

條條道路通你家

正明、阿榮、小安和康康是好朋友，他們分別都可以從家裡走路或搭公車到其他人的家，其中走路、公車的路線又各有不同，如右表。依據此表回答下面問題。

	正明家 ↑ 阿榮家	阿榮家 ↑ 小安家	小安家 ↑ 康康家
走路的路線(種)	20	10	10
搭公車的路線(種)	12	5	5

1. 今天正明想先去找阿榮，兩人再一起去小安家打電動，則他到小安家有幾種路線可以選擇？

$$\begin{aligned} \text{解 } (20+12)(10+5) &= 20 \times 10 + 20 \times 5 + 12 \times 10 + 12 \times 5 \\ &= 200 + 100 + 120 + 60 \\ &= 480 \end{aligned}$$

答：480 種

2. 承上題，正明到達阿榮家後，阿榮建議乾脆一起找小安去康康家打球。試問從阿榮家到康康家有幾種路線可以選擇？

$$\begin{aligned} \text{解 } (10+5)(10+5) &= 10^2 + 2 \times 10 \times 5 + 5^2 \\ &= 100 + 100 + 25 \\ &= 225 \end{aligned}$$

答：225 種

3. 承上題，從阿榮家經小安家到康康家，兩趟都走路比兩趟都搭公車的路線多幾種可以選擇？

$$\begin{aligned} \text{解 } 10^2 - 5^2 &= (10+5)(10-5) \\ &= 15 \times 5 \\ &= 75 \end{aligned}$$

答：75 種

4. 承上題，阿榮的媽媽告訴他們兩人，有部分的公車路線已經停駛，只知道走路和搭公車去小安家一共只剩 12 種路線可以選擇，而要從小安家到康康家也只剩 12 種路線可以選擇。若他們兩人打算搭公車去，則從阿榮家到康康家只剩幾種路線可以選擇？

$$\begin{aligned} \text{解 } (12-10)(12-10) &= 12^2 - 2 \times 12 \times 10 + 10^2 \\ &= 144 - 240 + 100 \\ &= 4 \end{aligned}$$

答：4 種

房子面積

正明小時候很喜歡玩堆積木遊戲。有一天他用了6種積木堆成一棟房子，此房子的側面如右圖：

已知其中4種積木的側面敘述如下：

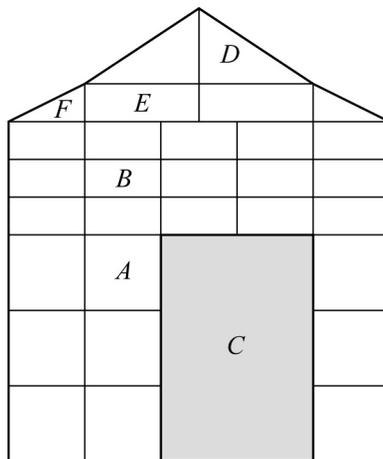
A 是面積為 x^2 的正方形，

B 是寬為長的一半的長方形，

E 是長為寬的3倍的長方形，

D 是一股長與 A 的邊長相等的直角三角形。

請同學想一想，並回答下列問題。



1. 15 個 B 的面積是多少？

解 $\frac{1}{2}x^2 \times 15 = \frac{15}{2}x^2$

答： $\frac{15}{2}x^2$

2. 1 個 C 的面積是多少？

解 $3x \times 2x = 6x^2$

答： $6x^2$

3. 2 個 D 、2 個 E 、2 個 F 的面積分別是多少？

解 2 個 D 的面積 $= \frac{3}{2}x \times x \times \frac{1}{2} \times 2 = \frac{3}{2}x^2$

2 個 E 的面積 $= \frac{3}{2}x \times \frac{1}{2}x \times 2 = \frac{3}{2}x^2$

2 個 F 的面積 $= x \times \frac{1}{2}x \times \frac{1}{2} \times 2 = \frac{1}{2}x^2$

答：2 個 D 的面積為 $\frac{3}{2}x^2$ ，2 個 E 的面積為 $\frac{3}{2}x^2$ ，2 個 F 的面積為 $\frac{1}{2}x^2$

4. 此房子的側面面積是多少？

解 $9A + 15B + C + 2D + 2E + 2F$

$= x^2 \times 9 + \frac{15}{2}x^2 + 6x^2 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^2$

$= 26x^2$

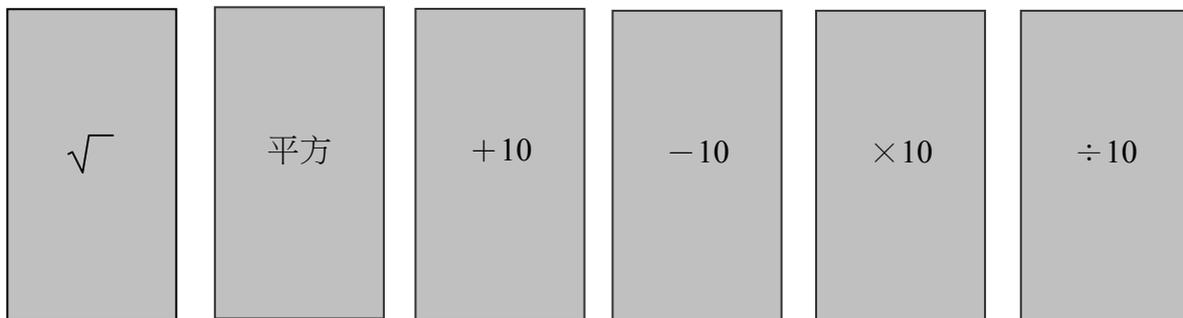
答： $26x^2$

六門銀鎖陣

聰聰與鶯鶯兄妹倆每次看電視劇——終極三國時，總是對裡面的人物、情節讚賞有加。尤其看到劉、關、張三兄弟為了要讓同學們能夠在東漢書院好好的讀書，義不容辭的要打破左慈大師設計的「八門金鎖陣」，對於所遭受的危險一點都不怕，兄妹倆對此行為更是崇拜不已。

黃媽媽看準了這點，便在自己家門口設計了「六門銀鎖陣」，要請聰聰與鶯鶯協力破陣，才能順利回家吃晚飯。

「六門銀鎖陣」分別是由 $\sqrt{\square}$ 、平方、 $+10$ 、 -10 、 $\times 10$ 、 $\div 10$ 六個門所組成。假設抽到的數字是 100，且第一步走入 $\sqrt{\square}$ 這個門，則其值會剩下 10；若再走入 $\div 10$ 這個門，其值則會變成 1，依此類推。可由自己喜好闖關，但六個門都要剛好通過一次，而且在進入 $\sqrt{\square}$ 這個門時，數值不可以是負的。



1. 第一關：已知聰聰與鶯鶯抽到的數字為 0，且第一、二個門依序為 \square 、 $\div 10$ ，試問接下來要如何闖關才會使所得的數值最小？此數值為多少？

解 破關順序為 $\sqrt{\square} \rightarrow -10 \rightarrow \times 10 \rightarrow +10$

$$\begin{aligned} & (\sqrt{\frac{0^2}{10}} - 10) \times 10 + 10 \\ &= (0 - 10) \times 10 + 10 \\ &= -100 + 10 = -90 \end{aligned}$$

答： $\sqrt{\square} \rightarrow -10 \rightarrow \times 10 \rightarrow +10$ ，-90

2. 第二關：若聰聰與鶯鶯抽到的數字為 10，則如何闖關才會使所得的數值最大？此數值為多少？

解 破關順序為 $\div 10 \rightarrow \sqrt{\square} \rightarrow +10 \rightarrow \times 10 \rightarrow \square \rightarrow -10$

$$\begin{aligned} & [(\sqrt{\frac{10}{10}} + 10) \times 10]^2 - 10 \\ &= 110^2 - 10 = 12100 - 10 \\ &= 12090 \end{aligned}$$

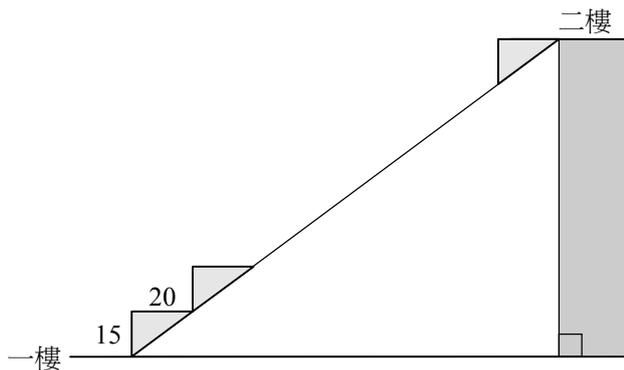
答： $\div 10 \rightarrow \sqrt{\square} \rightarrow +10 \rightarrow \times 10 \rightarrow \square \rightarrow -10$ ，12090

防颱準備

今天雨文和家人看氣象報告，得知明天颱風即將來臨，於是雨文趕緊上二樓陽臺收衣服。當她爬著 20 個階梯上樓時，心想一樓到二樓到底有多高。但是雨文才就讀國小四年級，根本不知道要怎麼測量，她只是量出每一個階梯的高度均為 15 公分，寬度均為 20 公分。

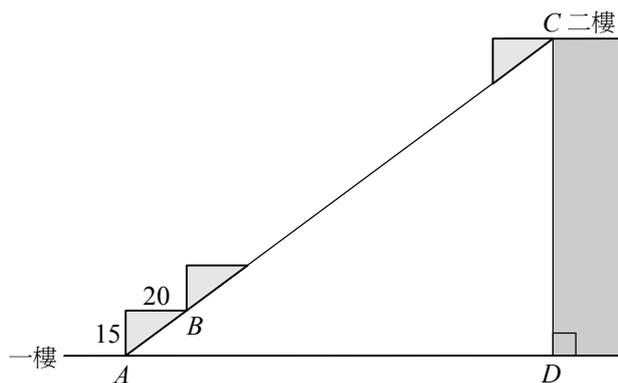
1. 小旋是雨文的姐姐，她說：
「很簡單，只要把每層階梯的高度乘以階梯數，就可以知道一樓與二樓間的高度。」
請問你可以依據小旋的方法求出一樓與二樓間的高度是多少公尺嗎？

解 一樓與二樓間的高度
 $= 15 \times 20$
 $= 300$ (公分)
 300 公分 $= 3$ 公尺
 答：3 公尺



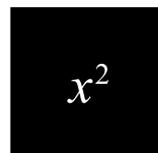
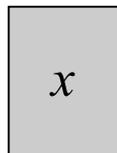
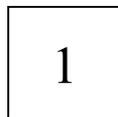
2. 阿燦是雨文就讀國中二年級的哥哥，他剛好學到畢式定理，想要炫耀一下。他說：「我只要先求出 \overline{AB} 的長度，就可以知道 \overline{AC} 的長度，再利用 \overline{AD} 的長度，就可以算出一樓與二樓間的高度 \overline{CD} 了。」請問你可以依據阿燦的方法求出一樓與二樓間的高度是多少公尺嗎？

解 $\overline{AB} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25$ (公分)
 $\overline{AC} = 25 \times 20 = 500$ (公分)，500 公分 $= 5$ 公尺
 $\overline{AD} = 20 \times 20 = 400$ (公分)，400 公分 $= 4$ 公尺
 $\Rightarrow \overline{CD} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ (公尺)
 答：3 公尺



拼拼看

芳儀有一些拼圖，分別是邊長為1公分的白色正方形，寬為1公分、長為 x 公分的灰色長方形，與邊長為 x 公分的黑色正方形，其中 $x > 1$ ，如右圖。



芳儀想利用這些拼圖，拼出各種面積的長方形或正方形。親愛的同學，請你利用所學，幫她解決在拼圖時，所遇到的問題吧！

1. 芳儀先利用一些拼圖，拼成一個長 $(3x+5)$ 公分、寬 $(2x+3)$ 公分的大長方形。試問這個長方形共用了幾片灰色拼圖？

解 $(3x+5)(2x+3)=6x^2+19x+15$

故共用了19片灰色拼圖。

答：19片

2. 如果芳儀想用16片黑色拼圖、16片灰色拼圖與4片白色拼圖拼成一個正方形，你認為她辦得到嗎？如果可以，那這個正方形的邊長是幾公分？

解 $16x^2+16x+4=(4x)^2+2\times(4x)\times 2+2^2=(4x+2)^2$

答：可以， $(4x+2)$ 公分

3. 承上題，芳儀想用同樣的拼圖拼出一個「長度與寬度相差最多」的長方形。試問這個長方形的長、寬會相差幾公分？

解 因為長度與寬度相差最多，

所以須將 $16x^2+16x+4$ 因式分解成值相差最大的兩個一次式乘積。

$$16x^2+16x+4=(4x+2)^2=4\times(2x+1)^2=(2x+1)(8x+4)$$

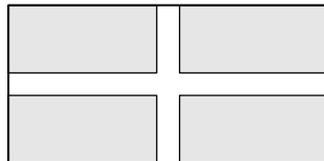
$$(8x+4)-(2x+1)=6x+3$$

答：長、寬會相差 $(6x+3)$ 公分

花卉物語

美美家有塊閒置的長方形空地，她突發奇想將空地分割成相等的四塊，分別栽種玫瑰、鬱金香、百合及向日葵四種花卉，收成後再拿到市集去兜售。

1. 已知這塊空地長 28 公尺、寬 14 公尺，為了栽種方便，美美想要開闢兩條等寬，且相交成十字形的通路。若希望剩下的花卉面積為 312 平方公尺，那麼所開闢的通路寬度應為多少公尺？



解 假設路寬為 x 公尺，

$$(28-x)(14-x)=312, 392-42x+x^2=312$$

$$x^2-42x+80=0, (x-2)(x-40)=0$$

$$x=2 \text{ 或 } 40 \text{ (不合)}$$

答：2 公尺

2. 美美辛苦的栽種終於有了成果，她準備今天將花卉拿到市集販賣。事先她有做過規劃：「如果將花卉每束以售價 150 元賣出，可以賣 42 束。如果將售價每提高 15 元，則會少賣 2 束。」若美美想要收入 7200 元，試問每束的售價應該要訂為多少元？

解 假設售價提高 $15x$ 元，會賣出去 $(42-2x)$ 束花，

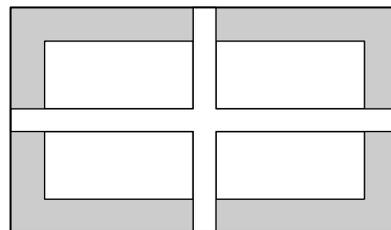
$$(150+15x)(42-2x)=7200, 6300-300x+630x-30x^2=7200$$

$$30x^2-330x+900=0, x^2-11x+30=0, (x-5)(x-6)=0$$

$$x=5 \text{ 或 } 6, 150+15 \times 5=225, 150+15 \times 6=240$$

答：每束應訂為 225 元或 240 元

3. 美美因為收成兜售有了不錯的利潤，所以想要將長方形園地周圍擴建等寬的距離，使得四塊花卉面積皆增加 66 平方公尺，那麼她必須在原本的長方形園區外圍擴增多少公尺？



解 假設在長方形周圍各擴建 x 公尺，

$$(28+2x)(14+2x)=28 \times 14 + 66 \times 4 + 2x \times 4$$

$$392+56x+28x+4x^2=392+264+8x$$

$$4x^2+76x-264=0, x^2+19x-66=0$$

$$(x+22)(x-3)=0, x=3 \text{ 或 } -22 \text{ (不合)}$$

答：3 公尺

統計與調查

護士阿姨每學年都會幫每個班級的學生量體重，以確保學生健康。右表是一年一班學生的體重資料次數分配表，依據此表回答下列問題：

體重(公斤)	次數(人)	累積次數(人)
35~40	1	1
40~45	x	3
45~50	9	z
50~55	8	20
55~60	y	23
60~65	2	25

1. $x+y+z=?$

解 $x=3-1=2$ ， $y=23-20=3$ ， $z=3+9=12$

$\therefore x+y+z=2+3+12=17$

答：17

2. 50 公斤以上(含 50 公斤)者占全體學生的多少%?

解 $\therefore 8+3+2=13$

$\therefore 50$ 公斤以上者占全班的 $\frac{13}{25} \times 100\% = 52\%$

答：52%

3. 未滿 45 公斤與 55 公斤以上(含 55 公斤)的人數比為何?

解 由表可知，

未滿 45 公斤的人數為 3 人，

55 公斤以上的人數為 $3+2=5$ (人)，

故未滿 45 公斤的人數：55 公斤以上的人數 = 3 : 5。

答：3 : 5