

目次



第一章 乘法公式與多項式

- 1-1 乘法公式..... 3
- 1-2 多項式的加法與減法..... 21
- 1-3 多項式的乘法與除法..... 31



第二章 平方根與畢氏定理

- 2-1 平方根與近似值..... 48
- 2-2 根式的運算..... 63
- 2-3 畢氏定理..... 78



第三章 因式分解

- 3-1 提公因式法與乘法公式因式分解.... 89
- 3-2 利用十字交乘法因式分解..... 104



第四章 一元二次方程式

- 4-1 因式分解法解一元二次方程式 113
- 4-2 配方法與一元二次方程式的公式解 134
- 4-3 一元二次方程式的應用 154



第五章 統計資料處理與圖表

- 5-1 相對與累積次數分配圖表 166



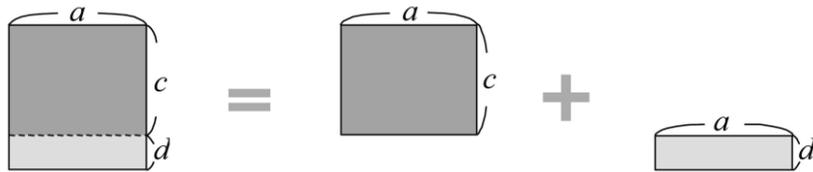
B3 1-1 乘法公式



概念

① 分配律 $a(b+c)=ab+ac$

下圖的長方形中，長是 a 、寬是 $(c+d)$ ，面積表示成_____。



◎ $a(c+d) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$

〈例〉

$18 \times (1+2) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

☆筆記

① $\star \times (100+2) =$

② $\square \times (100+2) =$

③ $18 \times (100+2) =$

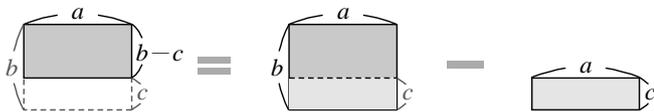
④ $\square \times (100+2) =$



牛刀小試 1

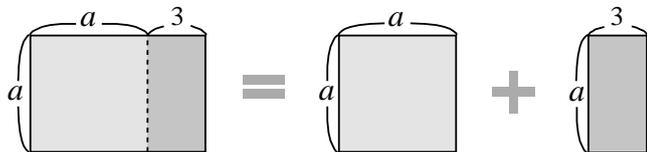
1. 利用分配律完成下列各式

(1)



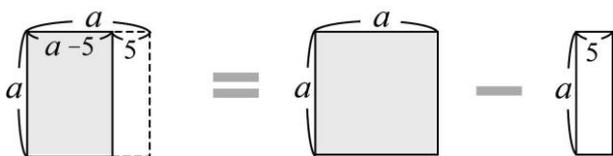
$a(b-c) = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}$

(2)



$a(a+3) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$

(3)



$a(a-5) = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}$

2. 利用分配律計算下列各題

(1) $a(b+5) = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $a(b-7) = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $a(a+2) = \underline{\hspace{2cm}}$

(4) $a(a-9) = \underline{\hspace{2cm}}$

(5) $12 \times (100+3)$
 $= \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$
 $= \underline{\hspace{2cm}}$

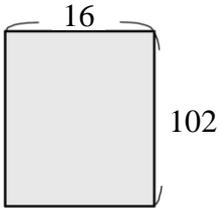
(6) $12 \times (100-3)$
 $= \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}$
 $= \underline{\hspace{2cm}}$



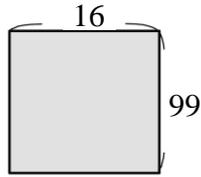
例題 ① 利用分配律求長方形面積



①



②



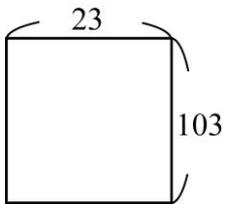
☆筆記



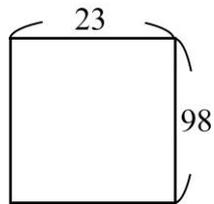
牛刀小試 ②

1. 利用分配律求長方形面積 (請寫出算式)

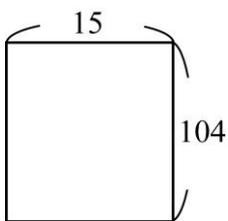
(1)



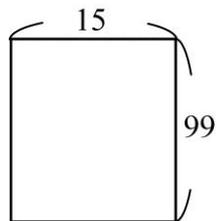
(2)



(3)



(4)



2. 求下列各值 (請寫出算式)

(1) 12×106

$$= 12 \times (100 + \underline{\quad})$$

$$= \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

$$= \underline{\quad}$$

(2) 6×999

$$= 6 \times (1000 - \underline{\quad})$$

$$= \underline{\quad} - \underline{\quad}$$

$$= \underline{\quad}$$

(3) 12×98

$$=$$

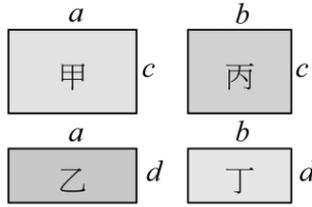
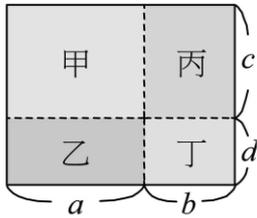
(4) 18×205

$$=$$

**概念****② 分配律** $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ 

下圖的長方形中，長是 $(a+b)$ 、寬是 $(c+d)$ ，

面積可表示成_____。



合起來的面積 拆開來的面積

◎ $(a+b)(c+d)$ _____ + _____ + _____ + _____

〈例〉

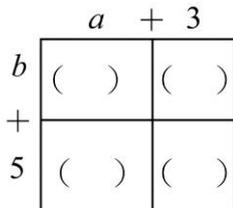
$(200+1) \times (100+2) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

☆筆記

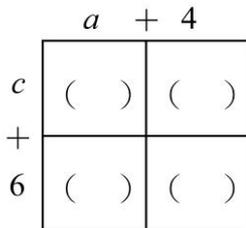
**牛刀小試 3**

1. 在空格中填入各長方形面積並計算總面積

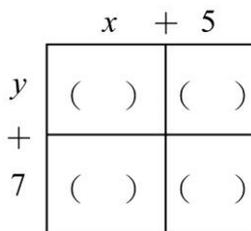
(1) $(a+3)(b+5) =$



(2) $(a+4)(c+6) =$



(3) $(x+5)(y+7) =$



2. 利用分配律計算下列各題

(1) $(x+8)(y+9) =$

(2) $(x-1)(y+2) =$

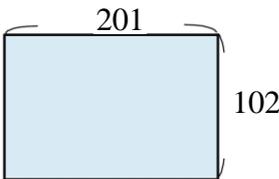
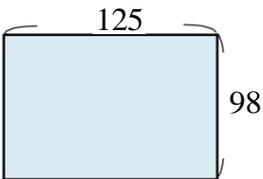
(3) $(a+2)(b-3) =$

(4) $(a-3)(b-4) =$



例題 ② 利用分配律求長方形面積

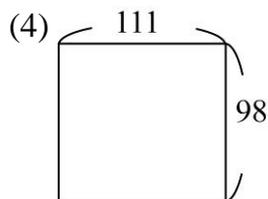
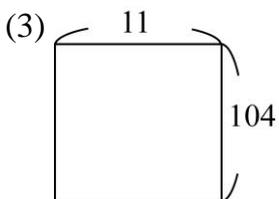
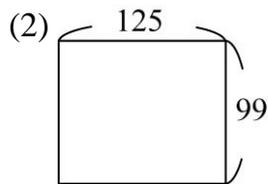
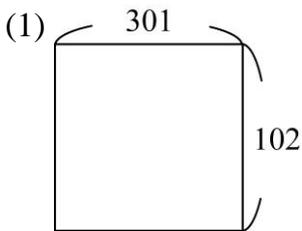


<p>①</p> 	<p>②</p> 	<p>☆筆記</p>
---	---	------------

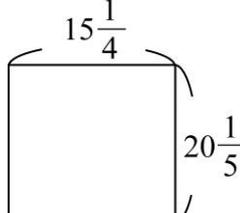


牛刀小試 4

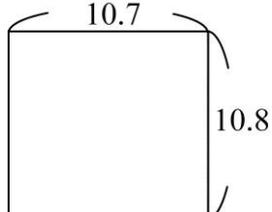
1. 利用分配律求長方形面積 (請寫出算式)



2. 利用分配律求長方形面積 (請寫出算式)

(1) 

$$\begin{aligned}
 &15\frac{1}{4} \times 20\frac{1}{5} \\
 &= (15 + \underline{\quad}) \times (20 + \underline{\quad}) \\
 &= \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} \\
 &= \underline{\quad}
 \end{aligned}$$

(2) 

$$\begin{aligned}
 &10.7 \times 10.8 \\
 &= (10 + \underline{\quad}) \times (10 + \underline{\quad}) \\
 &= \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} \\
 &= \underline{\quad}
 \end{aligned}$$



例題 ③ 利用分配律計算



(1) 103×107

(2) 99×97

☆筆記
利用分配律計算主要的目的
是_____



牛刀小試 5

1. 利用分配律計算下列各題

(請寫出算式)

(1) $104 \times 106 =$

(2) $102 \times 101 =$

(3) $102 \times 99 =$

(4) $103 \times 98 =$

2. 利用分配律計算下列各題

(請寫出算式)

(1) $99 \times 98 =$

(2) $99 \times 97 =$

(3) $98 \times 97 =$

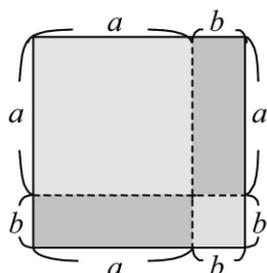
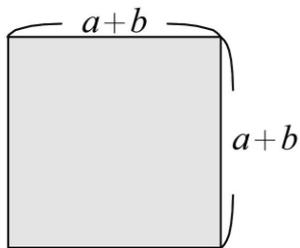
(4) $98 \times 96 =$



概念

③ 和的平方公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 

$(a+b)^2 =$



☆筆記

$908^2 = 900^2 + 8^2$ 對嗎？

〈例〉

$908^2 = (900 + \underline{\quad})^2$

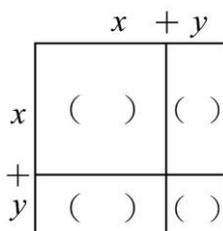


牛刀小試 6

1. 計算下列正方形面積

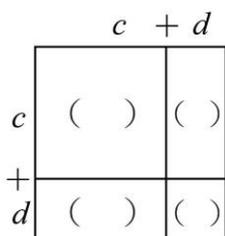
(1) $(x+y)^2$

=



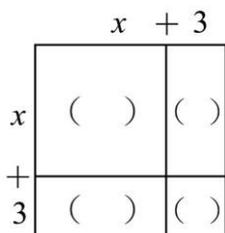
(2) $(c+d)^2$

=



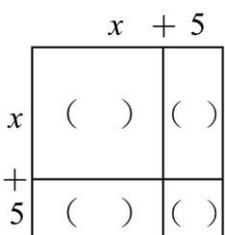
(3) $(x+3)^2$

=



(4) $(x+5)^2$

=

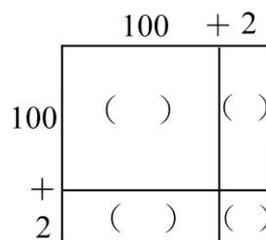


2. 計算下列正方形面積

(1) $(100+2)^2$

= $\underline{\quad} + 2 \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} + \underline{\quad}$

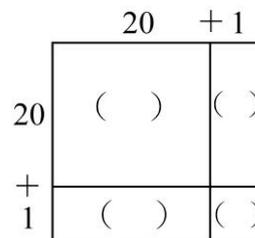
= $\underline{\quad}$



(2) $(20+1)^2$

= $\underline{\quad} + 2 \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} + \underline{\quad}$

= $\underline{\quad}$

3. 判斷下列等式是否正確，若有錯誤請打 \checkmark 並改正

(A) $\square (10+2)^2 = 10^2 + 2^2$

更正： $\underline{\quad}$

(B) $\square (10+3)^2 = 10^2 + 3 \times 10 + 3^2$

更正： $\underline{\quad}$

(C) $\square (10+4)^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times 4 + 4$

更正： $\underline{\quad}$



例題 4 運用和的平方公式計算 1



(1) 708^2

(2) 10.5^2

☆筆記



牛刀小試 7

1. 運用和的平方公式計算各題

(請寫出算式)

(1) 302^2

(2) 405^2

(3) 104^2

(4) 502^2

2. 運用和的平方公式計算各題

(請寫出算式)

(1) 10.7^2

(2) 10.6^2

(3) 100.8^2

(4) 100.5^2



例題 5 運用和的平方公式計算 2



$$(1) 87^2 + 2 \times 87 \times 3 + 13^2 =$$

$$(2) \left(8\frac{1}{4}\right)^2 =$$

☆筆記

$$87^2 + 26 \times 87 + 13^2 =$$



牛刀小試 8

1. 運用和的平方公式計算各題

$$(1) 25^2 + 2 \times 25 \times 5 + 5^2 =$$

$$(2) 98^2 + 2 \times 98 \times 2 + 2^2 =$$

$$(3) 39^2 + 2 \times 39 \times 61 + 61^2 =$$

$$(4) 78^2 + 24 \times 78 + 12^2 =$$

$$(5) 93^2 + 14 \times 93 + 7^2 =$$

2. 運用和的平方公式計算各題

(請寫出算式)

$$(1) \left(20\frac{1}{8}\right)^2$$

$$(2) \left(300\frac{1}{2}\right)^2$$

$$(3) \left(50\frac{1}{5}\right)^2$$

$$(4) \left(60\frac{1}{3}\right)^2$$



概念

④ 差的平方公式 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 

$(a-b)^2$

☆筆記

$(11-1)^2 = 11^2 - 1^2$ 對嗎？

〈例〉

$499^2 = (500 - \underline{\quad\quad})^2$



牛刀小試 9

1. 運用差的平方公式計算各題

(1) $(x-y)^2 =$

(2) $(c-d)^2 =$

(3) $(x-3)^2 =$

(4) $(y-4)^2 =$

2. 運用差的平方公式計算下列各題

(請寫出算式)

(1) $(20-3)^2$

(2) $(100-1)^2$

3. 判斷下列各式是否正確，若有錯誤請更正

(A) $\square (10-3)^2 = 10^2 - 3^2$

更正：_____

(B) $\square (20-5)^2 = 20^2 - 2 \times 20 \times 5 - 5^2$

更正：_____

(C) $\square (x-y)^2 = x^2 + 2xy - y^2$

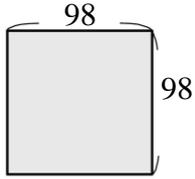
更正：_____



例題 6 運用差的平方公式計算 1



(1) 求下列正方形面積



(2) $98^2 =$

☆筆記



牛刀小試 10

1. 運用差的平方公式計算各題

(請寫出算式)

$$\begin{aligned} (1) \quad 99^2 &= (100 - \underline{\quad})^2 \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 96^2 &= (100 - \underline{\quad})^2 \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad 94^2 &= (100 - \underline{\quad})^2 \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

2. 運用差的平方公式計算下列各題

(請寫出算式)

$$\begin{aligned} (1) \quad 199^2 &= (200 - \underline{\quad})^2 \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 198^2 &= (200 - \underline{\quad})^2 \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad 195^2 &= (200 - \underline{\quad})^2 \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$



例題 7 運用差的平方公式計算 2



(1) 997^2

(2) 8.9^2

☆筆記



牛刀小試 11

1. 運用差的平方公式計算下列各題

(1) 999^2

(2) 998^2

(3) 996^2

(4) 995^2

2. 運用差的平方公式計算下列各題

(1) 9.7^2

(2) 9.2^2

(3) 9.1^2

(4) 8.8^2



例題 8 運用差的平方公式計算 3



$$(1) 567^2 - 2 \times 567 \times 67 + 67^2 =$$

$$(2) (9\frac{1}{2})^2 =$$

☆筆記

$(9\frac{1}{2})^2$ 中的 $9\frac{1}{2}$ 可以改成 $(9 + \frac{1}{2})$

嗎？



牛刀小試 12

1. 運用差的平方公式計算下列各題

$$(1) 108^2 - 2 \times 108 \times 8 + 8^2 =$$

$$(2) 123^2 - 2 \times 123 \times 23 + 23^2 =$$

$$(3) 97^2 - 2 \times 97 \times 47 + 47^2 =$$

$$(4) 53^2 - 6 \times 53 + 3^2 =$$

$$(5) 42^2 - 4 \times 42 + 2^2 =$$

2. 運用差的平方公式計算下列各題

(請寫出算式)

$$(1) (19\frac{3}{4})^2 = (20 - \underline{\quad})^2 =$$

$$(2) (9\frac{4}{5})^2 = (10 - \underline{\quad})^2 =$$

$$(3) (8\frac{8}{9})^2 = (9 - \underline{\quad})^2 =$$

$$(4) (5\frac{2}{3})^2 = (6 - \underline{\quad})^2 =$$



概念

⑤ 平方差公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$  $(a+b)(a-b)$

☆筆記

〈例〉

$$88 \times 72 = (\underline{\quad} + \underline{\quad})(\underline{\quad} - \underline{\quad}) = \underline{\quad}$$



牛刀小試 13

1. 運用平方差公式計算下列各式

(1) $(x+y) \times (x-y) =$

(2) $(c+d) \times (c-d) =$

(3) $(x+3) \times (x-3) =$

(4) $(y+4) \times (y-4) =$

2. 運用平方差公式計算下列各式

(1) 52×48
 $= (50 + \underline{\quad}) \times (50 - \underline{\quad})$
 $= \underline{\quad} - \underline{\quad}$
 $= \underline{\quad}$

(2) 108×92
 $= (100 + \underline{\quad}) \times (100 - \underline{\quad})$
 $= \underline{\quad} - \underline{\quad}$
 $= \underline{\quad}$

(3) 65×55
 $= (\underline{\quad} + \underline{\quad}) \times (\underline{\quad} - \underline{\quad})$
 $= \underline{\quad} - \underline{\quad}$
 $= \underline{\quad}$

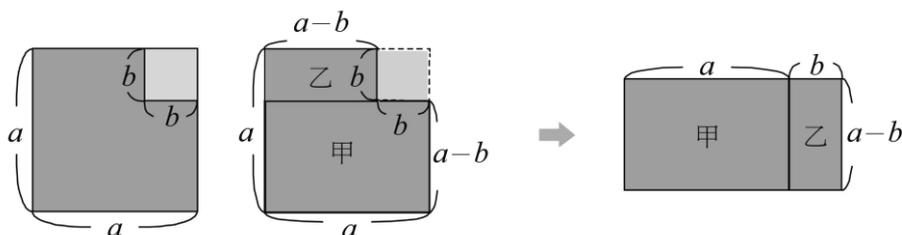
(4) 401×399
 $= (\underline{\quad} + \underline{\quad}) \times (\underline{\quad} - \underline{\quad})$
 $= \underline{\quad} - \underline{\quad}$
 $= \underline{\quad}$



概念 ⑥ 平方差公式 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$



$$a^2 - b^2 =$$



〈例〉

$$83^2 - 17^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

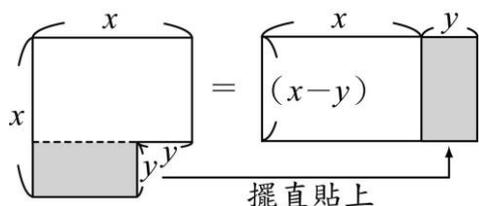
☆筆記



牛刀小試 14

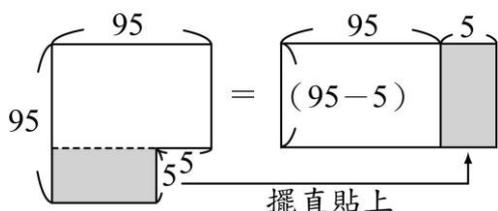
1. 運用平方差公式計算長方形面積

(1)



$$x^2 - y^2 = (\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})$$

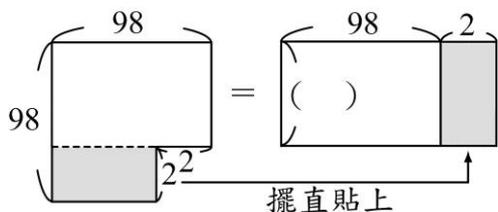
(2)



$$95^2 - 5^2 = (95 + \underline{\hspace{1cm}}) \times (95 - \underline{\hspace{1cm}})$$

$$= \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

(3)



$$98^2 - 2^2 = (98 + \underline{\hspace{1cm}}) \times (98 - \underline{\hspace{1cm}})$$

$$= \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 運用平方差公式計算各題

(1) $85^2 - 15^2$

$$= (85 + \underline{\hspace{1cm}}) \times (85 - \underline{\hspace{1cm}})$$

$$= \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

(2) $93^2 - 7^2$

$$= (93 + \underline{\hspace{1cm}}) \times (93 - \underline{\hspace{1cm}})$$

$$= \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

(3) $66^2 - 34^2$

$$= (\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})$$

$$= \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

(4) $78^2 - 22^2$

$$= (\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})$$

$$= \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$



例題 9 運用平方差公式計算



(1) $103 \times 97 =$	(2) $299^2 - 99^2 =$	(3) $2\frac{1}{3} \times 1\frac{2}{3} =$	☆筆記
-----------------------	----------------------	--	-----



牛刀小試 15

1. 運用平方差公式計算下列各題

(請寫出算式)

(1) 102×98

(2) 105×95

(3) 50.1×49.9

(4) $10\frac{2}{5} \times 9\frac{3}{5}$

(5) $20\frac{1}{4} \times 19\frac{3}{4}$

2. 運用平方差公式計算下列各式

(請寫出算式)

(1) $19^2 - 1^2$

(2) $123^2 - 23^2$

(3) $(\frac{11}{19})^2 - (\frac{8}{19})^2$

(4) $(3\frac{1}{2})^2 - (2\frac{1}{2})^2$

(5) $1.45^2 - 0.45^2$



牛刀小試 1

1.
 (1) $a(b-c) = ab - ac$
 (2) $a(a+3) = a^2 + 3a$
 (3) $a(a+5) = a^2 - 5a$
2.
 (1) $a(b+5) = ab + 5a$
 (2) $a(b-7) = ab - 7a$
 (3) $a(a+2) = a^2 + 2a$
 (4) $a(a-9) = a^2 - 9a$
 (5) $12 \times (100+3)$
 $= 12 \times 100 + 12 \times 3 = 1236$
 (6) $12 \times (100-3)$
 $= 12 \times 100 - 12 \times 3 = 1164$

牛刀小試 2

1.
 (1) 23×103
 $= 23 \times (100+3)$
 $= 23 \times 100 + 23 \times 3$
 $= 2369$
 (2) 23×98
 $= 23 \times (100-2)$
 $= 23 \times 100 - 23 \times 2$
 $= 2254$
 (3) 15×104
 $= 15 \times (100+4)$
 $= 15 \times 100 + 15 \times 4$
 $= 1560$
 (4) 15×99
 $= 15 \times (100-1)$
 $= 15 \times 100 - 15 \times 1$
 $= 1485$
2.
 (1) 12×106
 $= 12 \times (100+6)$
 $= 12 \times 100 + 12 \times 6$
 $= 1272$
 (2) 6×999
 $= 6 \times (1000-1)$
 $= 6 \times 1000 - 6 \times 1$
 $= 5994$
 (3) 12×98
 $= 12 \times (100-2)$
 $= 12 \times 100 - 12 \times 2$
 $= 1176$
 (4) 18×205
 $= 18 \times (200+5)$
 $= 18 \times 200 + 18 \times 5$
 $= 3690$

牛刀小試 3

1.
 (1) $(a+3)(b+5) = ab + 5a + 3b + 15$
- | | |
|-------|--------|
| $a+3$ | |
| b | (ab) |
| $+$ | $(3b)$ |
| 5 | $(5a)$ |
| | (15) |
- (2) $(a+4)(c+6) = ac + 6a + 4c + 24$
- | | |
|-------|--------|
| $a+4$ | |
| c | (ac) |
| $+$ | $(4c)$ |
| 6 | $(6a)$ |
| | (24) |
- (3) $(x+5)(y+7) = xy + 7x + 5y + 35$
- | | |
|-------|--------|
| $x+5$ | |
| y | (xy) |
| $+$ | $(5y)$ |
| 7 | $(7x)$ |
| | (35) |
2.
 (1) $(x+8)(y+9) = xy + 9x + 8y + 72$
 (2) $(x-1)(y+2) = xy + 2x - y - 2$
 (3) $(a+2)(b-3) = ab - 3a + 2b - 6$
 (4) $(a-3)(b-4) = ab - 4a - 3b + 12$

牛刀小試 4

1.
 (1) 301×102
 $= (300+1) \times (100+2)$
 $= 30000 + 600 + 100 + 2$
 $= 30702$
 (2) 125×99
 $= (100+25) \times (100-1)$
 $= 10000 - 100 + 2500 - 25$
 $= 12375$
 (3) 11×104
 $= (10+1) \times (100+4)$
 $= 1000 + 40 + 100 + 4$
 $= 1144$
 (4) 111×98
 $= (100+11) \times (100-2)$
 $= 10000 - 200 + 1100 - 22$
 $= 10878$
2.
 (1) $(15 + \frac{1}{4})(20 + \frac{1}{5})$
 $= 300 + 3 + 5 + \frac{1}{20}$
 $= 308\frac{1}{20}$
 (2) $(10+0.7)(10+0.8)$
 $= 100 + 8 + 7 + 0.56$
 $= 115.56$

牛刀小試 5

1.
 (1) $(100+4) \times (100+6) = 11024$
 (2) $(100+2) \times (100+1) = 10302$
 (3) $(100+2) \times (100-1) = 10098$
 (4) $(100+3) \times (100-2) = 10094$
2.
 (1) $(100-1) \times (100-2) = 9702$
 (2) $(100-1) \times (100-3) = 9603$
 (3) $(100-2) \times (100-3) = 9506$
 (4) $(100-2) \times (100-4) = 9408$

牛刀小試 6

1.
 (1) $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
- | | |
|-------|-------|
| $x+y$ | |
| x | x^2 |
| $+$ | xy |
| y | xy |
| | y^2 |
- (2) $(c+d)^2 = c^2 + 2cd + d^2$
- | | |
|-------|-------|
| $c+d$ | |
| c | c^2 |
| $+$ | cd |
| d | cd |
| | d^2 |
- (3) $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$
- | | |
|-------|-------|
| $x+3$ | |
| x | x^2 |
| $+$ | $3x$ |
| 3 | $3x$ |
| | 3^2 |
- (4) $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$
- | | |
|-------|-------|
| $x+5$ | |
| x | x^2 |
| $+$ | $5x$ |
| 5 | $5x$ |
| | 5^2 |
2.
 (1) $(100+2)^2$
 $= 100^2 + 2 \times 100 \times 2 + 2^2$
 $= 100404$
- | | |
|---------|----------------|
| $100+2$ | |
| 100 | 100^2 |
| $+$ | 100×2 |
| 2 | 2×100 |
| | 2^2 |
- (2) $(20+1)^2$
 $= 20^2 + 2 \times 20 \times 1 + 1^2$
 $= 441$
- | | |
|--------|---------------|
| $20+1$ | |
| 20 | 20^2 |
| $+$ | 20×1 |
| 1 | 20×1 |
| | 1^2 |
3. (A) 錯，更正為 $(10+2)^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times 2 + 2^2$
 (B) 錯，更正為 $(10+3)^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times 3 + 3^2$
 (C) 錯，更正為 $(10+4)^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times 4 + 4^2$

牛刀小試 7

- 1.
- (1) 302^2
 $= (300 + 2)^2$
 $= 90000 + 1200 + 4$
 $= 91204$
- (2) 405^2
 $= (400 + 5)^2$
 $= 160000 + 4000 + 25$
 $= 164025$
- (3) 104^2
 $= (100 + 4)^2$
 $= 10000 + 800 + 16$
 $= 10816$
- (4) 502^2
 $= (500 + 2)^2$
 $= 250000 + 2000 + 4$
 $= 252004$
- 2.
- (1) 10.7^2
 $= (10 + 0.7)^2$
 $= 100 + 14 + 0.49$
 $= 114.49$
- (2) 10.6^2
 $= (10 + 0.6)^2$
 $= 100 + 12 + 0.36$
 $= 112.36$
- (3) 100.8^2
 $= (100 + 0.8)^2$
 $= 10000 + 160 + 0.64$
 $= 10160.64$
- (4) 100.5^2
 $= (100 + 0.5)^2$
 $= 10000 + 100 + 0.25$
 $= 10100.25$

牛刀小試 8

- 1.
- (1) $(25 + 5)^2 = 900$
- (2) $(98 + 2)^2 = 10000$
- (3) $(39 + 61)^2 = 10000$
- (4) $(78 + 12)^2 = 8100$
- (5) $(93 + 7)^2 = 10000$
- 2.
- (1) $(20 + \frac{1}{8})^2$
 $= 20^2 + 2 \times 20 \times \frac{1}{8} + (\frac{1}{8})^2$
 $= 405\frac{1}{64}$
- (2) $(300 + \frac{1}{2})^2$
 $= 300^2 + 2 \times 300 \times \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2$
 $= 90300\frac{1}{4}$
- (3) $(50 + \frac{1}{5})^2$
 $= 50^2 + 2 \times 50 \times \frac{1}{5} + (\frac{1}{5})^2$
 $= 2520\frac{1}{25}$

$$(4) (60 + \frac{1}{3})^2$$

$$= 60^2 + 2 \times 60 \times \frac{1}{3} + (\frac{1}{3})^2$$

$$= 3640\frac{1}{9}$$

牛刀小試 9

- 1.
- (1) $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
- (2) $(c - d)^2 = c^2 - 2cd + d^2$
- (3) $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$
- (4) $(y - 4)^2 = y^2 - 8y + 16$
- 2.
- (1) $(20 - 3)^2$
 $= 20^2 - 2 \times 20 \times 3 + 3^2$
 $= 289$
- (2) $(100 - 1)^2$
 $= 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2$
 $= 9801$
3. (A) 錯，
更正： $(10 - 3)^2$
 $= 10^2 - 2 \times 10 \times 3 + 3^2$
- (B) 錯，
更正： $(20 - 5)^2$
 $= 20^2 - 2 \times 20 \times 5 + 5^2$
- (C) 錯，
更正： $(x - y)^2$
 $= x^2 - 2xy + y^2$

牛刀小試 10

- 1.
- (1) 99^2
 $= (100 - 1)^2$
 $= 10000 - 200 + 1$
 $= 9801$
- (2) 96^2
 $= (100 - 4)^2$
 $= 10000 - 800 + 16$
 $= 9216$
- (3) 94^2
 $= (100 - 6)^2$
 $= 10000 - 1200 + 36$
 $= 8836$
- 2.
- (1) 199^2
 $= (200 - 1)^2$
 $= 40000 - 400 + 1$
 $= 39601$
- (2) 198^2
 $= (200 - 2)^2$
 $= 40000 - 800 + 4$
 $= 39204$
- (3) 195^2
 $= (200 - 5)^2$
 $= 40000 - 2000 + 25$
 $= 38025$

牛刀小試 11

- 1.
- (1) $999^2 = (1000 - 1)^2 = 998001$
- (2) $998^2 = (1000 - 2)^2 = 996004$
- (3) $996^2 = (1000 - 4)^2 = 992016$
- (4) $995^2 = (1000 - 5)^2 = 990025$
- 2.
- (1) $9.7^2 = (10 - 0.3)^2 = 94.09$
- (2) $9.2^2 = (10 - 0.8)^2 = 84.64$
- (3) $9.1^2 = (10 - 0.9)^2 = 82.81$
- (4) $8.8^2 = (9 - 0.2)^2 = 77.44$

牛刀小試 12

- 1.
- (1) $(108 - 8)^2 = 10000$
- (2) $(123 - 23)^2 = 10000$
- (3) $(97 - 47)^2 = 2500$
- (4) $(53 - 3)^2 = 2500$
- (5) $(42 - 2)^2 = 1600$
- 2.
- (1) $(20 - \frac{1}{4})^2 = 390\frac{1}{16}$
- (2) $(10 - \frac{1}{5})^2 = 96\frac{1}{25}$
- (3) $(9 - \frac{1}{9})^2 = 79\frac{1}{81}$
- (4) $(6 - \frac{1}{3})^2 = 32\frac{1}{9}$

牛刀小試 13

- 1.
- (1) $x^2 - y^2$
- (2) $c^2 - d^2$
- (3) $x^2 - 9$
- (4) $y^2 - 16$
- 2.
- (1) 52×48
 $= (50 + 2)(50 - 2)$
 $= 50^2 - 2^2$
 $= 2496$
- (2) 108×92
 $= (100 + 8)(100 - 8)$
 $= 100^2 - 8^2$
 $= 9936$
- (3) 65×55
 $= (60 + 5)(60 - 5)$
 $= 60^2 - 5^2$
 $= 3575$
- (4) 401×399
 $= (400 + 1)(400 - 1)$
 $= 400^2 - 1^2$
 $= 159999$

牛刀小試 14

- 1.
- (1) $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$
- (2) $95^2 - 5^2$
 $= (95 + 5) \times (95 - 5)$
 $= 100 \times 90$
 $= 9000$

$$\begin{aligned}
 (3) & 98 - 2 \cdot 98^2 - 2^2 \\
 &= (98 + 2) \times (98 - 2) \\
 &= 100 \times 96 \\
 &= 9600
 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}
 (1) & 85^2 - 15^2 \\
 &= (85 + 15) \times (85 - 15) \\
 &= 100 \times 70 \\
 &= 7000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) & 93^2 - 7^2 \\
 &= (93 + 7) \times (93 - 7) \\
 &= 100 \times 86 \\
 &= 8600
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) & 66^2 - 34^2 \\
 &= (66 + 34) \times (66 - 34) \\
 &= 100 \times 32 \\
 &= 3200
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) & 78^2 - 22^2 \\
 &= (78 + 22) \times (78 - 22) \\
 &= 100 \times 56 \\
 &= 5600
 \end{aligned}$$

牛刀小試 15

1.

$$\begin{aligned}
 (1) & 102 \times 98 \\
 &= (100 + 2) \times (100 - 2) \\
 &= 10000 - 4 \\
 &= 9996
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) & 105 \times 95 \\
 &= (100 + 5) \times (100 - 5) \\
 &= 10000 - 25 \\
 &= 9975
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) & 50.1 \times 49.9 \\
 &= (50 + 0.1) \times (50 - 0.1) \\
 &= 2500 - 0.01 \\
 &= 2499.99
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) & 10\frac{2}{5} \times 9\frac{3}{5} \\
 &= (10 + \frac{2}{5}) \times (10 - \frac{2}{5}) \\
 &= 100 - \frac{4}{25} \\
 &= 99\frac{21}{25}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) & 20\frac{1}{4} \times 19\frac{3}{4} \\
 &= (20 + \frac{1}{4}) \times (20 - \frac{1}{4}) \\
 &= 400 - \frac{1}{16} \\
 &= 399\frac{15}{16}
 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}
 (1) & 19^2 - 1^2 \\
 &= (19 + 1) \times (19 - 1) \\
 &= 20 \times 18 \\
 &= 360
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) & 123^2 - 23^2 \\
 &= (123 + 23) \times (123 - 23) \\
 &= 146 \times 100 \\
 &= 14600
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) & (\frac{11}{19})^2 - (\frac{8}{19})^2 \\
 &= (\frac{11}{19} + \frac{8}{19}) \times (\frac{11}{19} - \frac{8}{19}) \\
 &= 1 \times \frac{3}{19} \\
 &= \frac{3}{19}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) & (3\frac{1}{2})^2 - (2\frac{1}{2})^2 \\
 &= (3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}) \times (3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}) \\
 &= 6 \times 1 \\
 &= 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) & 1.45^2 - 0.45^2 \\
 &= (1.45 + 0.45) \times (1.45 - 0.45) \\
 &= 1.9 \times 1 \\
 &= 1.9
 \end{aligned}$$

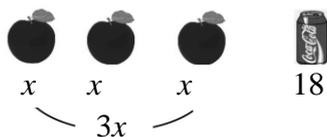


B3 1-2 多項式的加法與減法



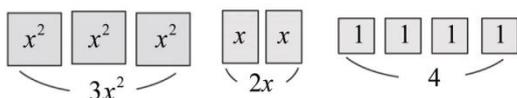
概念 ① 多項式的意義

①



⇒ 總金額 _____ 元

②



⇒ 總面積 _____

☆ 像 $3x+18$, x^2+2x+4 ……這些由數和文字符號 x 進行加法和乘法運算所構的式子稱為 _____。

☆ ① $2x-5$ 是不是多項式？ ② $\frac{1}{x+2}$, $|x|-3$ 是不是多項式？

☆筆記



牛刀小試 ①

1. 下列各項中哪些是 x 的多項式？

答：_____

(A) $\frac{3}{x}$ (B) $|5x+4|$ (C) $4x+3$

(D) -2 (E) $-5x-7$ (F) $\frac{1}{2}$

(G) x^2+3x (H) $x+3=0$ (I) x^2

2. 下列各項中哪些是 x 的多項式？

答：_____

(A) $x+\frac{2}{x}$ (B) 0.3 (C) $x=4$

(D) $\frac{1}{3}x^2+5$ (E) 0 (F) $\frac{1}{2}x-5$

3. 寫出下列各題的總面積

(1)

x^2	x	x
x	1	1

⇒ 總面積 = _____

(2)

x^2	x^2	x
x	x	1

⇒ 總面積 = _____

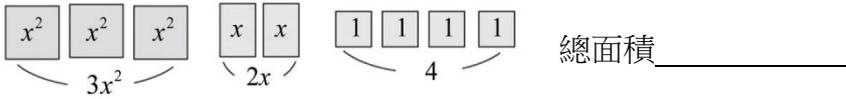
(3)

x^2	x^2	x	x
x^2	x^2	x	x
x	x	1	1

⇒ 總面積 = _____



概念 ② 多項式的項、係數與次數



☆筆記

這些紙板可以分幾類？

$3x^2 + 2x + 4$ 有幾項？

☆① 在多項式 $3x^2 + 2x + 4$ 中，用加號(+)所隔開的每一部分：_____

都稱為這個多項式的_____。

② $3x^2$ 稱為_____項（或_____項），3 是_____。

$2x$ 稱為_____項（或_____項），2 是_____。

4 稱為_____項。

③ $3x^2 + 2x + 4$ 稱為最高次方的項是_____項，

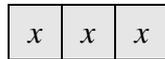
我們說 $3x^2 + 2x + 4$ 是_____次多項式（或_____）。

④ $2x - 5$ 有_____項。



牛刀小試 2

1. 多項式 $2x^2 + 3x + 4$



(1) 是_____次多項式，有_____項。

(2) $2x^2$ 為_____項，其係數為_____； $3x$ 為_____項，其係數為_____；4 為_____項。

2. 多項式 $6x^2 - 5x + \frac{3}{2}$

(1) 是_____次多項式，有_____項。

(2) $6x^2$ 為_____項，其係數為_____； $-5x$ 為_____項，其係數為_____； $\frac{3}{2}$ 為_____項。

3. 多項式 $3x^2 - 4$ (1) 是_____次多項式，有_____項。

(2) $3x^2$ 為_____項，其係數為_____； -4 為_____項。

4. 填寫下列表格

多項式	多項式次數	二次項係數	一次項係數	常數項
$-2x + 1$				
$4x^2 - 6$				
$2x^2 - x + 3$				
$\frac{2}{3}x^2 - x$				
3				



◎① 單項式：如果一個多項式只有單獨一項，稱為_____。

<例如>

◎② 常數多項式：如果一個多項式只有數字，稱為_____。

<例如>

☆筆記

單項式是多項式嗎？



牛刀小試 3

1. (A) $2x^2+x+1$ (B) $-x$ (C) $\frac{3}{2}x^2$
 (D) 5 (E) -1.2
 (F) $0.5x$ (G) $x=5$ (H) $\frac{1}{x}$

上列多項式中：(請填寫代號)

- (1) 單項式：_____
- (2) 常數多項式：_____

2. (A) $x^2-2x=3$ (B) $\frac{3}{5}x$ (C) $|x|$
 (D) $-\frac{11}{4}$ (E) x^2 (F) 0
 (G) x^2-1 (H) $2x+3$

上列多項式中：(請填寫代號)

- (1) 單項式：_____
- (2) 常數多項式：_____

3. (A) $3x^2+2x+1$ (B) $-3x$ (C) 1
 (D) -5.7 (E) $-0.7x^2$ (F) $4x$
 (G) $\frac{1}{5x}$ (H) $\frac{1}{5}$

上列多項式中：(請填寫代號)

- (1) 單項式：_____
- (2) 常數多項式：_____

4. 已知六個多項式分別如下：
 (A) x^3-x^2+1 (B) x^2-4x+5
 (C) $2x-3$ (D) x
 (E) -1 (F) 0

(1) 哪些是單項式？

答：_____。

(2) 哪些是常數多項式？

答：_____。



例題 1 常數多項式的應用



若多項式 $(a-1)x^2 + (b+2)x + 5$ 是一個常數多項式，
則 $a = ?$ $b = ?$

☆筆記



牛刀小試 4

1. 下列多項式中（請填代號）

- | | |
|---------------------|-------------------|
| (A) $3x^2 - 5x + 1$ | (B) $4x + 7$ |
| (C) -8 | (D) $4x^2 - 1$ |
| (E) $-5x$ | (F) $\frac{1}{3}$ |
| (G) $-x^2 - 5x$ | (H) $5x + 1$ |

(1) 哪些是二次多項式：_____

(2) 哪些是一次多項式：_____

(3) 哪些是常數多項式：_____

2. 已知多項式 $(a-3)x^2 + (b-1)x + 1$

(1) 若是二次多項式，則 a 不能是_____。

因為 $(3-3)x^2 = 0x^2$ ，代表 0 個 x^2 ，
0 個二次項。

(2) 若是一次多項式，

則 a 是_____， b 不能是_____。

因為 $(1-1)x = 0x$ ，代表 0 個 x ，

0 個一次項。

(3) 若是常數多項式，

則 a 是_____， b 是_____。

3. (1) 已知多項式 $(a+4)x^2 + (b-3)x + 5$ 是
常數多項式，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若多項式 $(a-4)x^2 - (2-b)x + 7$ 為
常數多項式，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



幂：指的是 x 的_____

① 升幂排列：次數_____排列，又稱為_____。

② 降幂排列：次數_____排列，又稱為_____。

<例如> 多項式 $5x^2 + 2x^3 - 8 - 7x$

① 升幂排列為_____。

② 降幂排列為_____。

☆筆記

通常我們在做多項式運算時，
習慣用_____排列。



牛刀小試 5

1. 請將下列多項式分別依升幂和降幂排列。

多項式	升幂排列	降幂排列
$-2x + 5x^2 - 2$		
$-3 + 6x^2 - x$		
$7x - x^2 + 1$		
$-9x + 2x^2 - 6$		
$8x - 2x^2 + 9$		

2. 請將下列多項式分別依升幂和降幂排列。

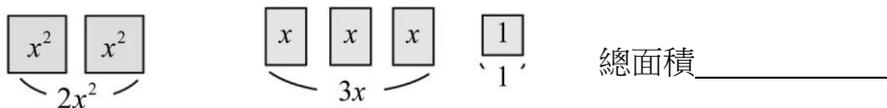
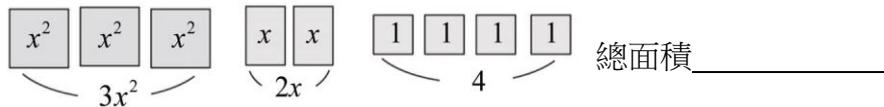
多項式	升幂排列	降幂排列
$-x^3 + 2x - 3x^2$		
$4x^2 - 6 - x^3 + 2x$		
$2y^3 + 3 - 7y^2$		
$7 - y^3 + 5y$		
$2y - 6y^3 + y^2 - 5$		



概念 5 同類項



☆筆記



☆❶ 同類項：文字符號和次數都相同的項稱為

_____。

就是上面圖示中_____的紙板。

❷ 同類項合併：兩個多項式相加減就是

_____。

<例如> $(3x^2 + 2x + 4) + (2x^2 + 3x + 1)$



牛刀小試 6

1. 下列多項式中（請填代號）

- | | | |
|----------------------|-----------|--------------------|
| (A) $-6x^2$ | (B) 0.7 | (C) $\frac{3}{5}x$ |
| (D) $\frac{3}{2}x^2$ | (E) -1 | (F) $-3x$ |

(1) 和 $4x^2$ 是同類項的是_____。

(2) 和 $-x$ 是同類項的是_____。

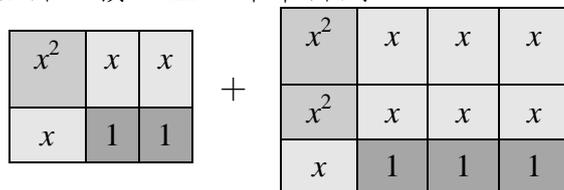
(3) 和 1.2 是同類項的是_____。

2. 下列哪些是同類項？ 答：_____。

(A) $7x^2$, $-\frac{3}{5}x^2$ (B) $\frac{1}{2}y$, $0.4y$

(C) $-3x^4$, $\frac{7}{9}x^4$ (D) $-x^2$, $5x$

3. 合併面積，並以降冪排列



⇒總面積 = _____

4. 計算並化簡下列各式，請以降冪排列：

(1) $(4x^2 + 5x + 9) + (2x^2 + 8x + 1)$
= _____

(2) $(6x^2 + 7x + 2) + (x^2 + 8x + 6)$
= _____

(3) $(2x + 3x^2 + 8) + (6x + 8x^2 + 7)$
= _____



例題 ② 多項式的加法



① 計算 $(3x^2 - 4x - 2) + (-5x^2 + 4x + 7)$

橫式

直式

② 計算 $(-x^2 + 3) + (6x^2 - 4 + 5x)$

橫式

直式

☆筆記

遇到有缺項，記得要

_____。



牛刀小試 7

1. 請用橫式和直式計算各題

(1) $(-3x^2 + x - 7) + (5x^2 - x - 4)$
= _____

(2)
$$\begin{array}{r} -3x^2 + x - 7 \\ +) \quad 5x^2 - x - 4 \\ \hline \end{array}$$

(3) $(5x^2 + x - 3) + (3x^2 - 2x - 1)$
= _____

(4)
$$\begin{array}{r} 5x^2 + x - 3 \\ +) \quad 3x^2 - 2x - 1 \\ \hline \end{array}$$

2. 計算並化簡下列各式，請以降冪排列：

(1) $(-3x^2 + 5x) + (2x - 4)$
= _____

(2) $(6 + x - 7x^2) + (2x - 5 + 7x^2)$
= _____

(3) $(-x^2 + 7 + x) + (2x - 3 + 2x^2)$
= _____

(4) $(3x + 5) + (-5x^2 - x)$
= _____

(5) $(-x + 3x^2 - 1) + (-2x + x^2)$
= _____



例題 ③ 多項式的減法



① 計算 $(x^2 - 2x - 7) - (3x^2 + 6 - x)$

橫式

直式

② 計算 $(-7 + x^2) - (-5x^2 + 2 - 3x)$

橫式

直式

☆筆記



牛刀小試 8

1. 請用橫式和直式計算各題

(1) $(8x^2 - 7x + 4) - (9x^2 + 7x - 3)$
= _____

(2)
$$\begin{array}{r} 8x^2 - 7x + 4 \\ -) 9x^2 + 7x - 3 \\ \hline \end{array}$$

(3) $(6x^2 - 5x + 2) - (7x^2 + 3x - 5)$
= _____

(4)
$$\begin{array}{r} 6x^2 - 5x + 2 \\ -) 7x^2 + 3x - 5 \\ \hline \end{array}$$

2. 計算並化簡下列各式，請以降冪排列：

(1) $(-7x^2 + 5x - 6) - (-4x^2 + 7x + 2)$
= _____

(2) $(-3x^2 + 7x - 3) - (2x^2 - 9 - 5x)$
= _____

(3) $(11x^2 + 7x - 3) - (2x^2 - 10 - 3x)$
= _____

(4) $(-7 - 3x + 2x^2) - (8 - 7x^2 + 2x)$
= _____

(5) $(x^2 + x + 2) - (x^2 + 5x + 6)$
= _____



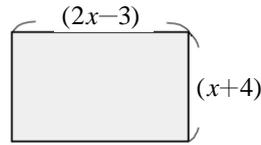
例題 4 多項式的加減法運算



如右圖是一個長方形，長方形的長是 $(2x-3)$

寬是 $(x+4)$

請問：這個長方形的周長是多少？

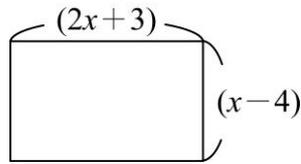


☆筆記

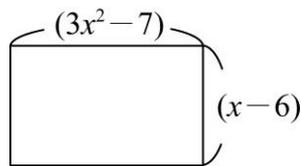


牛刀小試 9

1. 求長方形的周長。

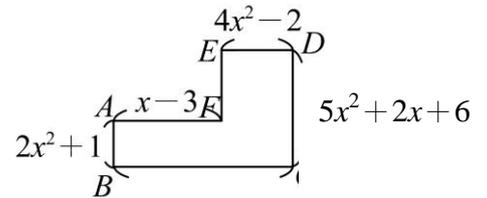


2. 求長方形的周長。



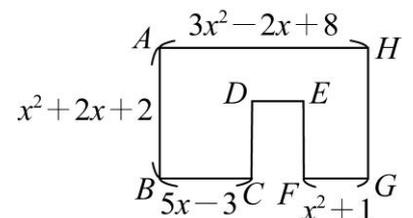
3. 如圖，相鄰兩邊的線段互相垂直，其中
 $\overline{AB} = 2x^2 + 1$ ， $\overline{DE} = 4x^2 - 2$ ， $\overline{AF} = x - 3$ ，
 $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 周長 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(以 x 的多項式表示)



4. 如圖是一個門字形圖案，相鄰兩段均互相垂直，其中
 $\overline{AB} = x^2 +$
 $\overline{BC} = 5x - 3$ ， $\overline{FG} = x^2 + 1$ ，
 $\overline{AH} = 3x^2 - 2x + 8$
 則 $\overline{DE} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(以 x 的多項式表示)





解 答 篇

牛刀小試 1

- (C)(D)(E)(F)(G)(I)
- (B)(D)(E)(F)
- x^2+3x+2
 - $2x^2+3x+1$
 - $4x^2+6x+2$

牛刀小試 2

- 二, 3
 - 二次(x^2), 2, 一次(x), 3, 常數
- 二, 3
 - 二次(x^2), 6, 一次(x), -5, 常數
- 二, 2
 - 二次(x^2), 3, 常數

多項式	多項式次數	二次項係數	一次項係數	常數項
$-2x+1$	一次	0	-2	1
$4x^2-6$	二次	4	0	-6
$2x^2-x+3$	二次	2	-1	3
$\frac{2}{3}x^2-x$	二次	$\frac{2}{3}$	-1	0
3	零次	0	0	3

牛刀小試 3

- (B)(C)(D)(E)(F)
 - (D)(E)
- (B)(D)(E)(F)
 - (D)(F)
- (B)(C)(D)(E)(F)(H)
 - (C)(D)(H)
- (D)(E)(F)
 - (E)(F)

牛刀小試 4

- (A)(D)(G)
 - (B)(E)(H)
 - (C)(F)
- 3
 - 3, 1
 - 3, 1
- 4, 3
 - 4, 2

牛刀小試 5

- | 多項式 | 升冪排列 | 降冪排列 |
|--------------|--------------|--------------|
| $-2x+5x^2-2$ | $-2-2x+5x^2$ | $5x^2-2x-2$ |
| $-3+6x^2-x$ | $-3-x+6x^2$ | $6x^2-x-3$ |
| $7x-x^2+1$ | $1+7x-x^2$ | $-x^2+7x+1$ |
| $-9x+2x^2-6$ | $-6-9x+2x^2$ | $2x^2-9x-6$ |
| $8x-2x^2+9$ | $9+8x-2x^2$ | $-2x^2+8x+9$ |

- | 多項式 | 升冪排列 | 降冪排列 |
|-----------------|------------------|------------------|
| $-x^3+2x-3x^2$ | $2x-3x^2-x^3$ | $-x^3-3x^2+2x$ |
| $4x^2-6-x^3+2x$ | $-6+2x+4x^2-x^3$ | $-x^3+4x^2+2x-6$ |
| $2y^3+3-7y^2$ | $3-7y^2+2y^3$ | $2y^3-7y^2+3$ |
| $7-y^3+5y$ | $7+5y-y^3$ | $-y^3+5y+7$ |
| $2y-6y^3+y^2-5$ | $-5+2y+y^2-6y^3$ | $-6y^3+y^2+2y-5$ |

牛刀小試 6

- (A)(D)
 - (C)(F)
 - (B)(E)
- (A)(B)(C)
- $3x^2+10x+5$
- $6x^2+13x+10$
 - $7x^2+15x+8$
 - $11x^2+8x+15$

牛刀小試 7

- $2x^2-11$
 - $2x^2-11$
 - $8x^2-x-4$
 - $8x^2-x-4$
- $-3x^2+7x-4$
 - $3x+1$
 - x^2+3x+4
 - $-5x^2+2x+5$
 - $4x^2-3x-1$

牛刀小試 8

- $-x^2-14x+7$
 - $-x^2-14x+7$
 - $-x^2-8x+7$
 - $-x^2-8x+7$
- $-3x^2-2x-8$
 - $-5x^2+12x+6$
 - $9x^2+10x+7$
 - $9x^2-5x-15$
 - $-4x-4$

牛刀小試 9

- $6x-2$
- $6x^2+2x-26$
- $3x^2+2x+5$, $4x^2+x-5$, $18x^2+6x+2$
- $2x^2-7x+10$



概念 ① 單項式 × 單項式



☆指數律：

若 $a \neq 0$ ，則 $a^2 \times a^3 = a^{2+3}$

① 複習指數律

(1) $x \cdot x$

(2) $x \cdot x^2$

(3) $x^3 \cdot x^4$

(4) $(x^3)^2$

② 單項式 × 單項式

(1) $4x \cdot x$

(2) $2x \cdot 3x^2$

(3) $(-2x^3) \cdot 5x^4$

(4) $(-3x)^2$

☆筆記



牛刀小試 ①

1. 計算下列各題

(1) $x \cdot x^3$

(2) $x \cdot x^4$

(3) $x^2 \cdot x^3$

(4) $x^3 \cdot x^4$

(5) $(x^2)^3$

(6) $(-x^4)^2$

2. 計算下列各題

(1) $3x \cdot x$

(2) $3x \cdot 4x^2$

(3) $(-3x) \cdot (-2x^2)$

(4) $4x^2 \cdot (-7x)$

(5) $(-5x)^2$

(6) $(-4x)^3$



☆分配律：

$$a(b+c) = ab + ac$$

$$(b+c) \times a = b \times a + c \times a$$

☆筆記

☆計算下列各式

① $3(x+4)$

② $-3(x-4)$

③ $3x(x-4)$

④ $(-x+4) \times 3$

⑤ $(-x-4) \times (-5)$

⑥ $(2x-7) \cdot x^2$



牛刀小試 2

1. 計算下列各題

(1) $5(x+3)$

(2) $-5(x-3)$

(3) $-5x(x-3)$

(4) $(-x+7) \times 4$

(5) $(-x-7) \times (-4)$

2. 計算下列各題

(1) $(-x)(2x+1)$

(2) $-6(x^2-4)$

(3) $-6x(x-4)$

(4) $(-5x+3) \times 6$

(5) $(-2x-7) \times (-6x)$



☆分配律：

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

☆計算 $(x+3)(x+2)$

①橫式

②直式

☆筆記



牛刀小試 ③

1. 計算下列各題

(1) $(x+4)(x+5)$

①橫式

②直式

(2) $(x+6)(x+7)$

①橫式

②直式

(3) $(3x+4)(2x+3)$

①橫式

②直式

2. 計算下列各題

(1) $(x-1)(x+4)$

①橫式

②直式

(2) $(x-3)(4x+1)$

①橫式

②直式

(3) $(2x-5)(4x+1)$

①橫式

②直式



例題 ① 多項式的乘法練習



① $(x-3)(x-4)$

② $(x^2-3x+2)(x-5)$

☆筆記



牛刀小試 4

1. 計算下列各題

(1) $(x-5)(x-6)$

(2) $(2x-9)(x-6)$

(3) $(x-5)(2x-3)$

(4) $(8x+3)(4x-3)$

2. 計算下列各題

(1) $(x^2-3x+4)(x+2)$

(2) $(2x^2-x-1)(x-3)$

(3) $(3x^2+x+2)(2x+1)$

(4) $(2x^2-x+3)(4x-5)$



例題 ② 多項式的乘法—有缺項練習



計算 $(5x^2-4)(3x-1)$

☆筆記

①橫式

②直式



牛刀小試 5

1. 計算下列各題

(1) $(7x^2+3)(x+8)$

①橫式

②直式

(2) $(4x^2+5)(2x+1)$

①橫式

②直式

(3) $(3x^2+4)(3x-2)$

①橫式

②直式

2. 計算下列各題

(1) $(2x^2-5)(x-4)$

①橫式

②直式

(2) $(3x^2-5)(2x-1)$

①橫式

②直式

(3) $(4x^2-7)(3x+5)$

①橫式

②直式



例題 ③ 多項式的乘法—利用乘法公式



計算下列各式

① $(2x+3)^2$

② $(5x-4)^2$

③ $(x+7)(x-7)$

☆筆記



牛刀小試 ⑥

1. 計算下列各題

(1) $(3x+1)^2$

(2) $(7x+2)^2$

(3) $(4x-6)^2$

(4) $(3x-2)^2$

(5) $(x+6)(x-6)$

(6) $(2x+3)(2x-3)$

2. 計算下列各題

(1) $(x+\frac{3}{2})^2$

(2) $(\frac{1}{2}x+8)^2$

(3) $(\frac{1}{3}x-9)^2$

(4) $(x-\frac{5}{2})^2$

(5) $(x+\frac{1}{5})(x-\frac{1}{5})$

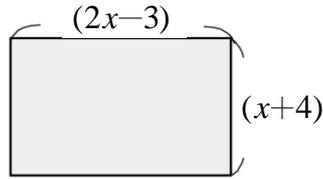
(6) $(\frac{1}{3}x+\frac{1}{2})(\frac{1}{3}x-\frac{1}{2})$



例題 4 多項式的乘法應用



如右圖是一個長方形，長方形的長是 $(2x-3)$
寬是 $(x+4)$
請問：這個長方形的面積是多少？



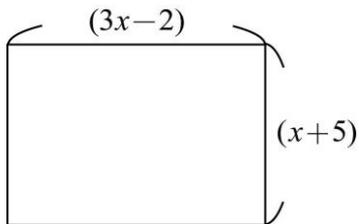
☆筆記



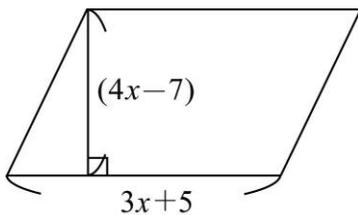
牛刀小試 7

1. 計算各題面積

(1)

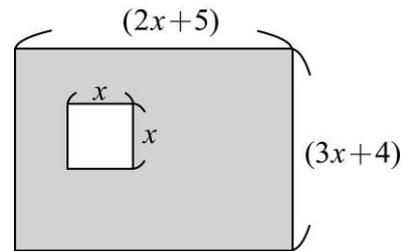


(2)

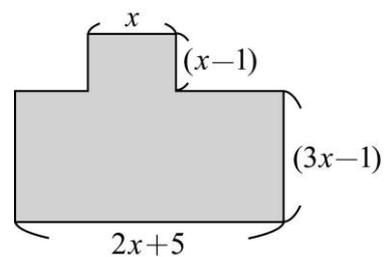


2. 計算各題灰色部份的面積

(1)



(2)





概念 4 單項式 ÷ 單項式



☆指數律：

若 $a \neq 0$ ，則 $a^5 \div a^2 = a^{5-2}$

① 複習指數律

(1) $x^3 \div x$

(2) $x^5 \div x^3$

(3) $x \div x$

② 單項式 ÷ 單項式

(1) $6x^2 \div 3x$

(2) $(-8x^2) \div 2x$

(3) $(-15x) \div (-3x)$

☆筆記



牛刀小試 8

1. 計算下列各題

(1) $x^2 \div x$

(2) $x^4 \div x^2$

(3) $8x^2 \div 2x$

(4) $(-9x^3) \div 3x$

(5) $(-18x^2) \div (-9x)$

(6) $(-16x^2) \div 4x^2$

2. 在空格中填入正確文字符號或數字

(1) $x \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 3x$

(2) $2x \cdot \underline{\hspace{2cm}} = -4x$

(3) $3x \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 6x^2$

(4) $(-4x) \cdot \underline{\hspace{2cm}} = -12x^2$

(5) $5x^2 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = -10x^2$

(6) $(-6x^2) \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 24x^2$



概念 ⑤ 多項式 ÷ 單項式 (整除)



計算 $(x^2 + 3x) \div x$

☆筆記

① $28 \div 7$

② 整除



牛刀小試 9

1. 計算下列各題

(1) $(x^2 + 4x) \div x$

(2) $(x^2 - 6x) \div x$

(3) $(6x^2 + 8x) \div 2x$

(4) $(10x^2 - 5x) \div 5x$

(5) $(-12x^2 - 4x) \div 4x$

2. 計算下列各題

(1) $(x^2 + 4x) \div (-x)$

(2) $(x^2 - 8x) \div (-x)$

(3) $(6x^2 + 9x) \div (-3x)$

(4) $(12x^2 - 4x) \div (-2x)$

(5) $(-14x^2 + 21x) \div (-7x)$



概念 ⑥ 多項式 ÷ 單項式 (有餘式)



計算 $(-12x^2 + 6x - 5) \div 3x$

☆筆記

$$1. \begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) 28} \\ \underline{20} \\ 8 \end{array}$$

① 這樣子做對嗎？

② 錯在哪裡？

2. ① 整數的除法

② 多項式的除法



牛刀小試 10

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(-12x^2 + 6x - 3) \div 2x$

(2) $(-4x^2 - 20x + 5) \div 4x$

(3) $(-6x^2 - 9x - 7) \div 3x$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(8x^2 + 6x - 5) \div (-2x)$

(2) $(10x^2 - 5x + 4) \div (-5x)$

(3) $(-6x^2 + 9x - 2) \div (-3x)$



概念 7 多項式 ÷ 多項式



計算 $(x^2 + 3x + 4) \div (x + 1)$

☆筆記



牛刀小試 11

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(x^2 + 5x + 6) \div (x + 1)$

(2) $(x^2 + 3x + 2) \div (x + 2)$

(3) $(x^2 + 3x + 4) \div (x + 3)$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(2x^2 + 5x + 3) \div (x + 1)$

(2) $(2x^2 + 7x + 7) \div (x + 2)$

(3) $(2x^2 + 9x + 8) \div (x + 3)$



例題 5 多項式除以多項式練習



計算 $(2x^2 - 7x - 5) \div (x - 3)$

☆筆記



牛刀小試 12

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(4x^2 - 3x + 2) \div (x - 1)$

(2) $(3x^2 - 2x + 5) \div (x - 2)$

(3) $(5x^2 - 8x - 6) \div (x - 3)$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(4x^2 + 6x + 2) \div (2x - 1)$

(2) $(6x^2 + 5x - 1) \div (2x + 5)$

(3) $(15x^2 - 11x + 9) \div (5x - 2)$



例題 ⑥ 多項式 ÷ 多項式 (有缺項)



計算 $(2x^2 - 5) \div (x - 3)$

☆筆記



牛刀小試 13

1. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(4x^2 - 5) \div (x - 1)$

(2) $(5x^2 + 8) \div (x - 3)$

(3) $(x^2 - 1) \div (-x + 1)$

2. 計算下列各題，寫出商式和餘式

(1) $(12x^2 + 7x) \div (-3x + 2)$

(2) $(-4x^2 + 3) \div (2x + 3)$

(3) $(-8x^2 - 3) \div (2x - 1)$



- ① $34 \div 5$ 計算過程如下，
請問：如何驗算？

$$\begin{array}{r} 6 \\ 5 \overline{) 34} \\ \underline{30} \\ 4 \end{array}$$

- ② $(x^2 + 2x - 4) \div (x - 3)$ 計算過程
如下，請問：如何驗算？

$$\begin{array}{r} x+5 \\ x-3 \overline{) x^2+2x-4} \\ \underline{x^2-3x} \\ 5x-4 \\ \underline{5x-15} \\ 11 \end{array}$$

☆筆記

☆結論：



牛刀小試 14

1. 透過驗算求出框框中正確的數字或式子

(1) $\square \div 3 = 2 \cdots 0$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 0 \end{array}$$

(2) $\square \div 5 = 4 \cdots 0$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 0 \end{array}$$

(3) $\square \div (x+2) = (x+1) \cdots 0$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+2 \overline{) x^2 + \square x + \square} \\ \underline{x^2 + \square x} \\ \square x + \square \\ \underline{\square x + \square} \\ 0 \end{array}$$

(4) $\square \div (2x+3) = (3x+2) \cdots 0$

2. 在框框中填入正確的數字

(1) $\square \div 3 = 2 \cdots 1$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 1 \end{array}$$

(2) $\square \div 5 = 4 \cdots 2$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) \square} \\ \underline{\square} \\ 2 \end{array}$$

(3) $\square \div (x+2) = (x+1) \cdots 3$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+2 \overline{) x^2 + \square x + \square} \\ \underline{x^2 + \square x} \\ \square x + \square \\ \underline{\square x + \square} \\ 3 \end{array}$$

(4) $(6x^2 + 17x + 15) \div (2x + \square) = (\square x + 4) \cdots 3$

**例題****7****被除式、除式、商式及餘式的關係**

若多項式 A 除以 $(2x+1)$ 得商式為 $(3x-2)$ ，餘式為 5 ，
求多項式 A 。

☆筆記

**牛刀小試 15**

1. 若多項式 A 除以 $(x-4)$ 的商式為 $(x+5)$ ，
餘式為 6 ，求多項式 A 。
2. 若多項式 B 除以 $(2x+3)$ 的商式為 $(2x-1)$ ，
餘式為 8 ，求多項式 B 。
3. 若多項式 C 除以 $(3x-1)$ 的商式為 $(2x+5)$ ，
餘式為 0 ，求多項式 C 。
4. 若多項式 D 除以 $(4x+3)$ 的商式為 $(2x-3)$ ，
餘式為 0 ，求多項式 D 。
5. 若多項式 E 除以 $(2x-3)$ 的商式為 $(3x-5)$ ，
餘式為 -4 ，求多項式 E 。
6. 若多項式 F 除以 $(4x-3)$ 的商式為 $(5x-2)$ ，
餘式為 -5 ，求多項式 F 。



牛刀小試 1

1.
 (1) x^4
 (2) x^5
 (3) x^5
 (4) x^7
 (5) x^6
 (6) x^8
2.
 (1) $3x^2$
 (2) $12x^3$
 (3) $6x^3$
 (4) $-28x^3$
 (5) $25x^2$
 (6) $-64x^3$

牛刀小試 2

1.
 (1) $5x+15$
 (2) $-5x+15$
 (3) $-5x^2+15x$
 (4) $-4x+28$
 (5) $4x+28$
2.
 (1) $-2x^2-x$
 (2) $-6x^2+24$
 (3) $-6x^2+24x$
 (4) $-30x+18$
 (5) $12x^2+42x$

牛刀小試 3

1.
 (1) $x^2+9x+20$
 (2) $x^2+13x+42$
 (3) $6x^2+17x+12$
2.
 (1) x^2+3x-4
 (2) $4x^2-11x-3$
 (3) $8x^2-18x-5$

牛刀小試 4

1.
 (1) $x^2-11x+30$
 (2) $2x^2-21x+54$
 (3) $2x^2-13x+15$
 (4) $32x^2-12x-9$
2.
 (1) x^3-x^2-2x+8
 (2) $2x^3-7x^2+2x+3$
 (3) $6x^3+5x^2+5x+2$
 (4) $8x^3-14x^2+17x-15$

牛刀小試 5

1.
 (1) $7x^3+56x^2+3x+24$
 (2) $8x^3+4x^2+10x+5$
 (3) $9x^3-6x^2+12x-8$
2.
 (1) $2x^3-8x^2-5x+20$
 (2) $6x^3-3x^2-10x+5$
 (3) $12x^3+20x^2-21x-35$

牛刀小試 6

1.
 (1) $9x^2+6x+1$
 (2) $49x^2+28x+4$
 (3) $16x^2-48x+36$
 (4) $9x^2-12x+4$
 (5) x^2-36
 (6) $4x^2-9$

2.
 (1) $x^2+3x+\frac{9}{4}$
 (2) $\frac{1}{4}x^2+8x+64$
 (3) $\frac{1}{9}x^2-6x+81$
 (4) $x^2-5x+\frac{25}{4}$
 (5) $x^2-\frac{1}{25}$
 (6) $\frac{1}{9}x^2-\frac{1}{4}$

牛刀小試 7

1.
 (1) $3x^2+13x-10$
 (2) $12x^2-x-35$
2.
 (1) $5x^2+23x+20$
 (2) $7x^2+12x-5$

牛刀小試 8

1.
 (1) x
 (2) x^2
 (3) $4x$
 (4) $-3x^2$
 (5) $2x$
 (6) -4
2.
 (1) 3
 (2) -2
 (3) $2x$
 (4) $3x$
 (5) -2
 (6) -4

牛刀小試 9

1.
 (1) $x+4$
 (2) $x-6$
 (3) $3x+4$
 (4) $2x-1$
 (5) $-3x-1$
2.
 (1) $-x-4$
 (2) $-x+8$
 (3) $-2x-3$
 (4) $-6x+2$
 (5) $2x-3$

牛刀小試 10

1.
 (1) 商式： $-6x+3$
 餘式： -3
 (2) 商式： $-x-5$
 餘式： 5
 (3) 商式： $-2x-3$
 餘式： -7
2.
 (1) 商式： $-4x-3$
 餘式： -5
 (2) 商式： $-2x+1$
 餘式： 4
 (3) 商式： $2x-3$
 餘式： -2

牛刀小試 11

1.
 (1) 商式： $x+4$
 餘式： 2
 (2) 商式： $x+1$
 餘式： 0
 (3) 商式： x
 餘式： 4
2.
 (1) 商式： $2x+3$
 餘式： 0
 (2) 商式： $2x+3$
 餘式： 1
 (3) 商式： $2x+3$
 餘式： -1

牛刀小試 12

1.
 (1) 商式： $4x+1$
 餘式：3
 (2) 商式： $3x+4$
 餘式：13
 (3) 商式： $5x+7$
 餘式：15
2.
 (1) 商式： $2x+4$
 餘式：6
 (2) 商式： $3x-5$
 餘式：24
 (3) 商式： $3x-1$
 餘式：7

牛刀小試 13

1.
 (1) 商式： $4x+4$
 餘式：-1
 (2) 商式： $5x+15$
 餘式：53
 (3) 商式： $-x-1$
 餘式：0
2.
 (1) 商式： $-4x-5$
 餘式：10
 (2) 商式： $-2x+3$
 餘式：-6
 (3) 商式： $-4x-2$
 餘式：-5

牛刀小試 14

1. (1)
$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) \boxed{6}} \\ \underline{\boxed{6}} \\ 0 \end{array}$$
- (2)
$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) \boxed{20}} \\ \underline{\boxed{20}} \\ 0 \end{array}$$
- (3) x^2+3x+2
- $$\begin{array}{r} x+1 \\ x+2 \overline{) \begin{array}{|c|c|c|} \hline x^2+ & \boxed{3} & x+ & \boxed{2} \\ \hline \end{array}} \\ x^2+ & \boxed{2} & x & \\ \hline & \boxed{1} & x+ & \boxed{2} \\ & \boxed{1} & x+ & \boxed{2} \\ \hline & & & 0 \end{array}$$
- (4) $6x^2+13x+6$

2. (1)
$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) \boxed{7}} \\ \underline{\boxed{6}} \\ 1 \end{array}$$
- (2)
$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{) \boxed{22}} \\ \underline{\boxed{20}} \\ 2 \end{array}$$

- (3) x^2+3x+5
- $$\begin{array}{r} x+1 \\ x+2 \overline{) \begin{array}{|c|c|c|} \hline x^2+ & \boxed{3} & x+ & \boxed{5} \\ \hline \end{array}} \\ x^2+ & \boxed{2} & x & \\ \hline & \boxed{1} & x+ & \boxed{5} \\ & \boxed{1} & x+ & \boxed{2} \\ \hline & & & 3 \end{array}$$

- (4) $3 \cdot 3$

牛刀小試 15

1. x^2+x-14
 2. $4x^2+4x+5$
 3. $6x^2+13x-5$
 4. $8x^2-6x-9$
 5. $6x^2-19x+11$
 6. $20x^2-23x+1$



B3 2-1 平方根與近似值



概念 ① 認識根號



問題：① 正方形面積為 1，則邊長為_____。

1

② 正方形面積為 4，則邊長為_____。

4

③ 正方形面積為 2，則邊長為_____。

2 ?

☆筆記

$\sqrt{4}$ 和 2 會相等嗎？

◎ 正方形面積 $A(A > 0)$ ，邊長是_____。

A



牛刀小試 ①

1. (1) 正方形面積 9，則邊長是_____

(2) 正方形面積 16，則邊長是_____

(3) 正方形面積 25，則邊長是_____

(4) 正方形面積 36，則邊長是_____

(5) 正方形面積 49，則邊長是_____

2. (1) 正方形面積 3，則邊長是_____

(2) 正方形面積 5，則邊長是_____

(3) 正方形面積 7，則邊長是_____

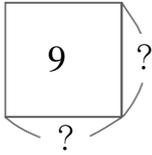
(4) 正方形面積 10，則邊長是_____

3. (1) 邊長 $\sqrt{3}$ 的正方形，其面積是_____

(2) 邊長 $\sqrt{5}$ 的正方形，其面積是_____



問題：正方形面積為 9，則邊長是多少？



邊長是_____或寫成_____。

$\sqrt{9}$ 為什麼等於 3？

$$\sqrt{9} = \sqrt{\square^2} = 3$$

$$\sqrt{16} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{25} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{36} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

⋮

我又發現了一個大秘密：

$$\sqrt{3^2} = \underline{\hspace{1cm}} \circ \sqrt{4^2} = \underline{\hspace{1cm}} \circ$$

$$\sqrt{5^2} = \underline{\hspace{1cm}} \circ \sqrt{6^2} = \underline{\hspace{1cm}} \circ$$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2} = \underline{\hspace{1cm}} (a \geq 0)$$

☆筆記



牛刀小試 ②

1. 計算下列各數

$$(1) \sqrt{49} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(2) \sqrt{64} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(3) \sqrt{81} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(4) \sqrt{100} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(5) \sqrt{121} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(6) \sqrt{144} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 計算下列各數

$$(1) \sqrt{13^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(2) \sqrt{15^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(3) \sqrt{17^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(4) \sqrt{23^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(5) \sqrt{41^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(6) \sqrt{59^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$



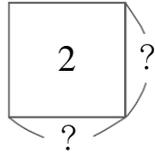
概念

③

$\sqrt{7} \times \sqrt{7} = ?$



問題：1. 正方形面積為 2，則邊長是多少？



2. 正方形面積等於 _____ × _____

$$\rightarrow 2 = \text{_____} \times \text{_____}$$

$$\rightarrow \text{_____} \times \text{_____} = 2$$

$$\rightarrow \text{_____} \times \text{_____} = 3$$

$$\rightarrow \text{_____} \times \text{_____} = 4$$

$$\rightarrow \text{_____} \times \text{_____} = 5$$

$$\rightarrow \text{_____} \times \text{_____} = 6$$

$$\rightarrow \text{_____} \times \text{_____} = 7$$

我又發現了一個大秘密：

$$(\sqrt{2})^2 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = \text{_____}$$

$$(\sqrt{3})^2 = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = \text{_____}$$

$$(\sqrt{4})^2 = \text{_____} = \text{_____}$$

$$(\sqrt{5})^2 = \text{_____} \quad (\sqrt{6})^2 = \text{_____}$$

$$(\sqrt{7})^2 = \text{_____}$$

$$\text{若 } a \geq 0, \text{ 則 } \sqrt{a} \times \sqrt{a} = \text{_____}$$

$$(\sqrt{a})^2 = \text{_____}$$

☆筆記



牛刀小試 ③

1. 計算下列各題

$$(1) \sqrt{10} \times \sqrt{10} = \text{_____}$$

$$(2) \sqrt{13} \times \sqrt{13} = \text{_____}$$

$$(3) \sqrt{1.4} \times \sqrt{1.4} = \text{_____}$$

2. 計算下列各題

$$(1) (\sqrt{12})^2 = \text{_____}$$

$$(2) (\sqrt{15})^2 = \text{_____}$$

$$(3) (\sqrt{1.1})^2 = \text{_____}$$

3. 計算下列各題

$$(1) (-\sqrt{8}) \times (-\sqrt{8}) = \text{_____}$$

$$(2) (-\sqrt{1.5}) \times (-\sqrt{1.5}) = \text{_____}$$

$$(3) \left(-\sqrt{\frac{2}{9}}\right) \times \left(-\sqrt{\frac{2}{9}}\right) = \text{_____}$$

4. 計算下列各題

$$(1) (-\sqrt{17})^2 = \text{_____}$$

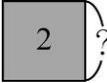
$$(2) (-\sqrt{5.2})^2 = \text{_____}$$

$$(3) \left(-\sqrt{\frac{3}{7}}\right)^2 = \text{_____}$$

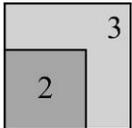


概念 ④ $\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{3}$ 比大小



甲  ? 正方形甲的面積是 2，邊長是_____

乙  ? 正方形乙的面積是 3，邊長是_____

→  因為乙的面積比甲_____，
所以_____。

我又發現了一個大秘密：

若 $3 > 2 \Rightarrow \sqrt{3} \square \sqrt{2}$

若 $a > b \Rightarrow \sqrt{a} \square \sqrt{b}$ (a, b 都是正數)

☆筆記



牛刀小試 ④

1. 正方形甲的邊長是 $\sqrt{5}$ ，其面積是_____，
正方形乙的邊長是 $\sqrt{7}$ ，其面積是_____，
因為乙的面積比甲_____，
所以 $\sqrt{7} \square \sqrt{5}$ 。

2. 正方形丙的邊長是 $\sqrt{8}$ ，其面積是_____，
正方形丁的邊長是 3，其面積是_____，
因為丙的面積比丁_____，
所以 $\sqrt{8} \square 3$ 。

3. 比較各數大小

(1) $\sqrt{4} \square \sqrt{7}$

(2) $\sqrt{51} \square \sqrt{50}$

(3) $\sqrt{5} \square \sqrt{26}$

(4) $\sqrt{11} \square \sqrt{10}$

(5) $\sqrt{1.5} \square \sqrt{0.6}$

(6) $1 \square \sqrt{1.2}$

(7) 比較 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{4}$ 、 $\sqrt{5}$ 的大小



例題 ① 方根比大小



比大小

(1) $\sqrt{14}$ 、 $\sqrt{15}$ 、 $\sqrt{16}$

(2) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 、 $\sqrt{\frac{1}{3}}$

(3) 3 、 $\sqrt{3}$

☆筆記

$\frac{1}{2} \square \sqrt{\frac{1}{2}}$



牛刀小試 5

1. 比較各數大小

(1) $\sqrt{\frac{1}{3}} \square \sqrt{\frac{1}{4}}$

(2) $\sqrt{\frac{2}{3}} \square \sqrt{\frac{4}{9}}$

(3) $\sqrt{\frac{3}{2}} \square \sqrt{\frac{4}{3}}$

(4) $\sqrt{0.6} \square \sqrt{0.7}$

(5) $\sqrt{1.2} \square \sqrt{1.3}$

2. (1) 比較 3 、 $\sqrt{10}$ 、 $\sqrt{11}$ 的大小

(2) 比較 14 、 $\sqrt{200}$ 、 $\sqrt{183}$ 的大小

3. 比較各數大小

(1) $3 \square \sqrt{3}$

(2) $7 \square \sqrt{7}$

(3) $\frac{1}{3} \square \sqrt{\frac{1}{3}}$

(4) $\frac{2}{3} \square \sqrt{\frac{2}{3}}$

(5) $0.2 \square \sqrt{0.2}$

(6) $0.8 \square \sqrt{0.8}$

(7) $1\frac{1}{3} \square \sqrt{1\frac{1}{3}}$

(8) $1.2 \square \sqrt{1.2}$



概念 5 9 的平方根



問題：請你猜猜看多少的平方是 9？

$$\square^2 = 9$$

你的答案是_____，有_____個。

☆定義：① 若 $\square^2 = 9$ 我們說

\square 是_____。

② 9 的平方根是_____。

☆筆記

① 9 的平方根是_____

也可以寫成_____。

② 0 的平方根是_____。



牛刀小試 6

1. (1) $\square^2 = 16$ ， $\square =$ _____。
 \square 是_____。

(2) 16 的平方根是_____。

2. (1) $\square^2 = 81$ ， $\square =$ _____。
 \square 是_____。

(2) 81 的平方根是_____。

3. (1) $\square^2 = \frac{4}{9}$ ， $\square =$ _____。
 \square 是_____。

(2) $\frac{4}{9}$ 的平方根是_____。

4. (1) $\square^2 = 0.36$ ， $\square =$ _____。
 \square 是_____。

(2) 0.36 的平方根是_____。

5. 回答下列各題，正確打請「○」，錯誤請打「×」，並說明理由。

(1) 4 是不是 2 的平方根？
 因為 $4^2 =$ _____，
 所以 4 是_____的平方根。

(2) -7 是不是 49 的平方根？
 因為 $(-7)^2 =$ _____，
 所以 -7 是_____的平方根。

(3) 3 是不是 -9 的平方根？
 因為 $3^2 =$ _____，
 所以_____。

(4) 0.4 是不是 1.6 的平方根？
 因為 $0.4^2 =$ _____，
 所以_____。



問題：請你猜猜看多少的平方是 2？

$$\square^2 = 2$$

你的答案是_____，有_____個

- ☆定義：
- ① 若 $\square^2=2$ ， $\square=$ _____，
我們說 \square 是_____。
 - ② 2 的平方根是_____。
 - ③ 若 a 是正數 $\square^2=a$ ， $\square=$ _____。

〈註〉

- ① 一個正數 a 有_____個平方根，其中_____。
- ② 負數_____平方根，為什麼？_____。
- ③ 0 的平方根是_____，為什麼？_____。

☆筆記

$$(\sqrt{3})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

為什麼？



牛刀小試 7

1. 求下列各數的平方根

- (1) $\square^2=5$ ， $\square=$ _____，
 \square 是_____，
5 的平方根是_____。
- (2) $\square^2=12$ ， $\square=$ _____，
 \square 是_____，
12 的平方根是_____。
- (3) $\square^2=23$ ， $\square=$ _____，
23 的平方根是_____。
- (4) $\square^2=27$ ， $\square=$ _____，
27 的平方根是_____。

2. 回答下列問題

- (1) 8 的平方根是_____，
8 的正平方根是_____，
8 的負平方根是_____。
- (2) 15 的平方根是_____，
15 的正平方根是_____，
15 的負平方根是_____。
- (3) 41 的平方根是_____，
 $\sqrt{41}$ 是 41 的_____，
 $-\sqrt{41}$ 是 41 的_____。

3. 回答下列問題

- (1) _____ 的平方根是 $\pm\sqrt{7}$ 。
- (2) _____ 的平方根是 $\pm\sqrt{22}$ 。
- (3) _____ 的平方根是 $\pm\sqrt{35}$ 。



例題 ② 求下列各數的平方根



(1) 36

(2) 19

☆筆記

比較

① 36 的平方根是_____。

② $\sqrt{36} =$ _____。

★ $\sqrt{36}$ 的平方根是_____



牛刀小試 8

1. 求下列各數的平方根

(1) 49

(2) 64

(3) 0.09

(4) 0.36

(5) $\frac{4}{25}$

(6) $\frac{16}{81}$

2. 求下列各數的平方根

(1) 13

(2) 14

(3) 27

(4) 51

3. (1) 4 的平方根是_____。

(2) $\sqrt{4} =$ _____。

(3) $\sqrt{4}$ 的平方根是_____。

4. (1) 49 的平方根是_____。

(2) $\sqrt{49} =$ _____。

(3) $\sqrt{49}$ 的平方根是_____。

5. (1) 81 的平方根是_____。

(2) $\sqrt{81} =$ _____。

(3) $\sqrt{81}$ 的平方根是_____。



◎完全平方數

若一個正整數是另一個正整數的平方，
就稱這個數為_____。

〈舉例〉

	1^2	2^2	3^2	4^2	5^2
完全平方數					
	6^2	7^2	8^2	9^2	10^2
完全平方數					
	11^2	12^2	13^2	14^2	15^2
完全平方數					
	16^2	17^2	18^2	19^2	20^2
完全平方數					
	21^2	22^2	23^2	24^2	25^2
完全平方數					

〈例〉

$$\textcircled{1} \sqrt{169} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$\textcircled{2} \sqrt{441} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$\textcircled{3} \sqrt{289} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

☆筆記

比較 $\sqrt{81}$ 和81的平方
根？



牛刀小試 9

1. 下列哪些是完全平方數

答：_____

- | | | |
|--------|--------|--------|
| (A)625 | (B)141 | (C)144 |
| (D)96 | (E)225 | (F)265 |
| (G)169 | (H)361 | (I)196 |

2. (1) $\sqrt{169}$ 是 169 的_____平方根(填正/負)

$$\sqrt{169} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

(2) $\sqrt{196}$ 是 196 的_____平方根(填正/負)

$$\sqrt{196} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

3. (1) $\sqrt{25} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\sqrt{225} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $\sqrt{625} = \sqrt{\square^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

4. (1) 144 的平方根是_____

(2) $\sqrt{144} = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $-\sqrt{144} = \underline{\hspace{2cm}}$

5. (1) 441 的平方根是_____

(2) $\sqrt{441} = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $-\sqrt{441} = \underline{\hspace{2cm}}$

6. (1) 121 的平方根是_____

(2) $\sqrt{121} = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $-\sqrt{121} = \underline{\hspace{2cm}}$



例題 ③ 求 \sqrt{a} 的值 (整數)



求出下列各式的值

(1) $\sqrt{3^2}$

(2) $\sqrt{3^4}$

(3) $\sqrt{3^6}$

(4) $\sqrt{2^2 \times 3^2}$

(5) $\sqrt{3^2 \times 3^4}$

(6) $\sqrt{3600}$

☆筆記

若 $a > 0$

$\sqrt{a^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\sqrt{a^4} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\sqrt{a^6} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



牛刀小試 10

1. 求出下列各數

(1) $\sqrt{5^2}$

(2) $\sqrt{5^4}$

(3) $\sqrt{5^6}$

(4) $\sqrt{3^2 \times 5^2}$

(5) $\sqrt{3^2 \times 5^4}$

(6) $\sqrt{3^2 \times 5^6}$

2. 求出下列各數

(1) $\sqrt{784}$

(2) $\sqrt{1024}$

(3) $\sqrt{1225}$

(4) $\sqrt{2025}$

(5) $\sqrt{1764}$

(6) $\sqrt{1296}$



例題 4 求 \sqrt{a} 的值 (分數或小數)



1. (1) $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) $\sqrt{\frac{2^2}{3^2}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (3) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \underline{\hspace{2cm}}$

☆筆記

2. (1) $\sqrt{(1.5)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) $\sqrt{\frac{225}{100}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (3) $\sqrt{2.25} = \underline{\hspace{2cm}}$



牛刀小試 11

1. (1) $\sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) $\sqrt{\frac{5^2}{7^2}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (3) $\sqrt{\frac{25}{49}} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. (1) $\sqrt{(1.1)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) $\sqrt{\frac{121}{100}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (3) $\sqrt{1.21} = \underline{\hspace{2cm}}$

(4) $\sqrt{\left(\frac{11}{13}\right)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ (5) $\sqrt{\frac{11^2}{13^2}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (6) $\sqrt{\frac{121}{169}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(4) $\sqrt{(0.2)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ (5) $\sqrt{\frac{4}{100}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (6) $\sqrt{0.04} = \underline{\hspace{2cm}}$

(7) $\sqrt{\frac{4^2}{5^2}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (8) $\sqrt{\frac{3^4}{7^2}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(7) $\sqrt{\frac{144}{100}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (8) $\sqrt{\frac{289}{100}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(9) $\sqrt{\frac{196}{169}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (10) $\sqrt{5\frac{4}{9}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(9) $\sqrt{2.56} = \underline{\hspace{2cm}}$ (10) $\sqrt{0.09} = \underline{\hspace{2cm}}$



例題 5 求 \sqrt{a} 的近似值



1. $\sqrt{7}$ 是介於哪兩個連續整數之間？

2. $\sqrt{23}$ 大約多少？

☆筆記

請你拿出計算機或手機計算

$$\sqrt{2} \approx \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{3} \approx \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{5} \approx \underline{\hspace{2cm}}$$



牛刀小試 12

1.

$\sqrt{1}$ 、 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{4}$ 、 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{6}$ 、 $\sqrt{7}$ 、
 $\sqrt{8}$ 、 $\sqrt{9}$ 、 $\sqrt{10}$ 、 $\sqrt{11}$ 、 $\sqrt{12}$ 、 $\sqrt{13}$ 、
 $\sqrt{14}$ 、 $\sqrt{15}$ 、 $\sqrt{16}$ 、 $\sqrt{17}$ 、 $\sqrt{18}$ 、 $\sqrt{19}$

(1) 介於在 1 和 2 之間的是哪些？

(2) 介於在 2 和 3 之間的是哪些？

(3) 介於在 3 和 4 之間的是哪些？

2. (1) $\sqrt{5}$ 是介於哪兩個連續整數之間？

(2) $\sqrt{8}$ 是介於哪兩個連續整數之間？

3. (1) $\sqrt{18}$ 是介於哪兩個連續整數之間？

(2) $\sqrt{26}$ 是介於哪兩個連續整數之間？

4. (1) $\sqrt{10}$ 大約是多少？

(2) $\sqrt{17}$ 大約是多少？

(3) $\sqrt{40}$ 大約是多少？

(4) $\sqrt{80}$ 大約是多少？



例題 6 利用平方根的意義來計算



(1) 若 3 是 $2x-1$ 的平方根，求 x 的值。

(2) 若 $3x-2$ 的平方根為 $\pm\sqrt{7}$ ，求 x 的值。

☆筆記

① a 是 b 的平方根

② ★的平方根是●



牛刀小試 13

1. (1) 若 5 是 $3x-2$ 的平方根，求 x 的值。

(2) 若 9 是 $5x+1$ 的平方根，求 x 的值。

(3) 若 7 是 $8x-15$ 的平方根，求 x 的值。

2. (1) 若 -5 是 $4x-3$ 的平方根，求 x 的值。

(2) 若 -9 是 $6x+3$ 的平方根，求 x 的值。

3. (1) 若 $4x+7$ 的平方根是 $\pm\sqrt{11}$ ，求 x 的值。

(2) 若 $2x-1$ 的平方根是 $\pm\sqrt{15}$ ，求 x 的值。

(3) 若 $7x+2$ 的平方根是 $\pm\sqrt{23}$ ，求 x 的值。



牛刀小試 1

- (1) 3
(2) 4
(3) 5
(4) 6
(5) 7
- (1) $\sqrt{3}$
(2) $\sqrt{5}$
(3) $\sqrt{7}$
(4) $\sqrt{10}$
- (1) 3
(2) 5

牛刀小試 2

- (1) $\sqrt{7^2} = 7$
(2) $\sqrt{8^2} = 8$
(3) $\sqrt{9^2} = 9$
(4) $\sqrt{10^2} = 10$
(5) $\sqrt{11^2} = 11$
(6) $\sqrt{12^2} = 12$
- (1) 13
(2) 15
(3) 17
(4) 23
(5) 41
(6) 59

牛刀小試 3

- (1) 10
(2) 13
(3) 1.4
- (1) 12
(2) 15
(3) 1.1
- (1) 8
(2) 1.5
(3) $\frac{2}{9}$
- (1) 17
(2) 5.2
(3) $\frac{3}{7}$

牛刀小試 4

- 5, 7, 大, >
- 8, 9, 小, <
- (1) <
(2) >
(3) <
(4) >
(5) >
(6) <
(7) $\sqrt{3} < \sqrt{4} < \sqrt{5}$

牛刀小試 5

- (1) > (2) >
(3) > (4) <
(5) <
- (1) $3 < \sqrt{10} < \sqrt{11}$
(2) $\sqrt{183} < 14 < \sqrt{200}$
- (1) > (2) >
(3) < (4) <
(5) < (6) <
(7) > (8) >

牛刀小試 6

- (1) ± 4 , 16 的平方根
(2) ± 4
- (1) ± 9 , 81 的平方根
(2) ± 9
- (1) $\pm \frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$ 的平方根
(2) $\pm \frac{2}{3}$
- (1) ± 0.6 , 0.36 的平方根
(2) ± 0.6
- (1) \times , 16, 16
(2) \square , 49, 49
(3) \times , 9,
3 不是 -9 的平方根
(4) \times , 0.16,
0.4 不是 1.6 的平方根

牛刀小試 7

- (1) $\pm\sqrt{5}$, 5 的平方根, $\pm\sqrt{5}$
(2) $\pm\sqrt{12}$, 12 的平方根, $\pm\sqrt{12}$
(3) $\pm\sqrt{23}$, $\pm\sqrt{23}$
(4) $\pm\sqrt{27}$, $\pm\sqrt{27}$
- (1) $\pm\sqrt{8}$, $\sqrt{8}$, $-\sqrt{8}$
(2) $\pm\sqrt{15}$, $\sqrt{15}$, $-\sqrt{15}$
(3) $\pm\sqrt{41}$, 正平方根, 負平方根
- (1) 7
(2) 22
(3) 35

牛刀小試 8

- (1) ± 7
(2) ± 8
(3) ± 0.3
(4) ± 0.6
(5) $\pm \frac{2}{5}$
(6) $\pm \frac{4}{9}$
- (1) $\pm\sqrt{13}$
(2) $\pm\sqrt{14}$
(3) $\pm\sqrt{27}$
(4) $\pm\sqrt{51}$
- (1) ± 2
(2) 2
(3) $\pm\sqrt{2}$
- (1) ± 7
(2) 7
(3) $\pm\sqrt{7}$
- (1) ± 9
(2) 9
(3) ± 3

牛刀小試 9

- (A)、(C)、(E)、(G)、(H)、(I)
- (1) 正, 13, 13
(2) 正, 14, 14
- (1) 5, 5
(2) 15, 15
(3) 25, 25
- (1) ± 12
(2) 12
(3) -12
- (1) ± 21
(2) 21
(3) -21
- (1) ± 11
(2) 11
(3) -11

牛刀小試 10

- (1) 5 (2) $5^2 = 25$
(3) $5^3 = 125$ (4) $3 \times 5 = 15$
(5) $3 \times 5^2 = 75$ (6) $3 \times 5^3 = 375$
- (1) 28 (2) 32
(3) 35 (4) 45
(5) 42 (6) 36

牛刀小試 11

1. (1) $\frac{5}{7}$ (2) $\frac{5}{7}$ (3) $\frac{5}{7}$
(4) $\frac{11}{13}$ (5) $\frac{11}{13}$ (6) $\frac{11}{13}$
(7) $\frac{4}{5}$ (8) $\frac{9}{7}$
(9) $\frac{14}{13}$ (10) $\frac{7}{3}$
2. (1) 1.1 (2) 1.1 (3) 1.1
(4) 0.2 (5) 0.2 (6) 0.2
(7) $1.2(\frac{6}{5})$ (8) $1.7(\frac{17}{10})$
(9) 1.6 (10) 0.3

牛刀小試 12

1. (1) $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$
(2) $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{6}$ 、 $\sqrt{7}$ 、 $\sqrt{8}$
(3) $\sqrt{10}$ 、 $\sqrt{11}$ 、 $\sqrt{12}$ 、 $\sqrt{13}$
 $\sqrt{14}$ 、 $\sqrt{15}$
2. (1) 2 和 3
(2) 2 和 3
3. (1) 4 和 5
(4) 5 和 6
4. (1) $\doteq 3. \dots\dots$
大約等於 3。
(2) $\doteq 4. \dots\dots$
大約等於 4。
(3) $\doteq 6. \dots\dots$
大等於 6。
(4) $\doteq 8. \dots\dots$
大約等於 8。

牛刀小試 13

1. (1) $x=9$
(2) $x=16$
(3) $x=8$
2. (1) $x=7$
(2) $x=13$
3. (1) $x=1$
(2) $x=8$
(3) $x=3$



B3 2-2 根式的運算



概念 ① 根式的意義



1. 什麼是根式：_____。

◎例如：_____。

2. 根式的簡記：

含有 x 的式子	含有根號的式子
$3 \times x =$	$3 \times \sqrt{2} =$
$\frac{2}{5} \times x =$	$\frac{2}{5} \times \sqrt{2} =$
$4 \times (x+1) =$	$4 \times (\sqrt{2} + \sqrt{3}) =$
$1 \times x =$	$1 \times \sqrt{2} =$
$(-1) \times x =$	$(-1) \times \sqrt{2} =$
$x \div 3 =$	$\sqrt{2} \div 3 =$

★筆記

$3\sqrt{2}$ 到底是什麼意思？



牛刀小試 ①

簡記下列各式：

1. $1 \times \sqrt{5}$

2. $8 \times \sqrt{3}$

3. $\sqrt{10} \times (-2)$

4. $(-5) \times \sqrt{6}$

5. $(-\frac{2}{3}) \times \sqrt{5}$

6. $\sqrt{15} \times \frac{2}{5}$

7. $\sqrt{15} \div 3$

8. $\sqrt{70} \div (-4)$

9. $3 \times (\sqrt{2} - \sqrt{3})$

10. $3 \times (\sqrt{3} + 5)$



例題 ① 數字 × 根式



(1) $2 \times 3\sqrt{2}$

(2) $2\sqrt{3} \times (-5)$

(3) $\frac{5}{3} \times (-6\sqrt{7})$

★筆記



牛刀小試 ②

計算下列各式：

1. $4 \times 7\sqrt{3}$

2. $(-9) \times 3\sqrt{5}$

3. $\frac{5}{6} \times 6\sqrt{6}$

4. $(-15\sqrt{7}) \times \frac{3}{5}$

5. $2\sqrt{10} \times (-\frac{1}{2})$

6. $(-2\sqrt{5}) \times (-\frac{1}{12})$

7. $(-4\sqrt{6}) \times (-\frac{7}{30})$

8. $(-\frac{6}{25}) \times (-5\sqrt{7})$



◎ $\sqrt{3} \times \sqrt{2} =$ _____

為什麼？

〈例〉

❶ $\sqrt{3} \times 7$

❷ $-2\sqrt{5} \times 3\sqrt{3}$

❸ $-\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$

★筆記

☆若 $a \geq 0, b \geq 0$ ，則 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} =$ _____。

牛刀小試 3

計算下列各式：

1. $\sqrt{3} \times 5$

2. $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$

3. $\sqrt{5} \times (-\sqrt{2})$

4. $5\sqrt{2} \times 3\sqrt{7}$

5. $(-2\sqrt{7}) \times 3\sqrt{3}$

6. $2\sqrt{3} \times \sqrt{10}$

7. $(-\frac{4}{5}\sqrt{2}) \times 2\sqrt{3}$

8. $\frac{1}{3}\sqrt{5} \times (-\sqrt{2})$

9. $2\sqrt{7} \times 4\sqrt{7}$

10. $4\sqrt{5} \times 3\sqrt{5}$



概念 ③ 根式的除法運算



◎ $\sqrt{6} \div \sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}}$

為什麼？

〈例〉

① $\sqrt{10} \div \sqrt{2}$

② $\sqrt{14} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$

★筆記

$\sqrt{a} \div \sqrt{b}$

為什麼 b 不能等於 0？



☆若 $a \geq 0$, $b > 0$ ($b \neq 0$)

則 $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。



牛刀小試 4

計算下列各式：

1. $\sqrt{10} \div \sqrt{2}$

2. $\sqrt{45} \div \sqrt{3}$

3. $\sqrt{150} \div \sqrt{25}$

4. $\sqrt{\frac{8}{9}} \div \sqrt{\frac{2}{9}}$

5. $\sqrt{\frac{21}{5}} \div \sqrt{\frac{7}{15}}$

6. $\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{2}}$

7. $\sqrt{15} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

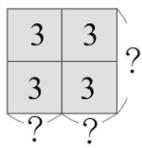
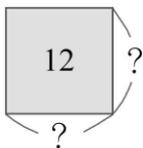
8. $\sqrt{6} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

9. $\frac{1}{\sqrt{6}} \div \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{4}}$

10. $\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{5}} \div \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{15}}$



概念 4 最簡根式



★我們發現：

★筆記

不是最簡根式的例子

❶還沒化簡：

❷分母有根號：

❸根號裡面是分數或小數：

☆ $2\sqrt{3}$ 就是 $\sqrt{12}$ 的_____

為什麼？

$$\sqrt{12} = \underline{\hspace{2cm}}$$

☆❶把 $\sqrt{12}$ 化簡成 $2\sqrt{3}$ 的過程稱為化簡根式

❷假設 a 、 b 、 c 都是正整數，如果 a 可以分解成 $a = b^2 \times c$

$$\Rightarrow \sqrt{a} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = b\sqrt{c}$$

如果 c 的因數中沒有大於 1 的完全平方數，

我們說 $b\sqrt{c}$ 就是_____。



牛刀小試 5

1. 下列何者是最簡根式？

- (A) $2\sqrt{3}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $\sqrt{0.04}$ (D) $-\sqrt{0.5}$

2. 下列何者不是最簡根式？

- (A) $\sqrt{\frac{2}{5}}$ (B) $\sqrt{7}$ (C) $\sqrt{12}$ (D) $\frac{\sqrt{21}}{7}$

3. 下列何者是最簡根式？

- (A) $\sqrt{3}$ (B) $-\sqrt{\frac{11}{6}}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{12}}$ (D) $\sqrt{4}$

4. 下列何者不是最簡根式？

- (A) $-4\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{\frac{2}{2}}$ (C) $\frac{5\sqrt{2}}{7}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

5. 下列哪些不是最簡根式？

- (A) $\sqrt{23}$ (B) $-\sqrt{12}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{13}$

6. 圈圈看下列哪些是最簡根式？

- $2\sqrt{3}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{10}$,
 $\sqrt{21}$, $\sqrt{24}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt{\frac{3}{2}}$, $\frac{3}{\sqrt{2}}$,
 $\sqrt{0.5}$



例題 ② 根式的化簡



(1) $\sqrt{27}$

(2) $\sqrt{180}$

(3) $\sqrt{8} \times \sqrt{14}$

★筆記



牛刀小試 6

將下列各題化為最簡根式：

1. $\sqrt{12}$

2. $\sqrt{75}$

3. $\sqrt{50}$

4. $\sqrt{60}$

5. $\sqrt{252}$

6. $\sqrt{21} \times \sqrt{7}$

7. $\sqrt{35} \times \sqrt{5}$

8. $\sqrt{10} \times \sqrt{15}$

9. $\sqrt{12} \times \sqrt{18}$

10. $\sqrt{27} \times \sqrt{63}$



1. 有理數：_____ 2. 哪一個是最簡根式？

無理數：_____ $\frac{3}{\sqrt{2}}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{3}$

☆有理化分母意思
就是_____

如何有理化分母？

★筆記

☺根號怕什麼？



牛刀小試 7

請將下列分數有理化分母：

1. $\frac{1}{\sqrt{21}}$

6. $\frac{3}{\sqrt{3}}$

2. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

7. $\frac{7}{\sqrt{7}}$

3. $\frac{5}{\sqrt{2}}$

8. $\frac{5}{\sqrt{5}}$

4. $\frac{10}{\sqrt{3}}$

9. $\frac{10}{\sqrt{5}}$

5. $\frac{5}{\sqrt{6}}$

10. $\frac{2}{\sqrt{6}}$



例題 ③ 有理化分母練習



(1) $\sqrt{2} \div \sqrt{3}$

(2) $\sqrt{\frac{1}{2}}$

(3) $2\sqrt{15} \div \sqrt{6}$

★筆記



牛刀小試 8

計算下列各式並有理化分母：

1. $\sqrt{6} \div \sqrt{7}$

2. $\sqrt{5} \div \sqrt{3}$

3. $\sqrt{15} \div \sqrt{10}$

4. $\sqrt{6} \div \sqrt{15}$

5. $\sqrt{\frac{1}{7}}$

6. $\sqrt{\frac{1}{5}}$

7. $6 \div \sqrt{6}$

8. $5 \div \sqrt{5}$

9. $5\sqrt{14} \div \sqrt{35}$

10. $3\sqrt{18} \div \sqrt{27}$



例題 4 化為最簡根式 (有理化分母)



(1) $\frac{7}{\sqrt{5}}$

(2) $\sqrt{\frac{75}{9}}$

(3) $\sqrt{0.8}$

★筆記



牛刀小試 9

請將下列分數分母有理化：

1. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

2. $\frac{3}{\sqrt{7}}$

3. $\sqrt{\frac{20}{15}}$

4. $\sqrt{\frac{27}{6}}$

5. $\sqrt{\frac{125}{36}}$

6. $\sqrt{0.3}$

7. $\sqrt{1.2}$

8. $\sqrt{1.5}$

9. $\sqrt{3.2}$

10. $\sqrt{0.9}$



概念 ⑥ 同類方根



根式化簡後有相同方根稱為_____

〈例〉

① $\sqrt{2}$ 的同類方根為_____。

② $\sqrt{3}$ 的同類方根為_____。

$\sqrt{12}$ 和 $\sqrt{3}$ 是同類方根嗎？為什麼？

〈註〉同類方根才能合併（加減）

$$3x + 4x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3x + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x + y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3\sqrt{2} + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

★筆記



牛刀小試 10

1. 圈圈看，下列何者是 $\sqrt{6}$ 的同類方根？

$\sqrt{15}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{24}$ 、 $\sqrt{72}$

2. 圈圈看，下列何者是 $\sqrt{3}$ 的同類方根？

$\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{12}$ 、 $3\sqrt{22}$ 、 $\sqrt{14}$

3. 圈圈看，下列何者不是 $\sqrt{7}$ 的同類方根？

$\sqrt{63}$ 、 $3\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{28}$ 、 $2\sqrt{7}$

4. 圈圈看，下列何者不是 $\sqrt{10}$ 的同類方根？

$\sqrt{40}$ 、 $5\sqrt{10}$ 、 $\sqrt{90}$ 、 $\sqrt{15}$

5. 圈圈看，下列何者不是 $\sqrt{2}$ 的同類方根？

$\sqrt{32}$ 、 $5\sqrt{6}$ 、 $\sqrt{18}$ 、 $\sqrt{72}$

6. 圈圈看下列哪些是 $\sqrt{2}$ 的同類方根？

$2\sqrt{2}$ ， $-3\sqrt{2}$ ， $-\sqrt{2}$ ， $\sqrt{4}$ ， $\sqrt{8}$ ，
 $\sqrt{6}$ ， $\sqrt{10}$ ， $\sqrt{18}$ ， $\sqrt{20}$ ， $\sqrt{32}$ ，
 $\sqrt{\frac{3}{2}}$ ， $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ， $\frac{3}{\sqrt{2}}$ ， $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ， $\sqrt{0.02}$ ，



例題 5 根式的加減運算



(1) $2\sqrt{5} + 7\sqrt{5}$

(2) $5\sqrt{11} - 3\sqrt{11}$

★筆記

(3) $5\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + 3\sqrt{2}$



牛刀小試 11

計算下列各式並化簡：

1. $2\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$

2. $3\sqrt{6} + 7\sqrt{6}$

3. $6\sqrt{3} - \sqrt{3}$

4. $8\sqrt{10} - 2\sqrt{10}$

5. $2\sqrt{2} + 4\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 6\sqrt{2}$

6. $3\sqrt{3} + 5\sqrt{6} - \sqrt{3} + 4\sqrt{6}$

7. $5\sqrt{7} - 4\sqrt{2} + 2\sqrt{7} + 7\sqrt{2}$

8. $3\sqrt{5} + 6\sqrt{3} - (2\sqrt{5} - 2\sqrt{3})$



例題 ⑥ 根式先化簡再加減



(1) $\sqrt{12} + 5\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{18} + \sqrt{8} - \sqrt{27} + \sqrt{75}$

★筆記

(3) $\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}}$



牛刀小試 12

計算下列各式並化簡：

1. $\sqrt{24} - \sqrt{6}$

5. $\sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{\frac{5}{3}}$

2. $\sqrt{2} + \sqrt{4} + \sqrt{8} + \sqrt{16}$

6. $\sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{\frac{2}{7}}$

3. $\sqrt{27} + \sqrt{81} - 5\sqrt{3} - \sqrt{9}$

7. $\sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{\frac{16}{3}}$

4. $\sqrt{75} - \sqrt{54} + \sqrt{96} - \sqrt{108}$

8. $\frac{40}{\sqrt{5}} - \frac{10}{\sqrt{2}} + \sqrt{20}$



例題 7 根式的四則運算



$$(1) \sqrt{3} \times (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$$

$$(2) \sqrt{\frac{11}{5}} \times \sqrt{\frac{6}{7}} \div \sqrt{\frac{22}{21}}$$

★筆記

$$(3) (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$



牛刀小試 13

計算下列各式並化簡：

$$1. \sqrt{3} \times (3\sqrt{3} + 4\sqrt{6})$$

$$2. \sqrt{2} \times (-2\sqrt{10} + \sqrt{18})$$

$$3. \sqrt{3} \times (\sqrt{12} - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{6})$$

$$4. \sqrt{5} \times (3\sqrt{10} - 2\sqrt{15})$$

$$5. \sqrt{1\frac{1}{4}} \div \sqrt{\frac{10}{3}} \times \sqrt{\frac{16}{21}}$$

$$6. \sqrt{\frac{18}{5}} \times \sqrt{\frac{7}{6}} \div \sqrt{\frac{14}{15}}$$

$$7. \sqrt{\frac{11}{3}} \times \sqrt{\frac{15}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{33}}$$

$$8. (\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$$

$$9. (\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})$$

$$10. (8 - \sqrt{10})(8 + \sqrt{10})$$



牛刀小試 1

- $\sqrt{5}$
- $8\sqrt{3}$
- $-2\sqrt{10}$
- $-5\sqrt{6}$
- $-\frac{2}{3}\sqrt{5}$
- $\frac{2}{5}\sqrt{15}$
- $\frac{1}{3}\sqrt{15}$
- $-\frac{1}{2}\sqrt{15}$
- $3\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$
- $3\sqrt{3} + 15$

牛刀小試 2

- $28\sqrt{3}$
- $-27\sqrt{5}$
- $5\sqrt{6}$
- $-9\sqrt{7}$
- $-\sqrt{10}$
- $\frac{1}{6}\sqrt{5}$
- $\frac{14}{15}\sqrt{6}$
- $\frac{6}{5}\sqrt{7}$

牛刀小試 3

- $5\sqrt{3}$
- $\sqrt{14}$
- $-\sqrt{10}$
- $15\sqrt{14}$
- $-6\sqrt{21}$
- $2\sqrt{30}$
- $-\frac{8}{5}\sqrt{6}$
- $-\frac{\sqrt{10}}{3}(-\frac{1}{3}\sqrt{10})$
- 56
- 60

牛刀小試 4

- $\sqrt{5}$
- $\sqrt{15}$
- $\sqrt{6}$
- 2
- 3
- $\sqrt{30}$
- 3
- $\sqrt{15}$
- $\frac{1}{3}$
- $\sqrt{6}$

牛刀小試 5

- (A)
- (A)
- (A)
- (B)
- (B)、(C)
- $2\sqrt{3}, \sqrt{6}, \sqrt{10}, \sqrt{21}, \frac{\sqrt{3}}{2}$

牛刀小試 6

- $2\sqrt{3}$
- $5\sqrt{3}$
- $5\sqrt{2}$
- $2\sqrt{15}$
- $6\sqrt{7}$
- $7\sqrt{3}$
- $5\sqrt{7}$
- $5\sqrt{6}$
- $6\sqrt{6}$
- $9\sqrt{21}$

牛刀小試 7

- $\frac{\sqrt{21}}{21}$
- $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$
- $\frac{5\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$
- $\sqrt{3}$
- $\sqrt{7}$
- $\sqrt{5}$
- $2\sqrt{5}$
- $\frac{\sqrt{6}}{3}$

牛刀小試 8

- $\frac{\sqrt{42}}{7}$
- $\frac{\sqrt{15}}{3}$
- $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- $\frac{\sqrt{10}}{5}$
- $\frac{\sqrt{7}}{7}$
- $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- $\sqrt{6}$
- $\sqrt{5}$
- $\sqrt{10}$
- $\sqrt{6}$

牛刀小試 9

- $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- $\frac{3\sqrt{7}}{7}$
- $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{5\sqrt{7}}{7}$
- $\frac{\sqrt{30}}{10}$
- $\frac{\sqrt{30}}{5}$
- $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- $\frac{4\sqrt{5}}{5}$
- $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

牛刀小試 10

- $\sqrt{24}$
- $\sqrt{12}$
- $3\sqrt{3}$
- $\sqrt{15}$
- $5\sqrt{6}$
- $2\sqrt{2}, -3\sqrt{2}, -\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32}, \frac{3}{\sqrt{2}}, \sqrt{0.02}$

牛刀小試 11

1. $6\sqrt{5}$
2. $10\sqrt{6}$
3. $5\sqrt{3}$
4. $6\sqrt{10}$
5. $8\sqrt{2} + 7\sqrt{5}$
6. $2\sqrt{3} + 9\sqrt{6}$
7. $3\sqrt{2} + 7\sqrt{7}$
8. $8\sqrt{3} + \sqrt{5}$

牛刀小試 12

1. $\sqrt{6}$
2. $6 + 3\sqrt{2}$
3. $6 - 2\sqrt{3}$
4. $-\sqrt{3} - \sqrt{6}$
5. $\frac{8\sqrt{15}}{15}$
6. $\frac{5\sqrt{14}}{14}$
7. $2\sqrt{3}$
8. $-5\sqrt{2} + 10\sqrt{5}$

牛刀小試 13

1. $9 + 12\sqrt{2}$
2. $6 - 4\sqrt{5}$
3. $12\sqrt{2}$
4. $15\sqrt{2} - 10\sqrt{3}$
5. $\frac{\sqrt{14}}{7}$
6. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
7. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$
9. 3
10. 4
11. 54



B3 2-3 畢氏定理



概念 ① 畢氏定理



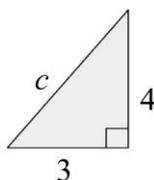
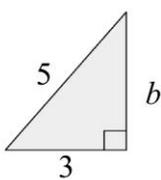
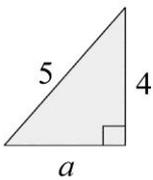
畢氏定理

假設直角三角形斜邊長是 c ，兩股長分別是 a 和 b ，則_____。

※畢氏定理又稱為_____

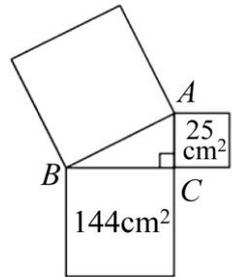
〈例〉

求下列 a 、 b 、 c 的值。



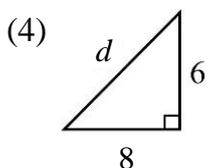
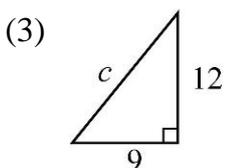
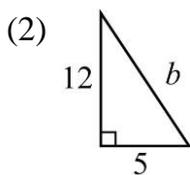
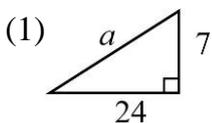
斜邊怎麼找？答：_____。

☆筆記

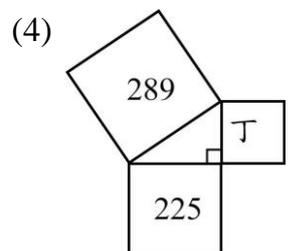
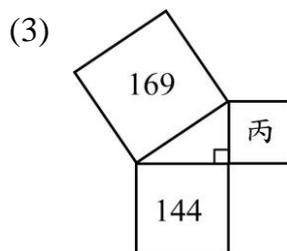
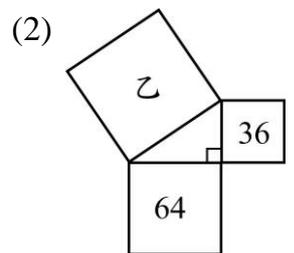
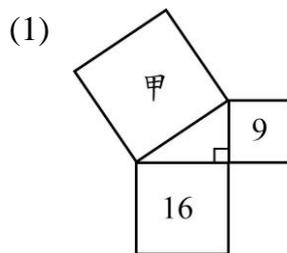


牛刀小試 ①

1. 求下列直角三角形的斜邊長：



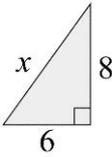
2. 下列各題是以直角三角形三邊長為邊的正方形，求正方形的面積：



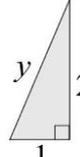


例題 1 利用畢氏定理求直角三角形邊長

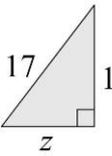


1 

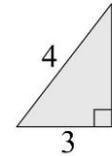
$x = \underline{\hspace{2cm}}$ °

2 

$y = \underline{\hspace{2cm}}$ °

3 

$z = \underline{\hspace{2cm}}$ °

4 

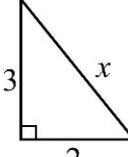
$w = \underline{\hspace{2cm}}$ °

☆筆記

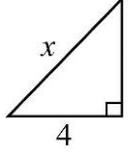


牛刀小試 2

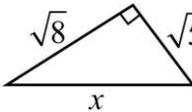
1. 求下列直角三角形的斜邊長：

(1) 

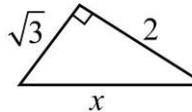
$x = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) 

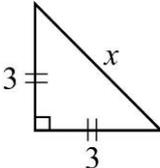
$x = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) 

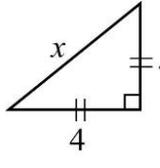
$x = \underline{\hspace{2cm}}$

(4) 

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

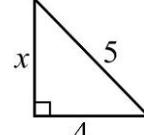
(5) 

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

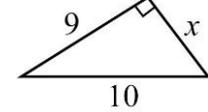
(6) 

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

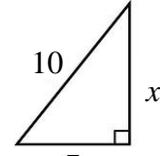
2. 求下列直角三角形的斜邊長：

(1) 

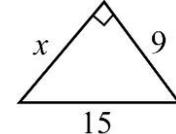
$x = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) 

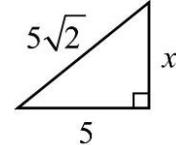
$x = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) 

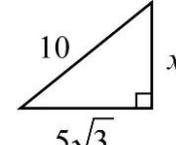
$x = \underline{\hspace{2cm}}$

(4) 

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

(5) 

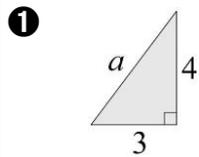
$x = \underline{\hspace{2cm}}$

(6) 

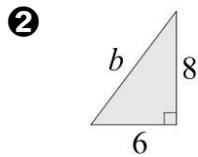
$x = \underline{\hspace{2cm}}$



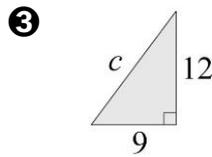
概念 ② 常見的直角三角形三邊長



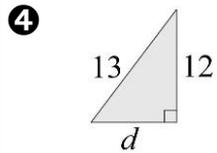
$$a = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$$



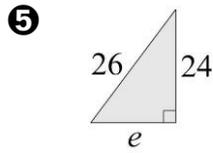
$$b = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$$



$$c = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$$



$$d = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$$



$$e = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$$



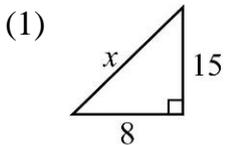
從上面例子，你發現了什麼？

☆筆記

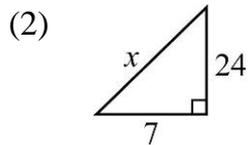


牛刀小試 3

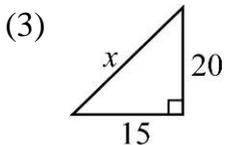
1. 求下列直角三角形的斜邊長：



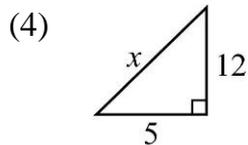
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$



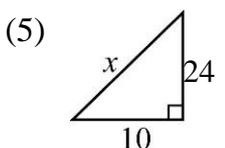
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$



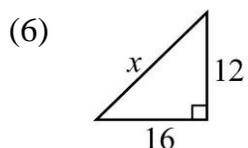
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

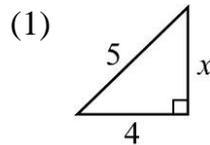


$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

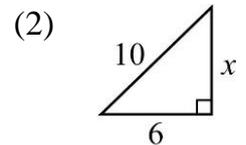


$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

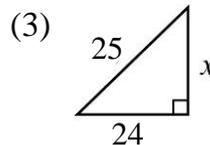
2. 求下列直角三角形的斜邊長：



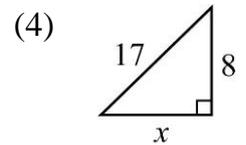
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$



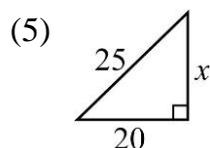
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$



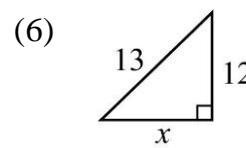
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

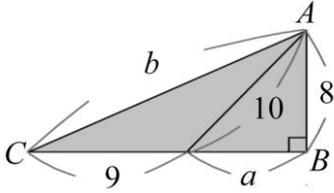


例題 ② 利用畢氏定理求複合圖形的邊長

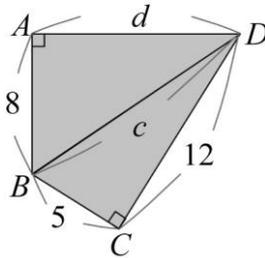


〈例〉 求出下列各圖中邊長 a 、 b 、 c 、 d 的值。

①



②



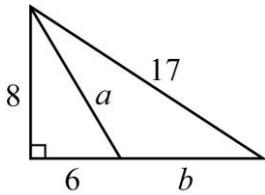
☆筆記



牛刀小試 4

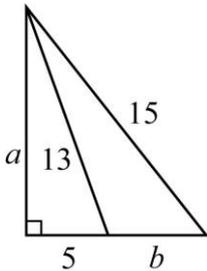
1. 求出下列各題的邊長：

(1)



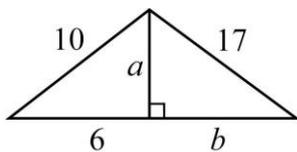
$a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$

(2)



$a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$

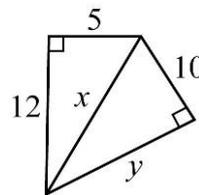
(3)



$a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$

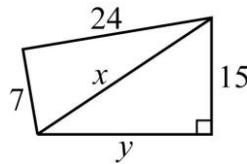
2. 求出下列各題的邊長：

(1)



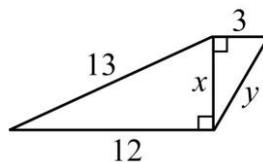
$x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$

(2)



$x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$

(3)



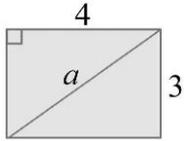
$x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$



利用畢氏定理，求出下列長方形的對角線長。

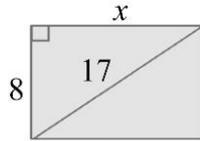
☆筆記

①



$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

②

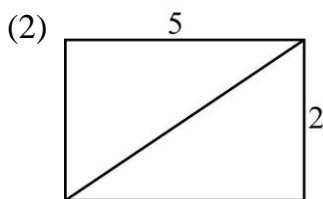
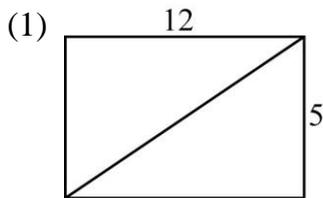


$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

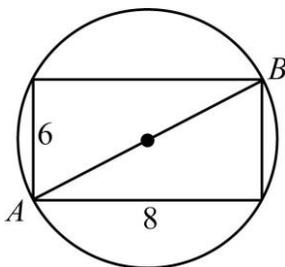


牛刀小試 5

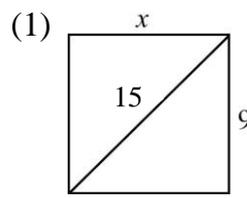
1. 利用畢氏定理，求長方形的對角線長：



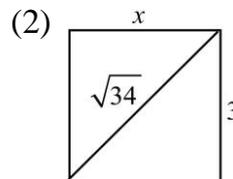
2. 有一長方形四個頂點都在圓周上，請問此圓直徑？



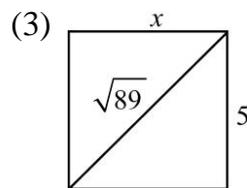
3. 利用畢氏定理，求長方形的邊長及面積：



$$x = \underline{\hspace{2cm}}, \text{ 面積} = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$x = \underline{\hspace{2cm}}, \text{ 面積} = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$x = \underline{\hspace{2cm}}, \text{ 面積} = \underline{\hspace{2cm}}$$

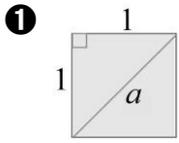


例題 ③ 正方形的對角線長

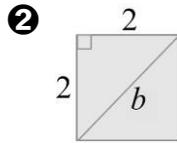


利用畢氏定理，求出下列各正方形的對角線長。

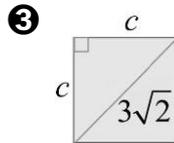
☆筆記



$a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



$b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

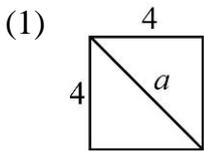


$c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

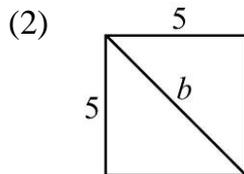


牛刀小試 6

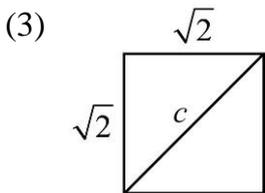
1. 利用畢氏定理，求下列正方形的對角線長：



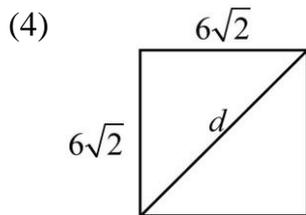
$a = \underline{\hspace{2cm}}$



$b = \underline{\hspace{2cm}}$

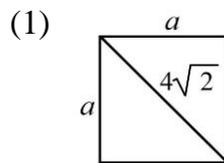


$c = \underline{\hspace{2cm}}$

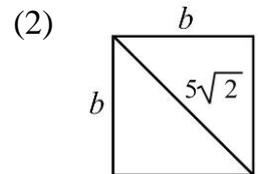


$d = \underline{\hspace{2cm}}$

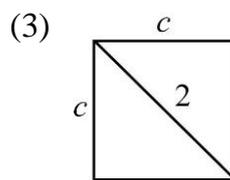
2. 利用畢氏定理，求下列正方形的對角線長：



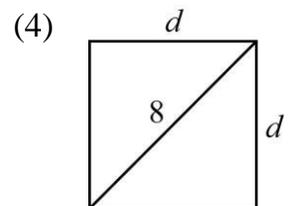
$a = \underline{\hspace{2cm}}$



$b = \underline{\hspace{2cm}}$



$c = \underline{\hspace{2cm}}$



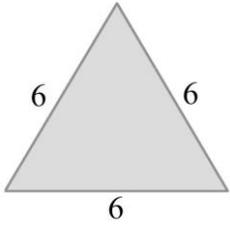
$d = \underline{\hspace{2cm}}$



例題 4 正三角形的高和面積



已知：正三角形邊長為 6，求這個正三角形的高與面積。

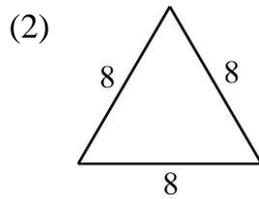
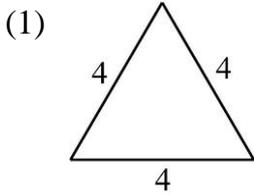


☆筆記

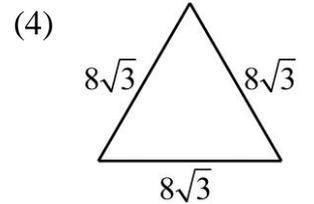
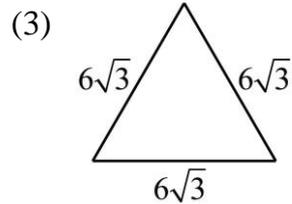
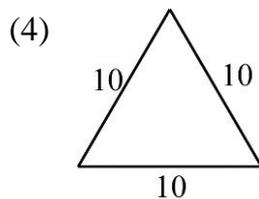
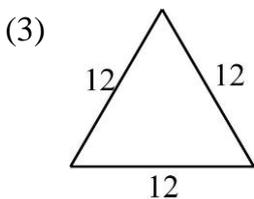
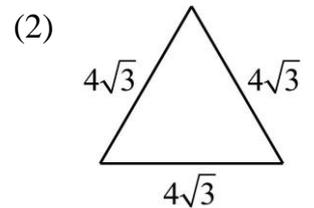
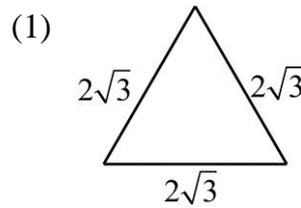


牛刀小試 7

1. 求出下列正三角形的高與面積：

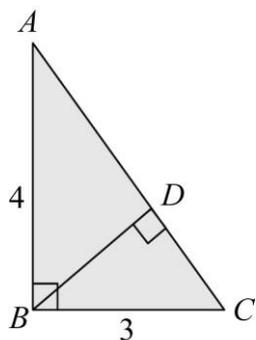


2. 求出下列正三角形的高與面積：





求直角 $\triangle ABC$ 斜邊上的高 \overline{BD} 為多少？

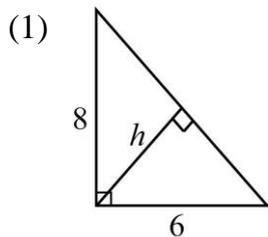


☆筆記

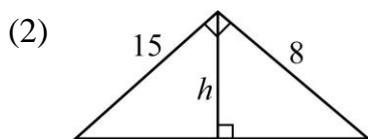


牛刀小試 8

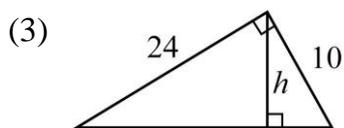
1. 求下列直角三角形斜邊上的高：



$$h = \underline{\hspace{2cm}}$$

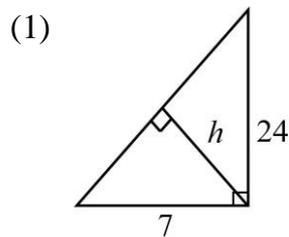


$$h = \underline{\hspace{2cm}}$$

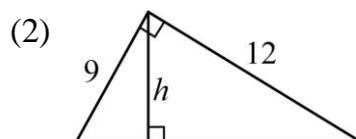


$$h = \underline{\hspace{2cm}}$$

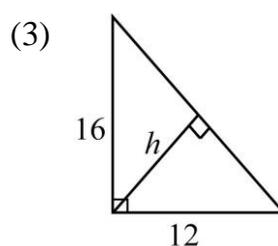
2. 求下列直角三角形斜邊上的高：



$$h = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$h = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$h = \underline{\hspace{2cm}}$$



已知數線上有兩點 $A(a)$ 、 $B(b)$ ，

則 A 、 B 兩點距離 $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

〈例〉數線上的兩點距離

① $A(3)$ 、 $B(5)$ ， $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

② $C(3)$ 、 $D(-2)$ ， $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

〈例〉坐標平面上兩點的距離。

① $A(3, 2)$ 、 $B(5, 2)$ ， $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

② $C(1, 3)$ 、 $D(1, -2)$ ， $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

☆筆記



牛刀小試 9

1. 求出下列數線上兩點的距離：

(1) $A(3)$ 、 $B(-1)$ ， $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $C(2)$ 、 $D(7)$ ， $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $E(-3)$ 、 $F(-9)$ ， $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $G(-4)$ 、 $H(9)$ ， $\overline{GH} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 求出下列數線上兩點的距離：

(1) $A(4, 5)$ 、 $B(4, 7)$ ， $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $C(0, -1)$ 、 $D(0, 4)$ ， $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $E(-3, -5)$ 、 $F(-8, -5)$ ，
 $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

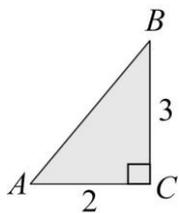
(4) $G(2, 3)$ 、 $H(-4, 3)$ ， $\overline{GH} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



概念 ⑥ 坐標平面上兩點的距離



1. 複習畢氏定理：已知： $\overline{AC} = 2$ ， $\overline{BC} = 3$ ，求 $\overline{AB} = ?$



2. 在坐標平面上， $A(1, 2)$ 、 $B(3, 5)$ ，求 $\overline{AB} = ?$

坐標平面上兩點距離公式

☆筆記



牛刀小試 10

1. 求出數線上兩點的距離

(1) $A(0, -3)$ 、 $B(4, 0)$ ，
 $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $C(5, 0)$ 、 $D(0, -12)$ ，
 $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $E(9, 3)$ 、 $F(3, 11)$ ，
 $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $G(4, -1)$ 、 $H(-2, 7)$ ，
 $\overline{GH} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 求出數線上兩點的距離

(1) $A(7, 3)$ 、 $B(-2, 9)$ ，
 $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $C(-5, -7)$ 、 $D(5, 3)$ ，
 $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $E(5, 1)$ 、 $F(1, -3)$ ，
 $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $G(-3, -5)$ 、 $H(-2, 4)$ ，
 $\overline{GH} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



牛刀小試 1

1.
 - (1) $a=25$
 - (2) $b=13$
 - (3) $c=15$
 - (4) $d=10$
2.
 - (1) 甲=25
 - (2) 乙=100
 - (3) 丙=25
 - (4) 丁=64

牛刀小試 2

1.
 - (1) $\sqrt{13}$
 - (2) $\sqrt{41}$
 - (3) $\sqrt{13}$
 - (4) $\sqrt{7}$
 - (5) $3\sqrt{2}$
 - (6) $4\sqrt{2}$
2.
 - (1) 3
 - (2) $\sqrt{19}$
 - (3) $\sqrt{51}$
 - (4) 12
 - (5) 5
 - (6) 5

牛刀小試 3

1.
 - (1) 17
 - (2) 25
 - (3) 7
 - (4) 13
 - (5) 26
 - (6) 20
2.
 - (1) 3
 - (2) 8
 - (3) 7
 - (4) 15
 - (5) 15
 - (6) 5

牛刀小試 4

1.
 - (1) $10 \cdot 9$
 - (2) $12 \cdot 4$
 - (3) $8 \cdot 15$
2.
 - (1) $13 \cdot \sqrt{69}$
 - (2) $25 \cdot 20$
 - (3) $5 \cdot \sqrt{34}$

牛刀小試 5

1.
 - (1) 13
 - (2) $\sqrt{29}$
2. 10
3.
 - (1) $12 \cdot 108$
 - (2) $5 \cdot 15$
 - (3) $8 \cdot 40$

牛刀小試 6

1.
 - (1) $4\sqrt{2}$
 - (2) $5\sqrt{2}$
 - (3) 2
 - (4) 12
2.
 - (1) 4
 - (2) 5
 - (3) $\sqrt{2}$
 - (4) $4\sqrt{2}$

牛刀小試 7

1.
 - (1) $2\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3}$
 - (2) $4\sqrt{3} \cdot 16\sqrt{3}$
 - (3) $6\sqrt{3} \cdot 36\sqrt{3}$
 - (4) $5\sqrt{3} \cdot 25\sqrt{3}$
2.
 - (1) $3 \cdot 3\sqrt{3}$
 - (2) $6 \cdot 12\sqrt{3}$
 - (3) $9 \cdot 27\sqrt{3}$
 - (4) $12 \cdot 48\sqrt{3}$

牛刀小試 8

1.
 - (1) $\frac{24}{5}$
 - (2) $\frac{120}{17}$
 - (3) $\frac{120}{13}$
2.
 - (1) $\frac{168}{25}$
 - (2) $\frac{36}{5}$
 - (3) $\frac{48}{5}$

牛刀小試 9

1.
 - (1) 4
 - (2) 5
 - (3) 6
 - (4) 13
2.
 - (1) 2
 - (2) 5
 - (3) 5
 - (4) 6

牛刀小試 10

1.
 - (1) 5
 - (2) 13
 - (3) 10
 - (4) 10
2.
 - (1) $\sqrt{117}$
 - (2) $10\sqrt{2}$
 - (3) $4\sqrt{2}$
 - (4) $\sqrt{82}$



概念 ① 用除法判別因式和倍式



一、因數與倍數

(1) 2 是不是 16 的因數？

(2) 5 是不是 16 的因數？

二、因式和倍式

(1) $(x+1)$ 是不是 (x^2+3x+2) 的因式？

(2) $(x+4)$ 是不是 (x^2+3x+2) 的因式？

☆筆記



如果正整數 A 、 B 、 C 都不是 0



如果多項式 A 、 B 、 C 都不是 0



牛刀小試 ①

1. (1) 15 是不是 24 的因數？

(2) 20 是不是 5 的倍數？

(3) 32 是不是 6 的倍數？

2. (1) 12 是不是 12 的因數？

(2) 12 是不是 12 的倍數？

(3) 1 是不是 13 的因數？

3. (1) $(x+2)$ 是不是 (x^2+6x+8) 的因式嗎？

(2) $(x-3)$ 是不是 (x^2+6x+9) 的因式嗎？

4. (1) $(x^2+3x-10)$ 是不是 $(x+5)$ 的倍式嗎？

(2) $(x^2+2x-24)$ 是不是 $(x-6)$ 的倍式嗎？



概念 ② 因式與倍式的意義



(1) $6 \div 2$

(2) $(x^2 + 3x + 2) \div (x + 1)$

☆筆記

$$x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$$

請圈出 $(x^2 + 3x + 2)$ 的因式

$$(x + 1)、(x + 2)、(x^2 + 3x + 2)$$

$$1、(x + 1)(x + 2)、3$$

$6 = 2 \times 3$ 我們說

① 2 和 3 是 6 的_____

② 6 是 2 和 3 的_____

若多項式 $A、B、C$ 都不為 0

$$A = B \times C$$

\Rightarrow ① B 和 C 是 A 的_____

② A 是 B 和 C 的_____



牛刀小試 ②

1. 已知 $(x^2 + 3x + 2) = (x + 2)(x + 1)$ ，則

$(x + 2)$ 是 $(x^2 + 3x + 2)$ 的_____式，

$(x^2 + 3x + 2)$ 是 $(x + 1)$ 的_____式。

2. 已知 $(x^2 + 4x + 3) = (x + 1)(x + 3)$ ，則

$(x + 1)$ 是 $(x^2 + 4x + 3)$ 的_____式，

$(x^2 + 4x + 3)$ 是 $(x + 3)$ 的_____式。

3. 已知 $(x^2 + 6x + 8) = (x + 4)(x + 2)$ ，則

$(x^2 + 6x + 8)$ 是 $(x + 2)$ 的_____式，

$(x + 4)$ 是 $(x^2 + 6x + 8)$ 的_____式。

4. 已知 $(x^2 + 10x + 25) = (x + 5)(x + 5)$ ，則

$(x + 5)$ 是 $(x^2 + 10x + 25)$ 的_____式，

$(x^2 + 10x + 25)$ 是 $(x + 5)$ 的_____式。

5. 已知 $x^2 - 9x + 8 = (x - 1)(x - 8)$ ，則
請圈出 $x^2 - 9x + 8$ 的因式：

$$(x + 1)、(x - 1)、(x + 8)、(x - 8)、$$

$$(x^2 - 9x + 8)、1、8、(x - 1)(x - 8)$$

6. 已知 $2x^2 + 3x - 5 = (x - 1)(2x + 5)$ ，
請圈出 $2x^2 + 3x - 5$ 的因式：

$$(x - 1)、(2x + 5)、(x - 1)(2x + 5)、$$

$$(2x^2 + 3x - 5)、1、x、5、x^2、$$



概念 ③ 因式分解的意義



① $2 \times 3 = 6$

② $(x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2$

☆筆記

請將 $(x^2 - 5x + 6)$ 因式分解

$$\begin{array}{r} x-3 \\ x-2 \overline{) x^2 - 5x + 6} \\ \underline{x^2 - 5x + 6} \\ 0 \end{array}$$

$6 = 2 \times 3$

⇒

$x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$

⇒



☆ 將一個 x 的二次式寫成兩個 x 的一次式乘積，我們稱這樣的過程為這個二次式的_____。



牛刀小試 ③

1. 若 $(x+2)$ 是 $(x^2 - 7x - 18)$ 的因式，請因式分解 $x^2 - 7x - 18$ 。

3. 若 $(x-2)$ 是 $(x^2 + 6x - 16)$ 的因式，請因式分解 $x^2 + 6x - 16$ 。

2. 若 $(x+6)$ 是 $(x^2 + 13x + 42)$ 的因式，請因式分解 $x^2 + 13x + 42$ 。

4. 若 $(x+3)$ 是 $(x^2 - 4x - 21)$ 的因式，請因式分解 $x^2 - 4x - 21$ 。



例題 ① 因式分解的意義



若 $6x^2+x-5$ 可以被因式分解為 $(2x-3)(ax+b)$ ，則 a 和 b 的值是多少？

☆筆記



牛刀小試 4

1. 若 $12x^2+5x-2$ 可以被分解為 $(3x+2)(ax+b)$ ，則 a 和 b 值各為多少？

2. 若 $30x^2-x-1$ 可以被分解為 $(5x-1)(ax+b)$ ，則 a 和 b 的值各為多少？

3. 若 $2x^2-x-6$ 可以被分解為 $(2x+a)(bx-2)$ ，則 a 和 b 的值各為多少？

4. 若 $3x^2+16x+5$ 可以被分解為 $(x+a)(bx+1)$ ，則 a 和 b 的值各為多少？

5. 若 $4x^2+10x+6$ 可以被分解為 $(2x+a)(bx+3)$ ，則 a 和 b 的值各為多少？



◎像 $A \times B$ 和 $A \times C$ 這樣子的多項式，
我們說 A 是他們的_____。

〈例〉

① 6 和 10

② $2x$ 和 x^2

③ $3(x+1)$ 和 $(x+1)^2$

☆筆記

①公因數是否只有一個？

②公因式是否只有一個？



牛刀小試 5

1. 下列各多項式中，哪些是 $2x^2$ 和 $6x$ 的公因式？_____。

(A) 2

(B) x

(C) $2x$

(D) $2x^2$

2. 下列各多項式中，哪些是 $3x^2$ 和 $9x$ 的公因式？_____。

(A) 1

(B) 3

(C) x

(D) $3x$

(E) $3x^2$

3. 下列各多項式中，何者是 $(2x-1)(x+4)$ 和 $(2x-1)(x+5)$ 的公因式？

_____。

(A) $x+4$

(B) $x+5$

(C) $2x-1$

(D) $2x+1$

4. 下列各多項式中，何者是 $(2x+1)^2$ 和 $(2x+1)(x+5)$ 的公因式？

_____。

(A) $2x$

(B) $2x+1$

(C) $(2x+1)^2$

(D) $(2x+1)(x+5)$

5. 下列各多項式中，哪些是 $(3x+1)^2$ 和 $(3x+1)(x+7)$ 的公因式？

_____。

(A) x

(B) $3x+1$

(C) $x+7$

(D) $(3x+1)(x+7)$



概念 ⑤ 利用提出公因式做因式分解



◎原理

$$A \times (B + C) =$$

$$\Rightarrow A \times B + A \times C =$$

〈例〉

① $ax + bx$

② $x^2 - 2x$

③ $3a^2 + 6a$

☆筆記



牛刀小試 6

1. 利用提出公因式做因式分解：

(1) $ax - bx$

(2) $x^2 + x$

(3) $7x^2 + 8x$

(4) $9x^2 - 4x$

(5) $8x^2 - x$

2. 利用提出公因式做因式分解：

(1) $2ax + 4bx$

(2) $3x^2 - 15x$

(3) $7x^2 + 14x$

(4) $5x^2 - 10x$

(5) $4x - 8x^2$



例題 ② 提出公因式練習 1



(1) $x(3x-2)-x(x+1)$

(2) $a(1-2a)+a(3a+5)$

☆筆記



牛刀小試 7

1. 因式分解下列各式：

(1) $x^2+x(x+1)$

(2) $3x^2+x(x-1)$

(3) $4x^2+x(2x+3)$

(4) $x(x+1)+x(2x-3)$

(5) $x(4x-3)+x(x-5)$

2. 因式分解下列各式：

(1) $x^2-x(2x-1)$

(2) $4x^2-x(x+1)$

(3) $3x^2-x(2x-5)$

(4) $x(2x+5)-x(3-3x)$

(5) $x(3x-4)-x(2x+5)$



例題 ③ 提出公因式練習 2



(1) $(x-2)(x+3) + (x+2)(x-2)$ (2) $(2x-5)^2 - (2x-5)(3x-1)$

☆筆記



牛刀小試 8

1. 因式分解下列各式：

(1) $x(x-1) + 2(x-1)$

(2) $x(3x+2) - 5(3x+2)$

(3) $4x(x+5) - (x+5)(3x+2)$

(4) $(7x+3)(4x+5) + (2x-5)(4x+5)$

(5) $(4x-3)(2x-3) - (x-2)(2x-3)$

2. 因式分解下列各式：

(1) $(3x-4)^2 - (3x-4)$

(2) $(2x-5)^2 - 2(2x-5)$

(3) $2(x-3)^2 - (x-3)$

(4) $(2x-3)^2 + (2x-3)(x+1)$

(5) $(3x-2)^2 - (2x-3)(3x-2)$

問題： $(a-b)$ 和 $(b-a)$ 一樣嗎？

① $3-2=$

$2-3=$

☆ $(3-2)=$

② $(a-b)$ 和 $(b-a)$ 一樣嗎？為什麼？☆ $(a-b)$ 和 $(b-a)$ 差多少？

整理：

$(a-b)=$ _____

$(a-b)^{\text{奇}}=$ _____

$(a-b)^2=$ _____

$(a-b)^{\text{偶}}=$ _____

☆筆記



牛刀小試 9

1. 請在空格中填入適當的性質符號：

(1) $+(2-x)=\square(x-2)$

(2) $-(3-4x)=\square(4x-3)$

(3) $+5(2-3x)=\square 5(3x-2)$

(4) $-x(5-3x)=\square x(3x-5)$

(5) $+(x-2)(4-5x)=\square(x-2)(5x-4)$

2. 請在空格中填入適當的性質符號：

(1) $+(2-x)^2=\square(x-2)^2$

(2) $+(2-x)^3=\square(x-2)^3$

(3) $+5(2-3x)^2=\square 5(3x-2)^2$

(4) $-x(2-5x)^2=\square x(5x-2)^2$

(5) $+(x-2)(2-5x)^2=\square(x-2)(5x-2)^2$



例題 4 先變號再提出公因式



(1) $(3x-4)(2x+1)+(4-3x)(x-5)$ (2) $(2-3x)^2+(6x-4)$

☆筆記



牛刀小試 10

1. 因式分解下列各式：

(1) $x(x-1)-(1-x)$

(2) $2x(x-2)+(2-x)$

(3) $3x(2x-1)+(1-2x)(x-3)$

(4) $(3x-2)(x-7)+(2x-1)(7-x)$

(5) $(4x-1)(5x-2)+(3x+2)(2-5x)$

2. 因式分解下列各式：

(1) $(3-4x)^2+(8x-6)$

(2) $(1-2x)^2+(8x-4)$

(3) $(7x-3)^2+5x(3-7x)$

(4) $(2x-5)^2-(x-6)(5-2x)$

(5) $(3x-2)^2+(2-3x)(x+5)$



◎原理 平方差公式

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

$$a^2-b^2= \underline{\hspace{2cm}} \text{ 稱為 } \underline{\hspace{2cm}}$$

〈例〉因式分解

① x^2-4

② $9x^2-16$

☆筆記

(1) ① $9= \underline{\hspace{2cm}}$

② $16= \underline{\hspace{2cm}}$

③ $25= \underline{\hspace{2cm}}$

(2) ① $9x^2= \underline{\hspace{2cm}}$

② $16x^2= \underline{\hspace{2cm}}$

③ $25x^2= \underline{\hspace{2cm}}$



牛刀小試 11

1. 因式分解下列各式：

(1) x^2-9

(6) $36x^2-49$

(2) x^2-16

(7) $64x^2-9$

(3) x^2-25

(8) $81x^2-25$

(4) x^2-100

(9) $9x^2-1$

(5) x^2-49

(10) $25x^2-49$



例題 5 先提公因式再利用平方差公式



因式分解下列各式：

(1) $2a^2 - 8$

(2) $-18x^2 + 50$

(3) $(x+1)^2 - 9$

☆筆記



牛刀小試 12

1. 因式分解下列各式：

(1) $5x^2 - 20$

(2) $36x^2 - 100$

(3) $28x^2 - 63$

(4) $-12x^2 + 27$

(5) $-24x^2 + 6$

(6) $(x+1)^2 - 4$

(7) $(2x+3)^2 - 64$

(8) $16 - (x+2)^2$

(9) $36 - (2x-3)^2$

(10) $(5x-3)^2 - (x-2)^2$



◎原理

和的平方公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 差的平方公式 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$$\textcircled{1} a^2+2ab+b^2=$$

$$\textcircled{2} a^2-2ab+b^2=$$

☆筆記

〈例〉因式分解下列各式：

1. $\textcircled{1} x^2+2 \cdot x \cdot 3+3^2=($)²

2. $\textcircled{1} x^2+6x+9=$

$\textcircled{2} x^2-2 \cdot x \cdot 5+5^2=($)²

$\textcircled{2} x^2-10x+25=$



牛刀小試 13

1. 因式分解下列各式：

(1) $x^2+2 \cdot x \cdot 4+4^2=($)²

(2) $x^2+2 \cdot x \cdot 6+6^2=($)²

(3) $x^2-2 \cdot x \cdot 7+7^2=($)²

(4) $x^2-2 \cdot x \cdot 8+8^2=($)²

(5) $x^2-2 \cdot x \cdot 9+81=($)²

2. 因式分解下列各式：

(1) $x^2+10x+25$

(2) $x^2+16x+64$

(3) $x^2+20x+100$

(4) $x^2-24x+144$

(5) $x^2-12x+36$



例題 6 利用和或差的平方公式做因式分解



因式分解下列各式：

(1) $9x^2 + 12x + 4$

(2) $16x^2 - 8x + 1$

(3) $2x^2 + 12x + 18$

☆筆記



牛刀小試 14

1. 因式分解下列各式：

(1) $4x^2 + 4x + 1$

(2) $9x^2 + 12x + 4$

(3) $4x^2 - 20x + 25$

(4) $25x^2 - 30x + 9$

(5) $16x^2 - 24x + 9$

2. 因式分解下列各式：

(1) $3x^2 + 12x + 12$

(2) $2x^2 + 24x + 72$

(3) $3x^2 - 30x + 75$

(4) $5x^2 - 20x + 20$

(5) $4x^2 - 8x + 4$



牛刀小試 1

- (1)不是；(2)是；(3)不是
- (1)是；(2)是；(3)是
- (1)是；(2)不是
- (1)是；(2)不是

牛刀小試 2

- 因；倍
- 因；倍
- 倍；因
- 因；倍
- $(x-1)$ 、 $(x-8)$ 、 (x^2-9x+8) 、 1 、 8 、 $(x-1)(x-8)$
- $(x-1)$ 、 $(2x+5)$ 、 $(x-1)(2x+5)$ 、 $(2x^2+3x-5)$ 、 1 、 5

牛刀小試 3

- $(x+2)(x-9)$
- $(x+6)(x+7)$
- $(x-2)(x+8)$
- $(x+3)(x-7)$

牛刀小試 4

- $a=4$ 、 $b=-1$
- $a=6$ 、 $b=1$
- $a=3$ 、 $b=1$
- $a=5$ 、 $b=3$
- $a=2$ 、 $b=2$

牛刀小試 5

- (A)(B)(C)
- (A)(B)(C)(D)
- (C)
- (B)
- (B)

牛刀小試 6

- $x(a-b)$
 - $x(x+1)$
 - $x(7x+8)$
 - $x(9x-4)$
 - $x(8x-1)$
- $2x(a+2b)$
 - $3x(x-5)$
 - $7x(x+2)$
 - $5x(x-2)$
 - $4x(1-2x)$

牛刀小試 7

- $x(2x+1)$
 - $x(4x-1)$
 - $x(6x+3)$ 或 $3x(2x+1)$
 - $x(3x-2)$
 - $x(5x-8)$
- $x(-x+1)$ 或 $-x(x-1)$
 - $x(3x-1)$
 - $x(x+5)$
 - $x(5x+2)$
 - $x(x-9)$

牛刀小試 8

- $(x-1)(x+2)$
 - $(3x+2)(x-5)$
 - $(x+5)(x-2)$
 - $(4x+5)(9x-2)$
 - $(2x-3)(3x-1)$
- $(3x-4)(3x-5)$
 - $(2x-5)(2x-7)$
 - $(x-3)(2x-7)$
 - $(2x-3)(3x-2)$
 - $(3x-2)(x+1)$

牛刀小試 9

- - +
 -
 - +
 -
- +
 -
 - +
 -
 - +

牛刀小試 10

- $(x-1)(x+1)$
 - $(x-2)(2x-1)$
 - $(2x-1)(2x+3)$
 - $(x-7)(x-1)$
 - $(5x-2)(x-3)$
- $(4x-3)(4x-1)$
 - $(2x-1)(2x+3)$
 - $(7x-3)(2x-3)$
 - $(2x-5)(3x-11)$
 - $(3x-2)(2x-7)$

牛刀小試 11

- $(x+3)(x-3)$
- $(x+4)(x-4)$
- $(x+5)(x-5)$
- $(x+10)(x-10)$
- $(x+7)(x-7)$
- $(6x+7)(6x-7)$
- $(8x+3)(8x-3)$
- $(9x+5)(9x-5)$
- $(3x+1)(3x-1)$
- $(5x+7)(5x-7)$

牛刀小試 12

- $5(x+2)(x-2)$
- $4(3x+5)(3x-5)$
- $7(2x+3)(2x-3)$
- $-3(2x+3)(2x-3)$
- $-6(2x+1)(2x-1)$
- $(x+3)(x-1)$
- $(2x-5)(2x+11)$
- $(x+6)(2-x)$ 或 $(x+6)(-x+2)$
- $-(2x+3)(2x-9)$ 或 $(2x+3)(-2x+9)$
- $(6x-5)(4x-1)$

牛刀小試 13

- $x+4$
 - $x+6$
 - $x-7$
 - $x-8$
 - $x-9$
- $(x+5)^2$
 - $(x+8)^2$
 - $(x+10)^2$
 - $(x-12)^2$
 - $(x-6)^2$

牛刀小試 14

- $(2x+1)^2$
 - $(3x+2)^2$
 - $(2x-5)^2$
 - $(5x-3)^2$
 - $(4x-3)^2$
- $3(x+2)^2$
 - $2(x+6)^2$
 - $3(x-5)^2$
 - $5(x-2)^2$
 - $4(x-1)^2$



B3 3-2 利用十字交乘法因式分解



概念 ① 乘積展開與因式分解

乘積展開

$$\begin{array}{r} x + 2 \\ \times) x + 3 \\ \hline x^2 \quad \square x \\ \quad \square x \quad \square \\ \hline x^2 + \square x + \square \end{array}$$

$(x+2)(x+3) = \underline{\hspace{2cm}}$

因式分解

$$\begin{array}{r} x + \square \\ \times) x + \square \\ \hline x^2 \quad \square x \\ \quad \square x \quad \square \\ \hline x^2 + 5x + 6 \end{array}$$

$x^2 + 5x + 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

☆筆記

$x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$

如何從 $x^2 + 5x + 6$ 找到 2 和 3 這兩個數字呢？



發現：



牛刀小試 ①

1. 請寫出符合題意的二數：

$$(1) \begin{cases} \text{相乘} = 6 & \square \times \triangle = 6 \\ \text{相加} = 7 & \square + \triangle = 7 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \text{相乘} = 8 & \square \times \triangle = 8 \\ \text{相加} = 9 & \square + \triangle = 9 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} \text{相乘} = 8 & \square \times \triangle = 8 \\ \text{相加} = 6 & \square + \triangle = 6 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} \text{相乘} = 10 & \square \times \triangle = 10 \\ \text{相加} = 7 & \square + \triangle = 7 \end{cases}$$

註：負 \times 負 = 正如： $(-2) \times (-3) = 6$

$$(5) \begin{cases} \text{相乘} = 4 & \square \times \triangle = 4 \\ \text{相加} = -5 & \square + \triangle = -5 \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} \text{相乘} = 12 & \square \times \triangle = 12 \\ \text{相加} = -7 & \square + \triangle = -7 \end{cases}$$

$$(7) \begin{cases} \text{相乘} = 12 & \square \times \triangle = 12 \\ \text{相加} = -13 & \square + \triangle = -13 \end{cases}$$

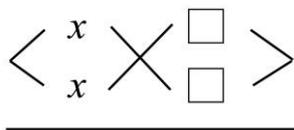
$$(8) \begin{cases} \text{相乘} = 15 & \square \times \triangle = 15 \\ \text{相加} = -8 & \square + \triangle = -8 \end{cases}$$



概念 ② 十字交乘法



因式分解 $x^2 + 5x + 6 =$ _____



☆筆記

十字交乘法的步驟

$$x^2 + 5x + 6$$



☆利用上面的方法把 $x^2 + 5x + 6$ 因式分解為 $(x+2)(x+3)$ 的作法稱為_____。

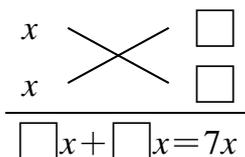
〈練習〉因式分解 $x^2 + 7x + 12$



牛刀小試 2

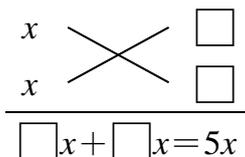
1. 因式分解下列各式：

(1) $x^2 + 7x + 10$



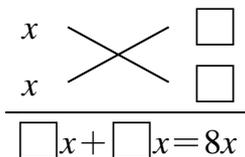
$$x^2 + 7x + 10 = (\quad)(\quad)$$

(2) $x^2 + 5x + 4$



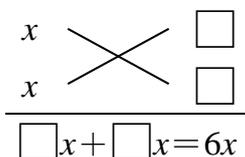
$$x^2 + 5x + 4 = (\quad)(\quad)$$

(3) $x^2 + 8x + 15$



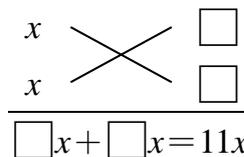
$$x^2 + 8x + 15 = (\quad)(\quad)$$

(4) $x^2 + 6x + 8$



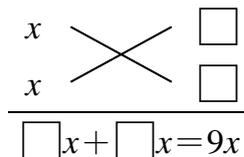
$$x^2 + 6x + 8 = (\quad)(\quad)$$

(5) $x^2 + 11x + 18$



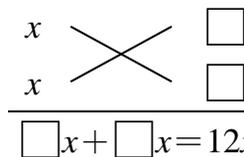
$$x^2 + 11x + 18 = (\quad)(\quad)$$

(6) $x^2 + 9x + 20$



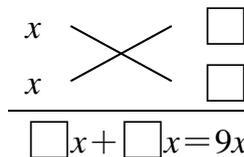
$$x^2 + 9x + 20 = (\quad)(\quad)$$

(7) $x^2 + 12x + 20$



$$x^2 + 12x + 20 = (\quad)(\quad)$$

(8) $x^2 + 9x + 14$



$$x^2 + 9x + 14 = (\quad)(\quad)$$



例題 ① 十字交乘法練習 1



利用十字交乘法做因式分解：

(1) $x^2 + 6x + 5$

(2) $x^2 + 6x + 8$

☆筆記



牛刀小試 3

1. 因式分解下列各式：

(1) $x^2 + 10x + 21$

(2) $x^2 + 10x + 24$

(3) $x^2 + 14x + 24$

(4) $x^2 + 10x + 16$

(5) $x^2 + 21x + 20$

(6) $x^2 + 13x + 30$

(7) $x^2 + 11x + 30$

(8) $x^2 + 12x + 35$



例題 ② 十字交乘法練習 2



利用十字交乘法做因式分解：

(1) $x^2 + 7x + 6$

(2) $x^2 - 5x + 6$

☆筆記



牛刀小試 4

1. 因式分解下列各式：

(1) $x^2 + 17x + 16$

(2) $x^2 + 23x + 22$

(3) $x^2 + 10x + 24$

(4) $x^2 + 13x + 36$

2. 因式分解下列各式：

(1) $x^2 - 5x + 4$

(2) $x^2 - 16x + 15$

(3) $x^2 - 9x + 14$

(4) $x^2 - 10x + 21$



例題 ③ 十字交乘法練習 3



利用十字交乘法做因式分解：

(1) $x^2 + x - 12$

(2) $x^2 - 11x - 12$

☆筆記



牛刀小試 5

1. 因式分解下列各式：

(1) $x^2 + x - 6$

(2) $x^2 + 5x - 6$

(3) $x^2 + 9x - 10$

(4) $x^2 + 3x - 10$

2. 因式分解下列各式：

(1) $x^2 - x - 6$

(2) $x^2 - 5x - 6$

(3) $x^2 - 4x - 21$

(4) $x^2 - 20x - 21$



概念 ③ 二次項係數不是 1 的十字交乘法



乘積展開

$$\begin{array}{r} 2x + 5 \\ \times) 3x + 4 \\ \hline \square x^2 \quad \square x \\ \quad \square x \quad \square \\ \hline \square x^2 + \square x + \square \end{array}$$

$$(2x+5)(3x+4) = \underline{\hspace{2cm}}$$

因式分解

$$\begin{array}{r} \square x \quad \square \\ \times) \square x \quad \square \\ \hline \square x^2 \quad \square x \\ \quad \square x \quad \square \\ \hline 6x^2 + 23x + 20 \end{array}$$

$$6x^2 + 23x + 20 = \underline{\hspace{2cm}}$$

☆筆記



☆利用十字交乘法因式分解 $6x^2 + 23x + 20$



牛刀小試 6

1. 因式分解下列各題：

(1) $2x^2 + 15x + 7$

$$\begin{array}{r} x \quad \times \quad \square \\ 2x \quad \times \quad \square \\ \hline \square x + \square x = 15x \end{array}$$

$$2x^2 + 15x + 7 = (\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})$$

(2) $3x^2 + 8x + 5$

$$\begin{array}{r} x \quad \times \quad \square \\ 3x \quad \times \quad \square \\ \hline \square x + \square x = 8x \end{array}$$

$$3x^2 + 8x + 5 = (\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})$$

(3) $2x^2 + 7x + 5$

$$\begin{array}{r} x \quad \times \quad \square \\ 2x \quad \times \quad \square \\ \hline \square x + \square x = 7x \end{array}$$

$$2x^2 + 7x + 5 = (\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})$$

(4) $6x^2 + 25x + 24$

$$\begin{array}{r} 2x \quad \times \quad \square \\ 3x \quad \times \quad \square \\ \hline \square x + \square x = 25x \end{array}$$

$$6x^2 + 25x + 24 = (\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})$$

(5) $6x^2 + 31x + 18$

$$\begin{array}{r} 2x \quad \times \quad \square \\ 3x \quad \times \quad \square \\ \hline \square x + \square x = 31x \end{array}$$

$$6x^2 + 31x + 18 = (\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})$$

(6) $6x^2 + 37x + 6$

$$\begin{array}{r} x \quad \times \quad \square \\ 6x \quad \times \quad \square \\ \hline \square x + \square x = 37x \end{array}$$

$$6x^2 + 37x + 6 = (\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}})$$



例題 4 十字交乘法練習 4



利用十字交乘法做因式分解：

(1) $6x^2 + 17x + 12$

(2) $2x^2 - x - 36$

☆筆記



牛刀小試 7

1. 因式分解下列各式：

(1) $10x^2 + 19x + 6$

(2) $12x^2 + 23x + 10$

(3) $14x^2 - 29x + 12$

(4) $16x^2 - 40x + 21$

2. 因式分解下列各式：

(1) $2x^2 + x - 21$

(2) $3x^2 + x - 10$

(3) $12x^2 - 5x - 2$

(4) $12x^2 - 8x - 15$



例題 5 十字交乘法練習 5



若多項式 $5x^2 + 17x - 12$ 可因式分解成 $(x+a)(bx+c)$ ，其中 $a、b、c$ 均為整數，則 $a+c$ 之值為何？

【108 會考第 8 題】

☆筆記



牛刀小試 8

1. 若多項式 $7x^2 + 11x - 6$ 可因式分解成 $(x+a)(bx+c)$ 其中 $a、b、c$ 均為整數，則 $a+c$ 之值為何？
2. 若多項式 $5x^2 + 18x - 8$ 可因式分解成 $(x+a)(bx+c)$ 其中 $a、b、c$ 均為整數，則 $a+b$ 之值為何？
3. 若多項式 $7x^2 - 3x - 10$ 可因式分解成 $(x+a)(bx+c)$ 其中 $a、b、c$ 均為整數，則 $a+c$ 之值為何？
4. 若多項式 $6x^2 - 5x - 14$ 可因式分解成 $(x+a)(bx+c)$ 其中 $a、b、c$ 均為整數，則 $b+c$ 之值為何？



解 答 篇

牛刀小試 1

- (1) $1 \cdot 6$
- (2) $1 \cdot 8$
- (3) $2 \cdot 4$
- (4) $2 \cdot 5$
- (5) $(-1) \cdot (-4)$
- (6) $(-3) \cdot (-4)$
- (7) $(-1) \cdot (-12)$
- (8) $(-3) \cdot (-5)$

牛刀小試 2

1.

(1)

$$\begin{array}{r} x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +2 \\ +5 \end{array} \\ \hline \boxed{2}x + \boxed{5}x = 7x$$

$x+2 \cdot x+5$

(2)

$$\begin{array}{r} x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +1 \\ +4 \end{array} \\ \hline \boxed{1}x + \boxed{4}x = 7x$$

$x+1 \cdot x+4$

(3)

$$\begin{array}{r} x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +3 \\ +5 \end{array} \\ \hline \boxed{3}x + \boxed{5}x = 8x$$

$x+3 \cdot x+5$

(4)

$$\begin{array}{r} x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +2 \\ +4 \end{array} \\ \hline \boxed{2}x + \boxed{4}x = 6x$$

$x+2 \cdot x+4$

2.

(1)

$$\begin{array}{r} x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +2 \\ +9 \end{array} \\ \hline \boxed{2}x + \boxed{9}x = 11x$$

$x+2 \cdot x+9$

(2)

$$\begin{array}{r} x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +4 \\ +5 \end{array} \\ \hline \boxed{4}x + \boxed{5}x = 9x$$

$x+4 \cdot x+5$

(3)

$$\begin{array}{r} x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +2 \\ +10 \end{array} \\ \hline \boxed{2}x + \boxed{10}x = 12x$$

$x+2 \cdot x+10$

(4)

$$\begin{array}{r} x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +2 \\ +7 \end{array} \\ \hline \boxed{2}x + \boxed{7}x = 9x$$

$x+2 \cdot x+7$

牛刀小試 3

- (1) $(x+3)(x+7)$
- (2) $(x+4)(x+6)$
- (3) $(x+2)(x+12)$
- (4) $(x+2)(x+8)$
- (5) $(x+1)(x+20)$
- (6) $(x+3)(x+10)$
- (7) $(x+5)(x+6)$
- (8) $(x+5)(x+7)$

牛刀小試 4

1.

- (1) $(x+1)(x+16)$
- (2) $(x+1)(x+22)$
- (3) $(x+4)(x+6)$
- (4) $(x+4)(x+9)$

2.

- (1) $(x-1)(x-4)$
- (2) $(x-1)(x-15)$
- (3) $(x-2)(x-7)$
- (4) $(x-3)(x-7)$

牛刀小試 5

1.

- (1) $(x+3)(x-2)$
- (2) $(x+6)(x-1)$
- (3) $(x+10)(x-1)$
- (4) $(x+5)(x-2)$

2.

- (1) $(x+2)(x-3)$
- (2) $(x-6)(x+1)$
- (3) $(x+3)(x-7)$
- (4) $(x+1)(x-21)$

牛刀小試 6

(1)

$$\begin{array}{r} x \\ 2x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +7 \\ +1 \end{array} \\ \hline \boxed{14}x + \boxed{1}x = 15x$$

$x+7 \cdot 2x+1$

(2)

$$\begin{array}{r} x \\ 3x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +1 \\ +5 \end{array} \\ \hline \boxed{3}x + \boxed{5}x = 8x$$

$x+1 \cdot 3x+5$

(3) $2x^2+7x+5$

$$\begin{array}{r} x \\ 2x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +1 \\ +5 \end{array} \\ \hline \boxed{2}x + \boxed{5}x = 7x$$

$x+1 \cdot 2x+5$

(4)

$$\begin{array}{r} 2x \\ 3x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +3 \\ +8 \end{array} \\ \hline \boxed{9}x + \boxed{16}x = 25x$$

$2x+3 \cdot 3x+8$

(5)

$$\begin{array}{r} 2x \\ 3x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +9 \\ +2 \end{array} \\ \hline \boxed{27}x + \boxed{4}x = 31x$$

$2x+9 \cdot 3x+2$

(6)

$$\begin{array}{r} x \\ 6x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +6 \\ +1 \end{array} \\ \hline \boxed{36}x + \boxed{1}x = 37x$$

$x+6 \cdot 6x+1$

牛刀小試 7

1.

- (1) $(5x+2)(2x+3)$
- (2) $(4x+5)(3x+2)$
- (3) $(7x-4)(2x-3)$
- (4) $(4x-3)(4x-7)$

2.

- (1) $(x-3)(2x+7)$
- (2) $(x+2)(3x-5)$
- (3) $(3x-2)(4x+1)$
- (4) $(2x-3)(6x+5)$

牛刀小試 8

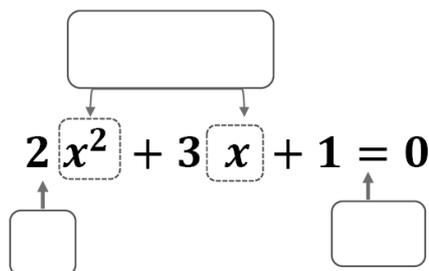
1. -1
2. 9
3. -9
4. 13



B3 4-1 因式分解一元二次方程式



概念 ① 一元二次方程式的意義



☆筆記

一元二次方程式就是化簡後可寫成_____

(其中_____)的形式。



牛刀小試 ①

1. 判斷下列各式是不是一元二次方程式，「是」的請畫○，「不是」的請畫×。

(1) $3x + 5 = 0$

(2) $2x^2 + x = 7$

(3) $x^2 - 1 = 0$

(4) $5x^2 - 4x - 3 = 0$

(5) $3x^2 - 4x + 5$

2. 判斷下列各式是不是一元二次方程式，「是」的請畫○，「不是」的請畫×。

(1) $3x - 2 = 0$

(2) $x^2 - 5x = 0$

(3) $3x^2 + 1 = 0$

(4) $5x^2 - 6x - 7 = 0$

(5) $3x^2 - 5x + 1$



例題 1 判別一元二次方程式



判斷下列各式是不是一元二次方程式，「是」的請畫○，「不是」的請畫×，並請說明理由

(1) $2x+3=5$ 理由：_____

(2) x^2+3x-5 理由：_____

(3) $x^2=5$ 理由：_____

(4) $(x-5)(2x+3)=0$ 理由：_____

(5) $x^2+2x+3=(x-1)(x+2)$ 理由：_____



牛刀小試 2

1. 判斷下列各式是哪種式子，填入格子內。

- (A)一元一次式 (B)一元一次方程式
 (C)二元一次式 (D)二元一次方程式
 (E)一元二次式 (F)一元二次方程式

(1) $3x-4$ 是 _____。

(2) $3x^2+4x+5$ 是 _____。

(3) $x-6y=5$ 是 _____。

(4) $3x-7=8$ 是 _____。

(5) $x+2y-5$ 是 _____。

(6) $3x^2+3=x+2$ 是 _____。

2. 試判斷下列各式是否為一元二次方程式，是的畫○，不是的畫×。

(1) $5x-2x^2=9$

(2) $(4x+1)(x-6)=5$

(3) $(2x-4)(x+1)=2x^2-5x+9$

(4) $3x^2=x$

(5) $3x^2+3x+2=(x+2)(2x+1)$

(6) $x^2=4y^2$



(1) $x=2$ ，計算 x^2 和 $-x^2$ 的值

(2) $x=-3$ ，計算 $3x^2$ 和 $-2x^2$ 的值

☆ 3×2^2 怎麼算？

1. 先算 $2^2=2 \times 2$ (自乘 2 遍)

2. 再乘數字 3

$$3 \times 2^2 = 3 \times (2 \times 2)$$

$$= 3 \times 4 = 12$$



牛刀小試 3

1. $x=3$ ，計算：

(1) x^2 的值

(2) $-x^2$ 的值

2. $x=-2$ ，計算：

(1) $3x^2$ 的值

(2) $-2x^2$ 的值

3. $x=4$ ，計算：

(1) x^2 的值

(2) $-x^2$ 的值

4. $x=-5$ ，計算：

(1) $3x^2$ 的值

(2) $-2x^2$ 的值



2 是否為一元二次方程式 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的解？

☆筆記

1. 將 x 用某數字 1、2... 代入方程式中
2. 「解」或「根」：
計算後的數值可使_____，
則某數字就稱方程式的「解或根」。



牛刀小試 4

1. (1) 1 是不是方程式 $x^2 + 3x - 10 = 0$ 的解？

2. (1) 5 是否為方程式 $x^2 - 3x - 10 = 0$ 的解？

(2) 3 是不是方程式 $2x^2 - 3x - 9 = 0$ 的解？

(2) -2 是否為方程式 $4x^2 + 9x - 2 = 0$ 的解？



例題 ② 判別是不是解



(1) -1 是不是方程式 $5x^2+3x-2=0$ 的解？

(2) -2 是不是方程式 $(x-3)(x+2)=0$ 的解？



牛刀小試 5

1. (1) -7 是否為方程式 $(x+7)(3x+5)=0$ 的解？

(2) 2 是否為方程式 $(5x+2)(3x+5)=12$ 的解？

(3) 想想看，符合 $\square + 2)(\square - 5) = 0$ 則 \square 可以填哪些數？

※ \square 內的數就是方程式的解

2. (1) 下列各數中，哪些是一元二次方程式 $x^2-x=6$ 的解？

- (A) $x=3$ (B) $x=1$
 (C) $x=2$ (D) $x=-2$

答：_____。

(2) 下列各數中，哪些是一元二次方程式 $2x^2-2x=12$ 的解？

- (A) $x=3$ (B) $x=1$
 (C) $x=2$ (D) $x=-2$

答：_____。

(3) 由(1)(2)中下列各方程式中，哪些與一元二次方程式 $x^2-x=6$ 有相同的解？

- (A) $x^2+x=6$ (B) $\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x=3$

- (C) $6x^2-6x=36$ (D) $3x^2-3x=18$

答：_____。



(1) $x-3=0$

(2) $2x+6=0$

(3) $3x-4=0$

(4) $-x+5=0$



牛刀小試 6

1. 解一元一次方程式

(1) $x-3=0$

(4) $3x-4=0$

(2) $x+4=0$

(5) $-x+5=0$

(3) $2x+6=0$

(6) $-x-4=0$



概念

③ $A \times B = 0$ ，則 $A = 0$ 或 $B = 0$



$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

☆筆記

$A \times B = 0$ ，則_____。



牛刀小試 7

1. 解一元二次方程式

(1) $(x - 3)(x + 7) = 0$

(2) $(x - 2)(x + 11) = 0$

(3) $(x - 9)(x - 12) = 0$

2. 解一元二次方程式

(1) $(x - 4)(x + 5) = 0$

(2) $(x - 5)(x + 1) = 0$

(3) $(x - 8)(x - 4) = 0$



例題 ③ $A \times B = 0$ ，則 $A = 0$ 或 $B = 0$



(1) $x(3x-1)=0$

(2) $(2x-1)(2x+3)=0$



牛刀小試 8

1. 解一元二次方程式

(1) $x(x+2)=0$

(4) $(2x-4)(7x+14)=0$

(2) $x(2x+3)=0$

(5) $(8x-4)(10x+5)=0$

(3) $3x(4x-1)=0$

(6) $(3x-1)(3x+4)=0$



溫故知新 ③ 運用提出公因式作因式分解



(1) $x^2 + x$

(2) $3x^2 - 5x$

(3) $(x+5)(x-1) + (x-2)(x-1)$

(4) $(x-2)^2 + 3(x-2)$



牛刀小試 9

1. 利用提公因式作因式分解

(1) $x^2 - x$

(4) $(x+6)(x-3) + (x-3)(x+7)$

(2) $5x^2 + 4x$

(5) $(x-5)^2 + 2(x-5)$

(3) $(x+3)(x+5) + (x-2)(x+5)$

(6) $(2x-3)^2 + 4(2x-3)$



概念

④ 利用提公因式解一元二次方程式



$$x^2 - 3x = 0$$

☆筆記

將二次方程分解成

$$\begin{array}{c} (\quad) (\quad) = 0 \\ \downarrow \qquad \downarrow \\ (\quad) = 0 \text{ 或 } (\quad) = 0 \end{array}$$



牛刀小試 10

1. 利用提公因式解一元二次方程式

(1) $x^2 + x = 0$

(2) $x^2 - x = 0$

(3) $x^2 + 4x = 0$

(4) $x^2 - 5x = 0$

2. 利用提公因式解一元二次方程式

(1) $x^2 + 8x = 0$

(2) $x^2 - 7x = 0$

(3) $x^2 + 9x = 0$

(4) $x^2 - 6x = 0$



例題 4 利用提公因式解一元二次方程式 (單項)



(1) $3x^2 + 4x = 0$

(2) $x^2 - x = 0$

(3) $-x^2 + 6x = 0$



牛刀小試 11

1. 解一元二次方程式

(1) $3x^2 - 2x = 0$

(4) $8x^2 - 4x = 0$

(2) $4x^2 + 7x = 0$

(5) $-x^2 + 4x = 0$

(3) $9x^2 + 3x = 0$

(6) $-3x^2 + 8x = 0$



例題 5 利用提公因式解一元二次方程式 (多項)



(1) $(x+3)(2x+7)=(x+3)(x+1)$ (2) $(x-2)^2=3(x-2)$

☆筆記



牛刀小試 12

1. 解一元二次方程式

(1) $(2x+5)(x-2)=(x+2)(x-2)$

(2) $(3x+7)(x-4)=(x+2)(x-4)$

(3) $(2x+5)(x+1)=(x-7)(x+1)$

2. 解一元二次方程式

(1) $(x-3)^2=5(x-3)$

(2) $(3x+2)^2=4(3x+2)$

(3) $(2x-3)^2+4(2x-3)=0$



溫故知新 ④ 運用十字交乘法作因式分解



(1) $x^2 + 8x + 7$

(2) $x^2 - 6x + 5$

(3) $2x^2 + 9x - 5$

(4) $3x^2 - 2x - 5$



牛刀小試 13

1. 運用十字交乘法作因式分解

(1) $x^2 + 8x + 7$

(4) $x^2 - 2x - 8$

(2) $x^2 - 6x + 5$

(5) $2x^2 - 3x - 5$

(3) $x^2 + 8x - 9$

(6) $3x^2 + 2x - 5$



$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

☆筆記

因為沒有公因式，可利用十字交乘法分解成() () = 0

再解一元一次方程式。



牛刀小試 14

1. 利用十字交乘法解方程式

(1) $x^2 - 7x + 10 = 0$

(2) $x^2 + 7x + 12 = 0$

(3) $x^2 - 11x + 18 = 0$

2. 利用十字交乘法解方程式

(1) $x^2 - 4x - 21 = 0$

(2) $x^2 + 2x - 15 = 0$

(3) $x^2 - 5x - 24 = 0$



例題 ⑥ 利用十字交乘法解一元二次方程式



(1) $x^2 + 4x + 3 = 0$

(2) $3x^2 - 16x + 5 = 0$

(3) $3x^2 + 14x - 5 = 0$



牛刀小試 15

1. 解一元二次方程式

(1) $3x^2 + 8x + 5 = 0$

(2) $2x^2 + 11x + 15 = 0$

(3) $2x^2 - 13x + 21 = 0$

(4) $3x^2 - 10x + 8 = 0$

2. 解一元二次方程式

(1) $2x^2 + 5x - 7 = 0$

(2) $3x^2 + 7x - 20 = 0$

(3) $2x^2 - x - 6 = 0$

(4) $3x^2 - 5x - 2 = 0$



溫故知新 ⑤ 運用乘法公式作因式分解



(1) $x^2 - 5^2$

(2) $4x^2 - 9$

(3) $x^2 + 4x + 2^2$

(4) $4x^2 - 12x + 9$



牛刀小試 16

1. 利用乘法公式作因式分解

(1) $x^2 - 4^2$

(4) $x^2 + 18x + 9^2$

(2) $x^2 - 4$

(5) $x^2 + 6x + 9$

(3) $49x^2 - 25$

(6) $9x^2 - 24x + 16$



(1) $x^2 - 4 = 0$

(2) $x^2 - 4x + 4 = 0$

☆ 平—平

$$1. \quad (\quad)^2 - (\quad)^2$$

$$= [(\quad) + (\quad)][(\quad) - (\quad)]$$

兩相加 乘 兩相減

2. 有些二次方程式只看見一個根，因為是二次方程式，表示 2 個解是一樣的，為了強調有兩根，所以用「重根」。



牛刀小試 17

1. 利用乘法公式解一元二次方程式

(1) $x^2 - 25 = 0$

(2) $x^2 - 9 = 0$

(3) $x^2 - 16 = 0$

(4) $x^2 - 81 = 0$

2. 利用乘法公式解一元二次方程式

(1) $x^2 + 14x + 49 = 0$

(2) $x^2 + 16x + 64 = 0$

(3) $x^2 - 20x + 100 = 0$

(4) $x^2 - 12x + 36 = 0$



例題 7 利用乘法公式解一元二次方程式



(1) $4x^2 - 9 = 0$

(2) $x^2 - 6x + 9 = 0$

(3) $16x^2 + 24x + 9 = 0$



牛刀小試 18

1. 解一元二次方程式

(1) $64x^2 - 9 = 0$

(2) $49x^2 - 16 = 0$

(3) $25x^2 - 121 = 0$

(4) $4x^2 - 25 = 0$

2. 解一元二次方程式

(1) $9x^2 + 24x + 16 = 0$

(2) $16x^2 + 56x + 49 = 0$

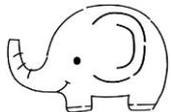
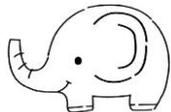
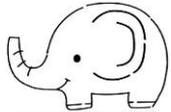
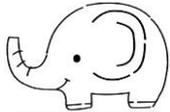
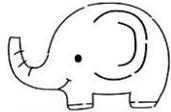
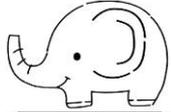
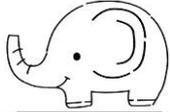
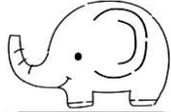
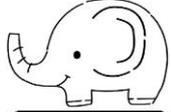
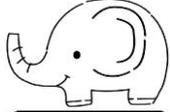
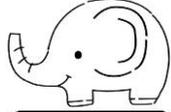
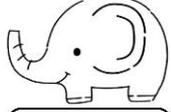
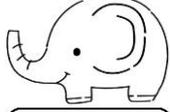
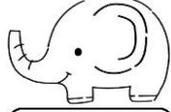
(3) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

(4) $25x^2 - 20x + 4 = 0$

檢核區



- 先解出方程式，將答案寫在象腿下的格子中，只要答案有一根是正整數請將大象著色。
- 將著色後的大象連起來，可形成一個數字為_____。

$(2x-4)(2x+5)=0$  <input data-bbox="379 593 550 660" type="text"/>	$x^2-4x=0$  <input data-bbox="849 593 1019 660" type="text"/>	$x(x-2)+3(x-2)=0$  <input data-bbox="1318 593 1489 660" type="text"/>
$x^2+5x-6=0$  <input data-bbox="379 952 550 1019" type="text"/>	$3x^2+11x+6=0$  <input data-bbox="849 952 1019 1019" type="text"/>	$2x^2+9x+7=0$  <input data-bbox="1318 952 1489 1019" type="text"/>
$x^2-7x-18=0$  <input data-bbox="379 1310 550 1377" type="text"/>	$3x^2-4x-4=0$  <input data-bbox="849 1310 1019 1377" type="text"/>	$(x-4)(2x-7)=0$  <input data-bbox="1318 1310 1489 1377" type="text"/>
$x^2-7x=0$  <input data-bbox="379 1668 550 1736" type="text"/>	$9x^2+12x+4=0$  <input data-bbox="849 1668 1019 1736" type="text"/>	$x^2-25=0$  <input data-bbox="1318 1668 1489 1736" type="text"/>
$5x^2-3x-14=0$  <input data-bbox="379 2027 550 2094" type="text"/>	$x^2-12x+20=0$  <input data-bbox="849 2027 1019 2094" type="text"/>	$x^2-6x+9=0$  <input data-bbox="1318 2027 1489 2094" type="text"/>



牛刀小試 1

- (1) ×
(2) ○
(3) ○
(4) ○
(5) ×
- (1) ×
(2) ○
(3) ○
(4) ○
(5) ×

牛刀小試 2

- (1) A
(2) E
(3) D
(4) B
(5) C
(6) F
- (1) ○
(2) ○
(3) ×
(4) ○
(5) ○
(6) ×

牛刀小試 3

- (1) 9 (2) -9
- (1) 12 (2) -8
- (1) 16 (2) -16
- (1) 75 (2) -50

牛刀小試 4

- (1) 不是
(2) 是
- (1) 是
(2) 不是

牛刀小試 5

- (1) 是
(2) 不是
(3) -2, 5
- (1) A、D
(2) A、D
(3) B、C、D

牛刀小試 6

- (1) $x=3$
(2) $x=-4$
(3) $x=-3$
(4) $x=\frac{4}{3}$
(5) $x=5$
(6) $x=-4$

牛刀小試 7

- (1) $x=3$ 或 $x=-7$
(2) $x=2$ 或 $x=-11$
(3) $x=9$ 或 $x=12$
- (1) $x=4$ 或 $x=-5$
(2) $x=5$ 或 $x=-1$
(3) $x=8$ 或 $x=4$

牛刀小試 8

- (1) $x=0$ 或 $x=-2$
(2) $x=0$ 或 $x=-\frac{3}{2}$
(3) $x=0$ 或 $x=\frac{1}{4}$
(4) $x=2$ 或 $x=-2$
(5) $x=\frac{1}{2}$ 或 $x=-\frac{1}{2}$
(6) $x=\frac{1}{3}$ 或 $x=-\frac{4}{3}$

牛刀小試 9

- (1) $x(x-1)$
(2) $x(5x+4)$
(3) $(x+5)(2x+1)$
(4) $(x-3)(2x+13)$
(5) $(x-5)(x-3)$
(6) $(2x-3)(2x+1)$

牛刀小試 10

- (1) $x=0$ 或 $x=-1$
(2) $x=0$ 或 $x=1$
(3) $x=0$ 或 $x=-4$
(4) $x=0$ 或 $x=5$
- (1) $x=0$ 或 $x=-8$
(2) $x=0$ 或 $x=7$
(3) $x=0$ 或 $x=-9$
(4) $x=0$ 或 $x=6$

牛刀小試 11

- (1) $x=0$ 或 $x=\frac{2}{3}$
(2) $x=0$ 或 $x=-\frac{7}{4}$
(3) $x=0$ 或 $x=-\frac{1}{3}$
(4) $x=0$ 或 $x=\frac{1}{2}$
(5) $x=0$ 或 $x=4$
(6) $x=0$ 或 $x=\frac{8}{3}$

牛刀小試 12

- (1) $x=2$ 或 $x=-3$
(2) $x=4$ 或 $x=-\frac{5}{2}$
(3) $x=-1$ 或 $x=-12$
- (1) $x=3$ 或 $x=8$
(2) $x=-\frac{2}{3}$ 或 $x=\frac{2}{3}$
(3) $x=\frac{3}{2}$ 或 $x=-\frac{1}{2}$

牛刀小試 13

- (1) $(x+1)(x+7)$
(2) $(x-1)(x-5)$
(3) $(x-1)(x+9)$
(4) $(x+2)(x-4)$
(5) $(x+1)(2x-5)$
(6) $(x-1)(3x+5)$

牛刀小試 14

- (1) $x=2$ 或 $x=5$
(2) $x=-3$ 或 $x=-4$
(3) $x=2$ 或 $x=9$
- (1) $x=-3$ 或 $x=7$
(2) $x=3$ 或 $x=-5$
(3) $x=-3$ 或 $x=8$

牛刀小試 15

- (1) $x=-1$ 或 $x=-\frac{5}{3}$
(2) $x=-3$ 或 $x=-\frac{5}{2}$
(3) $x=3$ 或 $x=\frac{7}{2}$
(4) $x=2$ 或 $x=\frac{4}{3}$
- (1) $x=1$ 或 $x=-\frac{7}{2}$
(2) $x=-4$ 或 $x=\frac{5}{3}$
(3) $x=-\frac{3}{2}$ 或 $x=2$
(4) $x=2$ 或 $x=-\frac{1}{3}$

牛刀小試 16

- (1) $(x+4)(x-4)$
(2) $(x+2)(x-2)$
(3) $(7x+5)(7x-5)$
(4) $(x+9)^2$
(5) $(x+3)^2$
(6) $(3x-4)^2$

牛刀小試 17

1. (1) $x = \pm 5$
 (2) $x = \pm 3$
 (3) $x = \pm 4$
 (4) $x = \pm 9$
2. (1) $x = -7$ (重根)
 (2) $x = -8$ (重根)
 (3) $x = 10$ (重根)
 (4) $x = 6$ (重根)

牛刀小試 18

1. (1) $x = \pm \frac{3}{8}$
 (2) $x = \pm \frac{4}{7}$
 (3) $x = \pm \frac{11}{5}$
 (4) $x = \pm \frac{5}{2}$

2. (1) $x = -\frac{4}{3}$ (重根)
 (2) $x = -\frac{7}{4}$ (重根)
 (3) $x = \frac{1}{2}$ (重根)
 (4) $x = \frac{2}{5}$ (重根)

檢核區

1.

$x=2$ 或 $x=-\frac{5}{2}$	$x=0$ 或 $x=4$	$x=-3$ 或 $x=2$
$x=-6$ 或 $x=1$	$x=-3$ 或 $x=-\frac{2}{3}$	$x=-1$ 或 $x=-\frac{7}{2}$
$x=-2$ 或 $x=9$	$x=-\frac{2}{3}$ 或 $x=2$	$x=4$ 或 $x=\frac{7}{2}$
$x=0$ 或 $x=7$	$x=-\frac{2}{3}$ (重根)	$x=\pm 5$
$x=-\frac{7}{5}$ 或 $x=2$	$x=2$ 或 $x=10$	$x=3$ (重根)

2. 6



溫故知新 ① 最簡根式



最簡根式 (a 、 b 都是正整數)

$$\sqrt{a^2} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \sqrt{a^2 \times b} = \underline{\hspace{2cm}}$$

↑
集滿 2 個，換出去

① $\sqrt{4^2} =$

② $\sqrt{2^2 \times 3} =$

③ $\sqrt{25} =$

④ $\sqrt{18} =$

★筆記



牛刀小試 ①

1. 請化簡下列根式

(1) $\sqrt{6^2}$

(2) $\sqrt{8^2}$

(3) $\sqrt{49}$

(4) $\sqrt{81}$

(5) $\sqrt{121}$

(6) $\sqrt{169}$

2. 請化簡下列根式

(1) $\sqrt{3^2 \times 2}$

(2) $\sqrt{5^2 \times 3}$

(3) $\sqrt{24}$

(4) $\sqrt{50}$

(5) $\sqrt{72}$

(6) $\sqrt{90}$



概念

① 利用平方根解一元二次方程式



利用平方根解一元二次方程式

$x^2=1$

$x^2=2$

$x^2=0$

$x^2=-3$

★利用平方根解 $x^2=\square$

($\square \geq 0$)

則 $x = \pm\sqrt{\square}$

★什麼情況下一元二次方程式會有解？



牛刀小試 2

1. 解下列一元二次方程式

(1) $x^2=4$

(2) $x^2=9$

(3) $x^2=16$

(4) $x^2=-25$

2. 解下列一元二次方程式

(1) $x^2=5$

(2) $x^2=13$

(3) $x^2=21$

(4) $x^2=-30$



例題 ① 利用平方根解一元二次方程式 (單項)



① $x^2=4$

② $x^2=7$

③ $x^2-12=0$

☆移項：

常數項(數字)要放在等號「=」右邊

$$x^2 - \square = 0$$

提醒：因式分解是放在等號「=」左邊，方向不一樣唷！



牛刀小試 ③

1. 解下列一元二次方程式

(1) $x^2=24$

(2) $x^2=45$

(3) $x^2=27$

(4) $x^2=28$

2. 解下列一元二次方程式

(1) $x^2-50=0$

(2) $x^2-54=0$

(3) $x^2-75=0$

(4) $x^2-98=0$



例題 ③ 利用平方根解一元二次方程式 (二項)



★ 利用平方根解一元二次方程式 (二項)

$$\square^2 = 7$$

① $(x-3)^2 = 7$

② $(x+5)^2 = 8$

★ 筆記

唸法功用大不同

$\pm\sqrt{7}$ (正負根號 7)

$$3 \pm \sqrt{7} = \begin{cases} 3 + \sqrt{7} \\ 3 - \sqrt{7} \end{cases}$$

(3 加減根號 7)



牛刀小試 5

解下列一元二次方程式

1. $(x-2)^2 = 3$

2. $(x+2)^2 = 5$

3. $(x-3)^2 = 6$

4. $(x+1)^2 = 12$

5. $(x-2)^2 = 18$

6. $(x+3)^2 = 20$



例題 ④ 利用平方根解一元二次方程式 (二次項不是 1)



利用平方根解一元二次方程式 (二次項不是 1)

$$\square^2 = 6$$

① $(2x-1)^2 = 6$

② $(3x+2)^2 = 6$

★筆記

1. 開平方
2. 解一元一次方程式



牛刀小試 6

解下列一元二次方程式

1. $(2x-3)^2 = 6$

2. $(3x+2)^2 = 6$

3. $(2x+1)^2 = 7$

4. $(3x+1)^2 = 12$

5. $(5x-2)^2 = 18$

6. $(3x-2)^2 = 20$



概念 ② 配成完全平方式



配成完全平方式 $(x \pm \square)^2$

$$(x+3)^2 = x^2 + \square x + \square$$

$$\begin{array}{r} x + 3 \\ \times) \quad x + 3 \\ \hline \square x + \square \\ \hline x^2 + \square x \\ \hline x^2 + \square x + \square \end{array}$$

$$x^2 + 6x + \square = (x + \square)^2$$

$$\begin{array}{r} x + \square \\ \times) \quad x + \square \\ \hline \square x + \square \\ \hline x^2 + \square x \\ \hline x^2 + 6x + \square \end{array}$$

★配成完全平方式有何規律？

$$x^2 \pm \boxed{2a}x + \boxed{a^2} = (x \pm a)^2$$

在空格中填入正確的數字

1. $x^2 + 8x + \square = (x + \square)^2$

$$\begin{array}{r} x + \square \\ \times) \quad x + \square \\ \hline \square x + \square \\ \hline x^2 + \square x \\ \hline x^2 + 8x + \square \end{array}$$

2. $x^2 + 10x + \square = (\underline{\hspace{2cm}})^2$

$$\begin{array}{r} x + \square \\ \times) \quad x + \square \\ \hline \square x + \square \\ \hline x^2 + \square x \\ \hline x^2 + 10x + \square \end{array}$$



牛刀小試 7

3. $x^2 - 12x + \square = (x + \square)^2$

$$\begin{array}{r} x + \square \\ \times) \quad x + \square \\ \hline \square x + \square \\ \hline x^2 + \square x \\ \hline x^2 - 12x + \square \end{array}$$

4. $x^2 - 18x + \square = (\underline{\hspace{2cm}})^2$

$$\begin{array}{r} x + \square \\ \times) \quad x + \square \\ \hline \square x + \square \\ \hline x^2 + \square x \\ \hline x^2 - 18x + \square \end{array}$$



例題 5 配成完全平方式



配成完全平方式

$$x^2 + \boxed{6}x + \boxed{3^2} = (x + 3)^2$$

❶ $x^2 + 8x + \underline{\hspace{2cm}} = (x + \underline{\hspace{1cm}})^2$

❷ $x^2 - 2x + \underline{\hspace{2cm}} = (x - \underline{\hspace{1cm}})^2$

❸ $x^2 + 10x + \underline{\hspace{2cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2$

❹ $x^2 - 4x + \underline{\hspace{2cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2$

❺ $x^2 + x + \underline{\hspace{2cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2$

❻ $x^2 + 3x + \underline{\hspace{2cm}} = (\underline{\hspace{1cm}})^2$



牛刀小試 8

1. 在空格內寫適當的數，配成完全平方式

(1) $x^2 + 6x + \underline{\hspace{2cm}} = (x + \underline{\hspace{1cm}})^2$

(2) $x^2 + 12x + \underline{\hspace{2cm}} = (x + \underline{\hspace{1cm}})^2$

(3) $x^2 + 5x + \underline{\hspace{2cm}} = (x + \underline{\hspace{1cm}})^2$

(4) $x^2 + 7x + \underline{\hspace{2cm}} = (x + \underline{\hspace{1cm}})^2$

2. 在空格內寫適當的數，配成完全平方式

(1) $x^2 - 16x + \underline{\hspace{2cm}} = (x - \underline{\hspace{1cm}})^2$

(2) $x^2 - 20x + \underline{\hspace{2cm}} = (x - \underline{\hspace{1cm}})^2$

(3) $x^2 - 9x + \underline{\hspace{2cm}} = (x - \underline{\hspace{1cm}})^2$

(4) $x^2 - 11x + \underline{\hspace{2cm}} = (x - \underline{\hspace{1cm}})^2$



概念

③

利用配方法解一元二次方程式



① $(x+1)^2=2$

② $x^2+2x-1=0$

★配方法使用時機



牛刀小試 9

1. 運用配方法解下列一元二次方程式

(1) $x^2+2x=1$

$x^2+2x+\square=1+\square$

$(x+\underline{\quad})^2=\underline{\quad}$

$x+\underline{\quad}=\underline{\quad}$

$x=\underline{\quad}$

(2) $x^2+4x=1$

$x^2+4x+\square=1+\square$

$(x+\underline{\quad})^2=\underline{\quad}$

$x+\underline{\quad}=\underline{\quad}$

$x=\underline{\quad}$

2. 運用配方法解下列一元二次方程式

(1) $x^2+6x=2$

$x^2+6x+\square=2+\square$

$(x+\underline{\quad})^2=\underline{\quad}$

$x+\underline{\quad}=\underline{\quad}$

$x=\underline{\quad}$

(2) $x^2+8x=3$

$x^2+8x+\square=3+\square$

$(x+\underline{\quad})^2=\underline{\quad}$

$x+\underline{\quad}=\underline{\quad}$

$x=\underline{\quad}$



例題 ⑥ 利用配方法解一元二次方程式



將一元二次方程式配成完全平方式

① $x^2 + 2x = 2$

② $x^2 - 4x + 1 = 0$

★步驟

① 移項：

常數項移到「=」右邊。

② 配平方：等號兩邊同加 x 項
數字一半的平方。

③ 寫成()²=



牛刀小試 10

1. 運用配方法解下列一元二次方程式

(1) $x^2 + 10x = 1$

(2) $x^2 + 12x = 3$

(3) $x^2 + 14x = 6$

2. 運用配方法解下列一元二次方程式

(1) $x^2 - 6x + 2 = 0$

(2) $x^2 - 8x + 3 = 0$

(3) $x^2 - 10x + 4 = 0$



例題 7 利用配方法解一元二次方程式



① $x^2 + 4x = 1$

② $x^2 - 10x + 6 = 0$

★步驟

① 移項：

常數項移到「=」右邊。

② 配平方：等號兩邊同加 x 項
數字一半的平方。

③ 寫成 $(\quad)^2 =$

④ 開平方：

利用平方根概念變成一元一
次方程式。

⑤ 整理：解出 x 。



牛刀小試 11

1. 解一元二次方程式

(1) $x^2 + 16x = 12$

(2) $x^2 + 12x = 4$

(3) $x^2 + 14x = 1$

2. 解一元二次方程式

(1) $x^2 - 20x + 10 = 0$

(2) $x^2 - 18x + 1 = 0$

(3) $x^2 - 24x - 6 = 0$

**例題****8****利用配方法解一元二次方程式 (常數項很大)**

① $x^2 + 2x = 399$

② $x^2 - 8x - 884 = 0$

★步驟

① 移項：

常數項移到「=」右邊。

② 配平方：等號兩邊同加 x 項
數字一半的平方。③ 寫成 $(\quad)^2 =$

④ 開平方：

利用平方根概念變成一元一
次方程式。⑤ 整理：解出 x 。**牛刀小試 12**

解一元二次方程式

1. $x^2 + 2x = 899$

2. $x^2 + 8x - 384 = 0$

3. $x^2 - 4x = 96$

4. $x^2 - 6x - 391 = 0$

5. $x^2 - 10x = 75$

6. $x^2 - 14x = 95$



根式約分及化簡

★筆記

① $\frac{6 \pm 2\sqrt{2}}{4}$

② $\frac{-9 \pm \sqrt{18}}{3}$

③ $\frac{-8 \pm \sqrt{16}}{4}$

④ $\frac{6 \pm \sqrt{25}}{3}$



牛刀小試 13

1. 根式約分及化簡

(1) $\frac{9 \pm 3\sqrt{3}}{6}$

(2) $\frac{-10 \pm \sqrt{50}}{5}$

(3) $\frac{-2 \pm \sqrt{48}}{4}$

(4) $\frac{-6 \pm \sqrt{72}}{3}$

2. 根式約分及化簡

(1) $\frac{8 \pm \sqrt{4}}{2}$

(2) $\frac{6 \pm \sqrt{9}}{6}$

(3) $\frac{-12 \pm \sqrt{81}}{3}$

(4) $\frac{-5 \pm \sqrt{36}}{5}$



$ax^2+bx+c=0$ ($a>0$) 的公式解

若 b^2-4ac _____ 0, 則 $x=$

★公式解就是配方法計算後的結果



牛刀小試 14

1. 求判別式 b^2-4ac 的值

(1) $x^2+6x+9=0$

(2) $x^2+3x+4=0$

(3) $x^2+5x+3=0$

2. 求判別式 b^2-4ac 的值

(1) $2x^2-5x+4=0$

(2) $5x^2+3x-4=0$

(3) $9x^2-6x+1=0$

**例題****9****利用判別式 $b^2 - 4ac$ 判別解的情形**

① $x^2 - 3x - 5 = 0$

② $9x^2 = 6x - 1$

③ $5x^2 + 2 = 0$

★判斷解的情形

$$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$$

① 對齊上面的排列方式(降冪)
找出 a 、 b 、 c 代表的數字(缺項代表數字=0)

② 算 $b^2 - 4ac$ 的值, 確定方程式
是否有解

$b^2 - 4ac > 0$ 兩相異根

$b^2 - 4ac = 0$ 兩根相等(重根)

$b^2 - 4ac < 0$ 無解

**牛刀小試 15**運用判別式 $b^2 - 4ac$ 判別解的情形

1. $3x^2 - 8x + 1 = 0$

2. $x^2 = 2x - 1$

3. $2x^2 + 3 = 0$

4. $2x^2 - x - 5 = 0$

5. $4x^2 + 12x + 9 = 0$

6. $x^2 + x + 10 = 0$



例題 10 利用公式解一元二次方程式 (二個相異根)



❶ $3x^2 + 5x - 1 = 0$

❷ $6x^2 - 7x = -1$

★公式解步驟

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

❶ 對齊上面的排列方式 (降冪)
找出 a 、 b 、 c 代表的數字 (缺項代表數字 = 0)

❷ 算 $b^2 - 4ac$ 的值, 確定方程式是否有解

$b^2 - 4ac > 0$ 兩相異根

$b^2 - 4ac = 0$ 兩根相等 (重根)

$b^2 - 4ac < 0$ 無解

❸ 若有解, 代

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



牛刀小試 16

解一元二次方程式

1. $x^2 - x - 1 = 0$

2. $x^2 + 7x + 3 = 0$

3. $x^2 - 3x = 5$

4. $2x^2 - x - 4 = 0$

5. $3x^2 + 7x + 3 = 0$

6. $4x^2 + x = 2$



例題 11 利用公式解一元二次方程式 (重根和無解)



① $4x^2 + 12x + 9 = 0$

(1) $a = \underline{\quad}$; $b = \underline{\quad}$; $c = \underline{\quad}$

(2) $b^2 - 4ac =$

(3) $x =$

② $2x^2 - 3x + 2 = 0$

(1) $a = \underline{\quad}$; $b = \underline{\quad}$; $c = \underline{\quad}$

(2) $b^2 - 4ac =$

(3) $x =$

★公式解步驟

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

① 對齊上面的排列方式 (降幕) 找出 a 、 b 、 c 代表的數字 (缺項代表數字 = 0)

② 算 $b^2 - 4ac$ 的值, 確定方程式是否有解

$b^2 - 4ac > 0$ 兩相異根

$b^2 - 4ac = 0$ 兩根相等 (重根)

$b^2 - 4ac < 0$ 無解

③ 若有解, 代

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



牛刀小試 17

利用公式解一元二次方程式

1. $x^2 + 2x + 1 = 0$

2. $25x^2 - 10x + 1 = 0$

3. $9x^2 + 6x + 1 = 0$

4. $3x^2 + 4x + 4 = 0$

5. $x^2 + 8 = 0$

6. $5x^2 - 2x + 3 = 0$

檢核區



恭喜你完成前面試煉，老師有句話要送給你就在下列的組字任務中。

步驟：先求下列方程式的解，將每組解對應下方區塊的文字，請將文字組合成一個字，8 題共有 8 個字，想想看老師想告訴你什麼？

檢核標準：求出下列正確的解並寫出謎語

1. $x^2 - 5 = 0$	2. $(x - 3)^2 = 2$	3. $(x - 1)^2 = 9$
答	答	答
4. $x^2 + 2x = 2$	5. $3x^2 + 7 = 0$	6. $x^2 - 2x = 99$
答	答	答
7. $x^2 - 8x + 1 = 0$	8. $9x^2 + 12x + 4 = 0$	恭喜你完成了～趕緊拼拼看，老師想告訴你的話語是什麼？
答	答	

B 區：解答對應文字

$\sqrt{5}$	4	$-\frac{2}{3}$ (重根)	-9	$3 + \sqrt{2}$	無解	$4 + \sqrt{15}$
言	白	人	日	直	子	米
$-1 + \sqrt{3}$	$3 - \sqrt{2}$	11	$-\sqrt{5}$	$4 - \sqrt{15}$	-2	$-1 - \sqrt{3}$
子	八	取	忍	之	勺	亥

謎語：_____



牛刀小試 1

1.
 (1) 6 (2) 8 (3) 7 (4) 9
 (5) 11 (6) 13
2.
 (1) $3\sqrt{2}$
 (2) $5\sqrt{3}$
 (3) $2\sqrt{6}$
 (4) $5\sqrt{2}$
 (5) $6\sqrt{2}$
 (6) $3\sqrt{10}$

牛刀小試 2

1.
 (1) ± 2
 (2) ± 3
 (3) ± 4
 (4) 無解
2.
 (1) $\pm\sqrt{5}$
 (2) $\pm\sqrt{13}$
 (3) $\pm\sqrt{21}$
 (4) 無解

牛刀小試 3

1.
 (1) $\pm 2\sqrt{6}$
 (2) $\pm 3\sqrt{5}$
 (3) $\pm 3\sqrt{3}$
 (4) $\pm 2\sqrt{7}$
2.
 (2) $\pm 5\sqrt{2}$
 (3) $\pm 3\sqrt{6}$
 (4) $\pm 5\sqrt{3}$
 (5) $\pm 7\sqrt{2}$

牛刀小試 4

1. $x=3$ 或 $x=-1$
 2. $x=-3$ 或 $x=-1$
 3. $x=7$ 或 $x=-1$
 4. $x=6$ 或 $x=-8$
 5. $x=8$ 或 $x=-4$
 6. $x=2$ 或 $x=-8$

牛刀小試 5

1. $x=2\pm\sqrt{3}$
 2. $x=-2\pm\sqrt{5}$
 3. $x=3\pm\sqrt{6}$
 4. $x=-1\pm 2\sqrt{3}$
 5. $x=2\pm 3\sqrt{2}$
 6. $x=-3\pm 2\sqrt{5}$

牛刀小試 6

- (1) $x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{2}$
 (2) $x = \frac{-2 \pm \sqrt{6}}{3}$
 (3) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2}$
 (4) $x = \frac{-1 \pm 2\sqrt{3}}{3}$
 (5) $x = \frac{2 \pm 3\sqrt{2}}{5}$
 (6) $x = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{3}$

牛刀小試 7

1. $x^2 + 8x + \boxed{16} = (x + \boxed{4})^2$
- $$\begin{array}{r} x + \boxed{4} \\ \times) \quad x + \boxed{4} \\ \hline \boxed{4}x + \boxed{16} \\ x^2 + \boxed{4}x \\ \hline x^2 + 8x + \boxed{16} \end{array}$$
2. $x^2 + 10x + \boxed{25} = (x + \boxed{5})^2$
- $$\begin{array}{r} x + \boxed{5} \\ \times) \quad x + \boxed{5} \\ \hline \boxed{5}x + \boxed{25} \\ x^2 + \boxed{5}x \\ \hline x^2 + 10x + \boxed{25} \end{array}$$

3. $x^2 - 12x + \boxed{36} = (x + \boxed{-6})^2$
- $$\begin{array}{r} x + \boxed{-6} \\ \times) \quad x + \boxed{-6} \\ \hline \boxed{-6}x + \boxed{36} \\ x^2 \boxed{-6}x \\ \hline x^2 - 12x + \boxed{36} \end{array}$$
4. $x^2 - 18x + \boxed{81} = (x - \boxed{9})^2$
- $$\begin{array}{r} x + \boxed{-9} \\ \times) \quad x + \boxed{-9} \\ \hline \boxed{-9}x + \boxed{81} \\ x^2 \boxed{-9}x \\ \hline x^2 - 18x + \boxed{81} \end{array}$$

牛刀小試 8

1.
 (1) $3^2; 3$
 (2) $6^2; 6$
 (3) $(\frac{5}{2})^2; \frac{5}{2}$
 (4) $(\frac{7}{2})^2; \frac{7}{2}$
2.
 (1) $8^2; 8$
 (2) $10^2; 10$
 (3) $(\frac{9}{2})^2; \frac{9}{2}$
 (4) $(\frac{11}{2})^2; \frac{11}{2}$

牛刀小試 9

1.
 (1) $x^2 + 2x + \boxed{1} = 1 + \boxed{1}$
 $(x + \boxed{1})^2 = 2$
 $x + \boxed{1} = \frac{\pm\sqrt{2}}{1}$
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{2}}{1}$
- (2) $x^2 + 4x + \boxed{2^2} = 1 + \boxed{2^2}$
 $(x + \boxed{2})^2 = 5$
 $x + \boxed{2} = \frac{\pm\sqrt{5}}{1}$
 $x = \frac{-2 \pm \sqrt{5}}{1}$
2.
 (1) $x^2 + 6x + \boxed{3^2} = 2 + \boxed{3^2}$
 $(x + \boxed{3})^2 = 11$
 $x + \boxed{3} = \frac{\pm\sqrt{11}}{1}$
 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{11}}{1}$
- (2) $x^2 + 8x + \boxed{4^2} = 3 + \boxed{4^2}$
 $(x + \boxed{4})^2 = 19$
 $x + \boxed{4} = \frac{\pm\sqrt{19}}{1}$
 $x = \frac{-4 \pm \sqrt{19}}{1}$

牛刀小試 10

1.
 (1) $x = -5 \pm \sqrt{26}$
 (2) $x = -6 \pm \sqrt{39}$
 (3) $x = -7 \pm \sqrt{55}$
2.
 (1) $x = 3 \pm \sqrt{7}$
 (2) $x = 4 \pm \sqrt{13}$
 (3) $x = 5 \pm \sqrt{21}$

牛刀小試 11

1.

(1) $x = -8 \pm 2\sqrt{19}$

(2) $x = -6 \pm 2\sqrt{10}$

(3) $x = -7 \pm 5\sqrt{2}$

2.

(1) $x = 10 \pm 3\sqrt{10}$

(2) $x = 9 \pm 4\sqrt{5}$

(3) $x = 12 \pm 5\sqrt{6}$

牛刀小試 12

1. $x = -31$ 或 $x = 29$

2. $x = 16$ 或 $x = -24$

3. $x = 12$ 或 $x = -8$

4. $x = -17$ 或 $x = 23$

5. $x = 15$ 或 $x = -5$

6. $x = 19$ 或 $x = -5$

牛刀小試 13

(1) $\frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$

(2) $-2 \pm \sqrt{2}$

(3) $\frac{-1 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

(4) $-2 \pm 2\sqrt{2}$

2.

(1) $5, 3$

(2) $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$

(3) $-1, -7$

(4) $\frac{1}{5}, -\frac{11}{5}$

牛刀小試 14

1.

(1) 0

(2) -7

(3) 13

2.

(1) -7

(2) 89

(3) 0

牛刀小試 15

1. 兩相異根

2. 兩根相等 (重根)

3. 無解

4. 兩相異根

5. 兩根相等 (重根)

6. 無解

牛刀小試 16

1. $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

2. $x = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{2}$

3. $x = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}$

4. $x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{4}$

5. $x = \frac{-7 \pm \sqrt{13}}{6}$

6. $x = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{8}$

牛刀小試 17

1. $x = -1$ (重根)

2. $x = \frac{1}{5}$ (重根)

3. $x = -\frac{1}{3}$ (重根)

4. 無解

5. 無解

6. 無解

檢核區

1. $x = \pm\sqrt{5}$

2. $x = 3 \pm \sqrt{2}$

3. $x = 4$ 或 $x = -2$

4. $x = -1 \pm \sqrt{3}$

5. 無解

6. $x = 11$ 或 $x = -9$

7. $x = 4 \pm \sqrt{15}$

8. $x = \frac{-2}{3}$ (重根)

謎語：認真的孩子最迷人



B3 4-3 應用問題



概念 ① 列式——由文字語言轉為數學語言『=』



列式:由文字語言轉為數學語言『=』

- ① 爸爸和媽媽年齡和為 83 歲：

- ② 阿文的體重是小葉的兩倍：

- ③ 小魚的零用錢比小蝦多 100 元：

- ④ 小澤和阿凱買書共花了 800 元：

- ⑤ 小花的分數等於小樹的兩倍多 3 分：

★在題目中看到

就是方程式要寫『=』



牛刀小試 ①

請將關鍵文字敘述轉成數學語言『=』

1. 小南和小文年齡和為 23 歲，

2. 小南的體重是小文的 3 倍：

3. 長比寬多 3 公尺：

4. 善逸和伊支助買炭共花了 720 元：

5. 紙板長度是竹筴的 2 倍少 1：

6. 一個數比它的倒數多 2：



列式:由文字語言轉為數學語言『+』

① 爸爸和媽媽年齡和為 83 歲。

(1) 假設爸爸 x 歲，請問媽媽_____歲。

(2) 假設媽媽 y 歲，請問爸爸_____歲。

② 小魚的零用錢比小明多 100 元。

(1) 假設小明有 x 元，請問：小魚有_____元。

(2) 假設小魚有 y 元，請問：小明有_____元。

★在題目中看到

就是方程式要寫『+』



牛刀小試 2

請將以下敘述寫成一元一次式

1. 小南和小文年齡和為 23 歲。

(1) 假設小文 x 歲，則小南_____歲。

(2) 假設小南 y 歲，則小文_____歲。

2. 長比寬多 4 公分。

(1) 假設寬是 x 公分，
請問：長是_____公分。

(2) 假設長是 y 公分，
請問：寬是_____公分。

3. 小澤和阿凱買書共花了 800 元

(1) 假設小澤花 x 元，
則阿凱花_____元。

(2) 假設阿凱花 y 元，
則小澤花_____元。

4. 兩個整數和是 24。

假設一個整數是 x ，
另一個整數是_____。

5. 兩個整數相差 4

(一個整數比另一個整數多 4)
假設一個整數是 x ，
另一個整數是_____。



列式:由文字語言轉為數學語言『—』

① 媽媽的年齡比爸爸小 5 歲。

(1) 假設爸爸 x 歲，請問媽媽_____歲。

(2) 假設媽媽 y 歲，請問爸爸_____歲。

② 小蝦的零用錢比小魚少 100 元。

(1) 假設小魚的零用錢有 x 元，請問小蝦的零用錢有_____元。

(2) 假設小蝦的零用錢有 y 元，請問小魚的零用錢有_____元。

★在題目中看到

就是方程式要寫『—』



牛刀小試 3

請將以下敘述寫成一元一次式

1. 小南的年齡比小文小 10 歲。

(1) 假設小文 x 歲，則小南_____歲。

(2) 假設小南 y 歲，則小文_____歲。

2. 三角形底邊比高短 3 公分

(1) 假設高是 x 公分，
請問底邊是_____公分。

(2) 假設底邊是 y 公分，
請問高是_____公分。

3. 去程速率比回程速率慢 2 小時。

(1) 假設回程速率是 x 公里/時，
請問去程速率是_____公里/時。

(2) 假設去程速率是 y 公里/時，
請問回程速率是_____公里/時。

4. 小數比大數少 5。

(1) 假設大數是 x ，
請問：小數是_____。

(2) 假設小數是 y ，
請問：大數是_____。

5. 兩個整數相差 4，假設一個整數是 x ，
另一個整數是_____或_____。

列式:由文字語言轉為數學語言『 \times 、 \div 』① 阿文的年齡是小葉的兩倍。(1) 假設小葉 x 歲，請問阿文 _____ 歲。(2) 假設阿文 y 歲，請問小葉 _____ 歲。② 小花的身高等於小樹的三分之一。(1) 假設小樹身高 x 公分，請問小花的身高是_____公分。(2) 假設小花身高 y 公分，請問小樹的身高是_____公分。

★在題目中看到

就是方程式要寫『 \times 』

★在題目中看到

就是方程式要寫『 \div 』

牛刀小試 4

請將以下敘述寫成一元一次式

1. 小南的年齡是小文的3倍。(1) 假設小文 x 歲，則小南 _____ 歲。(2) 假設小南 y 歲，則小文 _____ 歲。

2. 高是底的二分之一。

(1) 假設底 x 公分，
請問高是_____公分。(2) 假設高 y 公分，
請問底是_____公分。3. 小南的零用錢是小文零用錢的6倍。(1) 假設小文有 x 元，
則小南有 _____ 元。(2) 假設小南有 y 元，
則小文有 _____ 元。4. 道路面積是菜園面積的 $\frac{1}{5}$ 倍。(1) 假設菜園面積是 x 平方公尺，
則道路面積是_____平方公尺。(2) 假設道路面積是 y 平方公尺，
則菜園面積是_____平方公尺。



列式——由文字語言轉為數學語言（混合）

- ① 小花的分數等於小樹的兩倍多3分。

假設小樹 x 分，請問小花 _____ 分。

- ② 大象分數等於動起來分數的 $\frac{1}{2}$ 倍少3分。

假設動起來是 x 分，請問大象是 _____ 分。

★在題目中看到

_____ 就是方程式要寫『=』

★在題目中看到

_____ 就是方程式要寫『+』

★在題目中看到

_____ 就是方程式要寫『-』

★在題目中看到

_____ 就是方程式要寫『 \times 』

★在題目中看到

_____ 就是方程式要寫『 \div 』



牛刀小試 5

請將以下敘述寫成一元一次式

1. 紙板寬度是竹筷的 2 倍少 1 公分。

假設竹筷是 x 公分，

請問紙板寬度是 _____ 公分。

2. 班級數比每班人數的 3 倍少 10。

假設每班人數 x 人，

請問：班級數 _____ 班。

3. 鬆餅數量是鬆餅單價的 2 倍少 20 元。

假設鬆餅 1 個 x 元，

請問鬆餅數量是 _____ 個。

4. 乙數為甲數的 2 倍多 3。

假設甲數是 x ，乙數是 _____。

5. 全校男生的人數是女生的 2 倍少 100。

假設女生人數 x 人，男生人數是 _____，
全校一共 _____ 人。



例題 ① 數字問題



兩個連續的正整數，其平方和是 85，則此兩數分別為何？

★ 思路：

① 兩個連續正整數相差 1。

② 若設較小的整數為 x ，
另一整數就會是 $x+1$ 。

③ 依條件列式可算出兩數



牛刀小試 6

1. 兩個連續的正整數，其平方和是 61，
則此兩數分別為何？

(1) 假設一個較小整數是 x ，
則另一個整數為_____。

(2) 請列出一元二次方程式：
_____。

(3) 此兩數為_____。

2. 兩個連續的正偶數，其平方和 100，
則此兩數分別為何？

(提示：連續偶數差 2，
表示大偶數比小偶數多 2)

(1) 假設小的偶數是 x ，
則大的偶數為_____。

(2) 請列出一元二次方程式：
_____。

(3) 此兩數為_____。



例題 ② 幾何問題 (長方形)



有一個長方形面積為 108 平方公分，若長比寬多 3 公分，請問這個長方形的長、寬各為多少公分？



★ 思路：

① 長比寬多 8。

② 長 \times 寬=面積



牛刀小試 7

1. 有一個長方形面積為 77 平方公分，若長比寬多 4 公分，請問這個長方形的長、寬各為多少公分？

(1) 假設寬是 x 公分，

則長是_____公分。

(2) 請列出一元二次方程式：

_____。

(3) 長為_____公分，

寬為_____公分。

2. 已知某兩整數和為 24，積為 128，請問二數各為多少？

(1) 假設一個整數是 x ，

則另一個整數為_____。

(2) 請列出一元二次方程式：

_____。

(3) 此兩數為_____。



例題 ③ 年齡問題



小文設計了一個遊戲，想要問出好朋友的年齡。小文說：「將你的年齡，先減掉 5，再平方，最後加上 25。所出現的數字將會是你今天的幸運數字喔！」阿珠說：「我的是 89」？
請問阿珠今年幾歲？

★筆記



牛刀小試 8

1. 大象設計了一個遊戲，想要問出好朋友的年齡。

大象說：「將你的年齡，先減掉 4，再平方，最後加上 16，所出現的數字將會是你今天的幸運數字喔！」

小文說：「我的是 65」。請問小文今年幾歲？

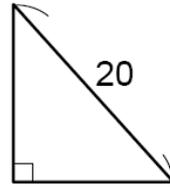
2. 某一正數的平方比這正數的 2 倍多 48，請問此正數是多少？



例題 4 幾何問題 (直角三角形)



有一個直角三角形，兩股長度差 4 公分，斜邊長 20 公分，求這個直角三角形面積為何？



★ 思路：

①兩股相差 4。

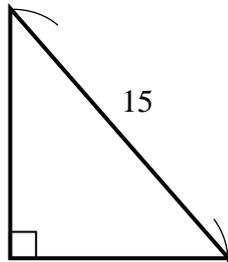
②直角三角形會符合：

$$\text{股}^2 + \text{股}^2 = \text{斜}^2$$



牛刀小試 9

1. 有一個直角三角形，若兩股長度差 3 公分，斜邊長 15 公分，則這個直角三角形面積為何？



2. 有一直角三角形，若一股是 x 公分，一股是 $(x+7)$ 公分，斜邊是 13 公分，則此直角三角形面積為何？

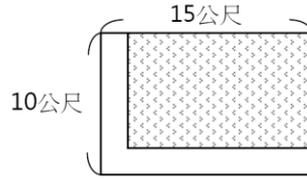
3. 有一個直角三角形，若一股是 x 公分，一股是 24 公分，斜邊是 $(3x+4)$ 公分，則此 x 為何？



例題 5 道路問題



大象先生有一塊長 15 公尺，寬 10 公尺的花圃，大象先生想在自己的長方形花圃規劃出一條等寬的 L 形道路，讓剩餘的花圃面積為 104 平方公尺，請問這條 L 形道路的寬度是多少公尺？

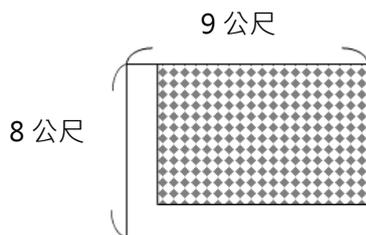


★筆記

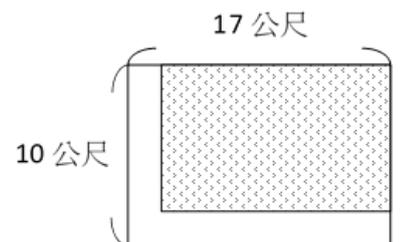


牛刀小試 10

1. 小文有一塊長 9 公尺，寬 8 公尺的花圃，小文想在自己的長方形花圃規劃出一條等寬的 L 形道路，讓剩餘的花圃面積為 56 平方公尺，請問這條 L 形道路的寬度是多少公尺？(假設寬度為 x 公尺)



2. 追風廣場有一塊長 17 公尺，寬 10 公尺的長方形觀賞座位區。若柏斯規劃出一條等寬的 L 形道路讓民眾通行，剩餘的座位區面積為 120 平方公尺，請問這條 L 形道路的寬度是多少公尺？(設寬度為 x 公尺)



檢核區



1. 兩個連續的正整數，其平方和是 181，則此兩數分別為何？
2. 有一個長方形面積為 84 平方公分，若長比寬多 5 公分，請問這個長方形的長、寬各為多少公分？
3. 有一個直角三角形，兩股長度差 14 公分，斜邊長 26 公分，求這個直角三角形面積為何？



牛刀小試 1

1. 小南+小文=23
2. 小南=小文 \times 3
3. 長=寬+3 公尺
4. 善逸+伊之助的錢=720
5. 紙板長度=竹筷 \times 2-1
6. 一個數=它的倒數+2

牛刀小試 2

1. (1) $23-x$
(2) $23-y$
2. (1) $x+4$
(2) $y-4$
3. (1) $800-x$
(2) $800-y$
4. $24-x$
5. $x-4$

牛刀小試 3

1. (1) $x-10$
(2) $y+10$
2. (1) $x-3$
(2) $y+3$
3. (1) $x-2$
(2) $y+2$
4. (1) $x-5$
(2) $y+5$
5. $x+4$ 、 $x-4$

牛刀小試 4

1. (1) $3x$
(2) $\frac{1}{3}y$
2. (1) $\frac{1}{2}x$
(2) $2y$
3. (1) $6x$
(2) $\frac{1}{6}y$
4. (1) $\frac{1}{5}x$
(2) $5y$

牛刀小試 5

1. $2x-1$
2. $3x-10$
3. $2x-20$
4. $2x+3$
5. $2x-100$ 、 $3x-100$

牛刀小試 6

1. (1) $x+1$
(2) $x^2+(x+1)^2=61$
(3) 5 和 6
2. (1) $x+2$
(2) $x^2+(x+2)^2=100$
(3) 6 和 8

牛刀小試 7

1. (1) $x+4$
(2) $x(x+4)=77$
(3) 11 ; 7
2. (1) $24-x$
(2) $x(24-x)=128$
(3) 8 和 16

牛刀小試 8

1. 11 歲
2. 8

牛刀小試 9

1. 54 平方公分
2. 30 平方公分
3. 7

牛刀小試 10

1. 1 公尺
2. 2 公尺

檢核區

1. 9 和 10
2. 長 12 公分，寬 7 公分
3. 120 平方公分



概念 ① 次數分配表



把原始資料重新分組

已知：蘭花國中八年愛班數學段考成績如下表，請製作次數分配表

座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
分數	50	90	84	42	53	72	92	98	60	84
座號	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
分數	77	65	89	62	74	68	71	70	76	81

成績(分)	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
計數符號欄						
次數(人)						

★筆記

① 60分要算哪一組？

70分要算哪一組？

90分要算哪一組？

② 計數符號可以怎麼寫？

③ 把資料分組的優點和缺點是什麼？



牛刀小試 1

1.表中是8年8班40位學生800公尺測驗的成績，請依表回答問題。

(1) 請製作次數分配表

270	230	268	290	250
270	245	224	284	268
232	281	258	230	246
208	287	282	218	296
310	212	284	286	236
278	240	210	264	298
272	316	232	248	285
268	280	274	262	292

單位：秒

時間(秒)	計數符號欄	次數(人)
200~220		
220~240		
240~260		
260~280		
280~300		
300~320		
合計		

(2) 承(1)，秒數在260秒以上(含260秒)的人數有多少人？

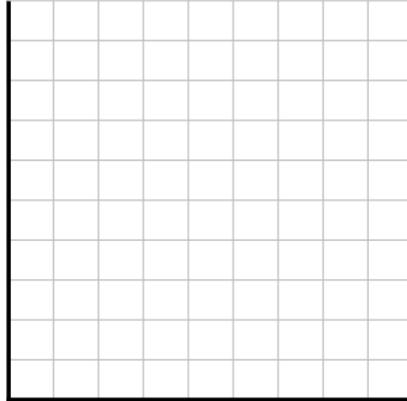
(3) 承(1)，秒數在240秒以上(含240秒)，未滿280秒的人數有多少人？



由次數分配表製作次數分配折線圖

已知：蘭花國中八年愛班數學段考成績次數分配表如下，請製作次數分配折線圖。

成績(分)	次數(人)
40~50	1
50~60	2
60~70	4
70~80	6
80~90	4
90~100	3
總計	20



★筆記

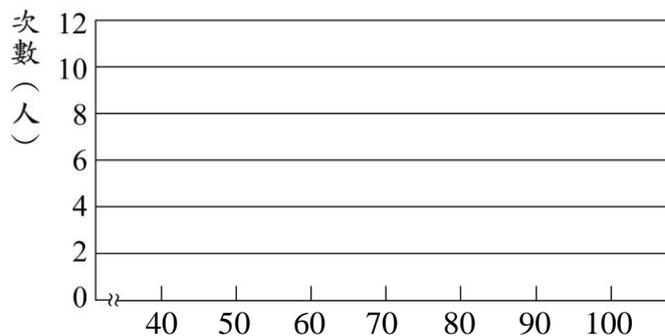
- ① 50~60 分有 2 人要畫在哪裡呢？為什麼？
- ② 及格的一共有_____人。
不及格的一共有_____人。
- ③ 人數最多的是_____組。
- ④ 80 分以上的一共有_____人。



牛刀小試 2

下表是大象國中 8 年 8 班的體重次數分配表，請依據此表繪製體重次數分配折線圖。

體重(公斤)	次數(人)
40~50	7
50~60	11
60~70	6
70~80	5
80~90	1



8 年 8 班體重次數分配折線圖

體重(公斤)

請問：

1. 全班共有多少人？
2. 全班的體重次數分配在那一組(區間)最多人？



由次數分配表製作累積次數分配表

已知：蘭花國中八年愛班數學段考成績次數分配表如下，請製作累積次數分配表

成績(分)	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
次數(人)	1	2	4	6	4	3
累積次數(人)						

★筆記

① 50~60 分累積次數 3 人，代表什麼意思？

80~90 分累積次數 17 人，代表什麼意思？

② 累積次數分配表最後一定是多少？



牛刀小試 3

1. 請幫小文完成班上的數學成績累積次數分配表，並回答下列問題。

分數(分)	次數(人)	累積次數(人)
30~40	5	5
40~50	9	
50~60	7	
60~70	8	
70~80	2	
80~90	7	
90~100	2	
總計	40	

(1) 該班有_____人成績不及格。

(2) 該班成績 80 分以上有_____人。

2. 下表是大象國中隨機抽取一班的數學成績累積次數分配表，其中遺漏了幾個數值。

分數(分)	次數(人)	累積次數(人)
30~40	3	3
40~50	()	9
50~60	7	()
60~70	()	25
70~80	2	27
80~90	6	()
90~100	2	35
總計	35	

(1) 請補上遺漏數值，將表格完成。

(2) 該班有_____人成績不及格。

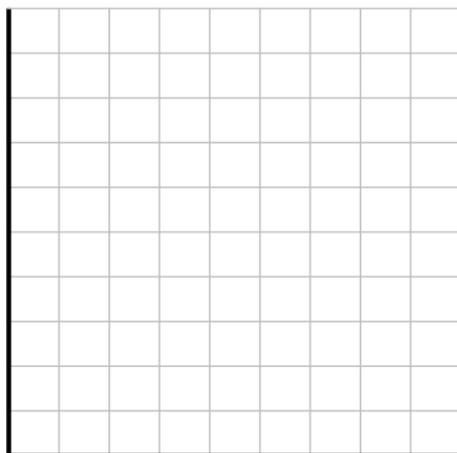
(3) 該班成績 80 分以上有_____人。



由累積次數分配表製作累積次數分配折線圖

已知：蘭花國中八年愛班數學段考成績累積次數分配表如下，請製作累積次數分配折線圖

成績(分)	累積次數(人)
40~50	1
50~60	3
60~70	7
70~80	13
80~90	17
90~100	20
總計	



★筆記

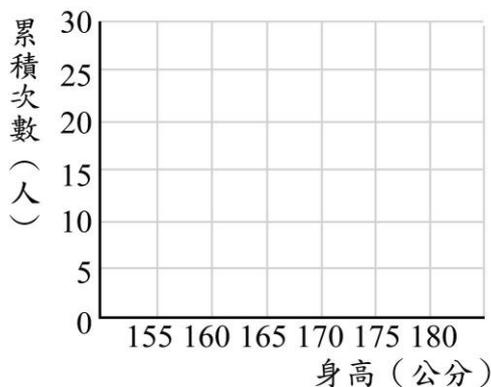
- ① 50~60分累積有3人要畫在哪裡？為什麼？
- ② 80~90分累積有17人要畫在哪裡？為什麼？
- ③ 60~80分的一共有_____人。
- ④ 人數最多的是_____組。怎麼判斷？



牛刀小試 4

1. 請根據小文班上同學身高累積次數分配表，製作累積次數分配折線圖並回答下列問題：

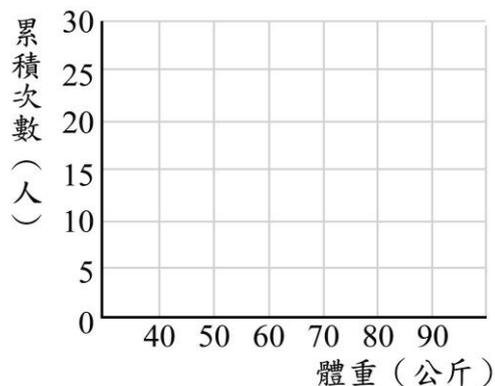
身高(公分)	累積次數(人)
155~160	4
160~165	12
165~170	17
170~175	20
總計	



- (1) 身高不到165公分的有_____人。
- (2) 身高170公分以上(含)的有_____人。
- (3) 160(含)~175(不含)公分的有_____人。
- (4) 人數最多的是_____~_____公分這組。

2. 請根據小文班上同學體重累積次數分配表製作累積次數分配折線圖並回答下列問題：

體重(公斤)	累積次數(人)
40~50	2
50~60	6
60~70	14
70~80	19
80~90	20
總計	



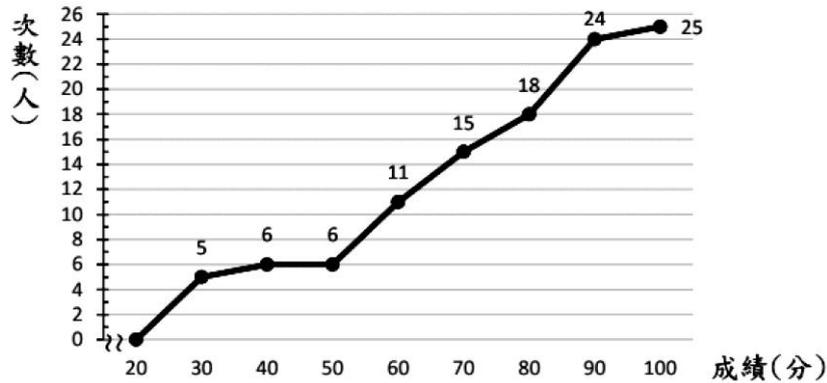
- (1) 體重不到60公斤的有_____人。
- (2) 體重80公斤以上(含)的有_____人。
- (3) 60(含)~80(不含)公斤的有_____人。
- (4) 人數最多的是_____~_____公斤這組。



例題 1 累積次數



下圖為班上數學段考成績的累積次數分配折線圖：



請問：

- ① 全班一共有_____人。
- ② 成績不及格的有_____人；及格有_____人。
- ③ 50~60分(不含60分)的有_____人。
- ④ 哪一個區間人數最多?_____。
- ⑤ 哪一個區間人數最少?_____。

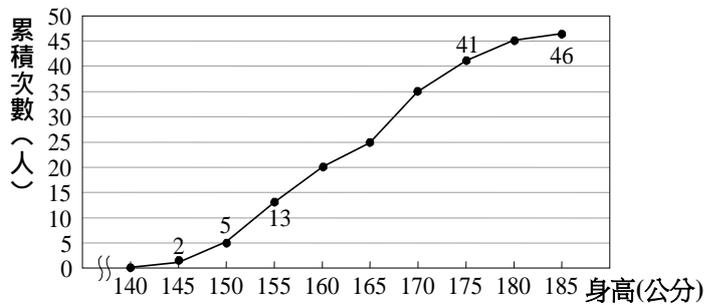


牛刀小試 5

1. 右圖為小文全班的身高累積次數分配折線圖，依圖回答下列問題：

(1) 小文全班共有多少人？

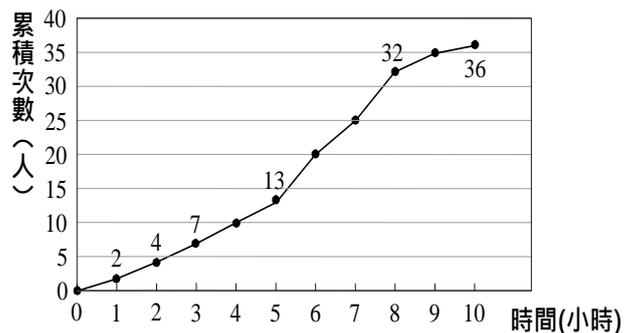
(2) 若小文身高為 175 公分，則小文的身高比全班多少人還高？



2. 下圖為小文全班 36 位同學每周使用手機的時間累積次數分配折線圖，依圖回答下列問題：

(1) 全班每週使用手機 8 小時以上(含)的同學有多少人？

(2) 若小文每週使用手機 5 小時，則全班每週使用手機的時間比小文還少的有多少人？





概念 5 相對次數分配表



計算相對次數

已知：蘭花國中八年愛班數學段考成績次數分配表如下，請製作相對次數分配表

成績(分)	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100	總計
次數(人)	1	2	4	6	4	3	20
相對次數(%)							

★筆記

①相對次數如何計算？

②為什麼要用相對次數？



牛刀小試 6

1. 請幫小文完成班上同學身高相對次數分配表，並回答下列問題。

小文班上同學身高相對次數分配表

身高(公分)	次數(人)	相對次數(%)
155~160	4	
160~165	8	
165~170	5	
170~175	3	
總計	20	

(1) 身高未達 165 公分的人數占全班人數的百分比為多少？_____

(2) 身高在 165 公分以上(含 165 公分)的人數占全班人數的百分比為多少？_____

2. 請幫小文完成班上同學體重相對次數分配表，並回答下列問題。

小文班上同學體重相對次數分配表

體重(公斤)	次數(人)	相對次數(%)
40~50	2	
50~60	4	
60~70	8	
70~80	5	
80~90	1	
總計	20	

(1) 體重未達 60 公斤的人數占全班人數的百分比為多少？_____

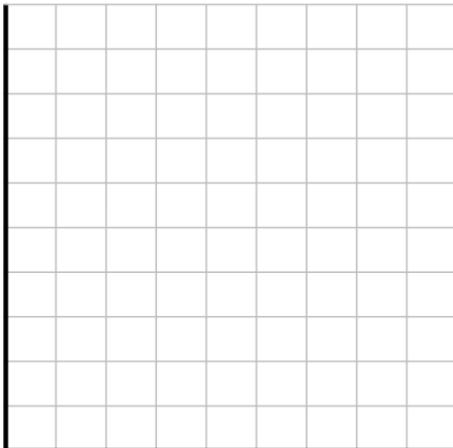
(2) 體重在 70 公斤以上(含 70 公斤)的人數占全班人數的百分比為多少？_____



由相對次數分配表製作相對分配折線圖

已知：蘭花國中八年愛班數學段考成績相對次數分配表如下，請製作相對次數分配折線圖

成績(分)	次數(人)	相對次數(%)
40~50	1	5
50~60	2	10
60~70	4	20
70~80	6	30
80~90	4	20
90~100	3	15
總計	20	



★筆記

① 50~60分有10%要畫在哪裡呢？為什麼？

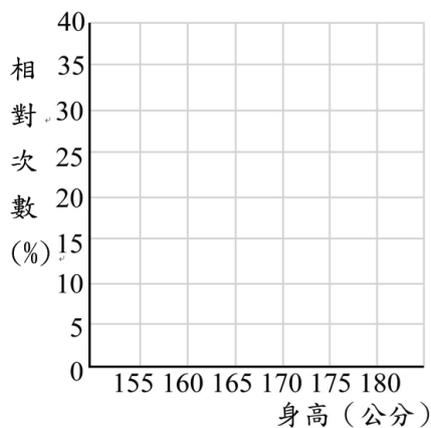
② 次數分配折線圖和相對次數折線圖最大的差別是？



牛刀小試 7

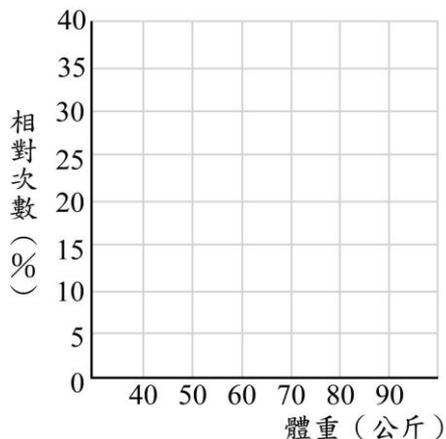
1. 請根據小文班上同學身高相對次數分配表，製作身高相對次數分配折線圖。

身高(公分)	相對次數(%)
155~160	20
160~165	40
165~170	25
170~175	15
總計	100



2. 請根據小文班上同學體重相對次數分配表製作相對次數分配折線圖。

體重(公斤)	相對次數(%)
40~50	10
50~60	20
60~70	40
70~80	25
80~90	5
總計	100





概念 7 累積相對次數分配表



計算累積相對次數

已知：蘭花國中八年愛班數學段考成績次數分配表如下，請製作累積相對次數分配表

成績(分)	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100	總計
次數(人)	1	2	4	6	4	3	20
累積人數(人)							
相對次數(%)	5	10	20	30	20	15	100
累積相對次數(%)							

★筆記

① 50~60分累積相對次數 15%，代表什麼意思？

80~90分累積相對次數 85%，代表什麼意思？

② 累積相對次數分配表最後一定是？



牛刀小試 8

1. 請幫小文完成班上同學身高累積相對次數分配表

身高(公分)	次數(人)	累積人數(人)	相對次數(%)	累積相對次數(%)
155~160	4		20	
160~165	8		40	
165~170	5		25	
170~175	3		15	
總計	20		100	

2. 請幫小文完成班上同學體重累積相對次數分配表

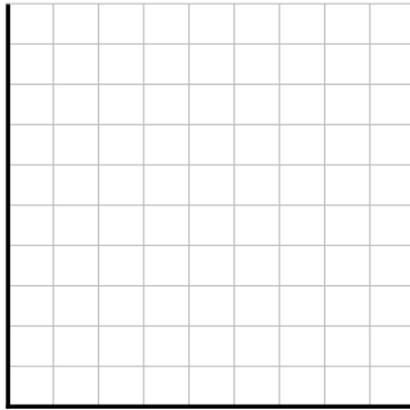
體重(公斤)	次數(人)	累積人數(人)	相對次數(%)	累積相對次數(%)
40~50	2		10	
50~60	4		20	
60~70	8		40	
70~80	5		25	
80~90	1		5	
總計	20		100	



由累積相對次數分配表製作累積相對次數分配折線圖

已知：蘭花國中八年愛班數學段考成績累積相對次數分配表如下，請製作累積相對次數分配折線圖

成績 (分)	累積相對次數 (%)
40~50	5
50~60	15
60~70	35
70~80	65
80~90	85
90~100	100
總計	



★筆記

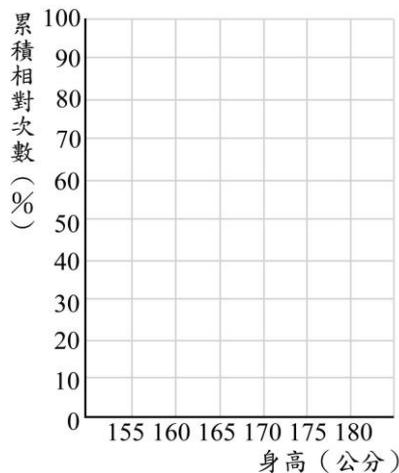
- ① 50~60 分累積有 15% 要畫在哪裡？為什麼？
- ② 80~90 分累積有 85% 要畫在哪裡？為什麼？
- ③ 60~80 分占全班的百分比是多少？
- ④ 人數最多的是哪一組？怎麼判斷？



牛刀小試 9

1. 請根據小文班上同學身高累積相對次數分配表，製作累積相對次數分配折線圖，並回答下列問題：

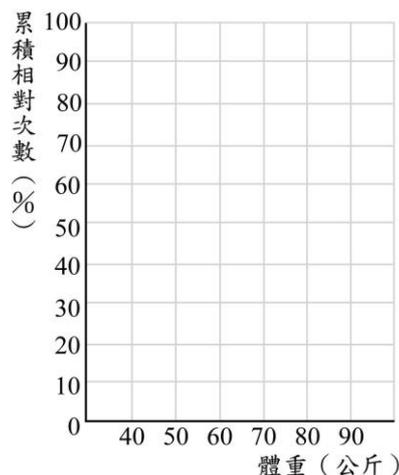
身高 (公分)	累積相對次數 (%)
155~160	20
160~165	60
165~170	85
170~175	100
總計	



- (1) 身高未達 165 公分的人數占全班人數的百分比為多少？
- (2) 身高在 170 公分以上 (含 170 公分) 的人數占全班人數的百分比為多少？

2. 請根據小文班上同學體重累積相對次數分配表，製作累積相對次數分配折線圖，並回答下列問題：

體重 (公斤)	累積相對次數 (%)
40~50	10
50~60	30
60~70	70
70~80	95
80~90	100
總計	



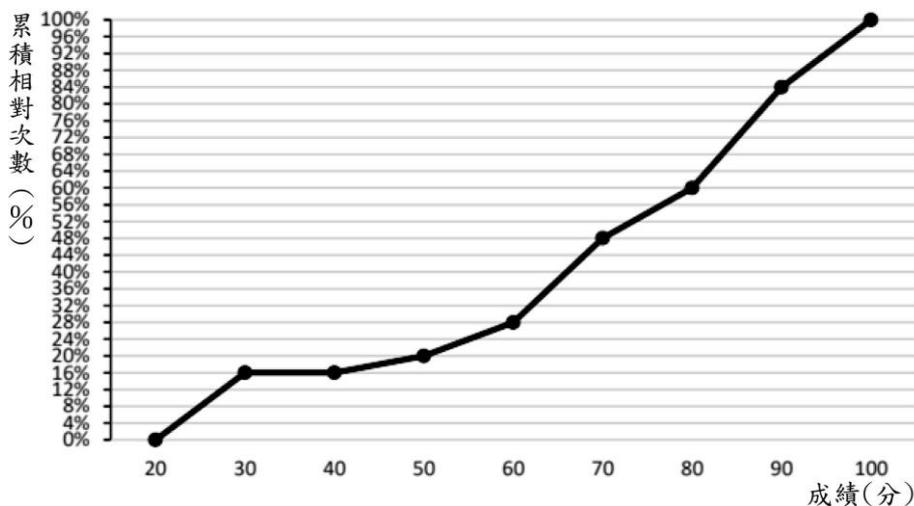
- (1) 體重未達 60 公斤的人數占全班人數的百分比為多少？
- (2) 體重在 70 公斤以上 (含 70 公斤) 的人數占全班人數的百分比為多少？



例題 ② 累積相對次數



班上有 25 位同學下，下圖為班上數學段考成績的累積次數分配折線圖：



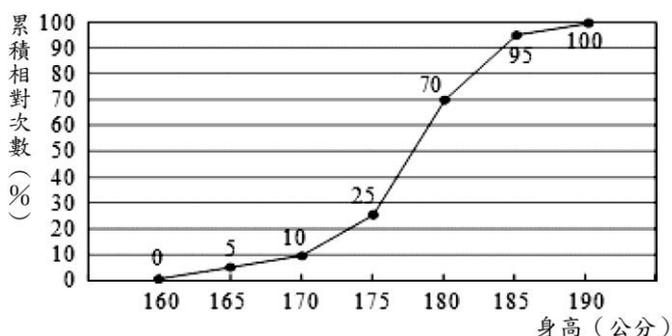
請問：

- 不及格的占全班的百分比是_____。
- 80 分以上(含 80 分)占全班的百分比是_____。
- 50~60 分(不含 60 分)占全班的百分比是_____。
- 60~70 分(不含 70 分)有_____人。
- 哪一個區間人數最多?_____。
哪一個區間人數最少?_____。



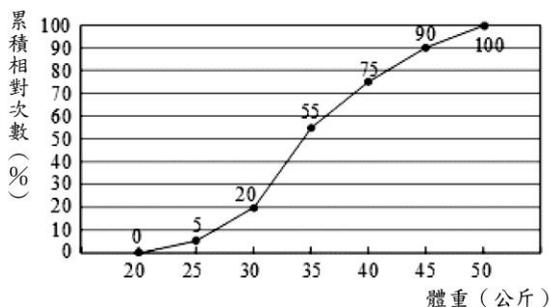
牛刀小試 10

1. 如圖是大象籃球隊 20 位球員身高的累積相對次數分配折線圖，試回答下列問題：



- 身高未滿 170 公分(不含 170 公分)的球員，占全體球員的百分比(%)為多少？
- 身高在 180 公分以上(含 180 公分)的球員，占全體球員的百分比(%)為多少？
- 身高在 170 公分以上(含 170 公分)未滿 180 公分(不含 180 公分)的球員共有_____人。

2. 如圖是小文班上 40 位學生體重的累積相對次數分配折線圖，試回答下列問題：



- 體重未滿 25 公斤(不含 25 公斤)的學生，占全班的百分比(%)為多少？
- 體重在 40 公斤以上(含 40 公斤)的學生，占全班的百分比(%)為多少？
- 體重在 25 公斤以上(含 25 公斤)、未滿 40 公斤(不含 40 公斤)的學生共有_____人。



解答篇

牛刀小試 1

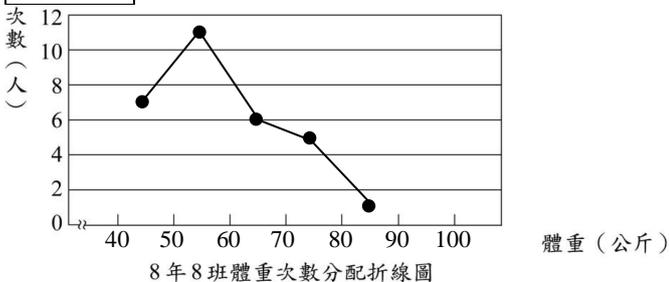
(1)

時間(秒)	計數符號欄	次數(人)
200~220	正	4
220~240	正一	6
240~260	正二	6
260~280	正正	10
280~300	正正下	12
300~320	下	2
合計		40

(2) 24 人

(3) 16 人

牛刀小試 2



1. 30 人

2. 50~60 公斤

牛刀小試 3

1.(1)

分數(分)	次數(人)	累積次數(人)
30~40	5	5
40~50	9	14
50~60	7	21
60~70	8	29
70~80	2	31
80~90	7	38
90~100	2	40
總計	40	

(2) 21 ; (3) 9

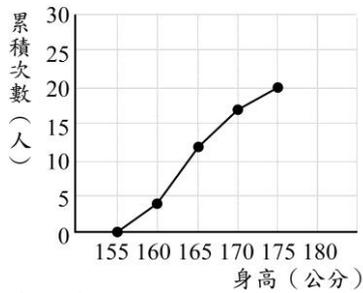
2. (1)

分數(分)	次數(人)	累積次數(人)
30~40	3	3
40~50	(6)	9
50~60	7	(16)
60~70	(9)	25
70~80	2	27
80~90	6	(33)
90~100	2	35
總計	35	

(2) 16 ; (3) 8

牛刀小試 4

1.

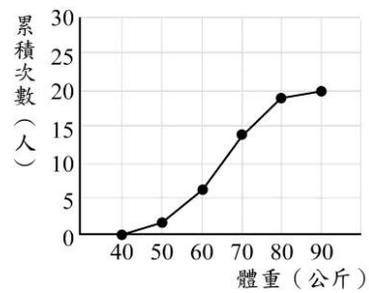


身高累積次數分配折線圖

(3) 12 ; (2) 3 ; (3) 8

(4) 160 ; 165

2.



(1) 6 ; (2) 1 ; (3) 13 ; (4) 60 ; 70

牛刀小試 5

1. (1) 46 人 (2) 41 人

2. (1) 4 人 (2) 13 人

牛刀小試 6

1.

小文班上同學身高相對次數分配表

身高(公分)	次數(人)	相對次數(%)
155~160	4	20
160~165	8	40
165~170	5	25
170~175	3	15
總計	20	100

(1) 60% ; (2) 40%

2.

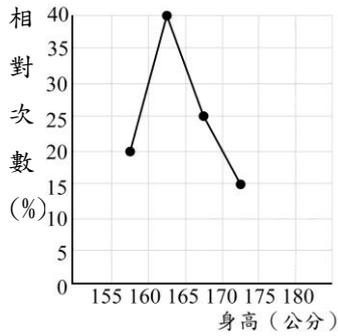
小文班上同學體重相對次數分配表

體重(公斤)	次數(人)	相對次數(%)
40~50	2	10
50~60	4	20
60~70	8	40
70~80	5	25
80~90	1	5
總計	20	100

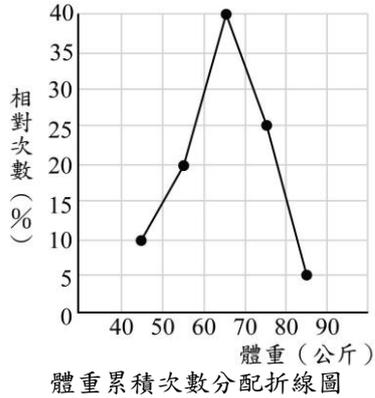
(1) 30% ; (2) 30%

牛刀小試 7

1.



2.



牛刀小試 8

1.

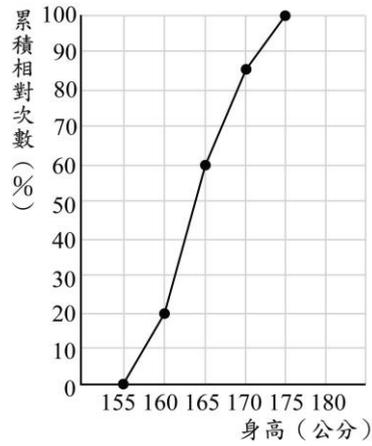
身高 (公分)	次數 (人)	累積人數 (人)	相對次數 (%)	累積相對次數 (%)
155~160	4	4	20	20
160~165	8	12	40	60
165~170	5	17	25	85
170~175	3	20	15	100
總計	20		100	

2.

體重 (公斤)	次數 (人)	累積人數 (人)	相對次數 (%)	累積相對次數 (%)
40~50	2	2	10	10
50~65	4	6	20	30
60~70	8	14	40	70
70~85	5	19	25	95
80~90	1	20	5	100
總計	20		100	

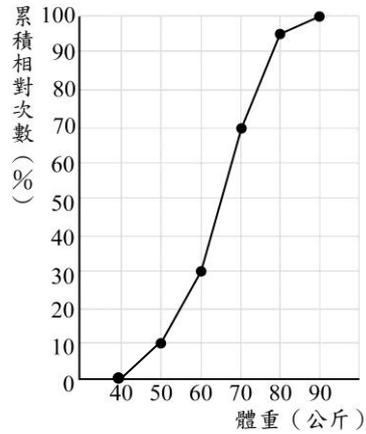
牛刀小試 9

1.



(1) 60% ; (2) 15%

2.



(1) 30% ; (2) 30%

牛刀小試 10

1. (1) 10%

(2) 30%

(3) 12

2. (1) 5%

(2) 25%

(3) 28