



重點整理

- 二元一次式：一個代數式中，含有兩種未知數(例如 x 、 y)，且其次數均為一次時，則此代數式稱為二元一次式。
- 二元一次式的值：將二元一次式中的兩種未知數分別以指定的數字代入，運算後所得到的值，稱為此二元一次式的值。
- 二元一次式的化簡：化簡二元一次式時，把有相同文字符號的合併在一起化簡，把沒有文字符號的合併在一起化簡。
- 二元一次方程式：一個方程式經化簡後，含有兩種未知數(例如 x 、 y)，且其次數均為一次時，此方程式稱為二元一次方程式。
- 二元一次方程式的解：將二元一次方程式中的兩種未知數分別以數字代入後，方程式的等號成立，則這組數稱為此二元一次方程式的解。在沒有條件限制時，二元一次方程式的解有無限多組。

題型演練

老師說

1. 使用兩個文字符號表示數量

學生做

- (1) 有一個二位數，十位數字為 x ，個位數字為 y ，則此二位數字為_____。
- (2) 已知某班級有男生 20 人，女生 15 人，某次數學考試，全班平均分數為 x 分，男生平均分數為 y 分，則女生平均分數為_____分。
- (3) 承(2)，若 $x=75$ ， $y=72$ ，則女生平均分數是_____。
- (1) 君君原有 x 元，涵涵原有 y 元，已知 $x>y$ ，若君君用去所有錢的 $\frac{1}{3}$ ，涵涵用去所有錢的 $\frac{1}{2}$ ，則兩人剩下的錢相差_____元。
- (2) 田小姐去菜市場買上等的水梨 x 斤，每斤 120 元，也買了次等的水梨 y 斤，每斤 80 元，則平均每斤_____元。
- (3) 承(2)，今田小姐身上有 1500 元，是否可以買 5 斤上等的水梨和 15 斤次等的水梨？答：_____。

解：(1) 此二位數字為 $10x+y$

(2) 女生平均分數為

$$\frac{35x-20y}{15} \text{ (或 } \frac{7x-4y}{3} \text{) (分)}$$

(3) 女生平均分數為

$$\frac{35 \times 75 - 20 \times 72}{15} = 79 \text{ (分)}$$

解：(1) 兩人相差 $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y$ (元)

(2) 平均每斤 $\frac{120x+80y}{x+y}$ (元)

(3) 上等水梨需 $120 \times 5 = 600$ (元)
 次等水梨需 $80 \times 15 = 1200$ (元)
 共需 $600 + 1200 = 1800$ (元)
 故田小姐身上的錢不夠買

在下列空格中，填入各二元一次式的值。

	x	-3	$\frac{3}{2}$
	y	2	$-2\frac{1}{2}$
算式			
$4x-3y$		(1)	(2)
$2x+5y-3$		(3)	(4)

解：(1) $4x(-3)-3 \times 2 = -12-6 = -18$
 (2) $4 \times \frac{3}{2} - 3 \times (-2\frac{1}{2}) = 6 + \frac{15}{2} = 13\frac{1}{2}$
 (3) $2x(-3)+5 \times 2-3 = -6+10-3 = 1$
 (4) $2 \times \frac{3}{2} + 5 \times (-2\frac{1}{2}) - 3 = 3 - \frac{25}{2} - 3$
 $= -12\frac{1}{2}$

在下列空格中，填入各二元一次式的值。

	x	0.4	$-1\frac{1}{3}$
	y	$\frac{5}{3}$	0.25
算式			
$-\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}y$		(1)	(2)
$0.75x+0.5y-3\frac{3}{5}$		(3)	(4)

解：(1) $-\frac{2}{3} \times 0.4 + \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} = -\frac{4}{15} + \frac{5}{6} = \frac{17}{30}$
 (2) $-\frac{2}{3} \times (-1\frac{1}{3}) + \frac{1}{2} \times 0.25$
 $= \frac{8}{9} + \frac{1}{8} = \frac{73}{72}$
 (3) $\frac{3}{4} \times 0.4 + \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} - 3\frac{3}{5}$
 $= \frac{3}{10} + \frac{5}{6} - 3\frac{3}{5} = -2\frac{7}{15}$
 (4) $\frac{3}{4} \times (-1\frac{1}{3}) + \frac{1}{2} \times 0.25 - 3\frac{3}{5}$
 $= -1 + \frac{1}{8} - 3 - \frac{3}{5} = -4\frac{19}{40}$

化簡下列各式。

(1) $3(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y - 1) - 2(\frac{1}{3}y - \frac{1}{2}x + 2)$

(2) $\frac{-x+2y-3}{4} + \frac{-2y-x+2}{3}$

(3) $2[4(\frac{5}{12}x - \frac{y}{6} - 2) + \frac{7}{2}] + 16$

解：(1) 原式 $= x - \frac{3}{2}y - 3 - \frac{2}{3}y + x - 4$
 $= 2x - \frac{13}{6}y - 7$
 (2) 原式 $= \frac{3(-x+2y-3)+4(-2y-x+2)}{12}$
 $= \frac{-3x+6y-9-8y-4x+8}{12}$
 $= \frac{-7x-2y-1}{12}$
 (3) 原式 $= 8(\frac{5}{12}x - \frac{y}{6} - 2) + 7 + 16$
 $= \frac{10}{3}x - \frac{4}{3}y - 16 + 7 + 16$
 $= \frac{10}{3}x - \frac{4}{3}y + 7$

化簡下列各式。

(1) $-\frac{3}{4}(\frac{8}{9}x - \frac{8}{15}y + 1) - 2(\frac{2}{3}x + \frac{1}{5}y - \frac{3}{4})$

(2) $\frac{3x-2y-1}{2} + [x - \frac{3}{2}(x-2y) + 1]$

(3) $(\frac{3}{4}x - 0.75y - 3) - (0.125x - \frac{1}{3}y - 2)$

解：(1) 原式 $= -\frac{2}{3}x + \frac{2}{5}y - \frac{3}{4} - \frac{4}{3}x - \frac{2}{5}y + \frac{3}{2}$
 $= -2x + \frac{3}{4}$
 (2) 原式 $= \frac{3x-2y-1}{2} + x - \frac{3}{2}x + 3y + 1$
 $= \frac{3x-2y-1-x+6y+2}{2}$
 $= \frac{2x+4y+1}{2}$
 (3) 原式 $= \frac{3}{4}x - \frac{3}{4}y - 3 - \frac{1}{8}x + \frac{1}{3}y + 2$
 $= \frac{5}{8}x - \frac{5}{12}y - 1$

哥哥現年 x 歲，妹妹現年 y 歲，5 年後，兄妹二人的年齡和為 25 歲，請依題意列出二元一次方程式。

解：5 年後，哥哥為 $(x+5)$ 歲

妹妹為 $(y+5)$ 歲

兄妹二人的年齡和為 25 歲

得 $(x+5)+(y+5)=25$

故二元一次方程式為 $x+y=15$

有一個二位數，其中十位數字為 x ，個位數字為 y 。若分別將其十位數字加 3 與個位數字減 2 後再對調，所得的新數比原數大 25。請依題意列出二元一次方程式。

解：原數 $= 10x+y$

新數 $= 10(y-2)+(x+3)$

故可列式為

$10(y-2)+(x+3)-(10x+y)=25$

故二元一次方程式為 $-3x+3y=14$

方程式 $2x+5y=30$ 中，若 x 、 y 均為正整數，請列出方程式的所有解。

解： $y=1$ ， $2x+5=30$ ， $x=\frac{25}{2}$ 不合

$y=2$ ， $2x+10=30$ ， $x=10$

$y=3$ ， $2x+15=30$ ， $x=\frac{15}{2}$ 不合

$y=4$ ， $2x+20=30$ ， $x=5$

$y=5$ ， $2x+25=30$ ， $x=\frac{5}{2}$ 不合

$y=6$ ， $2x+30=30$ ， $x=0$ 不合

故 $x=10$ 、 $y=2$ 及 $x=5$ 、 $y=4$

是此方程式的解

方程式 $3x+2y=12$ 中，若 x 、 y 均為正整數，請列出方程式的解。

解： $x=1$ ， $2y=12-3\times 1=9$ ， $y=\frac{9}{2}$ 不合

$x=2$ ， $2y=12-3\times 2=6$ ， $y=3$

$x=3$ ， $2y=12-3\times 3=3$ ， $y=\frac{3}{2}$ 不合

$x=4$ ， $2y=12-3\times 4=0$ ， $y=0$ 不合

故 $x=2$ 、 $y=3$ 是此方程式的解

回家作業

一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

- (D) 1. 小佩的錢包內有仟元鈔票 x 張，佰元鈔票 y 張，伍拾元硬幣 1 個，則錢包內共有多少元？
(A) $x+y+1$ (B) $100x+10y+5$ (C) $1000x+10y+50$ (D) $50(20x+2y+1)$
- (B) 2. 已知一個三位數，其百位數字是 3，十位數字是 x ，個位數字是 y ，則下列哪一個選項可以表示此三位數？
(A) $3+x+y$ (B) $300+10x+y$ (C) $300+x+y$ (D) $3+10x+y$
- (C) 3. $x=-1, y=3$ 是下列哪一個二元一次方程式的解？
(A) $3x-2y=1$ (B) $2x+y=-2$ (C) $3x=y-6$ (D) $x+y=0$
- (A) 4. 已知一等腰三角形的底邊長為 x ，一腰長為 y ，則下列哪一個選項可以表示此三角形的周長？
(A) $x+2y$ (B) $2x+y$ (C) $x+y$ (D) $x-y$
- (C) 5. 若 $x=1, y=1$ 是二元一次方程式 $ax-by+4=0$ 的一組解，則 $2b-2a$ 的值是多少？
(A) 4 (B) -4 (C) 8 (D) -8

二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. 化簡 $(\frac{5}{3}x - \frac{7}{5}y + 1) - 2(-\frac{11}{6}x + \frac{9}{10}y - 2) = \underline{\frac{16}{3}x - \frac{16}{5}y + 5}$ 。
2. 化簡 $\frac{4x+y-5}{3} - \frac{-2y+3x+2}{2} = \underline{\frac{-x+8y-16}{6}}$ 。
3. 若 $x=-2, y=3$ 是方程式 $ax-5y=9$ 的一組解，則 $a = \underline{-12}$ 。
4. 若 $x、y$ 為正整數，則 $3x+2y=24$ 有 3 組解。
5. 小田和小王到果汁店買西瓜汁和木瓜汁，已知西瓜汁每杯 50 元，木瓜汁每杯 60 元。小田買了 x 杯西瓜汁和 y 杯木瓜汁；小王所買的西瓜汁比小田少 2 杯，木瓜汁比小田多 3 杯，則兩人共付 $100x+120y+80$ 元。(須化簡)

三、計算題：(共 20 分)

1. 有一個三位數，百位數字是 x ，十位數字是 y ，個位數字是 5，其數值等於它的數字和的 15 倍，則滿足此條件的三位數是多少？

解： $100x+10y+5=15(x+y+5)$

$$85x-5y=70$$

$$17x-y=14$$

$x=1, y=3$ 是此方程式的解

故此三位數是 135



重點整理

- 二元一次聯立方程式：將兩個二元一次方程式並列在一起，即稱為二元一次聯立方程式。
- 二元一次聯立方程式的解：將二元一次聯立方程式的兩個未知數分別以數字代入，若兩個方程式的等號均成立，則這組數稱為此二元一次聯立方程式的解。
- 解二元一次聯立方程式：我們可以用「代入消去法」或「加減消去法」解二元一次聯立方程式。

題型演練

老師說

1. 判別二元一次聯立方程式的解

學生做

- (1) 某校的校外教學活動中，男生人數是女生人數的 $\frac{3}{2}$ 倍，且男、女生共有 560 人，設男生有 x 人，女生有 y 人，則可列出二元一次聯立方程式為_____。
- (2) 承(1)，下列哪一組數是二元一次聯立方程式的解？答：_____。
- (A) $x=360, y=200$ (B) $x=300, y=200$
 (C) $x=336, y=224$ (D) $x=380, y=180$

解：(1) 依題意列出 $\begin{cases} x = \frac{3}{2}y \\ x + y = 560 \end{cases}$

(2)

x	360	300	336	380
y	200	200	224	180
$x - \frac{3}{2}y$	60	0	0	110
$x + y$	560	500	560	560

故(C)是此二元一次聯立方程式的解

- (1) 小柏原有 x 元，買冰淇淋花了 y 元，剩餘的錢為用去的 4 倍，後來又買零食花了 60 元，剩餘的錢為原有的 $\frac{1}{5}$ 倍，則可列出二元一次聯立方程式為_____。
- (2) 承(1)，下列哪一組數是二元一次聯立方程式的解？答：_____。
- (A) $x=80, y=16$ (B) $x=100, y=20$
 (C) $x=140, y=22$ (D) $x=150, y=30$

解：(1) 依題意列出 $\begin{cases} x - y = 4y \\ 4y - 60 = \frac{1}{5}x \end{cases}$

$\begin{cases} x - 5y = 0 \\ 4y - \frac{1}{5}x = 60 \end{cases}$

(2)

x	80	100	140	150
y	16	20	22	30
$x - 5y$	0	0	30	0
$4y - \frac{1}{5}x$	48	60	60	90

故(B)是此二元一次聯立方程式的解

解二元一次聯立方程式
$$\begin{cases} \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}y = -1 \\ 0.3x - \frac{9}{10}y = 0.9 \end{cases}。$$

解：原式化簡得
$$\begin{cases} x - y = -3 \cdots \cdots ① \\ x - 3y = 3 \cdots \cdots ② \end{cases}$$

由①得 $x = y - 3 \cdots \cdots ③$

將③代入②得 $y = -3$

$y = -3$ 代入③得 $x = -6$

解二元一次聯立方程式
$$\begin{cases} 2x - 0.5y = 3 \\ 0.75x + \frac{1}{2}y = 2.5 \end{cases}。$$

解：原式化簡得
$$\begin{cases} 2x - \frac{1}{2}y = 3 \cdots \cdots ① \\ \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = \frac{5}{2} \cdots \cdots ② \end{cases}$$

由①得 $2x - 3 = \frac{1}{2}y \cdots \cdots ③$

將③代入②得 $x = 2$

$x = 2$ 代入③得 $y = 2$

解二元一次聯立方程式
$$\begin{cases} 11x - 2y = 20 \\ -2x + 11y = 7 \end{cases}。$$

解：
$$\begin{cases} 11x - 2y = 20 \cdots \cdots ① \\ -2x + 11y = 7 \cdots \cdots ② \end{cases}$$

① + ②、① - ②得
$$\begin{cases} 9x + 9y = 27 \\ 13x - 13y = 13 \end{cases}$$

整理得
$$\begin{cases} x + y = 3 \cdots \cdots ③ \\ x - y = 1 \cdots \cdots ④ \end{cases}$$

③ + ④得 $2x = 4$ ， $x = 2$

$x = 2$ 代入③得 $y = 1$

解二元一次聯立方程式
$$\begin{cases} 26x - 6y = -17 \\ -6x + 26y = 27 \end{cases}。$$

解：
$$\begin{cases} 26x - 6y = -17 \cdots \cdots ① \\ -6x + 26y = 27 \cdots \cdots ② \end{cases}$$

① + ②、① - ②得
$$\begin{cases} 20x + 20y = 10 \\ 32x - 32y = -44 \end{cases}$$

整理得
$$\begin{cases} 2x + 2y = 1 \cdots \cdots ③ \\ 8x - 8y = -11 \cdots \cdots ④ \end{cases}$$

③ × 4 - ④得 $16y = 15$ ， $y = \frac{15}{16}$

$y = \frac{15}{16}$ 代入③得 $x = -\frac{7}{16}$

已知聯立方程式
$$\begin{cases} 2(2x+y) - 3(x+y) = 4 \\ 3(2x+y) + 3(x+y) = 6 \end{cases}$$
，設

$2x+y=A$ ， $x+y=B$ ，則 x 、 y 的值為何？

解：將 $2x+y=A$ ， $x+y=B$ 代入聯立方程式

得
$$\begin{cases} 2A - 3B = 4 \cdots \cdots ① \\ 3A + 3B = 6 \cdots \cdots ② \end{cases}$$

① + ②得 $A = 2$ ，將 $A = 2$ 代入①式得 $B = 0$

再將 $A = 2$ 、 $B = 0$ 代入得
$$\begin{cases} 2x + y = 2 \cdots \cdots ③ \\ x + y = 0 \cdots \cdots ④ \end{cases}$$

③ - ④得 $x = 2$

$x = 2$ 代入③得 $y = -2$

已知聯立方程式
$$\begin{cases} 5(x-y) + 2(3x+y) = 3 \\ -5(x-y) - 4(3x+y) = -1 \end{cases}$$
，

設 $x-y=A$ ， $3x+y=B$ ，則 x 、 y 的值為何？

解：將 $x-y=A$ ， $3x+y=B$ 代入聯立方程式

得
$$\begin{cases} 5A + 2B = 3 \cdots \cdots ① \\ -5A - 4B = -1 \cdots \cdots ② \end{cases}$$

① + ②得 $B = -1$

將 $B = -1$ 代入①式得 $A = 1$

再將 $A = 1$ 、 $B = -1$ 代入

得
$$\begin{cases} x - y = 1 \cdots \cdots ③ \\ 3x + y = -1 \cdots \cdots ④ \end{cases}$$

③ + ④得 $x = 0$ ， $x = 0$ 代入③得 $y = -1$

已知「 θ 」為某種運算符號，其定義為：
 $x\theta y = ax - by - 3$ ，若 $3\theta 1 = 5$ ， $5\theta 3 = 1$ ，
 則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解：由 $3\theta 1 = 5$ ，得 $3a - b - 3 = 5$
 由 $5\theta 3 = 1$ ，得 $5a - 3b - 3 = 1$
 可列式為 $\begin{cases} 3a - b = 8 \cdots\cdots ① \\ 5a - 3b = 4 \cdots\cdots ② \end{cases}$
 $① \times 3 - ②$ 得 $4a = 20$ ， $a = 5$
 $a = 5$ 代入 $①$ 得 $b = 7$

已知「 Φ 」為某種運算符號，其定義為：
 $x\Phi y = ax - y + b$ ，若 $3\Phi(-2) = 0$ ， $8\Phi(-\frac{3}{8}) =$
 -6 ，則 $2a + 3b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解：由 $3\Phi(-2) = 0$ ，得 $3a + 2 + b = 0$
 由 $8\Phi(-\frac{3}{8}) = -6$ ，得 $8a + \frac{3}{8} + b = -6$
 可列式為 $\begin{cases} 3a + b = -2 \cdots\cdots ① \\ 8a + b = -\frac{51}{8} \cdots\cdots ② \end{cases}$
 $② - ①$ 得 $5a = -\frac{35}{8}$ ， $a = -\frac{7}{8}$
 $a = -\frac{7}{8}$ 代入 $①$ 得 $b = \frac{5}{8}$
 所以 $2a + 3b = 2 \times (-\frac{7}{8}) + 3 \times \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$

若 $|-2x - 3y - 10| + (2y - 3x - 2)^2 = 0$ ，求 x 、
 y 之值。

解：由題意得 $\begin{cases} -2x - 3y - 10 = 0 \\ 2y - 3x - 2 = 0 \end{cases}$
 整理得 $\begin{cases} -2x - 3y = 10 \cdots\cdots ① \\ -3x + 2y = 2 \cdots\cdots ② \end{cases}$
 $① \times 2 + ② \times 3$ 得 $x = -2$
 $x = -2$ 代入 $①$ 得 $y = -2$

若 $(x + 3y - 7)^2 + |4x - 6y + 1| = 0$ ，求 x 、 y
 之值。

解：由題意得 $\begin{cases} x + 3y - 7 = 0 \\ 4x - 6y + 1 = 0 \end{cases}$
 整理得 $\begin{cases} x + 3y = 7 \cdots\cdots ① \\ 4x - 6y = -1 \cdots\cdots ② \end{cases}$
 $① \times 2 + ②$ 得 $x = \frac{13}{6}$
 $x = \frac{13}{6}$ 代入 $①$ 得 $y = \frac{29}{18}$

回家作業

一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

(D) 1. 已知兄妹的年齡和為 30 歲，且哥哥年齡是妹妹年齡的 $\frac{3}{2}$ 倍。若哥哥的年齡是 x 歲，妹妹的年齡是 y 歲，則下列哪一個二元一次聯立方程式符合題意？

(A) $\begin{cases} x+y=30 \\ \frac{3}{2}x=y \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x=y+30 \\ x=\frac{3}{2}y \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x-y=30 \\ 2x=3y \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x+y=30 \\ 2x=3y \end{cases}$

(D) 2. 利用代入消去法解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 4x-3y=12 \cdots \textcircled{1} \\ y=2x+1 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ ，將 $\textcircled{2}$ 代入 $\textcircled{1}$ 中可得到下列哪一個式子？

(A) $4x-6x-1=12$ (B) $4x-6x+3=12$ (C) $4x-6x+1=12$ (D) $4x-6x-3=12$

(C) 3. 以下四種作法，哪一種能消去二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 3x-2y=5 \cdots \textcircled{1} \\ 4x+3y=-2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ 中的未知數 x ？

(A) $\textcircled{1} \times 3 - \textcircled{2} \times 2$ (B) $\textcircled{1} \times 4 + \textcircled{2} \times 3$ (C) $\textcircled{1} \times 4 - \textcircled{2} \times 3$ (D) $\textcircled{1} \times 3 + \textcircled{2} \times 2$

(A) 4. 若 $x=0$ 、 $y=-2$ 及 $x=4$ 、 $y=6$ 皆為 $y=ax+b$ 之解，則 $a=?$ $b=?$ ？

(A) $a=2$ 、 $b=-2$ (B) $a=2$ 、 $b=-1$ (C) $a=-2$ 、 $b=2$ (D) $a=-1$ 、 $b=2$

(B) 5. 已知二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 3x-5y-15=0 \\ -2x+6y=a \end{cases}$ 的解滿足 $5x-3y=1$ ，則 $a=?$ ？

(A) 22 (B) -22 (C) -17 (D) 17

二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. 解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} \frac{y}{2}=3x-5 \\ 2x+y=6 \end{cases}$ ，則 $x+y=$ 4。

2. 解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} -57x+67y=-100 \\ 67x-57y=148 \end{cases}$ ，則 $\frac{x}{y}=$ $\frac{17}{7}$ 。

3. 若 $(4x-y-9)^2 + |x-3y+17| = 0$ ，則 $xy=$ 28。

4. 已知「 \oplus 」為某種運算符號，其定義為： $x \oplus y = -ax + y - b$ ，若 $1 \oplus 2 = 3$ ， $5 \oplus (-2) = 7$ ，則 $a-3b=$ -5。

5. 若 $3x-2y=5x-3y=-1$ ，則 $x+y=$ 3。

三、計算題：(共 20 分)

1. 若 $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$ 與 $\begin{cases} x=-1 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$ 都是 $y=ax+b$ 的解，則 $2a+3b=?$

解：將 $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$ 代入 $y=ax+b$ 得 $-2=3a+b \cdots \textcircled{1}$ ，將 $\begin{cases} x=-1 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$ 代入得 $\frac{3}{2}=-a+b \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 得到 $-\frac{7}{2}=4a$ ， $a=-\frac{7}{8}$

$a=-\frac{7}{8}$ 代入 $\textcircled{2}$ 得 $\frac{3}{2}=\frac{7}{8}+b$ ， $b=\frac{5}{8}$

則 $2a+3b=2 \times (-\frac{7}{8}) + 3 \times \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$



重點整理

解應用問題時，步驟如下：

1. 先假設兩個適當的未知數 x 、 y 。
2. 依題意列出一個二元一次聯立方程式。
3. 解上述的二元一次聯立方程式，得 x 值和 y 值。
4. 將 x 值和 y 值代回原式或原題目驗算，以確定解的正確性。

題型演練

老師說

一個二位數，它的個位數字比十位數字大 3，而且這個二位數是它數字和的 3 倍少 1，求這個二位數是多少？

解：設十位數字為 x ，個位數字為 y

$$\begin{cases} y=x+3 \\ 10x+y=3(x+y)-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-y=-3 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 7x-2y=-1 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \times 2 \text{ 得 } 5x=5, x=1$$

$$\text{將 } x=1 \text{ 代入 } \textcircled{1} \text{ 中得 } 1-y=-3, y=4$$

故此二位數是 14

1. 數字問題

學生做

有一個二位數，如果用它去除以個位數字，得商數是 17；如果用十位數字與個位數字的差去除這個二位數，得商數是 28，餘數是 1，求這個二位數是多少？

解：設十位數字是 x ，個位數字是 y

$$\begin{cases} 10x+y=17y \\ 10x+y=28(x-y)+1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x-8y=0 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ -18x+29y=1 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

由①得 $x = \frac{8}{5}y$ 代入②中

$$-18 \times \frac{8}{5}y + 29y = 1, y=5$$

$$\text{將 } y=5 \text{ 代入 } \textcircled{1} \text{ 中得 } 5x-40=0, x=8$$

故此二位數是 85

小韓問叔叔今年多少歲？叔叔就說：「當我像你這麼大時，你才 6 歲；等你到我這麼大時，我就 45 歲了。」請問小韓和叔叔今年各是多少歲？

解：設叔叔今年 x 歲，小韓今年 y 歲

依題意可以列式為

$$\begin{cases} y - (x - y) = 6 \\ x + (x - y) = 45 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x + 2y = 6 \cdots \textcircled{1} \\ 2x - y = 45 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \times 2 \text{ 得 } 3x = 96, x = 32$$

$$\text{將 } x = 32 \text{ 代入 } \textcircled{1} \text{ 中得 } -32 + 2y = 6, y = 19$$

所以叔叔今年 32 歲，小韓今年 19 歲

甲對乙說：「當我像你現在這麼大時，你那時的年齡是我現在年齡的一半；當你像我現在這麼大時，我們倆的年齡和是 63 歲。」請問甲、乙兩人今年各是多少歲？

解：設甲今年 x 歲，乙今年 y 歲

依題意可以列式為

$$\begin{cases} y - (x - y) = \frac{x}{2} \\ x + x + (x - y) = 63 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x - 4y = 0 \cdots \textcircled{1} \\ 3x - y = 63 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ 得 } 3y = 63, y = 21$$

$$\text{將 } y = 21 \text{ 代入 } \textcircled{1} \text{ 中得 } 3x = 84, x = 28$$

所以甲今年 28 歲，乙今年 21 歲

甲、乙兩地相距 480 公里，一艘快艇往返於甲、乙兩地之間，順流而下時用 6 小時，逆流而上時用 8 小時，求這艘快艇在靜水中的船速和河流的速度各是多少？

解：設快艇的船速是每小時 x 公里

河流的速度是每小時 y 公里

依題意可以列式為

$$\begin{cases} x + y = \frac{480}{6} \cdots \textcircled{1} \\ x - y = \frac{480}{8} \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{ 得 } 2x = 140, x = 70$$

$$\text{將 } x = 70 \text{ 代入 } \textcircled{1} \text{ 中得 } 70 + y = 80, y = 10$$

所以快艇的船速是每小時 70 公里

河流的速度是每小時 10 公里

甲在乙右側 150 公里處，若兩人騎自行車各以固定速率相向而行，則 3 小時後相遇；若同時向左而行，則 5 小時後相遇。求甲、乙兩人騎自行車的速率各是多少？

解：設甲騎自行車的速率是每小時 x 公里

乙騎自行車的速率是每小時 y 公里

依題意可以列式為

$$\begin{cases} 3x + 3y = 150 \\ 5x - 5y = 150 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 50 \cdots \textcircled{1} \\ x - y = 30 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{ 得 } 2x = 80, x = 40$$

$$\text{將 } x = 40 \text{ 代入 } \textcircled{1} \text{ 中得 } y = 10$$

所以甲車的速率是每小時 40 公里

乙車的速率是每小時 10 公里

15 個籃球隊進行循環賽，規定每隊贏一場得 2 分，輸一場得 1 分，比賽沒有和局。某隊參加全部 14 場比賽，共得 20 分，則這個隊伍贏幾場？輸幾場？

解：設這個隊伍贏 x 場，輸 y 場

$$\text{依題意可列式為 } \begin{cases} x+y=14 & \cdots\cdots\text{①} \\ 2x+y=20 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

$$\text{②}-\text{①得 } x=6$$

將 $x=6$ 代入①中得 $y=8$

所以這個隊伍贏 6 場，輸 8 場

9 個羽球隊進行循環賽，規定每隊贏一場得 3 分，輸一場倒扣 1 分，比賽沒有和局。某隊參加全部 8 場比賽，共得 12 分，則這個隊伍贏幾場？輸幾場？

解：設這個隊伍贏 x 場，輸 y 場

$$\text{依題意可列式為 } \begin{cases} x+y=8 & \cdots\cdots\text{①} \\ 3x-y=12 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

$$\text{①}+\text{②得 } 4x=20, x=5$$

將 $x=5$ 代入①中得 $y=3$

所以這個隊伍贏 5 場，輸 3 場

小翊班上總共有 40 位同學，若小翊說：「男生人數的 4 倍是女生人數的 6 倍少 5 人。」則他的說法合理嗎？

解：設班上男生有 x 人，女生有 y 人

$$\text{依題意可以列式為 } \begin{cases} x+y=40 \\ 4x=6y-5 \end{cases}$$

$$\text{整理得 } \begin{cases} x+y=40 & \cdots\cdots\text{①} \\ 4x-6y=-5 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

$$\text{①}\times 4-\text{②得 } 10y=165 \Rightarrow y=16\frac{1}{2}$$

$$\text{將 } y=16\frac{1}{2} \text{ 代入①得 } x=23\frac{1}{2}$$

因為人數不能為分數，
所以小翊的說法不合理

有 A 、 B 兩堆糖果，如果從 A 堆中拿 20 顆放在 B 堆中，那麼 B 堆中的糖果變為 A 堆剩餘糖果的 2 倍；如果從 B 堆中拿 30 顆糖果放在 A 堆中，那麼此時 A 堆中的糖果就比 B 堆剩餘的糖果多 80 顆，求原來 A 、 B 兩堆各有多少顆糖果？

解：設 A 堆原有 x 顆糖果， B 堆原有 y 顆糖果

依題意可以列式為

$$\begin{cases} 2(x-20)=y+20 \\ x+30=(y-30)+80 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-y=60 & \cdots\cdots\text{①} \\ x-y=20 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

$$\text{①}-\text{②得 } x=40$$

將 $x=40$ 代入②得 $y=20$

故 B 堆有 20 顆糖果

但因 B 堆僅有 20 顆糖果

無法拿 30 顆糖果放在 A 堆

因此本題無解

回家作業

一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

- (A) 1. 已知一長方形的長為 x 公分，寬為 y 公分，周長為 130 公分，且長為寬的 2 倍多 5 公分，則此長方形的面積為多少平方公分？
(A) 900 (B) 1200 (C) 1500 (D) 1600
- (B) 2. 已知大、小兩數之和為 24，且其中小數的 5 倍比大數的 4 倍少 6，則大、小兩數之差是多少？
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8
- (C) 3. 若 $6x-y$ 、 $2x+3y$ 、 $4y+2$ 分別表示正三角形三邊長，則此正三角形的周長是多少？
(A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 40
- (D) 4. 已知奇異果 3 顆 100 元，芒果 1 顆 80 元。若小田買奇異果及芒果共 20 顆，花了 760 元，則此兩種水果的數量關係為何？
(A) 奇異果比芒果多 4 顆 (B) 奇異果比芒果多 10 顆
(C) 奇異果比芒果多 14 顆 (D) 奇異果比芒果多 16 顆
- (B) 5. 某社區舉行露營活動，如果 4 人住一帳篷，則有 2 人無帳篷可住；若 6 人住一帳篷，則多出 3 個帳篷，則參加露營有多少人？
(A) 40 (B) 42 (C) 44 (D) 46

二、填充題：(每題 8 分，共 40 分)

1. 小田說：「我的生日中的月和日相加是 24，且日的 2 倍和月的 10 倍相加是 56。」則他的生日是 1 月 23 日。
2. 將一包糖果平均分給一群小朋友，若每人分 5 顆，則剩 5 顆；若每人分 7 顆，則不夠 45 顆，那麼原來有 130 顆糖果。
3. 有一個二位數等於其個位數字與十位數字和的 7 倍，若將十位數字與個位數字交換，新數比原數小 27，則原數是 63。
4. 小王參加一個擲骰子遊戲，其規則是擲出偶數得 5 分，擲出奇數得 3 分，小王共擲了 15 次，得 55 分，則小王共擲出 5 次偶數。
5. 小韓班上決定去台中后里騎自行車，32 人共租了 12 輛協力車。協力車的型式有兩人共騎或三人共騎。那麼在這 12 輛協力車中，兩人共騎的有 4 輛。

三、計算題：(共 20 分)

1. 一列載客火車和一列運煤車在平行軌道上同向行駛，載客火車長 250 公尺，運煤車長 300 公尺，載客火車的速度是運煤車的速度 $\frac{5}{4}$ 倍，現在載客火車從後面趕上運煤車，如果兩車交會的時間為 80 秒，則兩車的速度各是多少？

解：設載客火車的速度是每秒 x 公尺，運煤車的速度是每秒 y 公尺

$$\begin{cases} x = \frac{5}{4}y \\ 80x = 300 + 80y + 250 \end{cases}, \text{整理得} \begin{cases} 4x - 5y = 0 \cdots\cdots ① \\ 8x - 8y = 55 \cdots\cdots ② \end{cases}$$

$$② - ① \times 2 \text{ 得 } 2y = 55, y = \frac{55}{2}, \text{將 } y = \frac{55}{2} \text{ 代入 } ① \text{ 中得 } x = \frac{275}{8}$$

所以載客火車的速度是每秒 $\frac{275}{8}$ 公尺，運煤車的速度是每秒 $\frac{55}{2}$ 公尺



重點整理

- 由兩條互相垂直且有共同原點 O 的 x 軸和 y 軸所構成的平面，稱為直角坐標平面。
- 若數對 (a, b) 表示直角坐標平面上 P 點的位置，則稱 P 點的坐標為 (a, b) ，記作 $P(a, b)$ 。
 - 第一個數 a ，稱為 P 點的 x 坐標或橫坐標， $|a|$ 為 P 點到 y 軸的距離。
 - 第二個數 b ，稱為 P 點的 y 坐標或縱坐標， $|b|$ 為 P 點到 x 軸的距離。
 - 當 $a \neq b$ ，則 (a, b) 、 (b, a) 表示兩個不同的點。
- x 軸、 y 軸上的點坐標：
 - 在 x 軸上的點，其 y 坐標(即縱坐標)必為 0 。
 - 在 y 軸上的點，其 x 坐標(即橫坐標)必為 0 。
 - 原點的坐標為 $(0, 0)$ ，既在 x 軸上，也在 y 軸上。
- 坐標平面上的象限：
 - x 軸和 y 軸將坐標平面分成四個象限。
 - 坐標軸上的點不屬於任何一個象限。

題型演練

老師說

1. 點到 x 軸與 y 軸的距離

學生做

- P 為坐標平面上一點，若 P 與 x 軸的距離為 8 ，與 y 軸的距離為 4 ，且 P 在第三象限，則 P 點坐標為_____。
- 已知單位長為 3 公分， P 為坐標平面上一點，若 P 與 x 軸的距離為 15 公分，與 y 軸的距離為 18 公分，且 P 在第四象限，則 P 點坐標為_____。

解：(1) $\because P$ 在第三象限

$\therefore P$ 點的 x 、 y 坐標值為負

故 P 點坐標為 $(-4, -8)$

(2) P 到 x 軸的距離為 $\frac{15}{3} = 5$ 單位

P 到 y 軸的距離為 $\frac{18}{3} = 6$ 單位

$\because P$ 在第四象限

$\therefore P$ 點的 x 坐標值為正， y 坐標值為負

故 P 點坐標為 $(6, -5)$

- 在坐標平面上一點 $A(3a, a+1)$ 與 x 軸的距離為 3 ，且 A 點在第三象限，則 A 點與 y 軸的距離為_____。
- 若單位長為 4 公分，則 $(4, -2)$ 到 x 軸的距離是_____公分；到 y 軸的距離是_____公分。

解：(1) $a+1 = -3, a = -4$

A 點與 y 軸的距離 $= |3 \times (-4)| = 12$

(2) 點到 x 軸的距離 $= |y$ 坐標值 $| \times$ 單位長

則 $(4, -2)$ 到 x 軸的距離是

$| -2 | \times 4 = 8$ (公分)

點到 y 軸的距離 $= |x$ 坐標值 $| \times$ 單位長

則 $(4, -2)$ 到 y 軸的距離是

$| 4 | \times 4 = 16$ (公分)

(1) 若坐標平面上的單位長是 3 公尺，有人從 $(-1, 4)$ 出發，先向南走 12 公尺，再向東走 21 公尺，則最後到達位置的坐標為 _____。

(2) 在坐標平面上有 $A(-2, b)$ 、 $B(-a, 2b-a-3)$ 兩點，若將 A 點向左移 3 單位，再向上移 4 單位，會與 B 點重合，則 $a+b =$ _____。

解：(1) 設最後到達的坐標為 (x, y)

$$x = -1 + \frac{21}{3} = -1 + 7 = 6$$

$$y = 4 - \frac{12}{3} = 4 - 4 = 0$$

故最後到達的坐標為 $(6, 0)$

$$(2) -2 - 3 = -a, a = 5$$

$$b + 4 = 2b - a - 3, b = 12$$

$$a + b = 5 + 12 = 17$$

(1) 若坐標平面上的單位長是 4 公尺，小米從 $(3, -7)$ 出發，先向西走 24 公尺，再向北走 32 公尺，則最後到達位置的坐標為 _____。

(2) 在坐標平面上，已知一點 $A(2a+3, b-5)$ 向左移 5 單位、向上移 $2\frac{2}{3}$ 單位後，會到達 $B(-4, 3)$ ，則 $a+b = ?$

解：(1) 設最後到達的坐標為 (x, y)

$$x = 3 - \frac{24}{4} = 3 - 6 = -3$$

$$y = -7 + \frac{32}{4} = -7 + 8 = 1$$

故最後到達的坐標為 $(-3, 1)$

$$(2) 2a + 3 - 5 = -4, a = -1$$

$$b - 5 + 2\frac{2}{3} = 3, b = 5\frac{1}{3}$$

$$\text{所以 } a + b = -1 + 5\frac{1}{3} = 4\frac{1}{3}$$

假設有人開車在坐標平面上作等速度直線運動，由點 $A(-2, 10)$ 前進到 $B(4, 6)$ ，要費時 1 小時。若前進方向及速度不變，繼續由 B 點開車 5 小時到達 C 點，則 C 點坐標為何？

解：設 C 點坐標為 (x, y)

$$x = 4 + [(4 - (-2))] \times 5 = 4 + 30 = 34$$

$$y = 6 + (6 - 10) \times 5 = 6 - 20 = -14$$

故 C 點坐標為 $(34, -14)$

有一座公園位於東西向馬路與南北向馬路的交會處；小王位於公園西方 3 公里處，小陳位於公園南方 6 公里處。若兩人以相同的速度向公園的方向同時出發，當小王到了公園東方 2 公里處時，小陳在何處？

解：小王前進了 $2 - (-3) = 5$ (公里)

則小陳在相同時間內也前進了 5 公里

$$-6 + 5 = -1$$

小陳會在公園南方 1 公里處

判斷下列各點的位置是在哪一象限。

點坐標	象限
$(-3^2, 3)$	(1)
$((-6)^2, (-2)^3)$	(2)
$(m+n , m-n), m>n$	(3)

解：

點坐標	象限
$(-3^2, 3)$	第二象限
$((-6)^2, (-2)^3)$	第四象限
$(m+n , m-n), m>n$	第一象限

若 $a>0, b<0$ ，判斷下列各點的位置是在哪一象限。

點坐標	象限
$(a^2, -b)$	(1)
$(a-b, b-a)$	(2)
$(ab, \frac{a}{b})$	(3)

解：

點坐標	象限
$(a^2, -b)$	第一象限
$(a-b, b-a)$	第四象限
$(ab, \frac{a}{b})$	第三象限

若 $ab<0, a-b>0$ ，判斷下列各點在哪一個象限。

- (1) (a, b) 在第_____象限。
- (2) $(ab, -\frac{a}{b})$ 在第_____象限。
- (3) $(a^2, b-a)$ 在第_____象限。

解： $\because ab<0, a-b>0$

$$\therefore a>0, b<0$$

- (1) (a, b) 在第四象限
- (2) $(ab, -\frac{a}{b})$ 在第二象限
- (3) $(a^2, b-a)$ 在第四象限

(1) 在坐標平面上，若 $P(m+2, 3-2m)$ 位於 x 軸上，則 $(m, -m)$ 在第_____象限。

(2) 若 $a<b$ ，且 $|a|=|b|$ ，則點 $(a+b, \frac{a}{b})$ 必在_____軸上。

解：(1) $\because P$ 點在 x 軸上

$$\therefore 3-2m=0, m=\frac{3}{2}$$

故 $(m, -m)=(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$ 在第四象限

(2) $\because a<b$ ，且 $|a|=|b|$

$\therefore a, b$ 互為相反數

故點 $(a+b, \frac{a}{b})=(0, -1)$ 必在 y 軸上

回家作業

一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

- (D) 1. 在坐標平面上，若 Q 點向上 7 單位，再向右 3 單位會到達原點，則 Q 點坐標為何？
(A) (3, 7) (B) (-3, 7) (C) (3, -7) (D) (-3, -7)
- (A) 2. 已知 P 點坐標為(2, -1)，有一 Q 點與 x 軸的距離等於 P 點與 y 軸的距離。若 Q 點在第二象限，且與 y 軸距離為 6，則下列何者是 Q 點的坐標？
(A) (-6, 2) (B) (-2, 6) (C) (-1, 6) (D) (-2, 1)
- (C) 3. 下列哪一個選項中的兩點連接成一線段之後，不會與 x 軸或 y 軸相交？
(A) (6, 0)與(0, -3) (B) (-2, 1)與(-3, -1)
(C) (3, -7)與(1, -2) (D) (-6, -1)與(3, -7)
- (C) 4. 在坐標平面上，已知 $P(ab, a+b)$ 在第四象限，請問 $Q(\frac{1}{a}, \frac{1}{b})$ 在第幾象限？
(A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四
- (B) 5. 某點在坐標平面上由原點(0, 0)開始移動，第 1 次向左移 1 單位到達(-1, 0)，第 2 次往下移 3 單位到達(-1, -3)，第 3 次往右移 5 單位到達(4, -3)，第 4 次向上移動 7 單位到達(4, 4)，第 5 次再向左移 9 單位，按此規則移動下去，則移動到第 8 次時會到達哪一點？
(A) (8, -7) (B) (8, 8) (C) (-9, 8) (D) (-9, -9)

二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. 已知 $A(-3, a)$ 、 $B(-3, b)$ 兩點在坐標平面上，且 A 、 B 兩點相距 5 單位長，則 $a-b = \underline{5 \text{ 或 } -5}$ 。
2. $A(-2, 5)$ 、 $B(6, -1)$ 、 $C(4, 6)$ 、 $D(-5, -3)$ 四點中，B 點與 x 軸距離最近。
3. 在坐標平面上，若由 A 點出發，向北走 5 單位，再向東走 4 單位，再向南走 3 單位，到達一點 $B(-6, -2)$ ，則 A 點的坐標為 (-10, -4)。
4. 已知 $P(-a^3, a-b)$ 在第一象限，則 $Q(b-a, \frac{a}{b})$ 在第 二 象限。
5. 坐標平面上一點 $A(3, -6)$ ，今改以 $y = -1$ 為新的 x 軸，以 $x = 1$ 為新的 y 軸，建立新的坐標平面，且單位長不變，則 A 點在新的坐標平面上之坐標是 (2, -5)。

三、計算題：(共 20 分)

1. 在坐標平面上有 $A(2m+n-1, 3n-m-2)$ 、 $B(-m-n+3, n-5m-3)$ 兩點，若將 A 點向右移 3 單位，再向上移 5 單位，會與 B 點重合，則 $m = ?$ $n = ?$

$$\text{解：} \begin{cases} 2m+n-1+3 = -m-n+3 \\ 3n-m-2+5 = n-5m-3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3m+2n=1 \cdots \cdots \text{①} \\ 2n+4m=-6 \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{②} - \text{①} \text{ 得 } m = -7 \cdots \cdots \text{③}$$

$$\text{③ 代入 ① 得 } -21 + 2n = 1, n = 11$$

$$\text{答：} m = -7, n = 11$$



重點整理

- 二元一次方程式的圖形：
 - 每個二元一次方程式的圖形都是一條直線，直線上的每個點都是此方程式的一組解。
 - 找出二元一次方程式的兩組解，把它們描在坐標平面上，通過這兩點的直線就是這個二元一次方程式的圖形。
- $x=m$ 及 $y=n$ 的圖形：
 - 方程式 $x=m$ 的圖形是一條垂直 x 軸的直線，且 $x=m$ 的圖形上任一點的 x 坐標皆為 m 。
 - 方程式 $y=n$ 的圖形是一條垂直 y 軸的直線，且 $y=n$ 的圖形上任一點的 y 坐標皆為 n 。
 - 方程式 $x=0$ 的圖形就是 y 軸。
 - 方程式 $y=0$ 的圖形就是 x 軸。
- 二元一次方程式 $ax+by+c=0$ 的圖形：

已知二元一次方程式 $ax+by+c=0$ 中， a 、 b 皆不為 0 。

 - 若 $c \neq 0$ ，則圖形為不通過原點的直線。
 - 若 $c = 0$ ，則圖形為通過原點的直線。
- 在坐標平面上，兩個二元一次方程式的圖形若相交於一點，則交點坐標就是此二元一次聯立方程式的解；反過來說，二元一次聯立方程式如果有一組解，這組解就是這兩個二元一次方程式圖形的交點坐標。

題型演練

老師說

1. 二元一次方程式圖形上的點

學生做

- 若 $(3, -3)$ 在方程式 $ax-2y=9$ 的圖形上，則 $a=$ _____。
- 若 $(-2k, k)$ 在方程式 $2x+3y-4=0$ 的圖形上，則 $k=$ _____。

解：(1) 將 $x=3, y=-3$ 代入 $ax-2y=9$
 得 $3a+6=9, 3a=3, a=1$
 (2) 將 $x=-2k, y=k$ 代入 $2x+3y-4=0$
 得 $-4k+3k-4=0$
 $-k=4, k=-4$

- 若方程式 $y=-x-k$ 的圖形通過 $(-2, 5)$ 、 $(1, a)$ 兩點，則 $a=$ _____。
- 若 (m, n) 在方程式 $2x-3y=6$ 的圖形上，則 $6n-4m+10=$ _____。

解：(1) 將 $x=-2, y=5$ 代入 $y=-x-k$
 得 $5=2-k, k=-3$
 $\Rightarrow y=-x+3$
 將 $x=1, y=a$ 代入 $y=-x+3$
 得 $a=-1+3=2$
 (2) 將 $x=m, y=n$ 代入 $2x-3y=6$
 得 $2m-3n=6, 4m-6n=12$
 $6n-4m=-12$
 則 $6n-4m+10=-12+10=-2$

方程式 $\frac{2x}{a} + \frac{y}{5} = 1$ 的圖形與 x 、 y 軸所圍成的三角形，其面積為 12 平方單位，且不通過第三象限，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解：

x	0	$\frac{a}{2}$
y	5	0

$$\frac{1}{2} \times \left| \frac{a}{2} \right| \times 5 = 12$$

$$\left| \frac{a}{2} \right| = \frac{24}{5}, a = \pm \frac{48}{5}$$

因為不通過第三象限，所以 $a = \frac{48}{5}$

$2x - 3by = 18$ 的圖形與 x 、 y 軸所圍成的三角形，其面積為 36 平方單位，則 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解：

x	0	9
y	$-\frac{6}{b}$	0

$$\frac{1}{2} \times \left| -\frac{6}{b} \right| \times 9 = 36$$

$$\left| \frac{6}{b} \right| = 8, b = \pm \frac{3}{4}$$

(1) 通過 $(-2, 5)$ ，且平行 x 軸的直線方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 通過 $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$ ，且垂直 x 軸的直線方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

解：(1) $y = 5$
(2) $x = \frac{3}{2}$

(1) 通過 $(3, 8)$ ，且平行 y 軸的直線方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 通過 $(-\frac{5}{3}, -2)$ ，且垂直 y 軸的直線方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

解：(1) $x = 3$
(2) $y = -2$

若 $(3, -2)$ 、 $(-2, -1)$ 、 $(2k, 1)$ 三點無法形成一個三角形，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解：設二元一次方程式為 $y = ax + b$
 $(3, -2)$ 、 $(-2, -1)$ 分別代入 $y = ax + b$

$$\begin{cases} -2 = 3a + b \\ -1 = -2a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{5} \\ b = -\frac{7}{5} \end{cases}$$

$$y = -\frac{1}{5}x - \frac{7}{5}$$

$$(2k, 1) \text{ 代入 } y = -\frac{1}{5}x - \frac{7}{5}$$

$$\text{得 } 1 = -\frac{1}{5} \times 2k - \frac{7}{5}, k = -6$$

若 $(2, 1)$ 、 $(-1, 7)$ 、 $(4, -h)$ 三點無法形成一個三角形，則 $h = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解：設二元一次方程式為 $y = ax + b$

$(2, 1)$ 、 $(-1, 7)$ 分別代入 $y = ax + b$

$$\begin{cases} 1 = 2a + b \\ 7 = -a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}$$

$$y = -2x + 5$$

$(4, -h)$ 代入得 $-h = -2 \times 4 + 5$

所以 $h = 3$

5. 兩個方程式的交點坐標

坐標平面上，相異三直線 $y=3x+2$ 、 $x=-2$ 、 $2x+ay=6$ 相交於一點，則 $a=$ _____，此交點坐標為_____。

解： $\begin{cases} y=3x+2 \\ x=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$
 故此交點坐標為 $(-2, -4)$
 將 $(-2, -4)$ 代入 $2x+ay=6$
 得 $-4-4a=6$ ， $a=-\frac{5}{2}$

坐標平面上，相異三直線 $3x-y=9$ 、 $y=4x-6$ 與 $ax+y-8=0$ 相交於同一點，則 $a=$ _____，此交點坐標為_____。

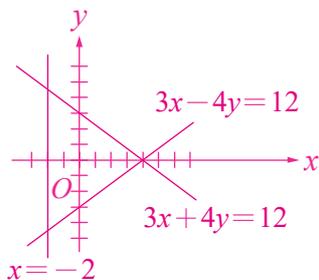
解： $\begin{cases} 3x-y=9 \\ y=4x-6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-18 \end{cases}$
 此交點坐標為 $(-3, -18)$
 代入 $ax+y-8=0$
 得 $-3a-18-8=0$ ， $a=-\frac{26}{3}$

6. 兩個方程式圖形的應用

已知直線 $L_1: 3x-4y=12$ 、 $L_2: 3x+4y=12$ 及 $L_3: x=-2$ ，回答下列問題：

- (1) 在坐標平面上畫出此三條直線。
- (2) 此三條直線所圍成的三角形面積為何？

解：(1)



$L_1: 3x-4y=12$

x	-2	4
y	$-\frac{9}{2}$	0

$L_2: 3x+4y=12$

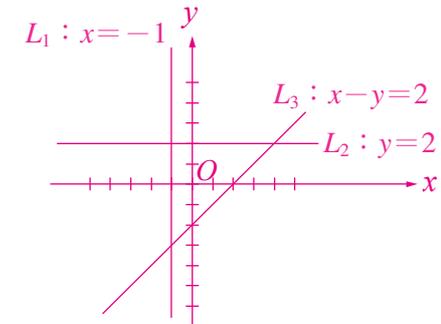
x	-2	4
y	$\frac{9}{2}$	0

(2) 三角形面積 = $\frac{1}{2} \times [4 - (-2)] \times [\frac{9}{2} - (-\frac{9}{2})] = 27$ (平方單位)

已知直線 $L_1: x=-1$ 、 $L_2: y=2$ 及 $L_3: x-y=2$ ，回答下列問題：

- (1) 在坐標平面上畫出此三條直線。
- (2) 此三條直線所圍成的三角形面積為何？

解：(1)



$L_3: x-y=2$

x	0	2
y	-2	0

(2) L_1 與 L_2 的交點坐標為 $(-1, 2)$

L_2 與 L_3 的交點坐標為 $(4, 2)$

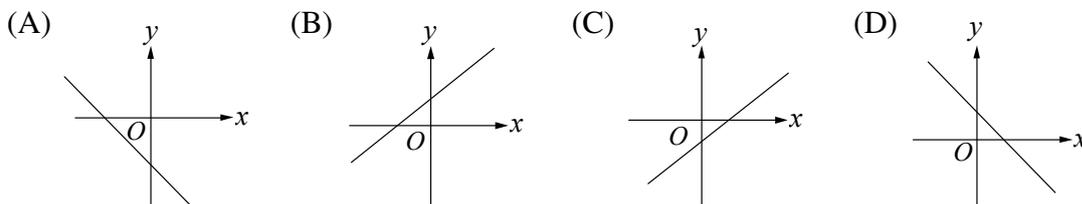
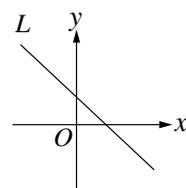
L_1 與 L_3 的交點坐標為 $(-1, -3)$

三角形面積 = $\frac{1}{2} \times [4 - (-1)] \times [2 - (-3)]$
 $= \frac{25}{2}$ (平方單位)

回家作業

一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

(B) 1. 如右圖，直線 L 的方程式為 $y=ax+1$ 的圖形。若直線 M 的方程式為 $y=x-a$ ，則 M 可能是下列哪一個圖形？



(C) 2. 若兩個二元一次方程式 $y=ax+b$ 、 $cx+dy=-1$ 的圖形通過 $(-1, 3)$ ，則 $2a-2b+2c-6d=?$

- (A) -8 (B) -6 (C) -4 (D) -2

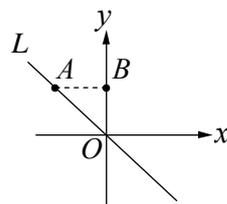
(C) 3. 若 $(-6, 8)$ 、 $(3, 2)$ 、 $(1, \frac{2k}{3})$ 三點無法形成一個三角形，則 $k=?$

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{8}{3}$ (C) 5 (D) 6

(D) 4. 如右圖，點 $A(a, b)$ 在直線 $L: 3x+5y=0$ 上， \overline{AB} 垂直 y 軸於 B 點。

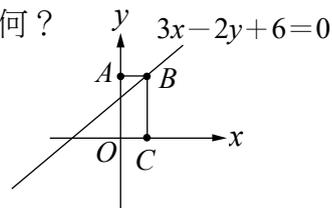
已知 B 點坐標為 $(0, 6)$ ，則三角形 AOB 的面積為何？

- (A) 10 (B) 15
(C) 20 (D) 30



(B) 5. 如右圖，若四邊形 $ABCO$ 是長方形， $\overline{BC} = 3\overline{AB}$ ，則 B 點坐標為何？

- (A) $(1, 3)$ (B) $(2, 6)$
(C) $(\frac{10}{3}, 8)$ (D) $(4, 9)$



二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

- 若直線 $3x-by=-4$ 通過 $A(a, -1)$ 、 $B(2, 5)$ 兩點，則 $a=$ -2 。
- 在坐標平面上，將 $(1, -2)$ 向右 5 單位，再向上 a 單位後，會落在二元一次方程式 $3x-2y+12=0$ 的圖形上，則 $a=$ 17 。
- 坐標平面上， $x=-2$ 、 $x=4$ 、 $y=-1$ 、 $y=m$ 四條直線可圍成一個長方形，其面積為 60，則 $m=$ 9 或 -11 。
- 若方程式 $\frac{x}{3} - \frac{3y}{5} + k - 6 = 0$ 的圖形與 x 、 y 軸無法圍成三角形，則 $k=$ 6 。
- 若直線 $ax-2y+b=0$ 通過點 $(-2, 4)$ 且垂直於 y 軸，則 $3a-2b=$ -16 。

三、計算題：(共 20 分)

- 坐標平面上直線 $L: y=-3x-8$ 與 y 軸的交點為 A ，通過直線 L 上一點 $B(-2, -2)$ 的另一條直線 M ，交 y 軸於 C 點，若三角形 ABC 的面積為 6，則 C 點坐標為何？

解：設 C 點坐標為 $(0, k)$

$$\text{因為三角形 } ABC \text{ 面積} = 6 = \frac{2 \times |k - (-8)|}{2}$$

$$|k + 8| = 6, k = -2 \text{ 或 } -14$$

得 C 點坐標為 $(0, -2)$ 或 $(0, -14)$



重點整理

- 比與比值：兩個數 a 、 b ($b \neq 0$) 的比記為 $a : b$ ，其中 a 稱為比的前項， b 稱為比的後項， $a : b$ 的比值為 $\frac{a}{b}$ 。
- 比的運算性質：
 - $a : b = (a \times m) : (b \times m)$ ，其中 $m \neq 0$ 。
 - $a : b = (a \div m) : (b \div m)$ ，其中 $m \neq 0$ 。
- 比例式：如果兩個比 $a : b$ 和 $c : d$ 的比值相同，則稱 $a : b$ 和 $c : d$ 相等，寫成 $a : b = c : d$ ，這種等式稱為比例式；其中 b 和 c 稱為這個比例式的內項， a 和 d 稱為這個比例式的外項。
- 比例式的運算性質：
 - 比例式的外項乘積等於內項乘積，即若 $a : b = c : d$ ，則 $ad = bc$ 。
 - x 、 y 為兩個不等於 0 的數，若 $x : y = a : b$ ，即 $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$ ，則可設 $x = am$ 、 $y = bm$ ，其中 $m \neq 0$ 。

題型演練

老師說

1. 比值與倍數

學生做

(1) 若乙是甲的 $\frac{1}{6}$ 倍，則甲 : 乙 = _____。

(2) 若 $x - y = 3$ ， $3x + 2y = 9$ ，則 $(3x - 2) : (4y + 1)$ 的比值為 _____。

解：(1) 因為乙是甲的 $\frac{1}{6}$ 倍，乙 = $\frac{1}{6}$ 甲

$$\text{甲} = 6 \text{ 乙} \Rightarrow \text{甲} : \text{乙} = 6 : 1$$

$$(2) \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$(9 - 2) : (0 + 1) = 7 : 1, \text{ 故比值為 } 7$$

(1) 若甲是乙的 $3\frac{1}{2}$ 倍，則甲 : 乙 = _____。

(2) 若 $2x = 5y$ ， $x - 3y = 4$ ，則 $(x + 2) : (y - 2)$ 的比值為 _____。

解：(1) 因為甲是乙的 $3\frac{1}{2}$ 倍，甲 = $3\frac{1}{2}$ 乙

$$\text{甲} : \text{乙} = 3\frac{1}{2} : 1 = \frac{7}{2} : 1 = 7 : 2$$

$$(2) \begin{cases} 2x - 5y = 0 \\ x - 3y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -20 \\ y = -8 \end{cases}$$

$$(-20 + 2) : (-8 - 2) = 9 : 5$$

$$\text{故比值為 } \frac{9}{5}$$

(1) 若 $2x-3y=0$ ，且 $(x+3):(2y-1)=1:2$ ，

$$\text{則} \left(\frac{2}{3}xy-14\right) : \left(\frac{x}{y}+1\right) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

(2) 若 $\frac{2}{x} = \frac{1}{y}$ ， $\left(\frac{3y-2x-2}{2}\right) : \left(\frac{x+y+1}{3}\right) = 3:2$ ，

$$\text{則} (3x+2) : (2y+3) \text{ 的比值為 } \underline{\hspace{2cm}}。$$

解：(1) $2x-3y=0$ ， $2x=3y$ ， $x:y=3:2$

$$\text{設 } x=3m, y=2m (m \neq 0)$$

$$(x+3) : (2y-1) = 1:2, 2x-2y = -7$$

$$6m-4m = -7, m = -\frac{7}{2}$$

$$\left(\frac{2}{3}xy-14\right) : \left(\frac{x}{y}+1\right) = 14:1$$

(2) 設 $x=2m$ 、 $y=m (m \neq 0)$

$$\left(\frac{3y-2x-2}{2}\right) : \left(\frac{x+y+1}{3}\right) = 3:2$$

$$3x-2y = -3, 6m-2m = -3, m = -\frac{3}{4}$$

$$(3x+2) : (2y+3) = (-5) : 3$$

$$\text{其比值為 } -\frac{5}{3}$$

(1) 若 $\frac{3}{4}x = \frac{5}{2}y$ ，且 $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 5$ ，

$$\text{則} (x+y+1) : (x-y-1) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

(2) 若 $4x=9y$ ， $(3x-2):(y+6)=3:2$ ，

$$\text{則} (7x-25) : (21y-17) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

解：(1) $\frac{3}{4}x = \frac{5}{2}y$ ， $x:y=10:3$

$$\text{設 } x=10m, y=3m (m \neq 0)$$

$$\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 5, 5m - m = 5, m = \frac{5}{4}$$

$$(x+y+1) : (x-y-1) = 69:31$$

(2) $4x=9y$ ， $x:y=9:4$

$$\text{設 } x=9m, y=4m (m \neq 0)$$

$$(3x-2) : (y+6) = 3:2, 6x-3y=22$$

$$54m-12m=22, m = \frac{11}{21}$$

$$(7x-25) : (21y-17)$$

$$= (7 \times \frac{33}{7} - 25) : (21 \times \frac{44}{21} - 17)$$

$$= 8:27$$

甲和乙兩人共有 2800 元，後來甲看電影花了原有的 $\frac{2}{5}$ ，乙買書花了原有的 $\frac{5}{8}$ ，這時兩人的錢數比為 4:15，則甲、乙兩人原本各有多少元？

解：設甲原有 x 元，乙原有 y 元

$$\begin{cases} x+y=2800 \\ \frac{3}{5}x : \frac{3}{8}y = 4:15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=2800 \\ 6x=y \end{cases}$$

$$\text{得 } x=400, y=2400$$

故甲原有 400 元，乙原有 2400 元

有甲、乙兩箱水果共重 100 公斤，甲箱水果被吃了 $\frac{3}{4}$ ，乙箱水果被吃了 $\frac{1}{2}$ ，這時甲箱水果的重量與乙箱水果的重量比為 3:2，則甲、乙兩箱水果的重量各是多少？

解：設甲箱水果重量為 x 公斤

乙箱水果重量為 y 公斤

$$\begin{cases} x+y=100 \\ \frac{1}{4}x : \frac{1}{2}y = 3:2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=100 \\ x=3y \end{cases}$$

$$\text{得 } x=75, y=25$$

故甲箱水果重 75 公斤，乙箱水果重 25 公斤

有甲、乙兩杯食鹽水，甲重量為 50 公克，乙重量為 60 公克，已知兩者水量的比為甲：乙 = 1：2，含鹽量的比為甲：乙 = 7：6，則甲、乙兩杯食鹽水的濃度各為多少%？

解：設甲、乙兩杯的含水量為 x 及 $2x$ 公克
含鹽量為 $7y$ 及 $6y$ 公克

根據題意可得

$$\begin{cases} x+7y=50 \\ 2x+6y=60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=15 \\ y=5 \end{cases}$$

所以甲杯含鹽量為 $7 \times 5 = 35$ (公克)

乙杯含鹽量為 $6 \times 5 = 30$ (公克)

$$\begin{aligned} \text{故甲食鹽水濃度} &= \frac{35}{50} \times 100\% \\ &= \frac{70}{100} \times 100\% = 70\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{乙食鹽水濃度} &= \frac{30}{60} \times 100\% \\ &= \frac{50}{100} \times 100\% = 50\% \end{aligned}$$

有 A、B 兩杯糖水，A 重量為 26 公克，B 重量為 42 公克，已知兩者水量的比為 $A : B = 2 : 3$ ，含糖量的比為 $A : B = 4 : 7$ ，則 A、B 兩杯糖水的濃度各為多少%？

(百分比用四捨五入法取到整數位)

解：設 A、B 兩杯的含水量為 $2x$ 及 $3x$ 公克
含糖量為 $4y$ 及 $7y$ 公克

根據題意可得

$$\begin{cases} 2x+4y=26 \\ 3x+7y=42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=3 \end{cases}$$

所以 A 杯含糖量為 $4 \times 3 = 12$ (公克)

B 杯含糖量為 $7 \times 3 = 21$ (公克)

$$\begin{aligned} \text{故 A 糖水濃度} &= \frac{12}{26} \times 100\% \\ &\approx 0.4615 \times 100\% \approx 46\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B 糖水濃度} &= \frac{21}{42} \times 100\% \\ &= \frac{50}{100} \times 100\% = 50\% \end{aligned}$$

在北半球，陸地與海洋面積之比為 2：5；而在南半球，陸地與海洋面積之比為 5：23，則地球表面陸地與海洋面積之比為多少？

解：設北半球面積 = 南半球面積 = m ($m \neq 0$)

則北半球陸地占 $\frac{2}{7}m$ ，海洋占 $\frac{5}{7}m$

南半球陸地占 $\frac{5}{28}m$ ，海洋占 $\frac{23}{28}m$

故地表陸地與海洋面積之比為

$$\left(\frac{2}{7}m + \frac{5}{28}m\right) : \left(\frac{5}{7}m + \frac{23}{28}m\right) = 13 : 43$$

某年度報考大學聯考與四技人數之比為 2：1，大學聯考與四技錄取人數之比為 4：1，落榜人數之比為 2：3，則該年度大學聯考的錄取率為多少？

解：設大學聯考錄取的有 $4x$ 人，四技有 x 人

大學聯考落榜的有 $2y$ 人，四技有 $3y$ 人

$$\text{則 } (4x+2y) : (x+3y) = 2 : 1$$

$$2x+6y=4x+2y, 4y=2x, \text{ 即 } x=2y$$

$$\begin{aligned} \text{故大學聯考錄取率} &= \frac{4x}{4x+2y} \\ &= \frac{4 \times (2y)}{4 \times (2y) + 2y} \\ &= \frac{8y}{10y} \\ &= 0.8 = 80\% \end{aligned}$$

回家作業

一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

- (C) 1. 下列甲、乙兩數的關係中，哪一個選項與其他三項不同？
- (A) 甲的 2 倍等於乙的 7 倍 (B) 甲是乙的 $3\frac{1}{2}$ 倍
(C) 甲：乙 = 2：7 (D) 乙：甲的比值是 $\frac{2}{7}$
- (B) 2. 若 $3x : 2y = 9 : 8$ ，則下列何者錯誤？
- (A) $x^2 : y^2 = 9 : 16$ (B) $xy : \frac{y}{x} = 12 : \frac{3}{4}$
(C) $(x+y) : (x-y) = (-7) : 1$ (D) $x : y = 3 : 4$
- (C) 3. 小王和小田跑操場，已知小王 5 分鐘跑 3 圈，小田 6 分鐘跑 2 圈，則小王與小田兩人的速率比為何？
- (A) 5：6 (B) 3：2 (C) 9：5 (D) 5：9
- (D) 4. 設 $a : b$ 有意義，則 $a : b$ 與下列哪一個選項相等？
- (A) $\frac{1}{a} : \frac{1}{b}$ (B) $a^3 : b^3$ (C) $(a+3) : (b+3)$ (D) $ab : b^2$
- (A) 5. 有甲、乙兩個相同的杯子，各裝不同量的水，若把甲杯中的 $\frac{1}{3}$ 倒入乙杯，再把後來乙杯中的 $\frac{1}{3}$ 倒入甲杯，則兩杯水位等高，設甲杯原有水量為 a ，乙杯原有水量為 b ，則 $a : b = ?$
- (A) 3：5 (B) 5：3 (C) 4：3 (D) 6：5

二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. 若 $3x : \frac{4}{3}y = 9 : 8$ ，且 $7x + 2y = 22$ ，則 $3x - 2y = \underline{-2}$ 。
2. 若 $(3x - 3) : (5 + 2y) = 3 : 1$ ，則 $10y - 5x = \underline{-30}$ 。
3. 小韓騎自行車上學要花半小時，若改騎機車則要花 10 分鐘，則騎自行車與騎機車的速度比是 $\underline{1 : 3}$ 。
4. 一條長為 80 公分的繩子，若按 4：3 的比例將此繩剪成兩段後，再將此兩繩分別圍成正方形，則此兩個正方形的面積比是 $\underline{16 : 9}$ 。
5. A、B 兩齒輪密合轉動，A 齒輪數有 12 顆、B 齒輪數有 36 顆，若 A 齒輪轉動 10 秒可轉動 15 圈，則 B 齒輪轉動 30 秒可轉動 $\underline{15}$ 圈。

三、計算題：(共 20 分)

1. 假設哈比星球的北半球中陸地與海洋的面積比為 3：7；而在南半球中陸地與海洋的面積比為 8：5，則哈比星球中陸地與海洋的面積比為何？

解：設北半球面積 = 南半球面積 = m ($m \neq 0$)

則北半球陸地占 $\frac{3}{10}m$ ，海洋占 $\frac{7}{10}m$

南半球陸地占 $\frac{8}{13}m$ ，海洋占 $\frac{5}{13}m$

故陸地與海洋面積比為 $(\frac{3}{10}m + \frac{8}{13}m) : (\frac{7}{10}m + \frac{5}{13}m) = 119 : 141$



重點整理

1. 正比：兩個變數 x 、 y ，當 x 值改變時， y 值也隨著改變，且保持 y 值為 x 值的某個固定倍數（以 k 倍表示， $k \neq 0$ ），可以寫成關係式 $y=kx$ ，那麼我們就說「 x 與 y 成正比」。
2. 反比：兩個不為 0 的變數 x 、 y ，當 x 值改變時， y 值也隨著改變，且保持 x 值和 y 值的乘積是某個固定的數（以 k 倍表示， $k \neq 0$ ），可以寫成關係式 $xy=k$ ，那麼我們就說「 x 與 y 成反比」。

題型演練

老師說

1. 正比與反比的關係式

學生做

- (1) 設一彈簧秤在彈性限度內至多可秤重 30 公斤，已知彈簧原長為 10 公分，且彈簧伸長量與所秤物體的重量成正比。若秤 15 公斤重的物體，彈簧長度變為 15 公分，則秤 22 公斤重的物體時，彈簧長度是多少公分？
- (2) 有一游泳池內可容納 24 萬公升的水，今要清洗游泳池，排水管每分鐘可排水 x 公升，需要 y 分鐘才能將游泳池內的水排光，若要在 50 分鐘內把水排光，則該排水管每分鐘需排多少公升的水？

解：(1) 設彈簧伸長量為 k 公分

$$\text{依題意得 } \frac{15}{15-10} = \frac{22}{k}, k = \frac{22}{3}$$

$$\text{故彈簧長度是 } 10 + \frac{22}{3} = 17\frac{1}{3} \text{ (公分)}$$

(2) 依題意得 $xy=240000$

$$y=50 \text{ 代入}$$

$$\text{得 } 50x=240000, x=4800$$

故排水管每分鐘需排 4800 公升的水

- (1) 某抽水站平日有 5 台抽水馬達正常運作，每分鐘可抽 300 公升的水。若適逢颱風季節來到，為防淹水，必須將抽水量提高到每分鐘抽 1200 公升，請問要增加多少台的抽水馬達？
- (2) 平日小田騎機車上下班，每日所騎路徑相同，今天早上睡過頭，為了上班不遲到，所以騎的速度比平常快了 25%，則今天上班所花的時間比平日的時間少幾%？

解：(1) 設要增加 k 台抽水馬達

$$\text{依題意得 } \frac{300}{5} = \frac{1200}{5+k}$$

$$20=5+k, k=15$$

故要增加 15 台抽水馬達

(2) 設平日的速度為 x ，時間為 y

今天的時間為 y_1

$$xy=1.25xy_1$$

$$y_1 = \frac{4}{5}y, (1 - \frac{4}{5}) \times 100\% = 20\%$$

故所花的時間比平日少 20%

(1) 若 $(x+5)$ 與 $2y$ 成正比，當 $x=5$ 時， $y=3$ ，則當 $x=-2$ 時， $y=?$

(2) 若 $(x-2)^2$ 與 $(y+3)$ 成正比，當 $x=1$ 時， $y=-6$ ，則當 $x=-2$ 時， $y=?$

解：(1) 設 $2y=k(x+5)$

將 $x=5$ ， $y=3$ 代入

$$\text{得 } 6=k(5+5), k=\frac{3}{5} \Rightarrow 2y=\frac{3}{5}(x+5)$$

將 $x=-2$ 代入

$$\text{得 } 2y=\frac{3}{5}(-2+5), y=\frac{9}{10}$$

(2) 設 $y+3=k(x-2)^2$

將 $x=1$ ， $y=-6$ 代入

$$\text{得 } -6+3=k(1-2)^2, k=-3$$

$$\Rightarrow y+3=-3(x-2)^2$$

將 $x=-2$ 代入

$$\text{得 } y+3=-3(-2-2)^2, y=-51$$

(1) 若 $3(x-2)$ 與 $(2y+1)$ 成正比，當 $x=5$ 時， $y=-5$ ，則當 $x=-2$ 時， $y=?$

(2) 若 x^3 與 $2y$ 成正比，當 $x=2$ 時， $y=32$ ，則當 $x=3$ 時， $y=?$

解：(1) 設 $2y+1=3k(x-2)$

將 $x=5$ ， $y=-5$ 代入

$$\text{得 } -9=9k, k=-1$$

$$\Rightarrow 2y+1=-3(x-2)$$

將 $x=-2$ 代入

$$\text{得 } 2y+1=12, y=\frac{11}{2}$$

(2) 設 $2y=kx^3$

將 $x=2$ ， $y=32$ 代入

$$\text{得 } 64=k \times 8, k=8$$

$$\Rightarrow 2y=8x^3$$

$$\text{將 } x=3 \text{ 代入得 } 2y=8 \times 3^3, y=108$$

(1) 若 y 與 x^2 成反比，當 $x=3$ 時， $y=5$ ，則當 $x=6$ 時， $y=?$

(2) 若 x 與 $(y-2)$ 成反比，當 $x=-6$ 時， $y=10$ ，則當 $y=-2$ 時， $x=?$

解：(1) 設 $x^2y=k$

將 $x=3$ ， $y=5$ 代入

$$\text{得 } 3^2 \times 5 = 45 = k$$

$$\Rightarrow x^2y = 45$$

$$\text{將 } x=6 \text{ 代入得 } 36y=45, y=\frac{5}{4}$$

(2) 設 $x(y-2)=k$

將 $x=-6$ ， $y=10$ 代入

$$\text{得 } -6(10-2) = -48 = k$$

$$\Rightarrow x(y-2) = -48$$

將 $y=-2$ 代入

$$\text{得 } x(-2-2) = -48, x=12$$

(1) 若 $(2y+1)$ 與 $(x-3)$ 成反比，當 $x=10$ 時， $y=2$ ，則當 $y=-4$ 時， $x=?$

(2) 若 $2x^2$ 與 $(y+1)$ 成反比，當 $x=2$ 時， $y=7$ ，則當 $x=-3$ 時， $y=?$

解：(1) 設 $(2y+1)(x-3)=k$

將 $x=10$ ， $y=2$ 代入

$$\text{得 } 5 \times 7 = 35 = k$$

$$\Rightarrow (2y+1)(x-3) = 35$$

將 $y=-4$ 代入

$$\text{得 } -7(x-3) = 35, x=-2$$

(2) 設 $2x^2(y+1)=k$

將 $x=2$ ， $y=7$ 代入

$$\text{得 } 2 \times 4 \times 8 = 64 = k$$

$$\Rightarrow 2x^2(y+1) = 64$$

將 $x=-3$ 代入

$$\text{得 } 18(y+1) = 64, y = \frac{23}{9}$$

老師說

4. 正比的應用問題

學生做

設琥珀的價格與其重量平方成正比。小田擁有一塊價值 25 萬元的琥珀，不慎掉落地面裂成兩塊，其重量比為 1 : 4，請問小田損失多少元？

解：設兩塊琥珀的重量分別為 m 、 $4m(m \neq 0)$ ，

價格為 y 元

$$y = k \times (5m)^2, 250000 = 25km^2$$

$$10000 = km^2$$

$$\text{當重量為 } m \text{ 時, } y = k \times m^2 = 10000$$

當重量為 $4m$ 時，

$$y = k \times (4m)^2 = 16km^2 = 160000$$

$$250000 - (10000 + 160000) = 80000$$

故損失 80000 元

設鑽石的价格與其重量平方成正比。甲擁有一顆價值 40 萬元的鑽石，不慎掉落地面裂成兩塊，其重量比為 3 : 1，請問甲損失多少元？

解：設兩塊鑽石的重量分別為 $3m$ 、 $m(m \neq 0)$ ，

價格為 y 元

$$y = k \times (4m)^2, 400000 = 16m^2$$

$$25000 = km^2$$

當重量為 $3m$ 時，

$$y = k \times (3m)^2 = 9km^2 = 225000$$

$$\text{當重量為 } m \text{ 時, } y = k \times m^2 = km^2 = 25000$$

$$400000 - (225000 + 25000) = 150000$$

故損失 150000 元

老師說

5. 反比的應用問題

學生做

有一工程，16 人合作 14 天可完成。若想提早 6 天完成，則要增加多少位工人？

解：設人數為 x 、工作天數為 y

$$xy = k$$

將 $x = 16$ 、 $y = 14$ 代入

$$16 \times 14 = 224 = k$$

$$\Rightarrow xy = 224$$

$$x(14 - 6) = 224$$

$$8x = 224, x = 28$$

$$28 - 16 = 12$$

故要增加 12 人

要建造一座橋樑，30 人合作 48 天可完成。若想提早 8 天完成，則要增加多少位建築工人？

解：設人數為 x 、工作天數為 y

$$xy = k$$

將 $x = 30$ 、 $y = 48$ 代入

$$30 \times 48 = 1440 = k$$

$$\Rightarrow xy = 1440$$

$$x(48 - 8) = 1440$$

$$40x = 1440, x = 36$$

$$36 - 30 = 6$$

故要增加 6 人

回家作業

一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

(A) 1. 已知 $3x : y = 5 : 2$ ，則下列敘述何者正確？

- (A) x 與 y 成正比 (B) x 與 y 成反比
(C) $xy = 30$ (D) $y = \frac{5}{6}x$

(B) 2. 已知 $\frac{1}{x}$ 與 $\frac{1}{y}$ 成反比，則下列何者正確？

- (A) x 與 y 成正比 (B) x 與 y 成反比 (C) x 與 $\frac{1}{y}$ 成反比 (D) $\frac{1}{x}$ 與 y 成反比

(C) 3. 若 y 與 x^2 成正比，當 x 變為原來的 3 倍，則 y 變為原來的多少倍？

- (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12

(D) 4. 設 y 與 $2x$ 成反比，且 z 與 $2y$ 成正比。若 $x=3$ ，得 $y=4$ ， $z=1$ ，則當 $x=5$ 時， $z=?$

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) 24 (C) $\frac{12}{5}$ (D) $\frac{3}{5}$

(B) 5. 在關係式 $2y = \frac{x}{3} - 1$ 中，若 $(y+a)$ 與 x 成正比，則 $a=?$

- (A) $-\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) -1 (D) 1

二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

- 已知 y 與 $(x-2)^2$ 成正比，當 $x=3$ 時， $y=-2$ ，則 x 值由 5 增加到 7 時， y 值減少 32。
- 已知 $(2y+1)$ 與 $(x+1)$ 成反比，若 $x=1$ 時， $y=-2$ ，則 $x=-3$ 時， $y=\underline{1}$ 。
- 若 x 、 y 成正比，其關係式為 $y=-3x$ ， z 和 y 亦成正比，其關係式為 $z=3y$ ，則 x 與 z 的關係式為 $z=-9x$ 。
- 在三角形 ABC 中，若兩邊邊長比為 $4:5$ ，則此兩邊對應之高的比為 $5:4$ 。
- 若機車行駛的速率固定，當其行駛 $2a$ 公里時，費時 b 小時。若行駛距離為 x 公里，時間花費 $3y$ 小時，則 $\frac{x}{y} = \underline{\frac{6a}{b}}$ 。(以 a 、 b 表示)

三、計算題：(共 20 分)

- 搭乘高鐵從甲地到乙地，高鐵以每小時 350 公里的速度行駛，需 90 分鐘到達。若回程時速度減少 10%，則來回共需多少小時？

解：設回程要花 k 小時

$$\text{依題意得 } 350 \times \frac{90}{60} = 350 \times \frac{9}{10} \times k$$

$$k = \frac{5}{3} \text{ 小時}$$

$$\text{故來回共花 } \frac{3}{2} + \frac{5}{3} = \frac{19}{6} \text{ 小時}$$



重點整理

- 一元一次不等式：若不等式中只有一種未知數，且未知數的次數為一次，則此不等式就稱為一元一次不等式。
- 習慣用語和不等號的對照表：

習慣用語	不等號
(1) 大於、超過、高於	$>$
(2) 小於、未滿、低於、不到、不夠、不足	$<$
(3) 不小於、不低於、至少、以上(含)	\geq
(4) 不大於、不超過、不逾、不高於、至多、以下(含)	\leq

- 一元一次不等式的解：使一元一次不等式成立的數，稱為該不等式的解。
- 圖示一元一次不等式的解：

不等式	$x < a$	$x \leq a$
圖示		
不等式	$x > a$	$x \geq a$
圖示		

題型演練

老師說

將下列的敘述改寫成不等式。

- $a+b$ 不大於 10。
- x 的 4 倍少 3 不小於 -5 。
- $(a+b)$ 的一半超過 10。
- 小建的身高 175 公分，小軒的身高 x 公分，小建的身高比小軒高。
- 小韓身上有 75 元，買了一包 x 元的餅乾和一瓶 y 元的飲料，發現錢不夠。

- 解：(1) $a+b \leq 10$
 (2) $4x-3 \geq -5$
 (3) $\frac{a+b}{2} > 10$
 (4) $x < 175$
 (5) $x+y > 75$

1. 不等式的列式

學生做

將下列的敘述改寫成不等式。

- x 減 5 未滿 -3 。
- x 的 $\frac{3}{2}$ 倍少 7 不大於 5。
- x 的 5 倍跟 y 的一半之和少於 20。
- 小王有 x 元，小瑋有 1000 元，小王的錢不比小瑋少。
- 小王身上有 2000 元，去遊樂園玩，買了 3 張 x 元的全票和 2 張 y 元的優待票還有剩。

- 解：(1) $x-5 < -3$
 (2) $\frac{3}{2}x-7 \leq 5$
 (3) $5x+\frac{1}{2}y < 20$
 (4) $x \geq 1000$
 (5) $3x+2y < 2000$

(1) 下列哪些是不等式 $\frac{1}{3}x+5 < \frac{5}{2}x$ 的解？

-3、0、3、6

(2) 下列哪些是不等式 $|2x-1| > 3$ 的解？

-2、-1、0、 $\frac{5}{2}$

解：(1)

x	$\frac{1}{3}x+5$	$\frac{5}{2}x$	$\frac{1}{3}x+5 < \frac{5}{2}x$
-3	4	$-\frac{15}{2}$	不成立
0	5	0	不成立
3	6	$\frac{15}{2}$	成立
6	7	15	成立

(2)

x	$ 2x-1 $	$ 2x-1 > 3$
-2	5	成立
-1	3	不成立
0	1	不成立
$\frac{5}{2}$	4	成立

(1) 下列哪些是不等式 $2-\frac{x+1}{2} \leq 4$ 的解？

-15、-9、-5、-1

(2) 下列哪些是不等式 $3|1-x| - 5 \geq 2$ 的解？

-4、-2、0、3

解：(1)

x	$2-\frac{x+1}{2}$	$2-\frac{x+1}{2} \leq 4$
-15	9	不成立
-9	6	不成立
-5	4	成立
-1	2	成立

(2)

x	$3 1-x - 5$	$3 1-x - 5 \geq 2$
-4	10	成立
-2	4	成立
0	-2	不成立
3	1	不成立

(1) 下列哪些是不等式 $-2 \leq 2x+1 < 3$ 的解？

-2、-1、0、1

(2) 下列哪些是不等式 $9-3x < x+1 \leq 16-2x$ 的解？

0、2、4、5

解：(1)

x	$2x+1$	$-2 \leq 2x+1 < 3$
-2	-3	不成立
-1	-1	成立
0	1	成立
1	3	不成立

(2)

x	$9-3x$	$x+1$	$16-2x$	$9-3x < x+1$ $x+1 \leq 16-2x$
0	9	1	16	不成立
2	3	3	12	不成立
4	-3	5	8	成立
5	-6	6	6	成立

(1) 下列哪些是不等式 $-6 \leq -(x+1) < 3$ 的解？

-5、-4、3、5

(2) 下列哪些是不等式 $x-2 < 2x \leq 8$ 的解？

-3、-2、0、4

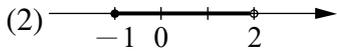
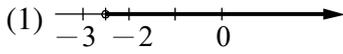
解：(1)

x	$-(x+1)$	$-6 \leq -(x+1) < 3$
-5	4	不成立
-4	3	不成立
3	-4	成立
5	-6	成立

(2)

x	$x-2$	$2x$	$x-2 < 2x \leq 8$
-3	-5	-6	不成立
-2	-4	-4	不成立
0	-2	0	成立
4	2	8	成立

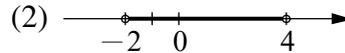
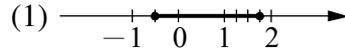
下圖是 x 的不等式解，則各題所對應的不等式為何？



解：(1) $x > -2\frac{1}{2}$

(2) $-1 \leq x < 2$

下圖是 x 的不等式解，則各題所對應的不等式為何？



解：(1) $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1\frac{3}{4}$

(2) $-2 < x < 4$

某百貨公司週年慶特賣會，特賣商品都依照成本加二成作為定價，再依定價降價 500 元作為售價，利潤超過成本 x 元的 3%，則：

(1) 依題意列出不等式。

(2) 成本可能是 3500 元嗎？

解：(1) $(x + 0.2x) - 500 - x > 0.03x$

(2) $(3500 + 0.2 \times 3500) - 500 - 3500 = 200$

$0.03 \times 3500 = 105$

$200 > 105$

所以成本可能是 3500 元

小田第二次段考的成績如下表：

科目	國文	英文	數學	社會	自然
分數	92	90			86

其中數學和社會的成績不小心弄污，只知道數學的分數比社會的分數低 5 分，若數學成績是 x 分，且小田的段考平均分數不低於 91 分，則：

(1) 依題意列出不等式。

(2) 小田的數學成績可能是 87 分嗎？

解：(1) $\frac{92 + 90 + x + (x + 5) + 86}{5} \geq 91$

(2) $\frac{92 + 90 + 87 + (87 + 5) + 86}{5}$

$= \frac{447}{5} = 89.4$

所以小田的數學成績不可能是 87 分

回家作業

一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

- (B) 1. 下列有關不等號的敘述，哪一個選項是不合理的？
(A) 若 $a < 0$ ，則 $a < |a|$ (B) 若 $ab > 0$ ， $a + b > 0$ ，則 $b < |b|$
(C) 若 $\frac{a}{b} < 0$ ， $a - b > 0$ ，則 $a > b$ (D) 若 $a - b < 0$ ，則 $a < b$
- (C) 2. 長方形周長為 20 公分，其中長為 x 公分。若寬不到 3 公分，則可列出不等式為何？
(A) $20 - x < 3$ (B) $20 - 2x < 3$
(C) $10 - x < 3$ (D) $10 - 2x < 3$
- (D) 3. 下列哪一個選項不是不等式 $2x - 5 \leq -4x + 25$ 的解？
(A) 3 (B) 4
(C) 5 (D) 6
- (B) 4. $x = \frac{3}{2}$ 是下列哪一個不等式的解？
(A) $3x - 4 > 1$ (B) $3(2 - 2x) - 5 < 0$
(C) $7 - 4x > 3$ (D) $6x + 5 < 4x - 2$
- (B) 5. 小王利用假日去陽明山健行，已知路程長 x 公里，若去程時每小時走 3 公里，沿原路回程時每小時走 5 公里，且整個健行所花的時間不超過 5 小時，則依題意可列出不等式為何？
(A) $3x + 5x \leq 5$ (B) $\frac{x}{3} + \frac{x}{5} \leq 5$
(C) $\frac{3x}{2} + \frac{5x}{3} \leq 5$ (D) $2(\frac{x}{3} + \frac{x}{5}) \leq 5$

二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. 將「 $x + 4$ 超過 $(x - 2)$ 的三分之二」改寫成不等式是 $x + 4 > \frac{2}{3}(x - 2)$ 。
2. 在數線上，若點 $A(x)$ 和 $B(-1)$ 的距離超過 5，且 A 點在 B 點的左邊，則可列出 x 的不等式為 $-1 - x > 5$ 。
3. 已知一杯中杯拿鐵要 45 元，一包杏仁腰果要 25 元。琺琺買了 x 杯的中杯拿鐵、5 包的杏仁腰果。若琺琺身上有 500 元，在結帳時店員告訴他錢不夠，依題意可列出不等式為 $45x + 125 > 500$ 。
4. 已知一梯形的上底是 10 公分，下底是 x 公分，高是 5 公分，且面積不大於 50 平方公分，依題意可列出不等式為 $\frac{5(10+x)}{2} \leq 50$ 。
5. 若 $-1 < a < 0$ ，則 a 、 a^2 、 $\frac{1}{a}$ 的大小關係為 $a^2 > a > \frac{1}{a}$ 。

三、計算題：(共 20 分)

1. 小軒班上共有學生 35 人，其中 21 位是男生，某次數學段考，全班平均分數不低於 74 分。假設男生平均分數為 x 分，且男生的平均分數比女生的平均分數多 3 分，依題意列出不等式。

解： $\frac{21x + 14(x - 3)}{35} \geq 74$



重點整理

1. 不等式的加減運算規則：

若 $a > b$ ，則：

(1) $a + c > b + c$ 。

(2) $a - c > b - c$ 。

2. 不等式的乘除運算規則：

(1) 若 $a > b$ 且 $c > 0$ ，則：

① $ac > bc$ 。

② $a \div c > b \div c$ 。

(2) 若 $a > b$ 且 $c < 0$ ，則：

① $ac < bc$ 。

② $a \div c < b \div c$ 。

題型演練

老師說

解下列各一元一次不等式。

(1) $2 - \frac{2}{3}x > \frac{x-5}{2}$

(2) $\frac{4+2x}{3} + \frac{1-3x}{2} \leq x$

解：(1) $2 - \frac{2}{3}x > \frac{x-5}{2}$

$12 - 4x > 3x - 15$

$27 > 7x$

$x < 3\frac{6}{7}$

(2) $\frac{4+2x}{3} + \frac{1-3x}{2} \leq x$

$8 + 4x + 3 - 9x \leq 6x$

$11 \leq 11x$

$x \geq 1$

1. 解一元一次不等式

學生做

解下列各一元一次不等式。

(1) $3 + \frac{5}{4}x < \frac{-2x+5}{6}$

(2) $\frac{-x+2}{4} - \frac{2-3x}{3} \leq 1 - \frac{x}{2}$

解：(1) $3 + \frac{5}{4}x < \frac{-2x+5}{6}$

$36 + 15x < -4x + 10$

$19x < -26$

$x < -1\frac{7}{19}$

(2) $\frac{-x+2}{4} - \frac{2-3x}{3} \leq 1 - \frac{x}{2}$

$3(-x+2) - 4(2-3x) \leq 12 - 6x$

$15x \leq 14$

$x \leq \frac{14}{15}$

(1) 若 $5x - a < 3 - x$ 的解為 $x < -\frac{2}{3}$ ，則 $a = ?$

(2) 已知 $a < b < 0$ ，則不等式 $b + ax < bx + a$ 的解為何？

解：(1) $5x - a < 3 - x \Rightarrow 6x < 3 + a \Rightarrow x < \frac{3+a}{6}$

$$\Rightarrow \frac{3+a}{6} = -\frac{2}{3}, a = -7$$

(2) $\because a < b < 0, \therefore a - b < 0$

$$b + ax < bx + a$$

$$\Rightarrow (a - b)x < a - b$$

$$\Rightarrow x > 1$$

(1) 已知不等式 $-2(x+1) + 3 < 2x + 3a - 5$ 的解為 $x > -4$ ，則 $a = ?$

(2) 設 $a < -1$ ，則不等式 $ax - 6 < 3x - 2a$ 的解為何？

解：(1) $-2(x+1) + 3 < 2x + 3a - 5$

$$\Rightarrow -2x - 2 + 3 < 2x + 3a - 5$$

$$\Rightarrow x > \frac{6-3a}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{6-3a}{4} = -4 \Rightarrow a = \frac{22}{3}$$

(2) $ax - 6 < 3x - 2a$

$$\Rightarrow ax - 3x < 6 - 2a$$

$$\Rightarrow (a-3)x < 2(3-a)$$

$$\Rightarrow x > \frac{2(3-a)}{a-3} = -2$$

所以不等式的解為 $x > -2$

開學時，諒諒要買一套制服，其中上衣每件 150 元，長褲每條 420 元，且還要繳交 4000 元的註冊費。當他清點身上的錢時，發現爸爸給的都是面額為 500 元的鈔票，則他至少要付幾張 500 元鈔票才足夠？

解：假設他至少要付 x 張 500 元鈔票

$$500x \geq 150 + 420 + 4000$$

$$500x \geq 4570$$

$$x \geq 9.14$$

所以諒諒至少要付 10 張 500 元鈔票

父、子兩人 2 年前的年齡分別為 30 歲與 8 歲，則至少幾年後，父親的年齡會小於兒子的 $\frac{3}{2}$ 倍？

解：設至少 x 年後

$$30 + 2 + x < \frac{3}{2}(8 + 2 + x)$$

$$64 + 2x < 30 + 3x$$

$$34 < x$$

所以至少要 35 年後

某次民意代表選舉，欲選出 2 位民意代表，有 8 人出馬參選，依得票數最高的前二名當選，有投票資格的人數是 45000 人，若當天的投票率為六成，則某人要確定當選，得票數要多少張？

解：設至少要 x 張票

$$x > 45000 \times 0.6 - 2x$$

$$3x > 27000$$

$$x > 9000$$

所以至少要 9001 張票

阿美班上有 35 個人，欲選出班長和副班長各 1 位，共有 5 人被提名為候選人，依得票數最高的前二名當選，若有 80% 的學生投票，則要確定當選，得票數需為多少張？

解：設至少要 x 張票

$$x > 35 \times 80\% - 2x$$

$$3x > 28$$

$$x > \frac{28}{3} \approx 9.33$$

所以至少要 10 張票

小莊某天開車上班，早上八點離家之後的前 5 公里，因經過市區，平均時速為 30 公里，其餘路程的平均時速可達 50 公里，到公司後發現時間還不到八點二十分，則小莊家離公司最遠有多少公里？（取到整數）

解：設小莊家離公司有 x 公里

$$\frac{5}{30} + \frac{x-5}{50} < \frac{20}{60}$$

$$50 + 6(x-5) < 20 \times 5$$

$$50 + 6x - 30 < 100$$

$$6x < 80$$

$$x < 13.33\cdots$$

x 取最大的整數為 13

故小莊家離公司最遠 13 公里

小雄出門到學校上課，離家後先搭乘公車，已知公车的平均時速為 50 公里，下車後以平均時速 4 公里走了 2 公里到學校，若小雄每天到校所需時間不超過 40 分鐘，則小雄家離學校最遠有多少公里？

解：設小雄家離學校有 x 公里

$$\frac{x-2}{50} + \frac{2}{4} \leq \frac{40}{60}$$

$$\frac{x-2}{50} + \frac{1}{2} \leq \frac{2}{3}$$

$$3(x-2) + 75 \leq 2 \times 50$$

$$3x \leq 31$$

$$x \leq 10.33\cdots$$

x 取最大的整數為 10

故小雄家離學校最遠 10 公里

回家作業

一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

(C) 1. 已知 $a < b$ ，且 $c < 0$ ，則下列哪一個選項是正確的？

- (A) $a + c > b + c$ (B) $ac < bc$ (C) $c - a > c - b$ (D) $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

(B) 2. 滿足 $3 - 2x > 3x + 12$ 的最大負整數解為何？

- (A) -1 (B) -2 (C) -3 (D) -4

(C) 3. 如果 x 的一元一次不等式 $3 + 2ax < 3x + 2$ 的解是 $x > 1$ ，則 $a = ?$

- (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

(C) 4. 易涵參加數學競賽，限時在 15 分鐘內回答 15 題，每題有 4 個答案，只有一個是正確的，答對得 5 分，答錯或沒有作答倒扣 2 分，最後易涵的分數不低於 50 分，則他至少答對了多少題？

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13

(A) 5. 若點 $P(2a - 4, 3a + 8)$ 在坐標平面上的第二象限，則 a 的範圍為何？

- (A) $-\frac{8}{3} < a < 2$ (B) $a < 2$ (C) $-\frac{8}{3} < a$ (D) $\frac{8}{3} > a > -2$

二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. 求下列各一元一次不等式的解。

(1) $\frac{2}{5}x - \frac{1}{3}(x - 2) \geq -x + 1$ 的解為 $x \geq \frac{5}{16}$ 。

(2) $0.6(x + 7) + 1.8 > x - 0.4$ 的解為 $x < 16$ 。

2. 已知 a 、 b 皆為整數，且滿足 $b > a > -4$ 的 a 值共有 10 個，則 $b = 7$ 。

3. 已知 a 是常數，若 $-2x + a > 6x - 8$ 的解為 $x < 2$ ，則 $a = 8$ 。

4. 同時滿足不等式 $x - 6 < 2x + 1$ 與 $5x + 2 < 6 - x$ 的整數解共有 7 個。

三、計算題：(共 20 分)

1. 某家電信業者推出上網吃到飽優惠方案，月租費 599 元可抵通話 1200 秒，超出 1200 秒的時間每秒以 0.3 元計算，不足一秒以一秒計算。已知小田這個月的電話帳單不低於 699 元，則他這個月的通話時間至少是幾秒？

解：設超出 x 秒

$$599 + 0.3x \geq 699, 0.3x \geq 100$$

$$x \geq \frac{1000}{3} = 333\frac{1}{3}$$

故至少通話時間是 $334 + 1200 = 1534$ 秒



重點整理

- 次數分配表的製作：(1) 畫表格：組別、計數、次數欄。(2) 歸類畫記。(3) 計算次數。
- 次數分配直方圖：(1) 畫縱橫兩坐標軸。(2) 在橫軸上標示項目(註明單位)。(3) 在縱軸上標示次數(註明單位)。(4) 畫長方形(以組距為底，次數為高)。
- 次數分配折線圖：(1) 畫縱橫兩坐標軸。(2) 在橫軸上標示項目(註明單位)。(3) 在縱軸上標示次數(註明單位)。(4) 描點(以各組距的中點為橫坐標，稱為組中點，該組次數為縱坐標)。(5) 依序連接各點。
- 平均數：(1) 未分組資料：整群資料的總和除以資料個數。(2) 已分組資料：將各組組中點的數值乘以次數後相加得到總和，再將總和除以資料個數。
- 中位數：將一群 n 個數值資料，由小到大依序排列後，
 - n 為奇數，中位數為排在最中間的數，即第 $\frac{n+1}{2}$ 個數。
 - n 為偶數，中位數為排在最中間兩個數的平均數。
- 眾數：一群資料中次數出現最多的資料值，稱為這群資料的眾數。

題型演練

老師說

某班 14 位男同學每人投籃 8 次，命中次數結果如下，依此資料回答下列問題：

座號	1	2	3	4	5	6	7
命中次數	6	8	3	5	6	7	4
座號	8	9	10	11	12	13	14
命中次數	4	5	7	3	6	4	5

- 完成下面的命中次數分配表。
- 這 14 人中命中 6 次以上(含)的共有幾人？命中次數未滿 4 次(不含)的共有幾人？

解：(1)

命中次數(次)	次數(人)
3	2
4	3
5	3
6	3
7	2
8	1
合計	14

- 命中 6 次以上(含)的有 $3+2+1=6$ (人) 未滿 4 次的 2 人

學生做

1. 製作次數分配表

下表為某班 30 名學生第一次段考數學成績紀錄表，依表回答下列問題：

座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
成績	61	72	85	72	52	42	56	65	87	66
座號	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
成績	74	78	85	64	67	82	86	93	75	84
座號	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
成績	77	69	81	83	49	51	89	56	90	64

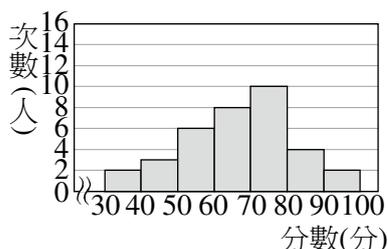
- 製作數學科成績的次數分配表。(組距 10 分)
- 數學成績 80 分以上(含)的有幾人？

解：(1)

成績(分)	次數(人)
40~50	2
50~60	4
60~70	7
70~80	6
80~90	9
90~100	2
合計	30

- 80 分以上(含)的有 $9+2=11$ (人)

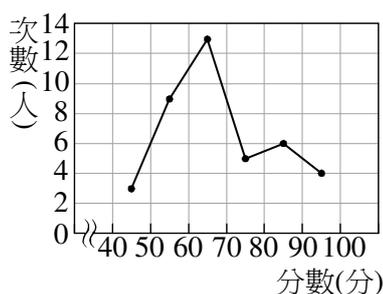
下圖是某班第一次段考數學成績的次數分配直方圖，依圖回答下列問題：



- (1) 60~80 分的有多少人？
- (2) 不及格的有多少？
- (3) 全班共有多少人？

解：(1) 60~80 分有 $8+10=18$ (人)
 (2) 不及格的有 $2+3+6=11$ (人)
 (3) 全班共有 $11+18+4+2=35$ (人)

下圖是某班第一次段考數學成績的次數分配折線圖，依圖回答下列問題：



- (1) 60~80 分的有多少人？
- (2) 不及格的有多少人？
- (3) 全班共有多少人？

解：(1) 60~80 分的有 $13+5=18$ (人)
 (2) 不及格的有 $3+9=12$ (人)
 (3) 全班共有 $12+18+6+4=40$ (人)

下表為某班學生體重的次數分配表，求該班學生體重的平均數。

體重(公斤)	30~35	35~40	40~45	45~50	50~55	55~60
次數(人)	3	8	8	14	5	2

解：<方法一>
 平均數

$$= \frac{1}{40} (32.5 \times 3 + 37.5 \times 8 + 42.5 \times 8 + \dots + 57.5 \times 2)$$

$$= 44.5(\text{公斤})$$
 <方法二>
 平均數

$$= 42.5 + \frac{6 \times 5 + 2 \times 10 + 2 \times 15}{40}$$

$$= 42.5 + 2 = 44.5(\text{公斤})$$

下表為某班學生段考數學成績的次數分配表，求該班學生數學成績的平均數。

分數(分)	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
次數(人)	2	4	7	8	6	3

解：<方法一>
 平均數

$$= \frac{1}{30} (45 \times 2 + 55 \times 4 + 65 \times 7 + 75 \times 8 + 85 \times 6 + 95 \times 3)$$

$$= 72(\text{分})$$
 <方法二>
 平均數

$$= 75 + \frac{-1 \times 10 + (-1) \times 20 + (-2) \times 30}{30}$$

$$= 75 - 3 = 72(\text{分})$$

下表是某班級 30 位學生體重的次數分配表，依表回答下列問題：

體重(公斤)	次數(人)
30~40	1
40~50	6
50~60	12
60~70	8
70~80	2
80~90	1

- (1) 中位數落在哪一組？
 (2) 該班學生體重的平均數為多少？

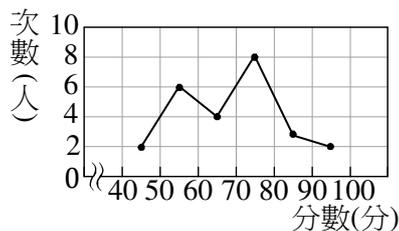
解：(1) 中位數是第 15 位及第 16 位學生的平均數

所以落在 50~60 公斤這一組

(2) 平均數

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{30} (35 + 45 \times 6 + 55 \times 12 + 65 \times 8 \\
 &\quad + 75 \times 2 + 85) \\
 &= 57 \frac{1}{3} \text{ (公斤)}
 \end{aligned}$$

有 25 位學生參加數學競賽，其成績的次數分配折線圖如下圖所示，依圖回答下列問題：



- (1) 中位數落在哪一組？
 (2) 此次成績的平均數是多少？

解：(1) 中位數落在 70~80 分這一組

(2) 平均數

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{25} (45 \times 2 + 55 \times 6 + 65 \times 4 \\
 &\quad + 75 \times 8 + 85 \times 3 + 95 \times 2) \\
 &= 69 \text{ (分)}
 \end{aligned}$$

將 15 個數由小到大排列得 1、1、2、3、 a 、 a 、 b 、 b 、 c 、 c 、 c 、9、11、11、12，已知此 15 個數的中位數為 6，眾數為 7，平均數為 6，求 $a+b+c$ 之值。

解：∵ 中位數是在第 8 個，∴ $b=6$

∵ 眾數是 7，∴ $c=7$

∵ 平均數 = 6

∴ 15 個數的總和 = $6 \times 15 = 90 = 2a + 83$

$a=3.5$

故 $a+b+c=3.5+6+7=16.5$

班級籃球比賽中，統計班上 9 位同學搶得籃板球的個數分別為 9、5、2、 a 、6、5、 b 、9、 c 。已知眾數是 9，中位數是 8，且平均數是 7，求 $abc=?$

解：∵ 眾數為 9

∴ a 、 b 、 c 三數之中必有一個為 9

∵ 中位數是 8

∴ a 、 b 、 c 三數之中必有一個為 8

∵ 平均數是 7，總和 = $7 \times 9 = 63$

$63 - 53 = 10$

∴ a 、 b 、 c 三數之中必有一個為 10

故 $abc=8 \times 9 \times 10=720$

回家作業

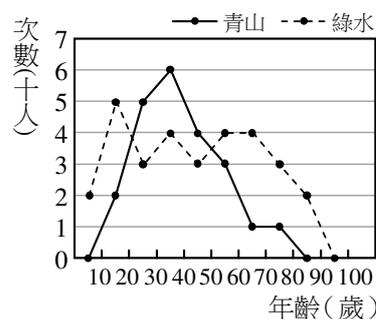
一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

- (B) 1. 在次數分配表中，關於 160~170 公分這一組的敘述，下列何者正確？
 (A) 包含 160 公分及 170 公分 (B) 包含 160 公分，而不包含 170 公分
 (C) 不包含 160 公分，而包含 170 公分 (D) 不包含 160 公分，也不包含 170 公分
- (A) 2. 某班 40 位學生，每個人的身高都不一樣，且身高的中位數是 167 公分，但後來發現其中有一位同學的身高登記錯誤，將 173 公分誤寫成 163 公分，經重新計算後，關於正確的中位數，下列敘述何者正確？
 (A) 大於 167 公分 (B) 小於 167 公分 (C) 等於 167 公分 (D) 無法確定
- (D) 3. 班上有 40 位學生，其體重次數分配如下：

體重(公斤)	40~45	45~50	50~55	55~60	60~65	65~70	70~75
次數(人)	6	7	a	8	4	4	1

則下列敘述何者錯誤？

- (A) 組距為 5 公斤 (B) $a=10$
 (C) 不滿 60 公斤的人有 31 人 (D) 眾數在 55~60 公斤這一組
- (B) 4. 若 10 位同學的體重分別為 45、55、60、70、58、62、42、68、57、63，則下列選項何者正確？
 (A) 中位數是 60 公斤 (B) 中位數是 59 公斤
 (C) 平均數是 63 公斤 (D) 平均數是 60 公斤
- (C) 5. 右圖為青山社區和綠水社區居民年齡的次數分配折線圖，下列敘述哪一個錯誤？
 (A) 綠水社區總人數比較多
 (B) 綠水社區 60 歲以上(含)的人比較多
 (C) 青山社區的居民年齡較呈現老化現象
 (D) 青山社區介於 20~50 歲的人口比較多



二、填充題：(每格 10 分，共 40 分)

1. 有七位學生體重分別為 44、74、39、42、61、53、58 公斤，今加入一位學生後，其平均數較原先的平均數增加 1 公斤，則這八位學生體重之中位數為 55.5 公斤。
2. 某國中新生健康檢查統計資料中，男生有 450 人，女生有 300 人。已知男生平均身高為 x 公分，女生的平均身高比男生的平均身高少 8 公分，則全部新生的平均身高比男生的平均身高少 3.2 公分。
3. 一群資料有 8 個數如右：10、8、8、4、13、8、9、12，則此群資料的平均數、中位數、眾數，試問三者中何者最大？答：平均數。
4. 榮榮在 5 場籃球比賽中，進球數分別為 9、7、8、9、 x ，若這組數的眾數和平均數恰好相等，則這組數的中位數是 9。

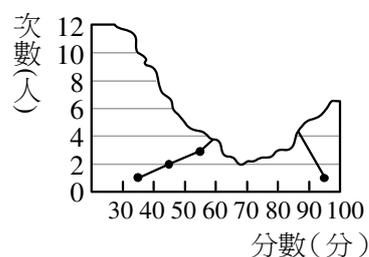
三、計算題：(共 20 分)

1. 右圖為 29 名學生英聽成績的次數分配折線圖，其中有一部分不小心撕破，已知 70~80 分與 80~90 分兩組人數相同，且均比 60~70 分這組多 2 人，則 60~70 分有幾人？

解：設 60~70 分有 x 人

依題意列出 $1+2+3+x+(x+2)+(x+2)+1=29$ ， $x=6$

所以 60~70 分有 6 人





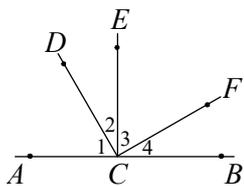
重點整理

- 相異兩點決定一直線
通過 A 、 B 兩點的直線只有一條，記為 \overleftrightarrow{AB} 。
- 一個多邊形的所有邊都等長，所有內角也相等，就稱為正多邊形。
- 點到直線的距離
線外一點到某直線的垂直線段長，稱為該點到直線的距離。
- 垂直平分線(或中垂線)
過已知線段中點且與該線段垂直的直線，稱為該線段的垂直平分線。
- 線對稱圖形
將一個圖形沿著一條直線對摺，如果直線兩側的部分能完全疊合，則此圖形稱為線對稱圖形。
- 線對稱圖形的性質
對稱軸為任意兩對稱點連接線段的垂直平分線。
- 三視圖
從某一方向觀察一個立體圖形時，所看到的平面圖形輪廓就稱為該立體圖形的視圖。在一般情況下，將前視圖、右視圖、上視圖，統稱為三視圖。

題型演練

老師說

如圖， $\overline{EC} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{DC} \perp \overline{CF}$ ，若 $\angle 1 = 60^\circ$ ，則 $\angle 4 = ?$

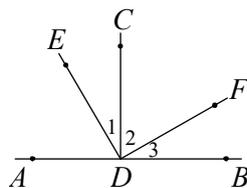


$$\begin{aligned}
 \text{解：} \angle 4 &= 90^\circ - \angle 3 \\
 &= 90^\circ - (90^\circ - \angle 2) \\
 &= \angle 2 \\
 &= 90^\circ - \angle 1 \\
 &= 90^\circ - 60^\circ \\
 &= 30^\circ
 \end{aligned}$$

1. 垂直

學生做

如圖， $\overline{DC} \perp \overline{AB}$ ，若 $\angle 1 = \angle 3$ ，則 $\angle EDF = ?$



$$\begin{aligned}
 \text{解：} \angle EDF &= \angle 1 + \angle 2 \\
 &= \angle 3 + \angle 2 \\
 &= \angle CDB \\
 &= 90^\circ
 \end{aligned}$$

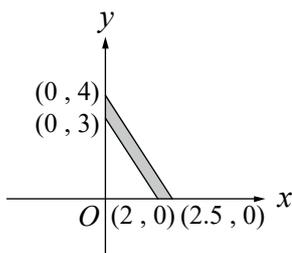
L 為某線對稱圖形的對稱軸，已知 A 點的對稱點為 B 點，若 $\overline{AB} = 16$ 公分，則 B 點到 L 的距離是多少公分？

解： B 點到 L 的距離 $= \frac{16}{2} = 8$ (公分)

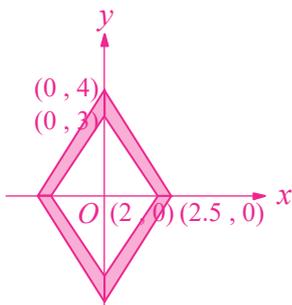
L 為某線對稱圖形的對稱軸，已知 A 點的對稱點為 B 點，若 A 點到 L 的距離為 10 公分，則 \overline{AB} 長度是多少公分？

解： $\overline{AB} = 10 \times 2 = 20$ (公分)

如圖，直角坐標平面上，在第一象限的圖形(即塗色部分)，若先後以 y 軸、 x 軸為對稱軸完成線對稱圖形，則此圖形的面積為多少？

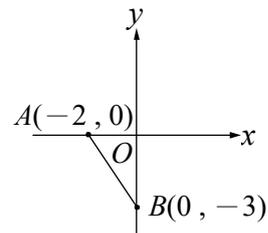


解：

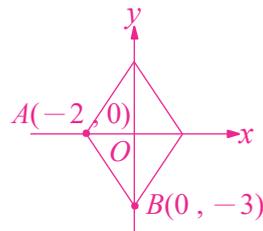


$$\text{圖形面積} = 4 \times \frac{1}{2} \times (2.5 \times 4 - 2 \times 3) = 8$$

如圖，直角坐標平面上，將 $A(-2, 0)$ 與 $B(0, -3)$ 兩點相連的線段與 x 、 y 軸所圍成的圖形，先後以 x 軸、 y 軸為對稱軸完成線對稱圖形，則此圖形的面積為多少？



解：

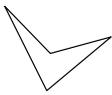
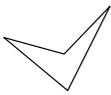
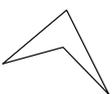


此線對稱圖形是由四個直角三角形所組成

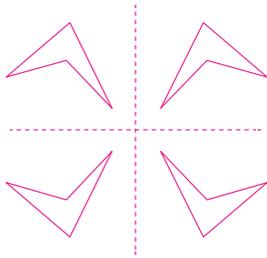
$$\text{故面積} = 4 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 12$$

老師說

如圖，虛線均為對稱軸，完成線對稱圖形後，則位於左下角的圖形為何者？

- (A)  (B) 
 (C)  (D) 

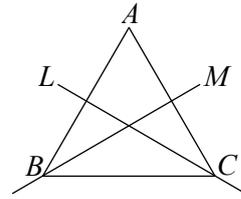
解：



如圖，故選(B)

4. 線對稱圖形的判別

如圖，直線 L 與 M 均為 $\triangle ABC$ 的對稱軸，則 $\triangle ABC$ 必為 正 三角形。



解：∵ M 是 $\triangle ABC$ 的對稱軸，∴ $\overline{BC} = \overline{AB}$

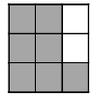
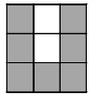
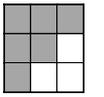
又 L 是 $\triangle ABC$ 的對稱軸，∴ $\overline{BC} = \overline{AC}$

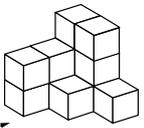
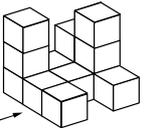
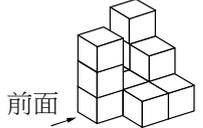
$$\overline{BC} = \overline{AB} = \overline{AC}$$

故 $\triangle ABC$ 為正三角形

老師說

根據下方所給的視圖，判斷下列哪一個選項可能是對應的立體圖形？

前視圖	右視圖	上視圖
		

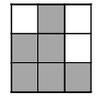
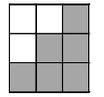
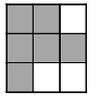
- (A)  (B) 
 (C)  (D) 

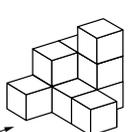
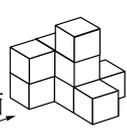
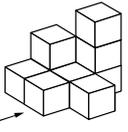
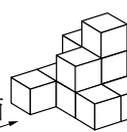
解：四個選項的三視圖，只有選項(B)符合條件
故選(B)

學生做

5. 利用三視圖判斷立體圖形

根據下方所給的視圖，判斷下列哪一個選項可能是對應的立體圖形？

前視圖	右視圖	上視圖
		

- (A)  (B) 
 (C)  (D) 

解：四個選項的三視圖，只有選項(A)符合條件
故選(A)

回家作業

一、選擇題：(每題 8 分，共 40 分)

(A) 1. 直線上有 A 、 B 、 C 三點，且 B 介於 A 、 C 之間，又 M 為 \overline{BC} 的中點，且 $\overline{AB} = 20$ 公分， $\overline{AC} = 36$ 公分，則 \overline{MB} 為多少公分？

- (A) 8 (B) 10 (C) 16 (D) 28

(A) 2. 直角坐標平面上，若以 x 軸為對稱軸，則 $(-6, 3)$ 的對稱點坐標為何？

- (A) $(-6, -3)$ (B) $(3, -6)$ (C) $(6, -3)$ (D) $(-3, 6)$

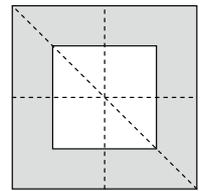
(C) 3. 如右圖，直線上相異的 5 個點，共可決定多少條不同的線段？

- (A) 1 (B) 5
(C) 10 (D) 20



(A) 4. 將右圖沿虛線摺疊後，可得下列哪一種圖形？

- (A) (B)
(C) (D)



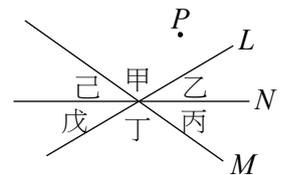
(C) 5. 根據右側所給的視圖，判斷下列哪一個選項可能是對應的立體圖形？



- (A) (B)
(C) (D)

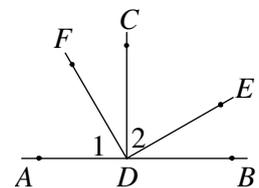
二、填充題：(每格 8 分，共 40 分)

1. 如圖，若 P 點對稱於 L 的對稱點為 A ； A 點對稱於 M 的對稱點為 B ； B 點對稱於 N 的對稱點為 C ，則 C 點會落在 甲 區。



2. 平面上有相異的 4 個點，最多可決定 6 條直線。

3. 在正 $\triangle ABC$ 中，若 D 點是 A 點以 \overline{BC} 為對稱軸的對稱點， E 點是 B 點以 \overline{AC} 為對稱軸的對稱點， F 點是 C 點以 \overline{AB} 為對稱軸的對稱點，則 $\triangle DEF$ 為 正 三角形。



4. 如圖， $\overline{DC} \perp \overline{AB}$ ，若 $\angle 1 = \angle 2$ ，則 $\angle EDF =$ 90 度。

5. 直角坐標平面上，若以 x 軸為對稱軸， $A(-3, a)$ 的對稱點坐標為 $B(b, 4)$ ，則 $a+b =$ -7。

三、計算題：(共 20 分)

1. 直角坐標平面上， $A(4, 0)$ 與 $B(0, 2)$ 兩點相連的線段與 x 軸、 y 軸所圍成的圖形，若先後以 x 軸、 y 軸為對稱軸，完成線對稱圖形，則此圖形的面積是多少？

解：面積 $= 4 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 16$

