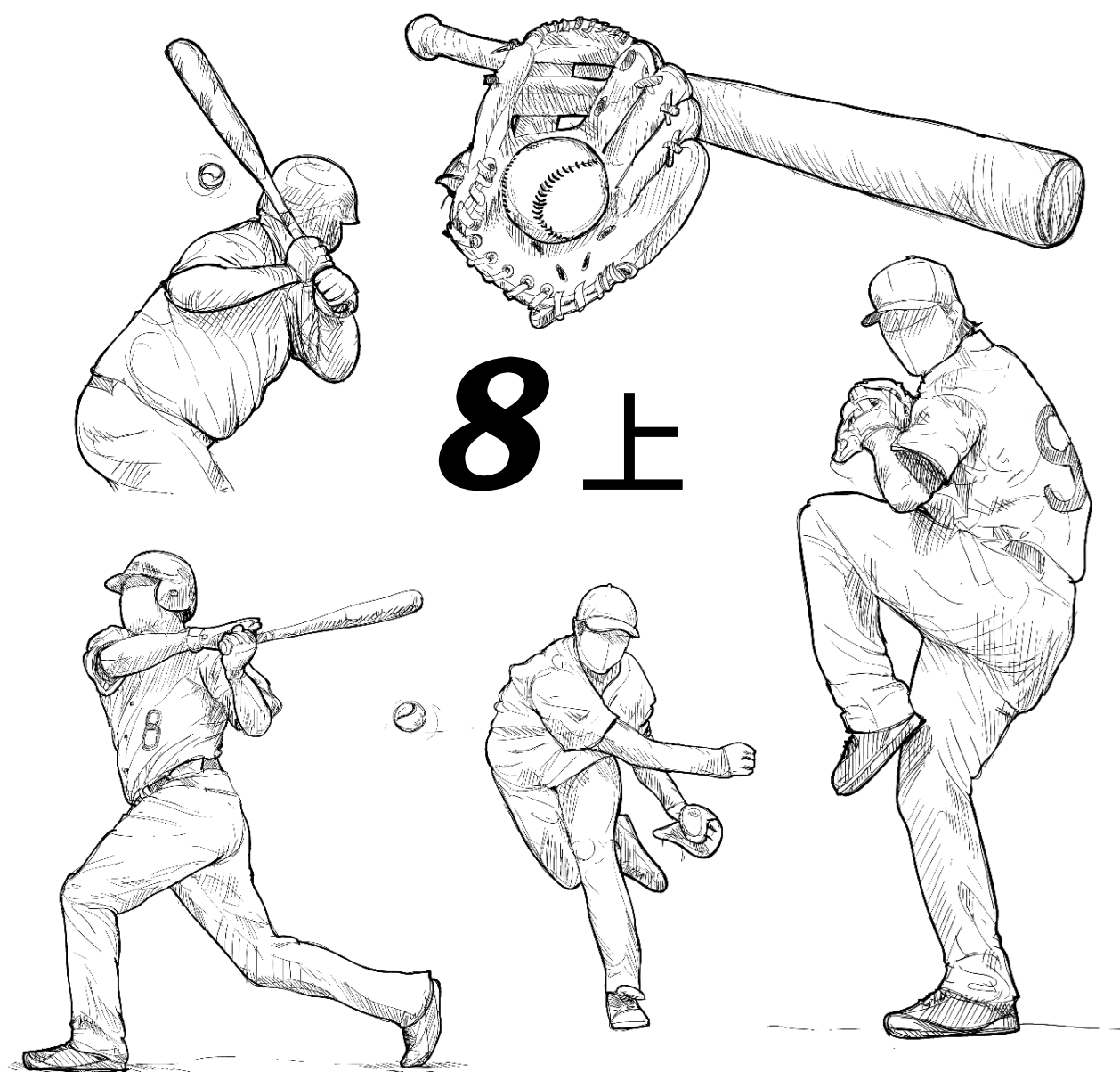


基礎特訓班



8 上

_____國民中學 二年 _____ 班 _____ 號

姓名 _____ 教師 _____ 老師

目次

第3冊

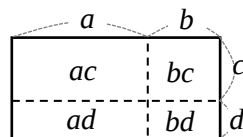
節	題目觀念	配合課本	頁次
1-1 乘法公式 重點整理 P03	❶ 利用分配律求值	P6~P8 例 1	4
	❷ 利用和的平方公式求值	P9~P11 例 2	5
	❸ 利用差的平方公式求值	P12~P13 例 3	6
	❹ 利用平方差公式求值	P14~P15 例 4	7
	❺ 利用乘法公式求面積	P16 例 5	8
1-2 多項式的加法與減法 重點整理 P09	❶ 認識多項式	P21~P23	10
	❷ 多項式的加法	P24~P25 例 1	11
	❸ 有缺項的多項式加法	P26 例 2	12
	❹ 多項式加法的應用	P27 例 3	13
	❺ 多項式的減法	P28 例 4	14
	❻ 多項式的加減法運算	P29 例 5	15
1-3 多項式的乘法與除法 重點整理 P16~P17	❶ 單項式與多項式的乘法	P33~P34 例 1	18
	❷ 一次式乘以一次式或二次式	P35~P36 例 2	19
	❸ 有缺項的多項式乘法	P37 例 3	20
	❹ 利用乘法公式做多項式的乘法	P38 例 4	21
	❺ 多項式乘法的應用題	P39 例 5	22
	❻ 多項式除以單項式	P41~P43 例 6	23
	❼ 多項式除以一次式	P44 例 7	24
	❽ 有缺項的多項式除法	P45 例 8	25
	❾ 多項式除法_商數係數為分數	P46 例 9	26
	❿ 被除式 = 除式×商式 + 餘式	P47 例 10	27
	⓫ 多項式的綜合應用	P48 例 11	28
2-1 平方根與近似值 重點整理 P29	❶ 正方形面積與邊長關係及完全平方數	P58~P60 例 1	30
	❷ 比較根號數的大小	P61 例 2	31
	❸ 利用標準分解式求值	P62 例 3	32
	❹ 以十分逼近法求近似值	P63~P64 例 4	33
	❺ 求出近似值的整數部分	P65 例 5	34
	❻ 求正整數的平方根	P67~P69 例 7	35
	❼ 求分數與小數的平方根	P69 例 8	36
	❽ 平方根的應用	P70 例 9	37
	❾ 正平方根的應用	P71 例 10	38
2-2 根式的運算 重點整理 P39~P40	❶ 根式的定義及數與根式的乘積	P75~P77 例 1	41
	❷ 根式的乘法	P78~P79 例 2	42
	❸ 根式的化簡與最簡根式	P80 例 3~P81	43
	❹ 根式的除法	P81~P82 例 4	44
	❺ 有理化分母	P83 例 5	45
	❻ 根式的近似值	P84~P85 例 6	46
	❼ 根式的加減	P86 例 7~P87 例 8	47
	❽ 根式的四則_計算並化簡根式	P88 例 9	48
	❾ 利用乘法公式化簡根式	P89 例 10	49
	❿ 利用有理化分母化為最簡根式	P90 例 11	50
	⓫ 方根運算的應用	P91 例 12	51

節	題目觀念	配合課本	頁次
2-3 畢氏定理 重點整理 P52	❶ 利用畢氏定理求長度	P95~P99 例 1	53
	❷ 斜邊上的高	P100 例 2	54
	❸ 找出坐標為 $\sqrt{a}$ 的點	P101~P102 例 3	55
	❹ 畢氏定理的應用	P103 例 4~P105 例 5	56
	❺ 水平、鉛垂線上兩點的距離	P107 例 6	57
	❻ 距離公式及其應用	P108 例 7~P109 例 8	58
3-1 提公因式法與乘法公式因式分解 重點整理 P59	❶ 因式與倍式的判斷	P118~P120 隨堂	60
	❷ 利用除法做因式分解	P121 例 1	61
	❸ 提單項公因式	P122~P123 例 2	62
	❹ 提一次式因式分解	P124 例 3	63
	❺ 變號與提兩次公因式	P125 例 4	64
	❻ 利用平方差公式因式分解	P126~P127 例 5	65
	❼ 利用平方公式因式分解_二次項係數為 1	P128~P129 例 6	66
	❽ 利用平方公式因式分解_二次項係數不為 1	P130 例 7	67
	❾ 利用平方公式差因式分解的應用	P131 例 8	68
3-2 利用十字交乘法因式分解 重點整理 P69	❶ 十字交乘法做因式分解_常數項為質數	P138 例 1	70
	❷ 十字交乘法做因式分解_常數項為正數	P140 例 2	71
	❸ 十字交乘法做因式分解_常數項為負數	P141 例 3	72
	❹ 十字交乘法做因式分解_綜合練習	P142 例 4	73
	❺ 十字交乘法因式分解_二次項係數不為 1	P143~P144 例 5	74
	❻ 十字交乘法因式分解_提公因數	P145 例 6	75
	❼ 因式分解的應用問題	P146 例 7	76
4-1 因式分解法解一元二次方程式 重點整理 P77~P78	❶ 一元二次方程式的解	P156~P158 隨堂	79
	❷ 利用提公因式法解方程式	P159 例 1	80
	❸ 利用平方差公式解方程式	P160 例 2	81
	❹ 利用平方公式解方程式	P161 例 3	82
	❺ 利用十字交乘法解方程式	P162 例 4	83
	❻ 化簡方程式再求解	P163 例 5	84
	❼ 方程式的係數化為整數再求解	P164 例 6	85
	❽ 已知方程式其中一解，求另一解	P165 例 7	86
	❾ 已知兩解，求方程式	P166 例 8	87
4-2 配方法與一元二次方程式的公式解 重點整理 P88	❶ 利用平方根概念解方程式	P170~P171 例 1	89
	❷ 解型如 $k(ax+b)^2=c$ 的方程式	P172 例 2	90
	❸ 將 x^2+mx 配成完全方程式	P173~P174 例 3	91
	❹ 配方法解一元二次方程式_ x^2 項係數為 1	P175 例 4	92
	❺ 配方法解一元二次方程式_ x^2 項係數不為 1	P176 例 5	93
	❻ 方程式解的應用	P177 例 6	94
	❼ 方程式解的類型	P178 例 7~P180	95
	❽ 一元二次方程式的公式解	P180~P181 例 8	96
	❾ 判別式的應用	P182 例 9	97
4-3 一元二次方程式的應用 重點整理 P98	❶ 數字關係	P186 例 1	99
	❷ 面積關係	P187 例 2	100
	❸ 寬度問題	P188 例 3	101
	❹ 買賣問題	P190 例 4	102
5-1 相對與累積次數分配圖表 重點整理 P103~P104	❶ 相對次數分配表	P198~P199 隨堂	105
	❷ 相對次數分配折線圖	P200~P201 例 1	106
	❸ 圓形圖呈現相對次數	P203 例 2	107
	❹ 累積次數分配表與累積相對次數分配表	P204~P205 例 3	108
	❺ 累積次數分配折線圖	P206~P207 例 4	109
	❻ 累積次數分配折線圖的判讀	P208 例 5	110
	❼ 累積相對次數分配折線圖的判讀	P209 例 6	111



概念 ① 利用分配律求值

1 分配律：設 a 、 b 、 c 、 d 是任意數，則 $(a+b)(c+d) = \underline{ac+ad+bc+bd}$ 。



例 $102 \times 108 = (100+2)(100+8) = 100 \times 100 + 100 \times 8 + 2 \times 100 + 2 \times 8 = 11016$ 。

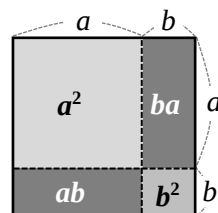
例 $102 \times 99 = (100+2)(100-1) = 100 \times 100 - 100 \times 1 + 2 \times 100 - 2 \times 1 = 10098$ 。



概念 ② 利用和的平方公式求值

1 和的平方公式：設 a 、 b 是任意數，

$$\begin{aligned} \text{則 } (a+b)^2 &= (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2。 \end{aligned}$$



例 $10.5^2 = (10+0.5)^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times 0.5 + 0.5^2 = 100 + 10 + 0.25 = 110.25$

例 $37^2 + 2 \times 37 \times 23 + 23^2 = (37+23)^2 = 60^2 = 3600$

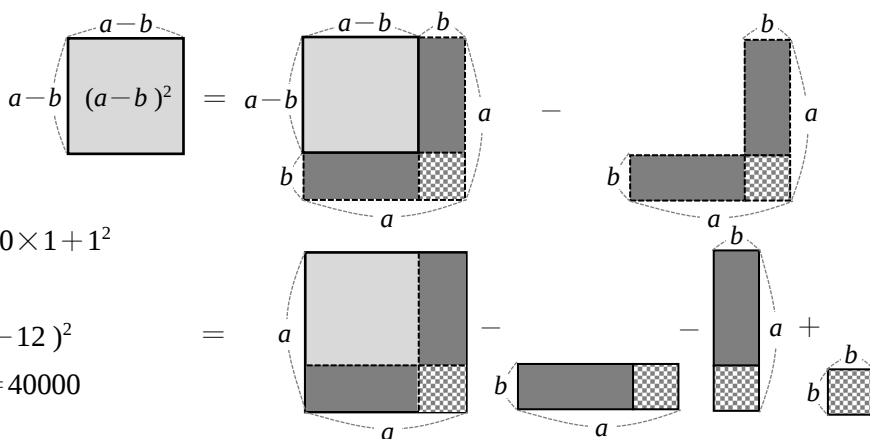


概念 ③ 利用差的平方公式求值

1 差的平方公式：

設 a 、 b 是任意數，

$$\begin{aligned} \text{則 } (a-b)^2 &= (a-b)(a-b) \\ &= a^2 - ab - ba + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2。 \end{aligned}$$



例 $299^2 = (300-1)^2 = 300^2 - 2 \times 300 \times 1 + 1^2$
 $= 90000 - 600 + 1 = 89401$

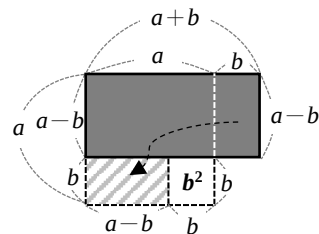
例 $212^2 - 2 \times 212 \times 12 + 12^2 = (212-12)^2$
 $= 200^2 = 40000$



概念 ④ 利用平方差公式求值

1 平方差公式：設 a 、 b 是任意數，則

$$\begin{aligned} (a+b)(a-b) &= (a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 \\ &= a^2 - b^2。 \end{aligned}$$



例 $103 \times 97 = (100+3)(100-3) = 100^2 - 3^2 = 10000 - 9 = 9991$

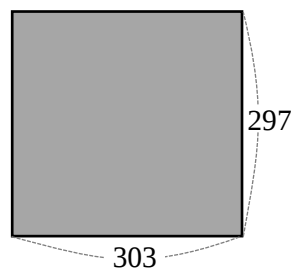
例 $12.5^2 - 2.5^2 = (12.5+2.5)(12.5-2.5) = 15 \times 10 = 150$



概念 ⑤ 利用乘法公式求面積

例 李叔叔有一塊長方形的農地，長為 303 公尺，寬為 297 公尺，求這塊農地的面積為多少平方公尺？

解 $303 \times 297 = (300+3)(300-3) = 300^2 - 3^2 = 90000 - 9$
 $= 89991$ (平方公尺)





- ① () $(100+2)(80-1)$ 的值，與下列哪個式子的值相等？(15分)

(A) $100 \times 80 - 100 \times 1 + 2 \times 80 + 2 \times 1$ (B) $100 \times 80 + 100 \times 1 + 2 \times 80 - 2 \times 1$
 (C) $100 \times 80 - 100 \times 1 + 2 \times 80 - 2 \times 1$ (D) $100 \times 80 - 100 \times 1 - 2 \times 80 - 2 \times 1$
- ② () $(90-1)(70-3)$ 的值，與下列哪個式子的值相等？(15分)

(A) $90 \times 70 - 90 \times 3 - 1 \times 70 + 1 \times 3$ (B) $90 \times 70 - 90 \times 3 - 1 \times 70 - 1 \times 3$
 (C) $90 \times 70 + 90 \times 3 - 1 \times 70 - 1 \times 3$ (D) $90 \times 70 + 90 \times 3 - 1 \times 70 + 1 \times 3$
- ③ () $(20-0.1)(30+0.3)$ 的值，與下列哪個式子的值相等？(15分)

(A) $20 \times 30 - 20 \times 0.3 - 0.1 \times 30 + 0.1 \times 0.3$ (B) $20 \times 30 + 20 \times 0.3 - 0.1 \times 30 + 0.1 \times 0.3$
 (C) $20 \times 30 + 20 \times 0.3 - 0.1 \times 30 - 0.1 \times 0.3$ (D) $20 \times 30 - 20 \times 0.3 + 0.1 \times 30 - 0.1 \times 0.3$
- ④ () 用分配律計算 101×98 ，下列何者正確？(15分)

(A) $101 \times 98 = (100+1)(100-2) = 100 \times 100 - 100 \times 2 + 1 \times 100 + 1 \times 2$
 (B) $101 \times 98 = (100+1)(100-2) = 100 \times 100 - 100 \times 2 + 1 \times 100 - 1 \times 2$
 (C) $101 \times 98 = (100-1)(100+2) = 100 \times 100 + 100 \times 2 - 1 \times 100 - 1 \times 2$
 (D) $101 \times 98 = (100+1)(100+2) = 100 \times 100 + 100 \times 2 + 1 \times 100 + 1 \times 2$
- ⑤ () 用分配律計算 $14\frac{1}{8} \times 8\frac{1}{7}$ ，下列何者正確？(10分)

(A) $14\frac{1}{8} \times 8\frac{1}{7} = (14 - \frac{1}{8})(8 - \frac{1}{7}) = 14 \times 8 - 14 \times \frac{1}{7} - \frac{1}{8} \times 8 - \frac{1}{8} \times \frac{1}{7}$
 (B) $14\frac{1}{8} \times 8\frac{1}{7} = (14 - \frac{1}{8})(8 - \frac{1}{7}) = 14 \times 8 - 14 \times \frac{1}{7} - \frac{1}{8} \times 8 + \frac{1}{8} \times \frac{1}{7}$
 (C) $14\frac{1}{8} \times 8\frac{1}{7} = (14 + \frac{1}{8})(8 + \frac{1}{7}) = 14 \times 8 + 14 \times \frac{1}{8} + 8 \times \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \times \frac{1}{7}$
 (D) $14\frac{1}{8} \times 8\frac{1}{7} = (14 + \frac{1}{8})(8 + \frac{1}{7}) = 14 \times 8 + 14 \times \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \times 8 + \frac{1}{8} \times \frac{1}{7}$
- ⑥ () 用分配律計算 202×299 的值為下列何者？(10分)

(A) 60398 (B) 59598
 (C) 60402 (D) 59898
- ⑦ () 用分配律計算 $18\frac{1}{5} \times 9\frac{8}{9}$ 的值為下列何者？(10分)

(A) $162\frac{8}{45}$ (B) $179\frac{44}{45}$ (C) $180\frac{1}{5}$ (D) $184\frac{8}{45}$
- ⑧ () 用分配律計算 20.2×29.9 的值為下列何者？(10分)

(A) 603.98 (B) 595.98
 (C) 604.02 (D) 598.98



- ① () 用和的平方公式計算 $(100+5)^2$ ，下列何者正確？(15 分)

(A) $(100+5)^2=100^2+100\times 5+5^2$ (B) $(100+5)^2=100^2+2\times 100\times 5+5^2$
 (C) $(100+5)^2=100^2+5^2$ (D) $(100+5)^2=2\times 100^2\times 5^2$
- ② () 用和的平方公式計算 30.4^2 ，下列何者正確？(15 分)

(A) $30.4^2=(30+0.4)^2=30^2+0.4^2$ (B) $30.4^2=(30+0.4)^2=30^2+30\times 0.4+0.4^2$
 (C) $30.4^2=(30+0.4)^2=30^2\times 0.4^2$ (D) $30.4^2=(30+0.4)^2=30^2+2\times 30\times 0.4+0.4^2$
- ③ () 用和的平方公式計算 $(30\frac{1}{6})^2$ ，下列何者正確？(10 分)

(A) $(30\frac{1}{6})^2=(30+\frac{1}{6})^2=900+\frac{1}{36}$ (B) $(30\frac{1}{6})^2=(30+\frac{1}{6})^2=900+2\times 30\times \frac{1}{6}+\frac{1}{36}$
 (C) $(30\frac{1}{6})^2=(30+\frac{1}{6})^2=900\times \frac{1}{36}$ (D) $(30\frac{1}{6})^2=(30+\frac{1}{6})^2=900+30\times \frac{1}{6}+\frac{1}{36}$
- ④ () 用和的平方公式計算 104^2 的值為下列何者？(10 分)

(A) 1016 (B) 10016
(C) 10816 (D) 10416
- ⑤ () 用和的平方公式計算 305^2 的值為下列何者？(10 分)

(A) 93025 (B) 9325
(C) 91525 (D) 90025
- ⑥ () 用和的平方公式計算 20.3^2 的值為下列何者？(10 分)

(A) 400.9 (B) 400.09
(C) 412.9 (D) 412.09
- ⑦ () 用和的平方公式計算 $(12\frac{1}{3})^2$ 的值為下列何者？(10 分)

(A) $152\frac{1}{9}$ (B) $148\frac{1}{9}$ (C) $144\frac{1}{9}$ (D) $24\frac{2}{3}$
- ⑧ () 用和的平方公式計算 $400^2+2\times 400\times 6+6^2$ 的值，與下列哪個式子的值相等？(10 分)

(A) 460^2 (B) 426^2 (C) 416^2 (D) 406^2
- ⑨ () 用和的平方公式計算 $300^2+300\times 6+3^2$ 的值，與下列哪個式子的值相等？(10 分)

(A) 302^2 (B) 303^2 (C) 306^2 (D) 309^2



- ① () 用差的平方公式計算 $(100-5)^2$ ，下列何者正確？(15 分)

(A) $(100-5)^2=100^2-100\times 5-5^2$ (B) $(100-5)^2=100^2-2\times 100\times 5-5^2$
 (C) $(100-5)^2=100^2-5^2$ (D) $(100-5)^2=100^2-2\times 100\times 5+5^2$
- ② () 用差的平方公式計算 29.6^2 ，下列何者正確？(15 分)

(A) $29.6^2=29^2\times 0.4^2$ (B) $29.6^2=30^2-2\times 30\times 0.4+0.4^2$
 (C) $29.6^2=30^2-0.4^2$ (D) $29.6^2=30^2-30\times 0.4-0.4^2$
- ③ () 用差的平方公式計算 $(29\frac{5}{6})^2$ ，下列何者正確？(10 分)

(A) $(29\frac{5}{6})^2=(30-\frac{1}{6})^2=900-\frac{1}{36}$ (B) $(29\frac{5}{6})^2=(30-\frac{1}{6})^2=900-2\times 30\times \frac{1}{6}+\frac{1}{36}$
 (C) $(29\frac{5}{6})^2=(30-\frac{1}{6})^2=900+\frac{1}{36}$ (D) $(29\frac{5}{6})^2=(30-\frac{1}{6})^2=900-2\times 30\times \frac{1}{6}-\frac{1}{36}$
- ④ () 用差的平方公式計算 199^2 的值為下列何者？(10 分)

(A) 39601 (B) 3601
 (C) 39801 (D) 39599
- ⑤ () 用差的平方公式計算 295^2 的值為下列何者？(10 分)

(A) 93025 (B) 89975
 (C) 87025 (D) 88525
- ⑥ () 用差的平方公式計算 39.8^2 的值為下列何者？(10 分)

(A) 1584.4 (B) 1583.96
 (C) 1584.04 (D) 1592.04
- ⑦ () 用差的平方公式計算 $(89\frac{8}{9})^2$ 的值為下列何者？(10 分)

(A) $7921\frac{64}{81}$ (B) $8080\frac{64}{81}$ (C) $8090\frac{1}{81}$ (D) $8080\frac{1}{81}$
- ⑧ () 用差的平方公式計算 $600^2-2\times 600\times 3+3^2$ 的值，與下列哪個式子的值相等？(10 分)

(A) 597^2 (B) 596^2 (C) 594^2 (D) 593^2
- ⑨ () 用差的平方公式計算 $500^2-500\times 10+5^2$ 的值，與下列哪個式子的值相等？(10 分)

(A) 505^2 (B) 495^2 (C) 490^2 (D) 475^2



- 1 () 用平方差公式計算 $(100+5)(100-5)$ 的值，與下列哪個式子的值相等？(10分)
 - (A) $100^2+2\times 5^2$
 - (B) $100^2-2\times 5^2$
 - (C) 100^2+5^2
 - (D) 100^2-5^2
- 2 () 下列何者與 302×298 的值不相等？(10分)
 - (A) $(300+2)(300-2)$
 - (B) $300^2-2\times 8$
 - (C) 300^2-2^2
 - (D) 89996
- 3 () 下列何者與 325^2-125^2 的值不相等？(10分)
 - (A) $(325-125)^2$
 - (B) $(325+125)(325-125)$
 - (C) 450×200
 - (D) 90000
- 4 () 下列何者與 $31.2^2-1.2^2$ 的值不相等？(10分)
 - (A) $(31.2+1.2)(31.2-1.2)$
 - (B) 32.4×30
 - (C) $(31.2-1.2)^2$
 - (D) 972
- 5 () 下列何者與 108^2-64 的值相等？(10分)
 - (A) 108^2-8^2
 - (B) $(108+8)(108-8)$
 - (C) 116×100
 - (D) 以上皆相等
- 6 () 下列何者為 201×199 的值？(10分)
 - (A) 39909
 - (B) 39999
 - (C) 40009
 - (D) 40019
- 7 () 下列何者為 245^2-145^2 的值？(10分)
 - (A) 39000
 - (B) 39025
 - (C) 29000
 - (D) 29025
- 8 () 下列何者為 96^2-16 的值？(10分)
 - (A) 9580
 - (B) 9360
 - (C) 9300
 - (D) 9200
- 9 () 下列何者為 $13.5^2-3.5^2$ 的值？(10分)
 - (A) 150
 - (B) 160
 - (C) 170
 - (D) 185
- 10 () 下列何者為 $10.7^2-0.49$ 的值？(10分)
 - (A) 107
 - (B) 114
 - (C) 117
 - (D) 124



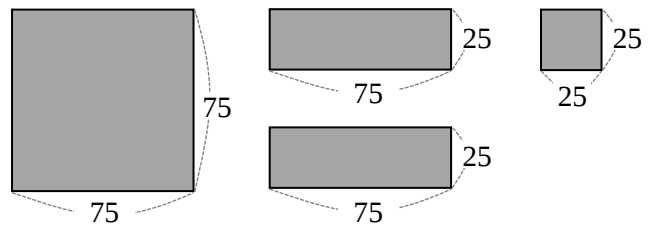
- 1 () 有 4 塊正方形或長方形的紙張如附圖，要求它們的面積和，下面算式何者正確？(10 分)

(A) $75^2 + 2 \times 75 \times 25 + 25^2$

(B) $(75 + 25)^2$

(C) 100^2

(D) 以上皆正確



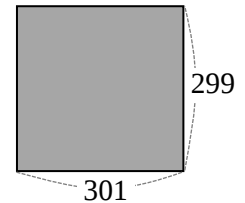
- 2 () 有一個長方形如附圖，求其面積為多少？(15 分)

(A) 90009

(B) 89999

(C) 80009

(D) 89909



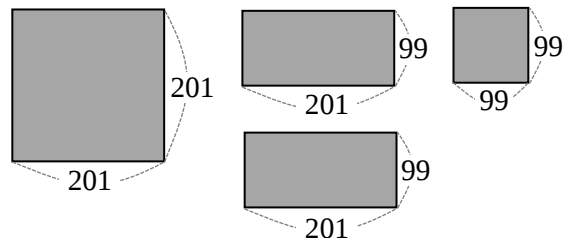
- 3 () 有 4 塊正方形或長方形的紙張如附圖，它們的面積和為多少？(15 分)

(A) 90000

(B) 89999

(C) 80001

(D) 80000



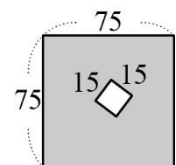
- 4 () 如附圖，若大正方形內有一挖空小正方形，試問灰色的面積為多少？(15 分)

(A) 6000

(B) 5800

(C) 5600

(D) 5400



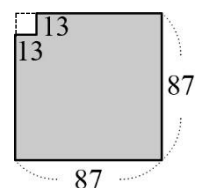
- 5 () 如附圖，將大正方形紙張的一個角落剪掉一個小正方形，求剩下的面積為多少？(15 分)

(A) 7200

(B) 7400

(C) 7600

(D) 7800



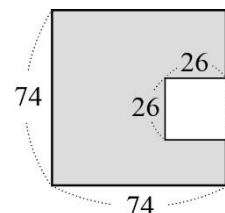
- 6 () 如附圖，將大正方形紙張的一邊剪掉一個小正方形，求剩下的面積為多少？(15 分)

(A) 3600

(B) 3800

(C) 4800

(D) 5800



- 7 () 有一邊長為 499 的正方形，試利用乘法公式求其面積為多少？(15 分)

(A) 249001

(B) 249991

(C) 24901

(D) 24991



概念 ① 認識多項式

1 多項式：由數與文字符號 x 進行加法和乘法運算的代數式，稱為 x 的多項式。例 $5x^3 - 2x^2 + 7$ 。

2 多項式的次數：一個多項式中，係數不為 0 的最高次項，其次數為此多項式的次數。如下。

例 $5x^3 - 2x^2 + 7$ 為三次多項式。

$$\begin{array}{ccccccc} & \text{三次項} & & \text{二次項} & & \text{一次項} & \text{常數項} \\ & 5x^3 & + & (-2)x^2 & + & 0x & + 7 \\ \uparrow & & & \uparrow & & \uparrow & \\ \text{三次項係數} & & & \text{二次項係數} & & \text{一次項係數} & \end{array}$$

3 降冪排列：一個多項式按照各項的次方由高而低的順序排列稱為降冪排列。例 $2x^2 + 3x + 4$ 。

4 升冪排列：一個多項式按照各項的次方由低而高的順序排列稱為升冪排列。例 $4 + 3x + 2x^2$ 。



概念 ② 多項式的加法

概念 ③ 有缺項的多項式加法

概念 ⑤ 多項式的減法

1 同類項：多項式中，文字符號及次數均相同的項稱為同類項。

例 $2x^2 + 3x + 4$ 與 $x^2 + 7x + 5$ 中， $2x^2$ 與 x^2 為同類項； $3x$ 與 $7x$ 為同類項。

2 使用橫式計算時，先去括號，再合併同類項。

$$\text{例 } (5x^2 + 3x + 1) + (x^2 - x + 3) = 5x^2 + 3x + 1 + x^2 - x + 3 = (5x^2 + x^2) + (3x - x) + (1 + 3) = 6x^2 + 2x + 4$$

$$(5x^2 + 3x + 1) - (x^2 - x + 3) = 5x^2 + 3x + 1 - x^2 + x - 3 = 4x^2 + 4x - 2$$

3 使用直式計算時，習慣上先把多項式按降冪排列，再把缺項補 0，最後對齊同類項做運算。

$$\begin{array}{r} \text{例} \quad 2x^2 - x + 3 \\ +) 5x^2 + 0x - 1 \\ \hline 7x^2 - x + 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2x^2 - x + 3 \\ -) 5x^2 + 0x - 1 \\ \hline -3x^2 - x + 4 \end{array}$$



概念 ④ 多項式加法的應用

例 若多項式 $ax^2 - bx + 3$ 與 $4x^2 - 2$ 相加後為常數多項式，則 a 、 b 分別為何？

解 因為 $ax^2 - bx + 3 + (4x^2 - 2) = ax^2 - bx + 3 + 4x^2 - 2 = (a + 4)x^2 - bx + 1$ 為常數多項式，

所以 $a + 4 = 0$ ， $-b = 0$ ，故 $a = -4$ ， $b = 0$ 。



概念 ⑥ 多項式的加減法運算

例 如右圖，邊與邊皆互相垂直，求 $\overline{AB} = ?$ $\overline{AF} = ?$

解 $\overline{AB} = \overline{CD} + \overline{EF} = 2x^2 - 3 + (3x^2 - 2x + 4)$

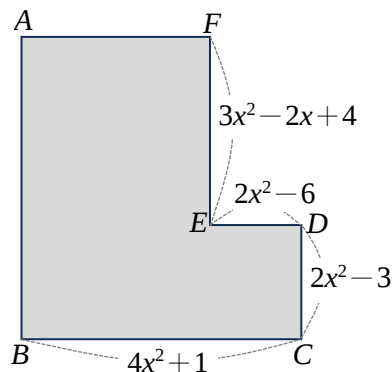
$$= 2x^2 - 3 + 3x^2 - 2x + 4$$

$$= 5x^2 - 2x + 1$$

$$\overline{AF} = \overline{BC} - \overline{DE} = 4x^2 + 1 - (2x^2 - 6)$$

$$= 4x^2 + 1 - 2x^2 + 6$$

$$= 2x^2 + 7$$





- ① () 有關多項式 $3x^2 - 2x + 5$ 的敘述，下列何者正確？(10分)

(A) 三次多項式，二次項係數為 3 (B) 二次多項式，一次項係數為 2
(C) 降幕排列為 $5 - 2x + 3x^2$ (D) 二次多項式，常數項為 5
- ② () 有關多項式 $-x + 4x^3$ 的敘述，下列何者正確？(10分)

(A) 三次多項式，二次項係數為 4 (B) 三次多項式，一次項係數為 -1
(C) 升幕排列為 $4x^3 - x$ (D) 二次多項式，常數項為 0
- ③ () 有關多項式 $6 - 5x^2 + 2x^3$ 的敘述，下列何者錯誤？(10分)

(A) 三次多項式，二次項係數為 5 (B) 三次多項式，一次項係數為 0
(C) 降幕排列為 $2x^3 - 5x^2 + 6$ (D) 三次多項式，常數項為 6
- ④ () 下列何者是一次多項式？(10分)

(A) $2x^3$ (B) $-3x^2$ (C) 9 (D) $2x + 6$
- ⑤ () 下列何者是二次多項式？(10分)

(A) $2x^3 + 4$ (B) $-3x + 5$ (C) $-7x^2$ (D) $x^3 + x^2$
- ⑥ () 下列何者是單項式？(10分)

(A) $2x^3$ (B) $-3x^2$ (C) 9 (D) 以上皆是
- ⑦ () 下列何者為 $-4x^2 + 2 - 3x^3 + 6x$ 的升幕排列？(10分)

(A) $3x^3 - 4x^2 + 6x + 2$ (B) $2 + 6x - 4x^2 - 3x^3$
(C) $-3x^3 - 4x^2 + 6x + 2$ (D) $2 - 3x^3 - 4x^2 + 6x$
- ⑧ () 下列何者為 $4x^2 - 9 - 5x^3$ 的降幕排列？(10分)

(A) $5x^3 - 4x^2 - 9$ (B) $-9 - 5x^3 - 4x^2$
(C) $-5x^3 - 4x^2 - 9$ (D) $-5x^3 + 4x^2 - 9$
- ⑨ () 下列何者為 $-6x + 2x^3 - 5$ 的二次項係數？(10分)

(A) -6 (B) 2 (C) 0 (D) -5
- ⑩ () 下列何者不是二次多項式？(10分)

(A) $-6x^2$ (B) $x + 2$ (C) $3x^2 - 1$ (D) $4 - 3x + 2x^2$



- ① () 合併 $3x^2 - 2x + 6 + 3x - 7x^2 - 2$ 的同類項後，一次項的係數為下列何者？(15 分)

(A) 5 (B) 4 (C) 1 (D) -4

- ② () 合併 $-5x^2 - 7x + 3 + 3x + x^2 - 9$ 的同類項後，二次項的係數為下列何者？(15 分)

(A) 5 (B) 4 (C) 1 (D) -4

- ③ () 若品謙利用直式作多項式加法如右，則 $A+B=?$ (10 分)

(A) -17 (B) -18 (C) -19 (D) -20

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x - 8 \\ +) \quad x^2 - 2x - 6 \\ \hline 2x^2 + Ax + B \end{array}$$

- ④ () 若芝璇利用直式作多項式加法如右，則 $A+B+C=?$ (10 分)

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

$$\begin{array}{r} 5x^2 - 3x - 7 \\ +) \quad x^2 - 2x + 6 \\ \hline Ax^2 + Bx + C \end{array}$$

- ⑤ () 若秉泰利用直式作多項式加法如右，則 $A+B+C=?$ (10 分)

(A) 5 (B) 3 (C) 1 (D) -1

$$\begin{array}{r} -9x^2 - 3x - 14 \\ +) \quad 4x^2 + 13x + 12 \\ \hline Ax^2 + Bx + C \end{array}$$

- ⑥ () 計算 $(x^2 - 2x - 4) + (3x^2 + 6x - 5) = ?$ (10 分)

(A) $4x^2 + 4x - 9$ (B) $4x^2 + 4x + 1$
(C) $4x^2 - 4x - 1$ (D) $4x^2 - 4x - 9$

- ⑦ () 計算 $(6x^2 - 3x + 5) + (-2x + 5x^2 - 8) = ?$ (10 分)

(A) $11x^2 - 5x - 3$ (B) $4x^2 + 2x - 3$
(C) $11x^2 + 2x - 3$ (D) $4x^2 - 5x - 3$

- ⑧ () 計算 $(-3x^2 - 4x + 2) + (-2x^2 + 3x - 2) = ?$ (10 分)

(A) $-5x^2 + x + 4$ (B) $-5x^2 - x + 4$
(C) $-5x^2 - x - 4$ (D) $-5x^2 - x$

- ⑨ () 計算 $(7x^2 + 3x - 5) + (6 - 3x - 5x^2) = ?$ (10 分)

(A) $2x^2 - 6x - 1$ (B) $2x^2 - 6x + 1$
(C) $2x^2 + 1$ (D) $4x^2 - 2x + 1$



- ① () 秉泰利用直式作計算 $(2x^2 - 6) + (3x^2 - 3x + 1)$ 如右，

則 $A + B + C = ?$ (20 分)

- (A) -9 (B) -8 (C) -5 (D) 2

$$\begin{array}{r} 2x^2 + Ax - 6 \\ +) 3x^2 - 3x + 1 \\ \hline 5x^2 + Bx + C \end{array}$$

- ② () 計算 $(-4 + 3x^2 - 5x) + (-6 + x^2) = ?$ (20 分)

- (A) $4x^2 - 5x - 10$ (B) $4x^2 - 5x - 2$
(C) $4x^2 - 5x + 2$ (D) $4x^2 + 5x - 10$

- ③ () 計算 $(-5x + 3x^2 - 7) + (5x^2 + 4) = ?$ (15 分)

- (A) $8x^2 - 5x - 11$ (B) $8x^2 - 5x - 3$
(C) $5x^2 - 5x - 11$ (D) $5x^2 - 5x - 3$

- ④ () 計算 $(2x + 8x^2 - 4) + (-6x^2 + 7) = ?$ (15 分)

- (A) $2x^2 + 2x + 3$ (B) $8x^2 - 2x - 11$
(C) $2x^2 - 2x - 11$ (D) $-2x^2 + 2x + 3$

- ⑤ () 計算 $(5x^2 - 4) + (-5x + 3x^2 - 7) = ?$ (15 分)

- (A) $5x^2 - 5x - 11$ (B) $5x^2 - 5x - 3$
(C) $8x^2 - 5x - 11$ (D) $8x^2 - 5x - 3$

- ⑥ () 計算 $(-4x^2 + 6) + (-9x + 8x^2 - 1) = ?$ (15 分)

- (A) $-4x^2 - 9x - 5$ (B) $-4x^2 - 9x + 5$
(C) $4x^2 + 9x + 5$ (D) $4x^2 - 9x + 5$



- 1 () 若多項式 $(a-1)x^2 + (b-4)x + 6$ 為常數多項式，則 $a+b=?$ (15 分)
(A) -5 (B) -6 (C) 5 (D) 6

- 2 () 若多項式 $(-a+7)x^2 - 5x + (b+2)$ 為單項式，則 $a+b=?$ (15 分)
(A) 5 (B) 9 (C) -5 (D) -9

- 3 () 若多項式 $(ax^2 + bx + c) + (3x^2 - 3x + 1)$ 的結果為 0 ，則下列敘述何者錯誤? (15 分)
(A) $a=3$ (B) $b=3$ (C) $c=-1$ (D) $a+b+c=-1$

- 4 () 若多項式 $(ax^2 + bx + c) + (-4 + 3x^2 - 5x)$ 的結果為 0 ，則 $a+b+c=?$ (15 分)
(A) -6 (B) 6 (C) 4 (D) -4

- 5 () 若多項式 $ax^2 + bx - 9$ 與 $5x^2 + 4$ 相加後為常數多項式，則 $a+b=?$ (10 分)
(A) 5 (B) -5 (C) 9 (D) -9

- 6 () 若多項式 $-ax^2 - 6x + 4$ 與 $bx + 2x^2 + 1$ 相加後為常數多項式，則 $a+b=?$ (15 分)
(A) 10 (B) -4 (C) 8 (D) -8

- 7 () 若多項式 $(ax^2 - 6x + 4) + (9x^2 - bx + c)$ 的結果為 0 ，則 $a+b+c=?$ (15 分)
(A) 11 (B) -11 (C) 19 (D) -19



- 1 () 若品謙利用直式作多項式減法如右，則 $A+B=?$ (15 分)

(A) -3 (B) -7 (C) -15 (D) -19

$$\begin{array}{r} 4x^2 - 3x - 8 \\ -) \quad x^2 + 2x - 6 \\ \hline 3x^2 + Ax + B \end{array}$$

- 2 () 若芝璇利用直式作多項式減法如右，則 $A+B+C=?$ (15 分)

(A) -10 (B) 10 (C) -18 (D) 18

$$\begin{array}{r} 5x^2 + 0x - 7 \\ -) \quad x^2 - 2x + 9 \\ \hline Ax^2 + Bx + C \end{array}$$

- 3 () 計算 $(x^2 - 2x - 4) - (3x^2 + 6x - 5) = ?$ (10 分)

(A) $-2x^2 - 8x - 9$ (B) $-2x^2 + 4x + 1$
(C) $-2x^2 - 8x + 1$ (D) $-2x^2 - 4x - 9$

- 4 () 計算 $(6x^2 - 3x + 5) - (-2x + 5x^2 - 8) = ?$ (10 分)

(A) $x^2 - 5x - 3$ (B) $x^2 - x - 3$
(C) $x^2 - 5x + 13$ (D) $x^2 - x + 13$

- 5 () 計算 $(-3x^2 - 4x + 2) - (-2x^2 + 3x - 2) = ?$ (10 分)

(A) $-x^2 - 7x + 4$ (B) $-x^2 - x$
(C) $-x^2 - x + 4$ (D) $-x^2 - 7x$

- 6 () 計算 $(7x^2 + 3x - 5) - (6 - 3x - 5x^2) = ?$ (10 分)

(A) $12x^2 + 6x + 1$ (B) $12x^2 - 11$
(C) $12x^2 + 6x - 11$ (D) $2x^2 + 1$

- 7 () 計算 $(2x + 8x^2 - 4) - (-6x^2 + 1) = ?$ (10 分)

(A) $14x^2 + 2x - 5$ (B) $2x^2 + 2x - 5$
(C) $14x^2 + 2x - 3$ (D) $2x^2 + 2x - 3$

- 8 () 計算 $(5x^2 - 4) - (-5x + 3x^2 - 7) = ?$ (10 分)

(A) $2x^2 - 5x - 11$ (B) $2x^2 - 5x + 3$
(C) $2x^2 + 5x - 11$ (D) $2x^2 + 5x + 3$

- 9 () 計算 $(-4x^2 + 6) - (-9x + 8x^2 - 1) = ?$ (10 分)

(A) $-12x^2 - 9x + 7$ (B) $-12x^2 - 9x + 5$
(C) $-12x^2 + 9x + 7$ (D) $-12x^2 + 9x + 5$



Nani

基礎特訓班

1-2 多項式的加法與減法

概念 6 多項式的加減法運算

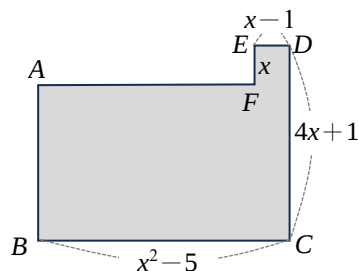
班 號

姓名

- 1 () 如右圖，邊與邊皆互相垂直，若 $\overline{BC} = x^2 - 5$ ， $\overline{CD} = 4x + 1$ ，

$\overline{DE} = x - 1$ ， $\overline{EF} = x$ ，則 $\overline{AB} = ?$ (20 分)

- (A) $3x + 1$ (B) $3x$
(C) $3x - 1$ (D) $3x + 2$



- 2 () 承 1， $\overline{AF} = ?$ (20 分)？

- (A) $x^2 + x - 4$ (B) $x^2 - x - 6$
(C) $x^2 - x - 4$ (D) $x^2 - x - 5$

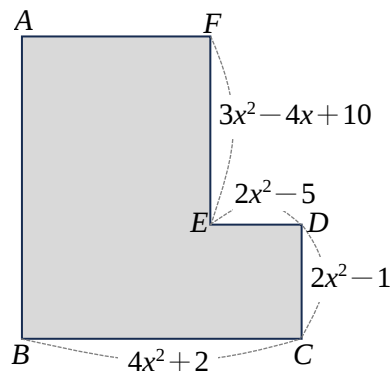
- 3 () 承 1、2， $\overline{BC} + \overline{CD} = ?$ (15 分)

- (A) $x^2 + 4x - 6$ (B) $x^2 - 4x - 6$
(C) $x^2 + 4x + 4$ (D) $x^2 + 4x - 4$

- 4 () 如右圖，邊與邊皆互相垂直，若 $\overline{BC} = 4x^2 + 2$ ， $\overline{CD} = 2x^2 - 1$ ，

$\overline{DE} = 2x^2 - 5$ ， $\overline{EF} = 3x^2 - 4x + 10$ ，則 $\overline{AB} = ?$ (15 分)

- (A) $3x^2 - 6x + 9$ (B) $5x^2 - 4x + 9$
(C) $3x^2 - 2x + 11$ (D) $5x^2 - 4x + 11$



- 5 () 承 4， $\overline{AF} = ?$ (15 分)

- (A) $2x^2 + 2x - 3$ (B) $2x^2 - 3$
(C) $2x^2 - 2x + 7$ (D) $2x^2 + 7$

- 6 () 承 4， $\overline{AB} - \overline{BC} = ?$ (15 分)

- (A) $x^2 - 4x + 11$ (B) $9x^2 - 6x - 9$
(C) $x^2 - 4x + 7$ (D) $9x^2 - 4x + 11$



概念 ① 單項式與多項式的乘法

1 單項式 $\times$ 單項式：將係數與係數相乘，文字符號與文字符號相乘。例 $4x \cdot (-3x) = -12x^2$

2 單項式 $\times$ 多項式：將 x 代表一個數，再用分配律展開。例 $4x \cdot (3x-2) = 4x \cdot 3x - 4x \cdot 2 = 12x^2 - 8x$



概念 ② 一次式乘以一次式或二次式

1 橫式：利用分配律展開後，再合併同類項。

例 $(2x+1)(3x-1) = 6x^2 - 2x + 3x - 1 = 6x^2 + x - 1$ 例 $(5x^2+1)(2x-3) = 10x^3 - 15x^2 + 2x - 3$

2 直式：降冪排列，缺項補 0，對齊同類項。

例

$$\begin{array}{r} 3x + 4 \\ \times) x^2 + 2x - 3 \\ \hline -9x - 12 \leftarrow (3x+4) \times (-3) \\ 6x^2 + 8x \leftarrow (3x+4) \times (2x) \\ 3x^3 + 4x^2 \leftarrow (3x+4) \times (x^2) \\ \hline 3x^3 + 10x^2 - x - 12 \end{array}$$

例

$$\begin{array}{r} 5x^2 + 0x + 1 \\ \times) 2x - 3 \\ \hline -15x^2 + 0x - 3 \leftarrow (5x^2+0x+1) \times (-3) \\ 10x^3 + 0x^2 + 2x \leftarrow (5x^2+0x+1) \times (2x) \\ \hline 10x^3 - 15x^2 + 2x - 3 \end{array}$$



概念 ④ 利用乘法公式做多項式的乘法

1 做多項式的乘法時，若能寫成乘法公式的型式，則可以用乘法公式展開。

例 利用和的平方公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ： $(3x+4)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 4 + 4^2 = 9x^2 + 24x + 16$

例 利用差的平方公式 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ： $(5x-6)^2 = (5x)^2 - 2 \cdot 5x \cdot 6 + 6^2 = 25x^2 - 60x + 36$

例 利用平方差公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ： $(x^2+7)(x^2-7) = (x^2)^2 - 7^2 = x^4 - 49$



概念 ⑤ 多項式乘法的應用

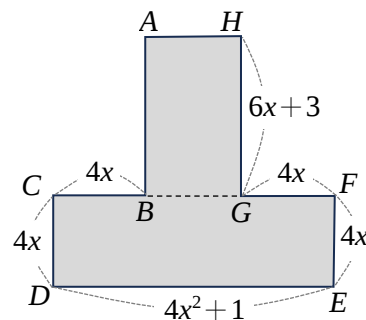
例 如右圖，相鄰的兩線段均互相垂直，求灰色的面積 = ？

解 $\overline{AH} = \overline{DE} - \overline{CB} - \overline{GF} = 4x^2 + 1 - 4x - 4x = 4x^2 - 8x + 1$

長方形 $ABGH$ 的面積 $= \overline{AH} \cdot \overline{HG} = (4x^2 - 8x + 1)(6x + 3)$
 $= 24x^3 + 12x^2 - 48x^2 - 24x + 6x + 3 = 24x^3 - 36x^2 - 18x + 3$

長方形 $CDEF$ 的面積 $= \overline{DE} \cdot \overline{CD} = (4x^2 + 1) \cdot 4x = 16x^3 + 4x$

故灰色的面積 $= 24x^3 - 36x^2 - 18x + 3 + 16x^3 + 4x = 40x^3 - 36x^2 - 14x + 3$



概念 ⑥ 多項式除以單項式

概念 ⑦ 多項式除以一次式

概念 ⑧ 有缺項的多項式除法

1 做多項式的除法時，先降冪排列，缺項補 0 後再運算，餘式的次數須低於除式或等於 0 才算完成。

例 多項式 $\div$ 單項式

例 $8x^2 \div 4x$

$$\begin{array}{r} 2x + 3 \\ 4x \overline{) 8x^2 + 12x} \\ \underline{8x^2} \\ 12x \\ \underline{12x} \\ 0 \end{array}$$

例 多項式 $\div$ 一次式

例 $12x^2 \div 3x$

$$\begin{array}{r} 4x + 7 \\ 3x-2 \overline{) 12x^2 + 13x - 12} \\ \underline{12x^2 - 8x} \\ 21x - 12 \\ \underline{21x - 14} \\ 2 \end{array}$$

例 有缺項的多項式除法

例 $16x^2 \div 2x$

$$\begin{array}{r} 8x - 4 \\ 2x+1 \overline{) 16x^2 + 0x - 3} \\ \underline{16x^2 + 8x} \\ -8x - 3 \\ \underline{-8x - 4} \\ 1 \end{array}$$



概念 9 多項式除法_商數係數為分數

例 ① $(4x^2 + 13x - 12) \div (3x - 6)$

解

$$\begin{array}{r}
 \text{① } 4x^2 \div 3x \rightarrow \frac{4}{3}x + 7 \quad \text{③ } 21x \div 3x \\
 3x-6 \overline{) 4x^2 + 13x - 12} \\
 \underline{4x^2 - 8x} \quad \text{② } (3x-6) \cdot \frac{4}{3}x \\
 21x - 12 \\
 \underline{21x - 42} \quad \text{④ } 13x - (-8x) \rightarrow 21x - 12 \\
 30 \quad \text{⑤ } (3x-6) \cdot 7 \\
 \text{⑥ } 12 - (-42) \rightarrow 30
 \end{array}$$

故 $(4x^2 + 13x - 12) \div (3x - 6)$

商式為 $\frac{4}{3}x + 7$ ，餘式為 30。

② $(6x^2 - 3) \div (2x - 1)$

$$\begin{array}{r}
 \text{① } 6x^2 \div 2x \rightarrow 3x + \frac{3}{2} \quad \text{③ } 3x \div 2x \\
 2x-1 \overline{) 6x^2 + 0x - 3} \\
 \underline{6x^2 - 3x} \quad \text{② } (2x-1) \cdot 3x \\
 3x - 3 \\
 \underline{3x - \frac{3}{2}} \quad \text{④ } 0x - (-3x) \rightarrow 3x - 3 \\
 -\frac{3}{2} \quad \text{⑤ } (2x-1) \cdot \frac{3}{2} \\
 \text{⑥ } -3 - (-\frac{3}{2}) \rightarrow -\frac{3}{2}
 \end{array}$$

故 $(6x^2 - 3) \div (2x - 1)$

商式為 $3x + \frac{3}{2}$ ，餘式為 $-\frac{3}{2}$ 。



概念 10 被除式 = 除式 × 商式 + 餘式

1 多項式除法中：被除式 = 除式 × 商式 + 餘式。

例 $(9x^2 + 8) \div (3x + 1)$ 的商式為 $3x - 1$ ，餘式為 9，也可以寫成：

$$\begin{array}{ccccccc}
 9x^2 + 8 & = & (3x + 1)(3x - 1) & + & 9 \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 \text{被除式} & = & \text{除式} \times \text{商式} & + & \text{餘式}
 \end{array}$$

例 若多項式 A 除以 $2x + 3$ 得商式為 $4x - 1$ ，餘式為 7，求多項式 A 。

解 $A = (2x + 3)(4x - 1) + 7$
 $= 8x^2 - 2x + 12x - 3 + 7$
 $= 8x^2 + 10x + 4$



概念 11 多項式的綜合應用

例 計算下列各題：

(1) 已知 $(3x^2 - 7x + a) \div (x - 3)$ 計算後得餘式為 1，求 a 的值。

(2) 已知 $(ax + b)(3x + 2)$ 乘開後得 $12x^2 + 5x - 2$ ，求 a 與 b 的值。

解

$$\begin{array}{r}
 (1) \quad \begin{array}{r} 3x + 2 \\ x-3 \overline{) 3x^2 - 7x + a} \\ \underline{3x^2 - 9x} \\ 2x + a \\ \underline{2x - 6} \\ a + 6 \end{array}
 \end{array}$$

$$a + 6 = 1, \text{ 故 } a = -5$$

$$\begin{array}{r}
 (2) \quad \begin{array}{r} 4x - 1 \\ 3x+2 \overline{) 12x^2 + 5x - 2} \\ \underline{12x^2 + 8x} \\ -3x - 2 \\ \underline{-3x - 2} \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

$$ax + b = 4x - 1, \text{ 故 } a = 4, b = -1。$$



- ① () 計算 $x(x+3)=?$ (15 分)
(A) $2x+3$ (B) x^2+3 (C) $2x^2+3x$ (D) x^2+3x

- ② () 計算 $(-x)(2x+1)=?$ (15 分)
(A) $-2x^2+x$ (B) $2x^2-x$ (C) $-2x^2-x$ (D) $-2x^2+1$

- ③ () 計算 $2x(x-4)=?$ (15 分)
(A) $3x-8$ (B) $2x^2-8x$ (C) $2x-8$ (D) $2x^2-4x$

- ④ () 計算 $(-2x)(x^2-5)=?$ (15 分)
(A) $-2x^3-10x$ (B) $-2x^3+10x$ (C) $-2x^3-10x^2$ (D) $-2x^3+10x^2$

- ⑤ () 計算 $(-4x)(3x+5)=?$ (10 分)
(A) $-12x^2-20x$ (B) $-12x^2+20x$ (C) $-12x^2-20$ (D) $-12x^2+20$

- ⑥ () 計算 $(x^2-2x)(-3x)=?$ (10 分)
(A) $-3x^2-6x$ (B) $-3x^3-6x^2$ (C) $-3x^3+6x^2$ (D) $-3x^2+6x$

- ⑦ () 計算 $3x(-3x^2-2x+1)=?$ (10 分)
(A) $-9x^3-6x^2+3x$ (B) $-9x^2-6x+3$ (C) $-9x^3-6x^2+3$ (D) $-3x^3-6x^2+3x$

- ⑧ () 計算 $(3x^2-5x-2)(-x)=?$ (10 分)
(A) $-3x^3-5x^2-2x$ (B) $-3x^3+5x^2+2$ (C) $3x^3-5x^2-2x$ (D) $-3x^3+5x^2+2x$



Nani

基礎特訓班

1-3 多項式的乘法與除法

概念 ② 一次式乘以一次式或二次式

班 號

姓名

- ① () 品謙利用直式作多項式乘法如右，則 $c = ?$ (20 分)

(A) 16 (B) 13 (C) 7 (D) -7

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

- ② () 芝璇利用直式作多項式乘法如右，則 $a + b + c = ?$ (20 分)

(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

- ③ () 計算 $(x-4)(3x+5) = ?$ (15 分)

(A) $3x^2 - 17x - 20$ (B) $3x^2 - 17x + 20$
(C) $3x^2 - 7x - 20$ (D) $3x^2 + 17x - 20$

- ④ () 計算 $(6x-3)(-2x+1) = ?$ (15 分)

(A) $12x^2 - 12x - 3$ (B) $12x^2 - 3$
(C) $12x^2 + 12x - 3$ (D) $-12x^2 + 12x - 3$

- ⑤ () 計算 $(4x+2)(2x^2+3x-1) = ?$ (15 分)

(A) $8x^3 + 16x^2 + 2x - 2$ (B) $8x^3 + 6x^2 + 2x - 2$
(C) $8x^3 + 16x^2 + 10x - 2$ (D) $8x^3 + 6x^2 + 10x - 2$

- ⑥ () 計算 $(3x-5)(5x^2-3x+2) = ?$ (15 分)

(A) $15x^3 - 16x^2 + 21x - 10$ (B) $15x^3 - 16x^2 - 9x - 10$
(C) $15x^3 - 34x^2 + 21x - 10$ (D) $15x^3 - 34x^2 - 9x - 10$



Nani

基礎特訓班

1-3 多項式的乘法與除法

概念 3 有缺項的多項式乘法

班 號

姓名

- 1 () 品謙計算 $(2x^2-3)(4x-2)$ 如右，則 $a+b+c=?$ (20 分)

(A) 20 (B) 16 (C) 12 (D) -4

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 0x - 3 \\ \times) \quad 4x - 2 \\ \hline - 4x^2 + ax + 6 \\ bx^3 + 0x^2 - 12x \\ \hline bx^3 - 4x^2 - cx + 6 \end{array}$$

- 2 () 芝璇用直式計算 $(2x-3)(5x^2-4)$ 時，因為

乘法符合交換律，因此以 $(5x^2-4)(2x-3)$

列式如右，則 $a+b+c=?$ (20 分)

(A) 30 (B) 25 (C) 15 (D) 10

$$\begin{array}{r} 5x^2 + 0x - 4 \\ \times) \quad 2x - 3 \\ \hline - 15x^2 + 0x + 12 \\ bx^3 + ax^2 - 8x \\ \hline bx^3 - cx^2 - 8x + 12 \end{array}$$

- 3 () 計算 $(4x^2+1)(2x+5)=?$ (15 分)

(A) $8x^3+16x^2+2x+5$ (B) $8x^3+16x^2+5$

(C) $8x^3+20x^2+2x+5$ (D) $8x^3+20x^2+5$

- 4 () 計算 $(7x^2+2)(3x-4)=?$ (15 分)

(A) $21x^3+28x^2+6x-8$ (B) $21x^3+28x^2+6x+8$

(C) $21x^3-28x^2-6x-8$ (D) $21x^3-28x^2+6x-8$

- 5 () 計算 $(x+5)(2x^2-3)=?$ (15 分)

(A) $2x^3+10x^2-3x-15$ (B) $2x^3+12x^2-3x-15$

(C) $2x^3+10x^2+3x-15$ (D) $2x^3+12x^2+3x-15$

- 6 () 計算 $(5x-1)(3x^2-7)=?$ (15 分)

(A) $15x^3-3x^2-35x-7$ (B) $15x^3+3x^2-35x-7$

(C) $15x^3-3x^2-35x+7$ (D) $15x^3+3x^2-35x+7$



Nani

基礎特訓班

1-3 多項式的乘法與除法

概念 ④ 利用乘法公式做多項式的乘法

____ 班 ____ 號

姓名

- 1 () 禹晴用乘法公式計算 $(3x-2)^2$ ，求得 $(3x-2)^2 = (ax)^2 - 2 \cdot bx \cdot 2 + c^2$ ，
則 $a+b+c = ?$ (15分)
(A) 5 (B) 7 (C) 8 (D) 10
- 2 () 立翔用乘法公式計算 $(5x+3)(5x-3)$ ，求得 $(5x+3)(5x-3) = (ax)^2 - b^2$ ，則
 $a+b = ?$ (15分)
(A) 2 (B) 8 (C) 15 (D) 34
- 3 () 用乘法公式計算 $(2x+3)^2 = ?$ (15分)
(A) $4x^2+5x+9$ (B) $4x^2+6x+9$ (C) $4x^2+10x+9$ (D) $4x^2+12x+9$
- 4 () 用乘法公式計算 $(5x-4)^2 = ?$ (15分)
(A) $5x^2+20x-16$ (B) $25x^2-40x-8$ (C) $25x^2-40x+16$ (D) $5x^2+20x+16$
- 5 () 用乘法公式計算 $(7x+4)(7x-4) = ?$ (10分)
(A) $49x^2-16$ (B) $14x^2-56$ (C) $49x^2-28x+16$ (D) $14x^2-56x+16$
- 6 () 用乘法公式計算 $(4x^2+1)^2 = ?$ (10分)
(A) $16x^2+8x+1$ (B) $16x^2+4x+1$ (C) $16x^4+8x^2+1$ (D) $16x^4+4x^2+1$
- 7 () 用乘法公式計算 $(2x^2-7)^2 = ?$ (10分)
(A) $4x^4-28x^2+49$ (B) $4x^4-28x^2-49$ (C) $4x^4-14x^2+49$ (D) $4x^4-14x^2-49$
- 8 () 用乘法公式計算 $(3x^2-5)(3x^2+5) = ?$ (10分)
(A) $9x^2-25$ (B) $9x^4-25$ (C) $9x^4-30x^2+25$ (D) $9x^4+30x-25$



Nani

基礎特訓班

1-3 多項式的乘法與除法

概念 5 多項式乘法的應用題

____ 班 ____ 號

姓名

① 如右圖，相鄰的兩線段均互相垂直，請根據圖上的標示，回答下面的問題？

(1) () 求長方形 $CDEF$ 的面積為多少？(20 分)

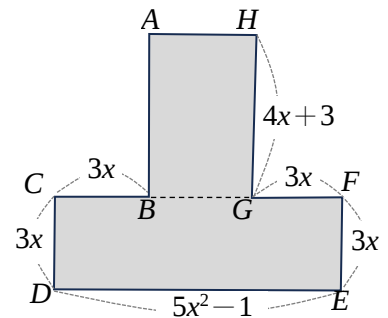
- (A) $15x^3 - 3x^2$ (B) $15x^3 - 3x$
(C) $15x^2 - 3x$ (D) $15x^2 - 3$

(2) () 求長方形 $ABGH$ 的面積為多少？(20 分)

- (A) $20x^3 - 9x^2 - 22x - 3$ (B) $20x^3 + 9x^2 - 14x - 3$
(C) $20x^3 - 6x^2 - 17x - 3$ (D) $20x^3 + 6x^2 - 22x - 3$

(3) () 求整個灰色圖形的面積為多少？(10 分)

- (A) $35x^3 - 9x^2 - 22x - 6$ (B) $35x^3 + 6x^2 - 11x - 3$
(C) $35x^3 - 9x^2 - 25x - 3$ (D) $35x^3 + 9x^2 - 25x - 3$



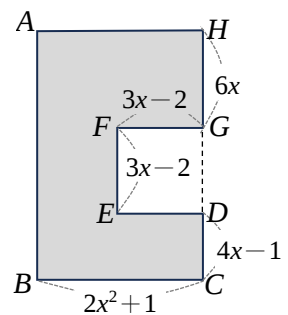
② 如右圖，相鄰的兩線段均互相垂直，請根據圖上的標示，回答下面的問題。

(1) () 求正方形 $GFED$ 的面積為多少？(20 分)

- (A) $9x^2 - 6x + 4$ (B) $9x^2 - 12x - 4$
(C) $9x^2 + 12x - 4$ (D) $9x^2 - 12x + 4$

(2) () 求長方形 $ABCH$ 的面積為多少？(20 分)

- (A) $26x^2 + 7x - 3$ (B) $26x^3 - 6x^2 + 13x - 3$
(C) $26x^3 + 6x^2 - 13x - 3$ (D) $26x^3 - 15x^2 + 13x - 3$



(3) () 求整個灰色圖形的面積為多少？(10 分)

- (A) $26x^3 - 15x^2 + 25x - 7$ (B) $26x^3 - 15x^2 + x + 1$
(C) $26x^3 - 3x^2 + 25x - 7$ (D) $26x^3 - 15x^2 + 25x + 1$



- 1 () 品謙利用直式作多項式除法如右，則 $a = ?$ (15 分)

(A) 5 (B) 3 (C) -5 (D) -3

$$\begin{array}{r} a \\ -3x \overline{) 15x + 10} \\ \underline{15x} \\ 10 \end{array}$$

- 2 () 芝璇利用直式作多項式除法如右，則 $a + b + c = ?$ (15 分)

(A) 16 (B) 15 (C) 13 (D) 12

$$\begin{array}{r} ax - b \\ 2x \overline{) 6x^2 - 10x - 7} \\ \underline{6x^2} \\ -10x - 7 \\ \underline{-10x} \\ -c \end{array}$$

- 3 () 若 $(21x^2 + 35x - 23) \div 7x$ 的商式為 Q 且餘式為 R ，

則 Q 、 R 分別為何？(15 分)

(A) $Q = 3x + 5$ ， $R = -23$ (B) $Q = 3x + 5$ ， $R = 23$
(C) $Q = 3x - 5$ ， $R = 23$ (D) $Q = 3x - 5$ ， $R = -23$

- 4 () 若 $(18x^2 - 27x + 12) \div 3x$ 的商式為 Q 且餘式為 R ，

則 Q 、 R 分別為何？(15 分)

(A) $Q = 6x + 9$ ， $R = -12$ (B) $Q = 6x$ ， $R = -27x + 12$
(C) $Q = 6x - 9$ ， $R = 12$ (D) $Q = 6x$ ， $R = 27x + 12$

- 5 () 若 $(-36x^2 + 24x + 20) \div 4x^2$ 的商式為 Q 且餘式為 R ，

則 Q 、 R 分別為何？(15 分)

(A) $Q = -9$ ， $R = -20$ (B) $Q = -9$ ， $R = 24x - 20$
(C) $Q = -9$ ， $R = 20$ (D) $Q = -9$ ， $R = 24x + 20$

- 6 () 若 $(-35x^2 + 20x + 20) \div (-5x)$ 的商式為 Q 且餘式為 R ，

則 Q 、 R 分別為何？(15 分)

(A) $Q = -7x - 4$ ， $R = -20$ (B) $Q = 7x - 4$ ， $R = 20$
(C) $Q = -7x + 4$ ， $R = 20$ (D) $Q = 7x + 4$ ， $R = 20$

- 7 () 若 $(24x^2 - 30x + 9) \div (-6x)$ 的商式為 Q 且餘式為 R ，

則 Q 、 R 分別為何？(10 分)

(A) $Q = -4x + 5$ ， $R = 9$ (B) $Q = 4x + 5$ ， $R = -9$
(C) $Q = -4x - 5$ ， $R = 9$ (D) $Q = 4x - 5$ ， $R = -9$



Nani

基礎特訓班

1-3 多項式的乘法與除法

概念 7 多項式除以一次式

班 號

姓名

- 1 () 品謙利用直式作多項式除法如右，則 a 、 b 分別為何？(20 分)

(A) $a=6$ ， $b=16$

(B) $a=-6$ ， $b=16$

(C) $a=6$ ， $b=4$

(D) $a=-6$ ， $b=4$

$$\begin{array}{r} -3 \\ -4x+2 \overline{) 12x+10} \\ \underline{12x-a} \\ b \end{array}$$

- 2 () 芝璇利用直式作多項式除法如右，則 $c=$ ？(20 分)

(A) 10

(B) 8

(C) 5

(D) -8

$$\begin{array}{r} 3x-a \\ 3x-4 \overline{) 9x^2-15x-4} \\ \underline{9x^2-12x} \\ -3x-4 \\ -3x+b \\ \hline -c \end{array}$$

- 3 () 若 $(21x^2+8x-3) \div (7x-2)$ 的商式為 Q 且餘式為 R ，則 Q 、 R 分別為何？(15 分)

(A) $Q=3x-2$ ， $R=-7$

(B) $Q=3x+2$ ， $R=-7$

(C) $Q=3x-2$ ， $R=1$

(D) $Q=3x+2$ ， $R=1$

- 4 () 若 $(20x^2-3x-12) \div (5x+3)$ 的商式為 Q 且餘式為 R ，則 Q 、 R 分別為何？(15 分)

(A) $Q=4x-3$ ， $R=-21$

(B) $Q=4x+3$ ， $R=-21$

(C) $Q=4x-3$ ， $R=-3$

(D) $Q=4x+3$ ， $R=-3$

- 5 () 若 $(-4x^2+15x+2) \div (-x+3)$ 的商式為 Q 且餘式為 R ，則 Q 、 R 分別為何？(15 分)

(A) $Q=4x-27$ ， $R=83$

(B) $Q=4x-3$ ， $R=11$

(C) $Q=4x-27$ ， $R=-79$

(D) $Q=4x-3$ ， $R=-7$

- 6 () 若 $(18x^2+3x-9) \div (-6x+3)$ 的商式為 Q 且餘式為 R ，則 Q 、 R 分別為何？(15 分)

(A) $Q=-3x+1$ ， $R=-12$

(B) $Q=-3x-2$ ， $R=-15$

(C) $Q=-3x+1$ ， $R=-6$

(D) $Q=-3x-2$ ， $R=-3$



- 1 () 品謙利用直式作多項式 $(6x^2 + 3x) \div (2x - 3)$ 如右，則 a 、 b 分別為何？(20 分)

(A) $a=6$ ， $b=18$

(B) $a=4$ ， $b=12$

(C) $a=6$ ， $b=-18$

(D) $a=4$ ， $b=-12$

$$\begin{array}{r} 3x + a \\ 2x-3 \overline{) 6x^2 + 3x + 0} \\ \underline{6x^2 - 9x} \\ + 12x + 0 \\ \underline{+ 12x - b} \\ + b \end{array}$$

- 2 () 芝璇利用直式作多項式 $(8x^2 - 4) \div (2x - 3)$ 除法如右，則 $d = ?$ (20 分)

(A) -22

(B) -18

(C) -14

(D) 14

$$\begin{array}{r} 4x + b \\ 2x-3 \overline{) 8x^2 + 0x - 4} \\ \underline{8x^2 - 12x} \\ + ax - 4 \\ \underline{+ ax - c} \\ + d \end{array}$$

- 3 () 若 $(24x^2 + 7x) \div (8x - 3)$ 的商式為 Q 且餘式為 R ，則 Q 、 R 分別為何？(15 分)

(A) $Q=3x-2$ ， $R=6$

(B) $Q=3x+2$ ， $R=6$

(C) $Q=3x-2$ ， $R=-6$

(D) $Q=3x+2$ ， $R=-6$

- 4 () 若 $(10x^2 - 9x) \div (5x + 3)$ 的商式為 Q 且餘式為 R ，則 Q 、 R 分別為何？(15 分)

(A) $Q=2x-3$ ， $R=-9$

(B) $Q=2x+3$ ， $R=-9$

(C) $Q=2x-3$ ， $R=9$

(D) $Q=2x+3$ ， $R=9$

- 5 () 若 $(-10x^2 + 20) \div (2x - 4)$ 的商式為 Q 且餘式為 R ，則 Q 、 R 分別為何？(15 分)

(A) $Q=-5x-10$ ， $R=60$

(B) $Q=-5x-10$ ， $R=-20$

(C) $Q=-5x+10$ ， $R=60$

(D) $Q=-5x+10$ ， $R=-20$

- 6 () 若 $(-12x^2 + 15) \div (-3x + 6)$ 的商式為 Q 且餘式為 R ，則 Q 、 R 分別為何？(15 分)

(A) $Q=4x+8$ ， $R=-33$

(B) $Q=4x-8$ ， $R=-33$

(C) $Q=4x+8$ ， $R=63$

(D) $Q=4x-8$ ， $R=63$



- 1 () 品謙用直式作 $(5x^2 + 2x + 2) \div (2x - 4)$ 如右, 則 $a = ?$ (20 分)

(A) $\frac{5}{2}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) 5 (D) 2

$$\begin{array}{r} ax + 6 \\ 2x - 4 \overline{) 5x^2 + 2x + 2} \\ \underline{5x^2 - 10x} \\ 12x + 2 \\ \underline{12x - 24} \\ 26 \end{array}$$

- 2 () 芝璇用直式作 $(6x^2 - 1) \div (2x - 1)$ 除法如右, 則 $c = ?$ (20 分)

(A) 0 (B) 1 (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

$$\begin{array}{r} 3x + a \\ 2x - 1 \overline{) 6x^2 + 0x - 1} \\ \underline{6x^2 - 3x} \\ 3x - 1 \\ \underline{3x - b} \\ c \end{array}$$

- 3 () 若 $(6x^2 - 7x + 5) \div 5x^2$ 的商式為 Q 且餘式為 R ,

則 Q 、 R 分別為何? (15 分)

(A) $Q = \frac{5}{6}$, $R = -7x + 5$ (B) $Q = \frac{5}{6}$, $R = 7x + 5$

(C) $Q = \frac{6}{5}$, $R = -7x + 5$ (D) $Q = \frac{6}{5}$, $R = 7x + 5$

- 4 () 若 $(6x^2 - 4x) \div (9x + 3)$ 的商式為 Q 且餘式為 R ,

則 Q 、 R 分別為何? (15 分)

(A) $Q = \frac{2}{3}x - \frac{2}{9}$, $R = \frac{6}{9}$ (B) $Q = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$, $R = 2$

(C) $Q = \frac{2}{3}x - \frac{2}{9}$, $R = -\frac{6}{9}$ (D) $Q = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$, $R = -2$

- 5 () 若 $(-3x^2 - x + 32) \div (2x - 6)$ 的商式為 Q 且餘式為 R ,

則 Q 、 R 分別為何? (15 分)

(A) $Q = -\frac{3}{2}x + 4$, $R = 8$ (B) $Q = -\frac{3}{2}x - 5$, $R = 2$

(C) $Q = -\frac{3}{2}x + 4$, $R = 56$ (D) $Q = -\frac{3}{2}x - 5$, $R = 62$

- 6 () 若 $(-18x^2 + 13) \div (-6x + 5)$ 的商式為 Q 且餘式為 R ,

則 Q 、 R 分別為何? (15 分)

(A) $Q = 3x - \frac{2}{5}$, $R = 15$ (B) $Q = 3x - \frac{5}{2}$, $R = \frac{51}{2}$

(C) $Q = 3x + \frac{2}{5}$, $R = 11$ (D) $Q = 3x + \frac{5}{2}$, $R = \frac{1}{2}$



Nani

基礎特訓班

1-3 多項式的乘法與除法

概念 10 被除式 = 除式 $\times$ 商式 + 餘式

班 號

姓名

- 1 () 若多項式 $ax^2 + bx - 15$ 除以 $2x + 3$ 得商式為 $4x - 5$ ，餘式為 0 ，則 $a + b = ?$ (20 分)
 - (A) 6
 - (B) 8
 - (C) 10
 - (D) 12

- 2 () 若多項式 A 除以 $4x + 3$ 得商式為 $4x - 3$ ，餘式為 3 ，則下列何者為 A ? (20 分)
 - (A) $16x^2 + 6$
 - (B) $16x^2 - 6$
 - (C) $16x^2 + 12$
 - (D) $16x^2 - 12$

- 3 () 若多項式 B 除以 $3x$ 得商式為 $5x - 4$ ，餘式為 -6 ，則下列何者為 B ? (15 分)
 - (A) $15x^2 - 12x - 6$
 - (B) $15x^2 - 12x + 6$
 - (C) $15x^2 - 18$
 - (D) $15x^2 + 12x - 6$

- 4 () 若多項式 C 除以 $3x^2$ 得商式為 2 ，餘式為 $5x - 6$ ，則下列何者為 C ? (15 分)
 - (A) $6x^2 - 5x + 6$
 - (B) $6x^2 - 10x + 12$
 - (C) $6x^2 + 5x - 6$
 - (D) $6x^2 + 10x - 12$

- 5 () 若多項式 D 除以 $2x + 5$ 得商式為 $2x + 5$ ，餘式為 5 ，則下列何者為 D ? (15 分)
 - (A) $4x^2 + 10x + 20$
 - (B) $4x^2 + 20x + 20$
 - (C) $4x^2 + 10x + 30$
 - (D) $4x^2 + 20x + 30$

- 6 () 若多項式 P 除以 $-2x + 3$ 得商式為 $-2x + 3$ ，餘式為 -1 ，則下列何者為 P ? (15 分)
 - (A) $-4x^2 + 12x + 10$
 - (B) $4x^2 - 12x + 10$
 - (C) $-4x^2 + 12x + 8$
 - (D) $4x^2 - 12x + 8$



Nani

基礎特訓班

1-3 多項式的乘法與除法

概念 11 多項式的綜合應用

____ 班 ____ 號

姓名

① () 已知 $(3x+4)(ax+b)$ 乘開後得 $6x^2-x-12$ ，則 a 、 b 分別為何？(20 分)

- (A) $a=3, b=-2$ (B) $a=-2, b=3$
(C) $a=2, b=-3$ (D) $a=-3, b=2$

② () 已知 $(ax+b)(5x-2)$ 乘開後得 $20x^2-23x+6$ ，則 $a+b=$ ？(20 分)

- (A) -1 (B) 1 (C) -3 (D) 3

③ () 已知 $(2x-a)(6x-5)$ 乘開後得 $12x^2-28x+5a$ ，則 $a=$ ？(15 分)

- (A) $a=3$ (B) $a=2$
(C) $a=1$ (D) $a=-3$

④ () 已知 $(8x^2-18x+a) \div (2x-3)$ 後得餘式為 5 ，則 $a=$ ？(15 分)

- (A) 4 (B) 8
(C) 14 (D) -4

⑤ () 已知 $(-6x^2+4x+a) \div (3x-2)$ 的商式為 Q 且餘式為 2 ，則 Q 、 a 分別為何？(15 分)

- (A) $Q=-2x+\frac{8}{3}, a=-\frac{10}{3}$ (B) $Q=-2x, a=-2$
(C) $Q=-2x+\frac{8}{3}, a=\frac{22}{3}$ (D) $Q=-2x, a=2$

⑥ () 已知 $(2x^2+ax+1) \div (x-3)$ 後得餘式為 25 ，則 $a=$ ？(15 分)

- (A) -3 (B) -2 【進階題】
(C) 3 (D) 2


概念 ① 正方形面積與邊長的關係及完全平方數

1 面積為 a ($a \geq 0$) 的正方形，邊長為 $\sqrt{a}$ ，即 $(\sqrt{a})^2 = a = \sqrt{a^2}$ 。

例 (1) 正方形面積為 2，邊長為 $\sqrt{2}$ ，即 $(\sqrt{2})^2 = 2$ 。(2) 正方形面積為 4，邊長為 $\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$ 。

(3) 正方形面積為 9，邊長為 $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$ 。(4) 正方形面積為 $\frac{16}{25}$ ，邊長為 $\sqrt{\frac{16}{25}} = \sqrt{(\frac{4}{5})^2} = \frac{4}{5}$ 。

2 完全平方數：若 a 是某整數的平方，則 a 稱為完全平方數，例如 $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$ ，16 為完全平方數。


概念 ② 比較根號數的大小

1 比較根號數的大小時，可以利用 $a = \sqrt{a^2}$ 比大小。

例 比較 $\sqrt{24}$ 、5、 $\sqrt{26}$ 的大小。**解** 因為 $5 = \sqrt{5^2} = \sqrt{25}$ ，且 $\sqrt{24} < \sqrt{25} < \sqrt{26}$ ，故 $\sqrt{24} < 5 < \sqrt{26}$ 。


概念 ③ 利用標準分解式求值

例 (1) $\sqrt{2^2 \times 3^2} = \sqrt{(2 \times 3)^2} = 2 \times 3 = 6$ 。(2) $\sqrt{2^2 \times 3^4 \times 5^2} = \sqrt{(2 \times 3^2 \times 5)^2} = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$ 。

(3) $\sqrt{225} = \sqrt{3^2 \times 5^2} = \sqrt{(3 \times 5)^2} = 3 \times 5 = 15$ 。(4) $\sqrt{1225} = \sqrt{5^2 \times 7^2} = \sqrt{(5 \times 7)^2} = 5 \times 7 = 35$ 。


概念 ④ 利用十分逼近法求近似值

例 以十分逼近法求 $\sqrt{5}$ 的近似值，四捨五入後到小數第一位。

解 步驟①： $2^2 = 4$ ， $(\sqrt{5})^2 = 5$ ， $3^2 = 9 \Rightarrow 2 < \sqrt{5} < 3$

步驟②： $2.2^2 = 4.84 < 5$ ， $2.3^2 = 5.29 > 5 \Rightarrow 2.2 < \sqrt{5} < 2.3$

步驟③： $2.23^2 = 4.9729$ ， $2.24^2 = 5.0176 \Rightarrow 2.23 < \sqrt{5} < 2.24$ ，四捨五入至小數第一位可得 $\sqrt{5} \approx 2.2$ 。


概念 ⑤ 求出近似值的整數部分

例 已知 m 為正整數，若 $m < \sqrt{18} < m+1$ ，求 m 的值。

解 因為 $4^2 < 18 < 5^2$ ，所以 $\sqrt{4^2} < \sqrt{18} < \sqrt{5^2}$ ，即 $4 < \sqrt{18} < 5$ ，故 $m = 4$ (也就是 m 的整數部分為 4)。


概念 ⑥ 求正整數的平方根
概念 ⑦ 求分數與小數的平方根

1 對於一正數 a ，若一數 b 滿足 $b^2 = a$ ，則稱 b 為 a 的平方根。

例 $3^2 = 9$ ， $(-3)^2 = 9$ ，所以 3 和 -3 皆為 9 的平方根

2 當 $a > 0$ 時， $\sqrt{a}$ 是 a 的正平方根， $-\sqrt{a}$ 是 a 的負平方根，兩數互為相反數，可合併簡記為 $\pm\sqrt{a}$ 。

例 25 的平方根為 $\pm\sqrt{25} = \pm\sqrt{5^2} = \pm 5$ ； $\frac{25}{36}$ 的平方根為 $\pm\sqrt{\frac{25}{36}} = \pm\frac{5}{6}$ ；

0.16 的平方根為 $\pm\sqrt{0.16} = \pm\sqrt{(0.4)^2} = \pm 0.4$ 。


概念 ⑧ 平方根的應用
概念 ⑨ 正平方根的應用

例 已知 $7x-3$ 的平方根為 $\pm\sqrt{32}$ ，求 x 的值。**解** $7x-3 = (\pm\sqrt{32})^2$ ，則 $7x-3 = 32$ ， $7x = 35$ ， $x = 5$ 。

例 如果要用 6 個邊長相同的正方形紙張拼接成一個面積 480 平方公分的長方形，每個正方形的邊長為 $\sqrt{a}$ 公分，則 $a = ?$

解 $480 \div 6 = 80$ (每個正方形面積為 80 平方公分)， $(\sqrt{a})^2 = 80 = (\sqrt{80})^2$ ，故 $a = 80$ 。



① () 有一個邊長為 3 公分的正方形，面積是 9 平方公分，則下列敘述何者正確？(15 分)

(A) 邊長為 $\sqrt{9}$ 公分 = 3 公分

(B) $\sqrt{9} \times \sqrt{9} = 9$

(C) $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$

(D) 以上皆正確

② () 有一個正方形的面積是 16 平方公分，則下列敘述何者錯誤？(15 分)

(A) 邊長為 $\sqrt{16}$ 公分 = 4 公分

(B) $(\sqrt{16})^2 = 16$

(C) $16 \times 16 = \sqrt{16}$

(D) $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$

③ () 有一個正方形的面積是 $\frac{64}{25}$ 平方公分，則下列敘述何者錯誤？(10 分)

(A) $\sqrt{\frac{64}{25}} \times \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{64}{25}$

(B) $\sqrt{\frac{64}{25}} = \sqrt{(\frac{8}{5})^2} = \frac{8}{5}$

(C) 邊長為 $\sqrt{\frac{64}{25}}$ 公分 = $\frac{8}{5}$ 公分

(D) $(\sqrt{\frac{64}{25}})^2 = \frac{8}{5}$

④ () 下列何者與 $\sqrt{8} \times \sqrt{8}$ 的值不同？(10 分)

(A) $(\sqrt{8})^2$

(B) $\sqrt{8 \times 2}$

(C) $\sqrt{8^2}$

(D) 8

⑤ () 下列何者哪一個式子的值不等於 10？(10 分)

(A) $\sqrt{10 \times 2}$

(B) $\sqrt{10} \times \sqrt{10}$

(C) $\sqrt{10^2}$

(D) $\sqrt{100}$

⑥ () 求 $(\sqrt{6})^2$ 的值 = ？(10 分)

(A) 3

(B) 6

(C) 12

(D) 36

⑦ () 求 $(\sqrt{18^2})$ 的值 = ？(10 分)

(A) 324

(B) 36

(C) 18

(D) 9

⑧ () 求 $\sqrt{400}$ 的值 = ？(10 分)

(A) 20

(B) 40

(C) 100

(D) 200

⑨ () 求 $\sqrt{\frac{100}{81}}$ 的值 = ？(10 分)

(A) $(\frac{100}{81})^2$

(B) $\frac{10}{81}$

(C) $\frac{9}{10}$

(D) $\frac{10}{9}$



- ① () 下面甲、乙、丙三個步驟是芝璇比較 7 和 $\sqrt{50}$ 兩數大小的過程，請判斷甲、乙、丙步驟的先後順序為哪一個選項？(15 分)

甲：即 $7 < \sqrt{50}$

乙：因為 $49 < 50$ ，所以 $\sqrt{49} < \sqrt{50}$

丙： $7 = \sqrt{7^2} = \sqrt{49}$

- (A) 甲→乙→丙 (B) 乙→丙→甲 (C) 丙→甲→乙 (D) 丙→乙→甲

- ② () 下列哪一個數比 6 大，但是比 7 小？(15 分)

- (A) $\sqrt{35}$ (B) $\sqrt{45}$ (C) $\sqrt{50}$ (D) $\sqrt{60}$

- ③ () 下列哪一個數比 10 大，但是比 11 小？(15 分)

- (A) $\sqrt{90}$ (B) $\sqrt{99}$ (C) $\sqrt{111}$ (D) $\sqrt{122}$

- ④ () 下列哪一個數比 $\sqrt{80}$ 大，但是比 $\sqrt{100}$ 小？(15 分)

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

- ⑤ () 下列哪一個數比 $\sqrt{140}$ 大，但是比 $\sqrt{168}$ 小？(15 分)

- (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15

- ⑥ () 下列哪一個數比 $\sqrt{\frac{5}{8}}$ 大？(15 分)

- (A) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ (B) $\sqrt{\frac{3}{4}}$ (C) $\sqrt{\frac{9}{16}}$ (D) $\sqrt{\frac{19}{32}}$

- ⑦ () 下列哪一個數比 $\sqrt{\frac{5}{12}}$ 小？(10 分)

- (A) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ (B) $\sqrt{\frac{3}{4}}$ (C) $\sqrt{\frac{3}{8}}$ (D) $\sqrt{\frac{7}{15}}$



Nani

基礎特訓班

2-1 平方根與近似值

概念 3 利用標準分解式求值

____ 班 ____ 號

姓名

- 1 () 下列哪一個數的值等於 $\sqrt{2^2 \times 5^2}$? (15 分)
 (A) $\sqrt{(2 \times 5)^2}$ (B) 2×5 (C) $\sqrt{10^2}$ (D) 以上的值皆等於 $\sqrt{2^2 \times 5^2}$
- 2 () 下列哪一個數的值不等於 $\sqrt{2^6 \times 3^2}$? (15 分)
 (A) $\sqrt{(2^3 \times 3)^2}$ (B) $\sqrt{(2^4 \times 3)^2}$ (C) $\sqrt{24^2}$ (D) 24
- 3 () 下列哪一個數的值不等於 $\sqrt{2^6 \times 5^6}$? (15 分)
 (A) $\sqrt{(2^3 \times 5^3)^2}$ (B) $\sqrt{[(2 \times 5)^3]^2}$ (C) $\sqrt{1000^2}$ (D) 100
- 4 () 求下列何者為 $\sqrt{2^4 \times 3^4}$ 的值 ? (15 分)
 (A) 36 (B) 48 (C) 72 (D) 96
- 5 () 求下列何者為 $\sqrt{2^2 \times 3^6 \times 5^2}$ 的值 ? (10 分)
 (A) 2700 (B) 270 (C) 8100 (D) 810
- 6 () 利用標準分解式求下列何者為 $\sqrt{225}$ 的值 ? (10 分)
 (A) 15 (B) 25 (C) 35 (D) 45
- 7 () 利用標準分解式求下列何者為 $\sqrt{324}$ 的值 ? (10 分)
 (A) 12 (B) 16 (C) 18 (D) 22
- 8 () 利用標準分解式求下列何者為 $\sqrt{1296}$ 的值 ? (10 分)
 (A) 26 (B) 34 (C) 36 (D) 44



1 請根據下表的平方數表，求各小題中，各數的近似值。

a^2	1.1^2	1.2^2	1.3^2	1.4^2	1.5^2	1.6^2	1.7^2	1.8^2	1.9^2	2^2
數值	1.21	1.44	1.69	1.96	2.25	2.56	2.89	3.24	3.61	4

a^2	2.1^2	2.2^2	2.3^2	2.4^2	2.5^2	2.6^2	2.7^2	2.8^2	2.9^2	3^2
數值	4.41	4.84	5.29	5.76	6.25	6.76	7.29	7.84	8.41	9

a^2	3.1^2	3.2^2	3.3^2	3.4^2	3.5^2	3.6^2	3.7^2	3.8^2	3.9^2	4^2
數值	9.61	10.24	10.89	11.56	12.25	12.96	13.69	14.44	15.21	16

- (1) () $\sqrt{3}$ 的數值範圍在哪兩個一位小數之間？(12分)
 (A) $1.6 < \sqrt{3} < 1.7$ (B) $1.7 < \sqrt{3} < 1.8$ (C) $1.8 < \sqrt{3} < 1.9$ (D) $1.9 < \sqrt{3} < 2$
- (2) () $\sqrt{6}$ 的數值範圍在哪兩個一位小數之間？(12分)
 (A) $2.1 < \sqrt{6} < 2.2$ (B) $2.2 < \sqrt{6} < 2.3$ (C) $2.3 < \sqrt{6} < 2.4$ (D) $2.4 < \sqrt{6} < 2.5$
- (3) () $\sqrt{7}$ 的數值範圍在哪兩個一位小數之間？(12分)
 (A) $2.4 < \sqrt{7} < 2.5$ (B) $2.5 < \sqrt{7} < 2.6$ (C) $2.6 < \sqrt{7} < 2.7$ (D) $2.8 < \sqrt{7} < 2.9$
- (4) () $\sqrt{8}$ 的數值範圍在哪兩個一位小數之間？(12分)
 (A) $2.8 < \sqrt{8} < 2.9$ (B) $2.9 < \sqrt{8} < 3$ (C) $3 < \sqrt{8} < 3.1$ (D) $3.1 < \sqrt{8} < 3.2$
- (5) () $\sqrt{10}$ 的數值範圍在哪兩個一位小數之間？(12分)
 (A) $3.1 < \sqrt{10} < 3.2$ (B) $3.2 < \sqrt{10} < 3.3$ (C) $3.3 < \sqrt{10} < 3.4$ (D) $3.4 < \sqrt{10} < 3.5$
- (6) () $\sqrt{11}$ 的數值範圍在哪兩個一位小數之間？(10分)
 (A) $3.1 < \sqrt{11} < 3.2$ (B) $3.2 < \sqrt{11} < 3.3$ (C) $3.3 < \sqrt{11} < 3.4$ (D) $3.4 < \sqrt{11} < 3.5$
- (7) () $\sqrt{12}$ 的數值範圍在哪兩個一位小數之間？(10分)
 (A) $3.7 < \sqrt{12} < 3.8$ (B) $3.6 < \sqrt{12} < 3.7$ (C) $3.5 < \sqrt{12} < 3.6$ (D) $3.4 < \sqrt{12} < 3.5$
- (8) () $\sqrt{13}$ 的數值範圍在哪兩個一位小數之間？(10分)
 (A) $3.7 < \sqrt{13} < 3.8$ (B) $3.6 < \sqrt{13} < 3.7$ (C) $3.5 < \sqrt{13} < 3.6$ (D) $3.4 < \sqrt{13} < 3.5$
- (9) () $\sqrt{15}$ 的數值範圍在哪兩個一位小數之間？(10分)
 (A) $3.6 < \sqrt{15} < 3.7$ (B) $3.7 < \sqrt{15} < 3.8$ (C) $3.8 < \sqrt{15} < 3.9$ (D) $3.9 < \sqrt{15} < 4$



- ① () 已知 a 為正整數，且 $\sqrt{a^2} < \sqrt{15} < \sqrt{(a+1)^2}$ ，則 $a = ?$ (15 分)
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

- ② () 已知 a 為正整數，且 $\sqrt{a^2} < \sqrt{32} < \sqrt{(a+1)^2}$ ，則 $a = ?$ (15 分)
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

- ③ () 已知 a 為正整數，且 $\sqrt{a^2} < \sqrt{90} < \sqrt{(a+1)^2}$ ，則 $a = ?$ (15 分)
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

- ④ () 已知 m 為正整數，且 $m < \sqrt{40} < m+1$ ，請利用 $m = \sqrt{m^2}$ ， $m+1 = \sqrt{(m+1)^2}$ ，求 $m = ?$ (15 分)
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

- ⑤ () 已知 m 為正整數，且 $m < \sqrt{70} < m+1$ ，則 $m = ?$ (15 分)
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

- ⑥ () 已知 m 為正整數，且 $m < \sqrt{130} < m+1$ ，則 $m = ?$ (15 分)
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14

- ⑦ () 已知 m 為正整數，且 $m < \sqrt{200} < m+1$ ，則 $m = ?$ (10 分)
(A) 18 (B) 16 (C) 14 (D) 13



- 1 () 已知 a 為正整數，下列有關 a 的平方根敘述，何者正確？(15 分)
 - (A) a 的正平方根為 $\sqrt{a}$
 - (B) a 的負平方根為 $-\sqrt{a}$
 - (C) $\sqrt{a}$ 和 $-\sqrt{a}$ 互為相反數
 - (D) 以上皆正確

- 2 () 下列何者為 18 的平方根？(15 分)
 - (A) $(\pm 18)^2$
 - (B) $(\pm\sqrt{18})^2$
 - (C) $\pm\sqrt{18}$
 - (D) $\pm\sqrt{18^2}$

- 3 () 已知正整數 a 的平方根為 $\pm\sqrt{4}$ ，則 $a =$ ？(15 分)
 - (A) 2
 - (B) 4
 - (C) 8
 - (D) 16

- 4 () 已知正整數 b 的平方根為 $\pm\sqrt{20}$ ，則 $b =$ ？(15 分)
 - (A) 20
 - (B) 40
 - (C) 100
 - (D) 400

- 5 () 已知正整數 c 的平方根為 ± 8 ，則下列有關 c 的敘述，何者正確？(15 分)
 - (A) $\sqrt{c} = 8 = \sqrt{8^2}$
 - (B) $\sqrt{c} = \sqrt{64}$
 - (C) $c = 64$
 - (D) 以上皆正確

- 6 () 已知正整數 d 的平方根為 ± 10 ，則 $d =$ ？(15 分)
 - (A) 200
 - (B) 100
 - (C) $\sqrt{10}$
 - (D) $\sqrt{100}$

- 7 () 已知正整數 s 的平方根為 ± 14 ，則 $s =$ ？(10 分)
 - (A) $\sqrt{14}$
 - (B) $\sqrt{14^2}$
 - (C) 196
 - (D) 144



1 () 下列何者為 $\frac{16}{25}$ 的平方根？(10 分)

- (A) $\pm\sqrt{\frac{16}{25}}$ (B) $\pm\sqrt{(\frac{4}{5})^2}$ (C) $\pm\frac{4}{5}$ (D) 以上皆是

2 () 下列何者不是 $1\frac{15}{49}$ 的平方根？(15 分)

- (A) $\pm\sqrt{\frac{64}{49}}$ (B) $\pm\sqrt{(\frac{8}{7})^2}$ (C) $\pm(\frac{8}{7})^2$ (D) $\pm\frac{8}{7}$

3 () 下列何者不是 2.25 的平方根？(15 分)

- (A) $\pm\sqrt{\frac{225}{100}}$ (B) ± 1.05 (C) $\pm\sqrt{(\frac{15}{10})^2}$ (D) ± 1.5

4 () 已知 $\frac{100}{81}$ 的平方根為 $\pm a$ ，則 $a = ?$ (15 分)

- (A) $\frac{10}{9}$ (B) $\frac{5}{3}$ (C) $\frac{10}{7}$ (D) $\frac{4}{3}$

5 () 已知 $2\frac{41}{64}$ 的平方根為 $\pm b$ ，則 $b = ?$ (15 分)

- (A) $\frac{9}{8}$ (B) $\frac{11}{8}$ (C) $\frac{13}{8}$ (D) $\frac{15}{8}$

6 () 已知 0.04 的平方根為 $\pm c$ ，則 $c = ?$ (15 分)

- (A) 0.02 (B) 0.2 (C) 0.16 (D) 0.08

7 () 已知正數 d 的平方根為 $\pm\frac{7}{5}$ ，則 $d = ?$ (15 分)

- (A) $\sqrt{\frac{7}{5}}$ (B) $\frac{49}{5}$ (C) $\sqrt{\frac{49}{25}}$ (D) $\frac{49}{25}$



- 1 () 若 $5k+1$ 的平方根為 $\pm\sqrt{21}$ ，則下列敘述何者正確？(15分)
 (A) $\pm\sqrt{5k+1} = \pm\sqrt{21}$ (B) $5k+1 = (\pm\sqrt{21})^2$
 (C) $5k+1=21$ (D) 以上皆是

- 2 () 若 $5k+1$ 的平方根為 ± 4 ，則下列敘述何者正確？(15分)
 (A) $\pm\sqrt{5k+1} = \pm 4$ (B) $5k+1 = (\pm 4)^2$
 (C) $5k+1=16$ (D) 以上皆是

- 3 () 若 $3x+2$ 的平方根為 $\pm\sqrt{29}$ ，則 $x=?$ (15分)
 (A) 7 (B) 9 (C) 11 (D) 13

- 4 () 若 $6y-7$ 的平方根為 $\pm\sqrt{41}$ ，則 $y=?$ (15分)
 (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11

- 5 () 若 $4a+1$ 的平方根為 ± 7 ，則 $a=?$ (10分)
 (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13

- 6 () 若 $9b-17$ 的平方根為 ± 10 ，則 $b=?$ (10分)
 (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13

- 7 () 若 $3c+31$ 的平方根為 ± 11 ，則 $c=?$ (10分)
 (A) 28 (B) 30 (C) 32 (D) 36

- 8 () 若 $5d-\frac{9}{25}$ 的平方根為 $\pm\frac{4}{5}$ ，則 $d=?$ (10分)
 (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{1}{25}$ (D) $\frac{3}{25}$



- 1 () 有一正方形的邊長為 k 公分，面積為 25 平方公分，則下列敘述何者正確？(15 分)
(A) $k = \pm\sqrt{25}$ (B) $k = \sqrt{25}$ (C) $k = -\sqrt{25}$ (D) $k = 25^2$
- 2 () 有一長方形的寬為 x 公分，長為 $2x$ 公分，面積為 30 平方公分，則下列敘述何者正確？
(A) $2x^2 = 30$ (B) $x^2 = 15$ (C) $x = \sqrt{15}$ (D) 以上皆正確 (15 分)
- 3 () 有一正方形的邊長為 a 公分，面積為 18 平方公分，則 $a =$ ？(15 分)
(A) $\pm\sqrt{18}$ (B) $\sqrt{18}$ (C) $\pm\sqrt{36}$ (D) $\sqrt{36}$
- 4 () 有一正方形的邊長為 b 公分，面積為 80 平方公分，則 $b =$ ？(15 分)
(A) $\pm\sqrt{40}$ (B) $\sqrt{40}$ (C) $\pm\sqrt{80}$ (D) $\sqrt{80}$
- 5 () 有一長方形的寬為 c 公分，長為 $4c$ 公分，面積為 80 平方公分，則 $c =$ ？(10 分)
(A) $\sqrt{80}$ (B) $\sqrt{40}$ (C) $\sqrt{20}$ (D) $\sqrt{16}$
- 6 () 有一長方形的寬為 d 公分，長為 $3d$ 公分，面積為 150 平方公分，則 $d =$ ？(10 分)
(A) $\sqrt{50}$ (B) $\sqrt{45}$ (C) $\sqrt{30}$ (D) $\sqrt{15}$
- 7 () 有一面液晶螢幕廣告牆是由 6 塊正方形螢幕組合而成，面積總共為 30 平方公尺，若每塊正方形螢幕的邊長為 m 公尺，則 $m =$ ？(10 分)
(A) $\sqrt{10}$ (B) $\sqrt{6}$ (C) $\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{3}$
- 8 () 有一面液晶螢幕廣告牆是由 8 塊長方形螢幕組合而成，面積總共為 192 平方公尺，若每塊長方形螢幕的寬為 $2n$ 公尺，長為 $3n$ 公尺，則 $n =$ ？(10 分)
(A) $\sqrt{8}$ (B) $\sqrt{6}$ (C) 2 (D) $\sqrt{3}$



概念 ① 根式的定義及數與根式的乘積

1 根式：算式中含有根號(或稱方根)的算式。例 $3 \times \sqrt{7}$ 、 $\sqrt{5} \div 3$ 、 $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ 。

2 簡記根式：如同代數式的規則一樣，可以將 $\times$ 或 $\div$ 的記號簡記。例 $3 \times \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$ ； $\sqrt{5} \div 3 = \frac{\sqrt{5}}{3}$ 。

3 數與根式的乘積：例 $5 \times 3\sqrt{7}$ ， $3\sqrt{7}$ 就是 $3 \times \sqrt{7}$ ，因此 $5 \times 3\sqrt{7} = 5 \times 3 \times \sqrt{7} = 15 \times \sqrt{7} = 15\sqrt{7}$ 。

例 $(-2\sqrt{5}) \times 4 = -(2\sqrt{5} \times 4) = -(2 \times \sqrt{5} \times 4) = -(2 \times 4 \times \sqrt{5}) = -(8 \times \sqrt{5}) = -8\sqrt{5}$ 。

※由上述可知，數與根式相乘時，決定正負以後，可整數相乘再「帶上」根號數。 $(-2\sqrt{5}) \times 4 = -8\sqrt{5}$



概念 ② 根式的乘法

1 根式的乘法：若 $a \geq 0$ 、 $b \geq 0$ ，則 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ 。

例 (1) $\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15}$ 。

(2) $(-2\sqrt{3}) \times 4\sqrt{5} = -(2\sqrt{3} \times 4\sqrt{5}) = -(2 \times 4 \times \sqrt{3 \times 5}) = -8\sqrt{15}$ 。



概念 ③ 根式的化簡與最簡根式

1 根式的化簡與最簡根式：若 a 、 b 、 c 為正整數， $a = b^2 \times c$ 且 c 的因數中沒有大於 1 的完全平方數，則 $\sqrt{a} = \sqrt{b^2 \times c} = b\sqrt{c}$ ， $b\sqrt{c}$ 稱為 $\sqrt{a}$ 的**最簡根式**。而 $\sqrt{a}$ 化簡為 $b\sqrt{c}$ 的過程，稱為根式的化簡。

例 (1) $\sqrt{24} = \sqrt{2^3 \times 3} = 2\sqrt{2 \times 3} = 2\sqrt{6}$ 。($2\sqrt{6}$ 為最簡根式，過程為根式的化簡)

(2) $2\sqrt{3} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{18} = 2\sqrt{2 \times 3^2} = 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ 。($6\sqrt{2}$ 為最簡根式，過程為根式的化簡)



概念 ④ 根式的除法

1 根式的除法：若 $a \geq 0$ 、 $b > 0$ ，則 $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{a \div b}$ 。

例 (1) $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = \sqrt{8 \div 2} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$ 。

(2) $\sqrt{72} \div \sqrt{3} = \sqrt{72 \div 3} = \sqrt{24} = \sqrt{2^3 \times 3} = 2\sqrt{2 \times 3} = 2\sqrt{6}$ 。



概念 ⑤ 有理化分母

1 當分母為根式時，將分母轉化為整數的過程，稱為有理化分母，

即：若 $a > 0$ ， c 為任意數，則 $\frac{c}{\sqrt{a}} = \frac{c \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}}$ 。

例 $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ 。



概念 ⑥ 根式的近似值

例 已知 $\sqrt{5} \doteq 2.236$ ，則：

(1) $\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 5} = 2\sqrt{5} \doteq 2 \times 2.236 = 4.472$ 。

(2) $\sqrt{125} = \sqrt{5^2 \times 5} = 5\sqrt{5} \doteq 5 \times 2.236 = 11.18$ 。

(3) $\sqrt{0.0005} = \sqrt{\frac{5}{10000}} = \sqrt{\frac{5}{100^2}} = \frac{\sqrt{5}}{100} \doteq \frac{2.236}{100} = 0.0236$ 。



概念 7 根式的加減

1 根式的加減中，如果含有同類方根，可將同類方根合併以簡化根式，有時須先化簡再合併同類方根。

例 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

(1) $6\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = (6-3)\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$ 。 ← 合併同類方根

(2) $\sqrt{50} + \sqrt{125} - \sqrt{18} + 3\sqrt{20} = \sqrt{5^2 \times 2} + \sqrt{5^2 \times 5} - \sqrt{3^2 \times 2} + 3\sqrt{2^2 \times 5}$ ← 先進行根式的化簡
 $= 5\sqrt{2} + 5\sqrt{5} - 3\sqrt{2} + 6\sqrt{5} = 2\sqrt{2} + 11\sqrt{5}$ 。 ← 再合併同類方根



概念 8 根式的四則_計算並化簡根式

例 $7\sqrt{20} \times \sqrt{2} - 5\sqrt{10}$
 $= 7\sqrt{2^2 \times 5} \times \sqrt{2} - 5\sqrt{10}$
 $= 14\sqrt{5} \times \sqrt{2} - 5\sqrt{10}$
 $= 14\sqrt{10} - 5\sqrt{10} = 9\sqrt{10}$

$\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 5}$
 $7\sqrt{2^2 \times 5} = 7 \times 2\sqrt{5}$
 $\sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{10}$

例 $(2\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - 4\sqrt{3})$
 $= 2\sqrt{5} \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} \times 4\sqrt{3} + \sqrt{3} \times \sqrt{5} - \sqrt{3} \times 4\sqrt{3}$
 $= 10 - 8\sqrt{15} + \sqrt{15} - 12$
 $= -2 - 7\sqrt{15}$



概念 9 利用乘法公式化簡根式

1 乘法公式：設 a, b 是任意數，則：① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ；② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ；

③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 。

例 $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 5 - 3 = 2$ 。



概念 10 利用有理化分母化為最簡根式

1 有理化分母：若 $a, b > 0, a \neq b, c$ 為任意數，分母為 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 或 $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ 的有理化。

(1) $\frac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})}$ 。

例 $\frac{4}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{4(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \frac{4(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{5-3} = 2(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ 。

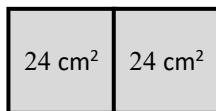
(2) $\frac{c}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}$ 。

例 $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 2} = \frac{2\sqrt{5}(\sqrt{5} + 2)}{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)} = \frac{10 + 4\sqrt{5}}{5-4} = 10 + 4\sqrt{5}$ 。



概念 11 方根運算的應用

例 品謙 將兩張面積 24 平方公分的正方形色紙無縫拼接成一個長方形，已知 $\sqrt{2} \approx 1.41, \sqrt{3} \approx 1.73$ ，那麼這個長方形的長和寬分別為多少公分？四捨五入至小數點以下第一位。



解 長方形的寬 = 正方形邊長 = $\sqrt{24} = \sqrt{2^2 \times 2 \times 3} = 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} \approx 2 \times 1.41 \times 1.73 = 4.8786 \approx 4.9$ (公分)

長方形的長 = 正方形邊長 $\times 2 \approx 2\sqrt{24} \approx 2 \times 4.8786 = 9.7572 \approx 9.8$ (公分)

或【長方形的寬 $\approx 4.9 \times 2 = 9.8$ 】

故 長方形約 9.8 公分，寬約 4.9 公分。



① () 下列哪個式子的值與 $4\sqrt{5}$ 不相等? (10 分)

(A) $4 \times \sqrt{5}$

(B) $\sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{5}$

(C) $4 + \sqrt{5}$

(D) $2 \times 2 \times \sqrt{5}$

② () 下列哪個式子的值與 $(-3) \times 2\sqrt{5}$ 不相等? (10 分)

(A) $-(3 \times 2\sqrt{5})$

(B) $-3(2 + \sqrt{5})$

(C) $-(3 \times 2 \times \sqrt{5})$

(D) $(-6) \times \sqrt{5}$

③ 計算 $4 \times 3\sqrt{2} =$ _____ 。 (10 分)

④ 計算 $2\sqrt{7} \times 5 =$ _____ 。 (10 分)

⑤ 計算 $(-2) \times 6\sqrt{3} =$ _____ 。 (10 分)

⑥ 計算 $(-3\sqrt{10}) \times 5 =$ _____ 。 (10 分)

⑦ 計算 $(-4) \times (-5\sqrt{2}) =$ _____ 。 (10 分)

⑧ 計算 $(-6\sqrt{2}) \times (-\frac{2}{3}) =$ _____ 。 (10 分)

⑨ 計算 $(-24\sqrt{5}) \div (-6) =$ _____ 。 (10 分)

⑩ 計算 $(-9\sqrt{5}) \div \frac{3}{5} =$ _____ 。 (10 分)



- ① () 下列哪個式子的值與 $(-3\sqrt{2}) \times 6\sqrt{5}$ 不相等? (15 分)

(A) $-(3\sqrt{2} \times 6\sqrt{5})$ (B) $-(3 \times 6 \times \sqrt{2 \times 5})$
(C) $-(6\sqrt{2}) \times 3\sqrt{5}$ (D) $-18\sqrt{7}$
- ② () 下列哪個式子的值與 $(-4\sqrt{3}) \times 5\sqrt{7}$ 不相等? (15 分)

(A) $-20\sqrt{21}$ (B) $(-3\sqrt{4}) \times 7\sqrt{5}$
(C) $5\sqrt{3} \times (-4\sqrt{7})$ (D) $(-2\sqrt{3}) \times 10\sqrt{7}$
- ③ () $2\sqrt{3} \times 7\sqrt{10}$ 的值等於下列何者? (10 分)

(A) $14\sqrt{30}$ (B) $14\sqrt{13}$
(C) $9\sqrt{30}$ (D) $140\sqrt{3}$
- ④ () $3\sqrt{2} \times 8\sqrt{2}$ 的值等於下列何者? (10 分)

(A) $24\sqrt{2}$ (B) $48\sqrt{2}$
(C) 48 (D) 以上皆不等於 $3\sqrt{2} \times 8\sqrt{2}$
- ⑤ () $9\sqrt{11} \times 4\sqrt{2}$ 的值與下列何者相等? (10 分)

(A) $11\sqrt{9} \times 4\sqrt{2}$ (B) $9\sqrt{11} \times 2\sqrt{4}$
(C) $6\sqrt{11} \times 6\sqrt{2}$ (D) $11\sqrt{9} \times 2\sqrt{4}$
- ⑥ 計算 $4\sqrt{11} \times 3\sqrt{3} =$ _____ 。 (10 分)
- ⑦ 計算 $2\sqrt{3} \times (-9\sqrt{2}) =$ _____ 。 (10 分)
- ⑧ 計算 $(-3\sqrt{5}) \times (-7\sqrt{5}) =$ _____ 。 (10 分)
- ⑨ 計算 $(-8\sqrt{7}) \times \frac{3}{4}\sqrt{10} =$ _____ 。 (10 分)



Nani

基礎特訓班

2-2 根式的運算

概念 3 根式的化簡與最簡根式

班 號

姓名

- 1 () 下列哪個式子的值與 $\sqrt{80}$ 不相等？(10分)
 (A) $\sqrt{4 \times 4 \times 5}$ (B) $\sqrt{4^2 \times 5}$ (C) $5\sqrt{4}$ (D) $4\sqrt{5}$
- 2 () 下列何者不是最簡根式？(10分)
 (A) $\sqrt{15}$ (B) $\sqrt{18}$ (C) $\sqrt{30}$ (D) $\sqrt{35}$
- 3 () 下列哪個式子的值與 $4\sqrt{3} \times 2\sqrt{6}$ 不相等？(10分)
 (A) $4 \times 2 \times \sqrt{3 \times 6}$ (B) $8\sqrt{18}$ (C) $8\sqrt{3^2 \times 2}$ (D) $24\sqrt{6}$
- 4 () 下列哪個式子的值與 $\sqrt{2} \times \sqrt{90}$ 相等？(10分)
 (A) $\sqrt{2 \times (2 \times 3^2 \times 5)}$ (B) $\sqrt{(2 \times 3)^2 \times 5}$
 (C) $6\sqrt{5}$ (D) 以上皆相等
- 5 () 下列何者為 $\sqrt{45}$ 的最簡根式？(10分)
 (A) $3\sqrt{5}$ (B) $5\sqrt{3}$
 (C) $9\sqrt{5}$ (D) $15\sqrt{3}$
- 6 () 下列何者為 $\sqrt{60}$ 的最簡根式？(10分)
 (A) $15\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{15}$
 (C) $2\sqrt{5}$ (D) $5\sqrt{2}$
- 7 () 下列何者為 $\sqrt{108}$ 的最簡根式？(10分)
 (A) $9\sqrt{12}$ (B) $3\sqrt{12}$
 (C) $6\sqrt{3}$ (D) $2\sqrt{27}$
- 8 () 下列何者為 $\sqrt{10} \times \sqrt{30}$ 的最簡根式？(10分)
 (A) $3\sqrt{10}$ (B) $10\sqrt{3}$
 (C) $6\sqrt{5}$ (D) $15\sqrt{2}$
- 9 $\sqrt{15} \times \sqrt{30}$ 的最簡根式 = _____。(10分)
- 10 $\sqrt{7} \times \sqrt{140}$ 的最簡根式 = _____。(10分)



- 1 () 下列哪個式子的值與 $\sqrt{56} \div \sqrt{2}$ 不相等? (15 分)
 (A) $\sqrt{56 \div 2}$ (B) $\sqrt{28}$ (C) $\sqrt{2^2 \times 7}$ (D) $4\sqrt{7}$
- 2 () 下列哪個式子的值與 $\sqrt{30} \div \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$ 不相等? (15 分)
 (A) $\sqrt{30} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$ (B) $\sqrt{30} \div \sqrt{\frac{6}{5}}$ (C) $\sqrt{30 \div 6 \times 5}$ (D) $\sqrt{30 \times \frac{6}{5}}$
- 3 () 下列哪個式子的值與 $\sqrt{\frac{5}{2}} \div \frac{3}{\sqrt{2}}$ 相等? (10 分)
 (A) $\sqrt{\frac{5}{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (D) 以上皆相等
- 4 () 計算並化簡 $\sqrt{54} \div \sqrt{6}$ ，可得到下列何者? (10 分)
 (A) 3 (B) $3\sqrt{2}$
 (C) $2\sqrt{3}$ (D) 9
- 5 () 計算並化簡 $\sqrt{96} \div \sqrt{4}$ ，可得到下列何者? (10 分)
 (A) $4\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{6}$
 (C) $2\sqrt{5}$ (D) $5\sqrt{2}$
- 6 () 計算並化簡 $\sqrt{48} \div \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}}$ ，可得到下列何者? (10 分)
 (A) $2\sqrt{6}$ (B) $3\sqrt{2}$
 (C) $2\sqrt{3}$ (D) $3\sqrt{3}$
- 7 () 計算並化簡 $\sqrt{\frac{33}{5}} \div (-\frac{1}{\sqrt{15}})$ ，可得到下列何者? (10 分)
 (A) $-\frac{\sqrt{11}}{5}$ (B) $-\sqrt{11}$
 (C) $-3\sqrt{11}$ (D) $-9\sqrt{11}$
- 8 計算並化簡 $\sqrt{105} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} =$ _____。(10 分)
- 9 計算並化簡 $\sqrt{\frac{77}{10}} \div \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{70}} =$ _____。(10 分)



1 () 下列哪個式子的值與 $\sqrt{6} \div \sqrt{5}$ 不相等? (15 分)

(A) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$

(B) $\frac{\sqrt{6} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$

(C) $\sqrt{\frac{30}{5}}$

(D) $\frac{\sqrt{30}}{5}$

2 () 下列哪個式子的值與 $\sqrt{42} \div \sqrt{15}$ 不相等? (15 分)

(A) $\sqrt{\frac{42}{15}}$

(B) $\sqrt{\frac{14}{5}}$

(C) $\sqrt{\frac{14 \times 5}{5 \times 5}}$

(D) $\frac{\sqrt{60}}{5}$

3 () 下列哪個式子的值與 $2\sqrt{15} \div \sqrt{10}$ 不相等? (15 分)

(A) $2\sqrt{\frac{15}{10}}$

(B) $2\sqrt{\frac{3}{2}}$

(C) $2\sqrt{\frac{3 \times 2}{2 \times 2}}$

(D) $2\sqrt{6}$

4 () 化簡 $\sqrt{\frac{5}{2}}$ ，分母有理化後，可求得 $\sqrt{\frac{5}{2}} = ?$ (15 分)

(A) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

(B) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(D) $\frac{\sqrt{20}}{2}$

5 計算並化簡 $\sqrt{5} \div \sqrt{11} =$ _____。
(10 分)

6 計算並化簡 $\sqrt{20} \div \sqrt{14} =$ _____。
(10 分)

7 計算並化簡 $4\sqrt{26} \div \sqrt{39} =$ _____。
(10 分)

8 計算並化簡 $3\sqrt{42} \div (-9\sqrt{35}) =$ _____。
(10 分)



- ① () 已知 $\sqrt{3} \doteq 1.732$ ，則下列何者錯誤？(15 分)
- (A) $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3} \doteq 2 \times 1.732 = 3.464$
- (B) $\sqrt{27} = \sqrt{3^2 \times 3} = 3\sqrt{3} \doteq 3 \times 1.732 = 5.196$
- (C) $\sqrt{30} = 10\sqrt{3} \doteq 10 \times 1.732 = 17.32$
- (D) $\sqrt{0.03} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \sqrt{\frac{3}{10^2}} = \frac{\sqrt{3}}{10} \doteq \frac{1.732}{10} = 0.1732$
- ② () 已知 $\sqrt{2} \doteq 1.41$ ，則 $\sqrt{50} \doteq ?$ (15 分)
- (A) 42.3 (B) 35.25
- (C) 28.2 (D) 7.05
- ③ () 已知 $\sqrt{2} \doteq 1.41$ ，則 $\sqrt{200} \doteq ?$ (15 分)
- (A) 14.1 (B) 28.2
- (C) 56.4 (D) 70.5
- ④ () 已知 $\sqrt{3} \doteq 1.73$ ，則 $\sqrt{48} \doteq ?$ (15 分)
- (A) 5.19 (B) 6.92
- (C) 10.38 (D) 13.84
- ⑤ () 已知 $\sqrt{11} \doteq 3.32$ ，則 $\sqrt{99} \doteq ?$ (10 分)
- (A) 9.96 (B) 19.92
- (C) 29.88 (D) 36.52
- ⑥ () 已知 $\sqrt{2} \doteq 1.41$ ，則 $\sqrt{0.02} = \sqrt{\frac{2}{100}} \doteq ?$ (10 分)
- (A) 0.014 (B) 0.028
- (C) 0.141 (D) 0.282
- ⑦ () 已知 $\sqrt{2} \doteq 1.41$ ，則 $\sqrt{0.18} \doteq ?$ (10 分) 【進階題】
- (A) 0.141 (B) 0.423
- (C) 0.564 (D) 0.846
- ⑧ () 已知 $\sqrt{5} \doteq 2.2$ ，則 $\sqrt{0.0125} \doteq ?$ (10 分) 【進階題】
- (A) 0.022 (B) 0.011
- (C) 0.22 (D) 0.11



Nani

基礎特訓班

2-2 根式的運算

概念 7 根式的加減

____ 班 ____ 號

姓名

1 計算下列各式。(每格 3 分, 共 18 分)

(1) $5\sqrt{7} + 6\sqrt{7} = (5+6)\sqrt{7} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $6\sqrt{5} - 4\sqrt{13} + 2\sqrt{5} - 5\sqrt{13} = (6+\underline{\hspace{1cm}})\sqrt{5} - (4+\underline{\hspace{1cm}})\sqrt{13} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $9\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $7\sqrt{11} - 3\sqrt{21} - 4\sqrt{11} + 8\sqrt{21} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2 計算下列各式, 利用「先化簡再合併同類方根」, 將答案化為最簡根式。(每格 4 分, 共 32 分)

(1) $\sqrt{12} - \sqrt{27} = \sqrt{2^2 \times 3} - \sqrt{3^2 \times 3} = 2\sqrt{3} - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(2) $\sqrt{18} - \sqrt{48} + \sqrt{75} - \sqrt{32} = (\underline{\hspace{1cm}}\sqrt{2}) - (\underline{\hspace{1cm}}\sqrt{3}) + (\underline{\hspace{1cm}}\sqrt{3}) - (\underline{\hspace{1cm}}\sqrt{2})$
 $= \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\sqrt{\frac{7}{5}} - \sqrt{\frac{5}{7}} = \sqrt{\frac{7 \times 5}{5 \times 5}} - \sqrt{\frac{5 \times 7}{7 \times 7}} = \frac{\sqrt{35}}{5} - \frac{\sqrt{35}}{7} = \frac{(\underline{\hspace{1cm}})\sqrt{35}}{35}$ 。(分母先有理化)

3 () 計算並化簡 $\sqrt{20} + \sqrt{45} = ?$ (10 分)

(A) $5\sqrt{5}$

(B) $6\sqrt{5}$

(C) $7\sqrt{5}$

(D) $8\sqrt{5}$

4 () 計算並化簡 $\sqrt{8} - \sqrt{24} + \sqrt{98} - \sqrt{54} = ?$ (10 分)

(A) $9\sqrt{2} - 7\sqrt{6}$

(B) $9\sqrt{2} - 5\sqrt{6}$

(C) $18\sqrt{2} - 10\sqrt{6}$

(D) $11\sqrt{2} - 7\sqrt{6}$

5 () 計算並化簡 $3\sqrt{40} + \sqrt{63} - \sqrt{28} + 2\sqrt{90} = ?$ (10 分)

(A) $24\sqrt{5} + 5\sqrt{7}$

(B) $12\sqrt{10} + 5\sqrt{7}$

(C) $24\sqrt{5} + \sqrt{7}$

(D) $12\sqrt{10} + \sqrt{7}$

6 () 計算並化簡 $\sqrt{\frac{8}{3}} - \sqrt{\frac{3}{8}} = ?$ (10 分)

(A) $10\sqrt{6}$

(B) $5\sqrt{24}$

(C) $\frac{5\sqrt{6}}{12}$

(D) $\frac{5\sqrt{5}}{24}$

7 () 計算並化簡 $\sqrt{\frac{9}{11}} + \sqrt{99} = ?$ (10 分)

(A) $\frac{6\sqrt{11}}{11}$

(B) $\frac{36\sqrt{11}}{11}$

(C) $\frac{39\sqrt{11}}{11}$

(D) $\frac{40\sqrt{11}}{11}$



① 計算下列各式，利用「先化簡再合併同類方根」，將答案化為最簡根式。(每格 5 分，共 60 分)

$$\begin{aligned} (1) \quad & 5\sqrt{18} \times (-\sqrt{3}) + 9\sqrt{6} \\ &= 5\sqrt{3^2 \times 2} \times (-\sqrt{3}) + 9\sqrt{6} \\ &= (\underline{\quad}\sqrt{2}) \times (-\sqrt{3}) + 9\sqrt{6} = (-\underline{\quad}) + 9\sqrt{6} = \underline{\quad}。 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (2\sqrt{2} - \sqrt{6})(\sqrt{2} + 3\sqrt{6}) \\ &= 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} + 2\sqrt{2} \times \underline{\quad} - \sqrt{6} \times \underline{\quad} - \sqrt{6} \times 3\sqrt{6} \\ &= 4 + \underline{\quad}\sqrt{12} - \sqrt{12} - 18 = -14 + \underline{\quad}\sqrt{12} = -14 + \underline{\quad}\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & 2\sqrt{60} \times \frac{5}{\sqrt{3}} - 4\sqrt{45} = \underline{\quad}\sqrt{\frac{60}{3}} - 4\sqrt{3^2 \times 5} \\ &= \underline{\quad}\sqrt{20} - 12\sqrt{5} = \underline{\quad}\sqrt{5} - 12\sqrt{5} = \underline{\quad}\sqrt{5} \end{aligned}$$

② () 計算並化簡 $(-3\sqrt{98}) \times \sqrt{5} - 3\sqrt{40} = ?$ (10 分)

- (A) $-27\sqrt{5}$
- (B) $-27\sqrt{10}$
- (C) $-23\sqrt{5}$
- (D) $-23\sqrt{10}$

③ () 計算並化簡 $(\sqrt{5} - 2\sqrt{3})(\sqrt{3} + 2\sqrt{5}) = ?$ (10 分)

- (A) $16 - 5\sqrt{15}$
- (B) $4 - 5\sqrt{15}$
- (C) $16 - 3\sqrt{15}$
- (D) $4 - 3\sqrt{15}$

④ () 計算並化簡 $(3\sqrt{7} + \sqrt{2})(5\sqrt{2} - 2\sqrt{7}) = ?$ (10 分)

- (A) $13\sqrt{14} - 32$
- (B) $13\sqrt{14} + 52$
- (C) $17\sqrt{14} - 32$
- (D) $17\sqrt{14} + 52$

⑤ () 計算並化簡 $5\sqrt{84} \times \frac{4}{\sqrt{7}} - 10\sqrt{48} = ?$ (10 分)

- (A) $-20\sqrt{3}$
- (B) $-20\sqrt{7}$
- (C) 0
- (D) $80\sqrt{3}$



- ① 利用和的平方公式計算 $(3\sqrt{2} + \sqrt{7})^2$ ，將答案化為最簡根式。(每格 4 分，共 12 分)
 $(3\sqrt{2} + \sqrt{7})^2 = (3\sqrt{2})^2 + 2 \times 3\sqrt{2} \times \underline{\hspace{2cm}} + (\sqrt{7})^2 = 18 + \underline{\hspace{2cm}} + 7 = 25 + \underline{\hspace{2cm}}。$
- ② 利用差的平方公式計算 $(3\sqrt{2} - \sqrt{7})^2$ ，將答案化為最簡根式。(每格 4 分，共 12 分)
 $(3\sqrt{2} - \sqrt{7})^2 = (3\sqrt{2})^2 - 2 \times 3\sqrt{2} \times \underline{\hspace{2cm}} + (\sqrt{7})^2 = 18 - \underline{\hspace{2cm}} + 7 = 25 - \underline{\hspace{2cm}}。$
- ③ 利用平方差公式計算 $(3\sqrt{2} + \sqrt{7})(3\sqrt{2} - \sqrt{7})$ ，將答案化為最簡根式。(每格 4 分，共 12 分)
 $(3\sqrt{2} + \sqrt{7})(3\sqrt{2} - \sqrt{7}) = (3\sqrt{2})^2 - (\underline{\hspace{2cm}})^2 = 18 - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}。$
- ④ () 計算並化簡 $(\sqrt{11} + \sqrt{5})(\sqrt{11} - \sqrt{5}) = ?$ (12 分)
 (A) -6 (B) 3
 (C) 6 (D) 16
- ⑤ () 計算並化簡 $(\sqrt{30} - 2\sqrt{7})(\sqrt{30} + 2\sqrt{7}) = ?$ (12 分)
 (A) 2 (B) -2
 (C) 6 (D) 16
- ⑥ () 計算並化簡 $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = ?$ (10 分)
 (A) $5 + 2\sqrt{5}$ (B) $5 + 2\sqrt{6}$
 (C) $5 + \sqrt{5}$ (D) $5 + \sqrt{6}$
- ⑦ () 計算並化簡 $(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 = ?$ (10 分)
 (A) $3 - 3\sqrt{3}$ (B) $9 - 3\sqrt{2}$
 (C) $9 - 6\sqrt{2}$ (D) $3 - 6\sqrt{2}$
- ⑧ () 計算並化簡 $(3\sqrt{7} + \sqrt{2})^2 = ?$ (10 分)
 (A) $23 + 3\sqrt{14}$ (B) $23 + 6\sqrt{14}$
 (C) $65 + 3\sqrt{14}$ (D) $65 + 6\sqrt{14}$
- ⑨ () 計算並化簡 $(\sqrt{5} - 2\sqrt{10})^2 = ?$ (10 分)
 (A) $45 - 20\sqrt{2}$ (B) $-35 - 20\sqrt{2}$
 (C) $45 - 10\sqrt{2}$ (D) $-35 - 10\sqrt{2}$



- ① 利用平方差公式有理化根式 $\frac{4}{\sqrt{7}+3}$ 的分母，將答案化為最簡根式。(每格 5 分，共 20 分)

$$\frac{4}{\sqrt{7}+3} = \frac{4(\quad)}{(\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}-3)} = \frac{4(\quad)}{7-9} = \frac{4(\quad)}{-2} = \underline{\hspace{2cm}} + 6。$$

- ② 利用平方差公式有理化根式 $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{11}-\sqrt{10}}$ 的分母，將答案化為最簡根式。(每格 5 分，共 30 分)

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{11}-\sqrt{10}} &= \frac{3\sqrt{2}(\quad)}{(\sqrt{11}-\sqrt{10})(\sqrt{11}+\sqrt{10})} = \frac{3\sqrt{2}(\quad)}{11-10} = \underline{\hspace{2cm}} + 3\sqrt{20} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} + 3\sqrt{2^2 \times 5} = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}\sqrt{5}。 \end{aligned}$$

- ③ () 計算並化簡 $\frac{18}{\sqrt{5}+2} = ?$ (10 分)

- (A) $6\sqrt{5}-12$ (B) $18\sqrt{5}-36$
(C) $6\sqrt{5}+12$ (D) $18\sqrt{5}+36$

- ④ () 計算並化簡 $\frac{4}{\sqrt{10}-\sqrt{6}} = ?$ (10 分)

- (A) $\sqrt{10}-\sqrt{6}$ (B) $2\sqrt{10}-2\sqrt{6}$
(C) $\sqrt{10}+\sqrt{6}$ (D) $2\sqrt{10}+2\sqrt{6}$

- ⑤ () 計算並化簡 $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = ?$ (10 分)

- (A) $\sqrt{30}-3\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{30}-3\sqrt{2}$
(C) $\sqrt{30}-2\sqrt{3}$ (D) $2\sqrt{30}-2\sqrt{3}$

- ⑥ () 計算並化簡 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{15}-\sqrt{14}} = ?$ (10 分)

- (A) $15-\sqrt{70}$ (B) $15+\sqrt{70}$
(C) $5\sqrt{3}-\sqrt{70}$ (D) $5\sqrt{3}+\sqrt{70}$

- ⑦ () 計算並化簡 $\frac{8\sqrt{14}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = ?$ (10 分)

- (A) $2\sqrt{14}-2\sqrt{3}$ (B) $14\sqrt{2}-2\sqrt{42}$
(C) $14\sqrt{2}+2\sqrt{42}$ (D) $7\sqrt{2}+\sqrt{42}$



- ① () 李叔叔有一塊面積 80 平方公尺的正方形菜園，其中一邊緊鄰他家的圍牆，並且有一道門通往菜園。如果李叔叔要將另外三邊用竹籬笆圍起來，他要求得這三邊的總長度。以下是李叔叔的作法，他的作法是否正確？如果有錯，從哪個步驟開始是錯的？(25 分)

步驟一 設正方形菜園的邊長為 x 公尺，則 $x^2 = 80$

步驟二 $x = \sqrt{80}$ 或 $x = -\sqrt{80}$ (負數不合)

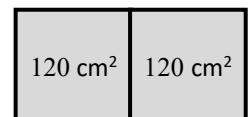
步驟三 $\sqrt{80} = \sqrt{4^2 \times 10} = 4\sqrt{10}$

步驟四 $4\sqrt{10} \times 3 = 12\sqrt{10}$ ，故三邊的總長度為 $12\sqrt{10}$ 公尺

- (A) 從步驟二開始是錯的 (B) 從步驟三開始是錯的
(C) 只有步驟四錯 (D) 所有步驟都正確。
- ② () 張爺爺有一塊面積 150 平方公尺的正方形菜園，其中一邊緊鄰他家的圍牆，並且有一道門通往菜園。如果張爺爺要將另外三邊用竹籬笆圍起來，這三邊的總長度為何？(25 分)
- (A) $6\sqrt{5}$ 公尺 (B) $5\sqrt{6}$ 公尺
(C) $15\sqrt{6}$ 公尺 (D) $25\sqrt{6}$ 公尺

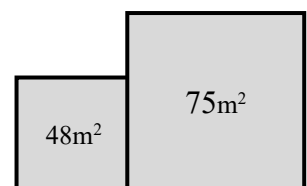
- ③ () 品謙將兩張面積 120 平方公分的正方形色紙無縫拼接成一個長方形，那麼這個長方形的周長是多少公分？(25 分)

- (A) $36\sqrt{3}$ 公分 (B) $36\sqrt{10}$ 公分
(C) $12\sqrt{10}$ 公分 (D) $12\sqrt{30}$ 公分



- ④ () 如圖，蘇爺爺有兩塊用來種菜的農地，兩塊土地緊鄰，面積分別是 48 平方公尺和 75 平方公尺，那麼這兩塊土地的周長是多少公尺？(25 分)

- (A) $28\sqrt{3}$ 公尺 (B) $28\sqrt{6}$ 公尺
(C) $22\sqrt{3}$ 公尺 (D) $22\sqrt{6}$ 公尺





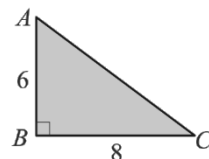
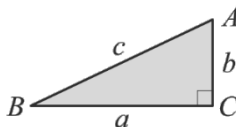
概念 1 利用畢氏定理求長度

1 畢氏定理：任一直角三角形 ABC 中，若 $\angle C$ 為直角，

則兩股長平方和等於斜邊長平方，即 $\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2$ 。

例 如右圖，直角三角形 ABC 中，斜邊 $\overline{AC}$ 的長度為何？

解 因為 $\overline{AC}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$ ， $\overline{AC} = \pm\sqrt{100} = \pm 10$ (負不合)，故 $\overline{AC} = 10$ 。

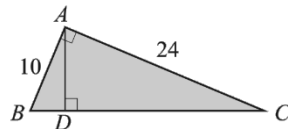


概念 2 斜邊上的高

例 如右圖， $\angle BAC$ 是直角，求 $\overline{BC}$ 與斜邊上高 $\overline{AD}$ 的長度。

解 $\overline{BC}^2 = 10^2 + 24^2 = 676$ ， $\overline{BC} = \pm 26$ (負數不合)，故 $\overline{BC} = 26$ 。

$\triangle ABC$ 面積 $= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AD}$ ，即 $\frac{1}{2} \times 10 \times 24 = \frac{1}{2} \times 26 \times \overline{AD}$ ， $\overline{AD} = \frac{120}{13}$ 。



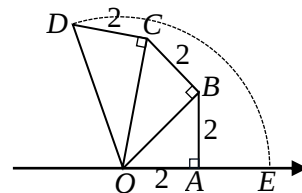
概念 3 找出坐標為 $\sqrt{a}$ 的點

例 如右圖，在數線上， O 為原點， A 點坐標為 2 ， $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 2$ ， $\overline{OD} = ?$ E 點的坐標為何？

解 $\overline{OB}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AB}^2 = 2^2 + 2^2 = 8$ ，則 $\overline{OB} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ；

$\overline{OC}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{BC}^2 = \sqrt{8}^2 + 2^2 = 12$ ，則 $\overline{OC} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ；

$\overline{OD}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{CD}^2 = \sqrt{12}^2 + 2^2 = 16$ ，則 $\overline{OD} = \sqrt{16} = 4$ ，故 E 點的坐標為 4 。



概念 4 畢氏定理的應用

例 小新家有一臺 30 吋(對角線長)小電視，螢幕長、寬比為 $4:3$ ，則螢幕約寬幾公分？(1 吋 ≈ 2.5 公分)

解 螢幕的長：寬 $= 4:3$ ，假設長為 $4r$ ，寬為 $3r$ ， $r > 0$ ，由畢氏定理可知：若 d 為螢幕對角線長，則 $d^2 = (4r)^2 + (3r)^2 = 25r^2$ ， $d = \pm 5r$ (負數不合)，

30 吋 $\approx 30 \times 2.5$ 公分 $= 75$ 公分，即 $5r = 75$ ，可得 $r = 15$ ，寬為 $3r$ ，約為 $3 \times 15 = 45$ (公分)。



概念 5 水平、鉛垂線上兩點的距離

1 坐標平面上 y 坐標相同(水平線上)兩點的距離： $A(x_1, b)$ 、 $B(x_2, b)$ 兩點的距離 $= |x_2 - x_1|$ 。

2 坐標平面上 x 坐標相同(鉛垂線上)兩點的距離： $A(a, y_1)$ 、 $B(a, y_2)$ 兩點的距離 $= |y_2 - y_1|$ 。



概念 6 距離公式及其應用

1 坐標平面上 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 兩點的距離 $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x \text{ 坐標的差})^2 + (y \text{ 坐標的差})^2}$

例 已知坐標平面上 $R(-3, 5)$ 、 $S(3, 2)$ 兩點，求 $\overline{RS}$ 的長度。

解 $\overline{RS} = \sqrt{[3 - (-3)]^2 + (2 - 5)^2} = \sqrt{6^2 + (-3)^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

例 已知坐標平面上 $A(1, -3)$ 、 $B(6, 7)$ 、 $C(-9, 2)$ 三點，則 $\triangle ABC$ 為哪一種三角形？周長是多少？

解 $\overline{AB} = \sqrt{(6 - 1)^2 + [7 - (-3)]^2} = \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{25 + 100} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

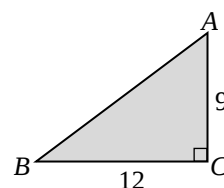
$\overline{AC} = \sqrt{(-9 - 1)^2 + [2 - (-3)]^2} = \sqrt{(-10)^2 + 5^2} = \sqrt{100 + 25} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

$\overline{BC} = \sqrt{(-9 - 6)^2 + (2 - 7)^2} = \sqrt{(-15)^2 + (-5)^2} = \sqrt{225 + 25} = \sqrt{250} = 5\sqrt{10}$

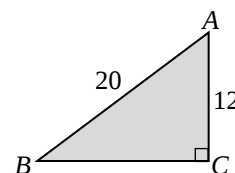
$\overline{AB} = \overline{AC}$ ，故 $\triangle ABC$ 為等腰三角形，周長 $= 5\sqrt{5} + 5\sqrt{5} + 5\sqrt{10} = 10\sqrt{5} + 5\sqrt{10}$



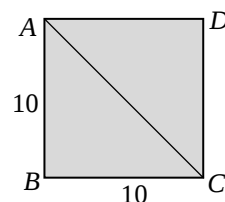
- ① () 下列哪一組邊長不是直角三角形的三邊長？(15 分)
- (A) 3cm、4cm、5cm (B) 5cm、12cm、13cm
- (C) 8cm、15cm、17cm (D) 5cm、8cm、10cm
- ② () 下列哪一組邊長不是直角三角形的三邊長？(15 分)
- (A) 6cm、8cm、10cm (B) 4cm、7cm、9cm
- (C) 7cm、24cm、25cm (D) 9cm、40cm、41cm
- ③ () 如圖，直角三角形 ABC 中，斜邊 $\overline{AB}$ 的長度是多少？(15 分)
- (A) 13 (B) 15
- (C) 17 (D) 19



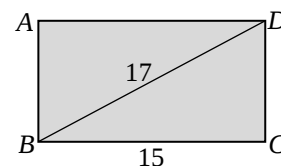
- ④ () 如圖，直角三角形 ABC 中， $\overline{BC}$ 的長度是多少？(15 分)
- (A) 12 (B) 14
- (C) 16 (D) 18



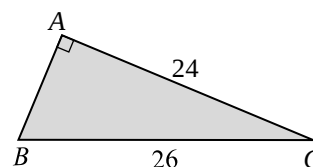
- ⑤ () 如圖，正方形 $ABCD$ 中，對角線 $\overline{AC}$ 的長度是多少？(10 分)
- (A) 12 (B) 15
- (C) $10\sqrt{2}$ (D) $15\sqrt{2}$



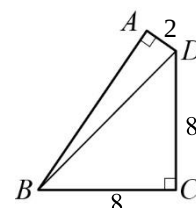
- ⑥ () 如圖，長方形 $ABCD$ 中，寬邊 $\overline{CD}$ 的長度是多少？(10 分)
- (A) 10 (B) 8
- (C) 6 (D) 4



- ⑦ () 如圖，直角三角形 ABC 中， $\overline{AB}$ 的長度是多少？(10 分)
- (A) 10 (B) 12
- (C) 14 (D) 16

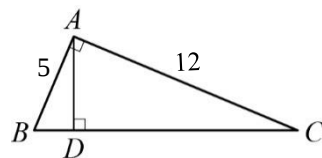


- ⑧ () 如圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\angle DAB$ 與 $\angle BCD$ 是直角。
- 若 $\overline{AD} = 2$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{CD} = 8$ ，求 $\overline{AB} = ?$ (10 分)
- (A) $2\sqrt{34}$ (B) $2\sqrt{33}$
- (C) $8\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{31}$

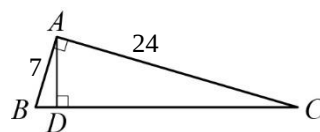




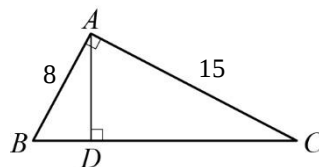
- ① () 如圖，在直角三角形 ABC 中，若 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 12$ ，則下列敘述何者錯誤？(20 分)
- (A) $\overline{BC} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$
- (B) $\triangle ABC$ 的面積 $= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$
- (C) $\triangle ABC$ 的面積 $= \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 13 \times \overline{AD} = 30$
- (D) $\overline{AD} = \frac{30}{13}$



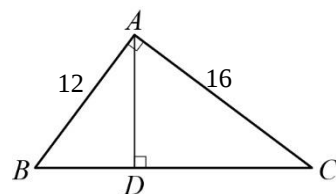
- ② () 如圖，在直角三角形 ABC 中，若 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{AC} = 24$ ，則斜邊上的高 $\overline{AD} = ?$ (20 分)
- (A) $\frac{168}{25}$ (B) $\frac{84}{25}$
- (C) $\frac{168}{31}$ (D) $\frac{84}{31}$



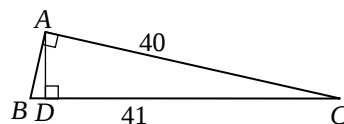
- ③ () 如圖，在直角三角形 ABC 中，若 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AC} = 15$ ，則斜邊上的高 $\overline{AD} = ?$ (20 分)
- (A) $\frac{60}{17}$ (B) $\frac{120}{17}$
- (C) $\frac{60}{23}$ (D) $\frac{120}{23}$



- ④ () 如圖，在直角三角形 ABC 中，若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{AC} = 16$ ，則斜邊上的高 $\overline{AD} = ?$ (20 分)
- (A) $\frac{44}{5}$ (B) $\frac{46}{5}$
- (C) $\frac{48}{5}$ (D) 10



- ⑤ () 如圖，在直角三角形 ABC 中，若 $\overline{BC} = 41$ ， $\overline{AC} = 40$ ，則斜邊上的高 $\overline{AD} = ?$ (20 分)
- (A) $\frac{520}{41}$ (B) $\frac{440}{41}$
- (C) $\frac{400}{41}$ (D) $\frac{360}{41}$

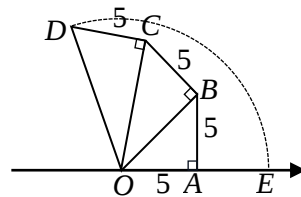




- ① () 如圖，在數線上， O 為原點， A 點坐標為 5， $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 5$ ，

$\overline{OD} = \overline{OE}$ ，則下列敘述何者錯誤？(20 分)

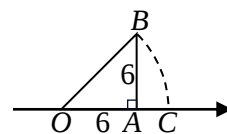
- (A) $\overline{OB}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AB}^2 = 5^2 + 5^2 = 50$ ，則 $\overline{OB} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
 (B) $\overline{OC}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{BC}^2 = \sqrt{50}^2 + 5^2 = 75$ ，則 $\overline{OC} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$
 (C) $\overline{OD}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{CD}^2 = \sqrt{75}^2 + 5^2 = 100$ ，則 $\overline{OD} = \sqrt{100} = 10$
 (D) E 點的坐標為 10



- ② () 如圖，在數線上， O 為原點， A 點坐標為 6， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{OB} = \overline{OC}$ ，

則 C 點的坐標為何？(20 分)

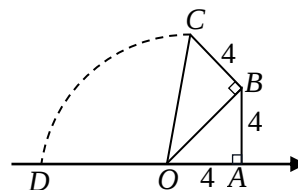
- (A) $6\sqrt{2}$ (B) $7\sqrt{2}$
 (C) 8 (D) 9



- ③ () 如圖，在數線上， O 為原點， A 點坐標為 4， $\overline{AB} = \overline{BC} = 4$ ，

$\overline{OC} = \overline{OD}$ ，則 D 點的坐標為何？(20 分)

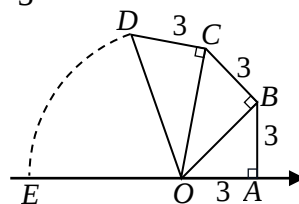
- (A) $-4\sqrt{2}$ (B) $-5\sqrt{2}$
 (C) $-4\sqrt{3}$ (D) -6



- ④ () 如圖，在數線上， O 為原點， A 點坐標為 3， $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 3$ ，

$\overline{OD} = \overline{OE}$ ，則 E 點的坐標為何？(20 分)

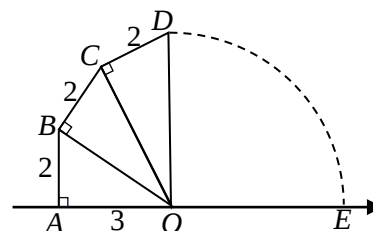
- (A) $-3\sqrt{2}$ (B) $-3\sqrt{3}$
 (C) $-4\sqrt{3}$ (D) -6



- ⑤ () 如圖，在數線上， O 為原點， A 點坐標為 -3 ， $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 2$ ，

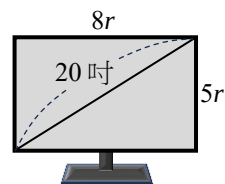
$\overline{OD} = \overline{OE}$ ，則 E 點的坐標為何？(20 分)

- (A) $\sqrt{21}$ (B) 5
 (C) $5\sqrt{2}$ (D) $5\sqrt{3}$





- 1 () 已知液晶螢幕的尺寸是以吋為單位 (1 吋 $\doteq$ 2.54 公分)，品謙有一臺對角線長為 20 吋液晶螢幕，長、寬比為 8:5 (一般通稱 16:10)，他想知道螢幕的長，先設長為 $8r$ 吋、寬為 $5r$ 吋，接著是以下的作法，過程是否正確？如果有錯，從哪個步驟開始是錯的？(25 分)

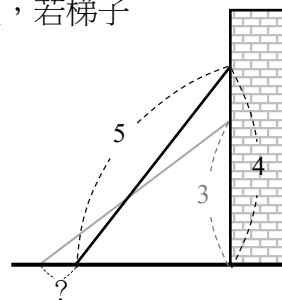


- 步驟一 $(8r)^2 + (5r)^2 = 20^2$, $64r^2 + 25r^2 = 20^2$, $89r^2 = 20^2$
 步驟二 $r^2 = \frac{20^2}{89}$, $r = \frac{20}{89}$ 或 $r = -\frac{20}{89}$ (負數不合)
 步驟三 長為 $8 \times \frac{20}{89}$ 吋 $= \frac{160}{89}$ 吋
 步驟四 $\frac{160}{89}$ 吋 $\doteq \frac{160}{89} \times 2.54$ 公分 (可用計算機求得大約公分數)

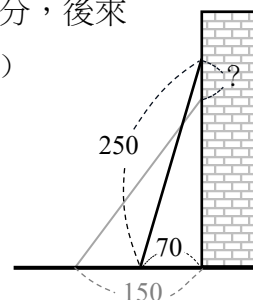
- (A) 從步驟二開始是錯的 (B) 從步驟三開始是錯的
 (C) 只有步驟四錯 (D) 所有步驟都正確。

- 2 () 品謙家有一臺對角線長為 58 吋的電視機，長：寬 = 21:9，則電視機的長約幾公分？
 (A) $\frac{7\sqrt{522}}{9} \times 2.54$ 公分 (B) $\frac{522}{9} \times 2.54$ 公分 (1 吋 $\doteq$ 2.54 公分) (25 分)
 (C) $\frac{\sqrt{58}}{3} \times 2.54$ 公分 (D) $\frac{2\sqrt{522}}{9} \times 2.54$ 公分

- 3 () 有一長度為 5 公尺的梯子斜靠在牆上，已知梯頂距離地面 4 公尺，若梯子下滑至距離地面 3 公尺，則梯腳往外推出多少公尺？(25 分)
 (A) 0.6 公尺 (B) 0.8 公尺 (C) 1 公尺 (D) 1.2 公尺



- 4 () 有一長度為 250 公分的梯子斜靠在牆上，原本梯腳距離牆面 70 公分，後來將梯腳移至距離牆面 150 公分，則梯頂向下移動多少公分？(25 分)
 (A) 60 公分 (B) 50 公分 (C) 45 公分 (D) 40 公分





- 1 () 下列各組兩點都是在同一條水平線上，也就是說，各組兩點的 y 坐標相同，試問哪一組的兩點距離不等於 3？(15 分)

(A) $A(7, 8)$ 、 $B(4, 8)$ (B) $C(-7, 2)$ 、 $D(-4, 2)$

(C) $E(-3, -9)$ 、 $F(1, -9)$ (D) $G(2, -5)$ 、 $H(-1, -5)$
- 2 () 下列各組兩點都是在同一條鉛垂線上，也就是說，各組兩點的 x 坐標相同，試問哪一組的兩點距離不等於 5？(15 分)

(A) $A(7, 8)$ 、 $B(7, 3)$ (B) $C(-7, 2)$ 、 $D(-7, -3)$

(C) $E(-3, -6)$ 、 $F(-3, -1)$ (D) $G(-2, -1)$ 、 $H(-2, -5)$
- 3 () 下列哪一組的兩點距離等於 6？(15 分)

(A) $A(-5, 2)$ 、 $B(-1, 2)$ (B) $C(-1, -3)$ 、 $D(-8, -3)$

(C) $E(-8, -6)$ 、 $F(-2, -6)$ (D) $G(-2, 9)$ 、 $H(-9, 9)$
- 4 () 下列哪一組的兩點距離等於 10？(15 分)

(A) $A(4, -8)$ 、 $B(4, 2)$ (B) $C(7, -2)$ 、 $D(7, -8)$

(C) $E(-3, -6)$ 、 $F(-3, 6)$ (D) $G(-2, -1)$ 、 $H(-2, -5)$
- 5 () 下列哪一組的兩點距離不等於 4？(15 分)

(A) $A(5, -2)$ 、 $B(1, -2)$ (B) $C(-6, 2)$ 、 $D(2, 2)$

(C) $E(-2, 10)$ 、 $F(2, 10)$ (D) $G(-9, -3)$ 、 $H(-5, -3)$
- 6 () 下列哪一組的兩點距離不等於 8？(15 分)

(A) $A(-9, 8)$ 、 $B(-9, 0)$ (B) $C(-12, 2)$ 、 $D(-12, -6)$

(C) $E(10, -9)$ 、 $F(10, -1)$ (D) $G(-15, -3)$ 、 $H(-15, -10)$
- 7 () 下列哪一組的兩點距離不等於 7？(10 分)

(A) $A(1, -1)$ 、 $B(7, -1)$ (B) $C(-5, 4)$ 、 $D(-5, -3)$

(C) $E(-1, 6)$ 、 $F(6, 6)$ (D) $G(5, -6)$ 、 $H(-2, -6)$



- ① () 已知坐標平面上的兩點距離公式 $=\sqrt{(x \text{ 坐標的差})^2 + (y \text{ 坐標的差})^2}$ ，若坐標平面上有 $A(-5, 7)$ 、 $B(7, 2)$ 兩點，則 $\overline{AB}$ 的長度 = ? (20 分)
- (A) 10 (B) 12 (C) 13 (D) 15
- ② () 若坐標平面上有 $A(1, 2)$ 、 $B(-5, -4)$ 兩點，則 $\overline{AB}$ 的長度 = ? (20 分)
- (A) 8 (B) 9 (C) $4\sqrt{13}$ (D) $6\sqrt{2}$
- ③ () 若坐標平面上有 $B(-5, -4)$ 、 $C(-5, 8)$ 兩點，則 $\overline{BC}$ 的長度 = ? (15 分)
- (A) 10 (B) 12 (C) 13 (D) 15
- ④ () 若坐標平面上有 $A(1, 2)$ 、 $C(-5, 8)$ 兩點，則 $\overline{AC}$ 的長度 = ? (15 分)
- (A) 8 (B) 10 (C) $4\sqrt{13}$ (D) $6\sqrt{2}$
- ⑤ () 承 ②、③、④， A 、 B 、 C 三點所形成的 $\triangle ABC$ 是哪一種三角形? (15 分)
- (A) 直角三角形 (B) 只有兩邊等長的等腰三角形
(C) 正三角形 (D) 以上皆不是
- ⑥ () 若坐標平面上有 $A(9, -7)$ 、 $B(5, -2)$ 、 $C(-3, -2)$ 三點，則 $\triangle ABC$ 的周長 = ?
- (A) 33 (B) $\sqrt{41} + 20$ (C) $\sqrt{41} + 21$ (D) $3\sqrt{13} + 23$ (15 分)


概念 ① 因式與倍式的判斷

1 因式與倍式：設 A 、 B 、 C 皆不為 0 多項式，若 $A=B \times C$ ，則 B 、 C 都是 A 的因式， A 是 B 、 C 的倍式。

例 已知 $x^2-x-2=(x+1)(x-2)$ ，則 $x+1$ 和 $x-2$ 都是 x^2-x-2 的因式； x^2-x-2 是 $x+1$ 和 $x-2$ 的倍式。


概念 ② 利用除法做因式分解

1 因式分解：將一個 x 的二次式寫成兩個 x 的一次式乘積，稱為將這個二次式因式分解。

例 x^2-x-2 可因式分解為 $(x+1)(x-2)$ 。

2 已知一個二次式可因式分解成兩個一次式乘積，且知道其中一個一次式，可用除法求得另外一個一次式。

例 $6x^2+7x-3$ 可因式分解為 $(3x-1)(ax+b)$ ，則 a 和 b 的值為多少？

解 如右邊的直式除法，可求得 $ax+b=2x+3$ ，則 $a=2$ 和 $b=3$ 。

$$\begin{array}{r} 2x + 3 \\ 3x-1 \overline{) 6x^2 + 7x - 3} \\ \underline{6x^2 - 2x} \\ 9x - 3 \\ \underline{9x - 3} \\ 0 \end{array}$$


概念 ③ 提單項公因式
概念 ④ 提一次式因式分解
概念 ⑤ 變號與提兩次公因式

1 提公因式法：如果式子的各項有一次以上的公因式，可將此公因式提出，完成因式分解。

※ 如果有公因數，通常也會把公因數提出，提出公因數對下一章解一元二次方程式時，會更簡便。

2 提單項公因式：如果只有單項的公因式，將其提出的作法，稱為提單項公因式。

例 $8a^2+6a=2a \cdot 4a+2a \cdot 3=2a(4a+3)$

例 $3x(5x-3)-3x(4x+5)=3x[(5x-3)-(4x+5)]=3x(5x-3-4x-5)=3x(x-8)$

3 提一次式因式分解：非單項的一次式公因式，可將其提出。

例 $(x-3)(2x+5)-(2x-5)(x-3)=(x-3)[(2x+5)-(2x-5)]=(x-3)(2x+5-2x+5)=10(x-3)$

例 $(5x-3)^2-(5x-3)(4x-5)=(5x-3)[(5x-3)-(4x-5)]=(5x-3)(5x-3-4x+5)=(5x-3)(x+2)$

4 有些多項式可透過適當的轉化，就能夠利用提公因式法做因式分解。

例 $5(3x-4)+(4-3x)(4-x)=5(3x-4)-(3x-4)(4-x)=(3x-4)[5-(4-x)]=(3x-4)(x+1)$

例 $(3x^2-5x)+(6x-10)=x(3x-5)+2(3x-5)=(3x-5)(x+2)$


概念 ⑥ 利用平方差公式因式分解

1 型如 a^2-b^2 的多項式，可以利用平方差公式，因式分解為 $(a+b)(a-b)$ 。

例 ① $x^2-4=(x+2)(x-2)$ 。 ② $4x^2-9=(2x)^2-3^2=(2x+3)(2x-3)$

③ $3x^2-12=3(x^2-4)=3(x^2-2^2)=3(x+2)(x-2)$


概念 ⑦ 利用平方公式因式分解_二次項係數為 1
概念 ⑧ 利用平方公式因式分解_二次項係數不為 1

1 型如 $a^2+2ab+b^2$ 的多項式，可以利用和的平方公式，因式分解為 $(a+b)^2$ 。

例 ① $x^2+6x+9=x^2+2 \cdot x \cdot 3+3^2=(x+3)^2$ 。 ② $36x^2+60x+25=(6x)^2+2 \cdot (6x) \cdot 5+5^2=(6x+5)^2$ 。

③ $50x^2+60x+18=2(25x^2+30x+9)=2[(5x)^2+2 \cdot (5x) \cdot 3+3^2]=2(5x+3)^2$

2 型如 $a^2-2ab+b^2$ 的多項式，可以利用差的平方公式，因式分解為 $(a-b)^2$ 。

例 ① $x^2-8x+16=x^2-2 \cdot x \cdot 4+4^2=(x-4)^2$ 。

② $4x^2-16x+16=(2x)^2-2 \cdot (2x) \cdot 4+4^2=(2x-4)^2$ 。另解： $4x^2-16x+16=4(x^2-4x+4)=4(x-2)^2$


概念 ⑨ 利用平方公式因式分解的應用

例 $(3x-1)^2-9=(3x-1)^2-3^2=(3x-1+3)(3x-1-3)=(3x+2)(3x-4)$ 。



Nani

基礎特訓班

3-1 提公因式法與乘法公式因式分解

概念 ① 因式與倍式的判斷

____ 班 ____ 號

姓名

- ① () 已知 $12x^2 - 20x = 4x(3x - 5)$ ，則下列敘述何者錯誤？(20分)

(A) $12x^2 - 20x$ 是的 $4x$ 倍式	(B) $12x^2 - 20x$ 是 $3x - 5$ 的倍式
(C) $4x$ 是 $12x^2 - 20x$ 的因式	(D) $3x - 5$ 是 $12x^2 - 20x$ 的倍式

- ② () 已知 $(10x^2 - 11x + 3) \div (2x - 1) = 5x - 3$ ，則下列敘述何者正確？(20分)

(A) $10x^2 - 11x + 3$ 是 $2x - 1$ 的因式	(B) $10x^2 - 11x + 3$ 是 $5x - 3$ 的因式
(C) $2x - 1$ 是 $10x^2 - 11x + 3$ 的因式	(D) $5x - 3$ 是 $2x - 1$ 的倍式

- ③ () 計算 $(x^2 + x - 6) \div (x - 2)$ ，判別下列何者是 $x^2 + x - 6$ 的因式？(15分)

(A) $x - 3$	(B) $x + 3$
(C) $x - 4$	(D) $x + 4$

- ④ () 計算 $(x^2 + 3x - 18) \div (x - 3)$ ，判別下列何者是 $x^2 + 3x - 18$ 的因式？(15分)

(A) $x - 6$	(B) $x + 2$
(C) $x + 3$	(D) $x + 6$

- ⑤ () 計算 $(x^2 + 7x + 12) \div (x + 3)$ ，判別下列何者是 $x^2 + 7x + 12$ 的因式？(15分)

(A) $x + 4$	(B) $x + 5$
(C) $x + 6$	(D) $x + 7$

- ⑥ () 計算 $(3x^2 - 7x - 20) \div (x - 4)$ ，判別下列何者是 $3x^2 - 7x - 20$ 的因式？(15分)

(A) $3x - 5$	(B) $3x - 6$
(C) $3x + 5$	(D) $2x + 5$



- ① () 若 $x^2 - 9x + 14$ 可以被因式分解成 $(x-2)(ax+b)$ ，則 a 和 b 的值為何？(20分)
 - (A) $a = -1, b = -7$
 - (B) $a = -1, b = 7$
 - (C) $a = 1, b = -7$
 - (D) $a = 1, b = 7$

- ② () 若 $8x^2 - 10x - 3$ 可以被因式分解成 $(2x-3)(ax+b)$ ，則 a 和 b 的值為何？(20分)
 - (A) $a = 4, b = 1$
 - (B) $a = 4, b = -1$
 - (C) $a = -4, b = 1$
 - (D) $a = -4, b = -1$

- ③ () 若 $9x^2 - 9x - 10$ 可以被因式分解成 $(3x+2)(ax+b)$ ，則 a 和 b 的值為何？(20分)
 - (A) $a = 3, b = 5$
 - (B) $a = 3, b = -5$
 - (C) $a = 6, b = 5$
 - (D) $a = 6, b = -5$

- ④ () 若 $6x^2 - 11x + 3$ 可以被因式分解成 $(3x-1)(ax+b)$ ，則 a 和 b 的值為何？(20分)
 - (A) $a = 3, b = 3$
 - (B) $a = 3, b = -3$
 - (C) $a = 2, b = 3$
 - (D) $a = 2, b = -3$

- ⑤ () 若 $27x^2 + 3x - 2$ 可以被因式分解成 $(3x+1)(ax+b)$ ，則 a 和 b 的值為何？(20分)
 - (A) $a = 9, b = -2$
 - (B) $a = 9, b = 2$
 - (C) $a = 6, b = -3$
 - (D) $a = 6, b = 3$



① () 下列何者為因式分解 $x^2 + 4x$ 的結果？(15 分)

- (A) $x(x+4)$ (B) $2x(x+2)$
(C) $x(x^2+2)$ (D) $2x(x+4)$

② () 下列何者為因式分解 $2x^2 - 6x$ 的結果？(15 分)

- (A) $x(x-3)$ (B) $2x(x+3)$
(C) $2x(x-3)$ (D) $2x(x-6)$

③ () 下列何者為因式分解 $3x(x+5) + 3x(x-6)$ 的結果？(10 分)

- (A) $3x(2x+1)$ (B) $3x(2x-1)$
(C) $3x(2x-13)$ (D) $6x(x-1)$

④ () 下列何者為因式分解 $5x(4x-9) - 5x(3x+7)$ 的結果？(10 分)

- (A) $5x(x-16)$ (B) $5x(x-2)$
(C) $10x(x-16)$ (D) $4x(x-2)$

⑤ () 下列何者為因式分解 $4x(3x+3) - 8x(x-5)$ 的結果？(10 分)

- (A) $4x(x-7)$ (B) $4x(x+2)$
(C) $4x(2x+8)$ (D) $4x(x+13)$

⑥ 因式分解下列各式，如果有公因數也要提出。(每小題 10 分，共 40 分)

(1) $7x^2 + 14x =$ _____。

(2) $6x(2x-7) + 6x(x-5)$
= _____。

(3) $8x(3x+10) - 8x(2x+7)$
= _____。

(4) $3x(5x-2) - 12x(x-1)$
= _____。



- ① () 下列何者為因式分解 $3x(x+5)+2(x+5)$ 的結果？(15 分)
 (A) $2(x+5)(3x+2)$ (B) $(x+5)(3x+2)$
 (C) $(x+5)(5x+10)$ (D) $2(x+3)(5x+10)$
- ② () 下列何者為因式分解 $4x(3x+5)-3(3x+5)$ 的結果？(15 分)
 (A) $x(3x+5)$ (B) $2x(3x+5)$
 (C) $(3x+5)(4x-3)$ (D) $2(3x+5)(4x-3)$
- ③ () 下列何者為因式分解 $(x+7)(x+3)+(x+8)(x+3)$ 的結果？(15 分)
 (A) $(x+3)(x+15)$ (B) $(x+3)(2x+15)$
 (C) $2(x+3)(x+15)$ (D) $2(x+3)(2x+15)$
- ④ () 下列何者為因式分解 $(x-4)(8x+2)-(x-4)(5x+1)$ 的結果？(15 分)
 (A) $2(x-4)(3x+1)$ (B) $6(x-4)(x+1)$
 (C) $(x-4)(3x+1)$ (D) $3(x-4)(x+1)$

⑤ 因式分解下列各式，如果有公因數也要提出。(每小題 10 分，共 40 分)

(1) $4x(x-7)+5(x-7)$

= _____。

(2) $5x(3x+2)-4(3x+2)$

= _____。

(3) $(x+9)(3x+8)+(x+9)(2x+13)$

= _____。

(4) $(2x-7)(3x+5)-(x-7)(2x-7)$

= _____。



- ① () 品謙因式分解 $3x(x-1)+2(1-x)$ 時，他觀察式子後，先將「 $+2(1-x)$ 」變號為「 $-2(x-1)$ 」再因式分解，即因式分解 $3x(x-1)-2(x-1)$ ，結果為何？(15分)
- (A) $(x-1)(3x-2)$ (B) $(x-1)(3x+2)$
(C) $(1-x)(3x-2)$ (D) $(1-x)(3x+2)$
- ② () 下列何者為因式分解 $2x(3x-5)-3(-3x+5)$ 的結果？(15分)
- (A) $(3x-5)(2x-3)$ (B) $(3x-5)(2x+3)$
(C) $(3x+5)(2x-3)$ (D) $(3x+5)(2x+3)$
- ③ () 下列何者為因式分解 $(2x-7)(x+5)+(2x-5)(7-2x)$ 的結果？(15分)
- (A) $3x(2x-7)$ (B) $(2x-7)(x-10)$
(C) $(2x-7)(x+10)$ (D) $-(2x-7)(x-10)$
- ④ () 芝璇因式分解 $(3x^2-2x)+(9x-6)$ 時，她觀察式子後，先將 $3x^2-2x$ 的 x 提出，並將 $9x-6$ 的公因數 3 提出，得到原式等於 $x(3x-2)+3(3x-2)$ 再因式分解，結果為何？(15分)
- (A) $2(3x-2)(x+3)$ (B) $(3x-2)(2x+3)$
(C) $(3x-2)(x+3)$ (D) $(3x-2)(x-3)$

⑤ 因式分解下列各式。(每小題 10 分，共 40 分)

(1) $4x(2x-3)+5(3-2x)$

= _____。

(2) $(5x-6)(2x+3)-(6-5x)(x-5)$

= _____。

(3) $(4x^2-12x)-(3x-9)$

= _____。

(4) $(2x-5)^2+(4x-10)$

= _____。



- ① () 品謙因式分解 $9x^2 - 4$ 時，他觀察式子後，先將 $9x^2$ 寫為 $(3x)^2$ ，4 寫成 2^2 ，然後用平方差公式因式分解 $(3x)^2 - 2^2$ ，結果為何？(15 分)
- (A) $(3x-2)^2$ (B) $3x(3x-2)$
(C) $(3x+2)(3x-2)$ (D) $(3x+2)^2$
- ② () 芝璇因式分解 $6x^2 - 54$ 時，他觀察式子後，發現 6 和 54 有公因數 6，因此可以得到原式 $6x^2 - 54 = 6(x^2 - 9) = 6(x^2 - 3^2)$ ，再用平方差公式因式分解 $x^2 - 3^2$ ，結果為何？(15 分)
- (A) $6(x-3)^2$ (B) $6(x+3)(x-3)$
(C) $12(x-3)^2$ (D) $12(x+3)(x-3)$
- ③ () 下列何者為因式分解 $25x^2 - 49$ 的結果？(15 分)
- (A) $(5x-9)^2$ (B) $(5x+9)(5x-9)$
(C) $(5x-7)^2$ (D) $(5x+7)(5x-7)$
- ④ () 下列何者為因式分解 $2x^2 - 32$ 的結果？(15 分)
- (A) $2(x-4)(x+4)$ (B) $4(x-2)(x+2)$
(C) $2(x-4)^2$ (D) $4(x-2)^2$

⑤ 因式分解下列各式，如果有公因數也要提出。(每小題 10 分，共 40 分)

(1) $36x^2 - 25$

= _____。

(2) $-16x^2 + 81$

= _____。

(3) $5x^2 - 80$

= _____。

(4) $-3x^2 + 192$

= _____。



Nani

基礎特訓班

3-1 提公因式法與乘法公式因式分解

概念

7 利用平方公式因式分解_二次項係數為 1

____ 班 ____ 號

姓名

- ① () 品謙因式分解 $x^2 + 12x + 36$ 時，他觀察式子後發現，可以利用 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ 和的平方公式，結果為何？(15 分)
- (A) $(x + 4)^2$ (B) $(x + 6)^2$
(C) $(x + 8)^2$ (D) $(x + 12)^2$
- ② () 芝璇因式分解 $x^2 - 16x + 64$ 時，她觀察式子後發現，可以利用 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ 差的平方公式，結果為何？(15 分)
- (A) $(x - 8)^2$ (B) $(x + 8)^2$
(C) $(x - 16)^2$ (D) $(x + 16)^2$
- ③ () 下列何者為因式分解 $x^2 + 14x + 49$ 的結果？(15 分)
- (A) $(x + 13)^2$ (B) $(x + 11)^2$
(C) $(x + 9)^2$ (D) $(x + 7)^2$
- ④ () 下列何者為因式分解 $x^2 - 18x + 81$ 的結果？(15 分)
- (A) $(x - 8)^2$ (B) $(x + 8)^2$
(C) $(x - 9)^2$ (D) $(x + 9)^2$
- ⑤ 因式分解下列各式。(每小題 10 分，共 40 分)
- (1) $x^2 + 8x + 16 =$ _____。
- (2) $x^2 + 20x + 100 =$ _____。
- (3) $x^2 - 22x + 121 =$ _____。
- (4) $x^2 - 40x + 400 =$ _____。



Nani

基礎特訓班

3-1 提公因式法與乘法公式因式分解

概念

8 利用平方公式因式分解_二次項係數不為 1

班 號

姓名

- ① () 品謙因式分解 $4x^2 + 20x + 25$ 時，他觀察式子後發現，原式等於 $(2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2$ ，可以用和的平方公式因式分解，結果為何？(15 分)
- (A) $2x(2x+5)+25$ (B) $2(x+5)^2$
 (C) $2(2x+5)^2$ (D) $(2x+5)^2$
- ② () 芝璇因式分解 $4x^2 - 28x + 49$ 時，他觀察後發現，原式等於 $(2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 7 + (-7)^2$ ，可以用差的平方公式因式分解，結果為何？(15 分)
- (A) $(2x-7)^2$ (B) $(2x+7)^2$
 (C) $2(2x-7)^2$ (D) $2(x-7)^2$
- ③ () 下列何者為因式分解 $36x^2 + 24x + 4$ 的結果？(15 分)【提示：可先將公因數 4 提出】
- (A) $4(6x+1)^2$ (B) $4(3x+1)^2$
 (C) $4(6x+2)^2$ (D) $4(3x+2)^2$
- ④ () 下列何者為因式分解 $25x^2 - 60x + 36$ 的結果？(15 分)
- (A) $(5x-4)^2$ (B) $(5x+4)^2$
 (C) $(5x-6)^2$ (D) $(5x+6)^2$
- ⑤ 因式分解下列各式，如果有公因數也要提出。(每小題 10 分，共 40 分)
- (1) $9x^2 + 18x + 9 =$ _____。
- (2) $64x^2 + 144x + 81 =$ _____。
- (3) $4x^2 - 44x + 121 =$ _____。
- (4) $49x^2 - 70x + 25 =$ _____。



- ① () 品謙因式分解 $(x-5)^2-4$ 時，他觀察後發現， $4=2^2$ ，將 $(x-5)^2$ 看成 a^2 ，4 看成 b^2 ，可以利用平方差公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 因式分解，結果為何？(15 分)
- (A) $(x+3)(x-7)$ (B) $(x-3)(x-7)$
(C) $(x+1)(x-9)$ (D) $(x-1)(x-9)$
- ② () 芝璇因式分解 $64-(x+7)^2$ 時，她觀察後發現， $64=8^2$ ，將 64 看成 a^2 ， $(x+7)^2$ 看成 b^2 ，可以利用平方差公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 因式分解，結果為何？(15 分)
- (A) $(x+15)(x-1)$ (B) $(x+15)(x-15)$
(C) $-(x+15)(x-1)$ (D) $-(x+15)(x-15)$
- ③ () 下列何者為因式分解 $(2x+7)^2-16$ 的結果？(15 分)
- (A) $(2x+3)(2x-7)$ (B) $(2x+15)(2x-3)$
(C) $(2x+11)(2x-15)$ (D) $(2x+11)(2x+3)$
- ④ () 下列何者為因式分解 $25-(3x-8)^2$ 的結果？(15 分)
- (A) $-3(x-1)(3x-13)$ (B) $-(3x-13)(x-13)$
(C) $3(x-1)(3x-13)$ (D) $(3x+13)(x-13)$
- ⑤ 因式分解下列各式，如果有公因數也要提出。(每小題 10 分，共 40 分)

(1) $(x+9)^2-9=$ _____。 (2) $(4x-1)^2-25=$ _____。

(3) $36-(x-1)^2=$ _____。 (4) $49-(2x+5)^2=$ _____。



概念 ① 十字交乘法做因式分解_常數項為質數

1 二次式 $x^2 + (a+b)x + ab$ (其中 a, b 為整數) 可因式分解成

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)。$$

常數項 ab 若為質數，則其中一數為 1。

例 $x^2 - 8x + 7$ 。如右圖的十字交乘法因式分解， $x^2 - 8x + 7 = (x-1)(x-7)$

$$\begin{array}{r} \text{二次項 } x^2 \left\langle \begin{array}{c} x \quad -1 \\ x \quad -7 \end{array} \right\rangle \text{ 常數項 } 7 \\ \hline -1x - 7x = -8x \leftarrow \text{一次項} \end{array}$$



概念 ② 十字交乘法做因式分解_常數項為正數

概念 ③ 十字交乘法做因式分解_常數項為負數

1 常數項為正數：型如 $x^2 + ax + b$ 或 $x^2 - ax + b$ 的多項式，其中 a, b 為正整數，因式分解時，

只要分解 b 為「正整數 $\times$ 正整數」或「負整數 $\times$ 負整數」。

例 $x^2 + 9x + 20$
 $= (x+4)(x+5)$

$$\begin{array}{r} x^2 \left\langle \begin{array}{c} x \quad +4 \\ x \quad +5 \end{array} \right\rangle 20 \\ \hline +4x + 5x = +9x \end{array}$$

例 $x^2 - 21x + 20$
 $= (x-1)(x-20)$

$$\begin{array}{r} x^2 \left\langle \begin{array}{c} x \quad -1 \\ x \quad -20 \end{array} \right\rangle 20 \\ \hline -x - 20x = -21x \end{array}$$

2 常數項為負數：型如 $x^2 - ax - b$ 或 $x^2 + ax - b$ 的多項式，其中 a, b 為正整數，因式分解時，

只要分解 b 為「正整數 $\times$ 負整數」或「負整數 $\times$ 正整數」。

例 $x^2 - 9x - 10$
 $= (x+1)(x-10)$

$$\begin{array}{r} x^2 \left\langle \begin{array}{c} x \quad +1 \\ x \quad -10 \end{array} \right\rangle -10 \\ \hline +x - 10x = -9x \end{array}$$

例 $x^2 + 3x - 10$
 $= (x-2)(x+5)$

$$\begin{array}{r} x^2 \left\langle \begin{array}{c} x \quad -2 \\ x \quad +5 \end{array} \right\rangle -10 \\ \hline -2x + 5x = +3x \end{array}$$



概念 ④ 十字交乘法做因式分解_二次項係數為 1 (概念 ② 和 ③ 的綜合練習)

1 觀察常數項為正數或負數，配合概念 2 和概念 3 進行解題。



概念 ⑤ 十字交乘法因式分解_二次項係數不為 1

概念 ⑥ 十字交乘法因式分解_提公因數

1 型如 $ax^2 + bx + c$ 的多項式中，因式分解時，

(1) 若 a 為正整數且 b, c 為整數， a 的分解只要考慮「正 $\times$ 正」， c 的分解則正、負都要考慮。

(2) 若 a, b, c 有不等於 1 公因數，可先將公因數提出再進行 (1) 的做法。

(3) 若 a 為負整數且 b, c 為整數，先將負號提出再進行 (1) 的做法，若有公因數則一併提出。

例 $-16x^2 - 20x + 6$
 $= -2(8x^2 + 10x - 3)$

$$\begin{cases} 8 = 1 \times 8 = 2 \times 4 \\ -3 = 1 \times (-3) = (-1) \times 3 \\ \quad = 3 \times (-1) = (-3) \times 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 2x \quad +3 \\ 4x \quad -1 \\ \hline +12x - 2x = +10x \end{array}$$

故 $-16x^2 - 20x + 6 = -2(2x+3)(4x-1)$



概念 ⑦ 因式分解的應用問題

例 柯南國中校慶，三年五班的同學負責校門的裝置藝術，要將一些印有圖案的防水海報無空隙的拼接，貼滿一個大長方形的牆面。用掉的海報有 15 塊大正方形，41 塊長方形，28 塊小正方形，邊長分別如圖所示，則大長方形牆面的兩邊長分別為何？

解 15 塊大正方形、41 塊長方形、28 塊小正方形

的面積和為 $15x^2 + 41x + 28$ 。

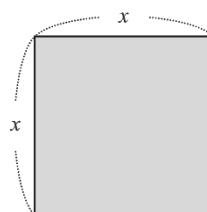
利用十字交乘法，

可得 $15x^2 + 41x + 28$

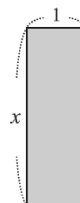
$$= (3x+4)(5x+7)。$$

故長方形牆面的兩邊長分別為 $3x+4$ 、 $5x+7$ 。

$$\begin{array}{r} 3x \quad +4 \\ 5x \quad +7 \\ \hline +20x + 21x = +41x \end{array}$$



15 塊



41 塊



28 塊



- ① () 已知 $x^2 + 6x + 5$ 可因式分解為 $(x+a)(x+b)$ ，則 $a+b = ?$ $a \times b = ?$ (15 分)
 - (A) $a+b=4$ ， $a \times b=5$
 - (B) $a+b=6$ ， $a \times b=5$
 - (C) $a+b=8$ ， $a \times b=5$
 - (D) $a+b=11$ ， $a \times b=5$

- ② () 已知 $x^2 - 6x + 5$ 可因式分解為 $(x+a)(x+b)$ ，則 $a+b = ?$ $a \times b = ?$ (15 分)
 - (A) $a+b=6$ ， $a \times b=5$
 - (B) $a+b=6$ ， $a \times b=-5$
 - (C) $a+b=-6$ ， $a \times b=5$
 - (D) $a+b=-6$ ， $a \times b=-5$

- ③ () 已知 $x^2 + 6x - 7$ 可因式分解為 $(x+a)(x+b)$ ，則 $a+b = ?$ $a \times b = ?$ (15 分)
 - (A) $a+b=6$ ， $a \times b=7$
 - (B) $a+b=-6$ ， $a \times b=-7$
 - (C) $a+b=-6$ ， $a \times b=7$
 - (D) $a+b=6$ ， $a \times b=-7$

- ④ () 已知 $x^2 - 6x - 7$ 可因式分解為 $(x+a)(x+b)$ ，則 $a+b = ?$ $a \times b = ?$ (15 分)
 - (A) $a+b=-6$ ， $a \times b=-7$
 - (B) $a+b=6$ ， $a \times b=7$
 - (C) $a+b=-6$ ， $a \times b=7$
 - (D) $a+b=6$ ， $a \times b=-7$

- ⑤ () 利用十字交乘法因式分解 $x^2 + 14x + 13$ ，結果為下列何者？(15 分)
 - (A) $(x+1)(x+13)$
 - (B) $(x-1)(x-13)$
 - (C) $(x+1)(x-13)$
 - (D) $(x-1)(x+13)$

- ⑥ () 利用十字交乘法因式分解 $x^2 - 14x + 13$ ，結果為下列何者？(15 分)
 - (A) $(x+1)(x+13)$
 - (B) $(x-1)(x-13)$
 - (C) $(x+1)(x-13)$
 - (D) $(x-1)(x+13)$

- ⑦ () 利用十字交乘法因式分解 $x^2 - 12x - 13$ ，結果為下列何者？(10 分)
 - (A) $(x+1)(x+13)$
 - (B) $(x-1)(x-13)$
 - (C) $(x+1)(x-13)$
 - (D) $(x-1)(x+13)$



Nani

基礎特訓班

3-2 利用十字交乘法因式分解

概念 ② 十字交乘法做因式分解_常數項為正數

____ 班 ____ 號

姓名

① () 已知 $x^2 + 12x + 27$ 可因式分解為 $(x+a)(x+b)$ ，則 $a+b=?$ $a \times b=?$ (15 分)

(A) $a+b=-12$ ， $a \times b=-27$ (B) $a+b=-12$ ， $a \times b=27$

(C) $a+b=12$ ， $a \times b=27$ (D) $a+b=12$ ， $a \times b=-27$

② () 已知 $x^2 - 12x + 27$ 可因式分解為 $(x+a)(x+b)$ ，則 $a+b=?$ $a \times b=?$ (15 分)

(A) $a+b=-12$ ， $a \times b=-27$ (B) $a+b=-12$ ， $a \times b=27$

(C) $a+b=12$ ， $a \times b=27$ (D) $a+b=12$ ， $a \times b=-27$

③ () 已知 $35 = 1 \times 35 = 5 \times 7 = (-1) \times (-35) = (-5) \times (-7)$ ，利用十字交乘法因式分解 $x^2 - 12x + 35$ ，結果為下列何者？(15 分)

(A) $(x+1)(x+35)$

(B) $(x+5)(x+7)$

(C) $(x-1)(x-35)$

(D) $(x-5)(x-7)$

④ () 已知 $45 = 1 \times 45 = 3 \times 15 = 5 \times 9 = (-1) \times (-45) = (-3) \times (-15) = (-5) \times (-9)$ ，利用十字交乘法因式分解 $x^2 + 18x + 45$ ，結果為下列何者？(10 分)

(A) $(x+3)(x+15)$

(B) $(x+5)(x+9)$

(C) $(x-3)(x-15)$

(D) $(x-5)(x-9)$

⑤ 利用十字交乘法因式分解下列各式。(每小題 15 分，共 45 分)

(1) $x^2 + 15x + 54$

(2) $x^2 - 19x + 34$

(3) $x^2 - 14x + 33$

= _____

= _____

= _____



- ① () 已知 $x^2 + 6x - 27$ 可因式分解為 $(x+a)(x+b)$ ，則 $a+b = ?$ $a \times b = ?$ (15 分)
- (A) $a+b = -6$ ， $a \times b = -27$ (B) $a+b = -6$ ， $a \times b = 27$
- (C) $a+b = 6$ ， $a \times b = 27$ (D) $a+b = 6$ ， $a \times b = -27$
- ② () 已知 $x^2 - 6x - 27$ 可因式分解為 $(x+a)(x+b)$ ，則 $a+b = ?$ $a \times b = ?$ (15 分)
- (A) $a+b = -6$ ， $a \times b = -27$ (B) $a+b = -6$ ， $a \times b = 27$
- (C) $a+b = 6$ ， $a \times b = 27$ (D) $a+b = 6$ ， $a \times b = -27$
- ③ () 已知 $-45 = 1 \times (-45) = (-1) \times 45 = 3 \times (-15) = (-3) \times 15 = 5 \times (-9) = (-5) \times 9$ ，利用十字交乘法因式分解 $x^2 - 12x - 45$ ，結果為下列何者？(15 分)
- (A) $(x+3)(x-15)$
- (B) $(x-3)(x+15)$
- (C) $(x+5)(x-9)$
- (D) $(x-5)(x+9)$
- ④ () 已知 $-28 = 1 \times (-28) = (-1) \times 28 = 2 \times (-14) = (-2) \times 14 = 4 \times (-7) = (-4) \times 7$ ，利用十字交乘法因式分解 $x^2 + 3x - 28$ ，結果為下列何者？(10 分)
- (A) $(x+2)(x-14)$
- (B) $(x-2)(x+14)$
- (C) $(x+4)(x-7)$
- (D) $(x-4)(x+7)$
- ⑤ 利用十字交乘法因式分解下列各式。(每小題 15 分，共 45 分)
- (1) $x^2 + 5x - 36$ (2) $x^2 + 8x - 33$ (3) $x^2 - 13x - 48$
- = _____ = _____ = _____



Nani

基礎特訓班

3-2 利用十字交乘法因式分解

概念

4 十字交乘法做因式分解_綜合練習

____ 班 ____ 號

姓名

① 利用十字交乘法因式分解下列各式。(每小題 10 分，共 100 分)

(1) $x^2 + 18x + 17 =$ _____

(2) $x^2 - 16x - 17 =$ _____

(3) $x^2 + 11x + 24 =$ _____

(4) $x^2 - 10x + 24 =$ _____

(5) $x^2 + 13x + 42 =$ _____

(6) $x^2 - 21x + 90 =$ _____

(7) $x^2 + x - 30 =$ _____

(8) $x^2 - 7x - 30 =$ _____

(9) $x^2 + 6x - 72 =$ _____

(10) $x^2 - 15x - 100 =$ _____



① () 已知 $5x^2 - 3x - 14$ 可因式分解為 $(ax+b)(cx+d)$ ，則 $a \times c = ?$ $b \times d = ?$ (15 分)

(A) $a \times c = 5$ ， $b \times d = -14$ (B) $a \times c = 5$ ， $b \times d = 14$

(C) $a \times c = -3$ ， $b \times d = -14$ (D) $a \times c = -3$ ， $b \times d = 14$

$$\begin{array}{r} 5x^2 \left\langle \begin{array}{c} ax \\ cx \end{array} \right\rangle \left\langle \begin{array}{c} b \\ d \end{array} \right\rangle - 14 \\ \hline adx + cbx = -3x \end{array}$$

② () 已知 $6x^2 - 19x + 15$ 可因式分解為 $(ax+b)(cx+d)$ ，則 $a \times d + c \times b = ?$ (15 分)

(A) 6

(B) -19

(C) 19

(D) 15

③ () 已知 $8 = 1 \times 8 = 2 \times 4$ ； $15 = (-1) \times (-15) = (-3) \times (-5)$ ，利用十字交乘法因式分解 $8x^2 - 22x + 15$ ，結果為下列何者？(15 分)

(A) $(x-1)(8x-15)$

(B) $(x-3)(8x-5)$

(C) $(2x-3)(4x-5)$

(D) $(2x-5)(4x-3)$

④ () 已知 $10 = 1 \times 10 = 2 \times 5$ ； $-21 = 1 \times (-21) = (-1) \times 21 = 3 \times (-7) = (-3) \times 7$ ，利用十字交乘法因式分解 $10x^2 + x - 21$ ，結果為下列何者？(10 分)

(A) $(2x+3)(5x-7)$

(B) $(2x-3)(5x+7)$

(C) $(x+1)(10x-21)$

(D) $(2x-1)(5x+21)$

⑤ 利用十字交乘法因式分解下列各式。(每小題 15 分，共 45 分)

(1) $5x^2 - 11x - 12$

(2) $4x^2 - 7x - 15$

(3) $7x^2 + 8x - 12$

= _____

= _____

= _____



- ① () 已知 $8x^2 - 20x + 12 = 4(2x^2 - 5x + 3)$ ，先利用十字交乘法因式分解 $2x^2 - 5x + 3$ ，可求得 $8x^2 - 20x + 12$ 能因式分解為下列何者？(15 分)
- (A) $4(2x-3)(x-1)$ (B) $4(2x-1)(x-3)$
 (C) $4(2x-3)(x+1)$ (D) $4(2x+3)(x-1)$
- ② () 已知 $-3x^2 + 5x + 28 = -(3x^2 - 5x - 28)$ ，先利用十字交乘法因式分解 $3x^2 - 5x - 28$ ，可求得 $-3x^2 + 5x + 28$ 能因式分解為下列何者？(15 分)
- (A) $-(x-7)(3x+4)$ (B) $-(x+7)(3x-4)$
 (C) $-(x-4)(3x+7)$ (D) $-(x-14)(3x+2)$
- ③ () 已知 $-9x^2 - 15x + 6 = -3(3x^2 + 5x - 2)$ ，先利用十字交乘法因式分解 $3x^2 + 5x - 2$ ，可求得 $-9x^2 - 15x + 6$ 能因式分解為下列何者？(10 分)
- (A) $-3(x+1)(3x-2)$ (B) $-3(x+2)(3x-1)$
 (C) $-3(x-1)(3x+2)$ (D) $-3(x-2)(3x+1)$

- ④ 利用十字交乘法因式分解下列各式。(每小題 15 分，共 60 分)

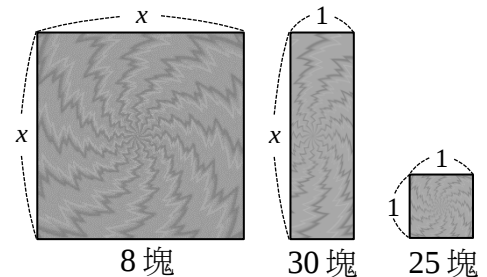
(1) $18x^2 + 24x + 6 =$ _____ (2) $4x^2 + 24x - 160 =$ _____

(3) $-12x^2 + 27x - 6 =$ _____ (4) $-14x^2 + 35x + 21 =$ _____



- ① () 某工人要將一些印有圖案的磁磚緊密拼接貼到牆面 (忽略縫隙)，形成一個超大的長方形圖案。已知用掉的磁磚有 8 塊大正方形，30 塊長方形，25 塊小正方形，邊長分別如圖所示，則這個超大的長方形圖案，兩邊的長度分別為何？(25 分)

- (A) $8x+5$ 、 $x+5$ (B) $8x+25$ 、 $x+1$
(C) $4x+25$ 、 $2x+1$ (D) $4x+5$ 、 $2x+5$



- ② () 承問題①，如果將 10 塊大正方形，49 塊長方形，18 塊小正方形的磁磚，緊密拼接貼到另一個牆面 (忽略縫隙)，形成另一個超大的長方形圖案，那麼這個超大的長方形圖案，兩邊的長度分別為何？(25 分)

- (A) $10x+9$ 、 $x+2$ (B) $10x+3$ 、 $x+6$ (C) $2x+9$ 、 $5x+2$ (D) $2x+3$ 、 $5x+6$

- ③ () 承問題①，如果將 16 塊大正方形，66 塊長方形，35 塊小正方形的磁磚，緊密拼接貼到另一個牆面 (忽略縫隙)，形成另一個超大的長方形圖案，那麼這個超大的長方形圖案，兩邊的長度分別為何？(25 分)

- (A) $2x+7$ 、 $8x+5$ (B) $2x+5$ 、 $8x+7$ (C) $4x+5$ 、 $4x+7$ (D) $16x+35$ 、 $x+1$

- ④ () 承問題①，如果將 20 塊大正方形，47 塊長方形，21 塊小正方形的磁磚，緊密拼接貼到另一個牆面 (忽略縫隙)，形成另一個超大的長方形圖案，那麼這個超大的長方形圖案，兩邊的長度分別為何？(25 分)

- (A) $4x+3$ 、 $5x+7$ (B) $4x+7$ 、 $5x+3$ (C) $10x+7$ 、 $2x+3$ (D) $10x+21$ 、 $2x+1$


概念 ① 一元二次方程式的解

1 型如 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ ，只含一種未知數 x ，且 x 的最高次數是 2，稱為一元二次方程式；將一個數代入一元二次方程式中，若等式成立，則稱該數是這個一元二次方程式的解或根。

例 $3x^2-4=x$ 、 $x^2=6$ 、 $x^2-8x=0$ 都是一元二次方程式，

將 $x=0$ 或 $x=8$ 代入 $x^2-8x=0$ 中，都能使等式成立，則 $x=0$ 或 $x=8$ 都是方程式 $x^2-8x=0$ 的解。

2 若將一個一元二次方程式寫成 $A \times B=0$ ， A 、 B 皆為一元一次式，

再分別解 $A=0$ 、 $B=0$ ，即可求得此一元二次方程式的解。

例 解 $(x-2)(x-3)=0$ 。

解 $x-2=0$ 或 $x-3=0 \Rightarrow x=2$ 或 $x=3$ ，故方程式的解為 0 和 3。

※ $x-2=0$ 「或」 $x-3=0$ 都能使等式成立，所以用「或」；但 0 和 3 都是方程式的解，故用「和」。


概念 ② 利用提公因式法解方程式

例 解 $x^2-7x=0$ 。

解 $x(x-7)=0 \Rightarrow x=0$ 或 $x-7=0 \Rightarrow x=0$ 或 $x=7$ ，故方程式的解為 0 和 7。

例 解 $x(x+7)-4(x+7)=0$ 。

解 $(x+7)(x-4)=0 \Rightarrow x+7=0$ 或 $x-4=0 \Rightarrow x=-7$ 或 $x=4$ ，故方程式的解為 -7 和 4。


概念 ③ 利用平方差公式解方程式【 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 】

例 解 $x^2-25=0$ 。

解 $(x+5)(x-5)=0 \Rightarrow x+5=0$ 或 $x-5=0 \Rightarrow x=-5$ 或 $x=5$ ，故方程式的解為 -5 和 5。

例 解 $27x^2-12=0$ 。

解 $3(9x^2-4)=0 \Rightarrow 9x^2-4=0 \Rightarrow (3x)^2-2^2=0 \Rightarrow (3x+2)(3x-2)=0$
 $\Rightarrow 3x+2=0$ 或 $3x-2=0 \Rightarrow x=-\frac{2}{3}$ 或 $x=\frac{2}{3}$ ，故方程式的解為 $-\frac{2}{3}$ 和 $\frac{2}{3}$ 。


概念 ④ 利用平方公式解方程式【 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ ； $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ 】

例 解 $x^2+8x+16=0$ 。

解 $x^2+2 \cdot x \cdot 4+4^2=0 \Rightarrow (x+4)^2=0 \Rightarrow x+4=0$ 或 $x+4=0 \Rightarrow x=-4$ 或 $x=-4$ ，解為 -4 (重根)。

例 解 $9x^2-24x+16=0$ 。

解 $(3x)^2-2 \cdot 3x \cdot 4+4^2=0 \Rightarrow (3x-4)^2=0 \Rightarrow 3x-4=0$ 或 $3x-4=0 \Rightarrow x=\frac{4}{3}$ 或 $x=\frac{4}{3}$ ，解為 $\frac{4}{3}$ (重根)。


概念 ⑤ 利用十字交乘法解方程式

例 解 $x^2-2x-24=0$ 。

解
$$\begin{array}{r} x \quad +4 \\ x \quad -6 \\ \hline -6x+4x=-2x \end{array} \quad \begin{array}{l} (x+4)(x-6)=0 \Rightarrow x+4=0 \text{ 或 } x-6=0 \\ \Rightarrow x=-4 \text{ 或 } x=6, \text{ 故方程式的解為 } -4 \text{ 和 } 6。 \end{array}$$


概念 ⑥ 化簡方程式再求解

例 解 $x(x-7)=18$ 。

解 $x(x-7)=18 \Rightarrow x^2-7x=18 \Rightarrow x^2-7x-18=0 \Rightarrow (x+2)(x-9)=0$
 $\Rightarrow x+2=0$ 或 $x-9=0 \Rightarrow x=-2$ 或 $x=9$ ，故方程式的解為 -2 和 9。

$$\begin{array}{r} x \quad +2 \\ x \quad -9 \\ \hline -9x+2x=-7x \end{array}$$



概念 7 方程式的係數化為整數再求解

例 解 $0.25x^2 - 1.25x - 6 = 0$ 。

解 $0.25x^2 - 1.25x - 6 = 0$

$$\Rightarrow 25x^2 - 125x - 600 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{同} \times 100 \\ \text{同} \div 25 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (x+3)(x-8) = 0 \quad \leftarrow \text{因式分解}$$

$$\Rightarrow x+3=0 \text{ 或 } x-8=0$$

$$\Rightarrow x=-3 \text{ 或 } x=8$$

故方程式的解為 -3 和 8 。

例 $\frac{x^2+1}{2} = \frac{x^2+2x}{3}$

解 $\frac{x^2+1}{2} = \frac{x^2+2x}{3}$

$$\Rightarrow 3x^2+3=2x^2+4x \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{同} \times 6 \\ \text{移項} \\ \text{因式分解} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow x^2-4x+3=0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-3)=0$$

$$\Rightarrow x-1=0 \text{ 或 } x-3=0$$

$$\Rightarrow x=1 \text{ 或 } x=3$$

故方程式的解為 1 和 3 。



概念 8 已知方程式其中一解，求另一解

例 $ax^2+x-6=0$ 有一解為 2 ，求另一個解。

解 將 $x=2$ 代入 $ax^2+x-6=0$ ，得 $4a+2-6=0$ ， $a=1$ ，
 即原方程式為 $x^2+x-6=0 \Rightarrow (x+3)(x-2)=0 \Rightarrow x=-3$ 或 $x=2$ ，
 故此方程式的另一個解為 -3 。



概念 9 已知兩解，求方程式

例 若 $2x^2+bx+c=0$ 的解為 2 和 3 ，求 b 、 c 的值。

解 將 2 和 3 分別代入 $2x^2+bx+c=0$ ，得 $\begin{cases} 8+2b+c=0 \cdots\cdots\text{①} \\ 18+3b+c=0 \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$ ，
 由 ②-① 得 $10+b=0$ ， $b=-10$ ，
 將 $b=-10$ 代入 ① 式，得 $8+2 \times (-10)+c=0$ ， $c=12$ ，
 故 $b=-10$ 、 $c=12$ 。



Nani

基礎特訓班

4-1 因式分解法解一元二次方程式

概念 1 一元二次方程式的解

____ 班 ____ 號

姓名

- 1 () 下列何者是一元二次方程式？(10分)

(A) $x^2 - 2x + 3$ (B) $2x - 3y + 5 = 0$
 (C) $-3x + 5 = 2x$ (D) $4x^2 - 20x = 0$
- 2 () 下列何者是 $3x^2 - 4x = 0$ 的解？(10分)

(A) -1 (B) 0
 (C) 1 (D) 2
- 3 () 下列何者是 $2x^2 - 5x + 3 = 0$ 的解？(10分)

(A) -1 (B) 0
 (C) 1 (D) 2
- 4 () 下列何者是 $4x^2 + 12x - 7 = 0$ 的解？(10分)

(A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$
 (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$
- 5 () -1 、 1 、 2 三數中，哪些數是 $x^2 - 1 = 0$ 的解？(10分)

(A) -1 和 2 (B) 1 和 2
 (C) -1 和 1 (D) 只有 1
- 6 () 下面各選項為品謙解一元二次方程式 $x^2 + 4x = 0$ 的過程，請判斷何者錯誤？(10分)

(A) $x(x + 4) = 0$ (B) $x = 0$ 或 $x + 4 = 0$
 (C) $x = 0$ 或 $x = -4$ (D) 方程式的解為 0 或 -4
- 7 () -3 、 -2 、 2 、 3 四數中，哪兩個數是 $(x + 3)(x - 2) = 0$ 的解？(8分)

(A) -3 和 2 (B) -2 和 3
 (C) -3 和 -2 (D) 2 和 3
- 8 解下列各一元二次方程式。(每小題 8 分，共 32 分)

(1) $x(x - 2) = 0$ (2) $(x + 5)(x + 6) = 0$
 方程式的解為____ 和 ____。 方程式的解為____ 和 ____。

(3) $(x - 1)(x - 8) = 0$ (4) $(x - 7)(x + 9) = 0$
 方程式的解為____ 和 ____。 方程式的解為____ 和 ____。



Nani

基礎特訓班

4-1 因式分解法解一元二次方程式

概念 2 利用提公因式法解方程式

____ 班 ____ 號

姓名

- ① () 下面為立翔解一元二次方程式 $x(x+2)-4(x+2)=0$ 的過程，他利用提公因式法先將 $x+2$ 提出再求解，請根據各步驟的代號，判斷先後順序為哪個選項。(12分)

ㄅ $x+2=0$ 或 $x-4=0$

ㄆ $x=-2$ 或 $x=4$

ㄇ 方程式的解為 -2 和 $x=4$

ㄘ $(x+2)(x-4)=0$

(A) ㄅ→ㄆ→ㄇ→ㄘ

(B) ㄘ→ㄅ→ㄇ→ㄆ

(C) ㄘ→ㄅ→ㄆ→ㄇ

(D) ㄅ→ㄘ→ㄇ→ㄆ

- ② () 下列何者為一元二次方程式 $x^2-10x=0$ 的解？(12分)

(A) 0 和 10

(B) 0 和 -10

(C) 1 和 10

(D) 1 和 -10

- ③ () 下列何者為一元二次方程式 $x(x+9)-4(x+9)=0$ 的解？(12分)

(A) 9 和 -4

(B) -9 和 4

(C) -9 和 -4

(D) 9 和 4

- ④ () 下列何者為一元二次方程式 $x(2x-4)+5(2x-4)=0$ 的解？(12分)

(A) 2 和 5

(B) -2 和 -5

(C) -2 和 5

(D) 2 和 -5

- ⑤ () 下列何者為一元二次方程式 $6x(2x-7)+6x(x-5)=0$ 的解？(12分)

(A) 0 和 4

(B) 0 和 -4

(C) 0 和 5

(D) 0 和 -5

- ⑥ 解下列各一元二次方程式。(每小題 10 分，共 40 分)

(1) $3x^2+12x=0$

方程式的解為_____和_____。

(2) $x(x-7)-10(x-7)=0$

方程式的解為_____和_____。

(3) $5x(x+10)-5x(3x+2)=0$

方程式的解為_____和_____。

(4) $x(x-3)=-9(x-3)$

方程式的解為_____和_____。



Nani

基礎特訓班

4-1 因式分解法解一元二次方程式

概念 3 利用平方差公式解方程式

____ 班 ____ 號

姓名

- 1 () 下面為芝璇解一元二次方程式 $18x^2 - 8 = 0$ 的過程，她先提公因數，再利用平方差公式解方程式。請根據各步驟的代號，判斷先後順序為哪個選項。(15分)

ㄅ $2(9x^2 - 4) = 0$

ㄆ $x = -\frac{2}{3}$ 或 $x = \frac{2}{3}$

ㄇ 方程式的解為 $-\frac{2}{3}$ 和 $\frac{2}{3}$

ㄟ $9x^2 - 4 = 0$

ㄋ $(3x)^2 - 2^2 = 0$

ㄌ $(3x + 2)(3x - 2) = 0$

(A) ㄅ→ㄟ→ㄋ→ㄌ→ㄆ→ㄇ (B) ㄅ→ㄟ→ㄌ→ㄋ→ㄆ→ㄇ

(C) ㄋ→ㄅ→ㄟ→ㄌ→ㄆ→ㄇ (D) ㄟ→ㄅ→ㄌ→ㄋ→ㄆ→ㄇ

- 2 () 下列何者為一元二次方程式 $x^2 - 16 = 0$ 的解？(15分)

(A) 0 和 4 (B) 0 和 -4

(C) 4 和 -4 (D) 4 和 16

- 3 () 下列何者為一元二次方程式 $25x^2 - 4 = 0$ 的解？(15分)

(A) $\frac{4}{5}$ 和 $-\frac{4}{5}$ (B) $\frac{2}{25}$ 和 $-\frac{2}{25}$

(C) $\frac{5}{2}$ 和 $-\frac{5}{2}$ (D) $\frac{2}{5}$ 和 $-\frac{2}{5}$

- 4 () 下列何者為一元二次方程式 $8x^2 - 32 = 0$ 的解？(15分)

(A) 1 和 -1 (B) 2 和 -2

(C) 4 和 -4 (D) 8 和 -8

- 5 解下列各一元二次方程式。(每小題 10 分，共 40 分)

(1) $x^2 - 81 = 0$

方程式的解為 _____ 和 _____。

(2) $49x^2 - 9 = 0$

方程式的解為 _____ 和 _____。

(3) $2x^2 - 72 = 0$

方程式的解為 _____ 和 _____。

(4) $12x^2 - 75 = 0$

方程式的解為 _____ 和 _____。



Nani

基礎特訓班

4-1 因式分解法解一元二次方程式

概念 4 利用平方公式解方程式

____ 班 ____ 號

姓名

- 1 () 下面為益丞解一元二次方程式 $4x^2 - 20x + 25 = 0$ 的過程，他利用平方公式解方程式。請根據各步驟的代號，判斷先後順序為哪個選項。(15 分)

ㄅ $(2x-5)^2 = 0$

ㄆ 方程式的解為 $\frac{5}{2}$ (重根)

ㄇ $2x-5=0$ 或 $2x-5=0$

ㄟ $x = \frac{5}{2}$ 或 $x = \frac{5}{2}$

ㄴ $(2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2 = 0$

(A) ㄴ→ㄇ→ㄅ→ㄟ→ㄆ

(B) ㄅ→ㄴ→ㄇ→ㄟ→ㄆ

(C) ㄅ→ㄅ→ㄇ→ㄟ→ㄆ

(D) ㄅ→ㄅ→ㄇ→ㄆ→ㄟ

- 2 () 下列何者為一元二次方程式 $x^2 - 10x + 25 = 0$ 的解？(15 分)

(A) 5 和 -5

(B) 2 (重根)

(C) -5 (重根)

(D) 5 (重根)

- 3 () 下列何者為一元二次方程式 $x^2 + 14x + 49 = 0$ 的解？(15 分)

(A) -7 (重根)

(B) 7 (重根)

(C) -14 (重根)

(D) 14 (重根)

- 4 () 下列何者為一元二次方程式 $9x^2 - 12x + 4 = 0$ 的解？(15 分)

(A) $-\frac{2}{3}$ (重根)

(B) $\frac{2}{3}$ (重根)

(C) $-\frac{3}{2}$ (重根)

(D) $\frac{3}{2}$ (重根)

- 5 解下列各一元二次方程式。(每小題 10 分，共 40 分)

(1) $x^2 + 16x + 64 = 0$

(2) $x^2 - 20x + 100 = 0$

方程式的解為 _____。

方程式的解為 _____。

(3) $16x^2 - 24x + 9 = 0$

(4) $25x^2 + 60x + 36 = 0$

方程式的解為 _____。

方程式的解為 _____。



- 1 () 下面為秉泰解一元二次方程式 $6x^2 + x = 35$ 的過程，他利用十字交乘法解方程式。請根據各步驟的代號，判斷先後順序為哪個選項。(15 分)

ㄅ $2x + 5 = 0$ 或 $3x - 7 = 0$

ㄆ $(2x + 5)(3x - 7) = 0$

ㄏ $6x^2 + x - 35 = 0$

ㄘ $x = -\frac{5}{2}$ 或 $x = \frac{7}{3}$

ㄊ 方程式的解為 $-\frac{5}{2}$ 和 $\frac{7}{3}$

ㄊ
$$\begin{array}{r} 2x \quad +5 \\ 3x \quad -7 \\ \hline 15x - 14x = x \end{array}$$

- (A) ㄏ→ㄆ→ㄘ→ㄅ→ㄘ→ㄊ (B) ㄏ→ㄆ→ㄘ→ㄅ→ㄊ→ㄘ
(C) ㄏ→ㄘ→ㄅ→ㄆ→ㄘ→ㄊ (D) ㄏ→ㄘ→ㄆ→ㄅ→ㄘ→ㄊ

- 2 () 下列何者為一元二次方程式 $x^2 - 12x + 35 = 0$ 的解？(15 分)

- (A) 5 和 -7 (B) -5 和 7
(C) 5 和 7 (D) -5 和 -7

- 3 () 下列何者為一元二次方程式 $2x^2 + 17x + 21 = 0$ 的解？(15 分)

- (A) $\frac{3}{2}$ 和 7 (B) $-\frac{3}{2}$ 和 -7
(C) 3 和 $\frac{7}{2}$ (D) -3 和 $-\frac{7}{2}$

- 4 () 下列何者為一元二次方程式 $5x^2 - 3x - 14 = 0$ 的解？(15 分)

- (A) 2 和 $-\frac{7}{5}$ (B) -2 和 $\frac{7}{5}$
(C) $\frac{2}{5}$ 和 -7 (D) $-\frac{2}{5}$ 和 7

- 5 解下列各一元二次方程式。(每小題 10 分，共 40 分)

(1) $x^2 + 9x + 20 = 0$

(2) $x^2 - 10x - 39 = 0$

方程式的解為 _____。

方程式的解為 _____。

(3) $5x^2 - 17x - 12 = 0$

(4) $7x^2 + 22x - 65 = 0$

方程式的解為 _____。

方程式的解為 _____。



Nani

基礎特訓班

4-1 因式分解法解一元二次方程式

概念 6 化簡方程式再求解

____班 ____號

姓名

- ① () 下面為柏銓解一元二次方程式 $(x+5)(x-5)=7(x-1)$ 的過程，他先化簡方程式再因式分解，然後求方程式的解。請根據各步驟的代號，判斷先後順序為何者。(15分)

ㄅ $x+2=0$ 或 $x-9=0$

ㄆ $x=-2$ 或 $x=9$

ㄇ $x^2-7x-18=0$

ㄟ 方程式的解為 -2 和 9

ㄴ $(x+2)(x-9)=0$

ㄊ $x^2-25=7x-7$

(A) ㄊ→ㄇ→ㄴ→ㄵ→ㄶ→ㄟ

(B) ㄇ→ㄊ→ㄴ→ㄵ→ㄶ→ㄟ

(C) ㄊ→ㄇ→ㄵ→ㄴ→ㄶ→ㄟ

(D) ㄊ→ㄇ→ㄵ→ㄵ→ㄵ→ㄵ

- ② () 下列何者為一元二次方程式 $x(x-5)=9(5-x)$ 的解？(15分)

(A) 5 和 -9

(B) -5 和 9

(C) 5 和 9

(D) -5 和 -9

- ③ () 下列何者為一元二次方程式 $21x^2-1=5(1-x)$ 的解？(15分)

(A) -1 和 $\frac{2}{7}$

(B) 1 和 $-\frac{2}{7}$

(C) $-\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{7}$

(D) $\frac{2}{3}$ 和 $-\frac{3}{7}$

- ④ () 下列何者為一元二次方程式 $(2x+1)(3x-4)=2(x-3)$ 的解？(15分)

(A) $-\frac{2}{3}$ 和 $-\frac{1}{2}$

(B) $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{3}{2}$ 和 -2

(D) $-\frac{3}{2}$ 和 2

- ⑤ 解下列各一元二次方程式。(每小題 10 分，共 40 分)

(1) $(x-4)(x-5)=12$

(2) $x(x-7)=11(7-x)$

方程式的解為 _____。

方程式的解為 _____。

(3) $(6x+5)(6x-5)=x-4$

(4) $(4x+3)(5x-4)=3(2x-3)$

方程式的解為 _____。

方程式的解為 _____。



Nani

基礎特訓班

4-1 因式分解法解一元二次方程式

概念 7 方程式的係數化為整數再求解

____ 班 ____ 號

姓名

- ① () 柏睿解 $\frac{3x^2+1}{4} = \frac{x(x-2)}{3}$ ，他先將係數化為整數， $12 \times \frac{3x^2+1}{4} = 12 \times \frac{x(x-2)}{3}$ 。請根據各下面步驟的代號，判斷接下來的先後順序為何者。(20分)

ㄅ $9x^2+3=4x^2-8x$

ㄆ $3(3x^2+1)=4x(x-2)$

ㄇ $(5x+3)(x+1)=0$

ㄟ $5x^2+8x+3=0$

ㄋ 方程式的解為 $-\frac{3}{5}$ 和 -1

ㄌ $5x+3=0$ 或 $x+1=0$

- (A) ㄆ→ㄅ→ㄟ→ㄌ→ㄇ→ㄋ
(B) ㄆ→ㄅ→ㄟ→ㄇ→ㄌ→ㄋ
(C) ㄆ→ㄟ→ㄅ→ㄇ→ㄌ→ㄋ
(D) ㄆ→ㄟ→ㄅ→ㄌ→ㄇ→ㄋ

- ② () 柏睿解 $1.5x^2-0.25x-3=0$ ，他先等號兩邊同乘以 100，得 $150x^2-25x-300=0$ ，再等號兩邊同除以 25。請根據各下面步驟的代號，判斷接下來的先後順序為何者。(20分)

ㄅ $3x+4=0$ 或 $2x-3=0$

ㄆ $6x^2-x-12=0$

ㄇ $(3x+4)(2x-3)=0$

ㄟ 方程式的解為 $-\frac{4}{3}$ 和 $\frac{3}{2}$

ㄋ $x=-\frac{4}{3}$ 或 $x=\frac{3}{2}$

- (A) ㄆ→ㄅ→ㄇ→ㄋ→ㄟ
(B) ㄆ→ㄇ→ㄅ→ㄟ→ㄋ
(C) ㄆ→ㄅ→ㄇ→ㄟ→ㄋ
(D) ㄆ→ㄇ→ㄅ→ㄋ→ㄟ

- ③ () 解方程式 $0.3x^2+0.1x-0.2=0$ ，將係數化為整數後，下列何者為方程式的解？(15分)

(A) $\frac{1}{3}$ 和 -2

(B) $-\frac{1}{3}$ 和 2

(C) $\frac{2}{3}$ 和 -1

(D) $-\frac{2}{3}$ 和 1

- ④ () 下列何者為一元二次方程式 $1.25x^2-0.75x=2$ 的解？(15分)

(A) $\frac{8}{5}$ 和 -1

(B) $-\frac{8}{5}$ 和 1

(C) $\frac{4}{5}$ 和 -1

(D) $-\frac{4}{5}$ 和 1

- ⑤ 解下列各一元二次方程式。(每小題 10 分，共 30 分)

(1) $0.15x^2-1.2x+1.8=0$ ，

解為 _____。

(2) $\frac{4x^2-6}{5} = \frac{3x^2-2x}{4}$ ，

解為 _____。

(3) $\frac{5x^2+4}{9} = \frac{x(3x+2)}{6}$

解為 _____。



Nani

基礎特訓班

4-1 因式分解法解一元二次方程式

概念 8 已知方程式其中一解，求另一解

____ 班 ____ 號

姓名

- ① () 若一元二次方程式 $6x^2 + ax - 18 = 0$ 有一解為 -2 ，禹晴想要求此方程式的另一個解，下面為她的解法步驟。請根據各步驟的代號，判斷先後順序為何者。(20 分)

ㄅ $x = -2$ 或 $x = \frac{3}{2}$

ㄨ 故方程式的另一個解為 $\frac{3}{2}$

ㄆ 將 $x = -2$ 代入 $6x^2 + ax - 18 = 0$

ㄘ 得 $24 - 2a - 18 = 0$ ， $a = 3$

ㄏ $(3x + 6)(2x - 3) = 0$

ㄊ 即原方程式為 $6x^2 + 3x - 18 = 0$

- (A) ㄆ→ㄊ→ㄘ→ㄏ→ㄅ→ㄨ
(B) ㄆ→ㄘ→ㄊ→ㄏ→ㄅ→ㄨ
(C) ㄆ→ㄊ→ㄘ→ㄅ→ㄏ→ㄨ
(D) ㄆ→ㄘ→ㄅ→ㄏ→ㄊ→ㄨ

- ② () 若一元二次方程式 $2x^2 - mx - 6 = 0$ 有一解為 3 ，則此方程式的另一個解為何？(20 分)
- (A) -1 (B) -2 (C) 1 (D) 2

- ③ () 若一元二次方程式 $px^2 + x - 42 = 0$ 有一解為 6 ，則此方程式的另一個解為何？(15 分)
- (A) -6 (B) -7 (C) 6 (D) 7

- ④ () 若一元二次方程式 $2x^2 + kx + 10 = 0$ 有一解為 -5 ，則此方程式的另一個解為何？(15 分)
- (A) -5 (B) -2 (C) -1 (D) 2

- ⑤ 若一元二次方程式 $x^2 + mx - 40 = 0$ 有一解為 8 ，則此方程式的另一個解為_____。(15 分)

- ⑥ 若一元二次方程式 $ax^2 - 9x - 30 = 0$ 有一解為 2 ，則此方程式的另一個解為_____。(15 分)



- ① () 若一元二次方程式 $3x^2 + ax + b = 0$ 有一解為 -2 和 5 ，品謙和芝璇想要求得 a 和 b 的值。請根據他們的作法，判斷何者正確。(20 分)

品謙

將 $x = -2$ 和 5 代入 $3x^2 + ax + b = 0$ ，
得 $12 - 2a + b = 0$ 和 $75 + 5a + b = 0$ ，
整理得 $\begin{cases} -2a + b = -12 \cdots \text{①} \\ 5a + b = -75 \cdots \text{②} \end{cases}$ ，
② - ① 得 $7a = -63$ ， $a = -9$ ，
將 $a = -9$ 代入①，得 $18 + b = -12$ ，
 $b = -30$ ，故 $a = -9$ 、 $b = -30$ 。

芝璇

可設方程式為 $k(x+2)(x-5) = 0$ ，
則 $k(x^2 - 3x - 10) = 0$ ，
即 $kx^2 - 3kx - 10k = 0$ ，
與 $3x^2 + ax + b = 0$ 比較係數，
得 $k = 3$ ，
故 $a = -3k = -9$ ，
 $b = -10k = -30$ 。

- (A) 只有品謙正確 (B) 只有芝璇正確
(C) 兩人都正確 (D) 兩人都錯誤
- ② () 若一元二次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ 的解為 -4 和 7 ，則 $a + b = ?$ (20 分)
(A) -37 (B) -35 (C) -33 (D) -31
- ③ () 若一元二次方程式 $2x^2 + ax + b = 0$ 的解為 3 和 -9 ，則 $a + b = ?$ (20 分)
(A) -66 (B) -42 (C) 66 (D) 42

- ④ 若一元二次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ 的解為 4 和 -6 ，則 $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(20 分)

- ⑤ 若一元二次方程式 $ax^2 + 3x + b = 0$ 的解為 4 和 -5 ，則 $a - b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(20 分)


概念 ① 利用平方根概念解方程式

例 解 $(x+2)^2=9$ 。

解 $(x+2)^2=9 \Rightarrow x+2=\pm\sqrt{9}=\pm 3$
 $\Rightarrow x=-2\pm 3 \Rightarrow x=-2+3$ 或 $x=-2-3$
 $\Rightarrow x=1$ 或 $x=-5$ ，故方程式的解為 1 和 -5。

概念 ② 解型如 $k(ax+b)^2=c$ 的方程式

例 解 $-3(2x-5)^2+18=0$ 。

解 $-3(2x-5)^2+18=0$ (等號兩邊同除以 -3)
 $\Rightarrow (2x-5)^2-6=0 \Rightarrow (2x-5)^2=6 \Rightarrow 2x-5=\pm\sqrt{6}$
 $\Rightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{6}}{2}$ ，故方程式的解為 $\frac{5\pm\sqrt{6}}{2}$ 。


概念 ③ 將 x^2+mx 配成完全方程式

1 假設 $m>0$ ，型如 x^2+mx 或 x^2-mx ，加上 $(\frac{m}{2})^2$ ，可配成完全平方式 $(x+\frac{m}{2})^2$ 或 $(x-\frac{m}{2})^2$ 。

例 在下列空格中填入適當的數。

① $x^2-12x+\underline{36}=(x-\underline{6})^2$

② $x^2+5x+\frac{25}{4}=(x+\frac{5}{2})^2$

解 $\frac{12}{2}=6$ ， $x^2-2\cdot x\cdot 6+6^2=(x-6)^2$ ， $6^2=36$ **解** $x^2+2\cdot x\cdot \frac{5}{2}+(\frac{5}{2})^2=(x+\frac{5}{2})^2$ ， $(\frac{5}{2})^2=\frac{25}{4}$


概念 ④ 配方法解一元二次方程式 x^2 項係數為 1
概念 ⑤ 配方法解一元二次方程式 x^2 項係數不為 1

例 用配方法解 $x^2+8x-5=0$ (x^2 項係數為 1)。

解 $x^2+8x-5=0 \Rightarrow x^2+8x=5$
 $\Rightarrow x^2+8x+4^2=5+4^2 \Rightarrow (x+4)^2=21$
 $\Rightarrow x+4=\pm\sqrt{21} \Rightarrow x=-4\pm\sqrt{21}$ 。

例 用配方法解 $2x^2-8x+4=0$ (x^2 項係數不為 1)。

解 $2x^2-8x+4=0 \Rightarrow x^2-4x+2=0$
 $\Rightarrow x^2-4x=-2 \Rightarrow x^2-4x+2^2=-2+2^2$
 $\Rightarrow (x-2)^2=2 \Rightarrow x-2=\pm\sqrt{2} \Rightarrow x=2\pm\sqrt{2}$


概念 ⑥ 方程式解的應用

例 以配方法解一元二次方程式 $x^2-8x+a=0$ ，可得 $x=4\pm\sqrt{7}$ ，則 $a=?$

解 $x=4\pm\sqrt{7} \Rightarrow x-4=\pm\sqrt{7} \Rightarrow (x-4)^2=7 \Rightarrow x^2-8x+16=7 \Rightarrow x^2-8x+9=0$ ，故 $a=9$ 。


概念 ⑦ 方程式解的類型

1 方程式的解除了有兩個不同解或者是重根外，還可能無解。

例 $x^2-4x+5=0 \Rightarrow x^2-4x=-5 \Rightarrow x^2-4x+2^2=-5+2^2 \Rightarrow (x-2)^2=-1$ ，故無解(平方不可能為負數)。


概念 ⑧ 一元二次方程式的公式解
概念 ⑨ 判別式的應用

1 方程式 $ax^2+bx+c=0$ ， $a\neq 0$ ，判別式 b^2-4ac 。

若 $b^2-4ac>0$ ，兩相異根 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ； $b^2-4ac=0$ ，為重根 $x=\frac{-b}{2a}$ ； $b^2-4ac<0$ ，則無解。

例 $x^2-5x+5=0 \Rightarrow b^2-4ac=(-5)^2-4\times 1\times 5=5 \Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{5}}{2\times 1}=\frac{5\pm\sqrt{5}}{2}$ 。

例 已知 m 為整數，且 x 的一元二次方程式 $x^2-5x+m=0$ 無解，求 m 的最小值。

解 判別式 $(-5)^2-4\times 1\times m<0 \Rightarrow 25-4m<0$ ， $25<4m$ ， $m>\frac{25}{4}$ ， $\frac{25}{4}=6\frac{1}{4}$ ，故 m 的最小值為 7。



- ① () 下面為柏銓利用平方根概念解一元二次方程式 $(x+5)^2=16$ 的過程。請根據各步驟的代號，判斷先後順序為何者。(20分)

ㄅ $x=-5+4$ 或 $x=-5-4$

ㄆ $x=-5\pm 4$

ㄇ $x+5=\pm 4$

ㄟ 方程式的解為 -1 和 -9

ㄴ $x=-1$ 或 $x=-9$

ㄊ $x+5=\pm\sqrt{16}$

(A) ㄊ→ㄴ→ㄇ→ㄅ→ㄴ→ㄟ

(B) ㄊ→ㄴ→ㄇ→ㄵ→ㄵ→ㄟ

(C) ㄊ→ㄇ→ㄵ→ㄴ→ㄵ→ㄟ

(D) ㄊ→ㄇ→ㄴ→ㄵ→ㄵ→ㄟ

- ② () 下列何者為一元二次方程式 $(x+6)^2=81$ 的解？(20分)

(A) 3 和 -15

(B) -3 和 -15

(C) 3 和 15

(D) -3 和 15

- ③ () 下列何者為一元二次方程式 $(x-1)^2=2$ 的解？(15分)

(A) $1\pm\sqrt{3}$

(B) $-1\pm\sqrt{3}$

(C) $1\pm\sqrt{2}$

(D) $-1\pm\sqrt{2}$

- ④ () 下列何者為一元二次方程式 $(x+7)^2=12$ 的解？(15分)

(A) $7\pm 2\sqrt{3}$

(B) $-7\pm 2\sqrt{3}$

(C) $7\pm 2\sqrt{6}$

(D) $-7\pm 2\sqrt{6}$

- ⑤ 解下列各一元二次方程式。(每小題 15 分，共 30 分)

(1) $(x-5)^2=49$

(2) $(x-8)^2=14$

方程式的解為_____。

方程式的解為_____。



- 1 () 下面為柏睿利用平方根概念解一元二次方程式 $-4(3x+5)^2+28=0$ 的過程。請根據各步驟的代號，判斷先後順序為何者。(20分)

ㄅ $(3x+5)^2=7$

ㄆ $3x=-5\pm\sqrt{7}$

ㄇ $3x+5=\pm\sqrt{7}$

ㄘ 等號兩點同除以 -4 ，
 $(3x+5)^2-7=0$

ㄊ $x=\frac{-5\pm\sqrt{7}}{3}$

ㄊ 方程式的解為 $\frac{-5\pm\sqrt{7}}{3}$

- (A) ㄘ→ㄅ→ㄇ→ㄆ→ㄊ→ㄊ
(B) ㄘ→ㄅ→ㄆ→ㄇ→ㄊ→ㄊ
(C) ㄅ→ㄘ→ㄇ→ㄆ→ㄊ→ㄊ
(D) ㄅ→ㄘ→ㄆ→ㄇ→ㄊ→ㄊ

- 2 () 下列何者為一元二次方程式 $5(x+6)^2=125$ 的解？(20分)

- (A) 1 和 11 (B) -1 和 -11
(C) 1 和 -11 (D) -1 和 11

- 3 () 下列何者為一元二次方程式 $-6(x-3)^2+96=0$ 的解？(15分)

- (A) 7 和 1 (B) -7 和 -1
(C) 7 和 -1 (D) -7 和 1

- 4 () 下列何者為一元二次方程式 $3(2x+7)^2-15=0$ 的解？(15分)

- (A) $\frac{7\pm\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{7\pm\sqrt{5}}{3}$
(C) $\frac{-7\pm\sqrt{5}}{3}$ (D) $\frac{-7\pm\sqrt{5}}{2}$

- 5 解下列各一元二次方程式。(每小題 15 分，共 30 分)

(1) $4(x-2)^2=144$

(2) $-7(x+5)^2+21=0$

方程式的解為 _____。

方程式的解為 _____。



- ① () 已知一元二次方程式 $x^2 - 9x + a = 0$ 可以分解成完全方式，品謙和芝璇想要求得 a 的值，並求得該完全平方式。請根據他們的作法，判斷何者正確。(15分)

品謙

$$9x = 2 \cdot x \cdot \frac{9}{2}, a = \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{81}{4},$$

$$\text{可以配成 } \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 = 0.$$

芝璇

$$9 \div 2 = \frac{9}{2}, a = \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{81}{4},$$

$$\text{可以配成 } \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 = 0.$$

- (A) 只有品謙正確 (B) 只有芝璇正確 (C) 兩人都正確 (D) 兩人都錯誤
- ② () 若一元二次方程式 $x^2 + 16x + a = (x + b)^2$ ，則 a 、 b 的值分別為何？(15分)
- (A) $a = 16, b = 4$ (B) $a = 64, b = 16$
(C) $a = 64, b = 8$ (D) $a = 32, b = 8$
- ③ () 若一元二次方程式 $x^2 - 10x + a = (x + b)^2$ ，則 a 、 b 的值分別為何？(15分)
- (A) $a = 25, b = -5$ (B) $a = 100, b = -10$
(C) $a = 25, b = 5$ (D) $a = 100, b = 10$
- ④ () 若一元二次方程式 $x^2 + 11x + a = (x + b)^2$ ，則 a 、 b 的值分別為何？(15分)
- (A) $a = 121, b = 11$ (B) $a = \frac{121}{2}, b = \frac{11}{4}$
(C) $a = 484, b = 22$ (D) $a = \frac{121}{4}, b = \frac{11}{2}$
- ⑤ () 若一元二次方程式 $x^2 - 15x + a = (x + b)^2$ ，則 a 、 b 的值分別為何？(15分)
- (A) $a = \frac{225}{4}, b = \frac{15}{2}$ (B) $a = \frac{225}{4}, b = -\frac{15}{2}$
(C) $a = \frac{225}{2}, b = \frac{15}{4}$ (D) $a = \frac{225}{2}, b = -\frac{15}{4}$
- ⑥ () 若一元二次方程式 $x^2 + \frac{2}{5}x + a = (x + b)^2$ ，則 a 、 b 的值分別為何？(15分)
- (A) $a = \frac{4}{25}, b = \frac{2}{5}$ (B) $a = \frac{1}{25}, b = \frac{1}{5}$
(C) $a = \frac{2}{5}, b = \frac{4}{25}$ (D) $a = \frac{1}{5}, b = \frac{1}{25}$
- ⑦ () 若一元二次方程式 $x^2 - \frac{1}{4}x + a = (x + b)^2$ ，則 a 、 b 的值分別為何？(10分)
- (A) $a = \frac{1}{64}, b = -\frac{1}{8}$ (B) $a = \frac{1}{4}, b = -\frac{1}{2}$
(C) $a = -\frac{1}{64}, b = \frac{1}{8}$ (D) $a = -\frac{1}{4}, b = \frac{1}{2}$



- 1 () 下面為益丞利用配方法解一元二次方程式 $x^2 - 4x - 396 = 0$ 的過程。請根據各步驟的代號，判斷先後順序為何者。(20 分)

ㄅ $x^2 - 4x + 2^2 = 396 + 2^2$

ㄆ $(x-2)^2 = 400, x-2 = \pm 20$

ㄏ $x^2 - 4x = 396$

ㄘ 方程式的解為 22 和 -18

ㄊ $x = 2 \pm 20, x = 22$ 或 $x = -18$

(A) ㄏ → ㄅ → ㄆ → ㄘ → ㄊ

(B) ㄏ → ㄅ → ㄘ → ㄆ → ㄊ

(C) ㄏ → ㄘ → ㄅ → ㄆ → ㄊ

(D) ㄏ → ㄆ → ㄘ → ㄅ → ㄊ

- 2 () 利用配方法求一元二次方程式 $x^2 + 2x - 899 = 0$ 的解為下列何者？(20 分)

(A) 29 和 -31

(B) -29 和 31

(C) 29 和 31

(D) -29 和 -31

- 3 () 利用配方法求一元二次方程式 $x^2 - 6x - 1591 = 0$ 的解為下列何者？(15 分)

(A) 31 和 -41

(B) -31 和 41

(C) 43 和 -37

(D) -43 和 37

- 4 () 利用配方法求一元二次方程式 $x^2 + 10x - 5 = 0$ 的解為下列何者？(15 分)

(A) $10 \pm \sqrt{30}$

(B) $-10 \pm \sqrt{30}$

(C) $5 \pm \sqrt{30}$

(D) $-5 \pm \sqrt{30}$

- 5 利用配方法解下列各一元二次方程式。(每小題 15 分，共 30 分)

(1) $x^2 + 8x - 2484 = 0$

(2) $x^2 - 12x + 6 = 0$

方程式的解為 _____。

方程式的解為 _____。



- 1 () 下面為益丞利用配方法解一元二次方程式 $5x^2 - 6x - 5 = 0$ 的過程。請根據各步驟的代號，判斷先後順序為何者。(20 分)

ㄅ $x - \frac{3}{5} = \pm \frac{\sqrt{34}}{5}$

ㄆ $(x - \frac{3}{5})^2 = \frac{34}{25}$

ㄏ $5x^2 - 6x = 5$

ㄘ 方程式的解為 $\frac{3}{5} \pm \frac{\sqrt{34}}{5}$

ㄊ $x^2 - \frac{6}{5}x + (\frac{3}{5})^2 = 1 + (\frac{3}{5})^2$

ㄊ $x^2 - \frac{6}{5}x = 1$

- (A) ㄏ → ㄊ → ㄉ → ㄆ → ㄅ → ㄘ
(B) ㄏ → ㄊ → ㄆ → ㄉ → ㄅ → ㄘ
(C) ㄏ → ㄆ → ㄊ → ㄉ → ㄅ → ㄘ
(D) ㄏ → ㄉ → ㄊ → ㄆ → ㄅ → ㄘ

- 2 () 利用配方法求一元二次方程式 $4x^2 + 16x - 8 = 0$ 的解為下列何者？(15 分)

- (A) $-4 \pm 2\sqrt{2}$ (B) $-2 \pm 2\sqrt{2}$
(C) $-4 \pm \sqrt{6}$ (D) $-2 \pm \sqrt{6}$

- 3 () 利用配方法求一元二次方程式 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 的解為下列何者？(20 分)

- (A) $1 \pm \frac{\sqrt{2}}{4}$ (B) $1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$
(C) $-1 \pm \frac{\sqrt{2}}{4}$ (D) $-1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

- 4 () 利用配方法求一元二次方程式 $3x^2 - 2x - 3 = 0$ 的解為下列何者？(15 分)

- (A) $\frac{1 \pm \sqrt{10}}{6}$ (B) $\frac{-1 \pm \sqrt{10}}{6}$
(C) $\frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$ (D) $\frac{-1 \pm \sqrt{10}}{3}$

- 5 利用配方法解下列各一元二次方程式。(每小題 15 分，共 30 分)

(1) $3x^2 - 6x - 12 = 0$

(2) $3x^2 - 3x - 1 = 0$

方程式的解為 _____。

方程式的解為 _____。



- ① () 已知以配方法解一元二次方程式 $x^2 - 14x + a = 0$ 可得 $x = 7 \pm \sqrt{33}$ ，秉泰和益丞想要求得 a 的值。請根據他們的作法，判斷何者正確。(20 分)

秉泰

$$\begin{aligned} x^2 - 14x &= -a, \\ x^2 - 14x + 7^2 &= -a + 7^2, \\ (x-7)^2 &= 49 - a, \\ x-7 &= \pm \sqrt{49-a}, \\ x &= 7 \pm \sqrt{49-a} = 7 \pm \sqrt{33}, \\ 49-a &= 33, \text{ 故 } a &= 49-33=16. \end{aligned}$$

益丞

$$\begin{aligned} x &= 7 \pm \sqrt{33}, \quad x-7 = \pm \sqrt{33}, \\ (x-7)^2 &= 33, \\ x^2 - 14x + 49 &= 33, \\ x^2 - 14x + 16 &= 0, \\ \text{與 } x^2 - 14x + a &= 0 \text{ 比較係數,} \\ \text{可得 } a &= 16. \end{aligned}$$

- (A) 只有秉泰正確 (B) 只有益丞正確 (C) 兩人都正確 (D) 兩人都錯誤
- ② () 已知以配方法解一元二次方程式 $x^2 + 14x + h = 0$ 可得 $x = -7 \pm 3\sqrt{5}$ ，則 $h = ?$ (20 分)
- (A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4

- ③ () 已知以配方法解一元二次方程式 $x^2 - 6x + k = 0$ 可得 $x = 3 \pm 2\sqrt{7}$ ，則 $k = ?$ (15 分)
- (A) -19 (B) -17 (C) -15 (D) -13

- ④ 已知以配方法解一元二次方程式 $x^2 + 10x + m = 0$ 可得 $x = -5 \pm 2\sqrt{5}$ ，則 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(15 分)

- ⑤ 已知以配方法解一元二次方程式 $x^2 - 16x + s = 0$ 可得 $x = 8 \pm 4\sqrt{3}$ ，則 $s = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(15 分)

- ⑥ 已知以配方法解一元二次方程式 $x^2 + 4x + a = 0$ 可得 $x = -2 \pm \sqrt{3}$ ，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(15 分)



- ① () 已知一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的判別式為 $b^2 - 4ac$ ，則下列敘述何者正確？(10 分)
- (A) 若 $b^2 - 4ac > 0$ ，則方程式有兩個相異根
- (B) 若 $b^2 - 4ac = 0$ ，則方程式有兩個相同根 (重根)
- (C) 若 $b^2 - 4ac < 0$ ，則方程式無解
- (D) 以上皆正確
- ② () 利用一元二次方程式的判別式，判斷下列何者有兩個相異根？(15 分)
- (A) $x^2 - 3x + 5 = 0$
- (B) $2x^2 + 5x - 3 = 0$
- (C) $3x^2 - 4x + 2 = 0$
- (D) $-9x^2 + 6x - 1 = 0$
- ③ () 利用一元二次方程式的判別式，判斷下列何者無解？(15 分)
- (A) $-x^2 + 6x - 5 = 0$
- (B) $x^2 + 8x + 16 = 0$
- (C) $5x^2 - 9x + 6 = 0$
- (D) $-3x^2 + 7x + 5 = 0$
- ④ 判斷下列各一元二次方程式解的類型，在_____中填上「兩相異根」或「重根」或「無解」。
- (1) $4x^2 - 4x + 1 = 0$ 解的類型為_____。(每小題 15 分，共 60 分)
- (2) $4x^2 - x + 4 = 0$ 解的類型為_____。
- (3) $x^2 + 5x + 7 = 0$ 解的類型為_____。
- (4) $8x^2 - 5x - 1 = 0$ 解的類型為_____。



- 1 () 已知一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 可以利用配方法求得 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ，則下列敘述何者錯誤？(20 分)
- (A) $b^2 - 4ac$ 為一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的判別式
- (B) 若 $b^2 - 4ac > 0$ ，則方程式的解為 $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- (C) 若 $b^2 - 4ac = 0$ ，則方程式的解為 $\frac{-b}{2a}$
- (D) 若 $b^2 - 4ac < 0$ ，則方程式的解為 $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- 2 () 利用公式解求一元二次方程式 $3x^2 + x - 1 = 0$ 的解，則 $x = ?$ (20 分)
- (A) $\frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}$ (B) $\frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6}$ (C) 無解 (D) $\frac{-1}{6}$ (重根)
- 3 () 利用公式解求一元二次方程式 $4x^2 = x - 2$ 的解，則 $x = ?$ (20 分)
- (A) $\frac{1 \pm 4\sqrt{2}}{8}$ (B) $\frac{-1 \pm 4\sqrt{2}}{8}$ (C) 無解 (D) $\frac{1}{8}$ (重根)
- 4 () 利用公式解求一元二次方程式 $-12x + 9x^2 = -4$ 的解，則 $x = ?$ (20 分)
- (A) $\frac{6 \pm 6\sqrt{2}}{9}$ (B) $\frac{-6 \pm 6\sqrt{2}}{9}$ (C) 無解 (D) $\frac{2}{3}$ (重根)
- 5 () 利用公式解求一元二次方程式 $5x^2 = 2x + 1$ 的解，則 $x = ?$ (20 分)
- (A) $\frac{1 \pm \sqrt{6}}{5}$ (B) $\frac{2 \pm \sqrt{22}}{10}$ (C) 無解 (D) $\frac{1}{5}$ (重根)



- 1 () 已知 m 為整數，且一元二次方程式 $x^2 - 5x + m = 0$ 有兩相異根，下面步驟過程為立翔利用判別式求 m 的最大值。請根據各步驟的代號，判斷先後順序為何者。(20 分)

ㄅ $m < \frac{25}{4}$ ，即 $m < 6\frac{1}{4}$ ，故 m 的最大值為 6

ㄆ $(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot m > 0$

ㄇ 判別式 $b^2 - 4ac > 0$ ，即 $a = 1$ ， $b = -5$ ， $c = m$

ㄘ $25 - 4m > 0$ ， $25 > 4m$

(A) ㄇ → ㄘ → ㄆ → ㄅ

(B) ㄇ → ㄆ → ㄘ → ㄅ

(C) ㄆ → ㄇ → ㄘ → ㄅ

(D) ㄆ → ㄘ → ㄇ → ㄅ

- 2 () 已知 n 為整數，且一元二次方程式 $x^2 + 7x - n = 0$ 有兩相異根，則 n 的最小值 = ? (20 分)
- (A) 13 (B) -13 (C) -12 (D) -11

- 3 () 已知 k 為整數，且一元二次方程式 $3x^2 - 6x + k = 0$ 無解，則 k 的最小值 = ? (15 分)
- (A) 4 (B) -4 (C) 3 (D) -3

- 4 () 已知 h 為整數，且一元二次方程式 $-2x^2 - 8x + h = 0$ 有重根，則 $h = ?$ (15 分)
- (A) 16 (B) -16 (C) 8 (D) -8

- 5 () 已知 P 為整數，且一元二次方程式 $4x^2 - 5x + P = 0$ 有兩相異根，則下列敘述何者正確？ (15 分)
- (A) P 的最小值為 1 (B) P 的最小值為 2 (15 分)
- (C) P 的最大值為 1 (D) P 的最大值為 2

- 6 () 已知 R 為整數，且一元二次方程式 $-3x^2 - 8x + R = 0$ 無解，則下列敘述何者正確？ (15 分)
- (A) R 的最小值為 -5 (B) R 的最小值為 -6
- (C) R 的最大值為 -5 (D) R 的最大值為 -6



概念 ① 數字關係

例 七年級新生有 225 位學生，在每班人數一樣的情況下編班，每班的人數恰好是班級數的 3 倍少 2 人，則每班人數為多少人？

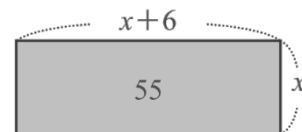
解 設有 x 班，每班人數為 $(3x-2)$ 人，依題意可得 $x(3x-2)=225 \Rightarrow 3x^2-2x-225=0$
 $\Rightarrow (3x+25)(x-9)=0$ ， $x=-\frac{25}{3}$ (不合) 或 $x=9$ 。故每班人數為 $3x-2=3 \times 9-2=25$ (人)。



概念 ② 面積關係

例 一片長方形田地的面積是 55 平方公尺，長邊比短邊要長 6 公尺，請問短邊是多少公尺？

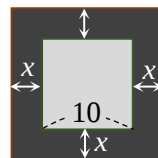
解 設短邊為 x 公尺，則長邊為 $(x+6)$ 公尺。
 依題意可以列式 $x(x+6)=55$ ， $x^2+6x=55$ ， $x^2+6x-55=0$ ，
 $(x+11)(x-5)=0$ ， $x=-11$ (不合) 或 $x=5$ ，故短邊為 5 公尺。



概念 ③ 寬度問題

例 如圖，大正方形內有一邊長 10 cm 的灰色小正方形，且黑色面積和灰色面積相等，求 x 為多少？

解 依題意可列式 $(10+2x)^2=10^2 \times 2 \leftarrow \text{大正方形面積} = \text{黑色面積} + \text{灰色面積} = \text{灰色面積} \times 2$
 $\Rightarrow 10+2x=\pm 10\sqrt{2} \Rightarrow 2x=-10 \pm 10\sqrt{2}$ ，
 $\Rightarrow x=-5 \pm 5\sqrt{2}$ ，其中 $x=-5-5\sqrt{2} < 0$ (不合)；
 因此 $x=-5+5\sqrt{2}$ 。



概念 ④ 買賣問題

例 某餐飲店推出五倍卷購買餐券優惠，基本張數為 10 張，每張 350 元，若超過基本張數，每多買一張，全部餐券每張再便宜 10 元，也就是買越多張則每張的價格越低，但一次最多只能買 20 張。若品謙花了 4500 元購買餐券，他買了幾張？

解 設購買 $(10+x)$ 張，也就是超過基本張數 x 張，
 則 $(10+x)(350-10x)=4500 \Rightarrow x^2-25x+100=0$
 $\Rightarrow (x-5)(x-20)=0$ ，故 $x=5$ 或 20 (超過限購)，
 $10+5=15$ ，因此品謙購買了 15 張餐券。



- ① () 已知月香阿姨花了 360 元買了 x 公斤葡萄，一公斤葡萄的價格是 $3x+6$ 元，如果要求 x 的值 (買了多少公斤葡萄)，根據下面各選項的列式與解答，判斷何者正確？(20 分)
- (A) $x(3x+6)=360$ ， $x=10$ (B) $x(3x+6)+360=0$ ， $x=10$
(C) $x(3x+6)=360$ ， $x=12$ (D) $x(3x+6)+360=0$ ， $x=12$
- ② 已知月珠阿姨花了 200 元買了若干公斤的橘子，一公斤橘子的價格是橘子公斤數 3 倍多 1 元，請完成下面的步驟，求得月珠阿姨買了多少公斤的橘子？(每格 5 分，共 30 分)
- 【步驟 1】假設月珠阿姨買了 x 公斤的橘子，則一公斤的橘子價格是 _____ 元。
- 【步驟 2】依題意可列式為 $x(\quad)=200$ ，展開整理後可得 _____ $=0$ 。
- 【步驟 3】因式分解得 $(3x+25)(\quad)=0$ 。
- 【步驟 4】 $x=-\frac{25}{3}$ (不合) 或 $x= \quad$ 。
- 【步驟 5】故月珠阿姨買了 _____ 公斤的橘子。
- ③ () 月娥老師買了若干包色紙，每包色紙的張數是購買包數的 4 倍多 4 張，已知總張數為 120 張，則月娥老師買了幾包色紙？(15 分)
- (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3
- ④ () 若甲、乙為整數，甲比乙數的 4 倍少 2，且兩數的乘積為 240，則甲－乙＝？(15 分)
- (A) 32 (B) 26 (C) 24 (D) 22
- ⑤ 已知甲數 $>$ 乙數，且甲數 + 乙數 = 23，甲數 $\times$ 乙數 = 120，則甲數 = _____，乙數 = _____。
- 【提示，可設其中一個數的值為 x 】 (每格 10 分，共 20 分)



- ① 李叔叔有一塊面積為 200 平方公尺的長方形菜園，已知其中一個長邊是一道牆，且另一個長邊和兩個寬邊是一共 40 公尺長的田埂路，請完成下面的步驟，求得寬邊是多少公尺？

【步驟 1】假設寬邊是 x 公尺，則長邊是 _____ 公尺， (每格 5 分，共 35 分)

【步驟 2】依題意可列式為 $x(\quad) = 200$ ，展開整理後可得 $x^2 - \quad x + \quad = 0$ ，

【步驟 3】因式分解得 $(\quad)^2 = 0$ ，

【步驟 4】 $x = \quad$ (重根)，

【步驟 5】故寬邊是 _____ 公尺。



- ② () 有一塊面積為 300 平方公尺的長方形菜園，已知其中一個長邊是一道牆，且另一個長邊和兩個寬邊是一共 50 公尺長的田埂路，則寬邊是多少公尺？(20 分)

(A) 10 公尺或 15 公尺 (B) 15 公尺或 20 公尺

(C) 20 公尺或 25 公尺 (D) 15 公尺或 25 公尺

- ③ () 已知有一張長方形色紙的面積是 400 平方公分，且長邊比寬邊要長 9 公尺，則這張色紙的長邊是多少公分？(15 分)

(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25

- ④ () 若志文拿了一條棉繩，想圍出長為寬的 2 倍多 5 公分的長方形，且此長方形面積為 250 平方公分，則此長方形的寬為多少公分？(15 分)

(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25

- ⑤ 某國中有一個面積 360 平方公尺的長方形生態池，其中一個長邊靠牆，今想要在兩個寬邊和一個長邊架設圍籬，已知長邊長度是寬邊的 4 倍少 4 公尺，那麼圍籬的總長度是 _____ 公尺。

(15 分)



Nani

基礎特訓班

4-3 一元二次方程式的應用

概念 3 寬度問題

班 號

姓名

- ① 如圖，已知黑色小正方形的邊長為 8 公分，若灰色的面積是小正方形的 3 倍，請完成下面的步驟，求得 x 的值？(每格 3 分，共 33 分)

【步驟 1】依題意，大正方形(灰色+黑色)面積是小正方形的 _____ 倍，

【步驟 2】依圖示及題意，可列式為 $(\text{_____} + 2x)^2 = 8^2 \times \text{_____}$ ，

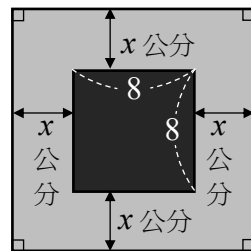
【步驟 3】展開後可得 _____ + _____ x + $4x^2 = \text{_____}$ ，

【步驟 4】整理後可得 $x^2 + \text{_____} x - \text{_____} = 0$ ，

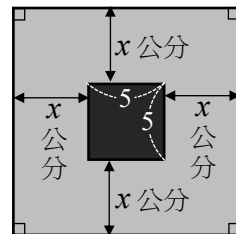
【步驟 5】因式分解得 $(x + 12)(x - \text{_____}) = 0$ ，

【步驟 6】 $x = -12$ (不合) 或 $x = \text{_____}$ ，

【步驟 7】故 x 的值為 _____。



- ② 如圖，已知黑色小正方形的邊長為 5 公分，若灰色的面積是小正方形的 8 倍，則 $x = \text{_____}$ 。(17 分)



- ③ 如圖，有一長 30 公分，寬 20 公分的長方形，僅靠兩邊剪下一個長方形，如下灰色區域。已知黑色的面積：灰色面積 = 2 : 1，請完成下面的步驟，求得 x 的值？(每格 3 分，共 33 分)

【步驟 1】依題意，灰色面積 = $30 \times 20 \times \frac{1}{2+1} = \text{_____}$ (平方公分)，

【步驟 2】依步驟 1，可列式為 $(30 - x)(\text{_____} - x) = \text{_____}$ ，

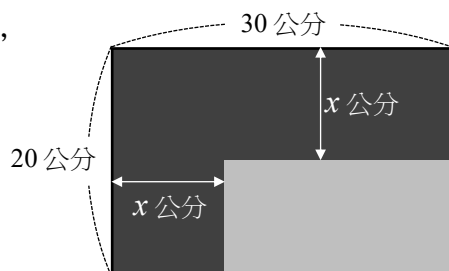
【步驟 3】展開後可得 _____ - _____ x + $x^2 = \text{_____}$ ，

【步驟 4】整理後可得 $x^2 - \text{_____} x + \text{_____} = 0$ ，

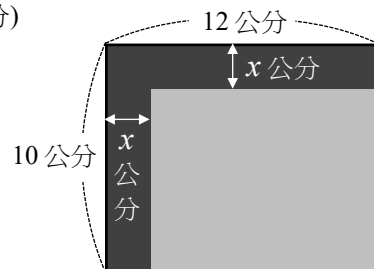
【步驟 5】因式分解得 $(x - 40)(x - \text{_____}) = 0$ ，

【步驟 6】 $x = 40$ (不合，超過長與寬的長度) 或 $x = \text{_____}$ ，

【步驟 7】故 x 的值為 _____。



- ④ 如圖，有一長為 12 公分，寬 10 公分的長方形，在其中一個長邊和一個寬邊畫出等寬的黑色長條區塊，如果黑色的面積：灰色面積 = 1 : 2，則 $x = \text{_____}$ 。(17 分)





Nani

基礎特訓班

4-3 一元二次方程式的應用

概念 4 買賣問題

____ 班 ____ 號

姓名

- ① 聚光旅行社推出日本行六天五夜優惠，成團基本人數為 15 人，每人只要 40000 元，多於 15 人時，每多一位，整團每人都可以減少 1000 元，但一團最多只能 22 人。一群好友組團參加，團員超過 x 位，總旅費是 700000 元，請完成下面的步驟，求得團員總人數？(每格 4 分，共 40 分)

【步驟 1】超過 x 位時，每個人的旅費是 $(40000 - 1000x)$ 元，一共有 $(15 + x)$ 人

【步驟 2】依題意及步驟 1，可列式為 $(40000 - 1000x)(\underline{\hspace{2cm}} + x) = 700000$ ，

【步驟 3】展開後可得 $\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}x - 1000x^2 = 700000$ ，

【步驟 4】等號兩邊同除以 1000，得 $\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}x - x^2 = 700$ ，

【步驟 5】整理後可得 $x^2 - \underline{\hspace{2cm}}x + \underline{\hspace{2cm}} = 0$ ，

【步驟 6】因式分解得 $(x - 20)(x - \underline{\hspace{2cm}}) = 0$ ，

【步驟 7】 $x = 20$ 或 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $15 + 20 = 35 > 22$ (不合) 或 $15 + 5 = 20$ ，

【步驟 8】故團員總人數為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人。

- ② 聚光旅行社推出澎湖菊島三天兩夜優惠之旅，成團至少 25 人，每人旅費 10000 元，多於 25 人時，每多一位團員，整團每人的旅費可以減少 100 元，但最多一團只收 40 人。某家族成員包團去玩，人數在優惠限制範圍內，總旅費是 315000 元，則參加的人數比基本人數 25 人還要多 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人，也就是一共 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人參加此次旅行。【提示：可假設超過 x 位】(每格 15 分，共 30 分)

- ③ 某超商推出用 APP 一次至少購買 20 杯以上特濃拿鐵咖啡特價活動，一杯只要 48 元，每增購一杯，全部減 1 元，也就是買 21 杯，每杯 47 元；買 22 杯，每杯 46 元，但最多增購 18 杯 (也就是一次最多只能買 38 杯)，並且必須在期限內使用完畢。如果李先生參加此特價活動，花 1120 元，那麼他比 20 杯多增購了 $\underline{\hspace{2cm}}$ 杯，也就是一共買了 $\underline{\hspace{2cm}}$ 杯。(每格 15 分，共 30 分)



概念 1 相對次數分配表

1 相對次數的計算： $\frac{\text{各組次數}}{\text{總次數}} \times 100\%$ 。

2 相對次數分配表：為了更易掌握各組次數占總次數的比例，將各組的次數換算成相對次數並列成表格，稱為相對次數分配表。

例 下表為某校 400 位學生的英文檢定成績相對次數分配表。

成績(分)	20~30	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90
次數(人)	32	40	48	120	100	40	20
相對次數(%)	8	10	12	30	25	10	5

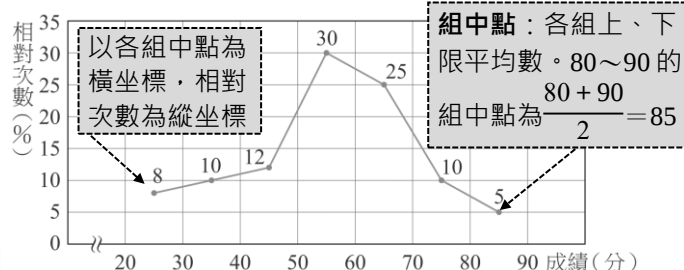
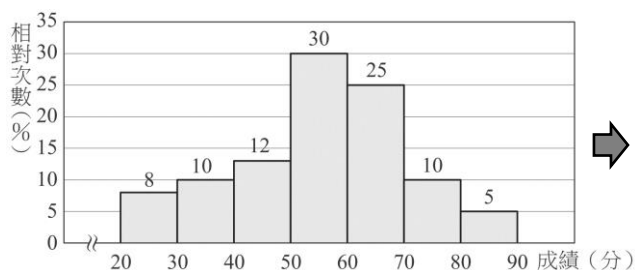
若某人考 75 分，表示跟他同一組區間(70~80 分)人數占整體人數的 10%。

20~30：含 20 但不含 30，
30~40：含 30 但不含 40，
其他依此類推，但最後一組
80~90，含 80 與上限 90。



概念 2 相對次數分配折線圖

1 為了更易看出相對次數間的關係，所以會將相對次數分配表製作成統計圖。下圖為承概念 1 中的相對次數分配表所作之統計圖，分別為相對次數分配直方圖(左圖)和相對次數分配折線圖(右圖)。



概念 3 圓形圖呈現相對次數

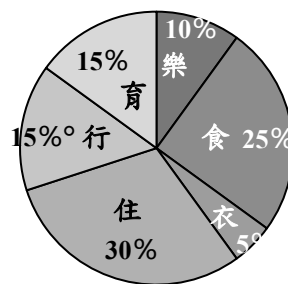
例 如右圖，品謙上個月的支出費用分為六大類，已知若總支出為 3 萬元，則：

- (1) 「食」的支出為多少元？
- (2) 支出相對次數未滿 25% 的類別，其支出總和為多少元？

解 (1) 「食」的相對次數為 25%，支出為 $30000 \times 25\% = 7500$ (元)。

(2) 相對次數未滿 25% 的類別有行 15%、育 15%、樂 10%、衣 5%，

$15\% + 15\% + 10\% + 5\% = 45\%$ ，支出總和為 $30000 \times 45\% = 13500$ (元)。



概念 4 累積次數分配表與累積相對次數分配表

1 承概念 1，將各組資料的次數依次一組一組累加後，得出的下表稱為累積次數分配表。

成績(分)	20~30	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90
次數(人)	32	40	48	120	100	40	20
累積次數(人)	32	72	120	240	340	380	400

- (1) 在 20~30 分這一組的次數是 32，累積次數是 32，表示未滿 30 分的有 32 人；
- (2) 在 30~40 分這一組的次數是 40，累積次數是 $32 + 40 = 72$ ，表示未滿 40 分的有 72 人；
- (3) 在 40~50 分這一組的次數是 48，累積次數是 $72 + 48 = 120$ ，表示未滿 50 分的有 120 人。
- (4) 在 50~60 分這一組的次數是 120，累積次數是 $120 + 120 = 240$ ，表示未滿 60 分的有 240 人。
- (5) 依上述類推，未滿 70 分的有 340 人，未滿 80 分的有 380 人，90 分以下 (含 90 分) 的有 400 人。

2 承概念①與④之①，將各組資料的相對次數依次一組一組累加，可得到**累積相對次數分配表**如下。

成績(分)	20~30	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90
相對次數(%)	8	10	12	30	25	10	5
相對累積次數(%)	8	18	30	60	85	95	100

(1) 在 30~40 分這一組的累積相對次數是 18，表示未滿 40 分的占全體人數的 18%。

(2) 在 40~50 分這一組的累積相對次數是 30，表示未滿 50 分的占全體人數的 30%。

(3) 累積相對次數(%) = $\frac{\text{累積次數}}{\text{總次數}} \times 100\%$ ，例如**概念④之①**的 40~50 分這一組， $\frac{120}{400} = 30\%$ 。



概念⑤ 累積次數分配折線圖

1 累積次數分配折線圖：承**概念①與④之②**，

在分組資料中，以各組資料的上限為橫坐標，

累積次數為縱坐標，

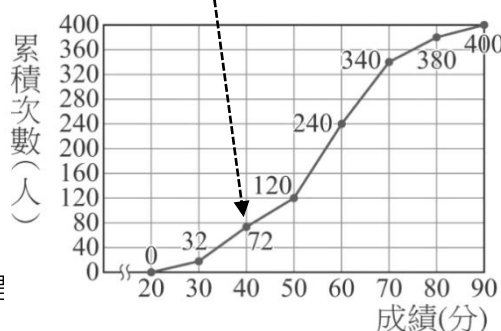
所繪製而成的折線圖，

稱為**累積次數分配折線圖**。

根據右圖，

也可以反推各組的次數。

例如 30~40 分這一組的次數是
72 - 32 = 40 (人)。



當繪製次數分配折線圖時，橫坐標落在各組組中點。然而，繪製累積次數分配折線圖時，橫坐標則落在各組的右端點，這樣才符合累積的意義。



概念⑥ 累積次數分配折線圖的判讀

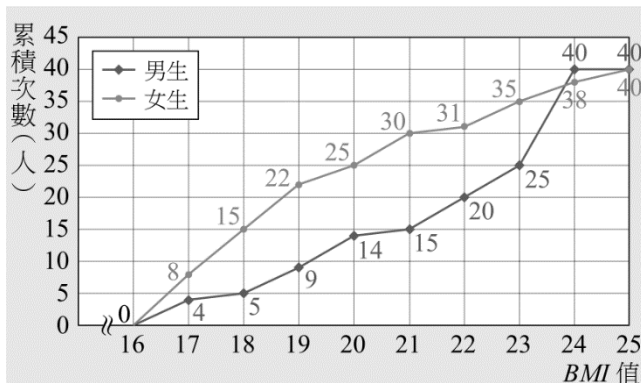
例 右圖為某校行政人員從八年級學生抽籤調查 40 位男生和 40 位女生的身體質量指數 BMI，體重 (W，單位公斤)，與身高平方 (H，單位公尺) 的比值，統計整理成分配折線圖如右，試問：

(1) BMI 值在 20 以上的人數，男生多還是女生多？

(2) BMI 值最高的是男生還是女生？

解 (1) BMI 值在 20 以上的男生有 $40 - 14 = 26$ (人)，
BMI 值在 20 以上的女生有 $40 - 25 = 15$ (人)，
故男生的人數較多。

(2) BMI 值在 24 以上的人數，男生 0 人，女生有 $40 - 38 = 2$ (人)，故 BMI 值最高的是女生。



概念⑦ 累積相對次數分配折線圖的判讀

1 累積相對次數分配折線圖：承**概念①與④之②**，

在分組資料中，以各組資料的上限為橫坐標，

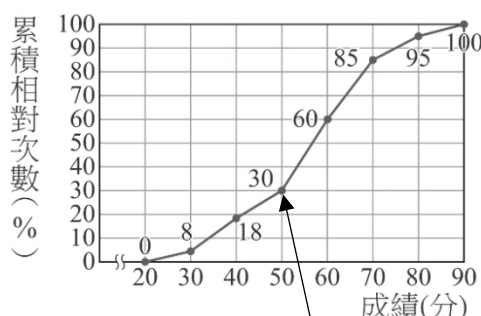
累積相對次數為縱坐標，所繪製而成的折線圖，

稱為**累積相對次數分配折線圖**，如右圖所示。

根據上圖，也可以反推各組的相對次數。

例如 40~50 分這一組的相對次數是：

$30 - 18 = 12$ (%)。



如同累積次數分配折線圖，繪製累積相對次數分配折線圖時，橫坐標落在各組的右端點。



- ① () 下表為八年六班 20 位學生的每週讀書時間的次數分配表：

時間(小時)	0~2	2~4	4~6	6~8	8~10
次數(人)	4	5	1	2	8

試問下列敘述何者正確？(18 分)

- (A) 0~2 小時的相對次數為 $\frac{4}{20} \times 100\% = 25\%$
 (B) 2~4 小時的相對次數為 $\frac{5}{20} \times 100\% = 30\%$
 (C) 6~8 小時的相對次數為 $\frac{2}{20} \times 100\% = 10\%$
 (D) 8~10 小時的相對次數為 $\frac{8}{20} \times 100\% = 80\%$

- ② () 下表為新鮮水果行過去 50 天的每日銷售營業額的次數分配表：

金額(萬元)	0~2	2~3	3~4	4~5
次數(日)	15	18	10	7

試問下列敘述何者錯誤？(18 分)

- (A) 0~2 萬元的相對次數為 30% (B) 2~3 萬元的相對次數為 36%
 (C) 3~4 萬元的相對次數為 20% (D) 4~5 萬元這組，含 4 萬元，但不含 5 萬元

- ③ () 下表為八年一班 25 位學生某次小考的相對次數分配表，

成績(分)	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
次數(人)	1	a	4	c	5	d	1
相對次數(%)	4	8	b	28	20	20	4

試問下列敘述何者錯誤？(16 分)

- (A) 40~50 分這組的次數 $a = 25 \times 8\% = 2$ (人)
 (B) 50~60 分這組的相對次數 $b = \frac{4}{25} \times 100\% = 16\%$
 (C) 60~70 分這組的次數 $c = 25 \times 28\% = 8$ (人)
 (D) 80~90 分這組的人數 $d = 25 \times 20\% = 5$ (人)

- ④ 下表為某校八年級 200 位學生的第一次段考數學成績相對次數分配表，請完成下表。

成績(分)	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
次數(人)	4		26		40	30	
相對次數(%)	2	12		32			6

(每格 8 分，共 48 分)



Nani

基礎特訓班

5-1 相對與累積次數分配圖表

概念 ② 相對次數分配折線圖

班 號

姓名

- ① () 附表是某國中八年級學生在上週使用手機時間的相對次數分配表，由圖表可知 0~2 小時這組的相對次數為 10%，請根據圖表，判斷何者錯誤。(25 分)

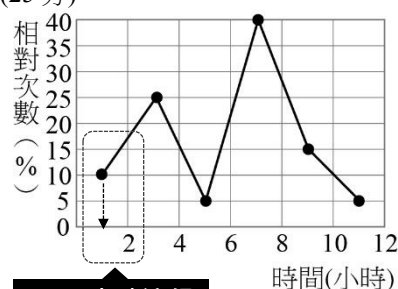
時間(小時)	0~2	2~4	4~6	6~8	8~10	10~12
相對次數 (%)	10	a	b	c	d	5

(A) $a=25$

(B) $b=5$

(C) $c=40$

(D) $d=20$



0~2 小時這組
相對次數 10%

- ② () 附表是某運動中心調查 40 位民眾上週運動時間的相對次數分配表，請根據圖表，判斷何者正確。(25 分)

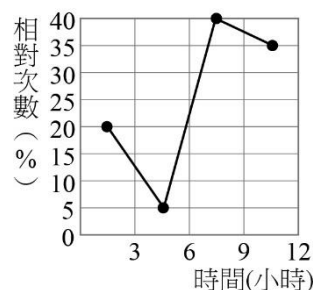
時間(小時)	0~3	3~6	6~9	9~12
相對次數 (%)	a	b	c	d

(A) $a=20$ ，有 20 位民眾上周運動 0~3 小時

(B) $b=10$ ，有 4 位民眾上周運動 3~6 小時

(C) $c=40$ ，有 16 位民眾上周運動 6~9 小時

(D) $d=35$ ，有 35 位民眾上周運動 9~12 小時



- ③ () 附表是某公司 50 位員工上周加班時間的相對次數分配表，根據圖表，下列何者正確？(25 分)

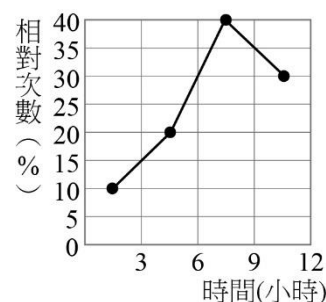
時間(小時)	0~3	3~6	6~9	9~12
相對次數 (%)	a	b	c	d

(A) $a=10$ ，有 10 位員工上周加班 0~3 小時

(B) $b=20$ ，有 10 位員工上周加班 3~6 小時

(C) $c=40$ ，有 20 位員工上周加班 7.5 小時

(D) $d=20$ ，有 10 位員工上周加班 9~12 小時



- ④ () 附表是某國中調查 200 位八年級學生在上週六、日複習功課的相對次數分配表，請根據圖表，判斷何者錯誤。(25 分)

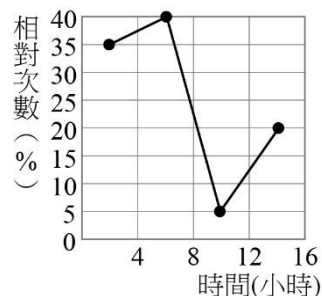
時間(小時)	0~4	4~8	8~12	12~16
相對次數 (%)	a	b	c	d

(A) 複習功課 0~4 小時的人數有 70 人

(B) 複習功課 0~4 小時的人數比 8~12 小時多 30 %

(C) 複習功課 4~8 小時的人數比 0~4 小時多 5 人

(D) 複習功課 12~16 小時的人數比 4~8 小時少 40 人

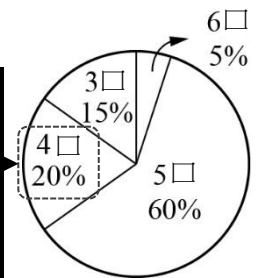




- 1 () 附圖為某個班級 40 位學生家中同住人口數的相對次數圓形圖，請根據附圖，判斷下列敘述何者錯誤？(20 分)

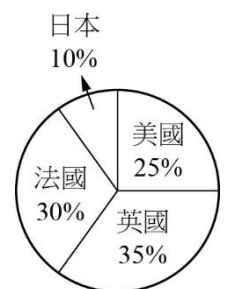
- (A) 家中人口數最多的組是 5 口 (人)
(B) 家中人口數最少的組是 6 口 (人)
(C) 家中人口數是 3 口 (人) 的學生有 6 位
(D) 家中人口數是 6 口 (人) 的學生有 5 位

相對次數為 20%，即全班中 20% 的學生其家中人口數為 4 口； $40 \times 20\% = 8$ (人)，即該班有 8 位學生的家中人口數為 4 口。



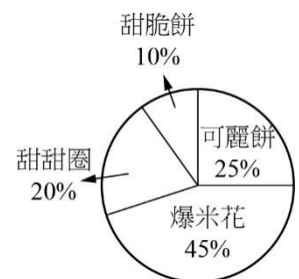
- 2 () 如圖，華語補習班老師統計 20 位學生的國籍，並製成圓形圖，下列敘述何者錯誤？(20 分)

- (A) 日本籍的人數次數為 10 %
(B) 法國籍的人數相對次數是 30 %
(C) 英國籍的人數相對次數最多，有 35 %
(D) 美國籍的人數次數是 5 位



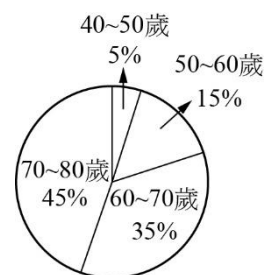
- 3 () 如圖，銀河電影院老闆統計 300 筆購買的食品，並製成圓形圖，下列敘述何者正確？(20 分)

- (A) 買爆米花的筆數次數最多，有 45 筆
(B) 買可麗餅的筆數相對次數是 25 %，有 25 筆
(C) 買甜甜圈的筆數相對次數是 20 %，有 60 筆
(D) 買甜脆餅的筆數相對次數最少，只有 10 筆



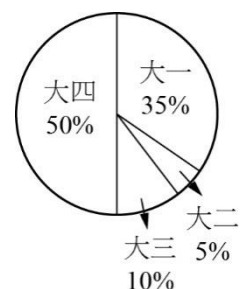
- 4 () 如圖，銀髮青春向前行旅行團導遊統計 60 位旅客的年齡，並製成圓形圖，下列敘述何者正確？(20 分)

- (A) 40~50 歲旅客的相對次數是 5%，次數為 5 人
(B) 50~60 歲旅客的相對次數是 15%，次數為 9 人
(C) 未滿 60 歲旅客的相對次數是 25%
(D) 60 歲以上旅客的相對次數是 70%



- 5 () 如圖，大學登山社社長統計 50 位社員的年級，並製成圓形圖，下列敘述何者錯誤？(20 分)

- (A) 大一和大二人數總和的相對次數是 40 %，次數為 20 人
(B) 大二人數的相對次數比大一人數的相對次數少 25%
(C) 大三以上的人數相對次數是 60%，次數為 30 人
(D) 大三人數的相對次數比大二人數的相對次數多 5%





Nani

基礎特訓班

5-1 相對與累積次數分配圖表

概念 4 累積次數分配表與累積相對次數分配表

班 號

姓名

- 1 () 青禾國中的八年四班 20 位學生體重統計表如下：

體重(公斤)	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90
次數(人)	7	2	2	6	3
累積次數(人)	7	9	11	a	b
累積相對次數(%)	35	45	c	d	100

根據統計表可知，體重未滿 60 公斤的累積次數是 $(7+2=9)$ 人，

累積相對次數 $\frac{9}{20} \times 100\% = 45\%$ ，請根據統計表判斷下列何者錯誤？(25 分)

- (A) $a=17$ (B) $b=20$ (C) $c=65$ (D) $d=85$

- 2 () 不老農場的 50 位職場退休轉農夫的年齡統計表如下：

年齡(歲)	60~65	65~70	70~75	75~80
次數(人)	20	18	7	5
累積次數(人)	20	a	b	50
累積相對次數(%)	40	c	d	100

請根據統計表判斷下列何者錯誤？(25 分)

- (A) $a=38$ (B) $b=45$ (C) $c=76$ (D) $d=80$

- 3 () 某慢跑協會的 40 位團員身高統計表如下：

身高(公分)	140~150	150~160	160~170	170~180
次數(人)	5	15	15	5

試問身高 160 公分以上的人數占全部百分比為何？(25 分)

- (A) 40 % (B) 50 % (C) 60 % (D) 70 %

- 4 () 壯壯健身房的 200 位會員身高統計表如下：

身高(公分)	150~160	160~170	170~180	180~190
次數(人)	20	70	60	50

試問身高未滿 170 公分的人數占全部百分比為何？(25 分)

- (A) 45 % (B) 50 % (C) 55 % (D) 60 %



Nani

基礎特訓班

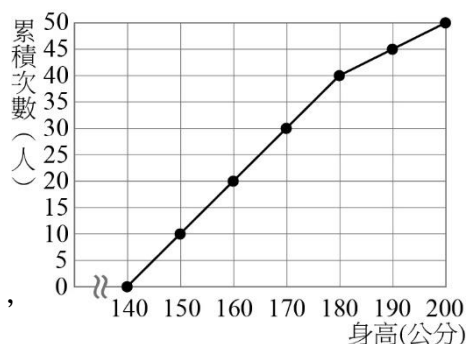
5-1 相對與累積次數分配圖表

概念 5 累積次數分配折線圖

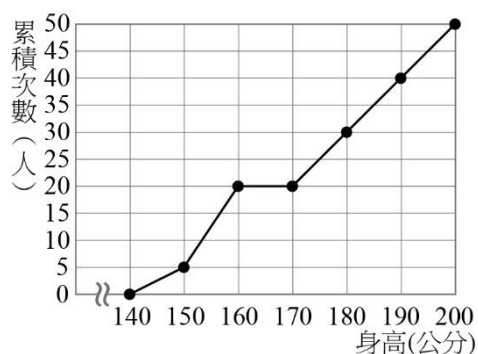
班 號

姓名

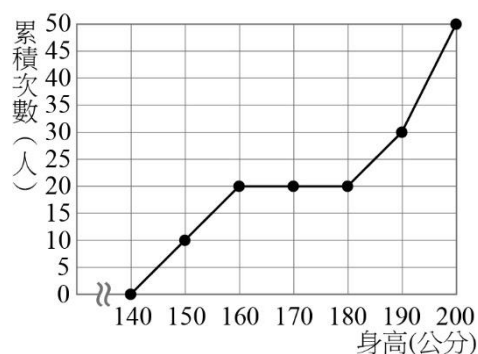
- 1 () 附圖是某國中八年級 50 位學生的身高累積次數分配折線圖，根據折線圖可知，
 身高未滿 160 公分的累積次數為 20 人，
 身高未滿 170 公分的累積次數為 30 人，因此
 身高 160~170 公分的次數為 $30 - 20 = 10$ (人)，則
 身高 160~170 公分的相對次數為 $\frac{10}{50} \times 100\% = 20\%$ ，
 試問身高 170~180 公分的相對次數為何？(25 分)
- (A) 10% (B) 15% (C) 20% (D) 25%



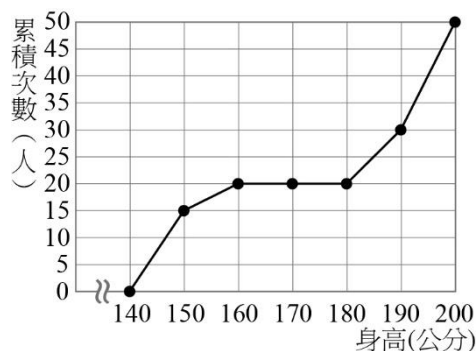
- 2 () 附圖是某國中八年級 50 位學生的身高累積次數分配折線圖，試問身高 160~180 公分的相對次數為何？(25 分)
- (A) 10% (B) 20%
 (C) 25% (D) 30%



- 3 () 附圖是美國某中學排球社團的 50 位學生身高累積次數分配折線圖，試問 170 公分以上的相對次數為何？(25 分)
- (A) 20% (B) 40%
 (C) 50% (D) 60%



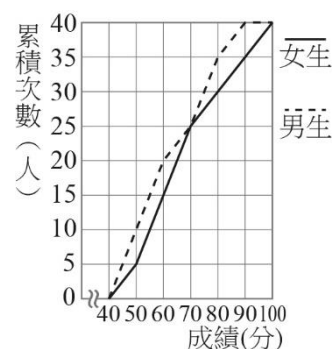
- 4 () 附圖是美國某中學運動社團的 50 位學生身高累積次數分配折線圖，試問 150~190 公分的相對次數為何？(25 分)
- (A) 30% (B) 25%
 (C) 20% (D) 15%





- 1 () 附圖是某數學競賽中男生、女生各 40 人的成績累積次數分配折線圖，女生為實線，男生是虛線。根據圖可知，未達 60 分的男生有 20 人，未達 60 分的女生有 15 人，因此未達 60 分的男生比女生多 5 人，根據附圖判斷下列敘述何者正確？(25 分)

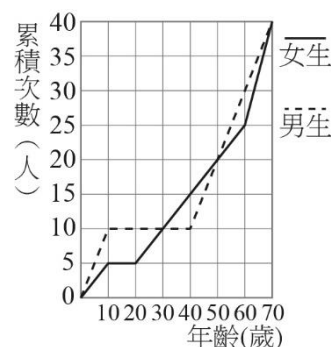
- (A) 未達 70 分的人數，男生和女生一樣多
(B) 70 分以上的人數，男生和女生一樣多
(C) 80 分以上的人數，女生有 10 人，男生只有 5 人
(D) 以上皆正確



- 2 () 附圖是某旅行團中，男、女旅客的年齡累積次數分配折線圖，下列敘述何者正確？

- (A) 未滿 30 歲的男生人數比女生多
(B) 未滿 40 歲的女生人數比男生多
(C) 未滿 50 歲的男生人數比女生多
(D) 未滿 60 歲的男女生人數相同

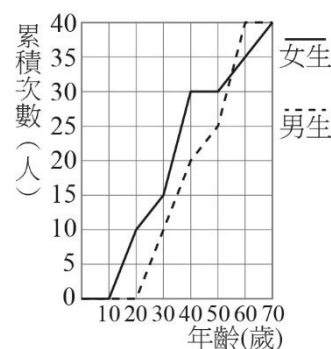
(25 分)



- 3 () 附圖是某旅行團男、女生各 40 人的年齡累積次數分配折線圖，下列敘述何者錯誤？

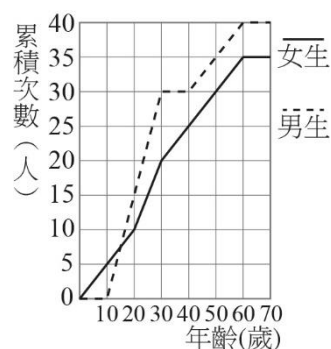
- (A) 30 歲以下的團員中，女生比男生多 5 人
(B) 30~40 歲的團員中，女生比男生多 10 人
(C) 女生 50~60 歲的團員比男生 50~60 歲的團員少
(D) 女生人數最多是在 30~40 歲這組

(25 分)



- 4 () 附圖是好吃餐廳的店長調查某日午餐男、女顧客的年齡累積次數分配折線圖，下列敘述何者錯誤？(25 分)

- (A) 30 歲以下的男生比女生多 10 人
(B) 20~30 歲的女生有 10 人
(C) 男生 10~20 歲和 20~30 歲的人數一樣多
(D) 調查人數是男、女生各 40 人





Nani

基礎特訓班

5-1 相對與累積次數分配圖表

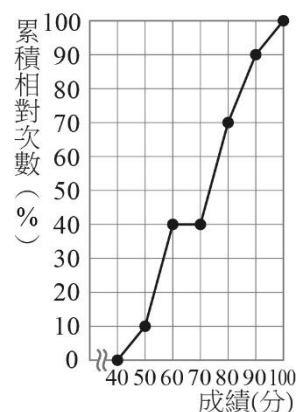
概念 7 累積相對次數分配折線圖的判讀

班 號

姓名

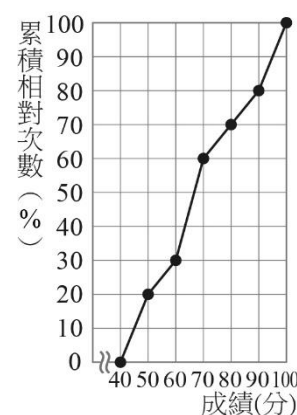
- 1 () 附圖是茹茹班上數學成績的累積相對次數分配折線圖，試問 60 分以上，未滿 80 分共占全體人數百分比為何？(25 分)

(A) 20 %
(B) 25 %
(C) 30 %
(D) 35 %



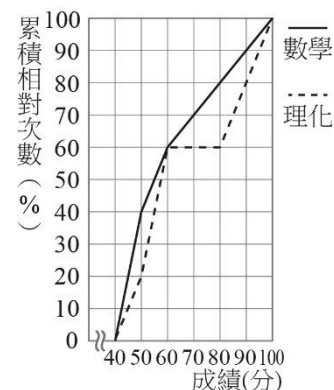
- 2 () 附圖是鈞鈞班上國文成績的累積相對次數分配折線圖，試問 50 分以上，未滿 70 分共占全體人數百分比為何？(25 分)

(A) 40 %
(B) 35 %
(C) 30 %
(D) 25 %



- 3 () 右圖是威力國中八年級的數學、理化成績的累積相對次數分配折線圖，兩科皆無人缺考，下列敘述何者正確？(25 分)

(A) 數學、理化兩科未達 60 分的人數相同
(B) 數學科 90 分以上占全體 10%
(C) 理化科 60~80 分的人數是 0 人
(D) 以上皆正確



- 4 () 右圖是柯南國中七年級的國文、英文成績的累積相對次數分配折線圖，第一天國文科 0 人缺考，第 2 天英文科 10 人缺考，下列敘述何者錯誤？(25 分)

(A) 國文、英文兩科未滿 60 分的人數相同，都是 40 %
(B) 國文科 90 分以上人數占全體的 10%
(C) 國文科 70 分以上人數占全體的 60%
(D) 英文科 80~90 分的人數是 0 人

