

概念 1 分配律 (每格 2 分, 共 28 分)

① 設 a 、 b 、 c 、 d 是任意數, 則 $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ 。(順序可變)

② $103 \times 109 = (100+3)(100+9)$
 $= 100 \times 100 + 100 \times 9 + 3 \times 100 + 3 \times 9 = 11227$

③ $104 \times 98 = (100+4)(100-2)$
 $= 100 \times 100 - 100 \times 2 + 4 \times 100 - 4 \times 2 = 10192$

概念 2 和的平方公式 (每格 1 分, 共 25 分)

① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $10.4^2 = (10+0.4)^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times 0.4 + 0.4^2$
 $= 100 + 8 + 0.16 = 108.16$

③ $20.6^2 = (20+0.6)^2 = 20^2 + 2 \times 20 \times 0.6 + 0.6^2$
 $= 400 + 24 + 0.36 = 424.36$

④ $58^2 + 2 \times 58 \times 32 + 32^2 = (58+32)^2 = 90^2 = 8100$

⑤ $136^2 + 2 \times 136 \times 64 + 64^2 = (200)^2 = 40000$

概念 3 差的平方公式 (每格 1 分, 共 19 分)

① $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (在 \square 內填入 + 或 -)

② $79^2 = (80-1)^2 = 80^2 - 2 \times 80 \times 1 + 1^2 = 6400 - 160 + 1 = 6241$

③ $397^2 = (400-3)^2 = 400^2 - 2 \times 400 \times 3 + 3^2 = 160000 - 2400 + 9 = 157609$

④ $425^2 - 2 \times 425 \times 25 + 25^2 = (425-25)^2 = 400^2 = 160000$

⑤ $257^2 - 2 \times 257 \times 57 + 57^2 = (200)^2 = 40000$

概念 4 平方差公式 (每格 1 分, 共 28 分)

① $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

② $91 \times 89 = (90+1)(90-1) = 90^2 - 1^2 = 8100 - 1 = 8099$

③ $204 \times 196 = (200+4)(200-4) = 200^2 - 4^2$

④ $76^2 - 24^2 = (76+24)(76-24) = 100 \times 52 = 5200$

⑤ $25.8^2 - 24.2^2 = (25.8+24.2)(25.8-24.2) = 50 \times 1.6 = 80$

概念 5 認識多項式 (每格 3 分, 共 24 分)

1 判斷下列多項式的次數。(係數不為 0 的最高次項)

(1) $3x^3 - 4x + 9$ 是 三 次多項式。 (2) $-7 + 5x - 6x^2$ 是 二 次多項式。

2 寫出多項式 $-2x^3 - 3x^2 + 5$ 的各項係數。

(1) 常數項係數 = 5。 (2) 三次項係數 = -2。

(3) 二次項係數 = -3。 (4) 一次項係數 = 0。

3 寫出多項式 $8x - x^2 + 4x^3$ 的各項係數。

(1) 常數項係數 = 0。 (2) 三次項係數 = -1。

概念 6 同類項與升降冪 (每格 3 分, 共 15 分)

1 請找出多項式 $2x^3 + 7x^2 - 8x - 5$ 與 $3 + 8x - x^2 + 4x^3$ 中的同類項。

(1) $2x^3$ 與 $4x^3$ 為同類項。 (2) $7x^2$ 與 $-x^2$ 為同類項。 (3) 3 與 -5 為同類項。

2 請依照降冪或升冪, 將多項式 $-3x + 4x^3 - 6 + 9x^2$ 重新排列。

(1) 降冪排列為 $4x^3 + 9x^2 - 3x - 6$ 。 (2) 升冪排列為 $-6 - 3x + 9x^2 + 4x^3$ 。

概念 7 多項式的加減法 [□每個 1 分, ()每個 2 分, ___每格 4 分, 共 61 分]

1 請用橫式計算下列多項式的加減法, 在□內填入+或-。(先去括號再合併同類項)。

(1) $(7x^2 - 4x + 3) + (-x^2 + 2x - 5) = 7x^2 - 4x + 3$ □ x^2 □ $2x$ □ $5 =$ $6x^2 - 2x - 2$

(2) $(7x^2 - 4x + 3) - (-x^2 + 2x - 5) = 7x^2 - 4x + 3$ □ x^2 □ $2x$ □ $5 =$ $8x^2 - 6x + 8$

2 請用直式計算下列算式, 在□內填入+或-, 在()內填入數字。

(按降冪排列, 缺項補 0, 對齊同類項)。

(1) $(7x^2 - 3) + (2x^2 - 3x + 5)$

(7) x^2 + (0) x □ (3)

+ (2) x^2 □ (3) x □ (5)

—————
(9) x^2 □ (3) x □ (2)

(2) $(5x^2 - 6x) - (3x^2 - 8x + 2)$

(5) x^2 □ (6) x □ (0)

- (3) x^2 □ (8) x □ (2)

—————
(2) x^2 □ (2) x □ (2)

概念 8 多項式的乘法(利用分配律與直式) (每個答案 1 分, 共 40 分)

1 請用橫式計算下列多項式算式, 在□內填入+或-。(利用分配律展開後, 再合併同類項)

$$(1) (7x^2 - 4x + 3) \times (2x - 5) = 14x^3 \boxed{-} 35x^2 \boxed{-} \underline{8} x^2 \boxed{+} \underline{20} x \boxed{+} 6x \boxed{-} \underline{15}$$

$$= \underline{14x^3 - 43x^2 + 26x - 15}$$

$$(2) (5x^2 - 6) \times (3x^2 - x) = \underline{15} x^4 \boxed{-} \underline{5} x^3 \boxed{-} \underline{18} x^2 \boxed{+} \underline{6} x \circ$$

2 請用直式計算, 在□內填+或-, ()內填數字。(按降冪排列, 缺項補 0, 對齊同類項)

(1) $(2x^2 - 1) \times (-3x + 2)$

$$\begin{array}{r} 2x^2 + (0)x - 1 \\ \times \quad \quad \quad -3x + 2 \\ \hline (4)x^2 \boxed{+} (0)x - 2 \\ (-6)x^3 \boxed{-} (0)x^2 \boxed{+} (3)x \\ \hline (-6)x^3 \boxed{+} (4)x^2 \boxed{+} (3)x - 2 \end{array}$$

(2) $(5x^2 - 4x) \times (2x - 1)$

$$\begin{array}{r} 5x^2 - (4)x + (0) \\ \times \quad \quad \quad 2x - 1 \\ \hline (-5)x^2 \boxed{+} (4)x - 0 \\ (10)x^3 \boxed{-} (8)x^2 \boxed{+} (0)x \\ \hline (10)x^3 \boxed{-} (13)x^2 \boxed{+} (4)x \end{array}$$

概念 9 利用乘法公式做多項式的乘法 [()每個 1 分, ___每格 3 分, 共 60 分]

1 利用和的平方公式展開下列的算式。

$$(1) (4x + 1)^2 = (4x)^2 + 2 \times (4x) \times (1) + 1^2 = \underline{16x^2 + 8x + 1}$$

$$(2) (x^2 + 3)^2 = (x^2)^2 + (2) \times (x^2) \times (3) + (3)^2 = \underline{x^4 + 6x^2 + 9}$$

$$(3) (5x^2 + 2x)^2 = (5x^2)^2 + (2) \times (5x^2) \times (2x) + (4x)^2 = \underline{25x^4 + 20x^3 + 4x^2}$$

2 利用差的平方公式展開下列的算式。

$$(1) (3x - 4)^2 = (3x)^2 - 2 \times (3x) \times (4) + (4)^2 = \underline{9x^2 - 24x + 16}$$

$$(2) (2x^2 - 5)^2 = (2x^2)^2 - (2) \times (2x^2) \times (5) + (5)^2 = \underline{4x^4 - 20x^2 + 25}$$

$$(3) (x^2 - 6x)^2 = (x^2)^2 - (2) \times (x^2) \times (6x) + (2x)^2 = \underline{x^4 - 12x^3 + 36x^2}$$

3 利用平方差公式展開下列的算式。

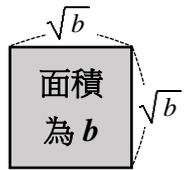
$$(1) (2x + 3)(2x - 3) = (2x)^2 - (3)^2 = \underline{4x^2 - 9}$$

$$(2) (5x^2 + 6)(5x^2 - 6) = (5x^2)^2 - (6)^2 = \underline{25x^4 - 36}$$

$$(3) (4x^2 + x)(4x^2 - x) = (4x^2)^2 - (x)^2 = \underline{16x^4 - x^2}$$

概念 1 認識根號 (每格 2 分, 共 30 分)

1 面積為 b ($b \geq 0$) 的正方形, 邊長為 \sqrt{b} , 其中 $(\sqrt{b})^2 = \underline{b} = \sqrt{(b^2)}$ 。



2 在 () 內或 _____ 上填入適當的數。

(1) $(\sqrt{6})^2 = \underline{6} = \sqrt{(6)^2} = \sqrt{(36)}$ 。 (2) $\sqrt{64} = \sqrt{(8)^2} = \underline{8}$ 。

(3) $\sqrt{\frac{25}{49}} = \sqrt{(\frac{5}{7})^2} = \underline{\frac{5}{7}}$ 。 (4) $\sqrt{0.16} = \sqrt{(0.4)^2} = \underline{0.4}$ 。

3 利用 $a = \sqrt{a^2}$ 比大小, 在 () 中填入 >、< 或 =。

(1) 23 (>) $\sqrt{25}$ 。 (2) 9 (>) $\sqrt{80}$ 。 (3) 8 (<) $\sqrt{68}$ 。 (4) 10 (=) $\sqrt{100}$ 。

概念 2 \sqrt{a} 的值 (每格 2 分, 共 54 分)

1 利用標準分解式求 \sqrt{a} 的值, 在 () 內或 _____ 上填入適當的數。

(1) $\sqrt{2^2 \times 11^2} = \sqrt{(2 \times 11)^2} = \underline{22}$ 。 (2) $\sqrt{2^2 \times 3^2 \times 7^2} = \sqrt{(2 \times 3 \times 7)^2} = \underline{42}$ 。

(3) $\sqrt{2^4 \times 3^4} = \sqrt{[(2)^2 \times (3)^2]^2} = \underline{36}$ 。

(4) $\sqrt{2^4 \times 3^2 \times 5^2} = \sqrt{(2^2 \times 3 \times 5)^2} = \underline{60}$ 。 [$\sqrt{(2^2 \times 3 \times 5)^2}$ 也可以寫成 $\sqrt{(60)^2}$]

(5) $\sqrt{441} = \sqrt{(3)^2 \times (7)^2} = \sqrt{(3 \times 7)^2} = \underline{21}$ 。

(6) $\sqrt{900} = \sqrt{(30)^2} = \underline{30}$ 。 [$\sqrt{(30)^2}$ 也可以寫成 $\sqrt{(2 \times 3 \times 5)^2}$]

2 羽晴要求 $\sqrt{10}$ 和 $\sqrt{11}$ 的近似值, 她先以計算機求得下列的數值。

a	3.1	3.2	3.15	3.16	3.17	3.3	3.4	3.31	3.32	3.33
a^2	9.61	10.24	9.9225	9.9856	10.0489	10.89	11.56	10.9561	11.0224	11.0889

請根據上面的數值回答下面的問題：

(1) $\sqrt{10}$ 的數值在 3.1 和 3.2 兩個相鄰的一位小數之間, 比較接近 3.2。

(2) $\sqrt{11}$ 的數值在 3.3 和 3.4 兩個相鄰的一位小數之間, 比較接近 3.3。

(3) $\sqrt{10}$ 的數值在 3.16 和 3.17 兩個相鄰的二位小數之間, 比較接近 3.16。

(4) $\sqrt{11}$ 的數值在 3.31 和 3.32 兩個相鄰的二位小數之間, 比較接近 3.32。

概念 3 平方根 (每題 4 分, 共 16 分)

1 對於一正數 a , 若一數 b 滿足 $b^2 = a$, 則稱 b 為 a 的 平方根。

2 如果是 49 的平方根打 \surd , 不是的打 \times 。 7 $\sqrt{49}$ -7 $-\sqrt{49}$

3 如果正數 a 的平方根為 $\sqrt{8}$ 和 $-\sqrt{8}$, 則 $a = \underline{8}$ 。

4 如果 a 和 b 分別是 64 的正平方根和負平方根, 則 $a + b = \underline{0}$ 。

概念 4 根式的意義 (每小題 5 分, 共 15 分)

1 簡記下列的根式。

$$(1) 5 \times \sqrt{6} = \underline{5\sqrt{6}} \quad (2) \left(-\frac{4}{5}\right) \times \sqrt{3} = \underline{-\frac{4}{5}\sqrt{3}} \quad (3) \sqrt{7} \div 4 = \underline{\frac{\sqrt{7}}{4}}$$

概念 5 根式的乘除運算 (每小題 6 分, 共 30 分)

1 在 () 內填入正確的數, 並在 _____ 上填入最簡根式。

$$(1) 3\sqrt{2} \times \sqrt{10} = 3\sqrt{2 \times (10)} = 3\sqrt{(2)^2 \times 5} = 3 \times (2) \sqrt{(5)} = \underline{6\sqrt{5}}$$

$$(2) 4\sqrt{6} \times 2\sqrt{21} = (8)\sqrt{(6) \times 21} = (8)\sqrt{(3)^2 \times (14)} = \underline{24\sqrt{14}}$$

$$(3) \sqrt{20} \times \sqrt{90} = \sqrt{(2)^2 \times 5} \times \sqrt{2 \times (3)^2 \times (5)} = \sqrt{2 \times (2)^2 \times (3)^2 \times (5)^2} \\ = \sqrt{2 \times [(2) \times (3) \times (5)]^2} = \underline{30\sqrt{2}}$$

$$(4) \sqrt{24} \div \sqrt{6} = \sqrt{(24) \div 6} = \sqrt{(4)} = \underline{2}$$

$$(5) 4\sqrt{15} \div \sqrt{10} = \frac{4\sqrt{15}}{\sqrt{10}} = \frac{4\sqrt{15} \times (\sqrt{10})}{\sqrt{10} \times (\sqrt{10})} = \frac{4\sqrt{(150)}}{(10)} = \frac{2\sqrt{2 \times (3) \times (5)^2}}{(5)} \\ = \underline{2\sqrt{6}}$$

概念 6 根式的加減運算 (每小題 5 分, 共 15 分)

1 計算下列各式, 並將答案化為最簡根式。(合併同類方根, 必要時先化簡)

$$(1) 9\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = \underline{6\sqrt{5}} \quad (2) 12\sqrt{7} + 4\sqrt{7} = \underline{16\sqrt{7}}$$

$$(3) \sqrt{48} + \sqrt{98} - \sqrt{32} + \sqrt{75} = \sqrt{(4)^2 \times 3} + \sqrt{(7)^2 \times 2} - \sqrt{(4)^2 \times 2} + \sqrt{5^2 \times (3)} \\ = (4)\sqrt{3} + (7)\sqrt{2} - (4)\sqrt{2} + 5\sqrt{(3)} = \underline{9\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}$$

概念 7 根式的四則運算 (每小題 8 分, 共 40 分)

1 計算下列各式, 並將答案化為最簡根式。(可視需要利用乘法公式或有理化分母)

$$(1) \sqrt{50} \times \sqrt{3} + \sqrt{6} = \sqrt{(5)^2 \times 2} \times \sqrt{3} + \sqrt{6} = \underline{5\sqrt{6}} + \sqrt{6} = \underline{6\sqrt{6}}$$

$$(2) (7\sqrt{3} + \sqrt{5})(-\sqrt{3} + 2\sqrt{5}) = -21 + 14\sqrt{(15)} - \sqrt{(15)} + (10) = \underline{-11 + 13\sqrt{15}}$$

$$(3) (2\sqrt{5} + \sqrt{11})(2\sqrt{5} - \sqrt{11}) = (20) - (11) = \underline{9}$$

$$(4) (3\sqrt{2} + 2\sqrt{6})^2 = (3\sqrt{2})^2 + 2 \times (3\sqrt{2}) \times (2\sqrt{6}) + (2\sqrt{6})^2 \\ = (18) + 12\sqrt{(12)} + (24) = \underline{(42) + 24\sqrt{(3)}}$$

$$(5) \frac{5}{4\sqrt{5} - 5\sqrt{3}} = \frac{5 \times (4\sqrt{5} + 5\sqrt{3})}{(4\sqrt{5} - 5\sqrt{3}) \times (4\sqrt{5} + 5\sqrt{3})} = \frac{5 \times (4\sqrt{5} + 5\sqrt{3})}{(5)} \\ = \underline{4\sqrt{5} + 5\sqrt{3}}$$

概念 8 畢氏定理 (每題 10 分, 共 20 分)

- ① 有一直角三角形的兩股長分別為 7 公分和 24 公分, 則其斜邊長等於 25 公分。
- ② 有一直角三角形的一股長為 8 公分和 17 斜邊長公分, 則其另一股長等於 15 公分。

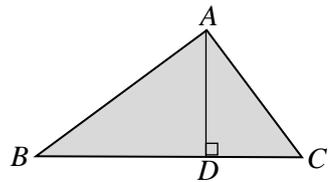
概念 9 求斜邊上的高 (10 分)

- ① 如右圖, 三角形 ABC 為直角三角形, \overline{AD} 為斜邊上的高, 已知 $\overline{AB} = 16$ 公分, $\overline{AC} = 12$ 公分,

則 $\overline{AD} = \underline{\frac{48}{5}}$ 公分。 [解] $\overline{BC}^2 = (16)^2 + (12)^2 = 400$,

$$\overline{BC} = \pm 20 \text{ (負數不合)}$$

$$\frac{1}{2} \times 16 \times 12 = \frac{1}{2} \times 20 \times \overline{AD}, \overline{AD} = \frac{48}{5}$$

**概念 10 畢氏定理的生活應用** (每題 20 分, 共 40 分)

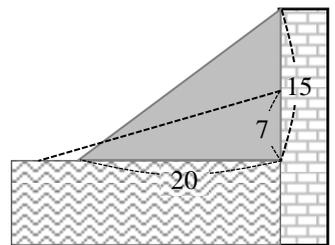
- ① 秉泰家中有一台長方形電視, 整台電視含邊框的對角線長是 51 吋, 長寬比為 15 : 8, 則這台電視的寬為 24 吋。

[解] 長 : 寬 = 15 : 8, 假設長為 $15r$, 寬為 $8r$, $r > 0$, 由畢氏定理可知 :

若 d 為整台電視的對角線長, 則 $d^2 = (15r)^2 + (8r)^2 = 289r^2$, $d = \pm 17r$ (負數不合), 即 $17r = 51$, 可得 $r = 3$, 寬為 $8r$, $8 \times 3 = 24$ (公分)。

- ② 有一個滑水道的滑道離水面高度 15 公尺, 滑道最底端離牆面的距離為 20 公尺, 因為實在太陡了, 所以後來改變設計, 滑道的總長度不變, 滑道離水面的高度下降為 7 公尺 (降低 8 公尺), 那麼此時滑道最底端離牆面的距離為 24 公尺。

[解] 滑道總長度 = $\sqrt{20^2 + 15^2} = 25$,
所求 = $\sqrt{25^2 - 7^2} = 24$ 。

**概念 11 距離公式** (每題 15 分, 共 30 分)

- ① 已知坐標平面上 $P(-4, 17)$ 、 $Q(6, -7)$ 兩點, 則 \overline{PQ} 的長度為 26。

[解] $\overline{PQ} = \sqrt{[6 - (-4)]^2 + (-7 - 17)^2} = \sqrt{10^2 + 24^2} = 26$

- ② 已知坐標平面上 $A(5, 6)$ 、 $B(-4, -6)$ 兩點, 則 \overline{AB} 的長度為 15。

[解] $\overline{AB} = \sqrt{[5 - (-4)]^2 + [6 - (-6)]^2} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$

概念 1 因式、倍式與因式分解 (每小題 5 分, 共 10 分)

- 1 已知 $5x^2 - 12x - 32 = (5x + 8)(x - 4)$, 則
- (1) $5x^2 - 12x - 32$ 是 $(5x + 8)$ 和 $(x - 4)$ 的 (因式 , **倍式**)。
- (2) $(5x + 8)$ 和 $(x - 4)$ 是 $5x^2 - 12x - 32$ 的 (**因式** , 倍式)。

概念 2 提公因式法 (每格 2 分, 共 14 分)

- 1 因式分解下列各式。
- (1) $3x(4x - 5) - 3x(2x - 6) = 3x [(\underline{4x - 5}) - (\underline{2x - 6})] = 3x(\underline{2x + 1})$
- (2) $(3x - 2)^2 - (3x - 2)(2x + 3) = (\underline{3x - 2}) [(\underline{3x - 2}) - (2x + 3)] = (\underline{3x - 2}) (\underline{x - 5})$

概念 3 變號與提兩次公因式 (每格 2 分, 共 20 分)

- 1 因式分解下列各式。
- (1) $(2x^2 - 7x) + (6x - 21) = x(\underline{2x - 7}) + (\underline{3}) (\underline{2x - 7}) = (\underline{2x - 7}) (x + \underline{3})$
- (2) $4(5x - 2) + (2 - 5x)(5 - 2x) = 4(5x - 2) - (\underline{5x - 2}) (5 - 2x) = (\underline{5x - 2}) [4 - (\underline{5 - 2x})] = (\underline{5x - 2}) (\underline{2x - 1})$

概念 4 利用平方差公式因式分解 (每格 2 分, 共 22 分)

- 1 因式分解下列各式。
- (1) $x^2 - 36 = (\underline{x + 6}) (\underline{x - 6})$
- (2) $9x^2 - 49 = (\underline{3x})^2 - (\underline{7})^2 = (\underline{3x + 7}) (\underline{3x - 7})$
- (3) $5x^2 - 80 = (\underline{5}) (x^2 - \underline{16}) = (\underline{5}) (\underline{x + 4}) (\underline{x - 4})$

概念 5 利用和的平方公式因式分解 (每格 1 分, 共 22 分)

- 1 因式分解下列各式。
- (1) $x^2 + 8x + 16 = x^2 + 2 \cdot (\underline{x}) \cdot (\underline{4}) + (\underline{4})^2 = (x + \underline{4})^2$
- (2) $81x^2 + 36x + 4 = (\underline{9x})^2 + 2 \cdot (\underline{9x}) \cdot (\underline{2}) + (\underline{2})^2 = (\underline{9x + 2})^2$
- (3) $27x^2 + 90x + 75 = (\underline{3}) (\underline{9x^2} + \underline{30x} + \underline{25}) = (\underline{3}) [(\underline{3x})^2 + 2 \cdot (\underline{3x}) \cdot (\underline{5}) + (\underline{5})^2] = (\underline{3}) (\underline{3x + 5})^2$

概念 6 利用差的平方公式因式分解 (每小題 6 分, 共 12 分)

- 1 因式分解下列各式。
- (1) $x^2 - 16x + 64 = x^2 - 2 \cdot x \cdot (\underline{8}) + (\underline{8})^2 = (x - \underline{8})^2$
- (2) $6x^2 - 36x + 54 = (\underline{6}) (x^2 - \underline{6x} + \underline{9}) = (\underline{6}) (x - \underline{3})^2$

概念 7 二次項係數為 1，常數項為質數 (每小題 10 分，共 20 分)

1 利用十字交乘法，因式分解下列各式。

(1) $x^2 - 12x + 11$ 。

$$\begin{array}{r} x \\ \times \\ x \end{array} \begin{array}{l} (-1) \\ (-11) \end{array}$$

故 $x^2 - 12x + 11 = (x-1)(x-11)$

(2) $x^2 + 12x - 13$ 。

$$\begin{array}{r} x \\ \times \\ x \end{array} \begin{array}{l} (-1) \\ (+13) \end{array}$$

故 $x^2 + 12x - 13 = (x-1)(x+13)$

概念 8 二次項係數為 1，常數項為正數 (每小題 10 分，共 20 分)

1 利用十字交乘法，因式分解下列各式。

(1) $x^2 + 8x + 15$ 。

$$\begin{array}{r} x \\ \times \\ x \end{array} \begin{array}{l} (+3) \\ (+5) \end{array}$$

故 $x^2 + 8x + 15 = (x+3)(x+5)$

(2) $x^2 - 11x + 28$ 。

$$\begin{array}{r} x \\ \times \\ x \end{array} \begin{array}{l} (-4) \\ (-7) \end{array}$$

故 $x^2 - 11x + 28 = (x-4)(x-7)$

概念 9 二次項係數為 1，常數項為負數 (每小題 10 分，共 20 分)

1 利用十字交乘法，因式分解下列各式。

(1) $x^2 + x - 20$ 。

$$\begin{array}{r} x \\ \times \\ x \end{array} \begin{array}{l} (-4) \\ (+5) \end{array}$$

故 $x^2 + x - 20 = (x-4)(x+5)$

(2) $x^2 - 5x - 14$ 。

$$\begin{array}{r} x \\ \times \\ x \end{array} \begin{array}{l} (+2) \\ (-7) \end{array}$$

故 $x^2 - 5x - 14 = (x+2)(x-7)$

概念 10 二次項係數不為 1 (每小題 10 分，共 20 分)

1 利用十字交乘法，因式分解下列各式。

(1) $6x^2 + x - 12$ 。

$$\begin{array}{r} 2x \\ \times \\ 3x \end{array} \begin{array}{l} (+3) \\ (-4) \end{array}$$

故 $6x^2 + x - 12 = (2x+3)(3x-4)$

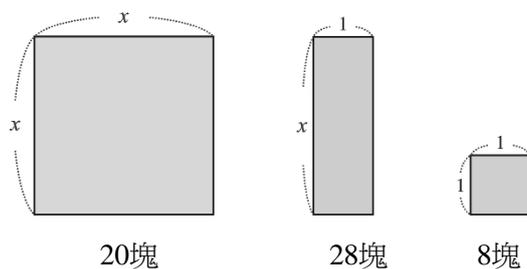
(2) $-10x^2 - 3x + 18 = -(10x^2 + 3x - 18)$ 。

$$\begin{array}{r} 2x \\ \times \\ 5x \end{array} \begin{array}{l} (+3) \\ (-6) \end{array}$$

故 $-10x^2 - 3x + 18 = -(2x+3)(5x-6)$

概念 11 因式分解的應用問題 (20 分)

1 南依國中三年六班負責校門的裝置藝術，要將一些印有圖案的防水海報無空隙的拼接，貼滿一個大長方形的牆面。用掉的海報有 20 塊大正方形，28 塊長方形，8 塊小正方形，邊長分別如右圖所示，則大長方形牆面的兩邊長分別為 $(4x+4)$ 和 $(5x+2)$ 。



[解] 面積和為 $20x^2 + 28x + 8$ 。利用十字交乘法可求得，
 $20x^2 + 28x + 8 = (4x+4)(5x+2)$

概念 1 一元二次方程式及其解的意義 (每題 6 分, 共 12 分)

1 下列是一元二次方程式的在 \square 內打 \checkmark 。

$5x^2 - 12x - 32$ $x^2 = 9$ $x - 2y + 3 = 0$ $4x^2 - 5 = 2x$ $2x^2 - 3x = 0$

2 已知一元二次方程式 $(x-5)(x+3)=0$, 則此方程式的解為 5 和 -3。

概念 2 用公式解一元二次方程式 (每格 2 分, 共 24 分)

1 解下列各一元二次方程式。

(1) $x^2 + 5x = 0$, 方程式的解為 0 和 -5; $2x^2 - 8x = 0$, 方程式的解為 0 和 4。

(2) $x(x+9) - 2(x+9) = 0$, 方程式的解為 2 和 -9。

(3) $x^2 - 36 = 0$, 方程式的解為 6 和 -6; $2x^2 - 8 = 0$, 方程式的解為 2 和 -2。

(4) $x^2 + 14x + 49 = 0$, 方程式的解為 -7 (重根)。

(5) $3x^2 - 24x + 48 = 0$, 方程式的解為 4 (重根)。

概念 3 係數化為整數後用十字交乘法求解 (每格 2 分, 共 40 分)

1 因式分解下列各式。

(1) $0.4x^2 - 1.6x - 2 = 0$, 將係數化為整數 \Rightarrow (4) $x^2 -$ (16) $x -$ (20) $= 0$
 $\Rightarrow x^2 -$ (4) $x -$ (5) $= 0 \Rightarrow$ 方程式的解為 -1 和 5。

(2) $0.12x^2 - 3 = 0$, 將係數化為整數 \Rightarrow (12) $x^2 -$ (300) $= 0 \Rightarrow x^2 -$ (25) $= 0$,
 \Rightarrow 方程式的解為 5 和 -5。

(3) $\frac{x^2 + 2}{3} = \frac{x^2 - 3x}{4}$, 去分母化為整數 \Rightarrow (4) $(x^2 + 2) =$ (3) $(x^2 - 3x)$
 \Rightarrow (4) $x^2 +$ (8) $=$ (3) $x^2 -$ (9) $x \Rightarrow$ 方程式的解為 -1 和 -8。

概念 4 已知一解或兩解求方程式 (每格 8 分, 共 24 分)

1 若 $ax^2 + 6x - 9 = 0$ 有一解為 1, 則另一個解為 -3。

[解] 將 $x=1$ 代入 $ax^2 + 6x - 9 = 0$, 得 $a=3$, 即原方程式為 $3x^2 + 6x - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$
 $\Rightarrow (x-1)(x+3) = 0 \Rightarrow x=1$ 或 $x=-3$, 故另一個解為 -3 。

2 若 $6x^2 + bx + c = 0$ 的解為 -2 和 5 , 則 $b =$ -18、 $c =$ -60。

[解] 將 -2 和 5 代入 $6x^2 + bx + c = 0$
 $\Rightarrow \begin{cases} 24 - 2b + c = 0 \\ 150 + 5b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow b = -18, c = -60$ 。

概念 5 解型如 $k(ax+b)^2=c$ 的方程式 (每題 10 分, 共 20 分)

1 一元二次方程式 $(x+3)^2=25$, 方程式的解為 2 和 -8。

[解] $(x+3)^2=25 \Rightarrow x+3=\pm\sqrt{25}=\pm 5 \Rightarrow x=-3\pm 5 \Rightarrow x=-3+5$ 或 $x=-3-5 \Rightarrow x=2$ 或 $x=-8$

2 一元二次方程式 $-4(3x-2)^2+64=0$, 方程式的解為 2 和 $-\frac{2}{3}$ 。

[解] $-4(3x-2)^2+64=0$ (等號兩邊同除以 -4) $\Rightarrow (3x-2)^2-16=0 \Rightarrow (3x-2)^2=16$
 $\Rightarrow 3x-2=\pm 4 \Rightarrow 3x=2\pm 4 \Rightarrow 3x=6$ 或 $3x=-2 \Rightarrow x=2$ 或 $x=-\frac{2}{3}$

概念 6 配完全平方式 (每小題 10 分, 共 20 分)

1 在下列空格中填入適當的數。

(1) $x^2-10x+\underline{25}=(x-\underline{5})^2$

[解] $x^2-10x \Rightarrow x^2-2 \cdot x \cdot 5+5^2=(x-5)^2$
 $\Rightarrow x^2-10x+25=(x-5)^2$

(2) $x^2+9x+\underline{\frac{81}{4}}=(x+\underline{\frac{9}{2}})^2$

[解] $x^2+9x \Rightarrow x^2+2 \cdot x \cdot \frac{9}{2}+(\frac{9}{2})^2=(x+\frac{9}{2})^2$
 $\Rightarrow x^2+9x+\frac{81}{4}=(x+\frac{9}{2})^2$

概念 7 配方法解一元二次方程式 (每小題 10 分, 共 20 分)

1 利用配方法解一元二次方程式。

(1) $x^2+6x-15=0 \Rightarrow x^2+6x=\underline{15}$
 $\Rightarrow x^2+6x+(\underline{3})^2=\underline{15}+(\underline{3})^2$
 $\Rightarrow (x+\underline{3})^2=\underline{24}$
 $\Rightarrow x+\underline{3}=\pm\sqrt{(\underline{24})}$
 $\Rightarrow x=\underline{-3} \pm \underline{2}\sqrt{(\underline{6})}$

(2) $3x^2-12x-9=0 \Rightarrow x^2-\underline{4}x-\underline{3}=0$
 $\Rightarrow x^2-\underline{4}x=\underline{3}$
 $\Rightarrow x^2-\underline{4}x+(\underline{2})^2=\underline{3}+(\underline{2})^2$
 $\Rightarrow (x-\underline{2})^2=\underline{7}$
 $\Rightarrow x-\underline{2}=\pm\sqrt{(\underline{7})}$
 $\Rightarrow x=\underline{2} \pm \sqrt{(\underline{7})}$

概念 8 一元二次方程式的公式解 (每小題 8 分, 共 40 分)

1 方程式 $ax^2+bx+c=0$, $a \neq 0$, 判別式 b^2-4ac , 在下面 () 中填入 $>$ 、 $=$ 或 $<$ 。

(1) 若 b^2-4ac ($>$) 0 , 則方程式有兩相異根, $x=\frac{(-b) \pm \sqrt{(b^2-4ac)}}{2a}$

(2) 若 b^2-4ac ($=$) 0 , 則方程式為重根, $x=\frac{(-b)}{2a}$ 。

(3) 若 b^2-4ac ($<$) 0 , 則方程式無解。

2 利用公式解下列一元二次方程式。

(1) $x^2+5x-3=0$

$(\underline{5})^2-4 \times (\underline{1}) \times (\underline{-3})=(\underline{37}) > 0$

$x=\frac{(-\underline{5}) \pm \sqrt{(\underline{37})}}{2 \times (\underline{1})}=\frac{-5 \pm \sqrt{37}}{2}$

(2) $2x^2-3x-4=0$

$(\underline{-3})^2-4 \times (\underline{2}) \times (\underline{-4})=(\underline{41}) > 0$

$x=\frac{(\underline{3}) \pm \sqrt{(\underline{41})}}{2 \times (\underline{2})}=\frac{3 \pm \sqrt{41}}{4}$

概念 9 數字關係 (25 分)

一箱橘子有 184 顆，平均分配到盒子裡，剛好全部分完。分裝的盒子數量是每盒橘子數量的 3 倍少 1 盒，則分裝的盒子數量是 23 盒。

[解] 設每盒有 x 顆，分裝的盒子數量為 $(3x-1)$ 盒，依題意可得

$$x(3x-1)=184 \Rightarrow 3x^2-x-184=0 \Rightarrow (3x+23)(x-8)=0, x=-\frac{23}{3} \text{ (不合) 或 } x=8。$$

故分裝的盒子數量為 $3x-1=3 \times 8-1=23$ (盒)。

概念 10 面積關係 (25 分)

一片長方形田地的面積是 104 平方公尺，長邊比短邊要長 5 公尺，則短邊是 8 公尺。

[解] 設短邊為 x 公尺，則長邊為 $(x+5)$ 公尺。

依題意可以列式 $x(x+5)=104$ ，

$$x^2+5x=104, x^2+5x-104=0, (x+13)(x-8)=0, x=-13 \text{ (不合) 或 } x=8,$$

故短邊為 8 公尺。

概念 11 寬度問題 (25 分)

如圖，大正方形內有一個邊長 20 cm 的小正方形，且灰色面積

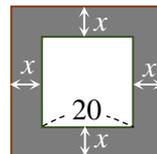
和小正方形的面積相等，則 $x = \underline{-10+10\sqrt{2}}$ 。

[解] 依題意可列式 $(20+2x)^2=20^2 \times 2$

$$\Rightarrow 20+2x = \pm 20\sqrt{2} \Rightarrow 2x = -20 \pm 20\sqrt{2},$$

$$\Rightarrow x = -10 \pm 10\sqrt{2}, \text{ 其中 } x = -10 - 10\sqrt{2} < 0 \text{ (不合);}$$

因此 $x = -10 + 10\sqrt{2}$ 。



概念 12 買賣問題 (25 分)

某吃到飽火鍋店推出餐券優惠，基本張數為 10 張，每張 600 元，若超過基本張數，每多買一張，全部餐券每張再便宜 20 元，也就是買越多張則每張的價格越低，但一次最多只能買 16 張。若立翔花了 7280 元購買餐券，則他買了 14 張。

[解] 設購買 $10+x$ 張，也就是超過基本張數 x 張，

$$\text{則 } (10+x)(600-20x)=7280 \Rightarrow 6000-200x+600x-20x^2=7280 \Rightarrow 400x-20x^2-1280=0$$

$$\Rightarrow x^2-20x+64=0$$

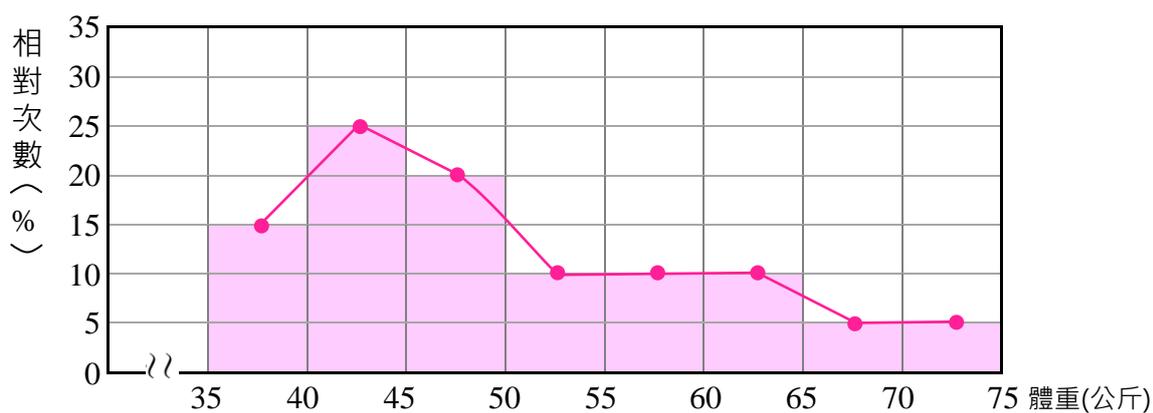
$$\Rightarrow (x-4)(x-16)=0, \text{ 故 } x=4 \text{ 或 } 16 \text{ (超過限購，只能超過 6 張)。}$$

$$10+4=14$$

1 下表為八年三班 20 位學生體重統計表，請先完成下表再回答問題。(每格 1 分，共 20 分)

體重 (公斤)	35~40	40~45	45~50	50~55	55~60	60~65	65~70	70~75
次數 (人)	3	5	4	2	2	2	1	1
累積次數 (人)	3	8	12	14	16	18	19	20
相對次數 (%)	15	25	20	10	10	10	5	5
累積相對次數 (%)	15	40	60	70	80	90	95	100

- (1) 體重 35~40 公斤這一組，是否含 35 公斤 (是；否)；是否含 40 公斤 (是；否)。
- (2) 體重 70~75 公斤這一組，是否含 70 公斤 (是；否)；是否含 75 公斤 (是；否)。
- (3) 在 40~45 公斤這一組的累積次數是 8 人，表示體重未滿 45 公斤的有 8 人。
- (4) 在 50~55 公斤這一組的累積次數是 14 人，表示體重未滿 55 公斤的有 14 人。
- (5) 在 40~45 公斤這一組的累積相對次數是 40 %，
表示體重未滿 45 公斤的人數占全體人數 (20 人) 的 40 %。
(每小題 6 分，共 42 分)
- (6) 如果某一組的相對累積次數是 80%，那麼這一組是 55 ~ 60 公斤。
- (7) 在下面同一個統計圖上，完成相對次數分配直方圖與相對次數分配折線圖。

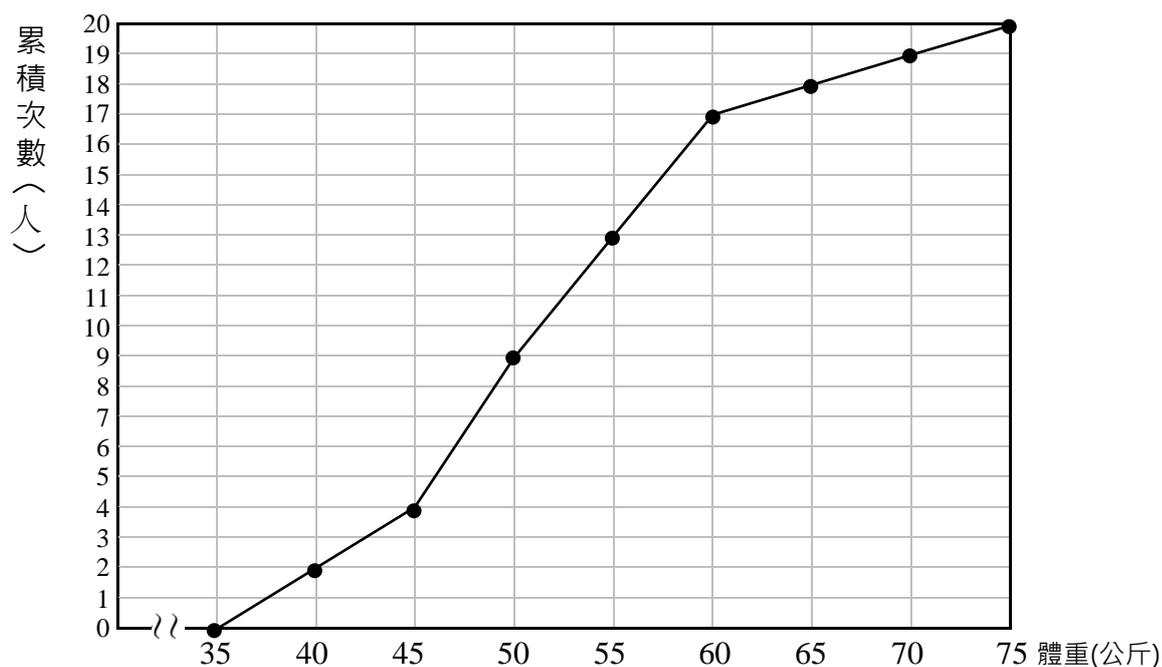
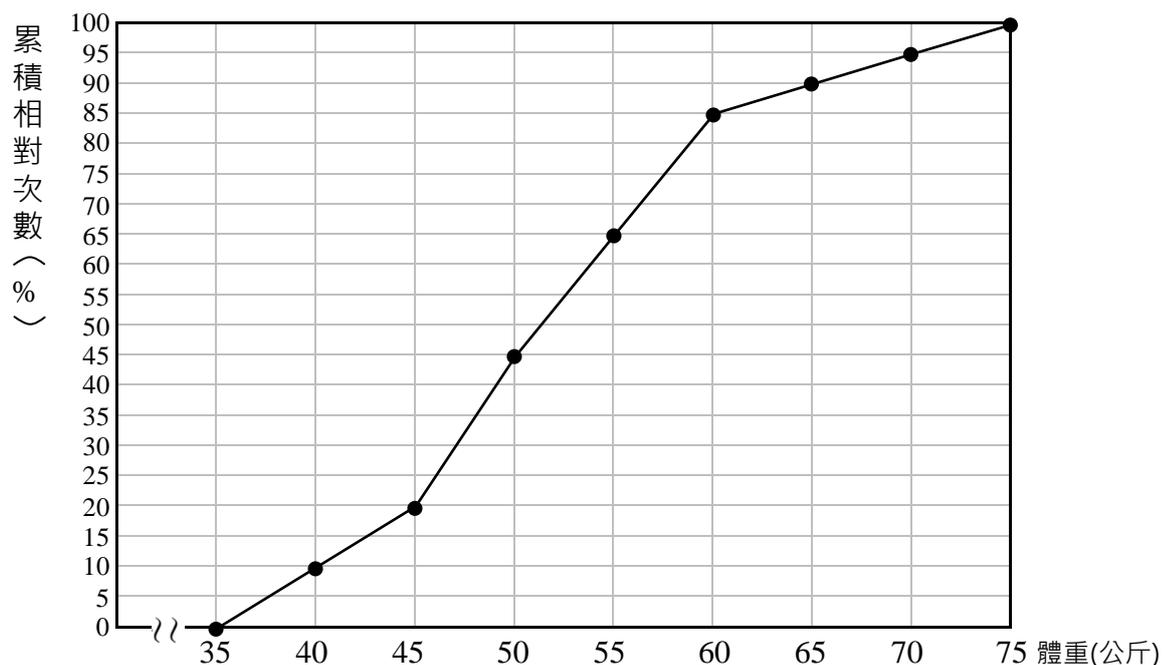


2 如果八年四班有 25 人，50~55 公斤這一組的累積次數是 20 人，
(8 分)

那麼 50~55 公斤這一組的累積相對次數是 80 %。

[解] $(20 \div 25) \times 100 = 80\%$

3 下面是八年一班的體重累積次數與累積相對次數分配折線圖，請根據下圖回答問題。



- (1) 45~50 公斤這一組的次數是 5 人。 (2) 55~60 公斤這一組的次數是 4 人。
 (3) 40~45 公斤這一組的相對次數是 10 %。 (每格 5 分，共 20 分)
 (4) 50~55 公斤這一組的相對次數是 20 %。

4 如果八年二班的 45~50 公斤這一組的累積次數是 10 人，累積相對次數是 55% ，
 50~55 公斤這一組的累積次數是 13 人，累積相對次數是 70% ，那麼：

50~55 公斤這一組的次數是 3 人，相對次數是 15 %。 (每格 5 分，共 10 分)