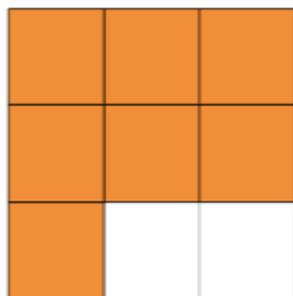


右圖是一個立體圖形，下列(A)~(C)何者是此立體圖形的上視圖？

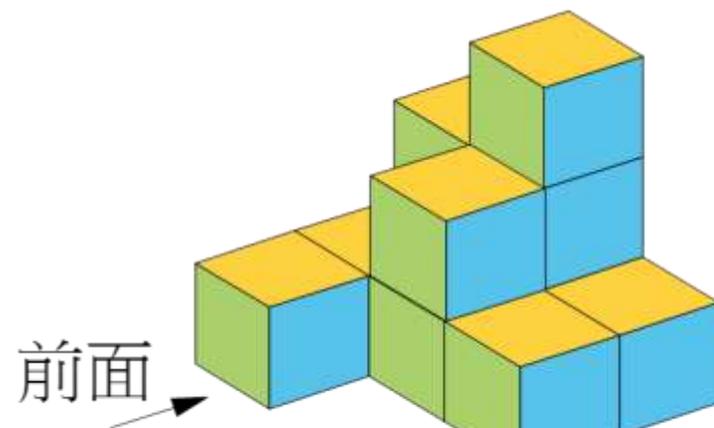
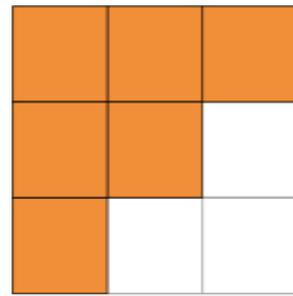
(A)



(B)



(C)



**解**

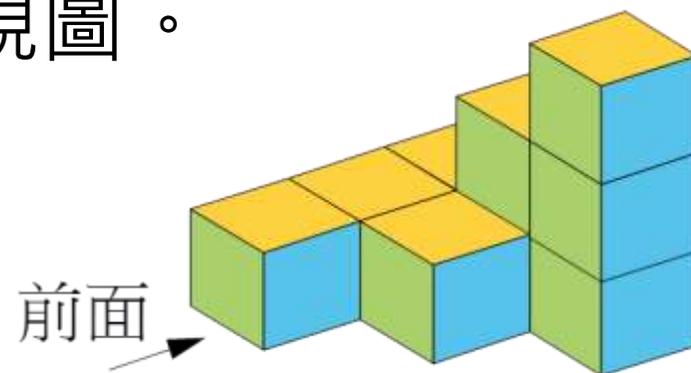
(B)



右圖是一個立體圖形，請繪製它的三視圖。

**解**

前視圖	右視圖	上視圖



已知一個立體圖形如圖(一)。小小和大大分別從不同方向觀察這個立體圖形，並繪製視圖如圖(二)，則：

**解** 小小是從 右 面觀察；

大大是從 上 面觀察。(填前、後、左、右、上)

