

<i>Password</i> 多項式密碼	配合第三冊第1章	乘法公式與多項式	20
運動會表演的排列計數	配合第三冊第1章	乘法公式與多項式	21
「房」藝任務	配合第三冊第1章	乘法公式與多項式	22
左右「方」鄰	配合第三冊第2章	平方根與畢氏定理	23
連鎖反應	配合第三冊第2章	平方根與畢氏定理	24
更上一層樓	配合第三冊第2章	平方根與畢氏定理	25
改「弦」更張	配合第三冊第2章	平方根與畢氏定理	26
東「拼」西湊	配合第三冊第3章	因式分解	28
美不勝收	配合第三冊第3章	因式分解	29
「因」緣巧合	配合第三冊第3章	因式分解	30
魔方變陣	配合第三冊第4章	一元二次方程式	32
網紅夢-- <i>YouTuber</i>	配合第三冊第4章	一元二次方程式	33
時間銀行	配合第三冊第4章	一元二次方程式	34
幾何圖形藝術創作	配合第三冊第4章	一元二次方程式	35
打擊惡「視」力	配合第三冊第5章	統計資料處理與圖表	36
解答			38



在日常生活中如取款、上網等都需要密碼。小銘想到一種用「多項式的運算法」產生的密碼，方便記憶。原理是：

對於兩個一次多項式 $ax+b$ 和 $cx+d$ 相乘後化簡成一個降冪排列的二次多項式，把它的各項係數依序排列作為一個多位數的密碼。

例如： $a=1$ 、 $b=2$ 、 $c=3$ 、 $d=4$ 時，則

$(ax+b)(cx+d)=(x+2)(3x+4)=3x^2+10x+8$ ，於是就可以

把 $3x^2+10x+8$ 的各項係數，依序排列成「3108」，作為一個四位數的密碼。



問題 1

如果取 $a=2$ 、 $b=3$ 、 $c=4$ 、 $d=5$ ，用上述方法產生的密碼是下列何者？

- (A) 8215 (B) 82215 (C) 81215 (D) 81415

問題 2

如果要把密碼的位數增加，改為把一個一次多項式 $ax+b$ 和一個二次多項式 cx^2+dx+e 相乘後化簡成一個降冪排列的三次多項式，再將各項係數依序排列成一個多位數的密碼。例

如：取 $a=5$ 、 $b=4$ 、 $c=3$ 、 $d=2$ 、 $e=1$ ，則 $(5x+4)(3x^2+2x+1)=15x^3+22x^2+13x+4$ ，於是就可以把它的各項係數依序排列成「1522134」，作為一個七位數的密碼。

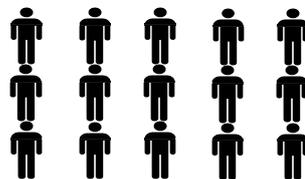
現在取 $a=1$ 、 $b=2$ 、 $c=3$ 、 $d=4$ 、 $e=5$ ，用上述方法產生的密碼是下列何者？

- (A) 36810 (B) 361310 (C) 310810 (D) 3101310

問題 3

承  問題 2，若取 $a=1$ 、 $b=2$ 、 $c=m$ 、 $d=n$ 、 $e=t$ ，其中 m 、 n 、 t 皆為正整數，而用上述方法產生的密碼是 2772，試問 m 、 n 、 t 的值分別為多少？

樂活市舉行全市運動會，由國中學生組成表演團隊，表演時會排列成正方形陣列（行列數相同）或矩形陣列。例如：3 行 3 列的正方形陣列需 $3 \times 3 = 9$ （人），3 行 5 列的矩形陣列需 $3 \times 5 = 15$ （人）。當每個節目進行時，會做各種矩形陣列的變化。



問題 1

第一個節目開始時學生先排成一個 32 行 32 列的正方形陣列，接著部分學生進場後和第一批學生共同排成一個 68 行 68 列的正方形陣列。試問後來進場的學生有多少人？

- (A) 1296 (B) 2176 (C) 3200 (D) 3600

問題 2

第二個節目開始時學生先排成 68 行 68 列、68 行 62 列和 31 行 31 列三個矩形陣列，表演進行中合併成一個行列數相同的正方形陣列（總人數不變），求此正方形陣列的行列數。

- (A) 99 (B) 100 (C) 119 (D) 130

問題 3

第三個節目開始時學生先排成 66 行 66 列和 36 行 36 列兩個正方形陣列，在總人數不變的條件下，表演進行中會變成一個 72 行 66 列的矩形陣列和一個行列相同的正方形陣列，試問此正方形陣列的行列數為何？請寫出你的作法。

問題 4

第四個節目開始時，男學生先排成 25 行 36 列，女學生排成 25 行 45 列，再總人數不變的條件下，表演進行中會變成一個 35 行 35 列的正方形陣列，其餘的人圍成一個大圈圈，則大圈圈的人數一共有多少？請寫出你的作法。



正明小時候很喜歡玩堆積木遊戲。有一天，他用了 6 種積木堆成一棟房子，此房子的側面如右圖：

已知其中 4 種積木的側面敘述如下：

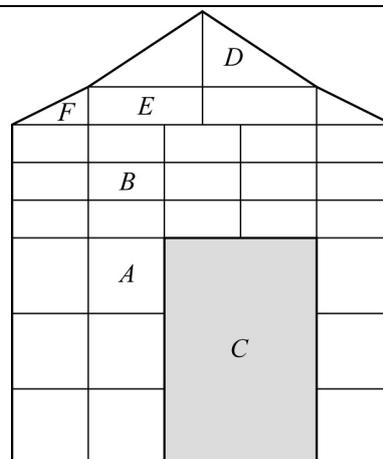
A 是面積為 x^2 的正方形，

B 是寬為長的一半的長方形，

E 是長為寬的 3 倍的長方形，

D 是一邊長與 A 的邊長相等的直角三角形。

請同學想一想，並回答下列問題。



問題 1

15 個 B 的面積是多少？1 個 C 的面積是多少？

問題 2

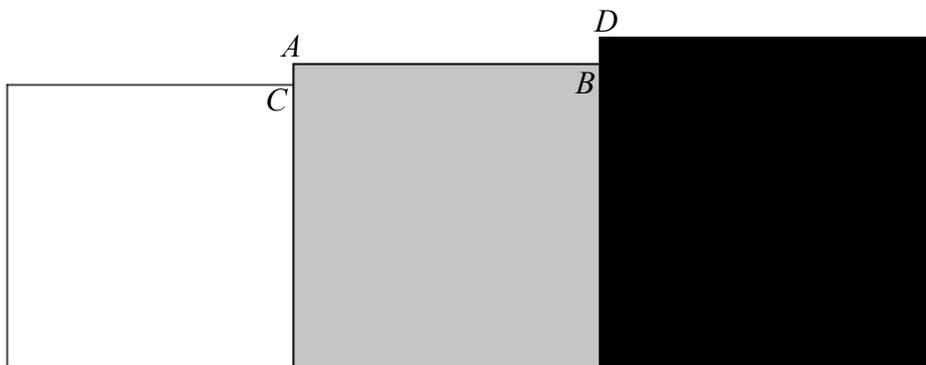
2 個 D 、2 個 E 、2 個 F 的面積分別是多少？

問題 3

此房子的側面面積是多少？



彥淳將白色、灰色、黑色三張正方形卡紙由小而大緊密排列如下圖所示，已知白色卡紙面積為 125 平方公分，黑色卡紙面積為 169 平方公分，且灰色卡紙的邊長恰為整數公分。



問題 1

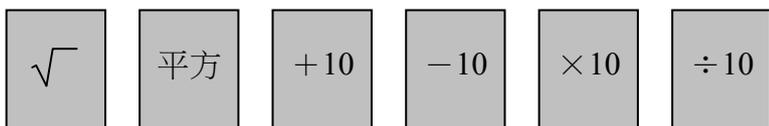
灰色卡紙的面積是多少？

問題 2

請說明 \overline{AC} 與 \overline{BD} 的大小關係。

在聰聰與鴛鴦兄妹倆每次看電視劇——終極三國時，總是對裡面的人物、情節讚賞有加。尤其看到劉、關、張三兄弟為了要讓同學們能夠在東漢書院好好的讀書，義不容辭的要打破左慈大師設計的「八門金鎖陣」，對於所遭受的危險一點都不怕，兄妹倆對此行為更是崇拜不已。黃媽媽看準了這點，便在自己家門口設計了「六門銀鎖陣」，要請聰聰與鴛鴦協力破陣，才能順利回家吃晚飯。

「六門銀鎖陣」分別是由 $\sqrt{\square}$ 、 \square^2 、 $+10$ 、 -10 、 $\times 10$ 、 $\div 10$ 六個門所組成。假設抽到的數字是 100，且第一步走入 $\sqrt{\square}$ 這個門，則其值會剩下 10；若再走入 $\div 10$ 這個門，其值則會變成 1，依此類推。可由自己喜好闖關，但六個門都要剛好通過一次，而且在進入 $\sqrt{\square}$ 這個門時，數值不可以是負的。



問題 1

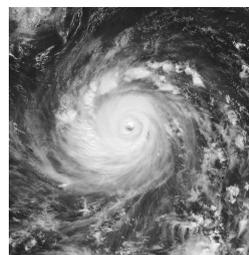
第一關：已知聰聰與鴛鴦抽到的數字為 0，且第一、二個門依序為 \square^2 、 $\div 10$ ，試問接下來要如何闖關才會使所得的數值最小？此數值為多少？

問題 2

第二關：若聰聰與鴛鴦抽到的數字為 10，則如何闖關才會使所得的數值最大？此數值為多少？

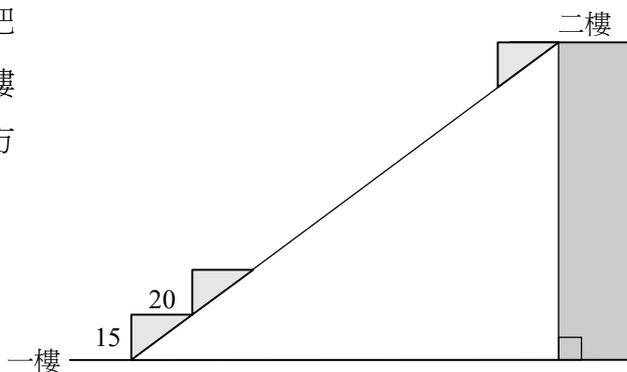


雨文和家人看氣象報告，得知明天颱風即將來臨，於是雨文趕緊上二樓陽臺收衣服。當她爬著 20 個階梯上樓時，心想一樓到二樓到底有多高。但是雨文才就讀國小四年級，根本不知道要怎麼測量，她只是量出每一個階梯的高度均為 15 公分，寬度均為 20 公分。



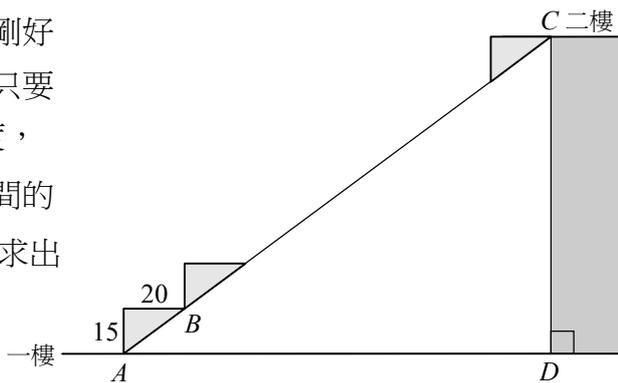
問題 1

小旋是雨文的姐姐，她說：「很簡單，只要把每層階梯的高度乘以階梯數，就可以知道一樓與二樓間的高度。」請問你可以依據小旋的方法求出一樓與二樓間的高度是多少公尺嗎？



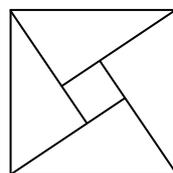
問題 2

阿燦是雨文的哥哥，現在讀國中二年級，他剛好學到畢式定理，想要炫耀一下。他說：「我只要先求出 \overline{AB} 的長度，就可以知道 \overline{AC} 的長度，再利用 \overline{AD} 的長度，就可以算出一樓與二樓間的高度 \overline{CD} 了。」請問你可以依據阿燦的方法求出一樓與二樓間的高度是多少公尺嗎？



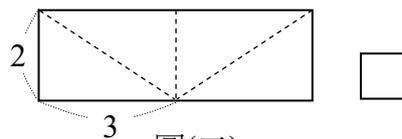


圖(一)是源自於三國時期的中國數學家趙爽所設計的「弦圖」。
2002 年的國際數學家大會便是以弦圖為會標圖，弦圖是由四個相同的直角三角形與中間的小正方形所拼成的一個大正方形。



圖(一)

坤能依樣畫葫蘆，剪了四個相同的直角三角形和一個小正方形，
且已知每個直角三角形的兩股長分別為 2 公分和 3 公分，如圖(二)，最後他也順利了拼成一個弦圖。



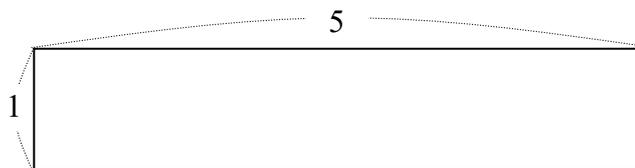
圖(二)

問題 1

坤能最後完成的弦圖，大正方形的面積是多少平方公分？小正方形的邊長是多少公分？

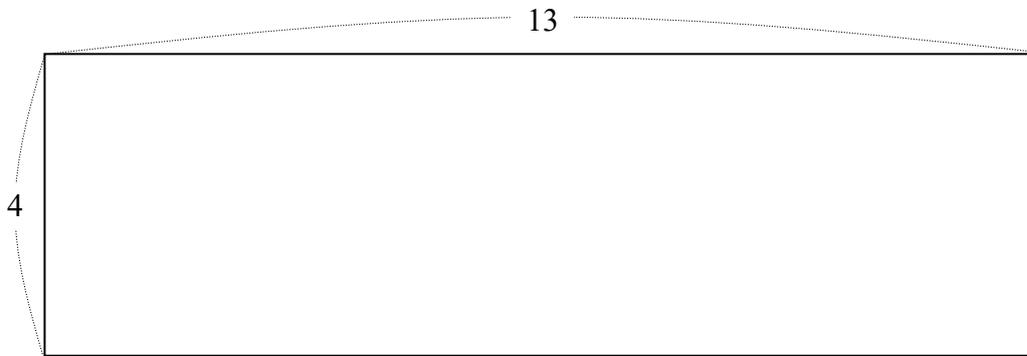
問題 2

坤能又剪了一張長 5 單位、寬 1 單位的卡紙，如果要將這張卡紙分割成 5 塊，然後再拼成一個弦圖(分割過程中完全沒有損失)。請在下圖中畫出分割線，並標明每塊圖的邊長(不需要畫出拼成的弦圖)。



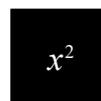
 問題 3

劫叡看到了坤能的拼剪過程後，覺得很神奇，剛好他有一張長 13 單位、寬為 4 單位的卡紙，劫叡想了好一陣子後，將卡紙分成 4 小塊完全相同的直角三角形，和 2 小塊完全相同的長方形(分割過程中完全沒有損失)，最後成功的拼成一個弦圖。請在下圖中畫出分割線，並標明每塊圖的邊長(不需要畫出拼成的弦圖)。





鈺絜有一些拼圖，分別是邊長為 1 公分的白色正方形，寬為 1 公分、長為 x 公分的灰色長方形，與邊長為 x 公分的黑色正方形，其中 $x > 1$ ，如右圖。



鈺絜想利用這些拼圖，拼出各種面積的長方形或正方形。親愛的同學，請你利用所學，幫她解決在拼圖時，所遇到的問題吧！

問題 1

鈺絜先利用一些拼圖，拼成一個長 $(3x+5)$ 公分、寬 $(2x+3)$ 公分的大長方形。試問這個長方形共用了幾片灰色拼圖？

問題 2

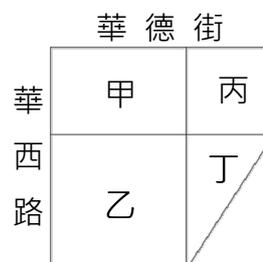
如果鈺絜想用 16 片黑色拼圖、16 片灰色拼圖與 4 片白色拼圖拼成一個正方形，你認為她辦得到嗎？如果可以，那這個正方形的邊長是幾公分？

問題 3

承上題，鈺絜想用 16 片黑色拼圖、16 片灰色拼圖與 4 片白色拼圖，拼出一個「長度與寬度相差最多」的長方形。試問這個長方形的長、寬會相差幾公分？

2008 年 8 月，國立東華大學與國立花蓮教育大學正式通過合校，校名為國立東華大學，原本的國立花蓮教育大學為其美崙校區，該校區及其周邊風景十分美麗，身處其中可以美不勝收來形容所見。

美崙校區形似一個五邊形，如右圖所示。若在這個五邊形的校區內，分成甲、乙、丙、丁四區，甲區為矩形、乙區與丙區皆為正方形，且乙區面積大於丙區面積，而丁區為直角三角形，已知甲區的面積為 $(6x^2 + 7x + 2)$ ，若 x 為正數，試回答下列問題。



問題 1

已知乙邊長為 $(ax + b)$ ，丙邊長為 $(cx + d)$ ，其中 a 、 b 、 c 、 d 都是整數，求 $ab - cd$ 的值。

問題 2

用 x 的多項式表示五邊形校園的面積。

有不少魔術是用數學原理設計的，除了魔術外，也可以運用數學原理在心理測驗或「算命」，以下便是以數學原理應用在「算命」的例子。



想了解你的天生性格嗎？當你出生的那一刻，就已經決定了你的天生性格，請依照以下的步驟算算看，求得你的天生性格。

步驟①先求生日靈數，生日靈數 = $[(\text{出生月分} + \text{出生日期}) \div 5]$ 的餘數。

說明：5 是來自金、木、水、火、土的五行。

步驟②再求性別靈數與生時靈數，如下表。

性別	女生	男生	出生時間	下午 6 時～上午 6 時	上午 6 時～下午 6 時
性別靈數	1	2	生時靈數	1	2

說明：靈數 1 代表陰，2 代表陽。

步驟③再求生命靈數，生命靈數 $(x) = \text{生日靈數} + \text{性別靈數} + \text{生時靈數}$ 。

步驟④最後求性格數，性格數 = $\{[\text{生命靈數}(x)\text{的平方} - 4] \times \text{生命靈數}(x) \div 9\}$ 的餘數。

說明：4 是來自東、西、南、北四個方位；9 是輪迴的意思。

例如：坤能是男生，6 月 27 日上午 7 點多出生，則：

$$(6 + 27) \div 5 = 6 \dots 3 \text{ (生日靈數是 3)}; \text{生命靈數} = 3 + 2 + 2 = 7$$

$$[(7^2 - 4) \times 7] \div 9 = [45 \times 7] \div 9 = 35 \dots 0 \text{ (性格數是 0)}$$

步驟⑤將性格數對照下表，由性格數了解你的天生性格。

性格數	天生性格
0 😊	有時外向、和善，有時內向、謹慎。偶爾有些不切實際的夢想。
1 😡	個性固執火爆，從不屈服，常常與人發生衝突，做事缺乏周到及自私自利。
2 😞	膚淺沒有定性，容易見異思遷。喜好追求美夢和理想，物慾貪婪且忽略現實。
3 😊	雖然有個性上的缺點，但通常會努力加以彌補。有時渴望他人關懷，有時則想一個人靜靜。
4 😞	敏感焦慮容易入迷而近乎盲目。對他人過度要求挑剔嘮叨，而流於吹毛求疵。
5 😡	不顧一切為了追求目的而急躁粗暴，即使會傷害他人亦不自覺，人緣極差。
6 😊	是個獨立思考者，對於許多事情都有自己的想法。在沒有令人滿意的證據下，你不輕易接受別人的說詞。
7 😡	重視實際利益，講求現實，唯利是圖。過份現實而不顧任何情面。
8 😞	濫情軟弱多愁善感。往往不能面對現實，過度理想使內心充滿矛盾，感情不專。

你也算算自己的性格數吧！算完之後回答下面的問題。

 問題 1

假設你的生命靈數為 x ，將生命靈數 x 平方後減去 4，然後乘以生日靈數 x ，得到含 x 的算式為何？（以 x 表示，不用化簡）

 問題 2

承問題 1，將所得到的算式做因式分解。

 問題 3

承問題 2，將任一正整數代入算式，得到的數一定是 3 的倍數，為什麼？請說明原因。

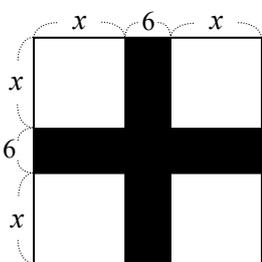
【加油小站】

承問題 3，

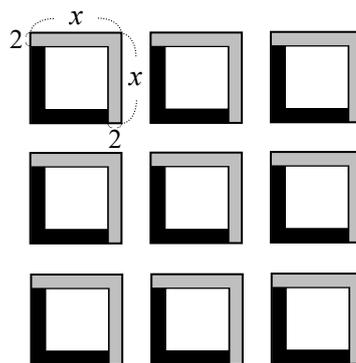
若一正整數為 3 的倍數，則該數除以 9 所得到的餘數，一定會是 0 或 3 或 6。因此，任何人最後得到的性格數，一定是 0 或 3 或 6，而對照天生性格的表，0、3、6 所對應的個性，基本已涵蓋所有人的性格，而且都是正面的內容。至於其他數字對應的性格，則是比較偏激且負面的，沒有人會對應到，因此可說是皆大歡喜的算命啊！



在某大型運動會開幕的開場表演，分別有穿了白色與黑色衣服的表演者，一同排列成一個大正方形，其中黑衣的表演者們的站位將此大正方形分成四個每邊皆為 x 個白衣表演者的小正方形，如圖(一)。中場變換隊形，除了原本的表演者都在場上外，還加入了一些穿灰色衣服的表演者，組成了 9 個相同的小正方形，每邊皆有 x 個表演者，如圖(二)。根據上述，請回答下列問題。



圖(一)



圖(二)

問題 1

請根據上面的敘述，列出含有 x 的一元二次方程式。

問題 2

中場加入的灰衣表演者，一共有多少人？

近年來，*YouTuber* (於影音網站 *YouTube* 投稿之影片創作者) 成了新興的行業，學生心中的「夢幻職業排行」中，*YouTuber* 皆多次名列前茅。但是 *YouTuber* 真的只是拍拍影片後上傳就能當上的嗎？先來瞭解它的基本門檻吧！

根據 *YouTube* 合作夥伴資格條件，其中一項為：「頻道訂閱人數超過 1,000 人」。

鈺絜一心想成為 *YouTuber*，因此便先以上述的門檻為目標。她成立自己的 *YouTube* 頻道後，經過將近兩個月的努力，目前總算擁有了 250 位的頻道訂閱者。她發下豪語，要在兩個月後擁有至少 1000 位的訂閱者，以達到成為 *YouTuber* 的基本門檻。

鈺絜訂出了一個目標：她假設她的頻道每個月新增的訂閱數與已訂閱人數成一個固定的比率，並稱這個比率為成長率。例如：原先訂閱人數為 250 人，一個月後增加為 300 人，則成長率為 $(300 - 250) \div 250 = 0.2 = 20\%$ 。根據這個說法，若她的頻道要在兩個月後達到 1000 位訂閱者，則每個月的成長率為何？請依序回答下列問題，按部就班地求出答案吧！

問題 1

已知她的頻道目前訂閱人數為 250 人，若每個月的成長率為 x ，則一個月後的訂閱人數為何？(列出含有 x 的算式)

問題 2

承問題 1，兩個月後的訂閱人數是多少？(列出含有 x 的算式)

問題 3

承問題 2，兩個月後的訂閱人數要達到 1000 人，那麼每個月的成長率應為多少？



根據推估，到了民國 115 年時，臺灣 65 歲以上的老人約占總人口的 20%。少子化的情形日益嚴重，人口老化的現象正逐年加劇，其他國家也都面臨了相同的情形，長照問題是一個不可忽視的重要議題。目前不少國家都已經推動了「時間銀行」的政策。簡單來說，這是一個「施與受」的計畫，也可比擬為存款與提款。參與此計畫的人，在自己年輕時先照顧其他長者，期間所有照顧他人的時數都會被一一紀錄下來（存款），等到未來自己年老時需要他人照料，就能從銀行提領相等時數的免費服務（提款）。

某市人口老化問題嚴重，目前 65 歲以上的老人約有 4000 人，預計兩年後 65 歲以上的老人約有 4410 人。該市的市政府早已推行「時間銀行」政策，至今剛好滿五年。由於其強力的推廣，因此在推行滿一年後的總存款時間便已有 1.6 萬小時，之後的第二年到第五年也以驚人的成長率累積時數，目前已經累積到了 62.5 萬小時，且尚未有參與者提領免費服務。請根據上面的敘述，回答下列問題。



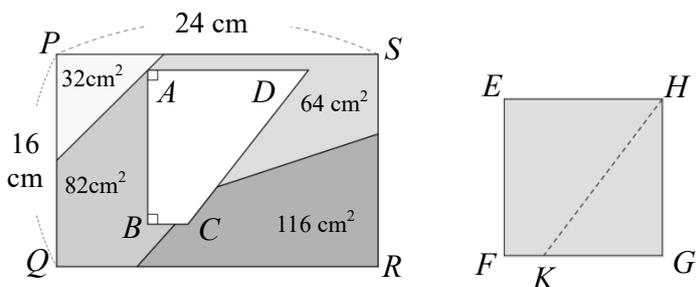
問題 1

若該市的 65 歲以上人口數成長率為固定值，則預計一年後的 65 歲以上人口數為多少？

問題 2 【精熟題】

若該市的每年存款時間成長率為固定值，則滿兩年後的存款時間為多少小時？

芝璇在一張長 24 cm 、寬 16 cm 的長方形紙板上緊密黏貼多張色紙，各色紙面積大小如下圖所示，只剩下中間的梯形 $ABCD$ 還沒有貼上色紙，其中 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 。於是她拿了一張邊長和 \overline{AB} 等長的正方形色紙 $EFGH$ ，並且在 \overline{FG} 上找到一點 K ，使得 $\overline{KG} = 9$ ，沿著 \overline{HK} 剪開後，梯形 $EFKH$ 剛好可以和梯形 $ABCD$ 完全重合。請根據上面的敘述，回答下列問題。



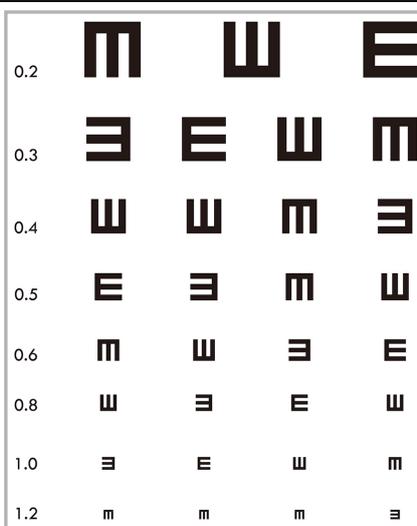
問題 1

梯形 $ABCD$ 的面積為多少平方公分？

問題 2 【精熟題】

\overline{AB} 長多少公分？

想知道一個人的視力有多少，檢查的方法除了用儀器檢查外，最簡單、最直接的方法就是用 E 字或 C 字的視力表，站在距離 E 字表(或 C 字表)6 公尺(或 5 公尺)的地方來檢驗，1.0 以上是正常視力。有些人的視力很差，在 6 公尺處還是看不清楚 0.1 的 E 字，只能讓其往前走靠近視力表，直到能看清楚為止。不論是 E 字或 C 字檢查表，計算的方法大致相同，差別在於以 5 公尺為基準或以 6 公尺為基準。



(1) 如果是用 E 字視力表，這時他的視力為：

$$\text{視力} = 0.1 \times \text{距離(公尺)} \div 6;$$

(2) 如果是用 C 字視力表，這時他的視力為：

$$\text{視力} = 0.1 \times \text{距離(公尺)} \div 5。$$

下表為品謙班上的全班學生視力檢查統計表，近視參考度數僅為參考值。

請根據上面的敘述，回答下列問題。

視力	小於 0.1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0 以上
近視參考度數(度)	600 以上	600	450	350	250	200	150	125	100	75	無近視
次數(人)	1	2	2	3	2	b	3	4	2	3	6
累積次數(人)	1	3	5	a	10	12	15	19	21	24	30

問題 1

求 $a+b$ 的值為多少？

問題 2

品謙班上視力在 0.5 以上(含)的人數比率有多少？

 問題 3

如果品謙班上視力在 1.2 以上的人數只有 3 人，那麼視力不到 1.2 的累積相對次數為何？

 問題 4 【精熟題】

品謙是班上唯一視力低於 0.1 的人，被稱為班上最有「深度」的男生，也有人說他是班上最具惡「視」力的人。上學期他用 E 字視力表檢查時，站在距離視力表 5.4 公尺才看得清最大的 E 字缺口，這學期檢查時，則要站在距離視力表 4.8 公尺才看得清最大的 E 字缺口。若視力低於 0.1 以後，每惡化 0.01 視力的近視參考度數增加率為一固定值，且已知品謙這學期檢查後的近視參考度數為 726 度，則他上學期檢查後的近視參考度數為多少？

解答

20 Password 多項式密碼

問題 1 (B)。 $(ax+b)(cx+d)=(2x+3)(4x+5)=8x^2+22x+15$ ，故選(B)。

問題 2 (D)。 $(x+2)(3x^2+4x+5)=3x^3+10x^2+13x+10$ ，故選(D)。

問題 3 $m=2, n=3, t=1$ 。

將 $a=1, b=2, c=m, d=n, e=t$ 代入 $(ax+b)(cx^2+dx+e)$ ，

可得 $(x+2)(mx^2+nx+t)=mx^3+(2m+n)x^2+(2n+t)x+2t$

因為產生的密碼是 2772，所以可推得 $m=2, 2t=2 \rightarrow t=1$

又 $2m+n=7 \rightarrow 4+n=7 \rightarrow n=3$ 。可驗證 $2n+t=2 \times 3+1=7$ 。

21 運動會表演的排列計數

問題 1 (D)。 $68^2-32^2=(68+32)(68-32)=100 \times 36=3600$ ，故選(D)。

問題 2 (A)。 $68^2+68 \times 62+31^2=68^2+2 \times 68 \times 31+31^2=(68+31)^2=99^2$ ，故選(A)。

問題 3 30 行、30 列。

$$66^2+36^2-72 \times 66=66^2-2 \times 66 \times 36+36^2=(66-36)^2=30^2$$

問題 4 800 人。

$$\begin{aligned} 25 \times 36+25 \times 45-35^2 &=25 \times (36+45)-35^2=25 \times 81-35^2 \\ &=5^2 \times 9^2-35^2=45^2-35^2=(45+35)(45-35)=80 \times 10=800 \end{aligned}$$

22 「房」藝任務

問題 1 $\frac{15}{2}x^2; 6x^2$ 。 15 個 B 的面積 $=\frac{1}{2}x^2 \times 15=\frac{15}{2}x^2$ ；1 個 C 的面積 $=3x \times 2x=6x^2$

問題 2 2 個 D 的面積為 $\frac{3}{2}x^2$ ，2 個 E 的面積為 $\frac{3}{2}x^2$ ，2 個 F 的面積為 $\frac{1}{2}x^2$ 。

$$2 \text{ 個 } D \text{ 的面積}=\frac{3}{2}x \times x \times \frac{1}{2} \times 2=\frac{3}{2}x^2 \quad 2 \text{ 個 } E \text{ 的面積}=\frac{3}{2}x \times \frac{1}{2}x \times 2=\frac{3}{2}x^2$$

$$2 \text{ 個 } F \text{ 的面積}=x \times \frac{1}{2}x \times \frac{1}{2} \times 2=\frac{1}{2}x^2$$

問題 3 $26x^2$ 。

$$9A+15B+C+2D+2E+2F=x^2 \times 9+\frac{15}{2}x^2+6x^2+\frac{3}{2}x^2+\frac{3}{2}x^2+\frac{1}{2}x^2=26x^2$$

23 左右「方」鄰

問題 1 144 平方公分。

$$\sqrt{125} < \overline{AB} < \sqrt{169} \quad 11.18... < \overline{AB} < 13$$

$\therefore \overline{AB}$ 為整數 $\therefore \overline{AB}=12$ (公分) 故灰色卡紙的面積 $=12^2=144$ (平方公分)

問題 2 $\overline{AC} < \overline{BD}$ 。

$$\overline{AC}=12-\sqrt{125} < 1, \overline{BD}=13-12=1, \text{ 故 } \overline{AC} < \overline{BD}。$$

24 連鎖反應

問題 1 $\sqrt{\square} \rightarrow \boxed{-10} \rightarrow \boxed{\times 10} \rightarrow \boxed{+10}$ ；-90。

破關順序為 $\sqrt{\square} \rightarrow \boxed{-10} \rightarrow \boxed{\times 10} \rightarrow \boxed{+10}$

$$\left(\sqrt{\frac{0}{10}}-10\right) \times 10+10=(0-10) \times 10+10=-100+10=-90$$

問題 2 $\boxed{\div 10} \rightarrow \sqrt{\square} \rightarrow \boxed{+10} \rightarrow \boxed{\times 10} \rightarrow \boxed{\text{平方}} \rightarrow \boxed{-10}$ ；12090。

破關順序為 $\boxed{\div 10} \rightarrow \sqrt{\square} \rightarrow \boxed{+10} \rightarrow \boxed{\times 10} \rightarrow \boxed{\text{平方}} \rightarrow \boxed{-10}$

$$\left[\left(\sqrt{\frac{10}{10}}+10\right) \times 10\right]^2-10=110^2-10=12100-10=12090$$

25 更上一層樓

問題 1 3 公尺。 一樓與二樓間的高度 $=15 \times 20=300$ (公分)，300 公分 = 3 公尺。

問題 2 3 公尺。

$$\overline{AB}=\sqrt{15^2+20^2}=25 \text{ (公分)}, \overline{AC}=25 \times 20=500 \text{ (公分)}, 500 \text{ 公分}=5 \text{ 公尺。}$$

$$\overline{AD}=20 \times 20=400 \text{ (公分)}, 400 \text{ 公分}=4 \text{ 公尺}, \overline{CD}=\sqrt{5^2-4^2}=3 \text{ (公尺)。}$$

26 改「弦」更張

問題 1 13 平方公分；1 公分。

(1) 大正方形的邊長 = $\sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13} \Rightarrow$ 大正方形的面積 = $\sqrt{13} \times \sqrt{13} = 13$

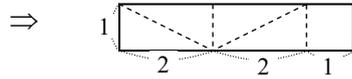
(2) 一個直角三角形的面積 = $2 \times 3 \div 2 = 3$

\Rightarrow 小正方形的面積 = $13 - 3 \times 4 = 1 \Rightarrow$ 小正方形的邊長 = 1

問題 2 大正方形的面積 = $5 \times 1 = 5 \Rightarrow$ 大正方形的邊長為 = $\sqrt{5}$

每個直角三角形的一股邊長為 1 \Rightarrow 另一股 = $\sqrt{(\sqrt{5})^2 - 1^2} = 2$

小正方形的面積 = $5 - 1 \times 2 \div 2 \times 4 = 1 \Rightarrow$ 小正方形的邊長 = 1



27 問題 3 大正方形的面積 = $4 \times 13 = 52$

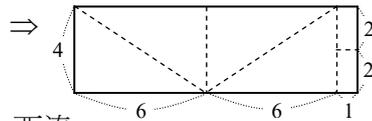
\Rightarrow 大正方形的邊長 = $\sqrt{52}$

每個直角三角形的一股邊長為 4

\Rightarrow 另一股 = $(\sqrt{52 - 4^2}) = \sqrt{36} = 6$

小正方形的面積 = $52 - 4 \times 6 \div 2 \times 4 = 4$

\Rightarrow 小正方形的邊長 = $\sqrt{4} = 2$



28 東「拼」西湊

問題 1 19 片。 $(3x+5)(2x+3) = 6x^2 + 19x + 15$ ，故共用了 19 片灰色拼圖。

問題 2 可以， $(4x+2)$ 公分。 $16x^2 + 16x + 4 = (4x)^2 + 2 \times (4x) \times 2 + 2^2 = (4x+2)^2$

問題 3 會相差 $(6x+3)$ 公分。

因為長度與寬度相差最多，

所以須將 $16x^2 + 16x + 4$ 因式分解成值相差最大的兩個一次式乘積。

$16x^2 + 16x + 4 = (4x+2)^2 = [2(2x+1)]^2 = 4(2x+1)^2 = (2x+1)(8x+4)$

$(8x+4) - (2x+1) = 6x+3$

29 美不勝收

問題 1 4。

甲的長邊為乙的邊長，甲的短邊為丙的邊長，先因式分解甲的面積 $6x^2 + 7x + 2$ 。

$\Rightarrow 6x^2 + 7x + 2 = (3x+2)(2x+1)$

因為乙面積 > 丙面積，所以乙邊長 > 丙邊長，

$$\begin{array}{r} 3x \times 2x \\ \times \quad 1 \\ \hline 4x + 3x = 7x \end{array}$$

又 x 為正數，所以 $3x+2 > 2x+1 \Rightarrow$ 乙邊長 = $3x+2$ ，丙邊長 = $2x+1$

得 $a=3$ 、 $b=2$ 、 $c=2$ 、 $d=1$ ，所求 $ab - cd = 3 \times 2 - 2 \times 1 = 4$ 。

問題 2 $22x^2 + \frac{53}{2}x + 8$ 。

由(1)可知，乙邊長 = $3x+2$ ，丙邊長 = $2x+1$ ，又如圖所示，丁部分的兩股長分別為乙部分及丙部分的邊長，則五邊形校園面積 = 甲面積 + 乙面積 + 丙面積 + 丁面積

$= (6x^2 + 7x + 2) + (3x+2)^2 + (2x+1)^2 + \frac{1}{2}(3x+2)(2x+1) = 22x^2 + \frac{53}{2}x + 8$

31 「因」緣巧合

問題 1 $x(x^2 - 4)$ 。

問題 2 $x(x+2)(x-2)$ 。 $x(x^2 - 4) = x(x+2)(x-2)$

問題 3 $x(x+2)(x-2)$ 是三個數的連乘積，不是連續三個偶數就是連續三個奇數，則必有一數為 3 的倍數，所以 $x(x+2)(x-2)$ 是 3 的倍數。

32 魔方變陣

問題 1 $(2x+6)^2=9(x-2)^2$ 。

圖(一)的人數一共有 $(2x+6)^2$ 人；

圖(二)中，扣除灰衣表演者，原本的表演者一共有 $9(x-2)^2$ 人，
所以可列出一元二次方程式(即關係式)為 $(2x+6)^2=9(x-2)^2$ 。

問題 2 396 人。

$$(2x+6)^2=9(x-2)^2 \Rightarrow (2x+6)^2-[3(x-2)]^2=0$$

$$\Rightarrow (2x+6+3x-6)(2x+6-3x+6)=0 \Rightarrow 5x(-x+12)=0$$

$$\Rightarrow 5x=0 \text{ 或 } -x+12=0 \Rightarrow x=0 \text{ (不合) 或 } 12$$

故穿灰色衣服的表演者一共有 $9 \times [2 \times 12 \times 2 - 2 \times 2] = 396$ (人)

33 網紅夢--YouTuber

問題 1 $250(1+x)$ 人。 一個月後的訂閱人數為 $250+250 \times x=250(1+x)$ (人)

問題 2 $250(1+x)^2$ 人。 兩個月後的訂閱人數為 $250(1+x)+250(1+x) \times x$
 $=250(1+x)(1+x)=250(1+x)^2$ (人)

問題 3 100%。
 $250(1+x)^2=1000 \Rightarrow (1+x)^2=4$
 $\Rightarrow 1+x=2 \text{ 或 } 1+x=-2 \Rightarrow x=100\% \text{ 或 } -300\% \text{ (不合)}$

34 時間銀行

問題 1 4200 人。

設每年的 65 歲以上人口數成長率為 x ，根據題意，可得 $4000(1+x)^2=4410$

$$\Rightarrow (1+x)^2=\frac{4410}{4000}=\left(\frac{21}{20}\right)^2 \Rightarrow 1+x=\frac{21}{20} \text{ 或 } 1+x=-\frac{21}{20} \Rightarrow x=\frac{1}{20} \text{ 或 } -\frac{41}{20} \text{ (不合)}$$

故一年後的 65 歲以上人口數為 $4000\left(1+\frac{1}{20}\right)=4200$ (人)

問題 2 4 萬小時。

設每年的存款時間成長率為 x ，根據題意，可得 $1.6(1+x)^4=62.5 \Rightarrow (1+x)^4=\frac{62.5}{1.6}$

$$=\frac{625}{16}=\left(\frac{25}{4}\right)^2=\left(\frac{5}{2}\right)^4 \Rightarrow 1+x=\frac{5}{2} \text{ 或 } 1+x=-\frac{5}{2} \Rightarrow x=\frac{3}{2} \text{ 或 } -\frac{7}{2} \text{ (不合)}。$$

故滿兩年後的存款累積時間 $=1.6\left(1+\frac{3}{2}\right)=4$ (萬小時)。

35 幾何圖形藝術創作

問題 1 90 平方公分。

梯形 $ABCD$ 的面積 = 四邊形 $PQRS$ - 其他色紙面積 $=24 \times 16 - 32 - 82 - 116 - 64 = 90$

問題 2 12 公分。

設 $\overline{AB} = x$ ，則正方形 $EFGH$ 的邊長為 x 。

根據題意，梯形 $EFKH$ 的面積為 $(x-9+x) \times x \div 2 = 90 \Rightarrow 2x^2 - 9x - 180 = 0$

$$\Rightarrow (x-12)(2x+15)=0 \Rightarrow x=12 \text{ 或 } -\frac{15}{2} \text{ (不合)，故 } \overline{AB} = 12 \text{ (公分)}。$$

36 打擊惡「視」力

問題 1 10。 $a=8, b=2 \Rightarrow a+b=10$ 問題 2 $\frac{2}{3}$ 。 $(30-10) \div 30 = \frac{2}{3}$

37 問題 3 90%。 $(30-3) \div 30 = 90\%$

問題 4 660 度。

E 字視力表前 5.4 公尺的視力 $=0.1 \times 5.4 \div 6 = 0.09$

E 字視力表前 4.8 公尺的視力 $=0.1 \times 4.8 \div 6 = 0.08$

設視力低於 0.1 以後，每惡化 0.01 視力的近視參考度數增加率為 x ，

$$\text{根據題意，可得 } 600(1+x)^2=726 \Rightarrow (1+x)^2=\frac{726}{600}=\frac{121}{100}=\left(\frac{11}{10}\right)^2=1.1^2$$

$$\Rightarrow 1+x=1.1 \text{ 或 } 1+x=-1.1 \Rightarrow x=0.1 \text{ 或 } -2.1 \text{ (不合)}$$

故品謙上學期的近視參考度數為 $600 \times 1.1 = 660$ (度)