

## 目次 CONTENTS

	名稱	內容	頁碼
第 1 章 乘法公式與多項式	1-1 乘法公式	實力養成	1
		隨堂基礎卷	4
	1-2 多項式的加法與減法	實力養成	6
		隨堂基礎卷	8
		每週一題	10
	1-3 多項式的乘法與除法	實力養成	11
		隨堂基礎卷	14
		每週一題	16
	第 2 章 平方根與畢氏定理	2-1 平方根與近似值	實力養成
隨堂基礎卷			19
每週一題			21
2-2 根式的運算		實力養成	22
		隨堂基礎卷	25
		每週一題	27
2-3 畢氏定理		實力養成	28
		隨堂基礎卷	31
		每週一題	33
第 3 章 因式分解	3-1 提公因式法與乘法公式因式分解	實力養成	34
		隨堂基礎卷	39
		每週一題	40
	3-2 利用十字交乘法因式分解	實力養成	41
		隨堂基礎卷	43
		每週一題	45
第 4 章 一元二次方程式	4-1 因式分解法解一元二次方程式	實力養成	46
		隨堂基礎卷	50
		每週一題	52
	4-2 配方法與一元二次方程式的公式解	實力養成	53
		隨堂基礎卷	56
		每週一題	58
	4-3 一元二次方程式的應用	實力養成	59
		隨堂基礎卷	61
		每週一題	63
第 5 章 統計資料處理與圖表	5-1 相對與累積次數分配圖表	實力養成	63
		隨堂基礎卷	67
		每週一題	69



# 第 1 章 乘法公式與多項式

## 1-1 乘法公式

### 實力養成 重點 1 乘法公式的應用

1.  $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$
2.  $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
3.  $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
4.  $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

#### 題型 1 和的平方公式

利用乘法公式，計算下列各題：

(1)  $105^2 = \underline{11025}$ 。

(2)  $(30\frac{1}{3})^2 = \underline{920\frac{1}{9}}$ 。

(3)  $20.2^2 = \underline{408.04}$ 。

(4)  $29^2 + 2 \times 29 \times 31 + 31^2 = \underline{3600}$ 。

(5)  $(47\frac{3}{5})^2 + 2 \times 47\frac{3}{5} \times 2\frac{2}{5} + (2\frac{2}{5})^2$   
 $= \underline{2500}$ 。

(6)  $28.91^2 + 2 \times 28.91 \times 1.09 + 1.09^2$   
 $= \underline{900}$ 。

#### 題型 2 差的平方公式

利用乘法公式，計算下列各題：

(1)  $99^2 = \underline{9801}$ 。

(2)  $(8\frac{4}{5})^2 = \underline{77\frac{11}{25}}$ 。

(3)  $199.2^2 = \underline{39680.64}$ 。

(4)  $52^2 - 2 \times 52 \times 12 + 12^2 = \underline{1600}$ 。

(5)  $(17\frac{5}{6})^2 - 2 \times 17\frac{5}{6} \times 2\frac{5}{6} + (2\frac{5}{6})^2$   
 $= \underline{225}$ 。

(6)  $13.21^2 - 2 \times 13.21 \times 0.21 + 0.21^2$   
 $= \underline{169}$ 。

### 題型 3 ..... 乘法公式

(1) 若  $498^2 = 500^2 + A + 2^2$ ，則  
 $A = \underline{-2000}$ 。

(2) 若  $502^2 = 500^2 + B + 2^2$ ，則  
 $B = \underline{2000}$ 。

(3) 若  $512^2 - 12^2 = 500 \times A$ ，則  $A = \underline{524}$ 。

### 題型 5 ..... 利用乘法公式求值

利用乘法公式，計算下列各題：

(1)  $54 \times \frac{54}{56} = \underline{52\frac{1}{14}}$ 。

(2)  $\frac{13 \times 17}{10} - \frac{1}{10} = \underline{22}$ 。

(3)  $34 \times 26 - 29 \times 31 = \underline{-15}$ 。

### 題型 4 ..... 平方差公式

利用乘法公式，計算下列各題：

(1)  $104 \times 96 = \underline{9984}$ 。

(2)  $23.4^2 - 3.4^2 = \underline{536}$ 。

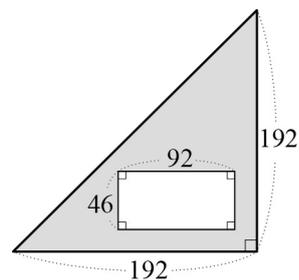
(3)  $(3\frac{8}{9})^2 - (\frac{1}{9})^2 = \underline{15\frac{1}{9}}$ 。

### 題型 6 ..... 平方差公式的應用

(1) 計算  $205 \times 195 - (195^2 - 95^2)$   
 $= \underline{10975}$ 。

(2) 若  $5 \times 7 \times (6^2 + 1) \times (6^4 + 1) \times (6^8 + 1)$   
 $= 6^n - 1$ ，則  $n = \underline{16}$ 。

(3) 右圖為一個直角三角形與一個長方形組成的圖形，則灰色部分的面積為  $\underline{14200}$ 。



## 強化練習

1. 利用乘法公式，計算下列各題：

(1)  $201^2 = \underline{40401}$ 。

(2)  $(7\frac{2}{5})^2 = \underline{54\frac{19}{25}}$ 。

(3)  $7.66^2 + 2 \times 7.66 \times 5.34 + 5.34^2 = \underline{169}$ 。

(4)  $12^2 + 2 \times 12 \times 23 + 23^2 = \underline{1225}$ 。

2. 利用乘法公式，計算下列各題：

(1)  $98^2 = \underline{9604}$ 。

(2)  $(8\frac{5}{7})^2 = \underline{75\frac{46}{49}}$ 。

(3)  $31^2 - 2 \times 31 \times 11 + 11^2 = \underline{400}$ 。

(4)  $8.66^2 - 2 \times 8.66 \times 1.66 + 1.66^2 = \underline{49}$ 。

3. (1) 若  $997^2 = 1000^2 + A + 3^2$ ，則  $A = \underline{-6000}$ 。

(2) 若  $1007^2 = 1000^2 + B + 7^2$ ，則  $B = \underline{14000}$ 。

(3) 若  $121^2 - 21^2 = 100 \times A$ ，則  $A = \underline{142}$ 。

4. 利用乘法公式，計算下列各題：

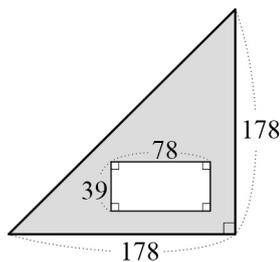
(1)  $123 \times 117 = \underline{14391}$ 。

(2)  $111^2 - 11^2 = \underline{12200}$ 。

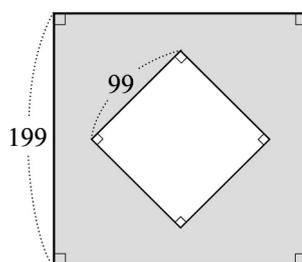
5. (1) 下圖(一)為一個直角三角形與一個長方形所組成的圖形，則灰色部分的面積為

12800。

(2) 下圖(二)為兩個正方形所組成的圖形，則灰色部分面積為29800。



圖(一)



圖(二)

6. 利用乘法公式，計算下列各題：

(1)  $\frac{41 \times 43}{40} - \frac{3}{40} = \underline{44}$ 。

(2)  $71 \times 69 - 67 \times 73 = \underline{8}$ 。

一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- ( D ) 1. 下列哪一個等式是正確的？  
 (A)  $(2+3)^2=2^2+3^2$   
 (B)  $(5-2)^2=5^2-2^2$   
 (C)  $(6-4)^2=6^2-2\times 6\times 4-4^2$   
 (D)  $(7+3)(7-3)=7^2-3^2$
- ( A ) 2. 已知  $94^2=100^2-2\times 100\times a+a^2$ ，則  $a=?$   
 (A) 6 (B) 4 (C) 16 (D) 36
- ( C ) 3. 利用分配律求  $3\frac{1}{4}\times 4\frac{1}{3}$  的值。  
 (A) 20 (B) 12  
 (C)  $14\frac{1}{12}$  (D)  $12\frac{1}{12}$
- ( B ) 4. 若  $(22\frac{1}{2})^2-(17\frac{1}{2})^2=k$ ，則  $k=?$   
 (A) 205 (B) 200 (C) 152 (D) 90
- ( A ) 5. 若  $123.5^2=123^2+m$ ，則  $m=?$   
 (A) 123.25 (B) 123.5 (C) 0.25 (D) 0.5

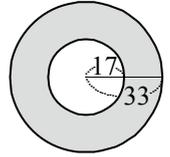
二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. (1)  $102^2=$  10404。  
 (2)  $98^2=$  9604。  
 (3)  $95\times 105=$  9975。  
 (4)  $198\times 202=$  39996。  
 (5)  $11.5^2-1.5^2=$  130。  
 (6)  $97^2-9=$  9400。
2.  $34^2-2\times 34\times 4+4^2=$  900。
3. 設  $a=207\times 193$ ， $b=200^2-8^2$ ，則  $a-b=$  15。
4. 若  $13\times 22+13\times 28+17\times 22+17\times 28=a\times 50$ ，則  $a=$  30。

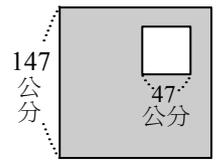
5. 利用分配律，計算  $101 \times 109 = \underline{11009}$ 。

6. 若  $23^2 - 27^2 = 50 \times a$ ，則  $a = \underline{-4}$ 。

7. 如右圖，已知兩個圓半徑分別為 33 公分、17 公分，則灰色部分的面積約為 2512 平方公分。(圓面積 = 半徑<sup>2</sup> × 圓周率，其中圓周率約為 3.14)



8. 右圖是邊長分別為 147 公分與 47 公分的兩正方形所圍成的圖形，則灰色部分的面積為 19400 平方公分。



### 三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 若  $ab=2$ ， $a^2+b^2=5$ ，求：

(1)  $(a+b)^2$

(2 分)

(2)  $(a-b)^2$

(3 分)

**解：** (1)  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (a^2 + b^2) + 2ab = 5 + 2 \times 2 = 9$

(2)  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (a^2 + b^2) - 2ab = 5 - 2 \times 2 = 1$

**答：** (1) 9 ; (2) 1

2. 計算  $\frac{75^2 - 36^2}{75^2 + 75 \times 72 + 36^2}$  的值。

**解：** 原式 =  $\frac{(75+36)(75-36)}{(75+36)^2} = \frac{75-36}{75+36} = \frac{39}{111} = \frac{13}{37}$

**答：**  $\frac{13}{37}$

# 1-2 多項式的加法與減法

## 實力養成

## 重點

## 1

## 多項式的意義與加減運算

1. 可整理成 $-x$ 、 $2x^2+3x-4$ 、 $x^2+4x$ 、 $-\frac{1}{2}x^2+1$ 、 $x^2-\frac{1}{3}x+6$ 、 $x^3+4x^2$ 、……形式的式子，稱為 $x$ 的多項式。我們也把如 $\frac{7}{2}$ 、 $-3$ 、 $0$ 、……的數看成 $x$ 的多項式，並稱為常數多項式。
2. 多項式的加減運算：多項式相加減時，只要將它們的同類項合併即可。

### 題型 1 多項式的判斷

$$x^2 + \frac{2}{x}, x^3 + |x| - 1, \frac{x}{2} + 3, x + \sqrt{5}, 3,$$

上列五個式子中，共有 3 個多項式。

### 題型 3 常數多項式

(1) 若  $(a+3)x^2 + (b-2)x + (c-1)$  為  $x$  的常數多項式，則  $a+b = \underline{-1}$ 。

(2) 若  $ax^2 + (b+5)x + (c-9)$  為零，則  $a+b+c = \underline{4}$ 。

### 題型 5 多項式的加法運算

計算下列各式：

(1)  $(-7x^2 - 3x + 18) + (3x^2 - 9x - 7)$   
 $= \underline{-4x^2 - 12x + 11}$ 。

(2)  $(3x - 5x^2 + x^3 - 4) + (2 + 6x^3 + 4x)$   
 $= \underline{7x^3 - 5x^2 + 7x - 2}$ 。

(3)  $(x^2 + 3) + (2x + 1 - x^3 + 4x^2)$   
 $= \underline{-x^3 + 5x^2 + 2x + 4}$ 。

### 題型 2 多項式的係數

試完成下表：

式子	$x^2$ 項係數	$x$ 項係數	常數項
$3x^2 - 2x + 1$	3	-2	1
$7 - 3x^2$	-3	0	7
$6x + 8 - x^2$	-1	6	8
$-8x^2 + 5$	-8	0	5

### 題型 4 一次多項式

設  $a$ 、 $b$  為整數，若  $ax^3 + bx^2 - 2x + 4x^3 - 3$  為  $x$  的一次多項式，則  $a+b = \underline{-4}$ 。

### 題型 6 多項式的減法運算

計算下列各式：

(1)  $(-7x^2 - 8x - 3) - (-x^2 + 2x + 1)$   
 $= \underline{-6x^2 - 10x - 4}$ 。

(2)  $(5 - 6x) - (x^2 + 4x - 2)$   
 $= \underline{-x^2 - 10x + 7}$ 。

(3)  $(x^3 + 2x - 7) - (-x^2 + 3x - 4)$   
 $= \underline{x^3 + x^2 - x - 3}$ 。

### 題型 7 多項式的加減運算 I

(1) 設  $A$  為一多項式，且  
 $(-2x^2 - 5x + 3) + A = x^2 + 3x + 5$ ，  
 則  $A = \underline{3x^2 + 8x + 2}$ 。

(2) 設  $B$  為一多項式，且  
 $(5x^2 - 3x + 2) - B = 2x^2 - 5x + 6$ ，  
 則  $B = \underline{3x^2 + 2x - 4}$ 。

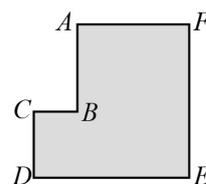
### 題型 8 多項式的加減運算 II

右圖中相鄰兩邊的線段均互相垂直，其中

$$\begin{aligned} \overline{CD} &= x^2 - 1, \\ \overline{DE} &= \overline{EF} = x^2 + x + 1, \\ \overline{AF} &= 2x^2 - 3, \end{aligned}$$

(1)  $\overline{AB} = \underline{x + 2}$ 。

(2)  $\overline{BC} = \underline{-x^2 + x + 4}$ 。



### 強化練習

1. 下列何者為  $x$  的多項式？答： (D)。

(A)  $x + 1 = 0$     (B)  $y + \frac{1}{x} + 1$     (C)  $|x - 1|$     (D)  $x^2 + 3x - 5$

2. (1) 多項式  $-x^2 - 8$  的  $x^2$  項係數是 -1， $x$  項係數是 0，常數項是 -8。

(2) 多項式  $-3x^2 - 8x - 15$  的  $x^2$  項係數是 -3， $x$  項係數是 -8，常數項是 -15。

3. (1) 若  $(a + 3)x^2 + bx + c - 1$  為  $x$  的常數多項式，則  $a + b = \underline{-3}$ 。

(2) 若  $(a + 1)x^2 + (b - 7)x + c + 2$  為零，則  $a + b + c = \underline{4}$ 。

(3) 若  $ax^3 + 2x^2 + 3x^3 + ax^2 + 3x + 1$  為  $x$  的二次多項式，則  $x^2$  項係數為 -1。

4. (1) 若  $(5x^2 - 4x - 12) + (-4x - 9 + 5x^2) = ax^2 + bx + c$ ，則  $a + b + c = \underline{-19}$ 。

(2) 若  $(-12 - 11x + 7x^2) - (4 - 17x^2 - 9x) = ax^2 + bx + c$ ，則  $a + b + c = \underline{6}$ 。

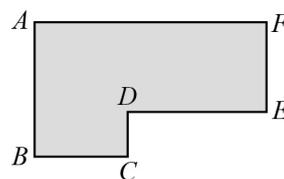
5. (1) 設  $A$  為一多項式，且  $(3x^2 + 7x - 2) + A = -2x^2 + 3x - 5$ ，則  $A = \underline{-5x^2 - 4x - 3}$ 。

(2) 設  $B$  為一多項式，且  $(-7x^2 - 8x + 3) - B = x^2 - 5x + 8$ ，則  $B = \underline{-8x^2 - 3x - 5}$ 。

6. 右圖中相鄰兩邊的線段均互相垂直，其中  $\overline{AB} = x + 2$ ，

$\overline{BC} = 4x^2 - x - 1$ ， $\overline{CD} = 2x^2 - 1$ ， $\overline{AF} = 3x^2 + 2x$ ，則

$\overline{DE} = \underline{-x^2 + 3x + 1}$ ， $\overline{EF} = \underline{-2x^2 + x + 3}$ 。



## 一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- ( A ) 1. 多項式  $-8x^3+4x^2-x+1$  中， $x^3$  項係數為  $a$ ， $x^2$  項係數為  $b$ ， $x$  項係數為  $c$ ，常數項為  $d$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  四個數中，哪一個最小？  
(A)  $a$  (B)  $b$  (C)  $c$  (D)  $d$
- ( C ) 2. 若  $(a-3)x^3+(b+5)x^2+ax+b$  為  $x$  的一次多項式，則下列何者正確？  
(A)  $a=-3$  (B)  $b=5$  (C)  $x$  項係數為 3 (D) 常數項為 5
- ( B ) 3. 若多項式  $ax^2+bx-2$  與  $x^2+5x+c$  相等，則  $a+b+c=?$   
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
- ( D ) 4. 設  $A$  為一次多項式， $B$  為三次多項式，則  $A+B$  為下列何種多項式？  
(A) 常數多項式 (B) 一次多項式 (C) 二次多項式 (D) 三次多項式
- ( D ) 5. 若  $(5x^2+3x-1)-A=2x^2-2x+1$ ，則多項式  $A=?$   
(A)  $3x^2-5x+2$  (B)  $3x^2+5x+2$   
(C)  $3x^2-5x-1$  (D)  $3x^2+5x-2$

## 二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 化簡下列各式：

(1)  $x^2+4x^2+7x-9x+5=$   $5x^2-2x+5$ 。

(2)  $-2y^2-9+4y-5y-3y^2+5=$   $-5y^2-y-4$ 。

2. 若  $A=7x^2+2x+3$ ， $B=2x^2-5x+6$ ，則  $A+B=$   $9x^2-3x+9$ 。

3. 若  $A=3x^2-5x-11$ ， $B=-7x^2+8x-4$ ，則  $A+B=$   $-4x^2+3x-15$ 。

4. 若  $A=-3x^3-x+8$ ， $B=5x+6x^2-17$ ，則  $A+B=$   $-3x^3+6x^2+4x-9$ 。

5. 若  $A=4x^2-3x+5$ ， $B=2x^2-2x+1$ ，則  $A-B=$   $2x^2-x+4$ 。

6. 若  $A=12+2y^2-7y$ ， $B=-2+5y^2$ ，則  $A-B=$   $-3y^2-7y+14$ 。

7. 若  $A = -5y^2 + 8y$ ,  $B = 9y - 2y^2 - 7$ , 則  $A - B = \underline{-3y^2 - y + 7}$ 。

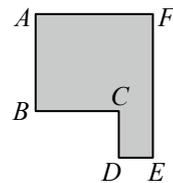
8. 計算下列各式，並將結果按照降冪的型式列出：

(1)  $(-4 - 5x^2 + 17x) + (-9x + 2) = \underline{-5x^2 + 8x - 2}$ 。

(2)  $(-x^2 - 13) - (-x + 5x^2) = \underline{-6x^2 + x - 13}$ 。

(3)  $(-2x^3 + 8x) - (6x - 2 - 11x^3) = \underline{9x^3 + 2x + 2}$ 。

9. 右圖相鄰兩邊的線段均互相垂直，其中  $\overline{AB} = 2x^2 - 2$ ,  $\overline{CD} = x + 1$ ,  $\overline{DE} = x^2 - x$ ,  $\overline{AF} = x^2 + x + 1$ , 則  $\overline{BC} = \underline{2x + 1}$ ,  $\overline{EF} = \underline{2x^2 + x - 1}$ 。



### 三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 若  $(a-2)x^3 + (b+4)x + c - 3$  為 0，則  $a + b + c = ?$

**解：**因為  $(a-2)x^3 + (b+4)x + c - 3$  為 0，

所以  $a - 2 = 0$ ,  $a = 2$ ,

$b + 4 = 0$ ,  $b = -4$ ,

$c - 3 = 0$ ,  $c = 3$ ,

故  $a + b + c = 2 + (-4) + 3 = 1$ 。

**答：**1

2. 若小舜欲解  $A$ 、 $B$  兩個多項式，但只知道  $A - 2B = 3x^2 + 2x + 3$ ,  $A - 4B = -7x - 9$ , 試問小舜解出的多項式  $A$  為何？

**解：** $A - 2B = 3x^2 + 2x + 3 \dots\dots\dots ①$

$A - 4B = -7x - 9 \dots\dots\dots ②$

由① - ②得  $2B = 3x^2 + 2x + 3 + 7x + 9 = 3x^2 + 9x + 12$

由①式，得  $A = (3x^2 + 2x + 3) + 2B$   
 $= (3x^2 + 2x + 3) + (3x^2 + 9x + 12)$   
 $= 6x^2 + 11x + 15$

**答：** $6x^2 + 11x + 15$



# 每週一題



南一數學遊樂園區裡有一個水域遊樂池，它有甲、乙、丙三種進出水孔，其中甲、乙、丙每小時進出水量各為  $x^2$ 、 $x$ 、 $1$  單位 ( $x \geq 100$ )，同一種進出水孔啟動開關時，僅能同時進水或出水，例如 1 個甲水孔、2 個乙水孔與 3 個丙水孔，同時啟動一個小時後水量為  $x^2 - 2x + 3$  單位，可知甲與丙這一小時是進水而乙為出水。若今日水域遊樂池內有  $3x^2 - 2x + 5$  單位的水量，試回答下列問題：

- (1) 工作人員開啟三種水孔一小時後，關閉開關，測得總水量為  $4x^2 - 8x + 8$  單位，則這一小時內總進水量為多少？
- (2) 承(1)水孔數量，工作人員再度啟動開關，持續啟動若干小時後，總水量變為  $x^2 - 26x - 1$  單位，則這期間是總進水還是總出水若干小時？

**解**

$$\begin{aligned} (1) & (4x^2 - 8x + 8) - (3x^2 - 2x + 5) \\ &= 4x^2 - 8x + 8 - 3x^2 + 2x - 5 \\ &= x^2 - 6x + 3 \end{aligned}$$

(2) 由(1)可知甲種水孔開 1 個，乙種水孔開 6 個，丙種水孔開 3 個，

$$\begin{aligned} & (x^2 - 26x - 1) - (4x^2 - 8x + 8) \\ &= x^2 - 26x - 1 - 4x^2 + 8x - 8 \\ &= -3x^2 - 18x - 9 \\ &= 3(-x^2 - 6x - 3) \end{aligned}$$

故遊樂池這期間為總出水 3 個小時。

分數	評分指引
3	解題策略正確，能清楚表達解題過程，且兩個小題皆正確無誤。
2	第(1)小題算對，第(2)小題列式正確，但推論過程或計算錯誤。
1	僅答對其中一小題。
0	只有答案或與題目無關；策略不清或錯誤。

# 1-3 ➡ 多項式的乘法與除法

## 實力養成 重點 1 多項式的乘法運算

▲ 多項式的乘法：

- (1) 橫式：利用乘法分配律展開，再合併同類項。
- (2) 直式：先將缺項補 0，按降冪排列將同類項對齊，然後計算乘法。
- (3) 分離係數法：將直式中略去像  $x^3$ 、 $x^2$  與  $x$  等文字符號，只寫出各項的係數再做運算。

### 題型 1 常數 × 多項式

若  $A = -x^2 + 3x + 2$ ， $B = 2x^2 - 5x + 6$ ，則：

(1)  $4A + 3B = \underline{2x^2 - 3x + 26}$ 。

(2)  $-2A - 4B = \underline{-6x^2 + 14x - 28}$ 。

### 題型 3 多項式 × 多項式

計算下列各式：

(1)  $(2x^2 + 3x - 1)(x - 2)$   
 $= \underline{2x^3 - x^2 - 7x + 2}$ 。

(2)  $(5x - 1)(x - 4x^2 + 2)$   
 $= \underline{-20x^3 + 9x^2 + 9x - 2}$ 。

(3)  $(3x^2 + 1)(x - 2)$   
 $= \underline{3x^3 - 6x^2 + x - 2}$ 。

### 題型 2 單項式 × 多項式

計算下列各式：

(1)  $5x \times (-x^2 + 2x - 3)$   
 $= \underline{-5x^3 + 10x^2 - 15x}$ 。

(2)  $(5x^2 - 3x + 2) \times (-2x)$   
 $= \underline{-10x^3 + 6x^2 - 4x}$ 。

### 題型 4 多項式的係數和

$(3x - a)(ax + 5)$  的乘積中，若  $x^2$  項係數為  $-12$ ，則各項係數和為 7。

### 題型 5 利用乘法公式

計算下列各式：

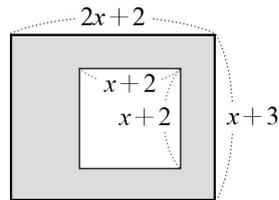
(1)  $(4x+5)^2 = \underline{16x^2+40x+25}$ 。

(2)  $(2x-5)^2 = \underline{4x^2-20x+25}$ 。

(3)  $(3x-7)(3x+7) = \underline{9x^2-49}$ 。

### 題型 6 多項式的應用問題

右圖是一個長為  $2x+2$ 、寬為  $x+3$  的長方形，其內部有一個邊長為  $x+2$  的正方形，則灰色部分面積為  $\underline{x^2+4x+2}$ 。  
(以  $x$  的多項式表示)



### 強化練習

1. 若  $A=6x^2-5x+2$ ， $B=-3x^2+2x+1$ ，則：

(1)  $-2A+5B = \underline{-27x^2+20x+1}$ 。

(2)  $3A-B = \underline{21x^2-17x+5}$ 。

2. 計算下列各式：

(1)  $(-3x) \times (-x^2+x+1) = \underline{3x^3-3x^2-3x}$ 。

(2)  $(-11x^2-3x+7) \times 8x = \underline{-88x^3-24x^2+56x}$ 。

3. 計算下列各式：

(1)  $(3x^2-2x+1)(x+4) = \underline{3x^3+10x^2-7x+4}$ 。

(2)  $(1-x^2-4x)(2x-1) = \underline{-2x^3-7x^2+6x-1}$ 。

(3)  $(5x^2+2)(x+1) = \underline{5x^3+5x^2+2x+2}$ 。

4. 多項式  $(3x^2-2x+5)$  與  $(7x+2)$  的乘積中， $x^2$  項係數為  $\underline{-8}$ 。

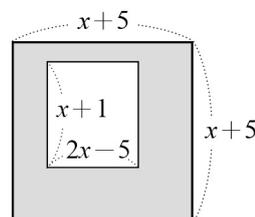
5. 計算下列各式：

(1)  $(8x+3)^2 = \underline{64x^2+48x+9}$ 。

(2)  $(3x-1)^2 = \underline{9x^2-6x+1}$ 。

(3)  $(2x-7)(2x+7) = \underline{4x^2-49}$ 。

6. 右圖是一個邊長為  $x+5$  的正方形，其內部有一個長為  $x+1$ 、寬為  $2x-5$  長方形，則灰色部分面積 =  $\underline{-x^2+13x+30}$ 。  
(以  $x$  的多項式表示)



# 實力養成 重點 2 多項式的除法運算

1. 兩個多項式相除的餘式如果不是零多項式，其次數一定低於除式的次數。
2. 多項式的除法：
  - (1) 直式：先將缺項補 0，按降冪排列將同類項對齊，然後計算除法。
  - (2) 分離係數法：將直式中略去像  $x^3$ 、 $x^2$  與  $x$  等文字符號，只寫出各項的係數再做運算。

## 題型 1 多項式的除法

求下列各題的商式及餘式：

(1)  $(24x^2 - 6x - 21) \div 3x$  的商式為  $8x - 2$ ，餘式為  $-21$ 。

(2)  $(3x^2 - 5x + 1) \div (x - 2)$  的商式為  $3x + 1$ ，餘式為  $3$ 。

## 題型 3 有缺項的多項式除法

求下列各題的商式及餘式：

(1)  $(8x^2 + 5) \div 2x$  的商式為  $4x$ ，餘式為  $5$ 。

(2)  $(9x^2 + 1) \div (3x - 2)$  的商式為  $3x + 2$ ，餘式為  $5$ 。

## 題型 2 除式與被除式的關係

(1) 若有一多項式除以  $(x - 2)$  得商式為  $(3x - 5)$ ，餘式為  $-7$ ，則此多項式為  $3x^2 - 11x + 3$ 。

(2) 若有一多項式除以  $(-3x + 1)$  得商式為  $(-x + 2)$ ，餘式為  $3$ ，則此多項式為  $3x^2 - 7x + 5$ 。

## 題型 4 商式的係數為分數

求下列各題的商式及餘式：

(1)  $(6x^2 + x + 4) \div (3x + 1)$  的商式為  $2x - \frac{1}{3}$ ，餘式為  $\frac{11}{3}$ 。

(1)  $(4x^2 - 3x + 2) \div (2x - 3)$  的商式為  $2x + \frac{3}{2}$ ，餘式為  $\frac{13}{2}$ 。

## 強化練習

1. 求下列各題的商式及餘式：

(1)  $(x^2 - 8x + 16) \div (x - 4)$  的商式為  $x - 4$ ，餘式為  $0$ 。

(2)  $(-24x^2 - 6x - 4) \div (4x - 1)$  的商式為  $-6x - 3$ ，餘式為  $-7$ 。

(3)  $(16x^2 - 10) \div (4x + 1)$  的商式為  $4x - 1$ ，餘式為  $-9$ 。

(4)  $(8x^2 + 3x - 2) \div (4x + 3)$  的商式為  $2x - \frac{3}{4}$ ，餘式為  $\frac{1}{4}$ 。

2. (1) 若有一多項式除以  $(3x - 4)$  得商式為  $(2x + 1)$ ，餘式為  $7$ ，則此多項式為  $6x^2 - 5x + 3$ 。

(2) 若有一多項式除以  $(5x + 11)$  得商式為  $(2x - 7)$ ，餘式為  $3$ ，則此多項式為  $10x^2 - 13x - 74$ 。

## 一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- ( B ) 1. 若長方形的長與寬分別為  $(4x+3)$  與  $(5x-2)$ ，則此長方形的面積是多少？  
 (A)  $20x^2-7x-6$       (B)  $20x^2+7x-6$   
 (C)  $20x^2-23x+6$       (D)  $20x^2-23x-6$
- ( D ) 2. 下列何者不可能是多項式  $A$  除以  $-2x^2-3x-4$  的餘式？  
 (A) 0      (B)  $\frac{1}{3}x+4$       (C)  $-2x-3$       (D)  $x^2-2$
- ( A ) 3.  $(4x^2-6x-3) \div (2x-1)$  的餘式為何？  
 (A)  $-5$       (B) 5      (C) 2      (D) 0
- ( A ) 4. 設  $k$  是常數，若  $3x^2+kx-8$  可被  $3x-4$  整除，則  $k=?$   
 (A) 2      (B)  $-10$       (C)  $-4$       (D) 4
- ( C ) 5. 設多項式  $A$  不為 0，若  $x^2+3x-5=(x+1) \cdot A-7$ ，則  $A$  為何？  
 (A)  $x^2-x+2$       (B)  $-x-2$   
 (C)  $x+2$       (D)  $x-2$

## 二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 計算下列各式：

(1)  $(x+3)(2x+5) = \underline{2x^2+11x+15}$ 。

(2)  $(-3x^2+1)(5x-4) = \underline{-15x^3+12x^2+5x-4}$ 。

(3)  $(2x-5)^2 = \underline{4x^2-20x+25}$ 。

2. 計算下列各式：

(1)  $15x^2 \div 5x = \underline{3x}$ 。

(2)  $(-42x^2) \div (-6x) = \underline{7x}$ 。

3. (1)  $(x^2-4x-5) \div (x+1)$  的商式為  $\underline{x-5}$ ，餘式為  $\underline{0}$ 。

(2)  $(2x^2+1) \div (x-1)$  的商式為  $\underline{2x+2}$ ，餘式為  $\underline{3}$ 。

(3)  $(x-2x^2+18) \div (2x+5)$  的商式為  $\underline{-x+3}$ ，餘式為  $\underline{3}$ 。

4.  $(12x^2+3x-1)\div(3x+1)$  的商式為  $4x-\frac{1}{3}$ ，餘式為  $-\frac{2}{3}$ 。

### 三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 阿翰求一次多項式  $A$  與  $3x-2$  的乘積時，誤將  $A$  中常數項的正負符號寫錯，算出結果為  $12x^2-11x+2$ 。如果她沒有其他計算上的錯誤，則正確答案應為何？

**解：**因為  $(12x^2-11x+2)\div(3x-2)=4x-1$ ，  
所以正確多項式  $A=4x+1$ ，  
故正確答案應為  $(4x+1)\times(3x-2)=12x^2-5x-2$ 。

**答：** $12x^2-5x-2$

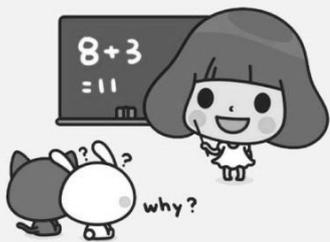
2. 已知  $(ax+b)(2x+3)$  乘開後得  $4x^2+14x+12$ ，求  $a$  與  $b$ 。

**解：** $ax+b=(4x^2+14x+12)\div(2x+3)$   
 $=2x+4$

故  $a=2, b=4$

**答：** $a=2, b=4$

$$\begin{array}{r} 2x+4 \\ 2x+3 \overline{) 4x^2+14x+12} \\ \underline{4x^2+6x} \phantom{+12} \\ 8x+12 \\ \underline{8x+12} \\ 0 \end{array}$$



# 每週一題



南一數學遊樂園區裡有一個水域遊樂池，它有甲、乙、丙三種進出水孔，其中甲、乙、丙每小時進出水量各為  $x^2$ 、 $x$ 、 $1$  ( $x \geq 100$ )，同一種進出水孔啟動開關時，僅能同時進水或出水，例如 1 個甲水孔、2 個乙水孔與 3 個丙水孔，同時啟動一個小時後水量為  $x^2 - 2x + 3$ ，可知甲與丙這一小時是進水而乙為出水。若遊樂池的工作人員每天都會啟動開關  $(x+1)$  小時，然後關閉開關，試回答下列問題：

- (1) 每天啟動開關時，開啟 3 個乙開關、2 個丙開關，都是進水，則這期間總進水量為多少？
- (2) 承(1)，工作人員按照這樣啟動開關  $(2x-1)$  天，總進水量可達到多少？

**解**

(1) 這期間總進水量 = 每小時進水量  $\times$  啟動時間

$$= (3x+2) \times (x+1)$$
$$= 3x^2 + 5x + 2$$

(2) 由(1)可知每天總進水量為  $3x^2 + 5x + 2$ ，

$$(3x^2 + 5x + 2) \times (2x - 1) = 6x^3 + 7x^2 - x - 2$$

故總進水量可達到  $6x^3 + 7x^2 - x - 2$ 。

分數	評分指引
3	解題策略正確，能清楚表達解題過程，且兩個小題皆正確無誤。
2	第(1)小題算對，第(2)小題列式正確，但推論過程或計算錯誤。
1	僅答對第(1)小題。
0	只有答案或與題目無關；策略不清或錯誤。

# 第 2 章 平方根與畢氏定理

## 2-1 平方根與近似值

### 實力養成 重點 1 平方根的意義

1. 已知  $b$  為正數，且  $a^2=b$ ，則  $a$  是  $b$  的平方根， $-a$  也是  $b$  的平方根。
2. 0 的平方根是 0。
3.  $\sqrt{a}$  (讀作根號  $a$ ) 表示正數  $a$  的正平方根， $-\sqrt{a}$  (讀作負根號  $a$ ) 表示  $a$  的負平方根。

#### 題型 1 $\sqrt{a}$ 的化簡

求下列各數的值：

(1)  $\sqrt{529} = \underline{23}$ 。

(2)  $-\sqrt{\frac{289}{676}} = \underline{-\frac{17}{26}}$ 。

(3)  $\sqrt{1.69} = \underline{1.3}$ 。

(4)  $\sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \underline{\frac{3}{5}}$ 。

#### 題型 3 十分逼近法

已知  $6.3^2=39.69$ ， $6.4^2=40.96$ ，  
 $6.5^2=42.25$ ， $6.41^2=41.0881$ ，  
 $6.405^2=41.024025$ ，則  $\sqrt{41}$  以四捨五入法取  
到小數第二位的近似值為 6.40。

#### 題型 2 將某數化為平方數

5292 可化成標準分解式為  $\underline{2^2 \times 3^3 \times 7^2}$ 。  
若  $5292 \times a$  與  $5292 \div b$  的平方根皆為整數，  
則最小正整數  $a = \underline{3}$ ，最小正整數  $b = \underline{3}$ 。

#### 題型 4 近似值的整數部分

已知  $m$  為正整數，若  $m < \sqrt{30} < m+1$ ，則  
 $m$  的值為 5。

**題型 5**

求平方根

求下列各數的平方根：

(1) 625      答： ±25 。

(2)  $1\frac{5}{4}$       答： ± $\frac{3}{2}$  。

(3)  $\frac{25}{64}$       答： ± $\frac{5}{8}$  。

(4) 3.24      答： ±1.8 。

**題型 6**

平方根的應用

(1) 已知  $3x-2$  的平方根為  $\pm\sqrt{7}$ ，則  
 $x =$  3 。

(2) 已知  $2x-1$  的平方根為  $\pm\sqrt{11}$ ，則  
 $x =$  6 。

**強化練習**

1. 求下列各數的值：

(1)  $\sqrt{169} =$  13 。

(2)  $-\sqrt{196} =$  -14 。

(3)  $\sqrt{\frac{36}{729}} =$   $\frac{2}{9}$  。

(4)  $-\sqrt{\frac{81}{324}} =$   $-\frac{1}{2}$  。

2. 求下列各數的值：

(1)  $\sqrt{3.24} =$  1.8 。

(2)  $-\sqrt{4.84} =$  -2.2 。

(3)  $\sqrt{(-2.5)^2} =$  2.5 。

(4)  $-\sqrt{\left(-\frac{4}{7}\right)^2} =$   $-\frac{4}{7}$  。

3. 1800 可化成標準分解式為  $2^3 \times 3^2 \times 5^2$ 。若  $1800 \times a$  與  $1800 \div b$  的平方根皆為整數，則最小正整數  $a =$  2，最小正整數  $b =$  2。4. 已知  $m$  為正整數，若  $m < \sqrt{60} < m+1$ ，則  $m$  的值為 7。

5. 求下列各數的平方根：

(1) 225      答： ±15 。

(2) 121      答： ±11 。

(3)  $1\frac{24}{25}$       答： ± $\frac{7}{5}$  。

(4) 0.64      答： ±0.8 。

6. 已知  $-4x+9$  的平方根為  $\pm\sqrt{13}$ ，則  $x =$  -1。

## 一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- ( A ) 1. 下列對於平方根的敘述，何者錯誤？  
 (A) 任何數都有平方根  
 (B) 5 的平方根是  $\sqrt{5}$  和  $-\sqrt{5}$   
 (C) 0 的平方根是 0  
 (D) 若某數有平方根，則其所有平方根的和必為 0
- ( C ) 2. 當  $a$  為下列何值時， $\sqrt{28 \times a}$  為正整數？  
 (A) 2 (B) 4 (C) 7 (D) 14
- ( D ) 3. 已知  $\sqrt{113}$  的近似值為 10.63014581，則下列何者正確？  
 (A)  $\sqrt{113} = 10.63014581$   
 (B)  $113 = 10.63014581^2$   
 (C) 113 的平方根為  $\pm 10.6301$   
 (D)  $\sqrt{113} \neq 10.6301$
- ( C ) 4. 若  $a < \sqrt{403} < a+1$ ，且  $a$  為正整數，則  $a = ?$   
 (A) 18 (B) 19  
 (C) 20 (D) 21
- ( D ) 5. 已知 7 是  $2x+39$  的一個平方根，則  $x = ?$   
 (A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5

## 二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 有一正方形的面積為 0.25 平方公尺，則此正方形的邊長 = 0.5 公尺。

2. 求下列各數的平方根：

(1) 49

答：  $\pm 7$  。

(2)  $\frac{1}{36}$

答：  $\pm \frac{1}{6}$  。

(3) 0.04

答：  $\pm 0.2$  。

3. 求下列各數的平方根：

(1) 121

答：  $\pm 11$  。

(2) 324

答：  $\pm 18$  。

(3)  $2^6 \times 3^4$

答：  $\pm 72$  。

4. 求下列各數的值：

(1)  $\sqrt{16} = \underline{4}$ 。

(2)  $\sqrt{\frac{9}{25}} = \underline{\frac{3}{5}}$ 。

(3)  $-\sqrt{(1.1)^2} = \underline{-1.1}$ 。

(4)  $\sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2} = \underline{\frac{5}{7}}$ 。

5. 設  $n$  為正整數，若  $\sqrt{200+n}$  為正整數，則  $n$  的最小值為 25；此時  $\sqrt{200+n}$  的值為 15。

### 三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 利用十分逼近法求  $\sqrt{8}$  的近似值，並以四捨五入法取至整數。

**解：**  $2^2=4, 3^2=9 \Rightarrow 2 < \sqrt{8} < 3$

$2.5^2=6.25, 2.6^2=6.76, 2.7^2=7.29, 2.8^2=7.84, 2.9^2=8.41$

$\Rightarrow 2.8 < \sqrt{8} < 2.9$

$\Rightarrow \sqrt{8} \doteq 2.8 \cdots \doteq 3$

**答：** 3

2. 比較下列各組數的大小：

(1)  $\sqrt{65}$ 、 $\sqrt{56}$

(2 分)

(2)  $\sqrt{154}$ 、13

(3 分)

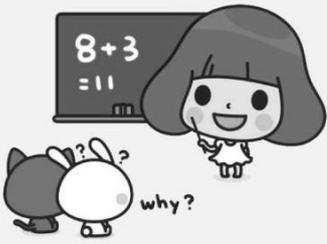
**解：** (1) 因為  $65 > 56$ ，

所以  $\sqrt{65} > \sqrt{56}$ 。

(2) 因為  $13^2=169 > 154$ ，

所以  $\sqrt{154} < 13$ 。

**答：** (1)  $\sqrt{65} > \sqrt{56}$ ；(2)  $\sqrt{154} < 13$

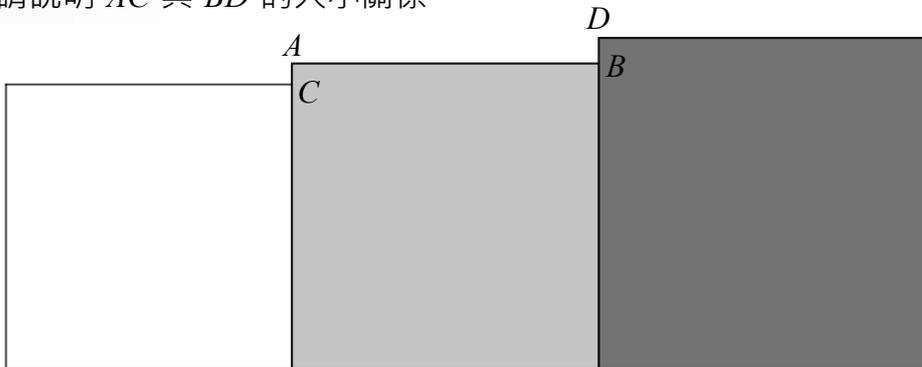


# 每週一題



彥淳將白色、淺灰色、深灰色三張正方形色紙由小而大緊密排列如下圖所示，白色色紙面積為 125，深灰色色紙面積為 169，淺灰色色紙的邊長恰為一整數，試問：

- (1) 淺灰色色紙面積是多少？
- (2) 請說明  $\overline{AC}$  與  $\overline{BD}$  的大小關係。



**解**

$$(1) \sqrt{125} < \overline{AB} < \sqrt{169} \Rightarrow 11.18\cdots < \overline{AB} < 13$$

$$\because \overline{AB} \text{ 為整數} \quad \therefore \overline{AB} = 12$$

$$\text{故淺灰色色紙面積} = 12^2 = 144。$$

$$(2) \overline{AC} = 12 - \sqrt{125} < 1, \quad \overline{BD} = 13 - 12 = 1。$$

$$\text{故 } \overline{AC} < \overline{BD}。$$

分數	評分指引
3	解題策略正確，能清楚表達解題過程，且兩個小題皆正確無誤。
2	第(1)小題算對，第(2)小題 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$ 計算正確但沒有說明大小關係。
1	僅答對第(1)小題。
0	只有答案或與題目無關；策略不清或錯誤。

## 2-2 ➡ 根式的運算

### 實力養成 重點 1 根式的運算

1. 若  $a$ 、 $b$  皆為正數，則：

$$(1) \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$(2) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$$

$$(3) \frac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$$

$$(4) \frac{c}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a - b}$$

2. 合併同類方根：

$$(1) a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a+b)\sqrt{c}$$

$$(2) a\sqrt{c} - b\sqrt{c} = (a-b)\sqrt{c}$$

#### 題型 1 根式的乘法

計算下列各根式：

$$(1) 2\sqrt{3} \times \sqrt{7} = \underline{2\sqrt{21}}。$$

$$(2) -5\sqrt{2} \times 4\sqrt{11} = \underline{-20\sqrt{22}}。$$

$$(3) \sqrt{15} \times \sqrt{6} = \underline{3\sqrt{10}}。$$

$$(4) 3\sqrt{21} \times \sqrt{14} = \underline{21\sqrt{6}}。$$

#### 題型 3 根式的加減運算

化簡下列各根式：

$$(1) 6\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = \underline{4\sqrt{7}}。$$

$$(2) 7\sqrt{3} + 2\sqrt{12} = \underline{11\sqrt{3}}。$$

$$(3) 3\sqrt{48} + 2\sqrt{125} - 2\sqrt{27} + 3\sqrt{45} \\ = \underline{6\sqrt{3} + 19\sqrt{5}}。$$

#### 題型 2 根式的除法

計算並化簡下列各根式：

$$(1) \sqrt{57} \div \sqrt{3} = \underline{\sqrt{19}}。$$

$$(2) \sqrt{75} \div \sqrt{\frac{15}{3}} = \underline{\sqrt{15}}。$$

$$(3) \sqrt{\frac{63}{5}} \div \sqrt{\frac{9}{5}} = \underline{\sqrt{7}}。$$

$$(4) \sqrt{\frac{33}{5}} \div \sqrt{\frac{1}{15}} = \underline{3\sqrt{11}}。$$

#### 題型 4 根式的近似值

已知  $\sqrt{3} \approx 1.732$ ，求下列根式的近似值，並以四捨五入法求至小數點後第二位：

$$(1) \sqrt{300} = \underline{17.32}。$$

$$(2) \sqrt{0.03} = \underline{0.17}。$$

$$(3) \sqrt{75} = \underline{8.66}。$$

**題型 5** ..... 根式的四則運算 I

計算並化簡下列各根式：

$$(1) 2\sqrt{15} \times 5\sqrt{3} + 4\sqrt{10} \times (-3\sqrt{2})$$

$$= \underline{6\sqrt{5}} \text{。}$$

$$(2) (3\sqrt{7} + \sqrt{14})(\sqrt{7} - 2\sqrt{14})$$

$$= \underline{-7 - 35\sqrt{2}} \text{。}$$

**題型 7** ..... 根式的有理化 I

計算並化簡下列各根式：

$$(1) \frac{\sqrt{50} + \sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \underline{9} \text{。}$$

$$(2) \sqrt{\frac{20}{6}} = \underline{\frac{\sqrt{30}}{3}} \text{。}$$

$$(3) \sqrt{0.7} = \underline{\frac{\sqrt{70}}{10}} \text{。}$$

**題型 9** ..... 根式的四則運算 II

計算並化簡下列各根式：

$$(1) (-\sqrt{\frac{8}{15}}) \div \sqrt{\frac{6}{5}} \times (-\sqrt{\frac{3}{2}})$$

$$= \underline{\frac{\sqrt{6}}{3}} \text{。}$$

$$(2) (1 + \sqrt{2}) - \frac{1}{1 - \sqrt{2}} = \underline{2 + 2\sqrt{2}} \text{。}$$

**題型 6** ..... 利用乘法公式化簡根式

計算並化簡下列各根式：

$$(1) (3\sqrt{5} + \sqrt{7})(3\sqrt{5} - \sqrt{7})$$

$$= \underline{38} \text{。}$$

$$(2) (\sqrt{15} + 2\sqrt{6})^2$$

$$= \underline{39 + 12\sqrt{10}} \text{。}$$

**題型 8** ..... 根式的有理化 II

計算並化簡下列各根式：

$$(1) \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \underline{4 + \sqrt{15}} \text{。}$$

$$(2) \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}} = \underline{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{5}} \text{。}$$

$$(3) \frac{13}{4 - \sqrt{3}} = \underline{4 + \sqrt{3}} \text{。}$$

**題型 10** ..... 根式的四則運算 III

$$\text{計算並化簡 } \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{10} + \sqrt{7}} +$$

$$\frac{1}{\sqrt{13} + \sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{16} + \sqrt{13}} = \underline{\frac{2}{3}} \text{。}$$

## 強化練習

1. 計算並化簡下列各根式：

$$(1) 4\sqrt{5} \times 5\sqrt{3} = \underline{20\sqrt{15}}。$$

$$(2) -3\sqrt{6} \times 2\sqrt{7} = \underline{-6\sqrt{42}}。$$

$$(3) \sqrt{6} \times \sqrt{12} = \underline{6\sqrt{2}}。$$

$$(4) 6\sqrt{15} \times 3\sqrt{3} = \underline{54\sqrt{5}}。$$

2. 化簡下列各根式：

$$(1) \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{27}} = \underline{\sqrt{3}}。$$

$$(2) \frac{\sqrt{105}}{\sqrt{3}} = \underline{\sqrt{35}}。$$

$$(3) \sqrt{45} \div \sqrt{\frac{10}{9}} = \underline{\frac{9\sqrt{2}}{2}}。$$

$$(4) \sqrt{\frac{65}{7}} \div \sqrt{\frac{13}{15}} = \underline{\frac{5\sqrt{21}}{7}}。$$

3. 計算並化簡下列各根式：

$$(1) \sqrt{\frac{8}{3}} - \sqrt{\frac{3}{8}} = \underline{\frac{5\sqrt{6}}{12}}。$$

$$(2) 2\sqrt{63} + 4\sqrt{28} - 6\sqrt{45} + 4\sqrt{20} = \underline{14\sqrt{7} - 10\sqrt{5}}。$$

$$(3) (5\sqrt{6} + 2\sqrt{3})(3\sqrt{6} - \sqrt{3}) = \underline{84 + 3\sqrt{2}}。$$

4. 計算並化簡下列各根式：

$$(1) (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = \underline{1}。$$

$$(2) (5\sqrt{5} + 3\sqrt{3})(3\sqrt{5} - 5\sqrt{3}) = \underline{30 - 16\sqrt{15}}。$$

5. 計算並化簡下列各根式：

$$(1) \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{15}} = \underline{\frac{5\sqrt{3} - 3\sqrt{5}}{15}}。$$

$$(2) \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \underline{\frac{5 - 2\sqrt{6}}{5}}。$$

$$(3) -\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3} - 1} = \underline{-\frac{2\sqrt{6} + \sqrt{2}}{11}}。$$

$$(4) \frac{4}{\sqrt{29} - 5} = \underline{\frac{\sqrt{29} + 5}{4}}。$$

6. 計算並化簡下列各根式：

$$(1) \frac{6}{\sqrt{15}} \div \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{6}} = \underline{\frac{\sqrt{3}}{2}}。$$

$$(2) \sqrt{60} - \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \underline{\frac{11}{5}\sqrt{15} - \sqrt{3}}。$$

7. 計算並化簡  $\frac{1}{\sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{49} + \sqrt{48}} = \underline{6}。$

一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

( C ) 1. 計算  $(-\sqrt{5})^2 = ?$

- (A)  $\sqrt{5}$     (B)  $-\sqrt{5}$     (C) 5    (D) -5

( B ) 2. 下列何者與其他三者的值不相等？

- (A)  $-(\sqrt{3})^2$     (B)  $(-\sqrt{3})^2$     (C)  $\sqrt{3} \times (-\sqrt{3})$     (D)  $(-\sqrt{3}) \times \sqrt{3}$

( D ) 3. 計算  $\sqrt{343} \times \sqrt{\frac{5}{49}} = ?$

- (A)  $\sqrt{32}$     (B)  $\sqrt{33}$     (C)  $\sqrt{34}$     (D)  $\sqrt{35}$

( D ) 4. 下列何者正確？

- (A)  $\sqrt{a^2} = a$     (B)  $\sqrt{ab} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$   
(C)  $\sqrt{ab} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$     (D)  $\sqrt{2a} = \sqrt{2} \times \sqrt{a}$

( A ) 5. 計算  $\sqrt{39} \div \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{3}} = ?$

- (A) 3    (B) 13    (C)  $\sqrt{13}$     (D)  $\sqrt{26}$

二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 計算下列各式：

(1)  $\sqrt{12} - 3\sqrt{50} + 6\sqrt{18} + 2\sqrt{27} = \underline{3\sqrt{2} + 8\sqrt{3}}$ 。

(2)  $\sqrt{\frac{8}{3}} \times \sqrt{\frac{3}{8}} = \underline{1}$ 。

(3)  $\sqrt{20} \times \sqrt{\frac{8}{3}} \div \sqrt{\frac{16}{3}} = \underline{\sqrt{10}}$ 。

(4)  $\frac{1}{\sqrt{5}+2} - \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \underline{-4}$ 。

(5)  $\sqrt{7} \div (\sqrt{2}-1) + \sqrt{2} (2\sqrt{2}-\sqrt{7}) = \underline{4+\sqrt{7}}$ 。

2. 已知  $\sqrt{17} \doteq 4.123$ ，則  $\sqrt{1700} \doteq \underline{41.23}$ 。

3. 計算並化簡  $(\sqrt{6}-3)(\sqrt{6}+3)=$  -3 。

4. 若  $\sqrt{36}=a$ ， $\sqrt{27}=b\times\sqrt{3}$ ，則  $(a+b)$  的平方根為  $\pm 3$  。

5. 若  $x=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ， $y=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，則  $xy=$  1 。

6. 解方程式  $(\sqrt{3}-1)x=2$ ，則  $x=$   $\sqrt{3}+1$  。

7. 若一個長方形的長為  $\sqrt{8}+\sqrt{12}$ ，寬為  $\sqrt{32}-3\sqrt{3}$ ，則此長方形的  
周長為  $12\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ ，面積為  $2\sqrt{6}-2$ 。

8. 已知  $a$  為整數，若  $\sqrt{(a+2)^2}=0$ ，則  $a=$  -2 。

### 三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 利用和的平方公式可展開  $(\sqrt{5}+1)^2=a+2\sqrt{b}$ ，其中  $a$ 、 $b$  是正整數，則數對  $(a, b)=?$

$$\begin{aligned}\text{解：} & (\sqrt{5}+1)^2=(\sqrt{5})^2+2\times\sqrt{5}\times 1+1^2 \\ & =6+2\sqrt{5} \\ & =a+2\sqrt{b}\end{aligned}$$

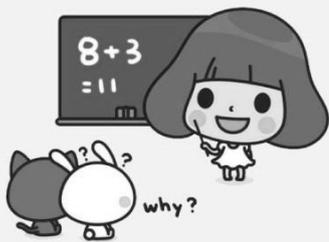
$$\Rightarrow a=6, b=5$$

$$\text{答：}(6, 5)$$

2. 已知  $\sqrt{17}\doteq 4.123$ ，則  $\sqrt{68}$  的近似值為何？

$$\begin{aligned}\text{解：} & \sqrt{68}=\sqrt{2^2\times 17} \\ & =2\sqrt{17} \\ & \doteq 2\times 4.123 \\ & =8.246\end{aligned}$$

$$\text{答：} 8.246$$



# 每週一題



美思老師出了如下兩道題目，讓同學想想，利用根式的運算規則與最簡根式化簡，去求解：

- (1) 化簡 $\sqrt{6} + \sqrt{54} + \sqrt{7} + \sqrt{28} + \sqrt{11} \times \sqrt{44}$ 得 $m\sqrt{a} + n\sqrt{b} + k$ 最簡根式形式，則 $a \times b$ 之值為何？
- (2) 若化簡 $S = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{d} + \sqrt{e} + \sqrt{c} \times \sqrt{f}$ 得 $m\sqrt{a} + n\sqrt{b} + k$ 最簡根式形式，其中 $1 < a < b < 5$ 、 $4 < c < 7$ 、 $9 < d < 15$ 、 $17 \leq e < f \leq 20$ ，且 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$ 、 $f$ 、 $m$ 、 $n$ 、 $k$ 都是正整數，則 $S = ?$

**解**

$$\begin{aligned} (1) \quad & \sqrt{6} + \sqrt{54} + \sqrt{7} + \sqrt{28} + \sqrt{11} \times \sqrt{44} \\ & = \sqrt{6} + 3\sqrt{6} + \sqrt{7} + 2\sqrt{7} + \sqrt{11} \times 2\sqrt{11} \\ & = 4\sqrt{6} + 3\sqrt{7} + 22 \end{aligned}$$

故 $a \times b = 6 \times 7 = 42$ 。

(2) 由題意知， $\sqrt{a}$ 、 $\sqrt{b}$ 為最簡根式，故 $a=2$ 、 $b=3$ 。

由題意知， $c \times f$ 為完全平方數，或者 $c$ 、 $f$ 為完全平方數，

但由 $c$ 、 $f$ 的範圍知它們不可能為完全平方數，故 $c=5$ 、 $f=20$ 。

因為 $\sqrt{d}$ 、 $\sqrt{e}$ 化簡後與 $\sqrt{a}$ 或 $\sqrt{b}$ 為同類方根，所以 $d=12$ 、 $e=18$ 。

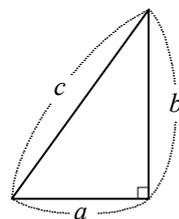
$$\begin{aligned} S & = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{18} + \sqrt{5} \times \sqrt{20} \\ & = \sqrt{2} + \sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} + 10 \\ & = 4\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 10 \end{aligned}$$

分數	評分指引
3	解題策略正確，能清楚表達解題過程且答案正確。
2	1.第(1)小題計算結果正確，第(2)小題僅正確求出 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$ 、 $f$ ，但最後結果計算錯誤。 2.第(2)小題計算結果正確，第(1)小題計算錯誤或空白。
1	1.僅第(1)小題計算結果正確。 2.第(2)小題僅答對 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$ 、 $f$ 中其一。
0	只有答案或與題目無關；策略模糊不清或錯誤。

## 2-3 ➡ 畢氏定理

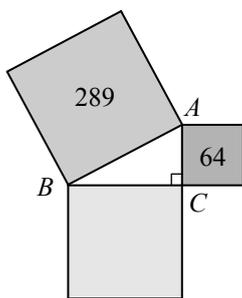
### 實力養成 重點 1 畢氏定理及其應用

▲ **畢氏定理**：在任意一個直角三角形中，兩股平方和等於斜邊平方。即右圖中， $a^2 + b^2 = c^2$ 。



#### 題型 1 畢氏定理的發現

如右圖，三角形  $ABC$  的  $\angle C = 90^\circ$ ，以  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  為邊長的正方形面積分別為  $289 \text{ cm}^2$ 、 $64 \text{ cm}^2$ ，則：



(1) 三角形  $ABC$  的周長 = 40 cm。

(2) 三角形  $ABC$  的面積 = 60  $\text{cm}^2$ 。

#### 題型 3 畢氏定理的應用

求下列各小題中的  $x$  值：

(1)  $x = \underline{4\sqrt{5}}$ 。

(2)  $x = \underline{\sqrt{34}}$ 。

(3)  $x = \underline{\sqrt{15}}$ 。

#### 題型 2 利用畢氏定理求長度

(1) 已知直角三角形的兩股為 7、24，則斜邊長為 25。

(2) 已知直角三角形的斜邊長為  $10\sqrt{2}$ ，一股長為 10，則另一股長為 10。

(3) 已知直角三角形的兩股為 15、20，則斜邊上的高為 12。

#### 題型 4 畢氏定理的應用問題

1. 有一長度為 100 公分的梯子斜靠在牆上，且地面到梯頂的垂直高度為 80 公分，若梯子下滑 20 公分，則梯腳離牆角 60 公分。

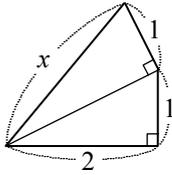
2. 操場上有一旗桿直立於地面上，一繩自桿頭垂下。已知繩子比旗桿長 2 公尺，且把繩子往外拉 12 公尺後，繩子才會拉直，則旗桿長為 35 公尺。

## 強化練習

1. (1) 已知直角三角形的兩股為 8、15，則斜邊長為  $2\sqrt{41}$ 。
- (2) 已知直角三角形的斜邊長為 20，一股長為 15，則另一股長為  $5\sqrt{7}$ 。
- (3) 已知直角三角形的兩股長為 5、12，則斜邊長 = 13，斜邊上的高 =  $\frac{60}{13}$ 。

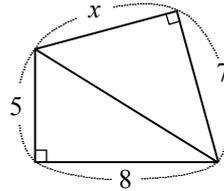
2. 求下列各小題中的  $x$  值：

(1)



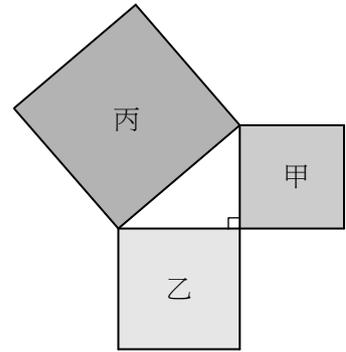
$$x = \sqrt{6}$$

(2)

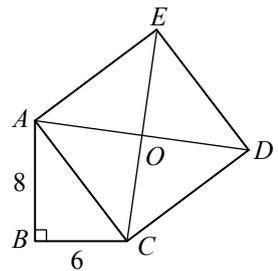


$$x = 2\sqrt{10}$$

3. 一直角三角形的三邊分別向外作正方形，如右圖。若甲的面積為  $30 \text{ cm}^2$ ，丙的面積為  $70 \text{ cm}^2$ ，則乙的面積為  $40 \text{ cm}^2$ 。



4. 如右圖， $\angle B = 90^\circ$ ，以  $\overline{AC}$  為邊長作正方形  $ACDE$ ， $O$  為兩對角線交點。若  $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 6$ ，則  $\triangle ACD$  的面積 = 50。



5. 有一長度為 130 公分的梯子斜靠在牆上，試問：

- (1) 若梯腳離牆角 50 公分，則地面到梯頂的垂直高度為 120 公分。
- (2) 若梯腳往外移動 20 公分，此時梯子會下滑  $120 - 20\sqrt{30}$  公分。

6. 有一旗桿直立於地面上，一繩自桿頭垂下。已知繩子比旗桿長 5 公尺，且繩子長 30 公尺，則需將繩子往外拉  $5\sqrt{11}$  公尺，才可把繩子拉直。

# 實力養成 重點 2 距離公式

▲ 給定坐標平面上任意兩點  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，則  $A$ 、 $B$  兩點間的距離

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}。$$

## 題型 1 兩點間的距離 I

求下列各題中兩點間的距離：

(1) 若  $A(2, -5)$ 、 $B(6, -5)$ ，則

$$\overline{AB} = \underline{4}。$$

(2) 若  $C(3, -7)$ 、 $D(3, 4)$ ，則

$$\overline{CD} = \underline{11}。$$

## 題型 3 距離公式的應用 I

在坐標平面上，有  $A(0, 0)$ 、 $B(6, 0)$ 、 $C(3, 4)$  三點，連接  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ ，則三角形  $ABC$  為 等腰 三角形。

(請填入正、等腰或直角)

## 題型 2 兩點間的距離 II

求下列各題中兩點間的距離：

(1) 若  $A(4, 2)$ 、 $B(-2, 10)$ ，則

$$\overline{AB} = \underline{10}。$$

(2) 若  $C(7, -3)$ 、 $D(-3, 2)$ ，則

$$\overline{CD} = \underline{5\sqrt{5}}。$$

## 題型 4 距離公式的應用 II

已知  $O$  點為原點，且方程式  $5x - 4y = 20$  的圖形與  $x$  軸的交點為  $P$ ，與  $y$  軸的交點為  $Q$ ，則：

(1) 三角形  $POQ$  的周長 =  $9 + \sqrt{41}$ 。

(2) 三角形  $POQ$  斜邊上的高 =  $\frac{20\sqrt{41}}{41}$ 。

## 強化練習

1. 求下列各小題中兩點間的距離：

(1) 若  $A(-3, -2)$ 、 $B(7, -2)$ ，則  $\overline{AB} = \underline{10}$ 。

(2) 若  $C(11, 6)$ 、 $D(11, -6)$ ，則  $\overline{CD} = \underline{12}$ 。

(3) 若  $E(6, 4)$ 、 $F(-4, -1)$ ，則  $\overline{EF} = \underline{5\sqrt{5}}$ 。

2. 在直角坐標平面上，有  $A(4, 2)$ 、 $B(7, 0)$ 、 $C(1, 0)$  三點，連接  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ ，則三角形  $ABC$  為 等腰 三角形。(請填入正、等腰或直角)

3. 已知  $O$  點為原點，且方程式  $2x - 5y = 10$  的圖形與  $x$  軸的交點為  $P$ ，與  $y$  軸的交點為  $Q$ ，則：

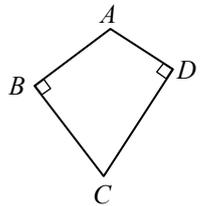
(1) 三角形  $POQ$  的周長 =  $7 + \sqrt{29}$ 。

(2) 原點  $O$  到此方程式圖形的最短距離 =  $\frac{10\sqrt{29}}{29}$ 。

4. 阿豪從  $A$  點向東走 6 公里，再向北走 8 公里，再向西走 1 公里，最後再向北走 4 公里後，到達  $B$  點，則  $\overline{AB} = \underline{13}$  公里。

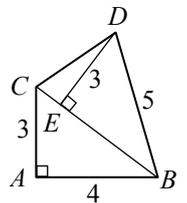
## 一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- ( C ) 1. 若  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為直角三角形的三邊長，其中  $c$  為斜邊長，則下列何者正確？  
 (A)  $a^2 = b^2 + c^2$     (B)  $b^2 = c^2 + a^2$     (C)  $c^2 = a^2 + b^2$     (D)  $c = a + b$
- ( B ) 2. 若一長方形的長為 15 公分，寬為 8 公分，則其對角線的長為多少公分？  
 (A) 7    (B) 17    (C) 23    (D) 46
- ( C ) 3. 設直角三角形的三邊長為 5、12、 $x$ ，則  $x = ?$   
 (A) 13    (B)  $\sqrt{119}$     (C) 13 或  $\sqrt{119}$     (D) 7
- ( B ) 4. 已知  $n$  為正整數且  $n < 10$ ，若 24、 $n$ 、25 為直角三角形的三邊長，則  $n = ?$   
 (A) 9    (B) 7    (C) 5    (D) 3
- ( C ) 5. 如右圖，四邊形  $ABCD$  中， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，且  $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{CD} = 9$ ，則  $\overline{AD} = ?$   
 (A) 1    (B) 4  
 (C)  $\sqrt{19}$     (D) 5



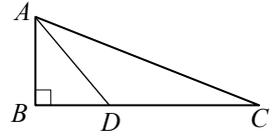
## 二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 若一直角三角形的斜邊長為 10，一股長為 8，則另一股長為 6。
2. 在坐標平面上，以東邊、北邊為正向。若由  $A(-2, -5)$  出發，向東走 8 單位，再向南走 15 單位，到達  $B$  點，則：  
 (1)  $B$  點的坐標為  $(6, -20)$ 。  
 (2)  $A$ 、 $B$  兩點的距離為 17。
3. 如右圖，已知  $\overline{AB} = 4$  公分， $\overline{AC} = 3$  公分， $\overline{DB} = 5$  公分， $\overline{DE} = 3$  公分，則：  
 (1)  $\overline{BC} =$  5 公分。  
 (2)  $\overline{BE} =$  4 公分。  
 (3)  $\overline{CD} =$   $\sqrt{10}$  公分。
4. 若直角三角形的斜邊長為 26 公分，且一股長為 10 公分，則此三角形斜邊上的高為  $\frac{120}{13}$  公分。



5. 甲、乙兩船同時自某港口駛出，若甲船以每小時 6 公里的速度向東行駛，乙船以每小時 8 公里的速度向北行駛，則 2 小時之後，甲、乙兩船相距 20 公里。

6. 如右圖，三角形  $ABC$  中，已知  $\angle B=90^\circ$ ， $\overline{AB}=10$ ， $\overline{AC}=26$ ， $D$  點在  $\overline{BC}$  上。若  $\overline{CD}=16$ ，則  $\overline{AD}=\underline{2\sqrt{41}}$ 。



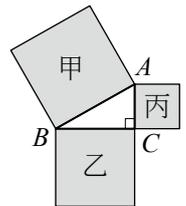
7. 若  $\overline{AB}$  是圓  $O$  的半徑，且  $A、B$  兩點的坐標分別為  $(2, -1)、(3, 2)$ ，則：

(1)  $\overline{AB} = \underline{\sqrt{10}}$ 。

(2) 圓  $O$  的面積約為 31.4。(圓面積 = 半徑<sup>2</sup> × 圓周率，其中圓周率約為 3.14)

8. 將一條長 72 公分的鐵絲剪成 3 段，恰好可圍成一個直角三角形。已知兩股的比為 3 : 4，則此三角形的面積為 216 平方公分。

9. 如右圖，三角形  $ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$  分別是正方形甲、乙、丙的邊長。若甲、乙的面積分別為 72、54 平方公分，則丙的面積為 18 平方公分。

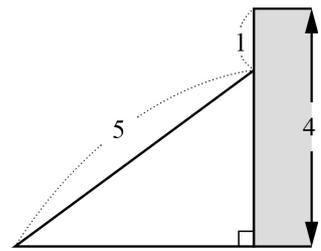


### 三、計算題：共 10 分

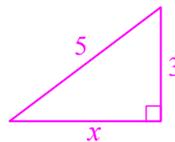
1. 如右圖，阿漢想爬上一處懸崖，他用一把梯子斜靠崖壁，發現梯子不夠高，還差 1 公尺才能碰到懸崖高處。已知梯子長度 5 公尺，懸崖高度 4 公尺，則：

(1) 起初懸崖邊到梯腳的距離為何？ (5 分)

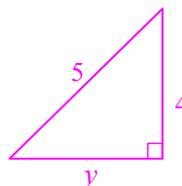
(2) 若要爬上懸崖，阿漢還要將梯子往前移多少公尺才能成功？ (5 分)



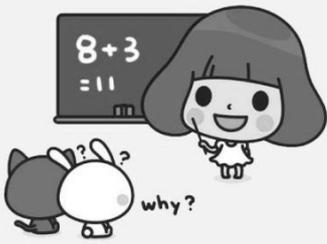
**解：**(1) 設起初懸崖邊到梯腳距離  $x$  公尺，  
則  $x^2 + (4-1)^2 = 5^2$ ， $x^2 = 5^2 - 3^2$ ，  
 $x = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$ ，  
故起初懸崖邊到梯腳距離 4 公尺。



(2) 設梯子頂端碰到懸崖高處的邊上時，梯腳距離懸崖邊為  $y$  公尺，  
 $y^2 + 4^2 = 5^2$ ， $y^2 = 5^2 - 4^2$ ，  
 $y = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3$ ，  
故梯子往前移了  $4 - 3 = 1$  (公尺)。



**答：**(1) 4 公尺；(2) 1 公尺

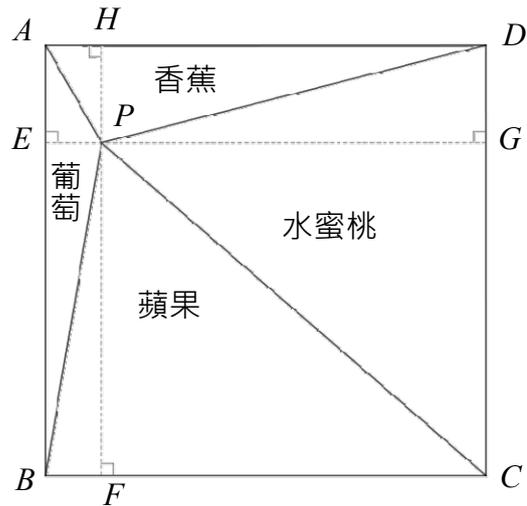


# 每週一題



長方形水果禮盒中，用隔板分成四個區域，放入四種不同的水果，已知其中三個隔板的長度  $\overline{PA}$ 、 $\overline{PB}$ 、 $\overline{PD}$  分別為 4 公分、12 公分、14 公分，試回答下列問題：

- 過  $P$  點作長方形各邊上的高  $\overline{PE}$ 、 $\overline{PF}$ 、 $\overline{PG}$ 、 $\overline{PH}$ ，計算  $\overline{PE}^2 + \overline{PF}^2 + \overline{PG}^2 + \overline{PH}^2 = ?$
- 求隔板  $\overline{PC}$  的長度。



**解**

- $$\begin{aligned} & \overline{PE}^2 + \overline{PF}^2 + \overline{PG}^2 + \overline{PH}^2 \\ &= \overline{PA}^2 - \overline{AE}^2 + \overline{PB}^2 - \overline{BF}^2 + \overline{PD}^2 - \overline{DG}^2 + \overline{PA}^2 - \overline{AH}^2 \\ &= 2\overline{PA}^2 - 2\overline{AE}^2 - 2\overline{AH}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PD}^2 \\ &= \overline{PB}^2 + \overline{PD}^2 \\ &= 12^2 + 14^2 = 340 \end{aligned}$$
- $$\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{PE}^2 + \overline{PF}^2 + \overline{FC}^2 = \overline{PH}^2 + \overline{PE}^2 + \overline{PF}^2 + \overline{PG}^2 + 4^2 + \overline{PC}^2 = 340 \Rightarrow \overline{PC} = 18 \text{ (公分)}$$

分數	評分指引
3	解題策略正確，能清楚表達解題過程，且兩個小題皆正確無誤。
2	第(1)小題說明正確，第(2)小題各線段長度推論正確，但計算錯誤。
1	僅答對第(1)小題。
0	只有答案或與題目無關；策略不清或錯誤。

# 第 3 章 因式分解

## 3-1 提公因式法與乘法公式因式分解

### 實力養成 重點 1 因式、倍式與因式分解

▲ 因式與倍式：設  $A$ 、 $B$ 、 $C$  為三個非零的多項式，且  $A=B \times C$ ，則  $B$  與  $C$  都是  $A$  的因式； $A$  是  $B$  與  $C$  的倍式。

#### 題型 1 二次式的因式

若  $x^2+3x-10=(x+5)(x-2)$ ，則下列哪些是  $x^2+3x-10$  的因式？

(A)  $x+5$  (B)  $x-2$  (C)  $x^2+3x-10$

答：(A)(B)(C)。

#### 題型 2 利用一次因式因式分解

若  $x-2$  是  $x^2+8x-20m$  的因式，則：

(1)  $m = 1$ 。

(2) 多項式  $x^2+8x-20m$  可因式分解為  $(x-2)(x+10)$ 。

### 強化練習

1. 已知  $x^2-4x-12=(x-6)(x+2)$ ，則下列哪些是  $x^2-4x-12$  的因式？

(A)  $x-6$  (B)  $x+2$  (C)  $x^2-4x-12$

答：(A)(B)(C)。

2. (1) 若  $x+1$  是  $x^2+mx+2$  的因式，則：

①  $m = 3$ 。

② 因式分解  $x^2+mx+2 = (x+1)(x+2)$ 。

(2) 若  $x-2$  是  $4x^2-3x+5n$  的因式，則：

①  $n = -2$ 。

② 因式分解  $4x^2-3x+5n = (x-2)(4x+5)$ 。

## 1. 公因式：

如果多項式  $A$  同時為幾個多項式的因式，則稱多項式  $A$  為這幾個多項式的公因式。

## 2. 各項提公因式法：

(1) 先找共同的因式。

(2) 將公因式提到括號外邊，剩餘的因式仍留在括號內。

(3) 觀察公因式提出後，是否還可再提出公因式，並檢查各項係數是否為整數。

## 3. 去括號法則：

(1) 括號前若為正，則可直接去括號。

(2) 括號前若為負，去括號後通通要變號。

## 4. 分組提公因式法：

因式分解時，如果各項沒有公因式，可嘗試將多項式分成若干組，再提出各組的公因式，看看是否能找出這幾組的公因式。

## 5. 有些式子表面上沒有公因式，但經去括號重新分組後，便可找出公因式。

**題型 1** ..... 公因式為單項式 I

因式分解下列各式：

$$(1) 3x^2 + 11x = \underline{x(3x+11)}。$$

$$(2) 7x^2 - 21x = \underline{7x(x-3)}。$$

$$(3) 2x(3x-1) + x(2x+3) \\ = \underline{x(8x+1)}。$$

**題型 3** ..... 公因式為一次式 II

因式分解下列各式：

$$(1) 5(x+1)(x+3) + (x-2)(x+1) \\ = \underline{(x+1)(6x+13)}。$$

$$(2) 3(x-1)(x-5) - (x-5)(x+6) \\ = \underline{(x-5)(2x-9)}。$$

**題型 2** ..... 公因式為一次式 I

因式分解下列各式：

$$(1) (x-1)(x+2) + (x-1)(x-3) \\ = \underline{(x-1)(2x-1)}。$$

$$(2) (x+2)(x+3) + (x+3)(x+4) \\ = \underline{2(x+3)^2}。$$

**題型 4** ..... 提兩次公因式

因式分解下列各式：

$$(1) (x^2 - 11x) + (x-11)^2 \\ = \underline{(x-11)(2x-11)}。$$

$$(2) (x^2 + 16x) - (x+16)^2 \\ = \underline{-16(x+16)}。$$

**題型 5** 變號與提公因式

因式分解下列各式：

$$(1) (2x-1)(3x+8)-(1-2x)(x-1) \\ = \underline{(2x-1)(4x+7)}。$$

$$(2) (5-3x)^2+(3x-5)(x-2) \\ = \underline{(3x-5)(4x-7)}。$$

**題型 6** 重新分組再提公因式

因式分解下列各式：

$$(1) (3x-2)^2+18x-12 \\ = \underline{(3x-2)(3x+4)}。$$

$$(2) x^2-7x+x-7 = \underline{(x+1)(x-7)}。$$

$$(3) 11x^2+2x+33x+6 \\ = \underline{(x+3)(11x+2)}。$$

**強化練習**

1. 因式分解下列各式：

$$(1) 8x^2+6x = \underline{2x(4x+3)}。$$

$$(2) (2x-8)x-6x = \underline{2x(x-7)}。$$

$$(3) 2x(3x-5)+x(5x-1) = \underline{11x(x-1)}。$$

2. 因式分解下列各式：

$$(1) (x-1)(x+5)+(x-1)(x+3) = \underline{2(x-1)(x+4)}。$$

$$(2) x(x-8)+(x-7)(x-8) = \underline{(x-8)(2x-7)}。$$

$$(3) 2(x+1)(x+5)+(x+1)(x-3) = \underline{(x+1)(3x+7)}。$$

3. 因式分解下列各式：

$$(1) (x^2-4x)+(x-4)^2 = \underline{2(x-2)(x-4)}。$$

$$(2) (x^2+8x)-(x+8)^2 = \underline{-8(x+8)}。$$

$$(3) (x+1)(3x-8)+(2x-1)(8-3x) = \underline{-(3x-8)(x-2)}。$$

$$(4) (x-1)(2x-7)-(7-2x)^2 = \underline{-(2x-7)(x-6)}。$$

4. 因式分解下列各式：

$$(1) (x-5)^2+2x-10 = \underline{(x-3)(x-5)}。$$

$$(2) (x+7)^2-5x-35 = \underline{(x+2)(x+7)}。$$

5. 因式分解下列各式：

$$(1) x^2+8x+x+8 = \underline{(x+1)(x+8)}。$$

$$(2) 3x^2+7x+9x+21 = \underline{(x+3)(3x+7)}。$$

$$(3) 7x^2-3x+21x-9 = \underline{(x+3)(7x-3)}。$$

▲ 乘法公式：

(1) 平方差公式： $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 。

(2) 和的平方公式： $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ 。

(3) 差的平方公式： $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ 。

### 題型 1 利用平方差公式因式分解 I

在下列空格中填入適當的數：

(1)  $x^2 - 25 = (x + \underline{5})(x - \underline{5})$ 。

(2)  $4x^2 - 81 = (2x + \underline{9})(2x - \underline{9})$ 。

(3)  $9x^2 - 36 = (\underline{3x} + 6)(\underline{3x} - 6)$ 。

### 題型 3 平方差公式的應用

因式分解下列各式：

(1)  $(2x + 1)^2 - 16 = \underline{(2x + 5)(2x - 3)}$ 。

(2)  $(-7)^2 - (3x + 2)^2$   
 $= \underline{-3(x + 3)(3x - 5)}$ 。

### 題型 5 利用和的平方公式因式分解

因式分解下列各式：

(1)  $x^2 + 8x + 16 = \underline{(x + 4)^2}$ 。

(2)  $16x^2 + 24x + 9 = \underline{(4x + 3)^2}$ 。

### 題型 2 利用平方差公式因式分解 II

因式分解下列各式：

(1)  $16x^2 - 81 = \underline{(4x + 9)(4x - 9)}$ 。

(2)  $-45x^2 + 80 = \underline{-5(3x + 4)(3x - 4)}$ 。

(3)  $\underline{4x^2} - 12x + 9 = (\underline{2x} - 3)^2$ 。

(4)  $\underline{25x^2} + 60x + 36 = (\underline{5x} + 6)^2$ 。

### 題型 4 利用乘法公式求多項式

利用和的平方公式或差的平方公式，在下列各空格中填入適當的數：

(1)  $x^2 + 6x + \underline{9} = (x + \underline{3})^2$ 。

(2)  $49x^2 - 28x + \underline{4} = (7x - \underline{2})^2$ 。

### 題型 6 利用差的平方公式因式分解

因式分解下列各式：

(1)  $x^2 - 22x + 121 = \underline{(x - 11)^2}$ 。

(2)  $16x^2 - 24x + 9 = \underline{(4x - 3)^2}$ 。

**題型 7** ..... 先提公因式再利用平方公式

因式分解下列各式：

(1)  $8x^2 + 24x + 18 = \underline{2(2x+3)^2}$ 。

(2)  $-2x^2 + 12x - 18 = \underline{-2(x-3)^2}$ 。

**題型 8** ..... 平方公式的應用

因式分解下列各式：

(1)  $(x+3)^2 + 2(x+3) + 1 = \underline{(x+4)^2}$ 。

(2)  $(2x-1)^2 - 8(2x-1) + 16 = \underline{(2x-5)^2}$ 。

**強化練習**

1. 在下列空格中填入適當的數：

(1)  $16x^2 - 25 = (\underline{4x} + 5)(\underline{4x} - 5)$ 。

(2)  $25x^2 - 49 = (5x + \underline{7})(5x - \underline{7})$ 。

2. 因式分解下列各式：

(1)  $16x^2 - 49 = \underline{(4x+7)(4x-7)}$ 。

(2)  $121x^2 - 16 = \underline{(11x+4)(11x-4)}$ 。

(3)  $28x^2 - 567 = \underline{7(2x+9)(2x-9)}$ 。

(4)  $-48x^2 + 243 = \underline{-3(4x+9)(4x-9)}$ 。

3. 因式分解下列各式：

(1)  $(2x+1)^2 - 9 = \underline{4(x+2)(x-1)}$ 。

(2)  $-49 + (x+3)^2 = \underline{(x-4)(x+10)}$ 。

4. 利用乘法公式，在下列各空格中填入適當的數：

(1)  $x^2 + \underline{10x} + 25 = (x + \underline{5})^2$ 。

(2)  $9x^2 + \underline{66x} + 121 = (\underline{3x} + 11)^2$ 。

(3)  $x^2 - 4x + \underline{4} = (x - \underline{2})^2$ 。

(4)  $16x^2 - 24x + \underline{9} = (4x - \underline{3})^2$ 。

(5)  $\underline{16x^2} - 48x + 36 = (\underline{4x} - 6)^2$ 。

(6)  $\underline{4x^2} + 36x + 81 = (\underline{2x} + 9)^2$ 。

5. 因式分解下列各式：

(1)  $x^2 + 10x + 25 = \underline{(x+5)^2}$ 。

(2)  $9x^2 + 12x + 4 = \underline{(3x+2)^2}$ 。

(3)  $x^2 - 12x + 36 = \underline{(x-6)^2}$ 。

(4)  $4x^2 - 20x + 25 = \underline{(2x-5)^2}$ 。

(5)  $63x^2 - 210x + 175 = \underline{7(3x-5)^2}$ 。

(6)  $-48x^2 + 24x - 3 = \underline{-3(4x-1)^2}$ 。

6. 因式分解下列各式：

(1)  $(x-2)^2 - 2(x-2) + 1 = \underline{(x-3)^2}$ 。

(2)  $(3x-1)^2 - 6(3x-1) + 9 = \underline{(3x-4)^2}$ 。

7. 因式分解下列各式：

(1)  $-x^2 + 12x - 36 = \underline{-(x-6)^2}$ 。

(2)  $2x^2 + 28x + 98 = \underline{2(x+7)^2}$ 。

(3)  $25x^2 - 70x + 49 = \underline{(5x-7)^2}$ 。

(4)  $-4x^2 + 25 = \underline{-(2x+5)(2x-5)}$ 。

(5)  $-18x^2 + 98 = \underline{-2(3x+7)(3x-7)}$ 。

(6)  $-x^2 + 16x - 64 = \underline{-(x-8)^2}$ 。

## 一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- ( A ) 1. 已知  $(x-1)(x+7)=x^2+6x-7$ ，試問下列哪個式子是  $x^2+6x-7$  的因式？  
(A)  $x-1$  (B)  $x+1$  (C)  $x-7$  (D)  $-x+7$
- ( A ) 2. 下列何者是  $x^2+x-20$  的因式？  
(A)  $x-4$  (B)  $x+4$  (C)  $x-10$  (D)  $x+10$
- ( D ) 3. 下列何者是  $2x^2+3x+1$  的因式分解？  
(A)  $(2x-1)(x-1)$  (B)  $(2x-1)(x+1)$   
(C)  $(2x+1)(x-1)$  (D)  $(2x+1)(x+1)$
- ( C ) 4. 因式分解  $(x-9)^2-1=?$   
(A)  $(x-8)(x+10)$  (B)  $(x+8)(x-10)$   
(C)  $(x-8)(x-10)$  (D)  $(x+8)(x+10)$
- ( B ) 5. 下列何者是  $x^2-3x+2$  和  $x^2-4x+3$  的公因式？  
(A)  $x+1$  (B)  $x-1$  (C)  $x-2$  (D)  $x-3$

## 二、填充題：每格 5 分，共 75 分

1. (1) 已知  $x-2$  為多項式  $x^2+x-a$  的因式，則  $a=$  6。  
(2) 已知  $(x+3)(x-a)$  為多項式  $x^2-x-12$  的因式分解，則  $a=$  4。
2. 在下列空格中填入適當的多項式：  
(1)  $9x^2+24x+16=($   $3x+4$   $)^2$ 。  
(2)  $12x^2-60x+75=3($   $2x-5$   $)^2$ 。
3. 因式分解下列各式：  
(1)  $3x^2-5x=$   $x(3x-5)$ 。  
(2)  $4x^2-28x+49=$   $(2x-7)^2$ 。  
(3)  $x^2-16=$   $(x+4)(x-4)$ 。  
(4)  $36x^2-1=$   $(6x+1)(6x-1)$ 。
4. 因式分解下列各式：  
(1)  $x(x+1)+x(x+2)=$   $x(2x+3)$ 。  
(2)  $(x+2)(x-3)+(x+2)(x+4)=$   $(x+2)(2x+1)$ 。  
(3)  $(2x+1)(3x-4)+(3x-4)^2=$   $(3x-4)(5x-3)$ 。  
(4)  $(7x-3)(4x-3)-7x+3=$   $4(7x-3)(x-1)$ 。  
(5)  $(4x^2+5x)-(12x+15)=$   $(4x+5)(x-3)$ 。
5. 因式分解  $(2x-1)(2x+1)-(x+3)(1-2x)=$   $(2x-1)(3x+4)$ 。
6. 因式分解  $16-(x+7)^2=$   $-(x+11)(x+3)$ 。

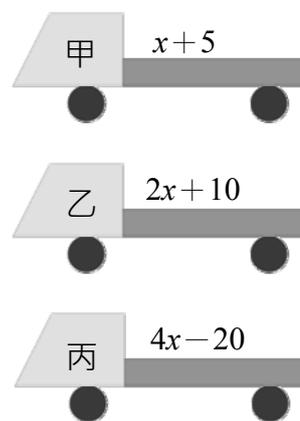


# 每週一題



無所不載物流有三種貨車，甲型每臺載貨量  $(x+5)$  噸，共  $(2x-10)$  輛，乙型每臺載貨量  $(2x+10)$  噸，共  $(3x-15)$  輛。董事會想換成每臺載貨量  $(4x-20)$  噸的丙型，請問：

- (1) 無所不載物流目前甲型和乙型貨車可承載的載貨量總共幾噸？(列式即可，不須化簡)
- (2) 若甲、乙兩型全換成丙型車種，需要幾輛才能維持原有的總載貨量？



**解**

(1) 總載貨量 = 甲型每臺載貨量  $\times$  車輛數 + 乙型每臺載貨量  $\times$  車輛數

$$= (x+5)(2x-10) + (2x+10)(3x-15)$$

(2) 總載貨量 =  $(x+5)(2x-10) + (2x+10)(3x-15)$

$$= 2(x+5)(x-5) + 2(x+5)(3x-15)$$

$$= 2(x+5)[(x-5) + (3x-15)]$$

$$= 2(x+5)[x-5+3x-15]$$

$$= 2(x+5)(4x-20)$$

$$= (4x-20)(2x+10)$$

$$= \text{丙型每臺載貨量} \times \text{車輛數}$$

故需要  $(2x+10)$  輛。

分數	評分指引
3	解題策略正確，能清楚表達解題過程，且兩個小題答案皆正確無誤。
2	兩小題列式皆正確，但第(2)小題計算錯誤。
1	僅正確計算第(1)小題。 只說明第(2)小題可用因式分解得所需答案但過程錯誤，以致答案錯誤。
0	只有答案或與題目無關；策略不清或錯誤。

# 3-2 ➡ 利用十字交乘法因式分解

實力養成

重點

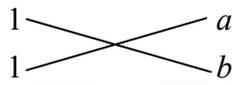
1

利用十字交乘法因式分解

▲ 利用十字交乘法因式分解：

(1)  $x^2$  項係數是 1 時，

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)。$$



$a+b \leftarrow$  一次項係數

(2)  $x^2$  項係數不是 1 時，

$$acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)。$$



$bc+ad \leftarrow$  一次項係數

## 題型 1 $x^2$ 項係數為 1 的因式分解

因式分解下列各式：

(1)  $x^2 + 5x + 6 = \underline{(x+2)(x+3)}$ 。

(2)  $x^2 + 10x + 24 = \underline{(x+4)(x+6)}$ 。

(3)  $x^2 - 10x + 21 = \underline{(x-3)(x-7)}$ 。

(4)  $x^2 - 15x + 56 = \underline{(x-7)(x-8)}$ 。

(5)  $x^2 - 2x - 15 = \underline{(x+3)(x-5)}$ 。

(6)  $x^2 + 6x - 16 = \underline{(x-2)(x+8)}$ 。

## 題型 2 $x^2$ 項係數不為 1 的因式分解

因式分解下列各式：

(1)  $2x^2 + 7x + 3 = \underline{(x+3)(2x+1)}$ 。

(2)  $5x^2 - 34x - 7 = \underline{(x-7)(5x+1)}$ 。

(3)  $18x^2 - 29x + 3 = \underline{(2x-3)(9x-1)}$ 。

(4)  $15x^2 - 19x - 10 = \underline{(3x-5)(5x+2)}$ 。

(5)  $-6x^2 + 19x - 8 = \underline{-(2x-1)(3x-8)}$ 。

(6)  $-21x^2 + 41x - 10$   
 $= \underline{-(3x-5)(7x-2)}$ 。

某育幼院院長為了保護孩童免於跌倒傷害，於是購買三種樣式的巧拼打算將遊戲室的地板鋪滿，已知院長購買了 15 塊大正方形巧拼，61 塊長方形巧拼，56 塊小正方形巧拼，且三種巧拼的面積分別為  $x^2$ 、 $x$ 、1。若可將全部的巧拼拼成一個無空隙的大長方形巧拼，則此大長方形巧拼的兩邊為  $3x+8$ 、 $5x+7$ 。

**強 化 練 習**

1. 因式分解下列各式：

(1)  $x^2 + 10x + 21 = \underline{(x+3)(x+7)}$ 。

(2)  $x^2 + 10x + 9 = \underline{(x+1)(x+9)}$ 。

(3)  $x^2 - 5x + 6 = \underline{(x-2)(x-3)}$ 。

(4)  $x^2 - 14x + 45 = \underline{(x-5)(x-9)}$ 。

(5)  $x^2 - 2x - 3 = \underline{(x+1)(x-3)}$ 。

(6)  $x^2 + 3x - 10 = \underline{(x-2)(x+5)}$ 。

2. 因式分解下列各式：

(1)  $2x^2 + 27x + 13 = \underline{(x+13)(2x+1)}$ 。

(2)  $8x^2 - 25x + 3 = \underline{(x-3)(8x-1)}$ 。

(3)  $10x^2 + 21x - 10 = \underline{(2x+5)(5x-2)}$ 。

(4)  $35x^2 - 67x + 30 = \underline{(7x-5)(5x-6)}$ 。

(5)  $-6x^2 + 25x - 25 = \underline{-(2x-5)(3x-5)}$ 。

(6)  $-5x^2 + 22x - 8 = \underline{-(x-4)(5x-2)}$ 。

3. 某公共建設今年修建時，邀請了國外小有名氣的藝術家師協助設計大廳地板，於是使用各樣花色的彩色瓷磚拼成，已知設計師使用了 8 塊大正方形、58 塊長方形、105 塊小正方形的瓷磚，且面積分別為  $x^2$ 、 $x$ 、1。若該設計師打算將全部的瓷磚拼成一塊大長方形，則此大長方形的兩邊為  $4x+15$ 、 $2x+7$ 。

## 一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- ( B ) 1. 下列何者是  $2x^2+7x+3$  的因式？  
 (A)  $x-3$  (B)  $2x+1$  (C)  $2x-1$  (D)  $x+1$
- ( A ) 2. 設  $6x^2+x-15=(ax+b)(cx+d)$ ，其中  $a、b、c、d$  皆為整數，且  $a>c>0$ ，則下列何者正確？  
 (A)  $d=-3$  (B)  $c=3$  (C)  $b=-5$  (D)  $a=2$
- ( C ) 3. 若  $27x^2+bx-40$  可因式分解為  $(3x+a)(9x+10)$ ，則  $(a, b)$  在第幾象限？  
 (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四
- ( B ) 4. 設  $x^2+ax+15=(x+5)(x+q)$ ，則下列何者正確？  
 (A)  $a=-8$  (B)  $q=3$  (C)  $a=2$  (D)  $aq<0$
- ( C ) 5. 小堇參加剪紙活動，他將一張面積為  $(3x^2+3x-3)$  平方公分的色紙修剪成長方形紙帶。已知過程中修剪掉不用的紙張面積為  $(x+5)$  平方公分，則此長方形紙帶的兩邊可能為何？  
 (A)  $(3x+4)$  公分、 $(x-1)$  公分  
 (B)  $(2x+2)$  公分、 $(2x-1)$  公分  
 (C)  $(3x-4)$  公分、 $(x+2)$  公分  
 (D)  $(2x+3)$  公分、 $(2x-2)$  公分

## 二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 因式分解下列各式：

(1)  $x^2-6x+5 = \underline{(x-5)(x-1)}$ 。

(2)  $(x+2)(x-4)-7 = \underline{(x+3)(x-5)}$ 。

(3)  $6x^2-29x+35 = \underline{(2x-5)(3x-7)}$ 。

(4)  $6x^2-7x-90 = \underline{(2x-9)(3x+10)}$ 。

(5)  $24x^2-18x-15 = \underline{3(2x+1)(4x-5)}$ 。

(6)  $-15x^2-16x+15 = \underline{-(3x+5)(5x-3)}$ 。

(7)  $15x^2+44x+21 = \underline{(3x+7)(5x+3)}$ 。

2. 在下列各題的空格中填入適當的正整數：

$$(1) x^2 + (\underline{12})x + 35 = [x + (\underline{7})](x + 5)。$$

$$(2) x^2 - 7x - 18 = [x + (\underline{2})][x - (\underline{9})]。$$

$$(3) 5x^2 + 16x + 3 = [(\underline{5})x + 1][(\underline{1})x + 3]。$$

### 三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 設一長方形的面積為  $(3x^2 + x - 10)$  平方公分，若寬為  $(x + 2)$  公分，則周長為多少公分？

$$\text{解： } 3x^2 + x - 10 = (x + 2)(3x - 5)$$

$$\Rightarrow \text{長為 } (3x - 5) \text{ 公分}$$

$$\text{故周長} = 2(3x - 5 + x + 2)$$

$$= 2(4x - 3)$$

$$= 8x - 6 \text{ (公分)}$$

$$\text{答： } (8x - 6) \text{ 公分}$$

2. (1) 因式分解  $x^2 + (x + 1)(x + 2) - 4$ 。 (2 分)

(2) 用(1)的結果求  $98^2 + 99 \times 100 - 4$  的值。 (3 分)

$$\text{解： (1) 原式} = x^2 + (x^2 + 3x + 2) - 4$$

$$= 2x^2 + 3x - 2$$

$$= (2x - 1)(x + 2)$$

(2) 令  $x = 98$ ,

$$\text{所求} = (2 \times 98 - 1)(98 + 2) = 19500。$$

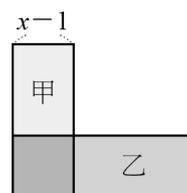
$$\text{答： (1) } (2x - 1)(x + 2); \text{ (2) } 19500$$



# 每週一題



有甲乙兩紙片，交疊情形如圖(一)，已知甲的寬為  $x-1$ ，交疊後，圖形面積為  $7x^2-4x-3$ ，重疊處為一正方形，若將甲與乙重新擺放，且沒有重疊如圖(二)，試回答下列問題：



圖(一)



圖(二)

- (1) 圖(一)重疊處面積為何？
- (2) 圖(二)的周長為何？

**解**

(1) 依題意，重疊處為一正方形，且邊長為甲的寬  $=x-1$ ，

故重疊處面積  $=(x-1)^2$ 。

(2) 圖(一)面積  $=$  甲面積  $+$  乙面積  $-$  重疊處面積，

圖(二)面積  $=$  甲面積  $+$  乙面積  $=$  圖(一)面積  $+$  重疊處面積

$$= 7x^2 - 4x - 3 + (x-1)^2$$

$$= 7x^2 - 4x - 3 + x^2 - 2x + 1$$

$$= 8x^2 - 6x - 2$$

$$= 2(4x^2 - 3x - 1)$$

$$= 2(4x+1)(x-1)$$

$$= (8x+2)(x-1)$$

周長

$$= 2[(8x+2) + (x-1)]$$

$$= 2(9x+1)$$

$$= 18x+2$$

分數	評分指引
3	解題策略正確，能清楚表達解題過程且答案正確。
2	第(1)小題計算結果正確，第(2)小題能推論出圖(二)面積 $=$ 圖(一)面積 $+$ 重疊處面積。
1	僅第(1)小題計算結果正確，第(2)小題空白。
0	只有答案或與題目無關；策略模糊不清或錯誤。

# 第 4 章 一元二次方程式

## 4-1 因式分解法解一元二次方程式

### 實力養成 重點 1 因式分解法解一元二次方程式

1. 一元二次方程式：可化成  $ax^2+bx+c=0$  的等式（其中  $a、b、c$  為已知數，且  $a \neq 0$ ）。
2. 一元二次方程式的未知數用一個數代入，如果能使方程式兩邊的值相等，這個數就是此方程式的解或根。
3. 可利用提公因式、和的平方公式、差的平方公式、平方差公式或十字交乘法等因式分解法解一元二次方程式。
4. 當一個一元二次方程式有兩個相同的解，則稱這個解為一元二次方程式的**重根**或**等根**。

#### 題型 1 一元二次方程式的判別

下列何者不是一元二次方程式？

- (A)  $x^2+3x+3=0$   
(B)  $4x^2$   
(C)  $7x+1=x^2+x+7$   
(D)  $x^2-9x+1=-x^2$

答：(B)。

#### 題型 3 利用提公因式法解方程式 I

解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2-4x=0$ ， $x=$  0 或 4。

(2)  $5x^2+10x=0$ ， $x=$  0 或 -2。

(3)  $x^2-\frac{1}{7}x=0$ ， $x=$  0 或  $\frac{1}{7}$ 。

#### 題型 2 檢驗方程式的解

下列哪一個方程式的解與  $2x^2+4x-30=0$  的解相同？

- (A)  $x^2-2x-15=0$   
(B)  $x^2+2x-15=0$   
(C)  $x^2+8x-15=0$   
(D)  $x^2-8x-15=0$

答：(B)。

#### 題型 4 利用提公因式法解方程式 II

解下列各一元二次方程式：

(1)  $-2x(x+2)+3(x+2)=0$ ，

$x=$   $\frac{3}{2}$  或 -2。

(2)  $6(x+1)^2=4(x+1)$ ，

$x=$   $-\frac{1}{3}$  或 -1。

(3)  $2(5x+2)^2=4(5x+2)$ ，

$x=$  0 或  $-\frac{2}{5}$ 。

**題型 5** ..... 利用平方差公式解方程式

解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2 - 121 = 0$ ,  $x =$  11 或 -11。

(2)  $4x^2 - 9 = 0$ ,  $x =$   $\frac{3}{2}$  或  $-\frac{3}{2}$ 。

(3)  $-25x^2 + 64 = 0$ ,  $x =$   $\frac{8}{5}$  或  $-\frac{8}{5}$ 。

**題型 7** ..... 利用十字交乘法解方程式

解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2 + 2x - 3 = 0$ ,  $x =$  1 或 -3。

(2)  $8x^2 - 2x - 15 = 0$ ,  $x =$   $-\frac{5}{4}$  或  $\frac{3}{2}$ 。

(3)  $9x^2 - 17x - 2 = 0$ ,  $x =$   $-\frac{1}{9}$  或 2。

**題型 9** ..... 判斷解方程式的步驟解方程式  $3x^2 + 5x + 2 = 2x^2 + 5x + 3$  的步驟如下，試問從哪一個步驟開始有誤？

(A) 第一步：兩邊分別因式分解，得

$$(3x+2)(x+1) = (2x+3)(x+1)$$

(B) 第二步：等號兩邊同時除以公因式

$$(x+1), \text{ 得 } 3x+2 = 2x+3$$

(C) 第三步：等號兩邊同時減去  $2x$ ，得

$$x+2=3$$

(D) 第四步：等號兩邊同時減去 2，得  $x=1$ 答：(B)。**題型 6** ..... 利用和或差的平方公式解方程式

解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2 + 16 = -8x$ ,  $x =$  -4 (重根)。

(2)  $4x^2 + 12x + 9 = 0$ ,  $x =$   $-\frac{3}{2}$  (重根)。

(3)  $x^2 + 36 = 12x$ ,  $x =$  6 (重根)。

(4)  $49x^2 - 70x + 25 = 0$ ,  $x =$   $\frac{5}{7}$  (重根)。

**題型 8** ..... 化簡方程式後再求解

解下列各一元二次方程式：

(1)  $(2x+3)(x+1) = 1$ ,  
 $x =$  -2 或  $-\frac{1}{2}$ 。

(2)  $(4x+3)(2x-5) = -11$ ,  
 $x =$   $-\frac{1}{4}$  或 2。

**題型 10** ..... 化為整係數方程式再求解 I

解下列各一元二次方程式：

(1)  $\frac{4}{5}x^2 + \frac{1}{3}x = 0$ ,  $x =$  0 或  $-\frac{5}{12}$ 。

(2)  $0.25x^2 + 16 = 4x$ ,  $x =$  8 (重根)。

(3)  $x(1 + \frac{7}{5}x) = \frac{1}{10}(-11 + 15x^2)$ ,  
 $x =$  -1 或 11。

(4)  $x(\frac{1}{2} + x) = \frac{3}{2}(6 - x^2)$ ,  $x =$  -2 或  $\frac{9}{5}$ 。

**題型 11** 已知其中一解，求方程式另一解

(1)  $\frac{2}{3}x^2 - 2x + 4a = 0$  有一解為  $-1$ ，則  $a =$   
 $-\frac{2}{3}$ ，此方程式的另一解為  $4$ 。

(2) 若一元二次方程式  $(x+2)^2 - ax + 4 = 0$  有一解為  $1$ ，則  $-4a = -2$ ，此方程式的另一解為  $-2$ 。

**題型 12** 已知兩解，求方程式

(1) 若  $x^2 + px + q = 0$  的解為  $2$  和  $3$ ，則  
 $p = -5$ ， $q = 6$ 。

(2) 若  $x^2 + mx + n = 0$  的解為  $3$  和  $-2$ ，則  
 $m = -1$ ， $n = -6$ 。

**強化練習**

1. 下列何者化簡後是  $x$  的一元二次方程式？答：(B)。  
 (A)  $5x^2 + x - 7 = -3x + 5x^2 + 10$     (B)  $x^2 - 2x = -x(x - 2)$   
 (C)  $(x - 2)(2x - 3) = 2x^2$     (D)  $x^2 - 2 = -3x + x^2$

2. 下列哪一個方程式與  $2x^2 - 8x + 3 = 0$  有相同的解？答：(C)。  
 (A)  $x^2 - 4x + 3 = 0$     (B)  $4x^2 - 16x + 3 = 0$   
 (C)  $x^2 - 4x + \frac{3}{2} = 0$     (D)  $\frac{2}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + 1 = 0$

3. 解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2 + 9x = 0$ ， $x = 0$  或  $-9$ 。    (2)  $2x^2 - 5x = 0$ ， $x = 0$  或  $\frac{5}{2}$ 。

(3)  $-x^2 - \frac{4}{3}x = 0$ ， $x = 0$  或  $-\frac{4}{3}$ 。

4. 解下列各一元二次方程式：

(1)  $(2x + 3)^2 - 4(2x + 3) = 0$ ， $x = -\frac{3}{2}$  或  $\frac{1}{2}$ 。

(2)  $7(x - 2)^2 = 3(x - 2)$ ， $x = 2$  或  $\frac{17}{7}$ 。

(3)  $6(3x + 1)^2 = 3x + 1$ ， $x = -\frac{1}{3}$  或  $-\frac{5}{18}$ 。

5. 解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2 - 225 = 0$ ， $x = 15$  或  $-15$ 。

(2)  $25x^2 - 1 = 0$ ， $x = \frac{1}{5}$  或  $-\frac{1}{5}$ 。

6. 解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2 + 10x + 25 = 0$ ,  $x = \underline{-5 \text{ (重根)}}$ 。 (2)  $441x^2 + 9 = -126x$ ,  $x = \underline{-\frac{1}{7} \text{ (重根)}}$ 。

(3)  $81x^2 - 36x + 4 = 0$ ,  $x = \underline{\frac{2}{9} \text{ (重根)}}$ 。

7. 解下列各一元二次方程式：

(1)  $2x^2 - x - 3 = 0$ ,  $x = \underline{\frac{3}{2} \text{ 或 } -1}$ 。 (2)  $x^2 - 6x + 13 = x + 1$ ,  $x = \underline{3 \text{ 或 } 4}$ 。

8. 解下列各一元二次方程式：

(1)  $(3x - 1)(2x + 1) = 1$ ,  $x = \underline{\frac{1}{2} \text{ 或 } -\frac{2}{3}}$ 。 (2)  $(7x - 1)(2x + 9) = 79$ ,  $x = \underline{-\frac{11}{2} \text{ 或 } \frac{8}{7}}$ 。

9. 解  $3x^2 + x - 2 = 2x^2 + 5x + 3$  的步驟如下，試問從哪一個步驟開始有誤？答：(B)。

(A) 兩邊分別因式分解，得  $(3x - 2)(x + 1) = (2x + 3)(x + 1)$

(B) 等號兩邊同時除以  $x + 1$ ，得  $3x - 2 = 2x + 3$

(C) 等號兩邊同時減去  $2x$ ，得  $x - 2 = 3$

(D) 等號兩邊同時加上  $2$ ，得  $x = 5$

10. 解下列各一元二次方程式：

(1)  $\frac{1}{2}x^2 - 8x = 0$ ,  $x = \underline{0 \text{ 或 } 16}$ 。 (2)  $3.2x^2 + 8x + 5 = 0$ ,  $x = \underline{-\frac{5}{4} \text{ (重根)}}$ 。

11. 解下列各一元二次方程式：

(1)  $\frac{4}{9}(x + 1)^2 - (1 + x) = 0$ ,  $x = \underline{-1 \text{ 或 } \frac{5}{4}}$ 。

(2)  $x(1 - 2x) = \frac{2}{3}(-1 + 4x^2)$ ,  $x = \underline{-\frac{2}{7} \text{ 或 } \frac{1}{2}}$ 。

12. 若一元二次方程式  $x^2 + 7x + 9a = 0$  有一解為  $-3$ ，則  $a = \underline{\frac{4}{3}}$ ，此方程式的另一解為  $\underline{-4}$ 。

13. (1) 若  $x^2 + px + q = 0$  的解為  $1$  和  $-6$ ，則  $p = \underline{5}$ ， $q = \underline{-6}$ 。

(2) 若  $x^2 + mx + n = 0$  的解為  $4$  和  $2$ ，則  $m = \underline{-6}$ ， $n = \underline{8}$ 。

## 一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

( C ) 1. 下列何者為一元二次方程式？

(A)  $x^2+2x+4$  (B)  $4x+3$  (C)  $5x^2+x+2=0$  (D)  $3x-2y+12=0$

( D ) 2.  $-3$  是下列哪一個方程式的根？

(A)  $x^2-3x=0$  (B)  $3x^2=0$  (C)  $x^2+3=0$  (D)  $x^2+3x=0$

( A ) 3. 方程式  $(x-3)(x+2)=0$  的解為下列何者？

(A) 3 和  $-2$  (B)  $-3$  和  $-2$  (C) 3 和 2 (D)  $-3$  和 2

( B ) 4. 設  $x^2-1=13 \times 15$ ，則  $x=?$ 

(A)  $\pm 13$  (B)  $\pm 14$  (C)  $\pm 15$  (D)  $\pm 16$

( C ) 5. 若  $(5x-1)(x+1)=0$ ，則  $x=?$ 

(A)  $-1$  (B)  $\frac{1}{5}$  (C)  $-1$  或  $\frac{1}{5}$  (D) 1 或  $-\frac{1}{5}$

## 二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 解下列各方程式：

(1)  $x^2=9$ ， $x=$   $\pm 3$ 。

(2)  $4x^2-7x=0$ ， $x=$   $0$  或  $\frac{7}{4}$ 。

(3)  $x^2+x-6=0$ ， $x=$   $-3$  或  $2$ 。

(4)  $25x^2-40x+16=0$ ， $x=$   $\frac{4}{5}$  (重根)。

(5)  $3x^2+14x-24=0$ ， $x=$   $-6$  或  $\frac{4}{3}$ 。

(6)  $x(x-2)=4x+27$ ， $x=$   $-3$  或  $9$ 。

(7)  $\frac{1}{3}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}=0$ ， $x=$   $-1$  (重根)。

(8)  $25x^2+1=10x$ ， $x=$   $\frac{1}{5}$  (重根)。

(9)  $(2x-5)(3x-5)=(2x-5)(5x-2)$ ,  $x=$   $\frac{5}{2}$  或  $-\frac{3}{2}$ 。

(10)  $\frac{x^2-9}{2}=\frac{x(x+3)}{3}$ ,  $x=$  9 或 -3。

(11)  $(3x-2)^2=(4x+3)^2$ ,  $x=$   $-\frac{1}{7}$  或 -5。

2. 已知 -1、7 是  $x^2+ax-b=0$  的兩根，則  $a=$  -6， $b=$  7。

### 三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 已知  $x$  的一元二次方程式  $x^2+x+(m^2-5m+4)=0$  有一個解為 0，則  $m=?$

**解**：將  $x=0$  代入  $x^2+x+(m^2-5m+4)=0$ ，

$$\text{得 } m^2-5m+4=0$$

$$\Rightarrow (m-4)(m-1)=0$$

$$\Rightarrow m=4 \text{ 或 } m=1$$

**答**： $m=4$  或  $m=1$

2. 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為整數，且 2 為  $x^2-ax+6=0$  的一根。已知  $a$ 、 $b$  為  $x^2-4x+c=0$  的兩根，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  分別為何？

**解**：將  $x=2$  代入  $x^2-ax+6=0$ ，

$$\text{則 } 4-2a+6=0, a=5。$$

將  $x=5$  代入  $x^2-4x+c=0$ ，

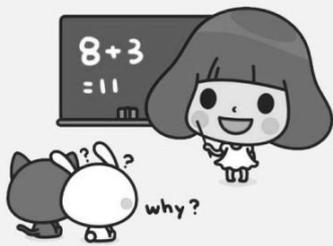
$$\text{則 } 25-20+c=0, c=-5,$$

$$\text{所以 } x^2-4x-5=0, (x+1)(x-5)=0,$$

$$x=-1 \text{ 或 } 5, b=-1,$$

$$\text{故 } a=5, b=-1, c=-5。$$

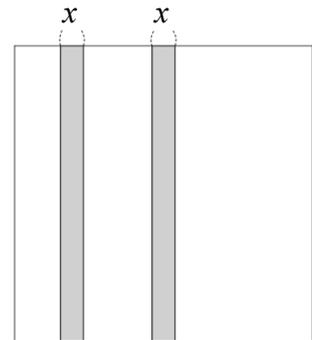
**答**： $a=5, b=-1, c=-5$



# 每週一題



有三張面積分別為  $(4x+9)(2x+1)$ 、 $(4x+9)(2x+3)$ 、 $(4x+9)(2x+5)$  矩形紙張，由左到右重疊擺放如右圖，重疊處的寬度為  $x$ ，形成一個面積為 169 的大矩形  $K$ ，則：



- (1) 以  $x$  表示大矩形  $K$  的面積。
- (2) 求  $x$  的值。

**解**

$$\begin{aligned}
 (1) \text{ } K \text{ 的面積} &= (4x+9)(2x+1) + (4x+9)(2x+3) + (4x+9)(2x+5) - 2x(4x+9) \\
 &= (4x+9)(2x+1+2x+3+2x+5-2x) \\
 &= (4x+9)(4x+9) \\
 &= (4x+9)^2
 \end{aligned}$$

故  $K$  的面積為  $(4x+9)^2$ 。

$$\begin{aligned}
 (2) \text{ 由(1)可知，} K \text{ 的面積} &= (4x+9)^2 = 169 \\
 4x+9 &= \pm 13 \\
 4x &= 4 \text{ 或 } -22 \\
 x &= 1 \text{ 或 } -\frac{11}{2} \text{ (負數不合)}
 \end{aligned}$$

故  $x=1$ 。

分數	評分指引
3	解題策略正確，能清楚表達解題過程且兩個小題答案皆正確無誤。
2	第(1)小題正確，但第(2)小題推論錯誤。
1	第(1)小題列式正確，但化簡錯誤。
0	只有答案或與題目無關；策略不清或錯誤。

# 4-2 配方法與一元二次方程式的公式解

## 實力養成 重點 1 配方法

1. 將一個一元二次方程式  $ax^2+bx+c=0$  改寫成  $(mx+n)^2=k$  的型式進而求解，這種方法稱為配方法。
2. 配方法解一元二次方程式的步驟如下：
  - (1) 先將  $x^2$  項與  $x$  項移到等號左邊，常數項移到等號右邊，合併同類項。
  - (2) 再將  $x^2$  項係數變成 1 (兩端同除以  $x^2$  項係數)。
  - (3) 等號兩邊同加一數  $(\frac{x \text{ 項係數}}{2})^2$ ，並將左邊的式子寫成一完全平方式。
  - (4) 利用平方根的概念解方程式。

### 題型 1 解型如 $k(ax+b)^2=c$ 的方程式

解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2-7=0$ ,  $x= \underline{\pm\sqrt{7}}$ 。

(2)  $(9x+4)^2-7=0$ ,  $x= \underline{\frac{-4\pm\sqrt{7}}{9}}$ 。

(3)  $-2(x+7)^2+5=0$ ,  $x= \underline{-7\pm\frac{\sqrt{10}}{2}}$ 。

### 題型 3 配完全平方式 II

請在下面的空格內填入適當的數：

(1)  $25x^2+10x+ \underline{1}=(5x+ \underline{1})^2$ 。

(2)  $4x^2+28x+ \underline{49}=(2x+ \underline{7})^2$ 。

(3)  $81x^2-36x+ \underline{4}=(9x- \underline{2})^2$ 。

### 題型 5 利用配方法解方程式 I

利用配方法解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2-4x-2496=0$ ,  $x= \underline{52 \text{ 或 } -48}$ 。

(2)  $x^2-5x+3=0$ ,  $x= \underline{\frac{5\pm\sqrt{13}}{2}}$ 。

### 題型 2 配完全平方式 I

請在下面的空格內填入適當的數：

(1)  $x^2+4x+ \underline{4}=(x+ \underline{2})^2$ 。

(2)  $x^2-12x+ \underline{36}=(x- \underline{6})^2$ 。

(3)  $x^2+5x+ \underline{\frac{25}{4}}=(x+ \underline{\frac{5}{2}})^2$ 。

(4)  $x^2-\frac{6}{5}x+ \underline{\frac{9}{25}}=(x- \underline{\frac{3}{5}})^2$ 。

### 題型 4 配完全平方式 III

若  $9x^2-(m-5)x+25$  可以配成完全平方式，則  $m$  值為 35 或 -25。

### 題型 6 利用配方法解方程式 II

利用配方法解下列各一元二次方程式：

(1)  $2x^2-\frac{1}{2}x-1=0$ ,  $x= \underline{\frac{1\pm\sqrt{33}}{8}}$ 。

(2)  $3x^2+8x+1=0$ ,  $x= \underline{\frac{-4\pm\sqrt{13}}{3}}$ 。

(3)  $-x^2-x+\frac{5}{8}=0$ ,  $x= \underline{\frac{-2\pm\sqrt{14}}{4}}$ 。

**題型 7**

利用配方法解方程式 III

已知利用配方法解  $4x^2 - 6x + 1 = 0$ ，可得

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{m}}{4}, \text{ 則 } m = \underline{5}。$$

**題型 8**

方程式解的應用

已知利用配方法解  $2x^2 + x + m = 0$ ，可得

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}, \text{ 則 } m = \underline{-2}。$$

**強化練習**

1. 解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2 - 9 = 0$ ,  $x = \underline{\pm 3}$ 。

(2)  $3x^2 - 5 = 0$ ,  $x = \underline{\pm \frac{\sqrt{15}}{3}}$ 。

(3)  $3(x+8)^2 - 5 = 0$ ,  $x = \underline{-8 \pm \frac{\sqrt{15}}{3}}$ 。

2. 請在下面的空格內填入適當的數：

(1)  $x^2 + 12x + \underline{36} = (x + \underline{6})^2$ 。

(2)  $x^2 - 6x + \underline{9} = (x - \underline{3})^2$ 。

(3)  $x^2 + 3x + \underline{\frac{9}{4}} = (x + \underline{\frac{3}{2}})^2$ 。

(4)  $x^2 - 7x + \underline{\frac{49}{4}} = (x - \underline{\frac{7}{2}})^2$ 。

(5)  $x^2 + \frac{4}{7}x + \underline{\frac{4}{49}} = (x + \underline{\frac{2}{7}})^2$ 。

(6)  $x^2 - \frac{3}{5}x + \underline{\frac{9}{100}} = (x - \underline{\frac{3}{10}})^2$ 。

4. 請在下面的空格內填入適當的數：

(1)  $144x^2 + 48x + \underline{4} = (12x + \underline{2})^2$ 。

(2)  $49x^2 - 84x + \underline{36} = (7x - \underline{6})^2$ 。

5. 若  $25x^2 + kx + 64$  為一完全平方式，則  $k = \underline{\pm 80}$ 。6. 解一元二次方程式  $x^2 - 2x - 9999 = 0$ ,  $x = \underline{-99 \text{ 或 } 101}$ 。

7. 利用配方法解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2 + 6x + 4 = 0$ ,  $x = \underline{-3 \pm \sqrt{5}}$ 。

(2)  $x^2 - \frac{1}{3}x - 1 = 0$ ,  $x = \underline{\frac{1 \pm \sqrt{37}}{6}}$ 。

8. 利用配方法解下列各一元二次方程式：

(1)  $2x^2 - 5x + 1 = 0$ ,  $x = \underline{\frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}}$ 。

(2)  $3x^2 + 5x + 1 = 0$ ,  $x = \underline{\frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}}$ 。

9. 已知利用配方法解  $8x^2 - 12x + 3 = 0$ ，可得  $x = \frac{3 \pm \sqrt{m}}{4}$ ，則  $m = \underline{3}$ 。10. 若  $a$  為整數，且利用配方法解  $ax^2 + 4x - 7 = 0$ ，可得  $x = \frac{-2 \pm \sqrt{39}}{5}$ ，則  $a = \underline{5}$ 。

# 實力養成 重點 2 公式解

▲ 若一元二次方程式  $ax^2+bx+c=0$ ，且  $a \neq 0$ ，其中  $b^2-4ac$  為其判別式，

- (1) 當  $b^2-4ac > 0$  時，則  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 。  
 (2) 當  $b^2-4ac = 0$  時，則  $x = -\frac{b}{2a}$  (重根)。  
 (3) 當  $b^2-4ac < 0$  時，則  $x$  為無解。

## 題型 1 利用公式解解方程式 I

利用公式解解下列各一元二次方程式：

- (1)  $x^2+5x-11=0$ ， $x = \frac{-5 \pm \sqrt{69}}{2}$ 。  
 (2)  $x^2-2x+2=0$ ， $x =$  無解。  
 (3)  $3x^2-7x+2=0$ ， $x =$  2 或  $\frac{1}{3}$ 。  
 (4)  $9x^2-12x+4=0$ ， $x = \frac{2}{3}$  (重根)。  
 (5)  $2x^2+\frac{1}{2}x-1=0$ ， $x = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{8}$ 。

## 題型 2 判別式的應用

- (1) 已知  $x$  的一元二次方程式  $x^2+ax+49=0$  的解為重根，則  $a$  的值為  $\pm 14$ 。  
 (2) 若  $b$  為整數，且  $x$  的一元二次方程式  $4x^2+5x+b=0$  無解，則  $b$  的最小值為 2。

## 強化練習

1. 利用公式解解下列各一元二次方程式：

- (1)  $x^2-3x=3$ ， $x = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$ 。  
 (2)  $x^2-x+1=0$ ， $x =$  無解。

2. 利用公式解解下列各一元二次方程式：

- (1)  $5x^2+2x-1=0$ ， $x = \frac{-1 \pm \sqrt{6}}{5}$ 。  
 (2)  $3x^2-5x+3=0$ ， $x =$  無解。

- (3)  $20x^2+7x-6=0$ ， $x = -\frac{3}{4}$  或  $\frac{2}{5}$ 。  
 (4)  $25x^2-20x+4=0$ ， $x = \frac{2}{5}$  (重根)。

3. 已知  $x$  的一元二次方程式  $x^2+ax+9=0$  有重根，則  $a =$   $\pm 6$ 。

4. 若  $b$  為整數，且  $x$  的一元二次方程式  $3x^2-7x+b=0$  無解，則  $b$  的最小值為 5。

## 一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- ( D ) 1. 方程式  $x^2 - 6x - 7 = 0$  可化成下列哪一個方程式？  
 (A)  $(x+3)^2 = 2$     (B)  $(x+3)^2 = 16$     (C)  $(x-3)^2 = 2$     (D)  $(x-3)^2 = 16$
- ( B ) 2. 若  $x^2 + 6x - 7 = (x+a)^2 + b$ ，則  $a+b = ?$   
 (A) 19    (B) -13    (C) 13    (D) -19
- ( C ) 3. 若  $x^2 - 4x + 1$  加上  $k$  後，才能化為完全平方式，則  $k = ?$   
 (A) 1    (B) 2    (C) 3    (D) 4
- ( C ) 4. 若  $(x-3)^2 = 5$ ，則  $x = ?$   
 (A)  $\pm\sqrt{5}$     (B)  $-3 \pm\sqrt{5}$     (C)  $3 \pm\sqrt{5}$     (D)  $\pm\sqrt{8}$
- ( A ) 5. 利用配方法可將  $3x^2 + 4x + 1 = 0$  化簡得  $(x+a)^2 = b$ ，則  $a+b = ?$   
 (A)  $\frac{7}{9}$     (B)  $\frac{9}{7}$     (C)  $-\frac{7}{9}$     (D)  $-\frac{9}{7}$

## 二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 解下列各方程式：

(1)  $(x-3)^2 = 25$ ， $x =$  8 或 -2。

(2)  $5(2x+3)^2 = 45$ ， $x =$  0 或 -3。

(3)  $x^2 + 2x - 4 = 0$ ， $x =$   $-1 \pm\sqrt{5}$ 。

(4)  $(4x+1)^2 - 50 = 0$ ， $x =$   $\frac{-1 \pm 5\sqrt{2}}{4}$ 。

(5)  $2x^2 - 3x - 2 = 0$ ， $x =$  2 或  $-\frac{1}{2}$ 。

(6)  $3x^2 - 7x + 5 = 0$ ， $x =$  無解。

(7)  $-x^2 - 9 = 6x$ ， $x =$  -3 (重根)。

(8)  $x^2 - 4x = 396$ ， $x =$  22 或 -18。

2. 利用配方法解  $x^2 + 2x - 899 = 0$ ，得  $x =$  -31 或 29。3. 若  $x^2 - 8x + p = 0$  可配方成  $(x-q)^2 = 1$  的型式，則  $p+q =$  19。

4. 利用公式解解  $x^2 - 5x - 4 = 0$ ，得  $x = \underline{\frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}}$ 。

5. 若  $-3 \pm \sqrt{3}$  為方程式  $x^2 + 6x + a = 0$  的解，則  $a = \underline{6}$ 。

6. 若  $x = \frac{3 + \sqrt{7}}{2}$ ，則  $(2x - 3)^2 - 5 = \underline{2}$ 。

### 三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 已知  $x$  的一元二次方程式  $3x^2 - 2x + m = 0$  有重根，求  $m$  的值。

**解：**因為有重根，所以判別式  $b^2 - 4ac = 0$

$$(-2)^2 - 4 \times 3 \times m = 0$$

$$4 - 12m = 0, 12m = 4,$$

$$m = \frac{1}{3}$$

**答：**  $\frac{1}{3}$

2. 利用配方法解  $9x^2 + 18x + 1 = 0$ 。

**解：**  $9x^2 + 18x + 1 = 0$

$$9x^2 + 18x = -1$$

$$x^2 + 2x = -\frac{1}{9}$$

$$x^2 + 2x + 1 = -\frac{1}{9} + 1$$

$$(x+1)^2 = \frac{8}{9}$$

$$x+1 = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$x = -1 \pm \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{-3 \pm 2\sqrt{2}}{3}$$

**答：**  $x = \frac{-3 \pm 2\sqrt{2}}{3}$



# 每週一題



驚喜大賣場週年慶當天，為了增加人氣，推出前 100 位消費者，限定消費在 1000 元到 10000 元之間，即可參加「過千不過萬，消費越多優惠越多」的活動，其優惠價公式：優惠價 =  $x \times (1 - \frac{1}{100} \times \frac{x-1000}{100})$ ，其中  $x$  表示為折扣前的消費金額，依下列敘述回答問題：

- (1) 小牛當日消費 2400 元，且為前 100 名消費者，則優惠後他應付多少？
- (2) 若小牛優惠後共付 2400 元，則他優惠的折扣最多為多少錢？

**解**

$$\begin{aligned} (1) \text{ 將 } x=2400 \text{ 代入優惠公式，得優惠後金額} &= 2400 \times (1 - \frac{1}{100} \times \frac{2400-1000}{100}) \\ &= 2400 \times (1 - \frac{1}{100} \times \frac{1400}{100}) \\ &= 2400 \times (1 - 0.14) \\ &= 2064 \end{aligned}$$

故優惠後小牛應付 2064 元。

$$\begin{aligned} (2) \text{ 依題意可列式為 } x \times (1 - \frac{1}{100} \times \frac{x-1000}{100}) &= 2400 \\ x \times (1 - \frac{x-1000}{10000}) &= 2400 \\ 10000x - x^2 + 1000x &= 2400000 \\ x^2 - 11000x &= -2400000 \\ (x - 5500)^2 &= 6250000 \\ x - 5500 &= \pm 2500 \\ x &= 8000 \text{ 或 } 3000 \end{aligned}$$

故折扣最多為  $8000 - 2400 = 5600$  (元)。

分數	評分指引
3	解題策略正確，能清楚表達解題過程且兩個小題答案皆正確無誤。
2	第(1)小題答對，第(2)小題列式與推論過程正確，但答案計算錯誤。
1	僅答對其中一小題；僅第(2)小題列式與推論過程正確，但答案計算錯誤。
0	只有答案或與題目無關；策略不清或錯誤。

# 4-3 ⇒ 一元二次方程式的應用

## 實力養成

## 重點

## 1

## 應用問題

▲ 解題步驟： 設適當的未知數 → 列方程式 → 解方程式 → 選擇適合答案

### 題型 1 ..... 一元二次方程式的應用 I

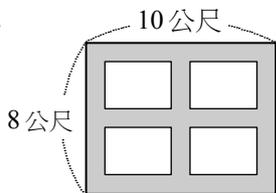
老王有塊正方形的花圃，近期老王想要將其中一邊拓寬 8 公尺，則其面積變成原來的 3 倍，則原正方形花圃的邊長為 4 公尺。

### 題型 2 ..... 一元二次方程式的應用 II

阿豪以長為 100 公尺的鐵絲網，在河邊圍一長方形的菜園，但沿河邊的一側不圍。若所圍成的菜園面積為 1250 平方公尺，則菜園較短的一邊長為 25 公尺。

### 題型 3 ..... 一元二次方程式的應用 III

如右圖，在長 10 公尺、寬 8 公尺的長方形土地上，開闢等寬的道路，其中白色部分為四個面積相等的花圃。



若花圃的面積占全部面積的  $\frac{7}{16}$ ，則道路的寬度為 1 公尺。

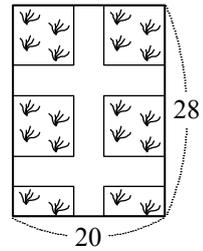
### 題型 4 ..... 一元二次方程式的應用 IV

某商店一個售價 120 元的商品，通常一天可以賣出 300 個。若此商品每加價 1 元，則每天少賣出 3 個。已知某日該商品共賣得 31500 元，且售價比 120 元多，則該日此商品一個的售價為 150 元。

## 強化練習

1. 阿豪於河邊欲以 40 公尺長的鐵絲圍成一面積為 200 平方公尺的長方形養鴨區，其中靠河邊的一側不圍，則養鴨區的長邊為 20 公尺，短邊為 10 公尺。

2. 有一長方形草地，長為 28 m，寬為 20 m。今打算在內部開闢三條等寬的道路，如右圖，使剩餘草地面積為  $320 \text{ m}^2$ ，則路寬應為 4 m。



3. 小琪最近被分配負責照顧教室的長方形花圃，已知該花圃的長是寬的 3 倍多 10 公分，且面積為 8000 平方公分，則該花圃的長為 160 公分。

4. 電影院每張票價 80 元，觀眾有 1000 人，若票價每減 1 元，則觀眾就增加 15 人。已知某日此電影院收入為 79625 元，則每張票價應減 15 元。

## 一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- ( D ) 1. 有一長方形草地長 20 公尺，寬 10 公尺，在其內部沿著四周開闢一條等寬的小路。若剩餘草地面積是 24 平方公尺，則路寬為多少公尺？  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- ( B ) 2. 有大小兩個正方形，小正方形的邊長比大正方形的邊長少 4 公分，且面積和為 40 平方公分，則大正方形的邊長為多少公分？  
(A) 2 (B) 6 (C) 10 (D) 15
- ( D ) 3. 某校共有學生 3000 人，若各年級每班人數相等，且每班人數的一半加上 20，恰好是全校所有的班級數，則每班有多少人？  
(A) 30 (B) 40 (C) 50 (D) 60
- ( A ) 4. 承上題，試問全校共有多少個班級？  
(A) 50 (B) 45 (C) 40 (D) 35
- ( B ) 5. 琪琪向上丟一顆棒球，設  $x$  秒後離地面高度為  $(-2x^2 + 15x + 27)$  公尺，則幾秒後棒球回到地面？  
(A) 12 (B) 9 (C) 6 (D) 3

## 二、填充題：每格 5 分，共 65 分

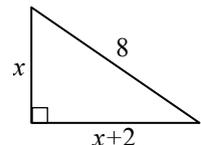
1. 已知一個長方形的面積為 60 平方公尺，且長比寬多 4 公尺，則：

- (1) 設寬為  $x$  公尺，則依題意可列出長為  $x+4$  公尺。  
(2) 此長方形的周長為 32 公尺。

2. 若一個長方形的長為寬的 2 倍少 1 公尺，且對角線長為  $\sqrt{65}$  公尺，則長為 7 公尺，寬為 4 公尺。

3. 已知三個連續正整數的平方和為 302，則此三數為 9、10、11。

4. 如右圖，已知直角三角形中，兩股長分別為  $x$ 、 $x+2$ ，且斜邊長為 8，則  $x =$   $-1 + \sqrt{31}$ 。



5. 若大、小兩正數的乘積為 96，且大數比小數多 4，則小數為 8。

6. 已知小明四年後的年齡與八年前年齡的平方相等，則小明今年 12 歲。
7. 小芳在計算某正數的平方時，誤算成該數的 2 倍。若所求得的结果比正確答案少 63，則原來的正數為 9。
8. 某商人購買了一塊梯形建地，已知該梯形的兩底相差 2 公尺，且高是較長底邊的 2 倍。若該建地面積為 60 平方公尺，則此建地的高是 12 公尺。
9. 阿真用長  $x$  公分的原子筆去量 1 張長方形的紙，發現紙的長度為原子筆的 3 倍長少 1 公分，寬度比原子筆長多 3 公分。已知紙張面積為 112 平方公分，則：
- (1) 依題意可列出一元二次方程式為  $(3x-1)(x+3)=112$ 。(不須化簡)
- (2) 原子筆長為 5 公分。
10. 若將一個正三角形的一邊長增加 5 公分、另一邊長減少 5 公分、第三邊長不變，會形成一個直角三角形，則原正三角形的邊長為 20 公分。

### 三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 已知兩正整數相差 5，且平方和為 325，求此兩數的乘積。

**解：**設此兩數為  $x$ 、 $x+5$ ，

$$\begin{aligned}x^2 + (x+5)^2 &= 325 \Rightarrow 2x^2 + 10x + 25 = 325 \\&\Rightarrow 2x^2 + 10x - 300 = 0 \\&\Rightarrow x^2 + 5x - 150 = 0 \\&\Rightarrow (x-10)(x+15) = 0 \\&\Rightarrow x = 10 \text{ 或 } x = -15 \text{ (不合)}\end{aligned}$$

故兩數為 10 和 15，乘積為  $10 \times 15 = 150$ 。

**答：**150

2. 某服裝店的服裝每件賣 500 元，每天可賣 30 件。今天作促銷特價優惠，所以降價賣出。若每降 5 元可多賣 1 件，且當天此服裝店共得 21000 元，則當天的服裝每件賣多少元？

**解：**設降價  $5x$  元，

$$\begin{aligned}\text{則 } (500-5x)(30+x) &= 21000, 15000 + 350x - 5x^2 = 21000, \\5x^2 - 350x + 6000 &= 0, x^2 - 70x + 1200 = 0, \\(x-30)(x-40) &= 0, x = 30 \text{ 或 } 40,\end{aligned}$$

故當天的服裝每件賣  $500 - 5 \times 30 = 350$  (元)

或  $500 - 5 \times 40 = 300$  (元)。

**答：**350 元或 300 元

# 第 5 章 統計資料處理與圖表

## 5-1 相對與累積次數分配圖表

### 實力養成 重點 1 相對次數分配表與統計圖

1. 相對次數分配表：在次數分配表中，增加一個欄位填記該組資料占整體資料的百分比（相對次數）所成的表格。

$$\text{相對次數} = \frac{\text{該組資料的次數}}{\text{整體資料的總次數}} \times 100\%$$

2. 圓形百分圖：算出各分量占總量的百分比，並以扇形表示各分量。

#### 題型 1 製作相對次數分配表

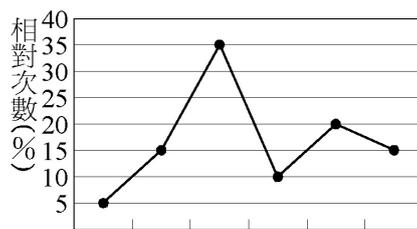
- (1) 試完成下表。

身高 (公分)	次數 (人)	相對次數 (%)
145~150	4	10
150~155	8	20
155~160	16	40
160~165	8	20
165~170	3	7.5
170~175	1	2.5

- (2) 身高低於 155 公分的占 30 %，  
身高在 160~170 公分的占 27.5 %。

#### 題型 2 判讀相對次數分配折線圖

小寶班上每位同學最喜歡運動項目的相對次數分配折線圖如下。若喜歡溜冰的有 6 人，則：



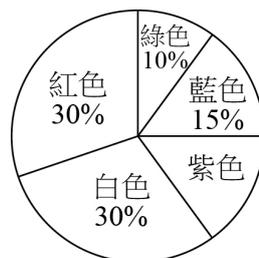
直排輪 溜冰 籃球 羽球 足壘球 排球 運動項目

- (1) 全班共有 40 人。  
(2) 喜歡打籃球的有 14 人。  
(3) 喜歡羽球的比喜歡足壘球的少 4 人。

#### 題型 3 判讀圓形百分圖

某機構調查了 80 位受訪者所喜愛的顏色，並製成了圓形圖，則：

- (1) 喜愛顏色為紫色的人數為 12 人。  
(2) 喜愛顏色為紫色的人數比綠色多 4 人。



## 強化練習

1. (1) 試完成下表。

體重 (公斤)	次數 (人)	相對次數 (%)
30~35	1	2
35~40	5	10
40~45	6	12
45~50	10	20
50~55	14	28
55~60	9	18
60~65	5	10

(2) 體重在 40 公斤以上，且不滿 60 公斤者占 78 %。

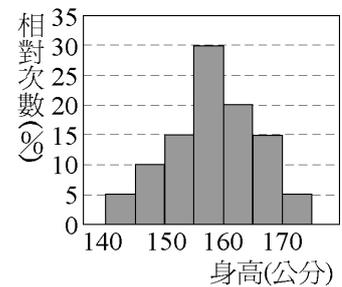
(3) 體重在低於 45 公斤者占 24 %。

2. 某營隊隊員身高的相對次數分配直方圖如右圖所示，試根據此圖回答下列問題：

(1) 組距為 5 公分。

(2) 身高在 165 公分以上者占全營隊的 20 %。

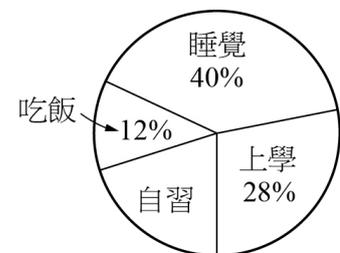
(3) 若 145~150 這組有 15 人，則此營隊共有 150 人。



3. 右圖為雅婷一天中作息時間分配的圓形圖，則：

(1) 雅婷一天中花費 4.8 小時在自習。

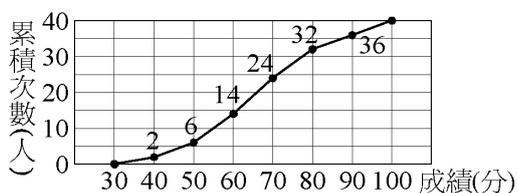
(2) 雅婷一天中比自習多花費 4.8 小時在睡覺。



1. 累積相對次數分配表：在相對次數分配表中，將各組相對次數累加所得到的表。
2. 累積相對次數分配折線圖繪製的方式如下：  
若第一組為  $a_1 \sim a_2$ ，第二組為  $a_2 \sim a_3$ ，第三組為  $a_3 \sim a_4$ ， $\dots$ ，而各組的累積相對次數分別為  $d_1$ 、 $d_2$ 、 $d_3$ 、 $\dots$ ，則先標出  $(a_1, 0)$ 、 $(a_2, d_1)$ 、 $(a_3, d_2)$ 、 $(a_4, d_3)$ 、 $\dots$ ，再依次用線段連接起來，即完成繪圖。

**題型 1** 判讀累積次數分配折線圖

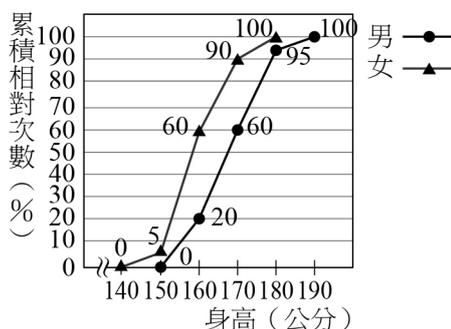
下圖為九年三班第二次段考數學科成績的累積次數分配折線圖，試根據此圖回答下列問題：



- (1) 全班共有 40 人。
- (2) 80 分以上的有 8 人，占全班的 20 %。
- (3) 不及格者(未滿 60 分)有 14 人，占全班的 35 %。
- (4) 哪一組成績的人數最少？  
**答：** 30~40 分。

**題型 2** 判讀累積相對次數分配折線圖

下圖為南一國中全校男、女學生身高的累積相對次數分配折線圖，已知男、女學生的總人數相同，試根據此圖回答下列問題：

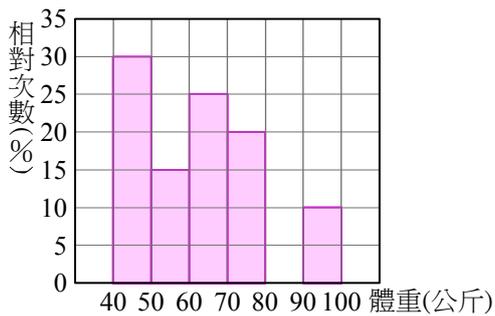


- (1) 160 公分以上占全校的 60 %。
- (2) 150~170 公分的男、女學生人數相差 25 %。
- (3) 求 160 公分以上的男、女學生人數比。  
**答：** 1 : 2。
- (4) 若 170~180 公分的男學生有 280 人，則全校學生有 1600 人。

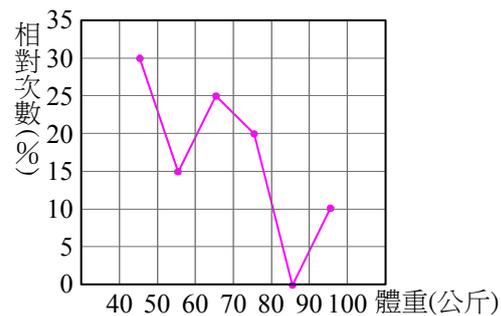
下表是南一國中七年三班男生體重的統計表，試根據此表繪製下列各題的統計圖：

體重(公斤)	次數(人)	相對次數(%)	累積次數(人)	累積相對次數(%)
40~50	6	30	6	30
50~60	3	15	9	45
60~70	5	25	14	70
70~80	4	20	18	90
80~90	0	0	18	90
90~100	2	10	20	100

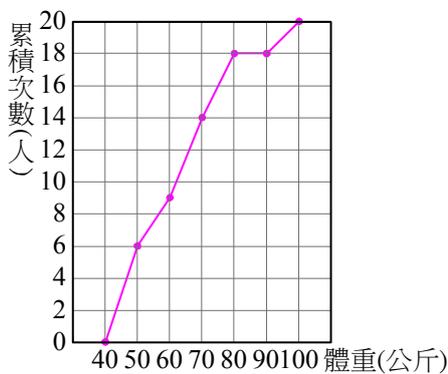
(1) 相對次數分配直方圖



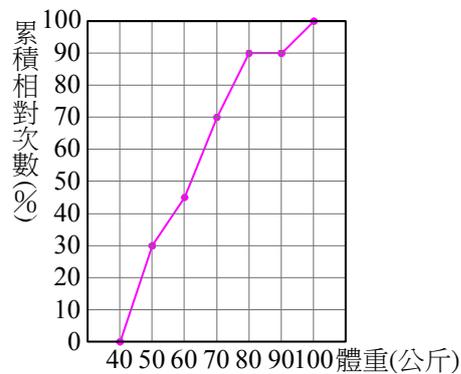
(2) 相對次數分配折線圖



(3) 累積次數分配折線圖



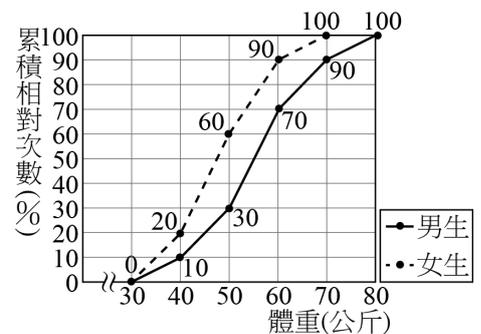
(4) 累積相對次數分配折線圖



強化練習

▲ 右圖是南一國中八年乙班男、女同學的體重累積相對次數分配折線圖，若男、女同學人數相同，則：

- (1) 60 公斤以上占全班的 20 %。
- (2) 60~70 公斤的男、女同學人數相差 10 %。
- (3) 50 公斤以下的男、女同學人數比為 2 : 1。
- (4) 若 60 公斤以上的男同學有 2，則全班共 40 人。



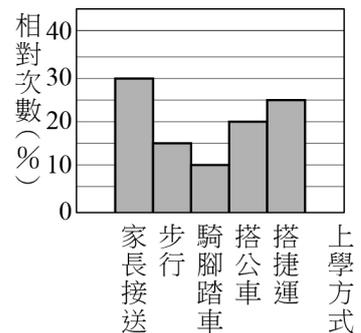
## 一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- ( A ) 1. 右表是三年孝班全班身高的累積相對次數分配表，則  $a+b+c$  之值為何？

身高(公分)	次數(人)	累積次數(人)	累積相對次數(%)
150~155	2		
155~160	10		
160~165	15	$a$	
165~170	3		$c$
170~175	7		
175~180	3	$b$	

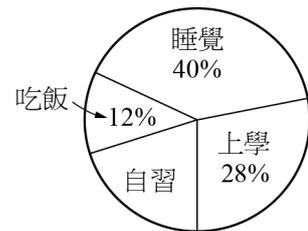
- (A) 142  
(B) 100  
(C) 73.5  
(D) 69.5

- ( B ) 2. 右圖為天楠國中學生上學方式的相對次數分配直方圖。已知選擇騎腳踏車與步行的共有 200 人，則天楠國中的學生共有多少人？



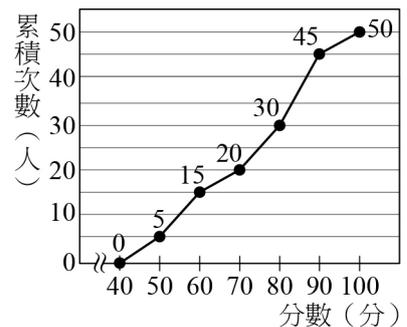
- (A) 960  
(B) 800  
(C) 720  
(D) 600

- ( C ) 3. 右圖為雅婷一天中作息時間分配的圓形圖，則雅婷一天中花費多少時間在自習？



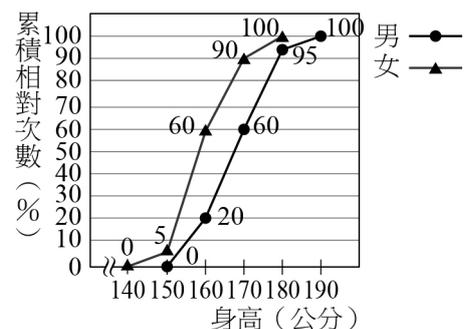
- (A) 3.2 小時  
(B) 4 小時  
(C) 4.8 小時  
(D) 5.6 小時

- ( C ) 4. 右圖為三年甲班全班 50 人數學成績的累積次數分配折線圖，則介於 60~80 分的人占全體人數的百分比是多少？



- (A) 20%  
(B) 25%  
(C) 30%  
(D) 35%

- ( B ) 5. 右圖為優南公司男性與女性員工身高的累積相對次數分配折線圖。已知男、女性員工在身高 160~170 公分皆有 24 人，則優南公司共有多少名員工？



- (A) 120  
(B) 140  
(C) 160  
(D) 180

## 二、填充題：每格 5 分，共 65 分

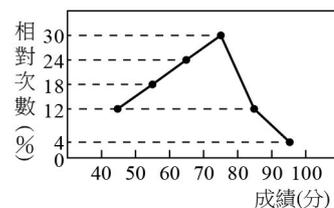
1. 右圖是三年忠班段考數學成績的相對次數分配折線圖。

已知班上共有 50 個學生，則：

(1) 佳伶成績名列第 3 名，那麼佳伶的成績可能在

80 ~ 90 分這組。

(2) 班上 40~50 分與 70~80 分的人數相差 9 人。

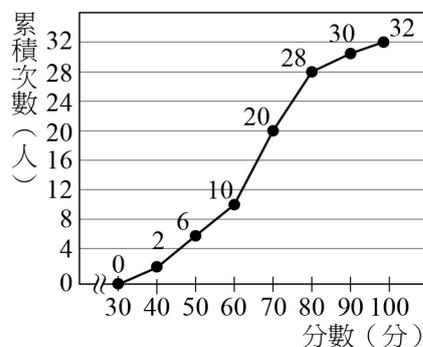


2. 右圖為二年 A 班英文成績的累積次數分配折線圖。

已知全班共有 32 人，則：

(1) 該班的及格 (60 分以上) 人數為 22 人。

(2) 該班不及格的學生占全體人數的 31.25 %。

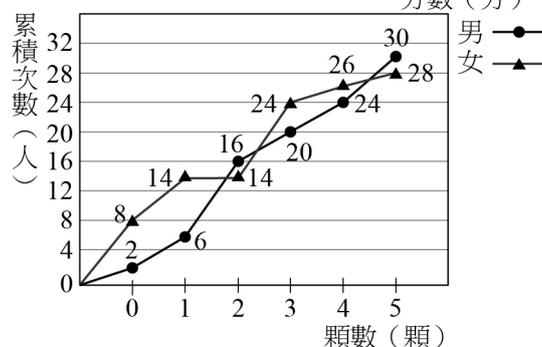


3. 體育課時老師為測驗同學們的射籃能力，請每位同學皆射籃 5 次並將結果記錄下來，製作成累積次數分配折線圖如右圖，則：

(1) 進行此次測驗的女同學共有 28 人。

(2) 男同學中投進 5 顆的人數，與女同學中投進

1 顆的人數一樣多。



4. 阿宜每週皆會拿到 2000 元的零用錢，下表為他在本週所花費零用錢的累積相對次數分配表，試完成下表：

星期	一	二	三	四	五	六	日
當天花費(元)	100	140	160	120	80	600	800
相對次數(%)	5	7	8	6	4	30	40
累積相對次數(%)	5	12	20	26	30	60	100

## 三、計算題：共 10 分

1. 右圖是三年一班學生數學小考成績的相對次數分配直方圖，

其中有部分被塗汙了。已知 70~80 分共有 12 人，則：

(1) 全班共有多少人？ (5 分)

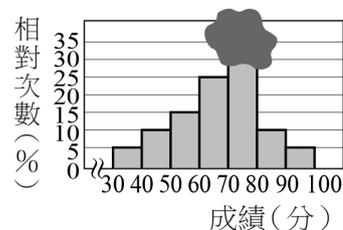
(2) 未滿 80 分的人數共有多少人？ (5 分)

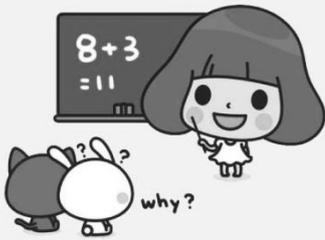
**解：** (1)  $100\% - (5\% + 10\% + 15\% + 25\% + 10\% + 5\%) = 30\%$

全班人數 =  $12 \div 30\% = 40$  (人)

(2)  $40 \times (5\% + 10\% + 15\% + 25\%) + 12 = 22 + 12 = 34$  (人)

**答：** (1) 40 人； (2) 34 人



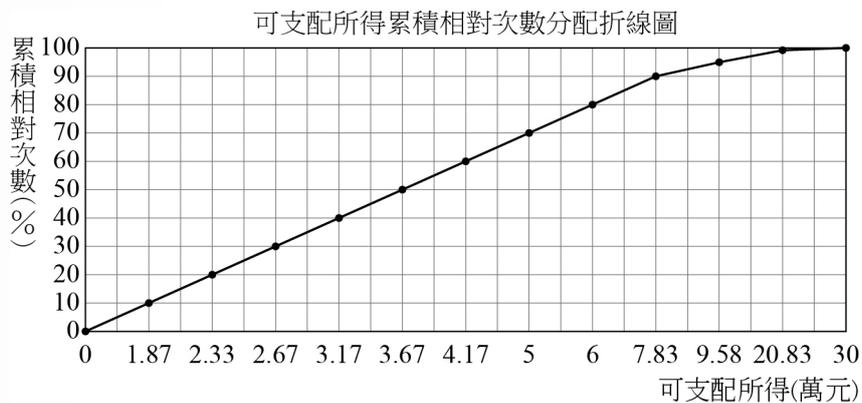


# 每週一題



下圖是臺灣 7 月可支配所得的累積相對次數分配折線圖，試回答下列問題：

- (1) 若有 750 萬人本月支配所得不超過 3.67 萬元，則佔臺灣本月可支配所得多少%？
- (2) 承(1)，試問本月可支配所得落在 7.83 萬元以上有多少人？



**解**

- (1) 由圖可知，本月可支配所得不超過 3.67 萬元佔臺灣 50%。
- (2) 本月可支配所得落在 7.83 萬元以上佔臺灣 10%，  
令有  $x$  萬人本月可支配所得落在 7.83 萬元以上，  
則由(1)得  $750 : x = 50\% : 10\% \Rightarrow 0.5x = 750 \times 0.1 \Rightarrow x = 150$ ，  
故有 150 萬人本月可支配所得落在 7.83 萬元以上。

分數	評分指引
3	解題策略正確，能清楚表達解題過程且答案正確。
2	第(1)小題答案正確，第(2)小題列式正確但計算錯誤。
1	第(1)小題答案正確，第(2)小題未作答或觀念錯誤。
0	只有答案或與題目無關；策略模糊不清或錯誤。

第 1 章 乘法公式與多項式

1-1 乘法公式

1 實力養成重點 1

題型 1 (1) 11025 ; (2)  $920\frac{1}{9}$  ; (3) 408.04 ; (4) 3600

(5) 2500 ; (6) 900

題型 2 (1) 9801 ; (2)  $77\frac{11}{25}$  ; (3) 39680.64 ;

(4) 1600 ; (5) 225 ; (6) 169

2

題型 3 (1) -2000 ; (2) 2000 ; (3) 524

題型 4 (1) 9984 ; (2) 536 ; (3)  $15\frac{1}{9}$

題型 5 (1)  $52\frac{1}{14}$  ; (2) 22 ; (3) -15

題型 6 (1) 10975 ; (2) 16 ; (3) 14200

3 強化練習

1. (1) 40401 ; (2)  $54\frac{19}{25}$  ; (3) 169 ; (4) 1225

2. (1) 9604 ; (2)  $75\frac{46}{49}$  ; (3) 400 ; (4) 49

3. (1) -6000 ; (2) 14000 ; (3) 142

4. (1) 14391 ; (2) 12200

5. (1) 12800 ; (2) 29800

6. (1) 44 ; (2) 8

4 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. D 2. A 3. C 4. B 5. A

二、填充題

1. (1) 10404 ; (2) 9604 ; (3) 9975 ; (4) 39996 ;  
(5) 130 ; (6) 9400

2. 900 3. 15 4. 30

5

5. 11009 6. -4 7. 2512 8. 19400

三、計算題

1. (1)  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (a^2 + b^2) + 2ab$   
 $= 5 + 2 \times 2 = 9$

(2)  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (a^2 + b^2) - 2ab$   
 $= 5 - 2 \times 2 = 1$

答：(1) 9 ; (2) 1

2. 原式 =  $\frac{(75+36)(75-36)}{(75+36)^2} = \frac{75-36}{75+36} = \frac{39}{111} = \frac{13}{37}$

答： $\frac{13}{37}$

1-2 多項式的加法與減法

6 實力養成重點 1

題型 1 3

題型 2

式子	$x^2$ 項係數	$x$ 項係數	常數項
$3x^2 - 2x + 1$	3	-2	1
$7 - 3x^2$	-3	0	7
$6x + 8 - x^2$	-1	6	8
$-8x^2 + 5$	-8	0	5

題型 3 (1) -1 ; (2) -4

題型 4 -4

題型 5 (1)  $-4x^2 - 12x + 11$  ; (2)  $7x^3 - 5x^2 + 7x - 2$  ;  
(3)  $-x^3 + 5x^2 + 2x + 4$

題型 6 (1)  $-6x^2 - 10x - 4$  ; (2)  $-x^2 - 10x + 7$  ;  
(3)  $x^3 + x^2 - x - 3$

7

題型 7 (1)  $3x^2 + 8x + 2$  ; (2)  $3x^2 + 2x - 4$

題型 8 (1)  $x + 2$  ; (2)  $-x^2 + x + 4$

● 強化練習

1. D

2. (1) -1, 0, -8 ; (2) -3, -8, -15

3. (1) -3 ; (2) 4 ; (3) -1

4. (1) -19 ; (2) 6

5. (1)  $-5x^2 - 4x - 3$  ; (2)  $-8x^2 - 3x - 5$

6. (1)  $-x^2 + 3x + 1$  ; (2)  $-2x^2 + x + 3$

8 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. A 2. C 3. B 4. D 5. D

二、填充題

1. (1)  $5x^2 - 2x + 5$  ; (2)  $-5y^2 - y - 4$  2.  $9x^2 - 3x + 9$

3.  $-4x^2 + 3x - 15$  4.  $-3x^3 + 6x^2 + 4x - 9$  5.  $2x^2 - x + 4$

6.  $-3y^2 - 7y + 14$

9

7.  $-3y^2 - y + 7$

8. (1)  $-5x^2 + 8x - 2$  ; (2)  $-6x^2 + x - 13$  ;

(3)  $9x^3 + 2x + 2$

9.  $2x + 1, 2x^2 + x - 1$

三、計算題

1. 因為  $(a-2)x^3 + (b+4)x + c - 3$  為 0 ,

所以  $a-2=0, a=2,$

$b+4=0, b=-4,$

$c-3=0, c=3,$

故  $a+b+c=2+(-4)+3=1$  .....答

2.  $A-2B=3x^2+2x+3$  .....①

$A-4B=-7x-9$  .....②

由①-②得  $2B=3x^2+2x+3+7x+9=3x^2+9x+12$

由①式, 得  $A=(3x^2+2x+3)+2B$

$$=(3x^2+2x+3)+(3x^2+9x+12)$$

$$=6x^2+11x+15$$
 .....答



$2.2^3 \times 3^2 \times 5^2, 2, 2$

3. (1) 13; (2) -14; (3)  $\frac{2}{9}$ ; (4)  $-\frac{1}{2}$

4. (1) 1.8; (2) -2.2; (3) 2.5; (4)  $-\frac{4}{7}$  5. -1 6. 7

**19 隨堂基礎卷**

一、選擇題

1. A 2. C 3. D 4. C 5. D

二、填充題

1. 0.5 2. (1)  $\pm 7$ ; (2)  $\pm \frac{1}{6}$ ; (3)  $\pm 0.2$

3. (1)  $\pm 11$ ; (2)  $\pm 18$ ; (3)  $\pm 72$

**20**

4. (1) 4; (2)  $\frac{3}{5}$ ; (3) -1.1; (4)  $\frac{5}{7}$

5. 25, 15

三、計算題

1.  $2^2=4, 3^2=9 \Rightarrow 2 < \sqrt{8} < 3$

$2.5^2=6.25, 2.6^2=6.76, 2.7^2=7.29, 2.8^2=7.84,$   
 $2.9^2=8.41$

$\Rightarrow 2.8 < \sqrt{8} < 2.9$

$\Rightarrow \sqrt{8} \doteq 2.8 \dots \doteq 3$

答: 3

2. (1) 因為  $65 > 56$ ,

所以  $\sqrt{65} > \sqrt{56}$ 。

(2) 因為  $13^2=169 > 154$ ,

所以  $\sqrt{154} < 13$ 。

答: (1)  $\sqrt{65} > \sqrt{56}$ ; (2)  $\sqrt{154} < 13$

**21 每週一題**

(1)  $< \overline{AB} < \sqrt{169} \Rightarrow 11.18 \dots \dots < \overline{AB} < 13$

$\therefore \overline{AB}$  為整數  $\therefore \overline{AB} = 12$

故淺灰色色紙面積 =  $12^2 = 144$ 。

(2)  $\overline{AC} = 12 - \sqrt{125} < 1, \overline{BD} = 13 - 12 = 1$ ,

故  $\overline{AC} < \overline{BD}$ 。

**22 2-2 根式的運算**

**實力養成重點 1**

題型① (1)  $2\sqrt{21}$ ; (2)  $-20\sqrt{22}$ ; (3)  $3\sqrt{10}$ ;

(4)  $21\sqrt{6}$

題型② (1)  $\sqrt{19}$ ; (2)  $\sqrt{15}$ ; (3)  $\sqrt{7}$ ; (4)  $3\sqrt{11}$

題型③ (1)  $4\sqrt{7}$ ; (2)  $11\sqrt{3}$ ; (3)  $6\sqrt{3} + 19\sqrt{5}$

題型④ (1) 17.32; (2) 0.17; (3) 8.66

**23**

題型⑤ (1)  $6\sqrt{5}$ ; (2)  $-7-35\sqrt{2}$

題型⑥ (1) 38; (2)  $39+12\sqrt{10}$

題型⑦ (1) 9; (2)  $\frac{\sqrt{30}}{3}$ ; (3)  $\frac{\sqrt{70}}{10}$

題型⑧ (1)  $4+\sqrt{15}$ ; (2)  $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ; (3)  $4+\sqrt{3}$

題型⑨ (1)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ; (2)  $2+2\sqrt{2}$

題型⑩  $\frac{2}{3}$

**24 • 強化練習** -----

1. (1)  $20\sqrt{15}$ ; (2)  $-6\sqrt{42}$ ; (3)  $6\sqrt{2}$ ; (4)  $54\sqrt{5}$

2. (1)  $\sqrt{3}$ ; (2)  $\sqrt{35}$ ; (3)  $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ ; (4)  $\frac{5\sqrt{21}}{7}$

3. (1)  $\frac{5\sqrt{6}}{12}$ ; (2)  $14\sqrt{7}-10\sqrt{5}$ ; (3)  $84+3\sqrt{2}$

4. (1) 1; (2)  $30-16\sqrt{15}$

5. (1)  $\frac{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}{15}$ ; (2)  $5-2\sqrt{6}$ ;

(3)  $-\frac{2\sqrt{6}+\sqrt{2}}{11}$ ; (4)  $\sqrt{29}+5$

6. (1)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; (2)  $\frac{11}{5}\sqrt{15}-\sqrt{3}$

7. 6

**25 隨堂基礎卷**

一、選擇題

1. C 2. B 3. D 4. D 5. A

二、填充題

1. (1)  $3\sqrt{2}+8\sqrt{3}$ ; (2) 1; (3)  $\sqrt{10}$ ;

(4) -4; (5)  $4+\sqrt{7}$

2. 41.23

**26**

3. -3 4.  $\pm 3$  5. 1 6.  $\sqrt{3}+1$

7.  $12\sqrt{2}-2\sqrt{3}, 2\sqrt{6}-2$  8. -2

三、計算題

1.  $(\sqrt{5}+1)^2 = (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} \times 1 + 1^2$   
 $= 6 + 2\sqrt{5}$   
 $= a + 2\sqrt{b}$

$\Rightarrow a=6, b=5$

答: (6, 5)

$$\begin{aligned} 2. \sqrt{68} &= \sqrt{2^2 \times 17} \\ &= 2\sqrt{17} \\ &\approx 2 \times 4.123 \\ &= 8.246 \end{aligned}$$

答：8.246

### 27 每週一題

$$\begin{aligned} (1) &\dots\dots\dots \sqrt{6} + \sqrt{54} + \sqrt{7} + \sqrt{28} + \sqrt{11} \times \sqrt{44} \\ &= \sqrt{6} + 3\sqrt{6} + \sqrt{7} + 2\sqrt{7} + \sqrt{11} \times 2\sqrt{11} \\ &= 4\sqrt{6} + 3\sqrt{7} + 22 \end{aligned}$$

故  $axb = 6 \times 7 = 42$ 。

(2)  $\dots\dots\dots$  由題意知， $\sqrt{a}$ 、 $\sqrt{b}$  為最簡根式，故  $a=2$ 、 $b=3$ 。

由題意知， $cx$  為完全平方數，或者  $c$ 、 $f$  為完全平方數，但由  $c$ 、 $f$  的範圍知它們不可能為完全平方數，故  $c=5$ 、 $f=20$ 。

因為  $\sqrt{d}$ 、 $\sqrt{e}$  化簡後與  $\sqrt{a}$  或  $\sqrt{b}$  為同類方根，所以  $d=12$ 、 $e=18$ 。

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{18} + \sqrt{5} \times \sqrt{20} \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} + 10 \\ &= 4\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 10 \end{aligned}$$

## 2-3 畢氏定理

### 28 實力養成重點 1

題型① (1) 40；(2) 60

題型② (1) 25；(2) 10；(3) 12

題型③ (1)  $4\sqrt{5}$ ；(2)  $\sqrt{34}$ ；(3)  $\sqrt{15}$

題型④ (1) 60；(2) 35；

### 29 強化練習

1. (1)  $2\sqrt{41}$ ；(2)  $5\sqrt{7}$ ；(3) 13， $\frac{60}{13}$

2. (1)  $\sqrt{6}$ ；(2)  $2\sqrt{10}$  3.40 4.50

5. (1) 120；(2)  $120 - 20\sqrt{30}$  6.  $5\sqrt{11}$

### 30 實力養成重點 2

題型① (1) 4；(2) 11

題型② (1) 10；(2)  $5\sqrt{5}$

題型③ 等腰

題型④ (1)  $9 + \sqrt{41}$ ；(2)  $\frac{20\sqrt{41}}{41}$

### 強化練習

1. (1) 10；(2) 12；(3)  $5\sqrt{5}$  2. 等腰

3. (1)  $7 + \sqrt{29}$ ；(2)  $\frac{10\sqrt{29}}{29}$  4. 13

### 31 隨堂基礎卷

#### 一、選擇題

1. C 2. B 3. C 4. B 5. C

#### 二、填充題

1. 6 2. (1) (6, -20)；(2) 17

3. (1) 5；(2) 4；(3)  $\sqrt{10}$  4.  $\frac{120}{13}$

### 32

5. 20 6.  $2\sqrt{41}$  7. (1)  $\sqrt{10}$ ；(2) 31.4

8. 216 9. 18

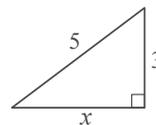
### 三、計算題

(1) 設起初懸崖邊到梯腳距離  $x$  公尺，

$$\text{則 } x^2 + (4-1)^2 = 5^2, x^2 = 5^2 - 3^2,$$

$$x = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4,$$

故起初懸崖邊到梯腳距離 4 公尺。



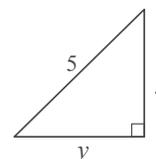
(2) 設梯子頂端碰到懸崖高處的邊上時，梯腳距離懸崖邊為  $y$  公尺，

$$y^2 + 4^2 = 5^2, y^2 = 5^2 - 4^2,$$

$$y = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3,$$

故梯子往前移了  $4 - 3 = 1$  (公尺)。

答：(1) 4 公尺；(2) 1 公尺



### 33 每週一題

$$\begin{aligned} (1) &\overline{PE}^2 + \overline{PF}^2 + \overline{PG}^2 + \overline{PH}^2 \\ &= \overline{PA}^2 - \overline{AE}^2 + \overline{PB}^2 - \overline{BF}^2 + \overline{PD}^2 - \overline{DG}^2 + \overline{PA}^2 - \overline{AH}^2 \end{aligned}$$

$$= 2\overline{PA}^2 - 2\overline{AE}^2 - 2\overline{AH}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PD}^2$$

$$= \overline{PB}^2 + \overline{PD}^2$$

$$= 12^2 + 14^2 = 340$$

$$(2) \overline{PA}^2 + \overline{PC}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{PE}^2 + \overline{PF}^2 + \overline{FC}^2 = \overline{PH}^2 + \overline{PE}^2 + \overline{PF}^2 + \overline{PG}^2$$

$$4^2 + \overline{PC}^2 = 340 \Rightarrow \overline{PC} = 18 \text{ (公分)}$$

### 34

## 第 3 章 因式分解

### 3-1 提公因式與乘法公式因式分解

#### 實力養成重點 1

題型① (A)(B)(C)

題型② (1) 1；(2)  $(x-2)(x+10)$

#### 強化練習

1. (A)(B)(C)

2. (1)  $3 \cdot (x+1)(x+2)$ ；(2)  $-2 \cdot (x-2)(4x+5)$

#### 35 實力養成重點 2

題型① (1)  $x(3x+11)$ ；(2)  $7x(x-3)$ ；(3)  $x(8x+1)$

題型② (1)  $(x-1)(2x-1)$ ；(2)  $2(x+3)^2$

題型③ (1)  $(x+1)(6x+13)$ ；(2)  $(x-5)(2x-9)$

題型④ (1)  $(x-11)(2x-11)$ ；(2)  $-16(x+16)$

**36**

題型⑤ (1)  $(2x-1)(4x+7)$ ; (2)  $(3x-5)(4x-7)$

題型⑥ (1)  $(3x-2)(3x+4)$ ; (2)  $(x+1)(x-7)$ ;

(3)  $(x+3)(11x+2)$

● 強化練習 -----

1. (1)  $2x(4x+3)$ ; (2)  $2x(x-7)$ ; (3)  $11x(x-1)$

2. (1)  $2(x-1)(x+4)$ ; (2)  $(x-8)(2x-7)$ ;

(3)  $(x+1)(3x+7)$

3. (1)  $2(x-2)(x-4)$ ; (2)  $-8(x+8)$ ;

(3)  $-(3x-8)(x-2)$ ; (4)  $-(2x-7)(x-6)$

4. (1)  $(x-3)(x-5)$ ; (2)  $(x+2)(x+7)$ ;

5. (1)  $(x+1)(x+8)$ ; (2)  $(x+3)(3x+7)$

(3)  $(x+3)(7x-3)$

**37****實力養成重點 3**

題型① (1)  $5, 5$ ; (2)  $9, 9$ ; (3)  $3x, 3x$

題型② (1)  $(4x+9)(4x-9)$ ;

(2)  $-5(3x+4)(3x-4)$ ;

(3)  $4x^2, 2x$ ; (4)  $25x^2, 5x$

題型③ (1)  $(2x+5)(2x-3)$ ; (2)  $-3(x+3)(3x-5)$

題型④ (1)  $9, 3$ ; (2)  $4, 2$

題型⑤ (1)  $(x+4)^2$ ; (2)  $(4x+3)^2$

題型⑥ (1)  $(x-11)^2$ ; (2)  $(4x-3)^2$

**38**

題型⑦ (1)  $2(2x+3)^2$ ; (2)  $-2(x-3)^2$

題型⑧ (1)  $(x+4)^2$ ; (2)  $(2x-5)^2$

● 強化練習 -----

1. (1)  $4x, 4x$ ; (2)  $7, 7$

2. (1)  $(4x+7)(4x-7)$ ; (2)  $(11x+4)(11x-4)$ ;

(3)  $7(2x+9)(2x-9)$ ; (4)  $-3(4x+9)(4x-9)$

3. (1)  $4(x+2)(x-1)$ ; (2)  $(x-4)(x+10)$

4. (1)  $10x, 5$ ; (2)  $66x, 3x$ ; (3)  $4, 2$ ; (4)  $9, 3$ ;

(5)  $16x^2, 4x$ ; (6)  $4x^2, 2x$

5. (1)  $(x+5)^2$ ; (2)  $(3x+2)^2$ ; (3)  $(x-6)^2$ ;

(4)  $(2x-5)^2$ ; (5)  $7(3x-5)^2$ ; (6)  $-3(4x-1)^2$

6. (1)  $(x-3)^2$ ; (2)  $(3x-4)^2$

7. (1)  $-(x-6)^2$ ; (2)  $2(x+7)^2$ ; (3)  $(5x-7)^2$ ;

(4)  $-(2x+5)(2x-5)$ ;

(5)  $-2(3x+7)(3x-7)$ ; (6)  $-(x-8)^2$

**39 隨堂基礎卷****一、選擇題**

1. A 2. A 3. D 4. C 5. B

**二、填充題**

1. (1) 6; (2) 4

2. (1)  $3x+4$ ; (2)  $2x-5$

3. (1)  $x(3x-5)$ ; (2)  $(2x-7)^2$ ; (3)  $(x+4)(x-4)$ ;

(4)  $(6x+1)(6x-1)$

4. (1)  $x(2x+3)$ ; (2)  $(x+2)(2x+1)$ ;

(3)  $(3x-4)(5x-3)$ ; (4)  $4(7x-3)(x-1)$ ;

(5)  $(4x+5)(x-3)$

5.  $(2x-1)(3x+4)$  6.  $-(x+11)(x+3)$

**40 每週一題**

(1) 總載貨量 = 甲型每臺載貨量 × 車輛數 + 乙型每臺載貨量 × 車輛數

$$= (x+5)(2x-10) + (2x+10)(3x-15)$$

(2) 總載貨量 =  $(x+5)(2x-10) + (2x+10)(3x-15)$

$$= 2(x+5)(x-5) + 2(x+5)(3x-15)$$

$$= 2(x+5)[(x-5) + (3x-15)]$$

$$= 2(x+5)(x-5+3x-15)$$

$$= 2(x+5)(4x-20)$$

$$= (4x-20)(2x+10)$$

$$= \text{丙型每臺載貨量} \times \text{車輛數}$$

故需要  $(2x+10)$  輛。

**3-2 利用十字交乘法因式分解****41 實力養成重點 1**

題型① (1)  $(x+2)(x+3)$ ; (2)  $(x+4)(x+6)$ ;

(3)  $(x-3)(x-7)$ ; (4)  $(x-7)(x-8)$ ;

(5)  $(x+3)(x-5)$ ; (6)  $(x-2)(x+8)$

題型② (1)  $(x+3)(2x+1)$ ; (2)  $(x-7)(5x+1)$ ;

(3)  $(2x-3)(9x-1)$ ; (4)  $(3x-5)(5x+2)$ ;

(5)  $-(2x-1)(3x-8)$ ;

(6)  $-(3x-5)(7x-2)$

**42 題型③**  $3x+8, 5x+7$

● 強化練習 -----

1. (1)  $(x+3)(x+7)$ ; (2)  $(x+1)(x+9)$ ;

(3)  $(x-2)(x-3)$ ; (4)  $(x-5)(x-9)$ ;

(5)  $(x+1)(x-3)$ ; (6)  $(x-2)(x+5)$

2. (1)  $(x+13)(2x+1)$ ; (2)  $(x-3)(8x-1)$ ;

(3)  $(2x+5)(5x-2)$ ; (4)  $(7x-5)(5x-6)$ ;

(5)  $-(2x-5)(3x-5)$ ; (6)  $-(x-4)(5x-2)$

3.  $4x+15, 2x+7$

**43 隨堂基礎卷**

## 一、選擇題

1. B 2. A 3. C 4. B 5. C

## 二、填充題

1. (1)  $(x-5)(x-1)$ ; (2)  $(x+3)(x-5)$ ;  
 (3)  $(2x-5)(3x-7)$ ; (4)  $(2x-9)(3x+10)$ ;  
 (5)  $3(2x+1)(4x-5)$ ; (6)  $-(3x+5)(5x-3)$ ;  
 (7)  $(3x+7)(5x+3)$

**44**

2. (1) 12, 7; (2) 2, 9 (3) 5, 1

## 三、計算題

1.  $3x^2+x-10=(x+2)(3x-5)$ ⇒ 長為  $(3x-5)$  公分故周長  $=2(3x-5+x+2)$ 

$$=2(4x-3)$$

$$=8x-6 \text{ (公分)}$$

答:  $(8x-6)$  公分2. (1) 原式  $=x^2+(x^2+3x+2)-4$ 

$$=2x^2+3x-2$$

$$=(2x-1)(x+2)$$

(2) 令  $x=98$ ,

$$\text{所求}=(2 \times 98-1)(98+2)=19500。$$

答: (1)  $(2x-1)(x+2)$ ; (2) 19500**45 每週一題**

(1) 依題意, 重疊處為一正方形,

且邊長為甲的寬  $=x-1$ ,故重疊處面積  $=(x-1)^2$ 。(2) 圖(一)面積  $=$  甲面積  $+$  乙面積  $-$  重疊處面積,圖(二)面積  $=$  甲面積  $+$  乙面積  $=$  圖(一)面積  $+$  重疊處面積

$$=7x^2-4x-3+(x-1)^2$$

$$=7x^2-4x-3+x^2-2x+1$$

$$=8x^2-6x-2$$

$$=2(4x^2-3x-1)$$

$$=2(4x+1)(x-1)$$

$$=(8x+2)(x-1)$$

周長

$$=2[(8x+2)+(x-1)]$$

$$=2(9x+1)$$

$$=18x+2$$

**第 4 章 一元一次方程式****4-1 因式分解法解一元一次方程式****46 實力養成重點 1**

題型① (B)

題型② (B)

題型③ (1) 0 或 4; (2) 0 或 -2; (3) 0 或  $\frac{1}{7}$ 題型④ (1)  $\frac{3}{2}$  或 -2; (2)  $-\frac{1}{3}$  或 -1;(3) 0 或  $-\frac{2}{5}$ **47**題型⑤ (1) 11 或 -11; (2)  $\frac{3}{2}$  或  $-\frac{3}{2}$ ;(3)  $\frac{8}{5}$  或  $-\frac{8}{5}$ 題型⑥ (1) -4 (重根); (2)  $-\frac{3}{2}$  (重根);(3) 6 (重根); (4)  $\frac{5}{7}$  (重根)題型⑦ (1) 1 或 -3; (2)  $-\frac{5}{4}$  或  $\frac{3}{2}$ ;(3)  $-\frac{1}{9}$  或 2題型⑧ (1) -2 或  $-\frac{1}{2}$ ; (2)  $-\frac{1}{4}$  或 2

題型⑨ (B)

題型⑩ (1) 0 或  $-\frac{5}{12}$ ; (2) 8 (重根);(3) -1 或 11; (4) -2 或  $\frac{9}{5}$ **48**題型⑪ (1)  $-\frac{2}{3}$ , 4; (2) -2, -2

題型⑫ (1) -5, 6 (2) -1, -6

## ● 強化練習

1.(B) 2.(C)

3. (1) 0 或 -9; (2) 0 或  $\frac{5}{2}$ ; (3) 0 或  $-\frac{4}{3}$ 4. (1)  $-\frac{3}{2}$  或  $\frac{1}{2}$ ; (2) 2 或  $\frac{17}{7}$ ; (3)  $-\frac{1}{3}$  或  $-\frac{5}{18}$ 5. (1) 15 或 -15; (2)  $\frac{1}{5}$  或  $-\frac{1}{5}$ **49**6. (1) -5 (重根); (2)  $-\frac{1}{7}$  (重根); (3)  $\frac{2}{9}$  (重根)

7. (1)  $\frac{3}{2}$  或  $-1$ ; (2) 3 或 4

8. (1)  $\frac{1}{2}$  或  $-\frac{2}{3}$ ; (2)  $-\frac{11}{2}$  或  $\frac{8}{7}$  9. (B)

10. (1) 0 或 16; (2)  $-\frac{5}{4}$  (重根)

11. (1)  $-1$  或  $\frac{5}{4}$ ; (2)  $-\frac{2}{7}$  或  $\frac{1}{2}$  12.  $\frac{4}{3}$ ,  $-4$

13. (1) 5,  $-6$ ; (2)  $-6, 8$

**50 隨堂基礎卷**

一、選擇題

1.C 2.D 3.A 4.B 5.C

二、填充題

1. (1)  $\pm 3$ ; (2) 0 或  $\frac{7}{4}$ ; (3)  $-3$  或  $2$ ; (4)  $\frac{4}{5}$  (重根);

(5)  $-6$  或  $\frac{4}{3}$ ; (6)  $-3$  或  $9$ ; (7)  $-1$  (重根)

(8)  $\frac{1}{5}$  (重根)

**51**

(9)  $\frac{5}{2}$  或  $-\frac{3}{2}$ ; (10) 9 或  $-3$ ; (11)  $-\frac{1}{7}$  或  $-5$

2.  $-6, 7$

三、計算題

1. 將  $x=0$  代入  $x^2+x+(m^2-5m+4)=0$ ,  
得  $m^2-5m+4=0$

$\Rightarrow (m-4)(m-1)=0$

$\Rightarrow m=4$  或  $m=1$

答:  $m=4$  或  $m=1$

2. 將  $x=2$  代入  $x^2-ax+6=0$ ,

則  $4-2a+6=0, a=5$ 。

將  $x=5$  代入  $x^2-4x+c=0$ ,

則  $25-20+c=0, c=-5$ ,

所以  $x^2-4x-5=0, (x+1)(x-5)=0$ ,

$x=-1$  或  $5, b=-1$ ,

故  $a=5, b=-1, c=-5$ 。

答:  $a=5, b=-1, c=-5$

**52 每週一題**

(1)  $K$  的面積  $= (4x+9)(2x+1) + (4x+9)(2x+3) + (4x+9)(2x+5) - 2x(4x+9)$   
 $= (4x+9)(2x+1+2x+3+2x+5-2x)$   
 $= (4x+9)(4x+9)$

$= (4x+9)^2$   
 故  $K$  的面積為  $(4x+9)^2$ 。

(2) 由(1)可知,  $K$  的面積  $= (4x+9)^2 = 169$

$4x+9 = \pm 13$

$4x = 4$  或  $-22$

$x = 1$  或  $-\frac{11}{2}$  (負數不合)

故  $x=1$ 。

**4-2 解一元一次不等式及其應用**

**53 實力養成重點 1**

題型① (1)  $\pm\sqrt{7}$ ; (2)  $\frac{-4 \pm \sqrt{7}}{9}$ ; (3)  $-7 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

題型② (1) 4, 2; (2) 36, 6; (3)  $\frac{25}{4}, \frac{5}{2}$ ; (4)  $\frac{9}{25}, \frac{3}{5}$

題型③ (1) 1, 1; (2) 49, 7; (3) 4, 2

題型④ 35 或  $-25$

題型⑤ (1) 52 或  $-48$ ; (2)  $\frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$

題型⑥ (1)  $\frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$ ; (2)  $\frac{-4 \pm \sqrt{13}}{3}$ ; (3)  $\frac{-2 \pm \sqrt{14}}{4}$

**54** 題型⑦ 5 題型⑧  $-2$

• 強化練習

1. (1)  $\pm 3$ ; (2)  $\pm \frac{\sqrt{15}}{3}$ ; (3)  $-8 \pm \frac{\sqrt{15}}{3}$

2. (1) 36, 6; (2) 9, 3; (3)  $\frac{9}{4}, \frac{3}{2}$ ; (4)  $\frac{49}{4}, \frac{7}{2}$ ;

(5)  $\frac{4}{49}, \frac{2}{7}$ ; (6)  $\frac{9}{100}, \frac{3}{10}$

4. (1) 4, 2; (2) 36, 6; 5.  $\pm 80$

6.  $-99$  或  $101$

7. (1)  $-3 \pm \sqrt{5}$ ; (2)  $\frac{1 \pm \sqrt{37}}{6}$

8. (1)  $\frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$ ; (2)  $\frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$  9.3 10.5

**55 實力養成重點 2**

題型① (1)  $\frac{-5 \pm \sqrt{69}}{2}$ ; (2) 無解; (3) 2 或  $\frac{1}{3}$ ;

(4)  $\frac{2}{3}$  (重根); (5)  $\frac{-1 \pm \sqrt{33}}{8}$

題型② (1)  $\pm 14$ ; (2) 2

• 強化練習

1.(1)  $\frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$ ; (2) 無解

2.(1)  $\frac{-1 \pm \sqrt{6}}{5}$ ; (2) 無解; (3)  $-\frac{3}{4}$  或  $\frac{2}{5}$ ;

(4)  $\frac{2}{5}$  (重根) 3.  $\pm 6$  4. 5

**56 隨堂基礎卷**

一、選擇題

1. D 2. B 3. C 4. C 5. A

二、填充題

1. (1) 8 或 -2; (2) 0 或 -3; (3)  $-1 \pm \sqrt{5}$ ;

(4)  $\frac{-1 \pm 5\sqrt{2}}{4}$ ; (5) 2 或  $-\frac{1}{2}$ ; (6) 無解;

(7) -3 (重根); (8) 22 或 -18

2. -31 或 29 3. 19

**57**

4.  $\frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$  5. 6 6. 2

三、計算題

1. 因為有重根，所以判別式  $b^2 - 4ac = 0$

$$(-2)^2 - 4 \times 3 \times m = 0$$

$$4 - 12m = 0, 12m = 4,$$

$$m = \frac{1}{3} \dots\dots\dots \text{答}$$

2.  $9x^2 + 18x + 1 = 0$

$$9x^2 + 18x = -1$$

$$x^2 + 2x = -\frac{1}{9}$$

$$x^2 + 2x + 1 = -\frac{1}{9} + 1$$

$$(x+1)^2 = \frac{8}{9}$$

$$x+1 = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$x = -1 \pm \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{-3 \pm 2\sqrt{2}}{3} \dots\dots\dots \text{答}$$

**58 每週一題**

(1) 將  $x = 2400$  代入優惠公式，得優惠後金額  $= 2400 \times$

$$1 - \frac{1}{100} \times \frac{2400 - 1000}{100}$$

$$= 2400 \times \left( 1 - \frac{1}{100} \times \frac{1400}{100} \right)$$

$$= 2400 \times (1 - 0.14)$$

$= 2064$

故優惠後小牛應付 2064 元。

(2) 依題意可列式為  $x \times \left( 1 - \frac{1}{100} \times \frac{x - 1000}{100} \right) = 2400$

$$x \times \left( 1 - \frac{x - 1000}{10000} \right) = 2400$$

$$10000x - x^2 + 1000x = 24000000$$

$$x^2 - 11000x = -24000000$$

$$(x - 5500)^2 = 6250000$$

$$x - 5500 = \pm 2500$$

$$x = 8000 \text{ 或 } 3000$$

故折扣最多為  $8000 - 2400 = 5600$  (元)。

**4-3 一元一次方程式的應用**

**59 實力養成重點 1**

題型① 4 題型② 25 題型③ 1 題型④ 150

**60 • 強化練習** -----

1. 20 2. 10 3. 4 4. 160 5. 15

**61 隨堂基礎卷**

一、選擇題

1. D 2. B 3. D 4. A 5. B

二、填充題

1. (1)  $x + 4$ ; (2) 32 2. 7, 4 3. 9、10、11

4.  $-1 + \sqrt{31}$  5. 8

**62**

6. 12 7. 9 8. 12

9. (1)  $(3x - 1)(x + 3) = 112$ ; (2) 5 10. 20

三、計算題

1. 設此兩數為  $x$ 、 $x + 5$ ，

$$x^2 + (x + 5)^2 = 325 \Rightarrow 2x^2 + 10x + 25 = 325$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 10x - 300 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x - 150 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 10)(x + 15) = 0$$

$$\Rightarrow x = 10 \text{ 或 } x = -15 \text{ (不合)}$$

故兩數為 10 和 15，乘積為  $10 \times 15 = 150$ 。

答：150

2. 設降價  $5x$  元，

$$\text{則 } (500 - 5x)(30 + x) = 21000,$$

$$15000 + 350x - 5x^2 = 21000, 5x^2 - 350x + 6000 = 0,$$

$$x^2 - 70x + 1200 = 0, (x - 30)(x - 40) = 0,$$

$$x = 30 \text{ 或 } 40,$$

故當天的服裝每件賣  $500 - 5 \times 30 = 350$  (元)

或  $500 - 5 \times 40 = 300$  (元)。

答：350 元或 300 元

## 第 5 章 統計資料處理與圖表

### 63 實力養成重點 1

題型 ①

(1)	身高 (公分)	次數 (人)	相對次數 (%)
	145~150	4	10
	150~155	8	20
	155~160	16	40
	160~165	8	20
	165~170	3	7.5
	170~175	1	2.5

(2) 30, 27.5

題型 ② (1) 40 ; (2) 14 ; (3) 4

題型 ③ (1) 12 ; 4

### 64 強化練習

1. (1)	體重 (公斤)	次數 (人)	相對次數 (%)
	30~35	1	2
	35~40	5	10
	40~45	6	12
	45~50	10	20
	50~55	14	28
	55~60	9	18
	60~65	5	10

(2) 78 ; (3) 24 2. (1) 5 ; (2) 20 ; (3) 150

3. (1) 4.8 ; (2) 4.8

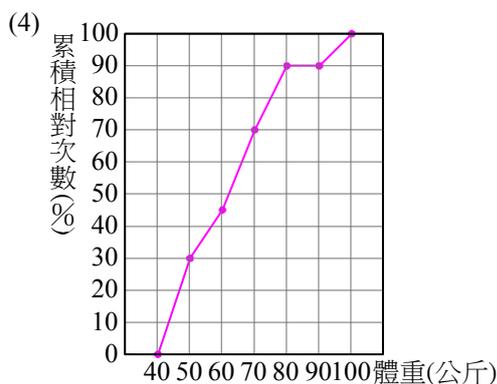
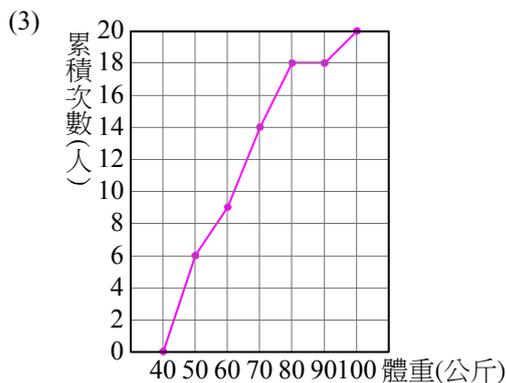
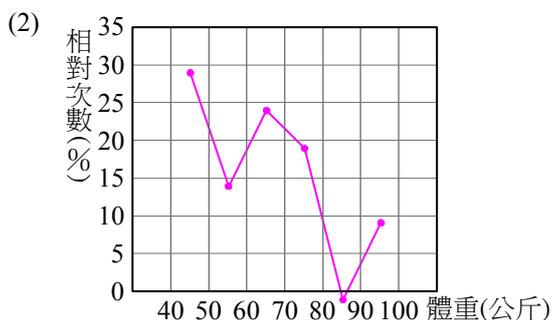
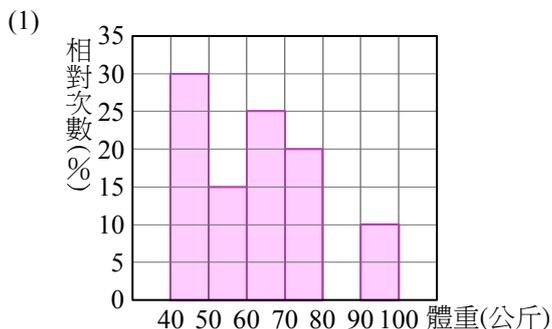
### 65 實力養成重點 1

題型 ① (1) 40 ; (2) 8, 20 ; (3) 14, 35 ; (4) 30~40 分

題型 ② (1) 60 ; (2) 25 ; (3) 1 : 2 ; (4) 1600

### 66

題型 ③



### 強化練習

(1) 20 ; (2) 10 ; (3) 2 : 1 ; (4) 40

### 67 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. A 2. B 3. C 4. C 5. B

### 68 二、填充題

1. (1) 80, 90 ; (2) 9

2. (1) 22 ; (2) 31.25

3. (1) 28 ; (2) 1

4.

星期	一	二	三	四	五	六	日
當天花費 (元)	100	140	160	120	80	600	800
相對次數 (%)	5	7	8	6	4	30	40
累積相對次數 (%)	5	12	20	26	30	60	100

### 三、計算題

(1)  $100\% - (5\% + 10\% + 15\% + 25\% + 10\% + 5\%) = 30\%$

全班人數 =  $12 \div 30\% = 40$  (人)

(2)  $40 \times (5\% + 10\% + 15\% + 25\%) + 12 = 22 + 12 = 34$  (人)

答：(1) 40 人；(2) 34 人

**69** 每週一題

(1) 由圖可知，本月可支配所得不超過 3.67 萬元佔臺灣 50%。

(2) 本月可支配所得落在 7.83 萬元以上佔臺灣 10%，

令有  $x$  萬人本月可支配所得落在 7.83 萬元以上，

則由(1)得  $750 : x = 50\% : 10\% \Rightarrow 0.5x = 750 \times 0.1$

$\Rightarrow x = 150$ ，

故有 150 萬人本月可支配所得落在 7.83 萬元以上。



# Notes

筆記欄

