

名稱	題型	頁數
第一章 乘法公式與多項式	選擇題	2
	非選擇題	5
第二章 平方根與畢氏定理	選擇題	6
	非選擇題	13
	補充題	14
第三章 因式分解	選擇題	15
	非選擇題	15
第四章 一元二次方程式	選擇題	16
	非選擇題	19
第五章 統計資料處理與圖表	選擇題	21
	非選擇題	

## 選擇題

(D) 1. 算式  $99903^2 + 88805^2 + 77707^2$  之值的十位數字為何？

- (A) 1 (B) 2 (C) 6 (D) 8

【103 特招】

【解析】 $99903^2 = (99900 + 3)^2 = 99900^2 + 2 \times 99900 \times 3 + 3^2 = 100 \times (9990^2 + 2 \times 999 \times 3) + 3^2$   
 $\therefore 99903^2$  的末兩位為  $3^2 = 9$   
 同理  $88805^2$  的末兩位為  $5^2 = 25$ ， $77707^2$  的末兩位為  $7^2 = 49$   
 $9 + 25 + 49 = 83 \therefore$  十位數字為 8，故選(D)

(D) 2. 若  $2x^3 - ax^2 - 5x + 5 = (2x^2 + ax - 1)(x - b) + 3$ ，其中  $a$ 、 $b$  為整數，則  $a + b$  之值為何？

- (A) -4 (B) -2 (C) 0 (D) 4

【103 特招】

【解析】 $2x^3 - ax^2 - 5x + 5 = (2x^2 + ax - 1)(x - b) + 32x^3 - 2bx^2 + ax^2 - abx - x + b + 3$   
 $\therefore \begin{cases} -2b + a = -a \\ -ab - 1 = -5 \\ b + 3 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases} \therefore a + b = 4$ ，故選(D)

(D) 3. 算式  $\frac{67^2 - 33^2}{81^2 + 18 \times 81 + 9^2}$  的值為何？

- (A)  $\frac{17}{45}$  (B)  $\frac{17}{50}$  (C)  $\frac{34}{9}$  (D)  $\frac{34}{81}$

【104 特招(桃連區)】

【解析】原式 =  $\frac{(67+33)(67-33)}{(81+9)^2} = \frac{100 \times 34}{90^2} = \frac{34}{81}$   
 故選(D)

(A) 4. 若  $x^3 + ax + 2 = (x - 1)^2(x + b)$ ，則  $ab$  之值為何？

- (A) -6 (B) 0 (C) 2 (D) 6

【104 特招(桃連區)】

【解析】 $(x - 1)^2(x + b) = (x^2 - 2x + 1)(x + b) = x^3 - 2x^2 + x + bx^2 - 2bx + b = x^3 + (b - 2)x^2 + (1 - 2b)x + b$   
 比較係數得  $b - 2 = 0$ ， $b = 2$ ； $a = 1 - 2b = -3 \therefore ab = -6$ ，故選(A)

(D) 5. 已知  $(2x^2 - 1)(ax^2 + bx + c)$  展開後整理得  $4x^4 - 2x^3 + x - 1$ ，則  $2a + b + c$  之值為何？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【105 特招(臺南區)】

【解析】
$$\begin{array}{r} 2-1+1 \\ 2+0-1 \overline{)4-2+0+1-1} \\ \underline{4+0-2} \\ -2+2+1 \\ \underline{-2+0+1} \\ 2+0-1 \\ \underline{2+0-1} \\ 0 \end{array}$$
  
 $\Rightarrow ax^2 + bx + c = 2x^2 - x + 1 \Rightarrow a = 2, b = -1, c = 1 \Rightarrow 2a + b + c = 4 - 1 + 1 = 4$ ，故選(D)

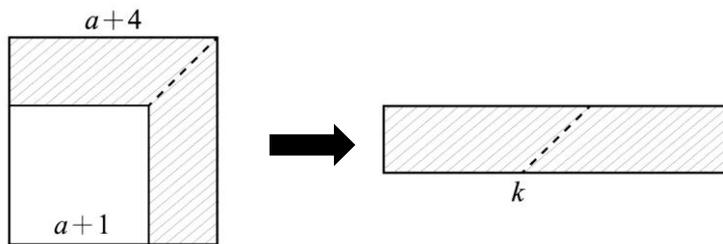
(D) 6. 已知多項式  $x^3 + x^2 + ax + 7$  除以  $x^2 - 2x + b$  所得的商式為  $x + 3$ ，餘式為  $-x + 4$ ，則下列敘述何者正確？

- (A)  $a = 1$  (B)  $b = 0$  (C)  $a + b = 7$  (D)  $a - b = -7$

【105 特招(桃連區)】

【解析】 $x^3 + x^2 + ax + 7 = (x^2 - 2x + b)(x + 3) + (-x + 4)$   
 $= x^3 - 2x^2 + bx + 3x^3 - 6x^2 + 3b - x + 4 = x^3 + x^2 + (b - 7)x + (3b + 4)$   
 $\Rightarrow \begin{cases} a = b - 7 \\ 7 = 3b + 4 \end{cases} \Rightarrow b = 1, a = -6, a + b = -5, a - b = -7$ ，故選(D)

- (A) 7. 如下圖，將邊長為  $(a+4)$  的正方形減去一個邊長為  $(a+1)$  的正方形，剩餘的部分（陰影所示）沿虛線重新拼接成一個矩形。則矩形較長一邊的長度  $k$  為



- (A)  $2a+5$  (B)  $2a+3$  (C)  $6a+15$  (D)  $3a+15$  【105 特招(桃連區)】

【解析】 $(a+4)^2 - (a+1)^2 = [(a+4) - (a+1)] \times k$ ,  $a^2 + 8a + 16 - a^2 - 2a - 1 = 3k$ ,  $6a + 15 = 3k$ ,  $k = 2a + 5$   
故選(A)

- (A) 8. 甲、乙均為二次多項式，若甲除以乙，得商式為  $-3$ ，餘式為  $(-9x+6)$ ，則乙除以甲後所得的商式與餘式為下列何者？ 【105 特招(基北區)】

- (A) 商式為  $-\frac{1}{3}$ ，餘式為  $(-3x+2)$  (B) 商式為  $-\frac{1}{3}$ ，餘式為  $(9x-6)$   
(C) 商式為  $-3$ ，餘式為  $(9x-6)$  (D) 商式為  $-3$ ，餘式為  $(-27x+18)$

【解析】甲  $= -3 \times$  乙  $+ (-9x+6) \Rightarrow$  甲  $- (-9x+6) = -3 \times$  乙  
 $\Rightarrow$  乙  $= -\frac{1}{3}$  甲  $+ (-3x+2) \Rightarrow$  商式  $= -\frac{1}{3}$ ，餘式  $= -3x+2$ ，故選(A)

- (B) 9. 算式  $96^2 + 98^2 + 101^2 + 103^2$  之值的百位數字為何？

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 【105 特招(基北區)】

【解析】原式  $= (100-4)^2 + (100-2)^2 + (100+1)^2 + (100+3)^2$   
 $= 100^2 - 2 \times 4 \times 100 + 16 + 100^2 - 2 \times 2 \times 100 + 4 + 100^2 + 2 \times 1 \times 100 + 1 + 100^2 + 2 \times 3 \times 100 + 9$   
 $= 4 \times 100^2 - 800 + 16 - 400 + 4 + 200 + 1 + 600 + 9 = 39630$ ，故選(B)

- (A) 10. 設  $k$  為一常數，若多項式  $x^3 + kx^2 - 4$  除以  $x^2 + 1$  所得的餘式為  $-x - 6$ ，則  $k$  之值為何？

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 【106 特招(臺南區)】

【解析】令  $x^3 + kx^2 - 4 = (x^2 + 1) \cdot Q(x) + (-x - 6) \Rightarrow x^3 + kx^2 + x + 2 = (x^2 + 1) \cdot Q(x)$

$$\begin{array}{r} \phantom{1+0+1} \underline{1+k} \\ 1+0+1 \phantom{)1+k+1+2} \\ \phantom{1+0+1} \underline{1+0+1} \\ \phantom{1+0+1} \phantom{)k+0+2} \\ \phantom{1+0+1} \phantom{)k+0+k} \\ \phantom{1+0+1} \phantom{)0} \end{array}$$

$\therefore 2 - k = 0 \Rightarrow k = 2$

故選(A)

- (D) 11. 已知  $P$  與  $Q$  均為大於 1 的正整數，若  $P^2 = 8x + 1$ 、 $Q^2 = 8x + 25$ ，則下列何者正確？

- (A)  $x=2$  (B)  $2P=Q$  (C)  $P-Q=2$  (D)  $P+Q=12$  【106 特招(桃連區)】

【解析】 $P$ 、 $Q$  為大於 1 正整數

$\therefore P^2 = 8x + 1$ ,  $Q^2 = 8x + 25 \Rightarrow Q^2 > P^2 \Rightarrow Q > P$

$\therefore Q^2 - P^2 = 24 \Rightarrow (Q+P)(Q-P) = 24$

$24 = 24 \times 1 = 12 \times 2 = 8 \times 3 = 6 \times 4$

①  $\begin{cases} Q+P=24 \\ Q-P=1 \end{cases} \Rightarrow Q = \frac{25}{2}$  (不合); ②  $\begin{cases} Q+P=12 \\ Q-P=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P=5 \\ Q=7 \end{cases} \Rightarrow P+Q=12$

③  $\begin{cases} Q+P=8 \\ Q-P=3 \end{cases} \Rightarrow Q = \frac{11}{2}$  (不合); ④  $\begin{cases} Q+P=6 \\ Q-P=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P=1 \\ Q=5 \end{cases}$  (不合)

故選(D)

- ( C )12. 右表為一個乘法表，每一個表格填入該格最上方與最左方的兩數乘積。計算表中 16 個灰色表格應填入的數之總和為何？

x	2	3	136	137	138	139
2	4	6	272	274	276	278
3	6	9	408	411	414	417
111	222	333				
112	224	336				
113	226	339				
114	228	342				

- (A) 246150      (B) 247464  
(C) 247500      (D) 247536

【106 特招(基北區)】

【解析】總和 $=136\times(111+112+113+114)+137\times(111+112+113+114)+138\times(111+112+113+114)+139\times(111+112+113+114)$   
 $=136\times 450+137\times 450+138\times 450+139\times 450$   
 $=450\times(136+137+138+139)=450\times 550=(500-50)(500+50)$   
 $=500^2-50^2=250000-2500=247500$ ，故選(C)

- ( B )13. 已知多項式  $2x^4+17x^3+14x^2+51x+24$  均可被  $x^2+a$ 、 $x+b$ 、 $2x+1$  整除，其中  $a$ 、 $b$  均為整數，則  $a+b$  之值為何？

- (A) 10      (B) 11      (C) 14      (D) 25

【108 特招(臺南區)】

【解析】 $2x^4+17x^3+14x^2+51x+24$   
 $= (x^2+a)(x+b)(2x+1) = (x^3+bx^2+ax+ab)(2x+1)$   
 $= 2x^4+(2b+1)x^3+(2a+b)x^2+(2ab+a)x+ab$   
 $2b+1=17, b=8; ab=24, a=3$   
 $\therefore a+b=3+8=11$

- ( D )14. 設  $a=8051$ ，且已知  $a=90^2-7^2$ ，則關於  $a$  的敘述，下列選項何者正確？

- (A)  $a$  為 7 的倍數      (B)  $a$  為 37 的倍數  
(C)  $a$  的質因數共有四個      (D)  $a$  的所有正因數的和為 8232

【108 特招(桃連區)】

【解析】 $a=8051=90^2-7^2=(90+7)\times(90-7)=97\times 83$   
(D) 正因數和： $1+83+97+8051=8232$

- ( B )15. 若多項式  $2x^2+ax-2$  除以  $cx-1$  的商式為  $-2x+b$ ，餘式為 2，則  $2a+b+c$  之值為何？

- (A) 1      (B) -1      (C) 2      (D) -2

【108 特招(桃連區)】

【解析】由除法原理  
 $2x^2+ax-2=(cx-1)(-2x+b)+2=(-2c)x^2+(2+bc)x+2-b$   

$$\begin{cases} -2c=2 \\ 2+bc=a \\ 2-b=-2 \end{cases}, a=-2, b=4, c=-1,$$
 $2a+b+c=-1。$

- ( D )16. 已知多項式甲為  $10x^2+x-12$ ，若甲除以  $2x+a$  後，所得的餘式為 9；甲除以  $5x+b$  後，所得的餘式也為 9，其中  $a$ 、 $b$  為整數，則  $a-b$  之值為何？

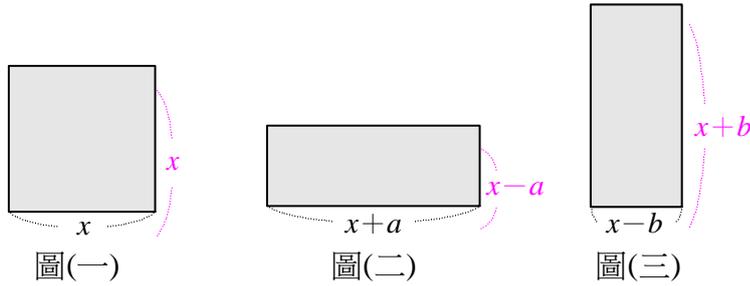
- (A) -10      (B) -4      (C) 4      (D) 10

【108 特招(基北區)】

【解析】因除以  $(2x+a)$ 、 $(5x+b)$  同餘 9  
故  $10x^2+x-12-9=(2x+a)\times(5x+b)$   
解聯立會有 2 組  $a$ 、 $b$ ，另一組不為整數(不合)  

$$\begin{cases} 5a+2b=1 \\ a\times b=-21 \end{cases}, \begin{cases} a=3 \\ b=-7 \end{cases}, a-b=3-(-7)=10。$$

- ( B )17. 已知圖(一)、圖(二)、圖(三)的矩形周長均相等，其中圖(一)為正方形，圖(一)、圖(二)、圖(三)的某一邊長分別為 $x$ 、 $x+a$ 、 $x-b$ 公分。若圖(一)、圖(二)、圖(三)的面積分別為115、90、99平方公分，則 $a:b=?$



- (A) 5 : 3      (B) 5 : 4      (C) 25 : 9      (D) 25 : 16

【109 特招(基北區)】

$$\begin{cases} x^2=115 \\ (x+a)(x-a)=90 \Rightarrow a=5, b=4 \\ (x-b)(x+b)=99 \end{cases}$$

$\therefore a:b=5:4$

### 非選擇題

1. 若 $(2x-3)^5=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f$ ，試問 $b+c+d+e$ 的值為何？

【臺中一中科學班模擬】

【解析】當 $x=0$ ，則 $f=-243$   
 當 $x=1$ ，則 $a+b+c+d+e+f=-1$   
 又 $a=2^5$ ，則 $b+c+d+e=-1-32+243=210$

## 選擇題

(C) 1. 算式  $(-\sqrt{8})^3 + (-\sqrt{4})^4$  之值為何？

- (A)  $-16 - 16\sqrt{2}$       (B)  $-16 + 16\sqrt{2}$   
 (C)  $16 - 16\sqrt{2}$       (D)  $16 + 16\sqrt{2}$

【103 特招】

【解析】 $(-\sqrt{8})^3 + (-\sqrt{4})^4 = -8\sqrt{8} + 4^2 = -16\sqrt{2} + 16 = 16 - 16\sqrt{2}$   
 故選(C)

(D) 2. 已知  $9.97^2 = 99.4009$ ,  $9.98^2 = 99.6004$ ,  $9.99^2 = 99.8001$ , 則  $\sqrt{997000}$  之值的個位數字為何？

- (A) 0      (B) 4      (C) 6      (D) 8

【103 特招】

【解析】 $\sqrt{997000} = \sqrt{99.7} \times 100$ , 又  $99.6004 < 99.7 < 99.8001$   
 $\therefore 9.98 < \sqrt{99.7} < 9.99 \Rightarrow 998 < \sqrt{997000} < 999$ , 即  $\sqrt{997000} = 998. \dots$ , 故個位數字為 8  
 故選(D)

(D) 3. 已知  $35^2 = 1225$ ,  $45^2 = 2025$ ,  $55^2 = 3025$ ,  $65^2 = 4225$ ,  $75^2 = 5625$ 。設  $a = \sqrt{20152015}$ , 則  $a$  的正平方根最接近下列哪一個數？

- (A) 40      (B) 50      (C) 60      (D) 70

【104 特招(臺南區)】

【解析】( $a$  的正平方根) $^2 = a^2 = 20152015 = 2015 \times 10^4 + 2015$   
 $40^4 = 4^4 \times 10^4 = 256 \times 10^4$ ,  $50^4 = 5^4 \times 10^4 = 625 \times 10^4$   
 $60^4 = 6^4 \times 10^4 = 1296 \times 10^4$ ,  $70^4 = 7^4 \times 10^4 = 2401 \times 10^4$   
 $\therefore 70^4$  最接近  $2015 \times 10^4 + 2015$ , 且  $65^4 = 4225^2 < 4300^2 = 1849 \times 10^4 < 20152015$ ,  $65 < \text{所求} < 70$   
 $\therefore a$  的正平方根最接近 70, 故選(D)

(C) 4. 已知某正數的平方根分別為  $3x+2$  與  $5x-6$ , 則下列敘述何者正確？

- (A)  $x=4$       (B)  $x=2$       (C)  $x=\frac{1}{2}$       (D)  $x=-1$

【105 特招(桃連區)】

【解析】 $\therefore$  某正數的平方根互為相反數  $\therefore 3x+2+5x-6=0$ ,  $8x=4$ ,  $x=\frac{1}{2}$ , 故選(C)

(B) 5. 已知  $a$  為正數, 若  $\sqrt{10a}$  之值的整數部分為 2,  $\sqrt{100a}$  之值的整數部分為 6, 則  $a^2$  之值最接近下列哪一個數？

- (A) 0.1      (B) 0.2      (C) 0.3      (D) 0.4

【105 特招(基北區)】

【解析】 $2 < \sqrt{10a} < 3 \Rightarrow 4 < 10a < 9 \Rightarrow 0.4 < a < 0.9$   
 $6 < \sqrt{100a} < 7 \Rightarrow 36 < 100a < 49 \Rightarrow 0.36 < a < 0.49$   
 $\therefore 0.4 < a < 0.49 \Rightarrow 0.16 < a^2 < 0.2401$ , 故選(B)

(C) 6.  $(2+\sqrt{5})^{2017} - 4(2+\sqrt{5})^{2016} - (2+\sqrt{5})^{2015}$  的值為何？

【106 特招(臺南區)】

- (A)  $-2\sqrt{5}(2+\sqrt{5})^{2015}$       (B)  $-(2+\sqrt{5})^{2015}$       (C) 0      (D)  $(2+\sqrt{5})^{2015}$

【解析】 $(2+\sqrt{5})^{2015} [(2+\sqrt{5})^2 - 4(2+\sqrt{5}) - 1]$   
 $= (2+\sqrt{5})^{2015} [4+5+4\sqrt{5} - 8-4\sqrt{5} - 1] = (2+\sqrt{5})^{2015} \times 0 = 0$ , 故選(C)

- ( B ) 7. 通常我們所說的 5 吋手機，指的是螢幕的對角線長度是 5 吋。一支螢幕的長寬比為 16 : 9 的 5 吋手機，其螢幕的長約為幾公分？已知 1 吋約等於 2.54 公分，選擇最接近的答案。

$N$	18.1	18.2	18.3	18.4	18.5	18.6	18.7	18.8	18.9
$N^2$	327.61	331.24	334.89	338.56	342.25	345.96	349.69	353.44	357.21

- (A) 10 公分 (B) 11 公分 (C) 12 公分 (D) 13 公分 【106 特招(臺南區)】

【解析】5 吋  $\approx 2.54 \times 5 = 12.7$  cm

$$\text{設手機長為 } 16x \text{ cm, 寬為 } 9x \text{ cm} \quad \therefore \sqrt{(16x)^2 + (9x)^2} = \sqrt{337x^2} \approx 18.4x, \quad \frac{\text{長}}{12.7} = \frac{16x}{18.4x}$$

$$\therefore \text{長} \approx 11.1\dots, \text{故選(B)}$$

- ( D ) 8. 若  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為三數，且  $a = \frac{\sqrt{19}}{0.5}$ 、 $b = \frac{\sqrt{19}}{\sqrt{0.5}}$ 、 $c = \frac{\sqrt{19}}{0.6}$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小關係，何者正確？

- (A)  $c > a > b$  (B)  $b > a > c$  (C)  $b > c > a$  (D)  $a > c > b$  【106 特招(桃連區)】

【解析】 $a = \frac{\sqrt{19}}{0.5} \Rightarrow a^2 = \frac{19}{0.25}$ ， $b = \frac{\sqrt{19}}{\sqrt{0.5}} \Rightarrow b^2 = \frac{19}{0.5}$ ， $c = \frac{\sqrt{19}}{0.6} \Rightarrow c^2 = \frac{19}{0.36}$

分子相同，分母越大，其值越小  $\therefore a^2 > c^2 > b^2 \Rightarrow a > c > b$ ，故選(D)

- ( C ) 9. 若  $x$  為正整數， $y$  為負數，則  $|x+3| + |2y-3| - \sqrt{(2y-x)^2}$  之值為何？

- (A) 0 (B) 3 (C) 6 (D) 9

【106 特招(桃連區)】

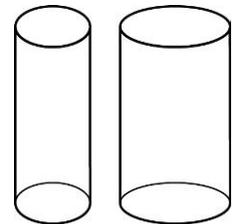
【解析】 $x > 0, y < 0$

$$\Rightarrow |x+3| + |2y-3| - \sqrt{(2y-x)^2} = x+3 + (3-2y) - |2y-x| = x+3 + (3-2y) - (x-2y)$$

$$= x+3 + 3 - 2y - x + 2y = 6$$

故選(C)

- ( B ) 10. 如右圖，在水平桌面上有甲、乙兩個內部為直圓柱的容器。今將甲容器倒入水，使水位高度為 12 公分，再將甲容器中的水全部倒入空的乙容器中，使乙容器的水位高度變為 75 公分。若倒入過程中水未溢出，則甲、乙兩容器內部底面的周長比為何？



【106 特招(桃連區)】

- (A) 2 : 5 (B) 5 : 2 (C) 4 : 25 (D) 25 : 4

【解析】水的體積不變且體積 = 底面積  $\times$  高  
 $\therefore$  高與底面積為反比關係

$$\text{底面積比} = V_{\text{甲}} : V_{\text{乙}} = \frac{1}{12} : \frac{1}{75} = 75 : 12 = 25 : 4$$

$$\text{周長比} = \text{半徑比} = \sqrt{25} : \sqrt{4} = 5 : 2$$

故選(B)

- ( D ) 11. 甲、乙、丙三人組成一隊參加尋寶遊戲，遊戲規定三人須於 30 分鐘以內到藏寶處。遊戲開始，甲、乙、丙分別往起點的東方、北方、西方前進，經過 10 分鐘，乙到達藏寶處，隨即聯絡兩人，兩人都沿直線方向前往藏寶處。若遊戲過程中，甲、乙、丙分別以每秒 4、6、3 公尺等速度直線移動，則判斷甲、丙能否於時限內趕到藏寶處？

【106 特招(桃連區)】

- (A) 兩人均能 (B) 兩人均不能 (C) 甲不能，丙能 (D) 甲能，丙不能

【解析】10 分鐘乙到藏寶處，共移動  $6 \times 60 \times 10 = 3600$

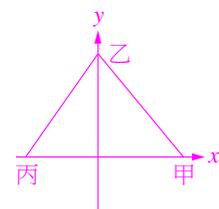
甲移動  $4 \times 60 \times 10 = 2400$ ，故甲 20 分鐘內可移動 4800 公尺

丙移動  $3 \times 60 \times 10 = 1800$ ，故丙 20 分鐘內可移動 3600 公尺

$$\therefore \overline{\text{甲乙}} = \sqrt{3600^2 + 2400^2} = 1200\sqrt{13} < 4800$$

$$\overline{\text{乙丙}} = \sqrt{3600^2 + 1800^2} = 1800\sqrt{5} > 3600$$

$\therefore$  甲可以，丙不能，故選(D)



( C )12. 已知  $x=\sqrt{7}+\sqrt{6}$ ， $y=\sqrt{6}-\sqrt{7}$ ，則  $2x^2-xy+2y^2$  之值為何？

- (A) 43 (B) 51 (C) 53 (D) 59

【107 特招(臺南區)】

【解析】 所求  $=2(x-y)^2+3xy$   
 $=2[(\sqrt{7}+\sqrt{6})-(\sqrt{6}-\sqrt{7})]^2+3(\sqrt{7}+\sqrt{6})(\sqrt{6}-\sqrt{7})$   
 $=2(2\sqrt{7})^2+3(6-7)$   
 $=56-3=53$

故選(C)

( A )13. 已知  $5 \leq x \leq 11$ ，若  $k=\sqrt{(x-12)^2}+\sqrt{(2x-8)^2}-2x$ ，則  $k$  值不可能是下列何者？

- (A) 0 (B) -1 (C) -2 (D) -4

【107 特招(臺南區)】

【解析】  $10 \leq 2x \leq 22$   
 $k=|x-12|+|2x-8|-2x$   
 $=12-x+2x-8-2x=4-x$   
 $5 \leq x \leq 11, -11 \leq -x \leq -5$   
 $-7 \leq 4-x \leq -1$ ，即  $-7 \leq k \leq -1$ ，故選(A)

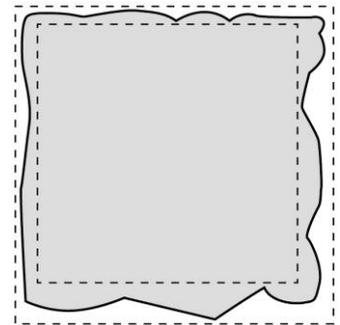
( C )14. 如右圖，已知一不規則區域(塗色部分)面積有 520 平方公尺，恰好可包含一個小正方形，同時也被一大正方形所包含。已知大小兩正方形的邊長相差 1 公尺，其中大正方形的邊長為  $a$  公尺，且  $a$  為整數，則  $a$  值為何？

- (A) 21 (B) 22

- (C) 23 (D) 24

【107 特招(桃連區)】

【解析】  $a^2 > 520 > (a-1)^2$   
 $22^2=484, 23^2=529$ ，故選(C)



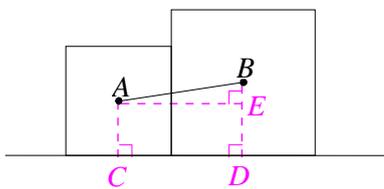
( D )15. 若一長方形對角線長為  $2\sqrt{5}$ ，該長方形面積為 6，則此長方形長的平方與寬的平方之差可能為何？

- (A) 4 (B) 8 (C) 14 (D) 16

【107 特招(桃連區)】

【解析】 設長方形兩邊長分別為  $a, b, a > b$   
 $\begin{cases} a^2+b^2=(2\sqrt{5})^2=20 \\ ab=6 \end{cases}$   
 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=32 \Rightarrow a+b=\pm 4\sqrt{2}$  (負不合)  
 $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab=8 \Rightarrow a-b=\pm 2\sqrt{2}$  (負不合)  
 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)=4\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}=16$   
 故選(D)

( C )16. 如下圖，邊長分別為 3 與 4 的大小兩個正方形併排一起，且  $A, B$  均為正方形的中心，則  $\overline{AB}$  的長度為何？



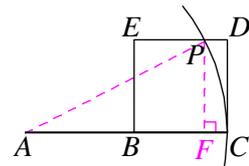
- (A) 5 (B)  $5\sqrt{2}$  (C)  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$  (D) 10

【107 特招(桃連區)】

【解析】 如圖， $\overline{CD}=\frac{3}{2}+\frac{4}{2}=\frac{7}{2}$   
 $\overline{BE}=\frac{4}{2}-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$   
 $\overline{AB}=\sqrt{(\frac{7}{2})^2+(\frac{1}{2})^2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

故選(C)

- (A) 17. 如右圖， $\overline{AC}$  上有一點  $B$ ，以  $\overline{BC}$  為一邊作正方形  $BCDE$ ，再以  $A$  為圓心， $\overline{AC}$  長為半徑畫弧，交  $\overline{DE}$  於  $P$  點。若  $\overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 5$ ，則  $\overline{EP}$  與  $\overline{PD}$  的比為何？



- (A) 4 : 1    (B) 5 : 1    (C) 13 : 5    (D) 17 : 5

【107 特招(桃連區)】

【解析】作  $PF \perp AC$

$$\overline{AF} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$$\therefore \overline{CF} = 13 - 12 = 1$$

$$\overline{PD} = 1, \overline{EP} = 5 - 1 = 4$$

$$\overline{EP} : \overline{PD} = 4 : 1$$

故選(A)

- (B) 18. 已知  $\sqrt{a}$  之值介於 8 與 10 之間， $\sqrt{b}$  之值介於 7 與 8 之間，判斷  $\sqrt{a+b}$  之值的整數部分可能為下列何者？

- (A) 9    (B) 12    (C) 13    (D) 16

【108 特招(臺南區)】

【解析】 $8 < \sqrt{a} < 10, 64 < a < 100$

$$7 < \sqrt{b} < 8, 49 < b < 64$$

$$113 < a+b < 164, 10. \dots < \sqrt{a+b} < 12. \dots$$

$$\therefore \sqrt{a+b} \text{ 的整數部分可能為 } 11、12$$

- (D) 19. 很多人對黃金比例感到興趣，簡單來說，一個矩形若滿足「長：寬 =  $\frac{1+\sqrt{5}}{2} : 1$ 」，則我們說此矩形之長與寬滿足黃金比例。已知  $(2.2)^2 = 4.84$ ， $(2.25)^2 = 5.0625$ ，試問下列選項中，哪一個比值最接近黃金比例的比值？

- (A) 傳統螢幕的長：寬 = 4 : 3  
 (B) 寬螢幕電視的長：寬 = 16 : 9  
 (C) 超寬螢幕的長：寬 = 21 : 9  
 (D) 平板電腦螢幕的長：寬 = 3 : 2

【108 特招(臺南區)】

【解析】長：寬 =  $\frac{1+\sqrt{5}}{2} : 1 = (1+\sqrt{5}) : 2 \approx (1+2.25) : 2 = 13 : 8$ 。

故選(D)。

- (A) 20. 算式  $\sqrt{12} \times (\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}})$  之值為何？

- (A)  $\sqrt{6} - 2$     (B) 2    (C) 3    (D)  $\sqrt{6} - 4$

【108 特招(桃連區)】

【解析】 $\sqrt{12} \times (\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}) = \sqrt{6} - \sqrt{4} = \sqrt{6} - 2$ 。

- (B) 21. 若  $a$  為正數， $10a^2$  之值的整數部分為 46，則  $10a$  之值的整數部分為何？

- (A) 20    (B) 21    (C) 22    (D) 23

【108 特招(基北區)】

【解析】 $a^2 \approx 4.6$ ，

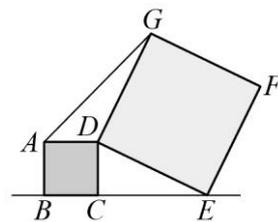
$$2.1^2 = 4.41, 2.2^2 = 4.84,$$

$$\therefore 4.41 < 4.6 < 4.84$$

$$\therefore 2.1 < a < 2.2$$

$$a \approx 2.1 \dots, 10a \approx 21 \dots$$

- ( B )22. 如右圖，平面上有正方形  $ABCD$  與正方形  $DEFG$ ，其中  $E$  點在直線  $BC$  上，若  $\overline{AE} = 3\sqrt{10}$ ， $\triangle CDE$  與  $\triangle ADG$  的面積均為 9，則五邊形  $ABEFG$  的面積為何？



- (A) 63      (B) 72  
(C) 81      (D) 90

【109 特招(桃連區)】

【解析】設正方形  $ABCD$  邊長為  $a$ ，正方形  $DEFG$  邊長為  $c$ ， $\overline{CE} = b$

$$\because \triangle CDE = 9 \quad \therefore \frac{ab}{2} = 9 \Rightarrow ab = 18$$

$$\text{又 } \overline{AB}^2 + \overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 \Rightarrow a^2 + (a+b)^2 = (3\sqrt{10})^2 \Rightarrow a^2 + a^2 + 2ab + b^2 = 90$$

$$\Rightarrow a^2 + (a^2 + b^2) = 90 - 2ab = 54 \Rightarrow a^2 + c^2 = 54 (\because \overline{CD}^2 + \overline{CE}^2 = \overline{DE}^2)$$

$$\therefore \text{五邊形 } ABEFG \text{ 的面積} = \triangle ADG + \triangle CDE + \text{正方形 } ABCD + \text{正方形 } DEFG \\ = 9 + 9 + 54 = 72$$

- ( D )23. 已知  $a$ 、 $10\sqrt{a}$ 、 $100$  三數皆為正整數，且均為三位數。若  $a$ 、 $10\sqrt{a}$ 、 $100$  之相異質因數的個數分別為  $m$ 、 $n$ 、 $2$ ，則  $m$ 、 $n$ 、 $2$  的大小關係，下列何者不可能成立？

- (A)  $m > 2$       (B)  $m < 2$       (C)  $m < n$       (D)  $m > n$

【109 特招(基北區)】

【解析】 $a$  為完全平方數，且  $100 \leq a \leq 999$

$$\therefore a = 10^2, 11^2, \dots, 31^2$$

$$\textcircled{1} \text{ 若 } a = 30^2, m = 3 > 2$$

$$\textcircled{2} \text{ 若 } a = 11^2, m = 1 < 2$$

$$\textcircled{3} a \text{ 和 } \sqrt{a} \text{ 的質因數個數相同，} 10\sqrt{a} \text{ 至少有質因數 } 2、5$$

$$\therefore m \leq n$$

- ( D )24. 畢氏三元數  $(a, b, c)$  是由三個正整數所組成，並滿足  $a^2 + b^2 = c^2$ ，即  $a, b, c$  可為直角三角形的三正整數邊長。則下列何者不為畢氏三元數？

- (A) (5, 12, 13)      (B) (9, 40, 41)  
(C) (13, 84, 85)      (D) (33, 56, 67)

【110 特招(嘉義區)】

$$\text{【解析】(A) } 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$$

$$\text{(B) } 9^2 + 40^2 = 81 + 1600 = 1681 = 41^2$$

$$\text{(C) } 85^2 - 84^2 = (85 + 84)(85 - 84) = 169 \times 1 = 13^2$$

$$\text{(D) } 67^2 - 56^2 = (67 + 56)(67 - 56) = 123 \times 11 \neq 33^2$$

故選(D)

- ( B )25. 小永在計算機上操作開根號「 $\sqrt{\quad}$ 」的功能，若將數字 2025 連續操作兩次「 $\sqrt{\quad}$ 」功能後，計算機上所顯示數字的整數部分為何？

- (A) 5      (B) 6      (C) 7      (D) 8

【110 特招(嘉義區)】

$$\text{【解析】}\because 2025 = 3^4 \times 5^2$$

$$\therefore \sqrt{2025} = 45, 6^2 = 36 < 45, 7^2 = 49 > 45$$

$$\therefore 6 < \sqrt{45} < 7, \text{ 故選(B)}$$

- ( A )26. 若  $a$ 、 $b$  為正數， $\sqrt{10a-b}$  之值的整數部分為 17， $\sqrt{10b}$  之值的整數部分為 14，則  $\sqrt{a}$  之值的整數部分為何？

- (A) 5      (B) 6      (C) 7      (D) 8

【110 特招(基北區)】

$$\text{【解析】} \begin{cases} 17 \leq \sqrt{10a-b} < 18 \\ 14 \leq \sqrt{10b} < 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 289 \leq 10a-b < 324 \dots\dots \textcircled{1} \\ 196 \leq 10b < 225 \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} + \frac{\textcircled{2}}{10} \text{ 得 } 308.6 \leq 10a < 346.5 \Rightarrow 30.86 \leq a < 34.65$$

$$\Rightarrow \sqrt{a} = 5. \dots, \text{ 即整數部分為 } 5, \text{ 故選(A)}$$

(D) 27. 計算  $\sqrt{114^2 - 64^2 - 50^2}$  之值為何？

- (A) 0 (B) 25 (C) 50 (D) 80

【110 特招(基北區)】

【解析】原式  $= \sqrt{(64+50)^2 - 64^2 - 50^2} = \sqrt{64^2 + 2 \times 64 \times 50 + 50^2 - 64^2 - 50^2}$   
 $= \sqrt{6400} = 80$

故選(D)

(A) 28. 坐標平面上，若  $P$  點在直線  $y=x+2$  上， $Q$  點在直線  $y=x-1$  上，且  $P$  點的  $y$  坐標比  $Q$  點的  $x$  坐標少 4，則  $\overline{PQ}$  的長度為何？

- (A)  $3\sqrt{5}$  (B)  $4\sqrt{2}$  (C)  $\sqrt{21}$  (D)  $\sqrt{29}$

【110 特招(基北區)】

【解析】設  $P(a, a+2)$ 、 $Q(b, b-1)$

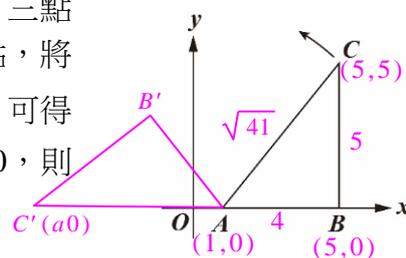
$\because P$  的  $y$  坐標比  $Q$  的  $x$  坐標少 4

$\therefore a+2=b-4 \Rightarrow a-b=-6$

$\Rightarrow \overline{PQ} = \sqrt{(a-b)^2 + (a+2-b+1)^2} = \sqrt{(a-b)^2 + (a-b+3)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (-3)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

故選(A)

(A) 29. 右圖的坐標平面上有一個  $\triangle ABC$ ，其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點的坐標分別為  $(1,0)$ 、 $(5,0)$ 、 $(5,5)$ 。若固定  $A$  點，將  $\triangle ABC$  依逆時針方向旋轉，使得  $\overline{AC}$  落在  $x$  軸上，可得一新  $\triangle AB'C'$ ，其中  $C'$  點的坐標為  $(a,0)$ ，且  $a < 0$ ，則  $a$  值落在列哪個範圍？



- (A)  $-5.5 < a < -5$  (B)  $-6 < a < -5.5$

- (C)  $-6.5 < a < -6$  (D)  $-7 < a < -6.5$

【110 特招(基北區)】

【解析】 $\overline{OC'} = \overline{AC'} - \overline{OA} = \overline{AC} - \overline{OA} = \sqrt{41} - 1$

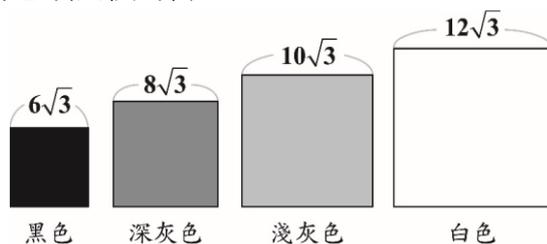
$\Rightarrow a = -(\sqrt{41} - 1)$

$\because 6^2 = 36, (6.5)^2 = 42.25 \therefore 6 < \sqrt{41} < 6.5 \Rightarrow 6-1 < \sqrt{41}-1 < 6.5-1$

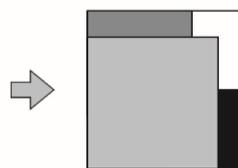
$\Rightarrow 5 < \sqrt{41}-1 < 5.5$

$\Rightarrow -5 > -(\sqrt{41}-1) > -5.5$ ，故選(A)

(C) 30. 圖(一)有四張正方形紙片，顏色有黑色、深灰色、淺灰色、白色，小明將黑色、深灰色、淺灰色的紙片重疊在白色紙片上，使白色紙片和其他紙片都有兩個邊是切齊的，如圖(二)所示。根據圖(一)中標示的正方形邊長數據，判斷圖(二)中至少有 3 張紙片重疊的區域面積為何？



圖(一)



圖(二)

- (A) 180 (B) 192 (C) 204 (D) 216

【110 特招(基北區)】

【解析】所求 = 四邊形  $ABCD$  + 四邊形  $EFGH$  - 四邊形  $MFND$

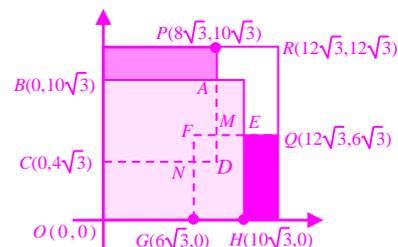
$= \overline{AB} \times \overline{BC} + \overline{GH} \times \overline{FG} - \overline{FM} \times \overline{FN}$

$= 8\sqrt{3} \times 6\sqrt{3} + 4\sqrt{3} \times 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}$

$= 144 + 72 - 12$

$= 204$

故選(C)



(A) 31. 設  $a = \sqrt[3]{9}$ 、 $b = \sqrt{3\sqrt{3}}$ 、 $c = \sqrt[5]{81}$ ，比較  $a$ 、 $b$ 、 $c$  之大小關係為何？

(A)  $a < b < c$  (B)  $c < b < a$  (C)  $b < c < a$  (D)  $a < c < b$  【臺中一中科學班模擬】

【解析】 $a^3 = 9 = 3^2$ ； $b^2 = 3\sqrt{3} \rightarrow b^4 = 3^2 \times 3 = 3^3$ ； $c^5 = 81 = 3^4$ ； $3 \times 4 \times 5 = 60$   
 $a^{60} = (3^2)^{20} = 3^{40}$ ； $b^{60} = (3^3)^{20} = 3^{60}$ ； $c^{60} = (3^4)^{15} = 3^{60} \Rightarrow a < b < c$   
 故選(A)

(D) 32. 試求出  $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{24}+\sqrt{25}}$  之值為何？

(A)  $\frac{1}{2}$  (B) 1 (C) 2 (D) 4 【彰化高中科學班模擬】

【解析】 $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{24}+\sqrt{25}}$   
 $= (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \dots + (\sqrt{25} - \sqrt{24})$   
 $= -1 + 5 = 4$   
 故選(D)

(A) 33. 設  $\sqrt{4+\sqrt{12}}$  的整數部分為  $a$ ，小數部分為  $b$ ，則  $\frac{1}{a+b} - \frac{1}{b} = ?$

(A) -1 (B) 1 (C) 0 (D) 2 【彰化高中科學班模擬】

【解析】 $\sqrt{4+\sqrt{12}} = \sqrt{4+2\sqrt{3}} = 1 + \sqrt{3} = 2 + (\sqrt{3} - 1)$   
 整數  $a = 2$ ，小數  $b = \sqrt{3} - 1$   
 $\frac{1}{a+b} - \frac{1}{b} = \frac{1}{1+\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{1-\sqrt{3}} = -1$ ，故選(A)

(C) 34. 設  $x = \sqrt{3} + 1$ ，則  $x^3 - 6x - 1 = ?$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 【彰化高中科學班模擬】

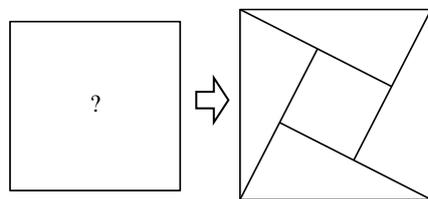
【解析】(1)  $x = \sqrt{3} + 1 \Rightarrow x - 1 = \sqrt{3}$   
 $\Rightarrow (x-1)^2 = (\sqrt{3})^2 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0$   
 (2) 令  $x^3 - 6x - 1$  除以  $x^2 - 2x - 2$

$$\begin{array}{r} 1+2 \\ 1-2-2 \overline{) 1 \ 0-6-1} \\ \underline{1-2-2} \\ 2-4-1 \\ \underline{2-4-1} \\ 3 \end{array} \Rightarrow \text{餘式}=3$$

(3) 將  $x = \sqrt{3} + 1$  代入餘式  $\Rightarrow$  所求=3，故選(C)

(B) 35. 現有四個全等直角三角形紙板，動手組合發現四個紙板可以緊密組成一個正方形，亦可組成另一個以斜邊為邊長的正方形（如附圖），但此時中間會出現正方形的空白區域且該區域面積為 6 平方公分，求一個直角三角形紙板面積為多少平方公分？

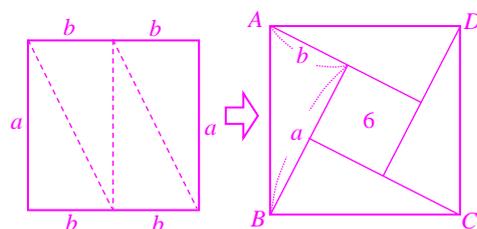
(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 10



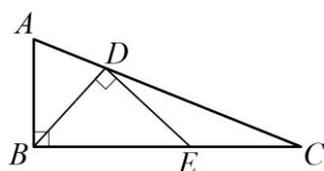
【111 特招(嘉義區)】

【解析】設三角形紙板兩股長為  $a$ 、 $b$ ，且  $a = 2b \Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{a^2 + b^2}$

正方形  $ABCD$  面積  $= (\sqrt{a^2 + b^2})^2 = a \times b \times \frac{1}{2} \times 4 + 6$   
 $\Rightarrow a^2 + b^2 = 2ab + 6 \Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab = 6 \Rightarrow (a-b)^2 = 6$   
 $\Rightarrow a-b = \pm\sqrt{6}$  ( $\because a > b, a-b > 0 \therefore$  負不合)  
 $\Rightarrow 2b-b = \sqrt{6} \Rightarrow b = \sqrt{6}, a = 2\sqrt{6}$   
 一個直角三角形紙板面積  $= \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times \sqrt{6} = 6$   
 故選(B)



- (B) 36. 如附圖， $\triangle ABC$  中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $D$ 、 $E$  兩點分別在  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$  上，且  $\overline{BD} \perp \overline{DE}$ 。若  $\overline{AB} = \overline{BD} = 20$ ， $\overline{BC} = 50$ ，則  $\overline{DE}$  的長度為何？



- (A) 20 (B) 21 (C) 24 (D) 25 【111 特招(基北區)】

【解析】 $\because \overline{AB} = \overline{BD} \therefore \angle 2 = \angle A$

$\because \angle ABC = \angle BDE = 90^\circ \therefore \angle C + \angle A = \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$

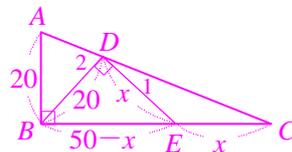
$\Rightarrow \angle C = \angle 1 \Rightarrow \overline{DE} = \overline{CE}$

設  $\overline{DE} = \overline{CE} = x$ ， $\overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} = 50 - x$

$\triangle BDE$  中， $\overline{BE}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{DE}^2$

$\Rightarrow (50 - x)^2 = 20^2 + x^2$ ， $2500 - 100x + x^2 = 400 + x^2$ ， $100x = 2100$ ， $x = 21$

$\therefore \overline{DE} = 21$



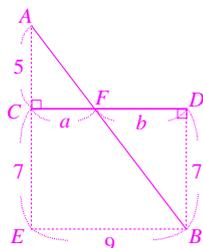
### 非選擇題

1. 將一長為 9 公分的線段分為兩段，長度分別為  $a$  公分、 $b$  公分，試求

$\sqrt{a^2+25} + \sqrt{b^2+49}$  的最小值為何？

【解析】 $\overline{AF} + \overline{BF} = \sqrt{a^2+25} + \sqrt{b^2+49}$   
 $= \overline{AB}$   
 $= \sqrt{9^2+12^2}$   
 $= 15$  (公分)

答：15 公分



【建國中學科學班模擬】

2. 已知  $x$ 、 $y$  均為正整數，且  $x > y$ ，則滿足  $\sqrt{320} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$  的數對  $(x, y)$  共有幾組？

【解析】 $\sqrt{320} = 8\sqrt{5} = 7\sqrt{5} + \sqrt{5} = \sqrt{245} + \sqrt{5}$   
 $= 6\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = \sqrt{180} + \sqrt{20}$   
 $= 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = \sqrt{125} + \sqrt{45}$

$(x, y) = (245, 5) = (180, 20) = (125, 45)$  三組

【建國中學科學班模擬】

3. 若  $b < a < 0$ ， $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = 3$ ，則  $(\frac{a+b}{a-b})^3 = -5\sqrt{5}$ 。

【武陵高中科學班模擬】

【解析】 $\frac{b^2+a^2}{ab} = 3$

$(a+b)^2 - 2ab = 3ab \quad (a+b)^2 = 5ab$

$(a+b)^2 = 5ab \quad (a-b)^2 + 4ab = 5ab$

$a+b = \pm\sqrt{5ab}$  (取負)  $(a-b)^2 = ab$

$a+b = -\sqrt{5ab} \quad a-b = \pm\sqrt{ab}$  (取正)

$a-b = \sqrt{ab}$ ， $(\frac{a+b}{a-b})^3 = (\frac{-\sqrt{5ab}}{\sqrt{ab}})^3 = -5\sqrt{5}$

4. 設  $n$  為正整數，滿足  $\frac{2}{n+1} < \sqrt{2025} - \sqrt{2023} < \frac{2}{n}$  的  $n$  值為 99。【嘉義高中科學班模擬】

【解析】 $\frac{2}{n+1} < \sqrt{2025} - \sqrt{2023} < \frac{2}{n} \Rightarrow \frac{n+1}{2} > \frac{1}{\sqrt{2025}-\sqrt{2023}} > \frac{n}{2} \Rightarrow \frac{n+1}{2} > \frac{\sqrt{2025}+\sqrt{2023}}{2} > \frac{n}{2}$   
 $\Rightarrow n+1 > 45+44 \dots > n$ ，故  $n=99$

5. 小鎮 A 南方 10 里處有一東西向高速公路 L，在其東偏南 10 公里處有另一小鎮 B，距 L 離 2 公里，今 A、B 兩鎮集資要在 L 上蓋一交流道 C 與筆直的兩聯絡道路  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ ，在所花費的資金最少下（假設蓋同一物件需的原料費用相同）， $\overline{AC} + \overline{BC} = \underline{6\sqrt{5}}$  公里。

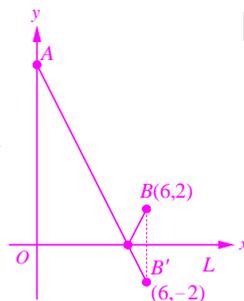
【嘉義高中科學班模擬】

【解析】如圖所示，

$$A(0, 10)、B(6, 2)$$

過 B 對 x 軸作對稱點  $B'(6, -2)$

$$\text{則 } \overline{AB'} = \overline{AC} + \overline{BC} = \sqrt{(0-6)^2 + [10-(-2)]^2} = 6\sqrt{5}$$



6. 解方程式  $\sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+5-4\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+10-6\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+17-8\sqrt{x+1}} = 5$ 。

【高雄中學科學班模擬】

【解析】令  $t = \sqrt{x+1} \geq 0$ ，則  $t^2 = x+1$

$$\text{原方程式} \Rightarrow \sqrt{t^2-2t+1} + \sqrt{t^2-4t+4} + \sqrt{t^2-6t+9} + \sqrt{t^2-8t+16} = 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{(t-1)^2} + \sqrt{(t-2)^2} + \sqrt{(t-3)^2} + \sqrt{(t-4)^2} = 5$$

$$\Rightarrow |t-1| + |t-2| + |t-3| + |t-4| = 5$$

$$\therefore t = 3.5 \text{ 或 } 1.5, x = 3.5^2 - 1 \text{ 或 } 1.5^2 - 1, x = 11.25 \text{ 或 } 1.25$$

### 補充題

(舊課網內容，新網已調整至高中或刪除)

1. 老師分配「 $\sqrt{2}$ 、0、 $\sqrt{8}$ 、 $\sqrt{9}$ 」四個不同的數分別給四個同學，由同學敘述自己分配到的數，且同學間知道彼此的數字。

甲同學：我的數是無理數。

乙同學：我的數跟甲同學的數相乘會變成有理數。

丙同學：我的數跟甲同學的數相乘會變成無理數。

丁同學：我的數跟甲同學的數相加會比乙同學的數大。

已知四位同學敘述皆正確，試回答以下問題：

(C) (1) 丙同學的數為 (A)  $\sqrt{2}$  (B) 0 (C)  $\sqrt{9}$  (D) 無法確定

(D) (2) 丁同學的數為 (A)  $\sqrt{2}$  (B) 0 (C)  $\sqrt{9}$  (D) 無法確定

【解析】 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{8}$  為無理數，甲是無理數  $\Rightarrow$  甲 =  $\sqrt{2}$  或  $\sqrt{8}$

【111 特招(嘉義區)】

(I) 若甲 =  $\sqrt{2}$

$\sqrt{2} \times 0 = 0$  為有理數， $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$  為有理數， $\sqrt{2} \times \sqrt{9} = 3\sqrt{2}$  為無理數

$\therefore$  乙 = 0 或  $\sqrt{8}$ 、丙 =  $\sqrt{9}$

① 甲 =  $\sqrt{2}$ ，乙 = 0，丙 =  $\sqrt{9} \Rightarrow$  丁 =  $\sqrt{8}$

甲 + 丁 =  $\sqrt{2} + \sqrt{8} > 0 \Rightarrow$  甲 + 丁 > 乙 (合)

② 甲 =  $\sqrt{2}$ ，乙 =  $\sqrt{8}$ ，丙 =  $\sqrt{9} \Rightarrow$  丁 = 0

甲 + 丁 =  $\sqrt{2} + 0 = \sqrt{2} < \sqrt{8} \Rightarrow$  甲 + 丁 < 乙 (不合)

(II) 若甲 =  $\sqrt{8}$

$\sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{16} = 4$  為有理數， $\sqrt{8} \times 0 = 0$  為有理數， $\sqrt{8} \times \sqrt{9} = 3\sqrt{8}$  為無理數

$\therefore$  乙 =  $\sqrt{2}$  或 0，丙 =  $\sqrt{9}$

③ 甲 =  $\sqrt{8}$ ，乙 =  $\sqrt{2}$ ，丙 =  $\sqrt{9} \Rightarrow$  丁 = 0

甲 + 丁 =  $\sqrt{8} + 0 = \sqrt{8} > \sqrt{2} \Rightarrow$  甲 + 丁 > 乙 (合)

④ 甲 =  $\sqrt{8}$ ，乙 = 0，丙 =  $\sqrt{9} \Rightarrow$  丁 =  $\sqrt{2}$

甲 + 丁 =  $\sqrt{8} + \sqrt{2} > 0 \Rightarrow$  甲 + 丁 > 乙 (合)

$\therefore$  (甲, 乙, 丙, 丁) = ( $\sqrt{2}$ , 0,  $\sqrt{9}$ ,  $\sqrt{8}$ ) 或 ( $\sqrt{8}$ ,  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{9}$ , 0) 或 ( $\sqrt{8}$ , 0,  $\sqrt{9}$ ,  $\sqrt{2}$ )

$\Rightarrow$  丙 =  $\sqrt{9}$ ，丁 = 0 或  $\sqrt{2}$  或  $\sqrt{8}$

## 選擇題

(C) 1. 若  $x^2-4x+3$  與  $x^2+2x-3$  的公因式為  $x-c$ ，則  $c$  之值為何？

- (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3

【103 特招】

【解析】 $x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$   
 $x^2+2x-3=(x-1)(x+3)$   
 $\therefore$  公因式為  $(x-1)$   $\therefore c=1$   
 故選(C)

(B) 2. 下列何者為多項式  $[(5x^2-3x-8)-2(x^2-4x+2)]^2$  的因式？

- (A)  $x+1$  (B)  $x+3$  (C)  $3x+1$  (D)  $3x+2$

【106 特招(桃連區)】

【解析】 $[(5x^2-3x-8)-2(x^2-4x+2)]^2 = [5x^2-3x-8-2x^2+8x-4]^2$   
 $= [3x^2+5x-12]^2 = [(3x-4)(x+3)]^2$

故選(B)

(A) 3. 用六個邊長為 4 的正方形，七個長為 4 寬為 1 的矩形，與兩個邊長為 1 的正方形，可以拼成下列哪一種矩形？

- (A) 長為 14 寬為 9 的矩形  
 (B) 長為 18 寬為 7 的矩形  
 (C) 長為 21 寬為 6 的矩形  
 (D) 長為 42 寬為 3 的矩形

【107 特招(臺南區)】

【解析】令  $a=4, b=1$   
 $6a^2+7ab+2b^2$   
 $= (2a+b)(3a+2b)$   
 $= 9 \times 14$   
 故選(A)

## 非選擇題

1. 計算  $\frac{(10^4+64)(18^4+64)(26^4+64)(34^4+64)(42^4+64)}{(6^4+64)(14^4+64)(22^4+64)(30^4+64)(38^4+64)}$  之值。 【臺中一中科學班模擬】

【解析】 $x^4+64=x^4+16x^2+64-16x^2$   
 $= (x^2+8)^2 - (4x)^2 = (x^2+4x+8)(x^2-4x+8)$   
 $= [x(x+4)+8][x(x-4)+8]$   
 原式  $= \left(\frac{10 \cdot 14+8}{6 \cdot 10+8} \cdot \frac{10 \cdot 6+8}{6 \cdot 2+8}\right) \cdot \left(\frac{18 \cdot 22+8}{14 \cdot 18+8} \cdot \frac{18 \cdot 14+8}{14 \cdot 10+8}\right) \cdot \left(\frac{26 \cdot 30+8}{22 \cdot 26+8} \cdot \frac{26 \cdot 22+8}{22 \cdot 18+8}\right)$   
 $\cdot \left(\frac{34 \cdot 38+8}{30 \cdot 34+8} \cdot \frac{34 \cdot 30+8}{30 \cdot 26+8}\right) \cdot \left(\frac{42 \cdot 46+8}{38 \cdot 42+8} \cdot \frac{42 \cdot 38+8}{38 \cdot 34+8}\right)$   
 $= \frac{10 \cdot 14+8}{6 \cdot 2+8} \cdot \frac{18 \cdot 22+8}{14 \cdot 10+8} \cdot \frac{26 \cdot 30+8}{22 \cdot 18+8} \cdot \frac{34 \cdot 38+8}{30 \cdot 26+8} \cdot \frac{42 \cdot 46+8}{38 \cdot 34+8}$   
 $= 97$

## 選擇題

- ( B ) 1. 若一元二次方程式  $4x^2+12x-1147=0$  的兩根為  $a$ 、 $b$ ，且  $a>b$ ， $3a+b$  之值為何？  
 (A) 22 (B) 28 (C) 34 (D) 40 【103 特招】

【解析】 $4x^2+12x-1147=0$ ， $4x^2+12x+9=1147+9$

$$(2x+3)^2=1156, 2x+3=\pm 34, x=\frac{-37}{2} \text{ 或 } \frac{31}{2} \therefore \begin{cases} a=\frac{31}{2} \\ b=-\frac{37}{2} \end{cases} \Rightarrow 3a+b=\frac{93-37}{2}=28, \text{ 故選(B)}$$

- ( B ) 2. 方程式  $3x^2-ax+8=0$  無實數解，而方程式  $2x^2+5x+a=0$  有兩相異實數解。滿足上述條件的整數  $a$  總共有幾個？  
 (A) 19 個 (B) 13 個 (C) 10 個 (D) 6 個 【104 特招(臺南區)】

【解析】無實數解  $\Rightarrow$  判別式小於 0

兩相異實數解  $\Rightarrow$  判別式大於 0

$$(-a)^2-4\times 3\times 8<0 \Rightarrow -\sqrt{96}<a<\sqrt{96} \dots\dots ①$$

$$25-4\times 2\times a>0 \Rightarrow a<\frac{25}{8} \dots\dots ②$$

由①②知， $-\sqrt{96}<a<\frac{25}{8}$ ，整數  $a$  為  $-9$ 、 $-8$ 、 $\dots$ 、 $0$ 、 $1$ 、 $2$ 、 $3$ ，共 13 個

故選(B)

- ( D ) 3. 設方程式  $x^2+9x-630=0$  的兩根是  $\alpha$  與  $\beta$ ，且  $\alpha>\beta$ ，則下列哪一個選項正確？  
 (A)  $\alpha+\beta=9$  (B)  $\alpha$  是偶數 (C)  $\alpha$  是 5 的倍數 (D)  $\alpha$  是 7 的倍數

【105 特招(臺南區)】

【解析】 $x^2+9x-630=0$ ， $(x+30)(x-21)=0$ ， $x=-30$  或  $21 \Rightarrow \alpha=21$ ， $\beta=-30$

(A)  $\alpha+\beta=-9$  (B) 21 是奇數

(C) 21 不是 5 的倍數 (D) 21 是 7 的倍數

故選(D)

- ( A ) 4. 已知  $x^2+2x-3=0$ ，則  $x^3+3x^2-x+2016$  之值為何？

(A) 2019 (B) 2016 (C) 2013 (D) 2010

【105 特招(桃連區)】

【解析】 $x^2+2x-3=0$ ， $(x+3)(x-1)=0$ ， $x=-3$  或 1

當  $x=-3$  時， $x^3+3x^2-x+2016=-27+27+3+2016=2019$

當  $x=1$  時， $x^3+3x^2-x+2016=1+3-1+2016=2019$

故選(A)

- ( A ) 5. 已知  $a$ 、 $b$  相異，且  $a^2-2a-5=0$ ， $b^2-2b-5=0$ ，則  $a+b$  之值為何？

(A) 2 (B) 0 (C) -2 (D) -5

【105 特招(桃連區)】

【解析】由題可知  $a$ 、 $b$  分別為  $x^2-2x-5=0$  的兩根

$$\Rightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{24}}{2}=1\pm\sqrt{6} \Rightarrow a+b=(1+\sqrt{6})+(1-\sqrt{6})=2, \text{ 故選(A)}$$

- ( B ) 6. 廚藝大賽的參賽者須在規定時間內，將一道料理分到小盤子中，並給每位評審一盤試吃評分。若廚藝大賽的參賽者人數是評審人數的 3 倍少 6 人，且所有評審總共試吃了 144 個小盤子，則參賽者與評審人數相差多少人？

(A) 6 (B) 10 (C) 18 (D) 22

【105 特招(桃連區)、(基北區)】

【解析】設評審有  $x$  人，參賽者有  $3x-6$  人

$$\frac{144}{x}=3x-6, 3x^2-6x-144=0, x^2-2x-48=0, (x-8)(x+6)=0, x=8 \text{ 或 } -6 \text{ (不合)}$$

$\Rightarrow$  評審有 8 人，參賽者有 18 人  $\Rightarrow 18-8=10$ ，故選(B)

(D) 7. 已知  $a > 0$ 、 $b > 0$  且  $a^2 - 3ab - 28b^2 = 0$ ，則  $\frac{a-b}{a+b}$  之值為何？

- (A)  $\frac{1}{3}$     (B)  $\frac{1}{2}$     (C)  $\frac{3}{5}$     (D)  $\frac{3}{4}$

【106 特招(臺南區)】

【解析】 $a^2 - 3ab - 28b^2 = 0$ ， $(a+4b)(a-7b) = 0$   
 $\Rightarrow a = -4b$  或  $7b$ ，又  $a > 0$ ， $b > 0$   
 $\therefore a = -4b$  不合  
 $\Rightarrow a = 7b$ ，則  $\frac{7b-b}{7b+b} = \frac{6b}{8b} = \frac{3}{4}$   
 $\therefore$  故選(D)

(D) 8. 若  $x$  的一元二次方程式  $(x+3)^2 = 25 - 4a$  的二根相同，則  $a$  之值為何？

- (A)  $-\frac{25}{4}$     (B) 0    (C)  $\frac{5}{2}$     (D)  $\frac{25}{4}$

【106 特招(桃連區)】

【解析】 $\because$  2 根相同  $\therefore 25 - 4a = 0$ ， $a = \frac{25}{4}$   
 故選(D)

(A) 9. 已知一元二次方程式  $x^2 - kx + 2915 = 0$  的兩根皆為二位的正整數，則正整數  $k$  之值為何？

- (A) 108    (B) 110    (C) 112    (D) 114

【107 特招(臺南區)】

【解析】 $2915 = 5 \times 11 \times 53$   
 $x^2 - kx + 2915 = (x-53)(x-55)$   
 $\therefore k = 108$   
 故選(A)

(A) 10. 若  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三數滿足方程式

$$a(x-7)(x-10)(x-3) - b(x-7)(x-5)(x+2) + c(x-10)(x-5)(x-2) = x(x-1)(x-2)$$

- (A) -19    (B) -5    (C) 5    (D) 19

【107 特招(桃連區)】

【解析】 $x=7$  代入  $c \times (-3) \times 2 \times 5 = 7 \times 6 \times 5$ ， $c = -7$   
 $x=5$  代入  $a \times (-2) \times (-5) \times 2 = 5 \times 4 \times 3$ ， $a = 3$   
 $x=10$  代入  $(-b) \times 3 \times 5 \times 12 = 10 \times 9 \times 8$ ， $b = -4$   
 $ab + c = -19$   
 故選(A)

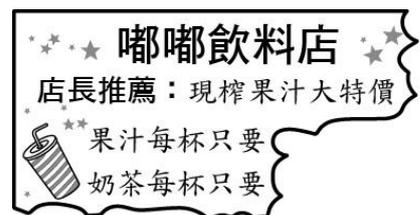
(A) 11. 右圖為啍啍飲料店的傳單，其中部分被撕毀。

小靜在此店以 500 元買了果汁數杯後，找回 10 元，  
 小軒在此店以 500 元買奶茶數杯後，找回 20 元。  
 若一杯果汁比一杯奶茶貴 5 元，且小靜比小軒少買  
 2 杯，則購買 3 杯果汁與 5 杯奶茶共需花多少元？

- (A) 255    (B) 265    (C) 335    (D) 367

【107 特招(臺北區)】

【解析】設奶茶一杯  $x$  元，果汁一杯  $(x+5)$  元  
 $\frac{490}{x+5} - \frac{480}{x} = -2$ ， $245x - 240(x+5) = -x(x+5)$   
 $x^2 + 10x - 1200 = 0$ ， $(x-30)(x+40) = 0$ ， $x = 30$ ，  
 $3 \times 35 + 5 \times 30 = 255$   
 故選(A)



(C) 12. 若有兩正整數  $a$ 、 $b$  滿足  $a^2 + a - 12 = b$ ，且  $b < 70$ ，則數對  $(a, b)$  共有多少組？

- (A) 3    (B) 4    (C) 5    (D) 6

【108 特招(臺南區)】

【解析】 $(a+4)(a-3) = b$ ， $a$ 、 $b$  為正整數  $\Rightarrow a > 3$ ，

$a$	4	5	6	7	8
$b$	8	18	30	44	60

共 5 組，故選(C)。

( B )13. 已知  $2019=3 \times 673$ ，若一元二次方程式  $x^2 - 670x - 2019 = 0$  的兩根為  $a$ 、 $b$ ，且  $a > b$ ，則  $b$  之值為何？

- (A)  $-673$     (B)  $-3$     (C)  $3$     (D)  $673$

【108 特招(桃連區)】

【解析】 $x^2 - 670x - 2019 = 0$ ，

$$\begin{array}{r} x \quad +3 \\ \times \quad -673 \\ \hline (x+3)(x-673)=0, \\ x=-3 \text{ 或 } 673, b=-3. \end{array}$$

( D )14. 已知  $a$ 、 $b$  為  $x^2 - 4x - 5 = 0$  之相異兩根，則  $a^2 + b^2$  之值為下列何者？

- (A)  $6$     (B)  $10$     (C)  $16$     (D)  $26$

【109 特招(桃連區)】

【解析】 $x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+1) = 0$

$$\Rightarrow x=5 \text{ 或 } -1$$

$$a^2 + b^2 = 5^2 + (-1)^2 = 26$$

( A )15. 下列方程式何者無解？

- (A)  $3x^2 - 2x + 1 = 0$     (B)  $x^2 + x - 1 = 0$     (C)  $x^2 - 7 = 0$     (D)  $x^2 - 2x + 1 = 0$

【解析】方程式無解  $\Rightarrow$  判別式  $< 0$

【特招(桃連區)模擬】

$$(A) b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 3 \times 1 = -8 < 0$$

$$(B) b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 5 > 0$$

$$(C) b^2 - 4ac = 0^2 - 4 \times 1 \times (-7) = 28 > 0$$

$$(D) b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$$

故選(A)。

( D )16. 已知一元二次方程式  $x^2 + x - 5 = 0$  有兩相異解  $a$ 、 $b$ ，若  $a < b$ ，則  $b - a = ?$

- (A)  $1$     (B)  $\sqrt{5}$     (C)  $2\sqrt{5}$     (D)  $\sqrt{21}$

【特招(桃連區)模擬】

【解析】利用公式解  $x^2 + x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2} \Rightarrow x = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}$

$$\because a < b \Rightarrow a = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2}, b = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \Rightarrow b - a = \sqrt{21}, \text{ 故選(D)}$$

( B )17. 設  $\alpha$ 、 $\beta$  為  $x^2 - 4x + 2 = 0$  的兩根，則  $\alpha^2 + \beta^2$  之值為何？

- (A)  $10$     (B)  $12$     (C)  $14$     (D)  $16$

【特招(桃連區)模擬】

【解析】已知  $x^2 - 4x + 2 = 0$  的兩根為  $\alpha$ 、 $\beta$

由根與係數關係得知  $\alpha + \beta = 4$ 、 $\alpha\beta = 2$

$$\text{則 } \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 4^2 - 2 \times 2 = 12$$

故選(B)

( D )18. 設「 $\cdot$ 」表示四則運算中的乘號，若  $2^{2x+1} + 2^{3x} = 5 \cdot 2^{x+4}$ ，試求  $x = ?$

- (A)  $0$     (B)  $1$     (C)  $2$     (D)  $3$

【特招(桃連區)模擬】

【解析】 $2^{2x+1} + 2^{3x} = 5 \cdot 2^{x+4}$

$$2^{2x} \cdot 2^1 + 2^{3x} = 5 \cdot 2^x \cdot 2^4$$

$$(2^x)^2 \cdot 2^1 + (2^x)^3 = 5 \cdot 2^x \cdot 2^4$$

$$2A^2 + A^3 = 80A \Rightarrow A^3 + 2A^2 - 80A = 0$$

$$A(A^2 + 2A - 80) = 0 \Rightarrow A(A-8)(A+10) = 0$$

$$A = 0, 8, -10$$

$$A = 2^x \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 0 \text{ (不合)} \\ 2^x = 8 & \Rightarrow x = 3, \text{ 故選(D)} \\ 2^x = -10 \text{ (負不合)} \end{cases}$$

(D) 19. 哪一個正數  $x$  滿足  $(4\sqrt{x})^{16} = (16x)^6$  ?

- (A)  $\frac{1}{2}$     (B)  $\frac{1}{4}$     (C)  $\frac{1}{8}$     (D)  $\frac{1}{16}$

【111 特招(嘉義區)】

【解析】  $(4\sqrt{x})^{16} = (16x)^6$

$$\Rightarrow 4^{16}(\sqrt{x})^{16} = 16^6 x^6 \Rightarrow 4^{16}[(\sqrt{x})^2]^8 = (4^2)^6 x^6 \Rightarrow 4^{16} x^8 = 4^{12} x^6 \Rightarrow 4^4 x^8 = x^6$$

$$\because x > 0 \quad \therefore 4^4 x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4^4} = \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \left[\left(\frac{1}{4}\right)^2\right]^2 = \left(\frac{1}{16}\right)^2$$

$$\therefore x = \frac{1}{16} \Rightarrow x = \frac{1}{16}, \text{ 故選(D)}$$

### 非選擇題

1. 若方程式  $13x^2 - ax + b = 0$  有相等的兩解，其中  $a, b$  為  $1 \sim 2017$  的相異整數，則滿足上述條件的所有  $a$  值中， $a$  的最大值為 312。

【106 特招(基北區)】

【解析】  $\because$  方程式有相等的兩解  $\therefore (-a)^2 - 4 \times 13 \times b = 0$

$$\Rightarrow a^2 = 4 \times 13 \times b = 2^2 \times 13 \times b$$

$\therefore a, b$  為  $1 \sim 2017$  的相異整數

$\therefore b$  的最大值為  $13 \times 12^2$

$$\Rightarrow a \text{ 的最大值為 } 2 \times 13 \times 12 = 312$$

2. 若函數  $f(x)$  滿足  $f(x+1) + f(x) = 2x^2 - 4x - 22$ ，且  $f(x+1) - f(x) = 2x - 2$ ，則  $f(x) = 0$  的所有根之總和為 3。

【107 特招(基北區)】

【解析】  $f(x+1) + f(x) = 2x^2 - 4x - 22$

$$-) f(x+1) - f(x) = 2x - 2$$

$$\hline 2f(x) = 2x^2 - 6x - 20$$

$$f(x) = x^2 - 3x - 10$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0, (x+2)(x-5) = 0, x = -2, 5$$

$$\therefore -2 + 5 = 3$$

3.  $k$  為正整數，若有 482 個整數介於  $(-2k)$  與  $k^2$  之間，不含  $(-2k)$  與  $k^2$ ，則  $k$  之值為 21。

【107 特招(基北區)】

【解析】  $k^2 - (-2k) = 482 + 1, k^2 + 2k = 483$

$$(k+1)^2 = 484, k+1 = \pm 22, k = 21, -23 \text{ (負不合)}$$

4. 若  $x$  為  $5x^2 - 15x - 8 = 0$  的根，若  $(x+1)(x+2)(x-4)(x-5) = \frac{q}{p}$ ，其中  $P, Q$  為互質的整數，則  $p+q = ?$

【武陵高中科學班模擬】

【解析】  $5x^2 - 15x = 8$

$$x^2 - 3x = \frac{8}{5}$$

$$(x+1)(x+2)(x-4)(x-5) = (x^2 - 3x - 4)(x^2 - 3x - 10) = \left(\frac{8}{5} - 4\right)\left(\frac{8}{5} - 10\right) = -\frac{12}{5} \times \left(-\frac{42}{5}\right) = \frac{504}{25}$$

$$p+q = 504 + 25 = 529$$

5. 試解下列分式方程式之根  $\frac{6x+8}{2x+3} + \frac{8x-19}{2x-5} = \frac{6x-7}{3x-2} + \frac{15x-22}{3x-5}$ 。 【武陵高中科學班模擬】

【解析】  $\frac{3(2x+3)-1}{2x+3} + \frac{4(2x-1)+1}{2x-5} = \frac{2(3x-2)-3}{3x-2} + \frac{5(3x-5)+3}{3x-5}$   
 $3 + \frac{-1}{2x+3} + 4 + \frac{1}{2x-5} = 2 + \frac{-3}{3x-2} + 5 + \frac{3}{3x-5}$  ,  $\frac{-2x+1+2x+3}{(2x+3)(2x-5)} = \frac{-9x+15+9x-6}{(3x-2)(3x-5)}$   
 $4(9x^2-21x+10) = 9(4x^2-4x-15)$  ,  $36x^2-84x+40 = 36x^2-36x-135$   
 $-48x = -175$  ,  $x = \frac{175}{48}$

6. 甲、乙兩人同時從圓形跑道上出發，沿順時針方向跑步，甲的速度比乙快，過一段時間甲第一次從背後追上乙，這時甲立即轉身，以原來的速度沿逆時針方向跑去，當兩人再次相遇時，乙恰好跑了四圈，求甲的速度是乙的幾倍？【彰化高中科學班模擬試】

【解析】設甲的速度為  $x$ ，乙的速度為  $y$ ，  
 第一次相遇的時間為  $t_1$ ，第二次相遇的時間為  $t_2$ ，圓形跑道長為  $s$ 。

依題意可列式為  $\begin{cases} xt_1 - yt_1 = s \cdots \cdots (1) \\ xt_2 + yt_2 = s \cdots \cdots (2) \\ y(t_1 + t_2) = 4s \cdots \cdots (3) \end{cases}$

由(1)得  $t_1 = \frac{s}{x-y} \cdots \cdots (4)$

由(2)得  $t_2 = \frac{s}{x+y} \cdots \cdots (5)$

將(4)、(5)代入(3)得  $y(\frac{s}{x-y} + \frac{s}{x+y}) = 4s \Rightarrow \frac{2xy}{(x-y)(x+y)} = 4 \Rightarrow 2x^2 - xy - 2y^2 = 0$

$\Rightarrow 2(\frac{x}{y})^2 - (\frac{x}{y}) - 2 = 0$  ,  $\frac{x}{y} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$  (負不合)，故甲的速度為乙的  $\frac{1 + \sqrt{17}}{4}$  倍。

7. 若  $x$  的一元二次方程式  $(k^2 - 4k + 4)x^2 + (k^2 - 5k + 6)x + (k^2 - 2k - 3) = 0$  有相同兩解，則  $k$  之值為何？ 【高雄中學科學班模擬】

【解析】 $\because$  方程式為二次  $\therefore k^2 - 4k + 4 \neq 0 \Rightarrow (k-2)^2 \neq 0 \Rightarrow k \neq 2$   
 又方程式有相同兩解  
 $\therefore$  判別式  $(k^2 - 5k + 6)^2 - 4(k^2 - 4k + 4)(k^2 - 2k - 3) = 0$   
 $[(k-2)(k-3)]^2 - 4(k-2)^2(k-3)(k+1) = 0$   
 $(k-2)^2(k-3)[(k-3) - 4(k+1)] = 0$   
 $(k-2)^2(k-3)(-3k-7) = 0$   
 $\therefore k = 2$  (不合) 或  $3$  或  $-\frac{7}{3}$

8. 如圖， $\triangle ABC$  為  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  的三角形， $\triangle ABD$  為  $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$  的三角形，若  $E$  為  $\overline{BC}$  中點，過  $E$  作  $\overline{EF} \perp \overline{AD}$  於  $F$  點， $\overline{AC} = 6\sqrt{2}$  公分，則  $\overline{EF}$  的長為  $6 + 3\sqrt{3}$  公分。 【特招(基北區)模擬】

【解析】延長  $\overline{DA}$ ，過  $C$  作  $\overline{CP} \perp \overline{DP}$ ，

$\overline{AC} : \overline{PC} = 1 : \sqrt{2}$

$6\sqrt{2} : \overline{PC} = 1 : \sqrt{2}$  ,  $\overline{PC} = 12$

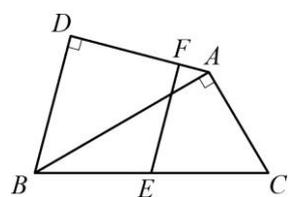
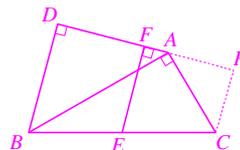
$\overline{AC} : \overline{AB} = 1 : \sqrt{3}$

$6\sqrt{2} : \overline{AB} = 1 : \sqrt{3}$  ,  $\overline{AB} = 6\sqrt{6}$

$\overline{DB} : \overline{AB} = 1 : \sqrt{2}$

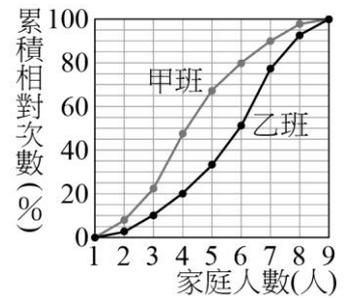
$\overline{DB} : 6\sqrt{6} = 1 : \sqrt{2}$  ,  $\overline{DB} = 6\sqrt{3}$

$\overline{EF} = \frac{1}{2}(\overline{PC} + \overline{DB}) = \frac{1}{2}(12 + 6\sqrt{3}) = 6 + 3\sqrt{3}$  (公分)



選擇題

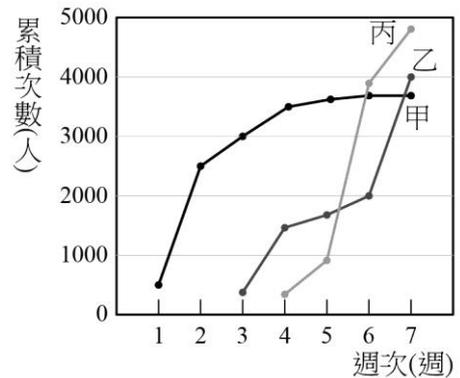
- ( C ) 1. 右圖是甲、乙兩班學生家庭人數之累積相對次數折線圖。比較兩班家庭人數的平均數與眾數，下列敘述何者正確？  
 (A) 甲班平均數大於乙班平均數，甲班眾數小於乙班眾數  
 (B) 甲班平均數大於乙班平均數，甲班眾數等於乙班眾數  
 (C) 甲班平均數小於乙班平均數，甲班眾數小於乙班眾數  
 (D) 甲班平均數小於乙班平均數，甲班眾數等於乙班眾數



【109 特招(桃連區)】

【解析】觀察累積相對次數 50% 的位置，甲班約在家庭人數 4 人，乙班約在家庭人數 6 人，表示甲班家庭人數 4 人以上約有 50%，乙班家庭人數 6 人以上約有 50%，而甲班家庭人數 6 人以上只有 20%，故判斷甲班平均小於乙班平均。觀察圖形可發現，甲班家庭人數 3~4 人這一線段為圖形中最陡的線段，表示次數最多，即眾數在此組；乙班家庭人數 6~7 人這一線段為圖形中最陡的線段，表示次數最多，即眾數在此組。故甲班眾數小於乙班眾數。

- ( A ) 2. 某個新興的傳染病在許多國家蔓延開來。其中有甲、乙、丙三個國家的國力與人口都相近，但採取的防疫態度和措施仍有不同。附圖是這三國在疫情開始的前 7 週所遭受感染的累積確診人數折線圖，試回答下列問題：  
 觀察附圖，哪一個國家最早爆發傳染，但有即時採取對策，使疫情控制住？



- (A) 甲國 (B) 乙國  
 (C) 丙國 (D) 無法判定

【110 特招(嘉義區)】

【解析】甲國在第 1 週即有人數，且累積人數從第 4 週起有趨緩，故選(A)

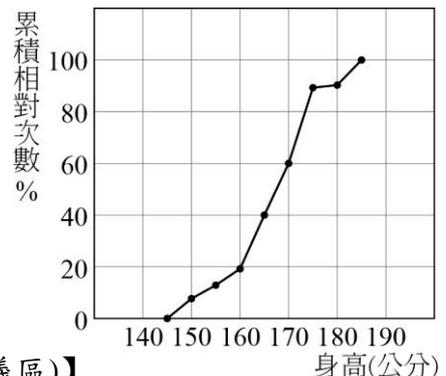
- ( C ) 3. 承上題，觀察附圖，哪一個國家初期確診人數最少，可能因此警覺性不夠，導致疫情一發不可收拾（人數突然暴增）？

- (A) 甲國 (B) 乙國 (C) 丙國 (D) 無法判定

【110 特招(嘉義區)】

【解析】丙國在第 4 週才有人數，但第 5~6 週人數暴增，故選(C)

4. 附圖為某廣告公司應徵廣告模特兒的身高累積相對次數分配折線圖，若初選的條件為身高在 165 公分至 180 公分之間，則：



- ( C ) (1) 初選合格的比例為何？  
 (A) 70% (B) 60% (C) 50% (D) 40%  
 ( D ) (2) 身高太高以致初選不合格者比例為何？  
 (A) 90% (B) 50% (C) 40% (D) 10%

【解析】(1) 初選合格比例 = 90% - 40% = 50% 【111 特招(嘉義區)】

(2) 身高太高，即身高超過 180 公分，以致初選不合格的比例 = 100% - 90% = 10%