

# 1-1

## 乘法公式

### 1. 分配律

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

#### 1類題

配合課本 P8  
隨堂練習

#### 分配律

配合課本 P8  
隨堂練習

#### 熟練

將 99 看成  $100-1$ ，利用分配律計算  $99 \times 200$ 。

**解**

$$\begin{aligned} 99 \times 200 &= (100-1) \times 200 \\ &= 100 \times 200 - 1 \times 200 \\ &= 20000 - 200 \\ &= 19800 \end{aligned}$$

將 999 看成  $1000-1$ ，利用分配律計算

$$999 \times 17。$$

**解**

$$\begin{aligned} 999 \times 17 &= (1000-1) \times 17 \\ &= 1000 \times 17 - 1 \times 17 \\ &= 17000 - 17 \\ &= 16983 \end{aligned}$$

#### 2類題

配合課本 P10  
例題 1

#### 利用分配律求值

配合課本 P10  
隨堂練習

#### 熟練

計算  $197 \times 990$  的值。

**解**

$$\begin{aligned} 197 \times 990 &= (200-3)(1000-10) \\ &= 200000 - 2000 - 3000 + 30 \\ &= 195030 \end{aligned}$$

分別利用方法一與方法二計算  $299 \times 48$ 。

**方法一**

$$\begin{aligned} 299 \times 48 &= (\underline{300} - 1)(\underline{50} - 2) \\ &= 300 \times \underline{50} - \underline{300} \times 2 - 1 \times \underline{50} + 2 \\ &= \underline{14352} \end{aligned}$$

**方法二**

$$\begin{aligned} 299 \times 48 &= (\underline{300} - 1) \times 48 \\ &= \underline{300} \times 48 - 1 \times 48 \\ &= \underline{14352} \end{aligned}$$

## 2. 和的平方公式

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

### 1 類題

配合課本 P12  
例題 2

利用和的平方公式求值

配合課本 P12  
隨堂練習

熟練

利用和的平方公式，計算  $201^2$  的值。

**解**

$$\begin{aligned}201^2 &= (200+1)^2 \\ &= 200^2 + 2 \times 200 \times 1 + 1^2 \\ &= 40000 + 400 + 1 \\ &= 40401\end{aligned}$$

利用和的平方公式，完成下列各式：

**解**

$$\begin{aligned}(1) (100.2)^2 &= (100 + \underline{0.2})^2 \\ &= 100^2 + 2 \times 100 \times \underline{0.2} + (\underline{0.2})^2 \\ &= 10000 + \underline{40} + \underline{0.04} \\ &= \underline{10040.04}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) 191^2 + 2 \times 191 \times 9 + 9^2 &= (\underline{191} + 9)^2 \\ &= (\underline{200})^2 \\ &= \underline{40000}\end{aligned}$$

## 3. 差的平方公式

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

### 1 類題

配合課本 P14  
例題 3

利用差的平方公式求值

配合課本 P14  
隨堂練習

熟練

利用差的平方公式，計算下列各式：

- (1)  $199^2$   
(2)  $(4.8)^2$

**解**

$$\begin{aligned}(1) 199^2 &= (200-1)^2 \\ &= 200^2 - 2 \times 200 \times 1 + 1^2 \\ &= 40000 - 400 + 1 \\ &= 39601 \\ (2) (4.8)^2 &= (5-0.2)^2 \\ &= 5^2 - 2 \times 5 \times 0.2 + (0.2)^2 \\ &= 25 - 2 + 0.04 \\ &= 23.04\end{aligned}$$

利用差的平方公式，完成下列各式：

**解**

$$\begin{aligned}(1) (99.9)^2 &= (\underline{100} - 0.1)^2 \\ &= 100^2 - 2 \times \underline{100} \times 0.1 + (\underline{0.1})^2 \\ &= 10000 - \underline{20} + \underline{0.01} \\ &= \underline{9980.01}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) 306^2 - 2 \times 306 \times 6 + 6^2 &= (306 - \underline{6})^2 \\ &= (\underline{300})^2 \\ &= \underline{90000}\end{aligned}$$

## 4. 平方差公式

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

### 1 類題

配合課本 P16  
例題 4

### 利用平方差公式求值

配合課本 P16  
隨堂練習

### 熟練

若甲數 =  $100 \times 100$ ，乙數 =  $97 \times 103$ ，則甲、乙兩數何者較大？

**解**

$$\text{甲數} = 100 \times 100 = 100^2$$

$$\begin{aligned}\text{乙數} &= 97 \times 103 = (100 - 3)(100 + 3) \\ &= 100^2 - 3^2\end{aligned}$$

所以甲數比較大。

計算下列各式：

$$(1) 102 \times 98$$

$$(2) 19\frac{3}{4} \times 20\frac{1}{4}$$

**解**

$$\begin{aligned}(1) 102 \times 98 &= (100 + 2)(100 - 2) \\ &= 100^2 - 2^2 \\ &= 10000 - 4 \\ &= 9996\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) 19\frac{3}{4} \times 20\frac{1}{4} &= (20 - \frac{1}{4})(20 + \frac{1}{4}) \\ &= 20^2 - (\frac{1}{4})^2 \\ &= 400 - \frac{1}{16} = 399\frac{15}{16}\end{aligned}$$

### 2 類題

配合課本 P17  
例題 5

### 平方差公式求值的應用

配合課本 P17  
隨堂練習

### 熟練

有一張邊長為 67 公分正方形紙片，若小甜在正方形紙片上剪下一個邊長為 27 公分的小正方形，則當小甜剪下小正方形後，剩餘紙片的面積為多少平方公分？

**解**

$$\begin{aligned}67^2 - 27^2 &= (67 + 27)(67 - 27) \\ &= 94 \times 40 \\ &= 3760 \text{ (平方公分)}\end{aligned}$$

歡歡要製作一個木板工藝，需要在一個邊長為 24 公分的實心正方形木板上，鋸出一個邊長為 4 公分的正方形小洞穿繩，則鋸下小正方形後，木板的剩餘面積為多少平方公分？

**解**

$$\begin{aligned}24^2 - 4^2 &= (24 + 4)(24 - 4) \\ &= 28 \times 20 \\ &= 560 \text{ (平方公分)}\end{aligned}$$

### 即時演練

計算下列各式：

$$(1) 203^2 = \underline{41209}$$

$$(2) 296^2 = \underline{87616}$$

$$(3) 77^2 - 27^2 = \underline{5200}$$

# 1-1 自我磨練

配合課本 P19~20 自我評量

1. 利用分配律，完成下列各式：

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 49\frac{1}{2} \times 30\frac{1}{5} \\
 & = \left( \underline{50} - \frac{1}{2} \right) \left( 30 + \frac{1}{5} \right) \\
 & = 1500 + \underline{10} - 15 - \frac{1}{10} \\
 & = \underline{1494\frac{9}{10}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & 99 \times 201 \\
 & = \left( \underline{100} - 1 \right) \left( \underline{200} + 1 \right) \\
 & = \underline{20000} + 100 - 200 - \underline{1} \\
 & = \underline{19899}
 \end{aligned}$$

2. 利用乘法公式，計算下列各式的值：

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 105^2 \\
 & = (100 + 5)^2 \\
 & = 100^2 + 2 \times 100 \times 5 + 5^2 \\
 & = 11025
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & (40.6)^2 \\
 & = (40 + 0.6)^2 \\
 & = 40^2 + 2 \times 40 \times 0.6 + (0.6)^2 \\
 & = 1648.36
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & 97^2 \\
 & = (100 - 3)^2 \\
 & = 100^2 - 2 \times 100 \times 3 + 3^2 \\
 & = 9409
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & \left( 39\frac{1}{2} \right)^2 \\
 & = \left( 40 - \frac{1}{2} \right)^2 \\
 & = 40^2 - 2 \times 40 \times \frac{1}{2} + \left( \frac{1}{2} \right)^2 \\
 & = 1560\frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad & 103 \times 97 \\
 & = (100 + 3)(100 - 3) \\
 & = 100^2 - 3^2 \\
 & = 10000 - 9 \\
 & = 9991
 \end{aligned}$$

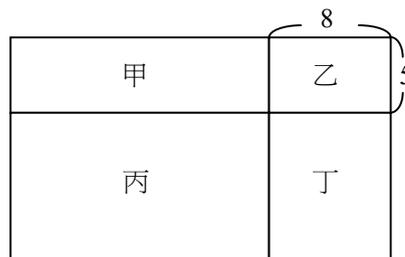
$$\begin{aligned}
 (6) \quad & 125^2 - 25^2 \\
 & = (125 + 25)(125 - 25) \\
 & = 150 \times 100 \\
 & = 15000
 \end{aligned}$$

3. 如圖，甲、乙、丙、丁四個長方形可拼成一個大長方形，且甲的面積為 85，丁的面積為 80，求大長方形的面積。

$$\text{甲的面積} = 85 = 5 \times 17$$

$$\text{丁的面積} = 80 = 8 \times 10$$

$$\text{大長方形的面積} = (8 + 17)(5 + 10) = 25 \times 15 = 375$$



## 1. 多項式

- 由數和文字符號進行乘法和加法運算所構成的式子，稱為多項式。  
(多項式中的文字符號不可在分母或絕對值符號內。)
- 以  $x$  的多項式  $6x^2 - 4x + 3$  為例， $6x^2$ 、 $-4x$ 、 $3$  都稱為這個多項式的項， $6x^2$  稱為二次項， $-4x$  稱為一次項， $3$  稱為常數項。每一項的數字部分稱為係數，例如： $-4x$  這一項中， $-4$  是  $x$  項的係數。
- 一個多項式中，係數不為 0 且次數最高的項稱為最高次項，其次數即為此多項式的次數。
- 一個多項式中，如果只有一項，稱為單項式，若單項式是常數項，稱為常數多項式。  
若常數多項式不為 0，規定它的次數為 0，稱為零次多項式。
- 將一個多項式的各項按某一文字符號的次數由低到高（由高到低）排列，這種排列方式稱為升冪排列（降冪排列）。

## 1 類題

配合課本 P22  
隨堂練習

## 多項式的項與係數

配合課本 P22  
隨堂練習

## 熟練

下列多項式各有哪些項？各項的係數為何？

- $4x - 3$
- $7x^2 + x + 8$

解

- (1) 有  $4x$ 、 $-3$  兩項，  
 $x$  項的係數為 4、常數項為  $-3$ 。
- (2) 有  $7x^2$ 、 $x$ 、 $8$  三項，  
 $x^2$  項的係數為 7、 $x$  項的係數為 1、  
常數項為 8。

下列多項式各有哪些項？各項的係數為何？

- $15y^2 - 24y$
- $-0.6x^2 + 1.8x - 4.2$

解

- (1) 有  $15y^2$ 、 $-24y$  兩項，  
 $y^2$  項的係數為 15、 $y$  項的係數為  $-24$ 。
- (2) 有  $-0.6x^2$ 、 $1.8x$ 、 $-4.2$  三項，  
 $x^2$  項的係數為  $-0.6$ 、 $x$  項的係數為 1.8、  
常數項為  $-4.2$ 。

## 2 類題

配合課本 P23  
隨堂練習

## 多項式的次數

配合課本 P23  
隨堂練習

## 熟練

下列多項式分別是  $x$  的幾次多項式？

- $x + 3$
- $2x^2 + 3x$
- $x^3 + 6x^2 - 2x + 8$

解

- 一次多項式
- 二次多項式
- 三次多項式

下列多項式分別是  $x$  的幾次多項式？

- $-2$
- $5x^4$
- $4x^2 - 8x + 5$

解

- 零次多項式
- 四次多項式
- 二次多項式

## 3類題

配合課本 P23  
隨堂練習

## 降冪與升冪排列

配合課本 P23  
隨堂練習

## 熟練

將多項式  $4x^3 + 8x - 5x^2 - 3$  依降冪與升冪分別排列。

解

降冪排列： $4x^3 - 5x^2 + 8x - 3$

升冪排列： $-3 + 8x - 5x^2 + 4x^3$

將多項式  $6 + \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x^3 - 9x$  依降冪與升冪分別排列。

解

降冪排列： $-\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{3}x^2 - 9x + 6$

升冪排列： $6 - 9x + \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x^3$

## 2. 多項式的加減法

1. 在多項式中，文字符號與次數均相同的項稱為同類項。
2. 橫式運算時若有括號，應先去括號，再合併同類項。
3. 直式運算時，先將式子依降冪或升冪排列，同類項對齊，缺項補 0，再將同類項的係數相加或相減。

## 1類題

配合課本 P25  
例題 1

## 多項式的加法

配合課本 P25  
隨堂練習

## 熟練

計算  $(4x^2 - x - 3) + (2x^2 + 8x - 7)$ 。

解

$$\begin{aligned} & (4x^2 - x - 3) + (2x^2 + 8x - 7) \\ &= 4x^2 - x - 3 + 2x^2 + 8x - 7 \\ &= (4x^2 + 2x^2) + (-x + 8x) + (-3 - 7) \\ &= 6x^2 + 7x - 10 \end{aligned}$$

計算  $(x^2 - 5x + 2) + (-3x^2 + 9x - 10)$ 。

解

$$\begin{aligned} & (x^2 - 5x + 2) + (-3x^2 + 9x - 10) \\ &= x^2 - 5x + 2 - 3x^2 + 9x - 10 \\ &= (x^2 - 3x^2) + (-5x + 9x) + (2 - 10) \\ &= -2x^2 + 4x - 8 \end{aligned}$$

## 2類題

配合課本 P26  
例題 2

## 缺項的多項式加法

配合課本 P26  
隨堂練習

## 熟練

計算  $(4x^3 - x + 3) + (8x^2 + 2x - 7)$ 。

解

$$\begin{aligned} & (4x^3 - x + 3) + (8x^2 + 2x - 7) \\ &= 4x^3 - x + 3 + 8x^2 + 2x - 7 \\ &= 4x^3 + 8x^2 + (-x + 2x) + (3 - 7) \\ &= 4x^3 + 8x^2 + x - 4 \end{aligned}$$

計算  $(6x^2 + 2x - 3) + (4 + 5x^3)$ 。

解

$$\begin{aligned} & (6x^2 + 2x - 3) + (4 + 5x^3) \\ &= 6x^2 + 2x - 3 + 4 + 5x^3 \\ &= 5x^3 + 6x^2 + 2x + (-3 + 4) \\ &= 5x^3 + 6x^2 + 2x + 1 \end{aligned}$$

## 3類題

配合課本 P27  
例題 3

## 多項式的減法

配合課本 P27  
隨堂練習

## 熟練

計算  $(-7x^2+4x-6)-(9x^2-13x-15)$ 。

解

$$\begin{aligned} & (-7x^2+4x-6)-(9x^2-13x-15) \\ &= -7x^2+4x-6-9x^2+13x+15 \\ &= (-7x^2-9x^2)+(4x+13x)+(-6+15) \\ &= -16x^2+17x+9 \end{aligned}$$

計算  $(2x^2-6x+7)-(-5x^2+8x-12)$ 。

解

$$\begin{aligned} & (2x^2-6x+7)-(-5x^2+8x-12) \\ &= 2x^2-6x+7+5x^2-8x+12 \\ &= (2x^2+5x^2)+(-6x-8x)+(7+12) \\ &= 7x^2-14x+19 \end{aligned}$$

## 4類題

配合課本 P28  
例題 4

## 缺項的多項式減法

配合課本 P28  
隨堂練習

## 熟練

計算  $(2x^3-7x^2+7)-(2x^2+3x^3-4)$ 。

解

$$\begin{aligned} & (2x^3-7x^2+7)-(2x^2+3x^3-4) \\ &= 2x^3-7x^2+7-2x^2-3x^3+4 \\ &= (2x^3-3x^3)+(-7x^2-2x^2)+(7+4) \\ &= -x^3-9x^2+11 \end{aligned}$$

計算  $(x^3+5)-(4x^2-2x^3-2)$ 。

解

$$\begin{aligned} & (x^3+5)-(4x^2-2x^3-2) \\ &= x^3+5-4x^2+2x^3+2 \\ &= (x^3+2x^3)-4x^2+(5+2) \\ &= 3x^3-4x^2+7 \end{aligned}$$

## 5類題

配合課本 P29  
例題 5

## 多項式的加減法

配合課本 P29  
隨堂練習

## 熟練

計算  $(x^2-6)+(3x^2+5x)-(5x^2-7x+2)$ 。

解

$$\begin{aligned} & (x^2-6)+(3x^2+5x)-(5x^2-7x+2) \\ &= x^2-6+3x^2+5x-5x^2+7x-2 \\ &= (x^2+3x^2-5x^2)+(5x+7x)+(-6-2) \\ &= -x^2+12x-8 \end{aligned}$$

計算  $(3x^2-5x+4)-(6x^2+7x-9)+(x^2-8)$ 。

解

$$\begin{aligned} & (3x^2-5x+4)-(6x^2+7x-9)+(x^2-8) \\ &= 3x^2-5x+4-6x^2-7x+9+x^2-8 \\ &= (3x^2-6x^2+x^2)+(-5x-7x)+(4+9-8) \\ &= -2x^2-12x+5 \end{aligned}$$

## 即時演練

計算下列各式，並將結果依降冪排列：

(1)  $(5x^3+3x+1)+(-2x^2-x-6)=\underline{5x^3-2x^2+2x-5}$ 。

(2)  $(9x^2-11x+3)+(-2x^2+x+5)=\underline{7x^2-10x+8}$ 。

(3)  $(6x^2-x+2)-(-2x^2-3x+3)=\underline{8x^2+2x-1}$ 。

(4)  $(2x^2-3)-(x^2+7x)-(-x^2-x+1)=\underline{2x^2-6x-4}$ 。

## 1-2 自我磨練

配合課本 P31~32 自我評量

1. 根據題目的多項式，填入適當的數：

多項式	多項式的次數	二次項的係數	一次項的係數	常數項
$6x+8$	一次	0	6	8
$-7x^2-6$	二次	-7	0	-6
$9x^2+\frac{8}{3}x$	二次	9	$\frac{8}{3}$	0
$-7$	零次	0	0	-7

2. 計算下列各式：

$$\begin{aligned}(1) \quad & 2x^2-3x+8+5x^2-2x+1 \\ & = (2x^2+5x^2) + (-3x-2x) + (8+1) \\ & = 7x^2-5x+9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & -y^2-7y+10+6y^2+4y-4 \\ & = (-y^2+6y^2) + (-7y+4y) + (10-4) \\ & = 5y^2-3y+6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad & (8x^2-5x-2) + (3x^2+4x-7) \\ & = 8x^2-5x-2+3x^2+4x-7 \\ & = (8x^2+3x^2) + (-5x+4x) + (-2-7) \\ & = 11x^2-x-9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad & (4x^2+6x-5) - (9x^2+9x-2) \\ & = 4x^2+6x-5-9x^2-9x+2 \\ & = (4x^2-9x^2) + (6x-9x) + (-5+2) \\ & = -5x^2-3x-3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) \quad & (3x+8) + (2x^2-3x) - (5x^2-2x+3) \\ & = 3x+8+2x^2-3x-5x^2+2x-3 \\ & = (2x^2-5x^2) + (3x-3x+2x) + (8-3) \\ & = -3x^2+2x+5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(6) \quad & (4x^2-x+6) - (5x^2+2x-1) + (7x^2-8x-9) \\ & = 4x^2-x+6-5x^2-2x+1+7x^2-8x-9 \\ & = (4x^2-5x^2+7x^2) + (-x-2x-8x) + (6+1-9) \\ & = 6x^2-11x-2\end{aligned}$$

# 1-3

## 多項式的乘除

### 1. 多項式的乘法

兩個多項式相乘的結果，是其中一個多項式的每一項，與另一個多項式的每一項乘積的和。

#### 1 類題

配合課本 P33  
例題 1

#### 單項式的乘法

配合課本 P33  
隨堂練習

#### 熟練

計算下列各式：

- (1)  $(7x)^2$
- (2)  $-2x \cdot (5x-1)$
- (3)  $x \cdot (2x-3)$

**解**

- (1)  $(7x)^2 = 7x \cdot 7x = 49x^2$
- (2)  $-2x \cdot (5x-1) = -10x^2 + 2x$
- (3)  $x \cdot (2x-3) = 2x^2 - 3x$

計算下列各式：

- (1)  $x \cdot (-4x)$
- (2)  $5x \cdot (3x - \frac{9}{4})$
- (3)  $2x \cdot (-5x + 3)$

**解**

- (1)  $x \cdot (-4x) = -4x^2$
- (2)  $5x \cdot (3x - \frac{9}{4}) = 15x^2 - \frac{45}{4}x$
- (3)  $2x \cdot (-5x + 3) = -10x^2 + 6x$

#### 2 類題

配合課本 P34  
例題 2

#### 多項式乘以多項式

配合課本 P35  
隨堂練習

#### 熟練

計算  $(2x^2 + x - 6)(x + 5)$  的結果。

**解**

$$\begin{aligned} & (2x^2 + x - 6)(x + 5) \\ &= 2x^3 + 10x^2 + x^2 + 5x - 6x - 30 \\ &= 2x^3 + 11x^2 - x - 30 \end{aligned}$$

計算  $(2x + 5)(x^2 - 3x - 2)$  的結果。

**解**

$$\begin{aligned} & (2x + 5)(x^2 - 3x - 2) \\ &= 2x^3 - 6x^2 - 4x + 5x^2 - 15x - 10 \\ &= 2x^3 - x^2 - 19x - 10 \end{aligned}$$

#### 3 類題

配合課本 P34  
例題 3

#### 缺項的多項式乘法

配合課本 P35  
隨堂練習

#### 熟練

利用直式計算  $(x^2 - 7)(3x + 5)$ 。

**解**

$$\begin{array}{r} x^2 + 0x - 7 \\ \times) \quad \quad \quad 3x + 5 \\ \hline 5x^2 + 0x - 35 \\ 3x^3 + 0x^2 - 21x \\ \hline 3x^3 + 5x^2 - 21x - 35 \end{array}$$

利用直式計算  $(2x^2 + 3)(x + 8)$ 。

**解**

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 0x + 3 \\ \times) \quad \quad \quad x + 8 \\ \hline 16x^2 + 0x + 24 \\ 2x^3 + 0x^2 + 3x \\ \hline 2x^3 + 16x^2 + 3x + 24 \end{array}$$

計算下列各式：

- (1)  $(x+3)^2$
- (2)  $(3x-5)^2$
- (3)  $(x-25)(x+25)$

**解**

- (1)  $(x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$   
 $= x^2 + 6x + 9$
- (2)  $(3x-5)^2 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 5 + 5^2$   
 $= 9x^2 - 30x + 25$
- (3)  $(x-25)(x+25) = x^2 - 25^2$   
 $= x^2 - 625$

**即時演練**

計算下列各式：

- (1)  $(-\frac{3}{2}x) \cdot (4x - \frac{2}{3}) = \underline{-6x^2 + x}$
- (2)  $(x^2 + 2x - 1)(x - 2) = \underline{x^3 - 5x + 2}$
- (3)  $(2x - 3)(x^2 - 2) = \underline{2x^3 - 3x^2 - 4x + 6}$
- (4)  $(4x - 3)^2 = \underline{16x^2 - 24x + 9}$

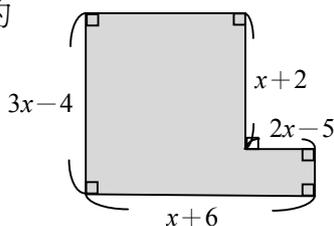
計算下列各式：

- (1)  $(x+7)^2$
- (2)  $(4-5x)^2$
- (3)  $(3x-7)(3x+7)$

**解**

- (1)  $(x+7)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 7 + 7^2$   
 $= x^2 + 14x + 49$
- (2)  $(4-5x)^2 = 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5x + (5x)^2$   
 $= 25x^2 - 40x + 16$
- (3)  $(3x-7)(3x+7) = (3x)^2 - 7^2$   
 $= 9x^2 - 49$

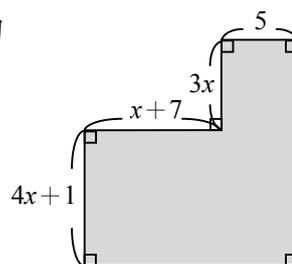
求右圖中灰色區域的周長與面積。



**解**

$$\begin{aligned} \text{周長} &= 2(x+6) + 2(3x-4) \\ &= 2x + 12 + 6x - 8 \\ &= 8x + 4 \\ \text{面積} &= (x+6)(3x-4) - (2x-5)(x+2) \\ &= (3x^2 + 14x - 24) - (2x^2 - x - 10) \\ &= x^2 + 15x - 14 \end{aligned}$$

求右圖中灰色區域的周長與面積。



**解**

$$\begin{aligned} \text{周長} &= 2[(x+7) + 5] + 2[(4x+1) + 3x] \\ &= 2(x+12) + 2(7x+1) \\ &= 2x + 24 + 14x + 2 \\ &= 16x + 26 \\ \text{面積} &= (4x+1)[(x+7) + 5] + 5(3x) \\ &= (4x+1)(x+12) + 15x \\ &= (4x^2 + 49x + 12) + 15x \\ &= 4x^2 + 64x + 12 \end{aligned}$$

## 2. 多項式的除法

多項式的除法滿足「被除式 = 除式 × 商式 + 餘式」的關係。

### 1 類題

配合課本 P37  
例題 6

### 乘除互逆

配合課本 P37  
隨堂練習

### 熟練

求下列 ( ) 中的多項式：

(1)  $6x \times ( ) = 24x^2$

(2)  $6x \times ( ) = 4x^3$

**解**

(1)  $( ) = 24x^2 \div (6x) = 4x$

(2)  $( ) = 4x^3 \div (6x) = \frac{2}{3}x^2$

求下列 ( ) 中的多項式：

(1)  $8x \times ( ) = 60x^2$

(2)  $\frac{2}{3}x \times ( ) = -16x^2$

**解**

(1)  $( ) = 60x^2 \div (8x) = \frac{15}{2}x$

(2)  $( ) = -16x^2 \div (\frac{2}{3}x) = -24x$

### 2 類題

配合課本 P39  
例題 7

### 多項式除以單項式

配合課本 P39  
隨堂練習

### 熟練

求  $(3x^2 + 7x) \div x$  的商式及餘式。

**解**

$$\begin{array}{r} 3x + 7 \\ x \overline{) 3x^2 + 7x} \\ \underline{3x^2} \phantom{0} \\ 7x \\ \underline{7x} \\ 0 \end{array}$$

商式為  $3x + 7$ ，餘式為  $0$ 。

求  $(10x^2 - 6x + 9) \div (-2x)$  的商式及餘式。

**解**

$$\begin{array}{r} -5x + 3 \\ -2x \overline{) 10x^2 - 6x + 9} \\ \underline{10x^2} \phantom{0} \\ -6x \phantom{0} \\ \underline{-6x} \phantom{0} \\ 9 \end{array}$$

商式為  $-5x + 3$ ，餘式為  $9$ 。

### 3 類題

配合課本 P40  
例題 8

### 二次式除以一次式

配合課本 P40  
隨堂練習

### 熟練

求  $(6x^2 - 7x + 3) \div (2x - 3)$  的商式及餘式。

**解**

$$\begin{array}{r} 3x + 1 \\ 2x - 3 \overline{) 6x^2 - 7x + 3} \\ \underline{6x^2 - 9x} \phantom{0} \\ 2x + 3 \\ \underline{2x - 3} \\ 6 \end{array}$$

商式為  $3x + 1$ ，餘式為  $6$ 。

求  $(18x^2 - 3x - 15) \div (-6x - 5)$  的商式及餘式。

**解**

$$\begin{array}{r} -3x + 3 \\ -6x - 5 \overline{) 18x^2 - 3x - 15} \\ \underline{18x^2 + 15x} \phantom{0} \\ -18x - 15 \\ \underline{-18x - 15} \\ 0 \end{array}$$

商式為  $-3x + 3$ ，餘式為  $0$ 。

## 4類題

配合課本 P41  
例題 9

多項式的除法 (商式的係數有分數)

配合課本 P41  
隨堂練習

熟練

求  $(2x^2 + 2x - 3) \div (2x - 1)$  的商式及餘式。

解

$$\begin{array}{r}
 x + \frac{3}{2} \\
 2x - 1 \overline{) 2x^2 + 2x - 3} \\
 \underline{2x^2 - x} \phantom{- 3} \\
 3x - 3 \\
 3x - \frac{3}{2} \\
 \hline
 -\frac{3}{2}
 \end{array}$$

商式為  $x + \frac{3}{2}$ ，餘式為  $-\frac{3}{2}$ 。求  $(10x^2 - 2x - 3) \div (5x + 2)$  的商式及餘式。

解

$$\begin{array}{r}
 2x - \frac{6}{5} \\
 5x + 2 \overline{) 10x^2 - 2x - 3} \\
 \underline{10x^2 + 4x} \phantom{- 3} \\
 -6x - 3 \\
 -6x - \frac{12}{5} \\
 \hline
 -\frac{3}{5}
 \end{array}$$

商式為  $2x - \frac{6}{5}$ ，餘式為  $-\frac{3}{5}$ 。

## 5類題

配合課本 P42  
例題 10

多項式的除法 (缺項補零)

配合課本 P42  
隨堂練習

熟練

求  $(12x^2 - 18) \div (3x + 4)$  的商式及餘式。

解

$$\begin{array}{r}
 4x - \frac{16}{3} \\
 3x + 4 \overline{) 12x^2 + 0x - 18} \\
 \underline{12x^2 + 16x} \phantom{- 18} \\
 -16x - 18 \\
 -16x - \frac{64}{3} \\
 \hline
 \frac{10}{3}
 \end{array}$$

商式為  $4x - \frac{16}{3}$ ，餘式為  $\frac{10}{3}$ 。求  $(15x^2 - 31x) \div (5x - 7)$  的商式及餘式。

解

$$\begin{array}{r}
 3x - 2 \\
 5x - 7 \overline{) 15x^2 - 31x + 0} \\
 \underline{15x^2 - 21x} \phantom{+ 0} \\
 -10x + 0 \\
 -10x + 14 \\
 \hline
 -14
 \end{array}$$

商式為  $3x - 2$ ，餘式為  $-14$ 。

已知多項式  $A$  除以  $5x+7$  得商式為  $4x-3$ ，餘式為  $-1$ ，求多項式  $A$ 。

解

$$\begin{aligned} A &= (5x+7)(4x-3) - 1 \\ &= 20x^2 - 15x + 28x - 21 - 1 \\ &= 20x^2 + 13x - 22 \end{aligned}$$

已知多項式  $A$  除以  $-2x^2+5x+8$  得商式為  $-6x+1$ ，餘式為  $-5$ ，求多項式  $A$ 。

解

$$\begin{aligned} A &= (-2x^2+5x+8)(-6x+1) - 5 \\ &= 12x^3 - 2x^2 - 30x^2 + 5x - 48x + 8 - 5 \\ &= 12x^3 - 32x^2 - 43x + 3 \end{aligned}$$

已知  $-6x^2+11x+3$  除以多項式  $A$  得商式為  $-3x+1$ ，餘式為  $6$ ，求多項式  $A$ 。

解

$$\begin{aligned} A &= [(-6x^2+11x+3) - 6] \div (-3x+1) \\ &= (-6x^2+11x-3) \div (-3x+1) \\ &= 2x-3 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \phantom{-3x+1)} \underline{2x-3} \\ -3x+1) \underline{-6x^2+11x-3} \\ \phantom{-3x+1)} \underline{-6x^2+2x} \\ \phantom{-3x+1)} \phantom{-6x^2+} 9x-3 \\ \phantom{-3x+1)} \phantom{-6x^2+} \underline{9x-3} \\ \phantom{-3x+1)} \phantom{-6x^2+} \phantom{9x-3} 0 \end{array}$$

已知  $5x^2-2x+7$  除以多項式  $A$  得商式為  $-5x-8$ ，餘式為  $23$ ，求多項式  $A$ 。

解

$$\begin{aligned} A &= [(5x^2-2x+7) - 23] \div (-5x-8) \\ &= (5x^2-2x-16) \div (-5x-8) \\ &= -x+2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \phantom{-5x-8)} \underline{-x+2} \\ -5x-8) \underline{5x^2-2x-16} \\ \phantom{-5x-8)} \underline{5x^2+8x} \\ \phantom{-5x-8)} \phantom{5x^2-} -10x-16 \\ \phantom{-5x-8)} \phantom{5x^2-} \underline{-10x-16} \\ \phantom{-5x-8)} \phantom{5x^2-} \phantom{-10x-} 0 \end{array}$$

### 即時演練

回答下列問題：

- (1)  $(-3x^2+21x+3) \div 3x$  的商式為  $-x+7$ ，餘式為  $3$ 。
- (2)  $(8x^2-3) \div (x-2)$  的商式為  $8x+16$ ，餘式為  $29$ 。
- (3) 已知  $6x^2+5x+4$  除以多項式  $A$  得商式為  $2x-3$ ，餘式為  $25$ ，則多項式  $A$  為  $3x+7$ 。

# 1-3 自我磨練

配合課本 P46~47 自我評量

1. 計算下列各式：

$$\begin{aligned} (1) \frac{3}{5}x \cdot (-15x^2 + 40) \\ = -9x^3 + 24x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) (x-3)(x+20) \\ = x^2 + 20x - 3x - 60 \\ = x^2 + 17x - 60 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) (3x-7)(5x-6) \\ = 15x^2 - 18x - 35x + 42 \\ = 15x^2 - 53x + 42 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) x \cdot (x-4)(2x+3) \\ = x \cdot (2x^2 + 3x - 8x - 12) \\ = 2x^3 - 5x^2 - 12x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) (7x+6)^2 \\ = (7x)^2 + 2 \cdot 7x \cdot 6 + 6^2 \\ = 49x^2 + 84x + 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) (3x-8)^2 \\ = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 8 + 8^2 \\ = 9x^2 - 48x + 64 \end{aligned}$$

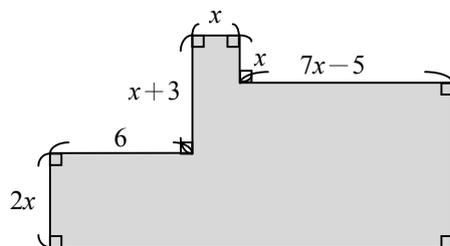
$$\begin{aligned} (7) (2x+11)(2x-11) \\ = (2x)^2 - 11^2 \\ = 4x^2 - 121 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (8) (7x-4)(7x+4) \\ = (7x)^2 - 4^2 \\ = 49x^2 - 16 \end{aligned}$$

2. 求右圖中灰色區域的周長及面積。

$$\begin{aligned} \text{周長} &= 2[6+x+(7x-5)] + 2[2x+(x+3)] \\ &= 2(8x+1) + 2(3x+3) \\ &= 16x+2+6x+6 \\ &= 22x+8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{面積} &= [6+x+(7x-5)] \times [2x+(x+3)] - 6(x+3) - x(7x-5) \\ &= (8x+1)(3x+3) - (6x+18) - (7x^2-5x) \\ &= (24x^2+27x+3) - 6x-18-7x^2+5x \\ &= 17x^2+26x-15 \end{aligned}$$



3. 求下列各式的商式及餘式：

(1)  $(18x^2 + 12x - 9) \div (-6x)$

$$\begin{array}{r} -3x - 2 \\ -6x \overline{) 18x^2 + 12x - 9} \\ \underline{18x^2} \phantom{-9} \\ 12x \phantom{-9} \\ \underline{12x} \phantom{-9} \\ -9 \end{array}$$

商式為  $-3x - 2$ ，餘式為  $-9$ 。

(2)  $(15x^2 + 23x - 28) \div (5x - 4)$

$$\begin{array}{r} 3x + 7 \\ 5x - 4 \overline{) 15x^2 + 23x - 28} \\ \underline{15x^2 - 12x} \phantom{-28} \\ 35x - 28 \\ \underline{35x - 28} \\ 0 \end{array}$$

商式為  $3x + 7$ ，餘式為  $0$

(3)  $(6x^2 - x - 22) \div (2x + 5)$

$$\begin{array}{r} 3x - 8 \\ 2x + 5 \overline{) 6x^2 - x - 22} \\ \underline{6x^2 + 15x} \phantom{-22} \\ -16x - 22 \\ \underline{-16x - 40} \\ 18 \end{array}$$

商式為  $3x - 8$ ，餘式為  $18$ 。

(4)  $(x^2 + 5) \div (x - 1)$

$$\begin{array}{r} x + 1 \\ x - 1 \overline{) x^2 + 0x + 5} \\ \underline{x^2 - x} \phantom{+5} \\ x + 5 \\ \underline{x - 1} \\ 6 \end{array}$$

商式為  $x + 1$ ，餘式為  $6$ 。

4. 已知  $A$  為一個多項式，且  $A \cdot (2x - 7) = -6x^2 + 31x - 35$ ，求多項式  $A$ 。

(以  $x$  的多項式表示)

$$A \cdot (2x - 7) = -6x^2 + 31x - 35$$

$$A = (-6x^2 + 31x - 35) \div (2x - 7)$$

$$= -3x + 5$$

$$\begin{array}{r} -3x + 5 \\ 2x - 7 \overline{) -6x^2 + 31x - 35} \\ \underline{-6x^2 + 21x} \phantom{-35} \\ 10x - 35 \\ \underline{10x - 35} \\ 0 \end{array}$$

5. 有一個邊長為  $2x$  公分的正方形，以及有一個長為  $(3x + 1)$  公分的長方形，已知正方形與長方形的面積和為  $(10x^2 - 25x - 9)$  平方公分，求長方形的寬。(以  $x$  的多項式表示)

設長方形的寬為  $P$  公分

$$(2x)^2 + P(3x + 1) = 10x^2 - 25x - 9$$

$$\begin{aligned} P(3x + 1) &= (10x^2 - 25x - 9) - 4x^2 \\ &= 6x^2 - 25x - 9 \end{aligned}$$

$$P = (6x^2 - 25x - 9) \div (3x + 1) = 2x - 9 \text{ (公分)}$$

$$\begin{array}{r} 2x - 9 \\ 3x + 1 \overline{) 6x^2 - 25x - 9} \\ \underline{6x^2 + 2x} \phantom{-9} \\ -27x - 9 \\ \underline{-27x - 9} \\ 0 \end{array}$$

# 2-1

## 二次方根的意義

### 1. 根號

- 面積為  $a$  的正方形，其邊長記為  $\sqrt{a}$ 。
- 若  $a > 0$ ，則  $(\sqrt{a})^2 = a$ 。
- 若  $a、b$  為正數，且  $a > b$ ，則  $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ 。

#### 1類題

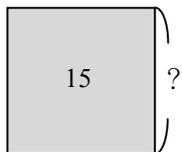
配合課本 P56  
隨堂練習

#### 認識根號

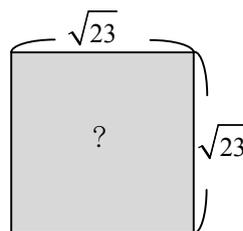
配合課本 P56  
隨堂練習

#### 熟練

正方形面積為 15，  
則其邊長可記為  $\sqrt{15}$ 。



邊長為  $\sqrt{23}$  的正方形，  
則其面積為 23。



#### 2類題

配合課本 P57  
例題 1

#### $\sqrt{a}$ 的平方

配合課本 P57  
隨堂練習

#### 熟練

計算下列各數：

(1)  $(\sqrt{22})^2$       (2)  $(\sqrt{\frac{6}{5}})^2$

**解**

(1)  $(\sqrt{22})^2 = 22$       (2)  $(\sqrt{\frac{6}{5}})^2 = \frac{6}{5}$

若甲數  $> 0$ ，且  $(\text{甲數})^2 = 5$ ，則甲數可記為多少？

**解**

$(\text{甲數})^2 = 5$ ，又甲數  $> 0$ ，故甲數  $= \sqrt{5}$ 。

#### 3類題

配合課本 P58  
例題 2

#### 比較大小

配合課本 P58  
隨堂練習

#### 熟練

比較 15、 $\sqrt{201}$ 、 $\sqrt{399}$  三數的大小。

**解**

$15^2 = 225$   
 $(\sqrt{201})^2 = 201$   
 $(\sqrt{399})^2 = 399$

因為  $399 > 225 > 201$ ，又 15、 $\sqrt{201}$ 、 $\sqrt{399}$  均為正數，所以  $\sqrt{399} > 15 > \sqrt{201}$ 。

比較下列各小題中的大小關係：(填入  $>$  或  $<$ )

(1)  $3 \underline{>} \sqrt{7}$

(2)  $\sqrt{5} \underline{<} 2.3$

**解**

(1) 因為  $3^2 = 9$ ， $(\sqrt{7})^2 = 7$ ，所以  $3 > \sqrt{7}$ 。

(2) 因為  $(\sqrt{5})^2 = 5$ ， $2.3^2 = 5.29$   
所以  $\sqrt{5} < 2.3$ 。

#### 即時演練

1.  $(\sqrt{12})^2 = \underline{12}$ 。

2. 若  $a > 0$ ，且  $a^2 = 8$ ，則  $a$  可記為  $\underline{\sqrt{8}}$ 。

3. 13、 $\sqrt{170}$ 、 $\sqrt{187}$  三數的大小關係為  $\underline{\sqrt{187} > \sqrt{170} > 13}$ 。

## 2. $\sqrt{a^2}$ 的值

若  $a > 0$ ，則  $\sqrt{a^2} = a$ 。

### 1類題

配合課本 P60

例題 3

### 求 $\sqrt{a^2}$ 的值

配合課本 P60

隨堂練習

### 熟練

計算下列各數：

(1)  $\sqrt{6^2}$

(2)  $\sqrt{\frac{4}{9}}$

**解**

(1)  $\sqrt{6^2} = 6$

(2)  $\sqrt{\frac{4}{9}} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{2}{3}$

計算下列各數：

(1)  $\sqrt{(0.5)^2}$

(2)  $\sqrt{81}$

**解**

(1)  $\sqrt{(0.5)^2} = 0.5$

(2)  $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$

### 2類題

配合課本 P61

隨堂練習

### 根號內為完全平方數

配合課本 P61

隨堂練習

### 熟練

計算下列各數：

(1)  $\sqrt{324}$

(2)  $\sqrt{400}$

**解**

(1)  $\sqrt{324} = \sqrt{18^2} = 18$

(2)  $\sqrt{400} = \sqrt{20^2} = 20$

餐桌上有一張方格圖案的正方形桌巾，它是由 144 個邊長為 2 公分的正方形組成，這個桌巾的邊長為多少公分？

**解**

每邊由  $\sqrt{144} = 12$  個方格組成，  
所以邊長為  $12 \times 2 = 24$  (公分)。

### 3類題

配合課本 P62

例題 4

### 利用質因數分解求 $\sqrt{a^2}$ 的值

配合課本 P62

隨堂練習

### 熟練

計算下列各數：

(1)  $\sqrt{441}$

(2)  $\sqrt{2.25}$

**解**

(1)  $\sqrt{441} = \sqrt{3^2 \times 7^2} = \sqrt{(3 \times 7)^2} = 21$

(2)  $\sqrt{2.25} = \sqrt{\frac{225}{100}} = \sqrt{\frac{3^2 \times 5^2}{2^2 \times 5^2}} = \sqrt{\left(\frac{3 \times 5}{2 \times 5}\right)^2}$   
 $= \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3}{2} = 1.5$

計算下列各數：

(1)  $\sqrt{484}$

(2)  $\sqrt{2^2 \times 5^4 \times 11^2}$

**解**

(1)  $\sqrt{484} = \sqrt{2^2 \times 11^2} = \sqrt{(2 \times 11)^2} = 22$

(2)  $\sqrt{2^2 \times 5^4 \times 11^2} = \sqrt{(2 \times 5^2 \times 11)^2}$   
 $= \sqrt{550^2}$   
 $= 550$

### 3. $\sqrt{a}$ 的近似值

將適當區間十等分，以其中兩相鄰的等分點來逼近  $\sqrt{a}$  的近似值，稱為十分逼近法。

#### 1 類題

配合課本 P65  
例題 5

#### 十分逼近法求近似值

配合課本 P65  
隨堂練習

#### 熟練

利用十分逼近法求  $\sqrt{8}$  的近似值，並以四捨五入法求到小數點後第一位。

**解**

(1) 因為  $2^2=4$ ， $3^2=9$ ，所以  $2 < \sqrt{8} < 3$ 。

(2) 因為  $(2.8)^2=7.84$ ， $(2.9)^2=8.41$ ，

所以  $2.8 < \sqrt{8} < 2.9$ 。

(3) 因為  $(2.85)^2=8.1225 > 8$ ，

所以  $\sqrt{8} < 2.85$ ，

故  $\sqrt{8} \doteq 2.8$ 。

依下列各小題所提供的數據，按步驟回答下列問題，並求  $\sqrt{10}$  的近似值到小數點後第一位。

(1) 因為  $2^2=4$ ， $3^2=9$ ， $4^2=16$ ，所以  $\sqrt{10}$  在哪兩個連續整數之間？

答：3  $< \sqrt{10} <$  4。

(2) 因為  $(3.1)^2=9.61$ ， $(3.2)^2=10.24$ ，所以  $\sqrt{10}$  在哪兩個連續一位小數之間？

答：3.1  $< \sqrt{10} <$  3.2。

(3) 根據  $(3.15)^2=9.9225$ ，比較  $\sqrt{10}$  和 3.15 的大小關係。(填  $>$  或  $<$ )

答： $\sqrt{10}$   $>$  3.15。

(4) 以四捨五入法求  $\sqrt{10}$  的近似值到小數點後第一位，得  $\sqrt{10} \doteq$  3.2。

#### 2 類題

配合課本 P66  
隨堂練習

#### 求根號的值

配合課本 P66  
隨堂練習

#### 熟練

已知  $\sqrt{625}=25$ ， $\sqrt{676}=26$ ， $\sqrt{729}=27$ ，則  $\sqrt{678}$  的整數部分為多少？

**解**

因為  $\sqrt{676} < \sqrt{678} < \sqrt{729}$ ，

即  $26 < \sqrt{678} < 27$ ，

所以  $\sqrt{678}$  的整數部分為 26。

已知  $\sqrt{900}=30$ ， $\sqrt{961}=31$ ， $\sqrt{1024}=32$ ，則  $\sqrt{999}$  的整數部分為多少？

**解**

因為  $\sqrt{961} < \sqrt{999} < \sqrt{1024}$ ，

即  $31 < \sqrt{999} < 32$ ，

所以  $\sqrt{999}$  的整數部分為 31。

#### 即時演練

1. 計算下列各數：

(1)  $\sqrt{16^2} =$  16

(2)  $\sqrt{676} =$  26

2. 以十分逼近法求  $\sqrt{6}$  的近似值為 2.4。(四捨五入法求到小數點後第一位)

## 4. 平方根的意義

- 當  $a \geq 0$ ，若  $b^2 = a$ ，則稱  $b$  是  $a$  的平方根。
- 每一個正數  $a$  都有兩個平方根  $\pm\sqrt{a}$ ，這兩個平方根互為相反數；而 0 的平方根為 0。

### 1 類題

配合課本 P67  
隨堂練習

### 判別平方根

配合課本 P67  
隨堂練習

### 熟練

回答下列問題：

- 13 是否為 169 的平方根？
- 13 是否為 169 的平方根？

**解**

- $13^2 = 169$ ，所以 13 是 169 的正平方根。
- $(-13)^2 = 169$ ，所以 -13 是 169 的負平方根。

回答下列問題：

- 21 是否為 441 的平方根？
- 21 是否為 441 的平方根？

**解**

- $21^2 = 441$ ，所以 21 是 441 的正平方根。
- $(-21)^2 = 441$ ，所以 -21 是 441 的負平方根。

### 2 類題

配合課本 P68  
例題 6

### 求平方根

配合課本 P68  
隨堂練習

### 熟練

求下列各數的平方根：

- 729
- $\frac{25}{784}$

**解**

- 729 的平方根為  $\sqrt{729}$  和  $-\sqrt{729}$ ，  
 $\pm\sqrt{729} = \pm\sqrt{27^2} = \pm 27$ 。

- $\frac{25}{784}$  的平方根為  $\sqrt{\frac{25}{784}}$  和  $-\sqrt{\frac{25}{784}}$ ，  
 $\pm\sqrt{\frac{25}{784}} = \pm\sqrt{\left(\frac{5}{28}\right)^2} = \pm\frac{5}{28}$ 。

求下列各數的平方根：

- $5\frac{4}{9}$
- 3.24

**解**

- $5\frac{4}{9}$  的平方根為  $\sqrt{5\frac{4}{9}}$  和  $-\sqrt{5\frac{4}{9}}$ ，  
 $\pm\sqrt{5\frac{4}{9}} = \pm\sqrt{\frac{49}{9}} = \pm\sqrt{\left(\frac{7}{3}\right)^2} = \pm\frac{7}{3}$ 。

- 3.24 的平方根為  $\sqrt{3.24}$  和  $-\sqrt{3.24}$ ，  
 $\pm\sqrt{3.24} = \pm\sqrt{\frac{324}{100}} = \pm\sqrt{\left(\frac{2 \times 3^2}{2 \times 5}\right)^2} = \pm 1.8$ 。

### 3 類題

配合課本 P69  
例題 7

### 平方根的應用

配合課本 P69  
隨堂練習

### 熟練

回答下列問題：

- 若 7 是  $a$  的正平方根，則  $a = ?$
- 若 -5 是  $3x - 8$  的負平方根，則  $x = ?$

**解**

- $a = 7^2 = 49$
- $3x - 8 = (-5)^2$   
 $3x - 8 = 25$   
 $x = 11$

若 3 和 -3 都是  $4x + 1$  的平方根，求  $x$  的值。

**解**

$$\begin{aligned}4x + 1 &= (-3)^2 \\4x + 1 &= 9 \\x &= 2\end{aligned}$$

## 2-1 自我磨練

配合課本 P71~72 自我評量

1. 在下列空格中填入適當的數：

$$(1) (\sqrt{6})^2 = \underline{6} \quad (2) (-\sqrt{13})^2 = \underline{13} \quad (3) (\sqrt{3.9})^2 = \underline{3.9}$$

$$(4) \left(-\sqrt{\frac{5}{12}}\right)^2 = \underline{\frac{5}{12}} \quad (5) \left(\sqrt{\frac{14}{3}}\right)^2 = \underline{\frac{14}{3}} \quad (6) \left(\sqrt{10\frac{2}{7}}\right)^2 = \underline{10\frac{2}{7}}$$

2. 計算下列各數：

$$\begin{aligned} (1) \sqrt{144} &= \sqrt{2^4 \times 3^2} \\ &= \sqrt{(2^2 \times 3)^2} \\ &= 12 \end{aligned} \quad \begin{aligned} (2) \sqrt{361} &= \sqrt{19^2} \\ &= 19 \end{aligned} \quad \begin{aligned} (3) \sqrt{22500} &= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5^4} \\ &= \sqrt{(2 \times 3 \times 5^2)^2} \\ &= 150 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \sqrt{\frac{49}{81}} &= \sqrt{\frac{7^2}{9^2}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{7}{9}\right)^2} = \frac{7}{9} \end{aligned} \quad \begin{aligned} (5) \sqrt{\frac{256}{1089}} &= \sqrt{\frac{2^8}{3^2 \times 11^2}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{2^4}{3 \times 11}\right)^2} = \frac{16}{33} \end{aligned} \quad \begin{aligned} (6) \sqrt{7\frac{9}{16}} &= \sqrt{\frac{121}{16}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{11}{4}\right)^2} = \frac{11}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7) \sqrt{3.24} &= \sqrt{\frac{324}{100}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^4}{2^2 \times 5^2}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{2 \times 3^2}{2 \times 5}\right)^2} = \frac{9}{5} \\ &= 1.8 \end{aligned} \quad \begin{aligned} (8) \sqrt{12.25} &= \sqrt{\frac{1225}{100}} = \sqrt{\frac{5^2 \times 7^2}{2^2 \times 5^2}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{5 \times 7}{2 \times 5}\right)^2} = \frac{7}{2} \\ &= 3.5 \end{aligned} \quad \begin{aligned} (9) \sqrt{23.04} &= \sqrt{\frac{2304}{100}} = \sqrt{\frac{2^8 \times 3^2}{2^2 \times 5^2}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{2^4 \times 3}{2 \times 5}\right)^2} = \frac{24}{5} \\ &= 4.8 \end{aligned}$$

3. 已知一個正方形公園面積為 57600 平方公尺，則該公園的邊長為多少公尺？

因為正方形公園面積為 57600 平方公尺，

所以邊長為  $\sqrt{57600} = \sqrt{2^8 \times 3^2 \times 5^2} = \sqrt{(2^4 \times 3 \times 5)^2} = 240$  (公尺)。

4. 求下列各數的平方根：

(1) 85

85 的平方根為  $\sqrt{85}$  和  $-\sqrt{85}$ ，  
合併記為  $\pm\sqrt{85}$ 。

(2) 49

49 的平方根為  $\sqrt{49}$  和  $-\sqrt{49}$ ，  
 $\pm\sqrt{49} = \pm\sqrt{7^2} = \pm 7$ ，  
所以 49 的平方根為  $\pm 7$ 。

(3) 256

256 的平方根為  $\sqrt{256}$  和  $-\sqrt{256}$ ，  
 $\pm\sqrt{256} = \pm\sqrt{16^2} = \pm 16$ ，  
所以 256 的平方根為  $\pm 16$ 。

(4) 12.96

12.96 的平方根為  $\sqrt{12.96}$  和  $-\sqrt{12.96}$ ，  
 $\pm\sqrt{12.96} = \pm\sqrt{\frac{1296}{100}} = \pm\sqrt{\left(\frac{2^2 \times 3^2}{2 \times 5}\right)^2}$   
 $= \pm\frac{18}{5} = \pm 3.6$ ，  
所以 12.96 的平方根為  $\pm 3.6$ 。

(5) 1764

1764 的平方根為  $\sqrt{1764}$  和  $-\sqrt{1764}$ ，  
 $\pm\sqrt{1764} = \pm\sqrt{(2 \times 3 \times 7)^2} = \pm 42$ ，  
所以 1764 的平方根為  $\pm 42$ 。

(6)  $3\frac{1}{16}$

$3\frac{1}{16}$  的平方根為  $\sqrt{3\frac{1}{16}}$  和  $-\sqrt{3\frac{1}{16}}$ ，  
 $\pm\sqrt{3\frac{1}{16}} = \pm\sqrt{\frac{49}{16}} = \pm\sqrt{\left(\frac{7}{4}\right)^2} = \pm\frac{7}{4}$ ，  
所以  $3\frac{1}{16}$  的平方根為  $\pm\frac{7}{4}$ 。

5. 若  $\pm 8$  是  $7x - 13$  的平方根，則  $x = ?$

$$7x - 13 = (\pm 8)^2$$

$$7x - 13 = 64$$

$$x = 11$$

6. 依下列各小題所提供的數據，按步驟回答問題，並求  $\sqrt{14}$  的近似值到小數點後第一位。

(1) 因為  $1^2 = 1$ ， $2^2 = 4$ ， $3^2 = 9$ ， $4^2 = 16$ ，所以  $\sqrt{14}$  在哪兩個連續整數之間？

答： 3  $< \sqrt{14} <$  4 。

(2) 因為  $(3.5)^2 = 12.25$ ， $(3.6)^2 = 12.96$ ， $(3.7)^2 = 13.69$ ， $(3.8)^2 = 14.44$ ，所以  $\sqrt{14}$  在哪兩個連續一位小數之間？

答： 3.7  $< \sqrt{14} <$  3.8 。

(3)  $(3.75)^2 = 14.0625$ ，比較  $\sqrt{14}$  和 3.75 的大小關係。(填  $>$  或  $<$ )

答：  $\sqrt{14}$   $<$  3.75 。

(4) 以四捨五入法求  $\sqrt{14}$  的近似值到小數點後第一位，得  $\sqrt{14} \approx$  3.7 。

# 2-2

## 根式的運算

### 1. 根式的表示

若  $a \neq 0$  且  $b$  為正數，則：

$$(1) a \times \sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

$$(2) \sqrt{b} \div a = \frac{\sqrt{b}}{a} \text{ 或 } \frac{1}{a}\sqrt{b}$$

#### 1類題

配合課本 P73  
隨堂練習

#### 根式的簡記

配合課本 P73  
隨堂練習

#### 熟練

計算下列各根式：

$$(1) 4 \times 2\sqrt{6}$$

$$(2) 5\sqrt{11} \times 7$$

**解**

$$(1) 4 \times 2\sqrt{6} = 4 \times 2 \times \sqrt{6} = 8\sqrt{6}$$

$$(2) 5\sqrt{11} \times 7 = 5 \times 7 \times \sqrt{11} = 35\sqrt{11}$$

計算下列各根式：

$$(1) \frac{2}{3}\sqrt{2} \times 9$$

$$(2) -3\sqrt{2} \div 2$$

**解**

$$(1) \frac{2}{3}\sqrt{2} \times 9 = \frac{2}{3} \times 9 \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$(2) -3\sqrt{2} \div 2 = \frac{-3\sqrt{2}}{2}$$

### 2. 根式的乘法

若  $a$ 、 $b$  為正數或 0，則  $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ 。

#### 1類題

配合課本 P74  
例題 1

#### 根式的乘法運算

配合課本 P75  
隨堂練習

#### 熟練

求下列各根式的乘積：

$$(1) \sqrt{7} \times \sqrt{13}$$

$$(2) \sqrt{10} \times \sqrt{\frac{3}{5}}$$

**解**

$$(1) \sqrt{7} \times \sqrt{13} = \sqrt{7 \times 13} = \sqrt{91}$$

$$(2) \sqrt{10} \times \sqrt{\frac{3}{5}} = \sqrt{10 \times \frac{3}{5}} = \sqrt{6}$$

求下列各根式的乘積：

$$(1) \sqrt{11} \times (-\sqrt{5})$$

$$(2) \sqrt{\frac{35}{6}} \times \sqrt{\frac{18}{5}}$$

**解**

$$(1) \sqrt{11} \times (-\sqrt{5}) = -\sqrt{11 \times 5} = -\sqrt{55}$$

$$(2) \sqrt{\frac{35}{6}} \times \sqrt{\frac{18}{5}} = \sqrt{\frac{35 \times 18}{6 \times 5}} = \sqrt{21}$$

#### 2類題

配合課本 P75  
例題 2

#### 比較根式的大小

配合課本 P75  
隨堂練習

#### 熟練

比較  $5\sqrt{7}$  與  $7\sqrt{5}$  的大小關係。

**解**

$$5\sqrt{7} = 5 \times \sqrt{7} = \sqrt{25} \times \sqrt{7} = \sqrt{175}$$

$$7\sqrt{5} = 7 \times \sqrt{5} = \sqrt{49} \times \sqrt{5} = \sqrt{245}$$

因為  $\sqrt{175} < \sqrt{245}$ ，所以  $5\sqrt{7} < 7\sqrt{5}$ 。

比較  $3\sqrt{5}$  與  $2\sqrt{10}$  的大小關係。

**解**

$$3\sqrt{5} = 3 \times \sqrt{5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = \sqrt{45}$$

$$2\sqrt{10} = 2 \times \sqrt{10} = \sqrt{4} \times \sqrt{10} = \sqrt{40}$$

因為  $\sqrt{45} > \sqrt{40}$ ，所以  $3\sqrt{5} > 2\sqrt{10}$ 。

### 3. 根式的除法

1. 若  $a \geq 0, b > 0$ ，則  $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{a \div b}$ 。
2.  $r\sqrt{n}$  形式的根式，其中  $r$  是整數或分數， $n$  是正整數，且將  $n$  化成標準分解式後，每一個質因數的次方都是 1，稱  $r\sqrt{n}$  為最簡根式。
3. 當分母是根式時，將分母化為整數，例如  $\frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，像這樣的過程稱為有理化分母。

#### 1 類題

配合課本 P76  
例題 3

#### 根式的除法運算

配合課本 P76  
隨堂練習

#### 熟練

計算下列各式：

(1)  $\sqrt{60} \div \sqrt{12}$

(2)  $\sqrt{\frac{7}{5}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}}$

**解**

(1)  $\sqrt{60} \div \sqrt{12} = \sqrt{60 \div 12} = \sqrt{5}$

(2)  $\sqrt{\frac{7}{5}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}} = \sqrt{\frac{7}{5}} \div \sqrt{\frac{7}{10}}$   
 $= \sqrt{\frac{7 \div 7}{5 \div 10}} = \sqrt{\frac{7 \times 10}{5 \times 7}} = \sqrt{2}$

計算下列各式：

(1)  $\sqrt{85} \div \sqrt{5}$

(2)  $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{7}} \div \sqrt{\frac{8}{21}}$

**解**

(1)  $\sqrt{85} \div \sqrt{5} = \sqrt{85 \div 5} = \sqrt{17}$

(2)  $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{7}} \div \sqrt{\frac{8}{21}} = \sqrt{\frac{16}{7}} \div \sqrt{\frac{8}{21}}$   
 $= \sqrt{\frac{16 \div 8}{7 \div 21}} = \sqrt{\frac{16 \times 21}{7 \times 8}} = \sqrt{6}$

#### 2 類題

配合課本 P77  
隨堂練習

#### 最簡根式

配合課本 P77  
隨堂練習

#### 熟練

下列根式中，哪些是最簡根式？

$\sqrt{12}$ 、 $\sqrt{20}$ 、 $\sqrt{30}$ 、 $\frac{3}{4}\sqrt{27}$ 、 $\frac{6\sqrt{14}}{5}$ 、 $\frac{8}{\sqrt{7}}$

**解**

$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$\frac{3}{4}\sqrt{27} = \frac{3}{4} \times 3\sqrt{3} = \frac{9}{4}\sqrt{3}$

$\frac{8}{\sqrt{7}}$  的分母有根式，不是最簡根式，

所以  $\sqrt{30}$ 、 $\frac{6\sqrt{14}}{5}$  為最簡根式。

下列根式中，哪些是最簡根式？

$\sqrt{8}$ 、 $2\sqrt{12}$ 、 $3\sqrt{7}$ 、 $\frac{7}{3}\sqrt{13}$ 、 $\frac{7\sqrt{22}}{6}$ 、 $\frac{3}{\sqrt{2}}$

**解**

$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$

$\frac{3}{\sqrt{2}}$  的分母有根式，不是最簡根式，

所以  $3\sqrt{7}$ 、 $\frac{7}{3}\sqrt{13}$ 、 $\frac{7\sqrt{22}}{6}$  為最簡根式。

將下列各式化為最簡根式：

(1)  $\sqrt{2^2 \times 5}$

(2)  $\sqrt{3^2 \times 7^3}$

(3)  $\sqrt{112}$

解

(1)  $\sqrt{2^2 \times 5} = 2\sqrt{5}$

(2)  $\sqrt{3^2 \times 7^3} = 3 \times 7 \times \sqrt{7} = 21\sqrt{7}$

(3)  $\sqrt{112} = \sqrt{2^4 \times 7} = \sqrt{2^4} \times \sqrt{7} = 4\sqrt{7}$

將下列各式化為最簡根式：

(1)  $\sqrt{2^3 \times 3^2}$

(2)  $\sqrt{3^5 \times 11^2}$

(3)  $\sqrt{54}$

解

(1)  $\sqrt{2^3 \times 3^2} = 2 \times 3 \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

(2)  $\sqrt{3^5 \times 11^2} = 3^2 \times 11 \times \sqrt{3} = 99\sqrt{3}$

(3)  $\sqrt{54} = \sqrt{3^3 \times 2} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{3 \times 2} = 3\sqrt{6}$

### 即時演練

1. 比較  $4\sqrt{3}$  與  $3\sqrt{5}$  的大小關係。  $4\sqrt{3} > 3\sqrt{5}$

2. 將下列各式化為最簡根式：

(1)  $\sqrt{250} = \underline{5\sqrt{10}}$

(2)  $\sqrt{2^2 \times 3 \times 5^3} = \underline{10\sqrt{15}}$

將下列各式化為最簡根式：

(1)  $\frac{5}{2\sqrt{3}}$

(2)  $\sqrt{\frac{5}{7}}$

(3)  $\sqrt{0.3}$

解

(1)  $\frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$

(2)  $\sqrt{\frac{5}{7}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{35}}{7}$

(3)  $\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{10}}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{30}}{10}$

將下列各式化為最簡根式：

(1)  $\frac{7}{\sqrt{6}}$

(2)  $\sqrt{\frac{3}{11}}$

(3)  $\frac{\sqrt{7}}{5\sqrt{2}}$

解

(1)  $\frac{7}{\sqrt{6}} = \frac{7 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{7\sqrt{6}}{6}$

(2)  $\sqrt{\frac{3}{11}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{11}}{\sqrt{11} \times \sqrt{11}} = \frac{\sqrt{33}}{11}$

(3)  $\frac{\sqrt{7}}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{2}}{5\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{14}}{10}$

將下列各式化爲最簡根式：

$$(1) \sqrt{\frac{3}{5}} \times \sqrt{\frac{10}{7}}$$

$$(2) \sqrt{5} \div \sqrt{35}$$

$$(3) \sqrt{\frac{5}{8}} \div \sqrt{\frac{25}{6}}$$

**解**

$$\begin{aligned} (1) \sqrt{\frac{3}{5}} \times \sqrt{\frac{10}{7}} &= \sqrt{\frac{3 \times 10}{5 \times 7}} = \sqrt{\frac{6}{7}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{42}}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \sqrt{5} \div \sqrt{35} &= \sqrt{\frac{5}{35}} = \sqrt{\frac{1}{7}} = \frac{1}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{1 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \sqrt{\frac{5}{8}} \div \sqrt{\frac{25}{6}} &= \sqrt{\frac{5 \div 25}{8 \times 6}} = \sqrt{\frac{5 \times 6}{8 \times 25}} = \sqrt{\frac{3}{20}} \\ &= \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{10} \end{aligned}$$

將下列各式化爲最簡根式：

$$(1) \sqrt{\frac{3}{14}} \times \sqrt{\frac{8}{9}}$$

$$(2) \sqrt{27} \div \sqrt{63}$$

$$(3) \sqrt{\frac{7}{10}} \div \sqrt{\frac{21}{5}}$$

**解**

$$\begin{aligned} (1) \sqrt{\frac{3}{14}} \times \sqrt{\frac{8}{9}} &= \sqrt{\frac{3 \times 8}{14 \times 9}} = \sqrt{\frac{4}{21}} = \frac{2}{\sqrt{21}} \\ &= \frac{2 \times \sqrt{21}}{\sqrt{21} \times \sqrt{21}} = \frac{2\sqrt{21}}{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \sqrt{27} \div \sqrt{63} &= \sqrt{\frac{27}{63}} = \sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \sqrt{\frac{7}{10}} \div \sqrt{\frac{21}{5}} &= \sqrt{\frac{7 \div 21}{10 \times 5}} = \sqrt{\frac{7 \times 5}{10 \times 21}} = \sqrt{\frac{1}{6}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{1 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6} \end{aligned}$$

已知  $\sqrt{15} \doteq 3.873$ 。利用根式的運算規則，計算下列各數的近似值：

$$(1) \sqrt{1500}$$

$$(2) \sqrt{0.15}$$

$$(3) \sqrt{6000}$$

**解**

$$(1) \sqrt{1500} = \sqrt{15 \times 100} = \sqrt{15} \times 10 \doteq 38.73$$

$$(2) \sqrt{0.15} = \sqrt{\frac{15}{100}} = \frac{\sqrt{15}}{10} \doteq 0.3873$$

$$(3) \sqrt{6000} = \sqrt{15 \times 400} = \sqrt{15} \times 20 \doteq 77.46$$

已知  $\sqrt{3} \doteq 1.732$ 。利用根式的運算規則，計算下列各數的近似值：

$$(1) \sqrt{300}$$

$$(2) \sqrt{0.03}$$

$$(3) \sqrt{2700}$$

**解**

$$(1) \sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = \sqrt{3} \times 10 \doteq 17.32$$

$$(2) \sqrt{0.03} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{\sqrt{3}}{10} \doteq 0.1732$$

$$(3) \sqrt{2700} = \sqrt{3 \times 900} = \sqrt{3} \times 30 \doteq 51.96$$

## 4. 根式的加減

1. 兩個方根化為最簡根式後，如果根號內的數相同，這兩個方根就稱為同類方根。

2. 計算根式的加減時，應將同類方根合併，不是同類的方根則不能合併。

3.  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{b} + \sqrt{a}$  (加法交換律)

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = (\sqrt{a} + \sqrt{b}) + \sqrt{c} = \sqrt{a} + (\sqrt{b} + \sqrt{c}) \text{ (加法結合律)}$$

$$\sqrt{a} \times (\sqrt{b} + \sqrt{c}) = \sqrt{a} \times \sqrt{b} + \sqrt{a} \times \sqrt{c} \text{ (分配律)}$$

其中  $a, b, c \geq 0$ 。

### 1類題

配合課本 P83  
例題 8

#### 同類方根的合併

配合課本 P84  
隨堂練習

### 熟練

計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

(1)  $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

(2)  $10\sqrt{14} - 4\sqrt{14} + \sqrt{7}$

**解**

(1)  $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = (2+3) \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

(2)  $10\sqrt{14} - 4\sqrt{14} + \sqrt{7}$   
 $= (10-4) \times \sqrt{14} + \sqrt{7}$   
 $= 6\sqrt{14} + \sqrt{7}$

計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

(1)  $6\sqrt{5} - 13\sqrt{5}$

(2)  $5\sqrt{3} + \sqrt{3} - 9\sqrt{7} - 5\sqrt{7}$

**解**

(1)  $6\sqrt{5} - 13\sqrt{5} = (6-13) \times \sqrt{5} = -7\sqrt{5}$

(2)  $5\sqrt{3} + \sqrt{3} - 9\sqrt{7} - 5\sqrt{7}$   
 $= (5+1) \times \sqrt{3} + [(-9) + (-5)] \times \sqrt{7}$   
 $= 6\sqrt{3} - 14\sqrt{7}$

### 2類題

配合課本 P84  
例題 9

#### 化簡後再合併同類方根

配合課本 P84  
隨堂練習

### 熟練

計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

(1)  $\sqrt{45} - 6\sqrt{20}$

(2)  $\sqrt{54} - 2\sqrt{6} + 3\sqrt{20}$

**解**

(1)  $\sqrt{45} - 6\sqrt{20} = 3\sqrt{5} - 12\sqrt{5} = -9\sqrt{5}$

(2)  $\sqrt{54} - 2\sqrt{6} + 3\sqrt{20}$   
 $= 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{5}$   
 $= \sqrt{6} + 6\sqrt{5}$

計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

(1)  $\sqrt{12} + \sqrt{75}$

(2)  $3\sqrt{24} - \sqrt{63} + 3\sqrt{175}$

**解**

(1)  $\sqrt{12} + \sqrt{75} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

(2)  $3\sqrt{24} - \sqrt{63} + 3\sqrt{175}$   
 $= 6\sqrt{6} - 3\sqrt{7} + 15\sqrt{7}$   
 $= 6\sqrt{6} + 12\sqrt{7}$

## 5. 根式的四則運算

根式也和其他的數一樣，可進行四則運算。

### 1 類題

配合課本 P85  
例題 10

### 根式的四則運算

配合課本 P85  
隨堂練習

### 熟練

計算下列各式，並將結果化爲最簡根式：

$$(1) -\sqrt{2} \left( \sqrt{3} - \frac{1}{4} \right)$$

$$(2) (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{3} - \sqrt{5})$$

**解**

$$(1) -\sqrt{2} \left( \sqrt{3} - \frac{1}{4} \right)$$

$$= -\sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{2} \times \frac{1}{4} = -\sqrt{6} + \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$(2) (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{3} - \sqrt{5})$$

$$= \sqrt{2} \times \sqrt{3} - \sqrt{2} \times \sqrt{5} + 1 \times \sqrt{3} - 1 \times \sqrt{5} \\ = \sqrt{6} - \sqrt{10} + \sqrt{3} - \sqrt{5}$$

計算下列各式，並將結果化爲最簡根式：

$$(1) \sqrt{3} (\sqrt{5} + 2\sqrt{3})$$

$$(2) (2 - \sqrt{7})(3\sqrt{8} + \sqrt{2})$$

**解**

$$(1) \sqrt{3} (\sqrt{5} + 2\sqrt{3})$$

$$= \sqrt{3} \times \sqrt{5} + \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \\ = \sqrt{15} + 6$$

$$(2) (2 - \sqrt{7})(3\sqrt{8} + \sqrt{2})$$

$$= 2 \times 3\sqrt{8} + 2 \times \sqrt{2} - \sqrt{7} \times 3\sqrt{8} - \sqrt{7} \times \sqrt{2} \\ = 12\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 6\sqrt{14} - \sqrt{14} \\ = 14\sqrt{2} - 7\sqrt{14}$$

### 2 類題

配合課本 P86  
例題 11

### 根式的四則運算

配合課本 P86  
隨堂練習

### 熟練

計算下列各式，並將結果化爲最簡根式：

$$(1) \sqrt{\frac{7}{5}} \times \sqrt{\frac{9}{14}} \div \sqrt{\frac{3}{10}}$$

$$(2) (\sqrt{2} + 2\sqrt{5}) \div \sqrt{6}$$

**解**

$$(1) \sqrt{\frac{7}{5}} \times \sqrt{\frac{9}{14}} \div \sqrt{\frac{3}{10}}$$

$$= \sqrt{\frac{7}{5} \times \frac{9}{14} \div \frac{3}{10}} = \sqrt{\frac{7}{5} \times \frac{9}{14} \times \frac{10}{3}} = \sqrt{3}$$

$$(2) (\sqrt{2} + 2\sqrt{5}) \div \sqrt{6}$$

$$= \frac{(\sqrt{2} + 2\sqrt{5})}{\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{2} + 2\sqrt{5}) \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} \\ = \frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{30}}{6} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{30}}{3}$$

計算下列各式，並將結果化爲最簡根式：

$$(1) \sqrt{\frac{11}{3}} \times \sqrt{\frac{6}{7}} \div \sqrt{\frac{22}{35}}$$

$$(2) (3\sqrt{6} - 8) \div \sqrt{2}$$

**解**

$$(1) \sqrt{\frac{11}{3}} \times \sqrt{\frac{6}{7}} \div \sqrt{\frac{22}{35}}$$

$$= \sqrt{\frac{11}{3} \times \frac{6}{7} \div \frac{22}{35}} = \sqrt{\frac{11}{3} \times \frac{6}{7} \times \frac{35}{22}} = \sqrt{5}$$

$$(2) (3\sqrt{6} - 8) \div \sqrt{2}$$

$$= \frac{(3\sqrt{6} - 8)}{\sqrt{2}} = \frac{(3\sqrt{6} - 8) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ = \frac{6\sqrt{3} - 8\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{2}$$

## 3類題

配合課本 P87  
例題 12

## 利用完全平方公式化簡根式

配合課本 P87  
隨堂練習

## 熟練

利用  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  展開  
 $(5+2\sqrt{2})^2$ ，並化簡其結果。

解

$$\begin{aligned}(5+2\sqrt{2})^2 &= 5^2 + 2 \times 5 \times 2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2 \\ &= 25 + 20\sqrt{2} + 8 \\ &= 33 + 20\sqrt{2}\end{aligned}$$

利用  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  展開  
 $(\sqrt{3} - \sqrt{6})^2$ ，並化簡其結果。

解

$$\begin{aligned}(\sqrt{3} - \sqrt{6})^2 &= (\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{6} + (\sqrt{6})^2 \\ &= 3 - 2 \times 3\sqrt{2} + 6 \\ &= 9 - 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

## 4類題

配合課本 P88  
例題 13

## 利用平方差公式化簡根式

配合課本 P88  
隨堂練習

## 熟練

利用  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$  展開  
 $(7+\sqrt{3})(7-\sqrt{3})$ ，並化簡其結果。

解

$$\begin{aligned}(7+\sqrt{3})(7-\sqrt{3}) &= 7^2 - (\sqrt{3})^2 \\ &= 49 - 3 \\ &= 46\end{aligned}$$

利用  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$  展開  
 $(\sqrt{15} + \sqrt{5})(\sqrt{15} - \sqrt{5})$ ，並化簡其結果。

解

$$\begin{aligned}(\sqrt{15} + \sqrt{5})(\sqrt{15} - \sqrt{5}) &= (\sqrt{15})^2 - (\sqrt{5})^2 \\ &= 15 - 5 \\ &= 10\end{aligned}$$

## 5類題

配合課本 P89  
例題 14

## 利用平方差公式有理化分母

配合課本 P89  
隨堂練習

## 熟練

利用  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$  化簡下列各式：

(1)  $\frac{4}{\sqrt{5}-2}$

(2)  $\frac{2}{\sqrt{34}+6}$

解

$$\begin{aligned}(1) \frac{4}{\sqrt{5}-2} &= \frac{4(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} \\ &= \frac{4\sqrt{5}+8}{1} = 8+4\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \frac{2}{\sqrt{34}+6} &= \frac{2(\sqrt{34}-6)}{(\sqrt{34}+6)(\sqrt{34}-6)} \\ &= \frac{2\sqrt{34}-12}{-2} = 6-\sqrt{34}\end{aligned}$$

利用  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$  化簡下列各式：

(1)  $\frac{6}{\sqrt{10}-3}$

(2)  $\frac{5}{\sqrt{3}+2}$

解

$$\begin{aligned}(1) \frac{6}{\sqrt{10}-3} &= \frac{6(\sqrt{10}+3)}{(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)} \\ &= \frac{6\sqrt{10}+18}{1} = 18+6\sqrt{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \frac{5}{\sqrt{3}+2} &= \frac{5(\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)} \\ &= \frac{5\sqrt{3}-10}{-1} = 10-5\sqrt{3}\end{aligned}$$

## ▶▶ 即時演練

計算下列各式，並化簡其結果：

(1)  $-\sqrt{7} \left( 2\sqrt{2} + \frac{1}{3} \right) = \underline{\underline{-2\sqrt{14} - \frac{\sqrt{7}}{3}}}$

(2)  $\frac{5}{2-\sqrt{3}} = \underline{\underline{10+5\sqrt{3}}}$

## 2-2 自我磨練

配合課本 P91~92 自我評量

1. 將下列各式化爲最簡根式：

$$\begin{aligned}(1) \sqrt{54} & \\ &= \sqrt{6 \times 3^2} \\ &= 3\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \sqrt{5^3 \times 13} & \\ &= \sqrt{5^2 \times 5 \times 13} \\ &= 5\sqrt{65}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \sqrt{\frac{9}{28}} & \\ &= \sqrt{\frac{3^2}{2^2 \times 7}} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{3}{2} \times \frac{1 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{14}\end{aligned}$$

2. 計算下列各式，並將結果化爲最簡根式：

$$\begin{aligned}(1) \sqrt{6} \times \sqrt{21} & \\ &= \sqrt{6 \times 21} \\ &= \sqrt{2 \times 3^2 \times 7} \\ &= 3\sqrt{14}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \sqrt{24} \div \sqrt{45} & \\ &= \sqrt{\frac{24}{45}} = \sqrt{\frac{8}{15}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 2}{3 \times 5}} \\ &= \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{15}} = \frac{2\sqrt{2} \times \sqrt{15}}{\sqrt{15} \times \sqrt{15}} \\ &= \frac{2\sqrt{30}}{15}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \sqrt{\frac{6}{17}} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{34}} & \\ &= \sqrt{\frac{6}{17} \div \frac{5}{34}} = \sqrt{\frac{6}{17} \times \frac{34}{5}} \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\ &= \frac{2\sqrt{15}}{5}\end{aligned}$$

3. 已知  $\sqrt{19} = a$ ， $\sqrt{190} = b$ ，以  $a$  或  $b$  表示下列各數的值：

$$(1) \sqrt{1.9} = \frac{b}{10}$$

$$\sqrt{1.9} = \sqrt{\frac{19}{10}} = \frac{\sqrt{19} \times \sqrt{10}}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{190}}{10} = \frac{b}{10}$$

$$(2) \sqrt{76} = \underline{2a}$$

$$\sqrt{76} = \sqrt{2^2 \times 19} = 2\sqrt{19} = 2a$$

4. 計算下列各式，並將結果化爲最簡根式：

$$\begin{aligned}(1) 5\sqrt{7} - 8\sqrt{7} & \\ &= (5-8) \times \sqrt{7} \\ &= -3\sqrt{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) 3\sqrt{20} + \sqrt{80} & \\ &= 3 \times \sqrt{2^2 \times 5} + \sqrt{2^4 \times 5} \\ &= 6\sqrt{5} + 4\sqrt{5} \\ &= 10\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) 2\sqrt{48} - 3\sqrt{75} + \sqrt{108} & \\ &= 2 \times \sqrt{2^4 \times 3} - 3 \times \sqrt{5^2 \times 3} + \sqrt{2^2 \times 3^3} \\ &= 8\sqrt{3} - 15\sqrt{3} + 6\sqrt{3} \\ &= -\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \sqrt{2}(\sqrt{14} + \sqrt{18}) & \\ &= \sqrt{28} + \sqrt{36} \\ &= 6 + 2\sqrt{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \frac{3}{\sqrt{6}} - \sqrt{24} \\
 &= \frac{3 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} - \sqrt{2^2 \times 6} \\
 &= \frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} \\
 &= -\frac{3\sqrt{6}}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6) 2(\sqrt{3} + \sqrt{8}) - 5(\sqrt{12} - \sqrt{18}) \\
 &= 2\sqrt{3} + 2 \times 2\sqrt{2} - 5 \times 2\sqrt{3} + 5 \times 3\sqrt{2} \\
 &= 2\sqrt{3} + 4\sqrt{2} - 10\sqrt{3} + 15\sqrt{2} \\
 &= 19\sqrt{2} - 8\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

5. 利用乘法公式化簡下列各式：

$$\begin{aligned}
 (1) (5 + \sqrt{6})^2 \\
 &= 5^2 + 2 \times 5 \times \sqrt{6} + (\sqrt{6})^2 \\
 &= 25 + 10\sqrt{6} + 6 \\
 &= 31 + 10\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) (9 - \sqrt{7})^2 \\
 &= 9^2 - 2 \times 9 \times \sqrt{7} + (\sqrt{7})^2 \\
 &= 81 - 18\sqrt{7} + 7 \\
 &= 88 - 18\sqrt{7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) (3 + 2\sqrt{15})(3 - 2\sqrt{15}) \\
 &= 3^2 - (2\sqrt{15})^2 \\
 &= 9 - 60 \\
 &= -51
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \frac{15}{\sqrt{7}-2} \\
 &= \frac{15(\sqrt{7}+2)}{(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)} \\
 &= \frac{15\sqrt{7}+30}{3} \\
 &= 10 + 5\sqrt{7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \frac{2}{\sqrt{8}+3} \\
 &= \frac{2(\sqrt{8}-3)}{(\sqrt{8}+3)(\sqrt{8}-3)} \\
 &= \frac{4\sqrt{2}-6}{-1} \\
 &= 6 - 4\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

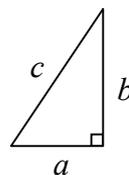
$$\begin{aligned}
 (6) \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{21}-\sqrt{15}} \\
 &= \frac{\sqrt{6}(\sqrt{21}+\sqrt{15})}{(\sqrt{21}-\sqrt{15})(\sqrt{21}+\sqrt{15})} \\
 &= \frac{3\sqrt{14}+3\sqrt{10}}{6} \\
 &= \frac{\sqrt{14}+\sqrt{10}}{2}
 \end{aligned}$$

# 2-3

## 畢氏定理

### 1. 畢氏定理

任意一個直角三角形，其兩股長的平方和等於斜邊長的平方，  
即  $a^2 + b^2 = c^2$ 。



#### 1類題

配合課本 P96  
例題 1

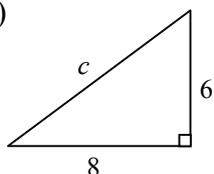
#### 斜邊長的計算

配合課本 P96  
隨堂練習

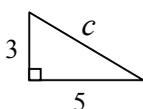
#### 熟練

已知下列各直角三角形的兩股長，求斜邊的長。

(1)



(2)



**解**

(1)由畢氏定理知：

$$c^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$$

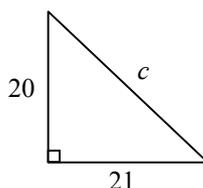
因為  $c > 0$ ，故得  $c = 10$

(2)由畢氏定理知：

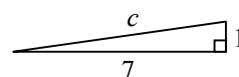
$$c^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$$

因為  $c > 0$ ，故得  $c = \sqrt{34}$

(1)



(2)



**解**

(1)由畢氏定理知：

$$c^2 = 20^2 + 21^2 = 400 + 441 = 841$$

因為  $c > 0$ ，故得  $c = 29$

(2)由畢氏定理知：

$$c^2 = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$$

因為  $c > 0$ ，故得  $c = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

#### 2類題

配合課本 P97  
例題 2

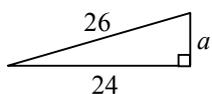
#### 股長的計算

配合課本 P97  
隨堂練習

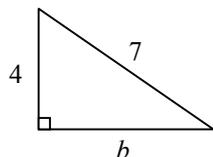
#### 熟練

已知下列各直角三角形一股與斜邊的長，  
求另一股的長。

(1)



(2)



**解**

(1)由畢氏定理知：

$$a^2 + 24^2 = 26^2$$

$$\text{得 } a^2 = 26^2 - 24^2 = 676 - 576 = 100$$

因為  $a > 0$ ，故得  $a = 10$

(2)由畢氏定理知：

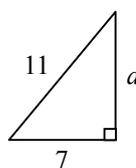
$$b^2 + 4^2 = 7^2$$

$$\text{得 } b^2 = 7^2 - 4^2 = 49 - 16 = 33$$

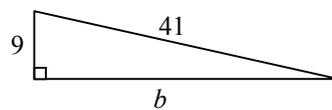
因為  $b > 0$ ，故得  $b = \sqrt{33}$

已知下列各直角三角形一股與斜邊的長，  
求另一股的長。

(1)



(2)



**解**

(1)由畢氏定理知：

$$a^2 + 7^2 = 11^2$$

$$\text{得 } a^2 = 11^2 - 7^2 = 121 - 49 = 72$$

因為  $a > 0$ ，故得  $a = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

(2)由畢氏定理知：

$$b^2 + 9^2 = 41^2$$

$$\text{得 } b^2 = 41^2 - 9^2 = 1681 - 81 = 1600$$

因為  $b > 0$ ，故得  $b = 40$

## 3類題

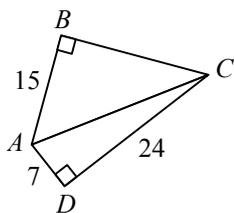
配合課本 P98  
例題 3

## 直角三角形的複合圖形

配合課本 P98  
隨堂練習

## 熟練

如圖，四邊形  $ABCD$  中，  
 $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，已知  
 $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{AD} = 7$ ，  
 $\overline{CD} = 24$ ，則  $\overline{BC} = ?$

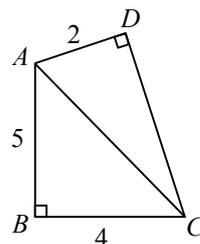


解

在  $\triangle ADC$  中，由畢氏定理知：  
 $\overline{AC}^2 = 7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$   
 因為  $\overline{AC} > 0$ ，故得  $\overline{AC} = 25$ 。

在  $\triangle ABC$  中，由畢氏定理知：  
 $25^2 = \overline{BC}^2 + 15^2$   
 $\overline{BC}^2 = 625 - 225 = 400$   
 因為  $\overline{BC} > 0$ ，故得  $\overline{BC} = 20$ 。

如圖，四邊形  $ABCD$  中，  
 $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，已知  
 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{AD} = 2$ ，  
 則  $\overline{CD} = ?$



解

在  $\triangle ABC$  中，由畢氏定理知：  
 $\overline{AC}^2 = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$   
 因為  $\overline{AC} > 0$ ，故得  $\overline{AC} = \sqrt{41}$ 。

在  $\triangle ACD$  中，由畢氏定理知：  
 $(\sqrt{41})^2 = \overline{CD}^2 + 2^2$   
 $\overline{CD}^2 = 41 - 4 = 37$   
 因為  $\overline{CD} > 0$ ，故得  $\overline{CD} = \sqrt{37}$ 。

## 4類題

配合課本 P99  
例題 4

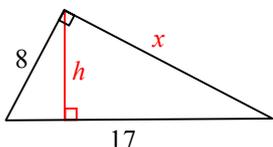
## 斜邊上的高

配合課本 P99  
隨堂練習

## 熟練

如圖，直角三角形  
 斜邊長為 17，一股  
 長為 8，求：

- (1) 另一股的長。
- (2) 斜邊上的高。



解

(1) 設另一股的長為  $x$ ，由畢氏定理知：

$$x^2 + 8^2 = 17^2, \text{ 得}$$

$$x^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225,$$

因為  $x > 0$ ，故得  $x = 15$

(2) 設斜邊上的高為  $h$ ，

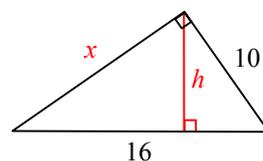
由三角形的面積公式知：

$$\frac{1}{2} \times 17 \times h = \frac{1}{2} \times 8 \times 15,$$

$$h = \frac{8 \times 15}{17} = \frac{120}{17}$$

如圖，直角三角形  
 斜邊長為 16，一股  
 長為 10，求：

- (1) 另一股的長。
- (2) 斜邊上的高。



解

(1) 設另一股的長為  $x$ ，由畢氏定理知：

$$x^2 + 10^2 = 16^2, \text{ 得}$$

$$x^2 = 16^2 - 10^2 = 256 - 100 = 156$$

因為  $x > 0$ ，故得  $x = 2\sqrt{39}$

(2) 設斜邊上的高為  $h$ ，

由三角形的面積公式知：

$$\frac{1}{2} \times 16 \times h = \frac{1}{2} \times 10 \times 2\sqrt{39},$$

$$h = \frac{10 \times 2\sqrt{39}}{16} = \frac{5\sqrt{39}}{4}$$

## 5類題

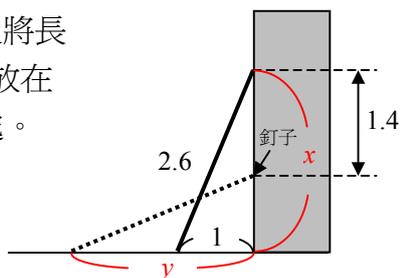
配合課本 P100  
例題 5

## 畢氏定理的應用

配合課本 P100  
隨堂練習

## 熟練

如圖，油漆工人將長 2.6 公尺的梯子放在離牆腳 1 公尺處。則：

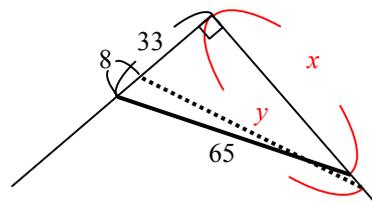


- (1) 梯頂距離地面多少公尺？
- (2) 若梯子發生滑動，梯頂往下滑動了 1.4 公尺才被牆上的釘子卡住而停止，則此時梯腳距離牆腳多少公尺？

解

- (1) 設梯頂距離地面  $x$  公尺，  
 $1^2 + x^2 = (2.6)^2$   
 $x^2 = (2.6)^2 - 1^2 = 5.76$   
 因為  $x > 0$ ，故得  $x = 2.4$   
 所以梯頂離地面 2.4 公尺。
- (2) 設梯子下滑後，梯腳距離牆腳  $y$  公尺，  
 梯頂離地面  $2.4 - 1.4 = 1$  (公尺)。  
 $y^2 + 1^2 = 2.6^2$   
 $y^2 = (2.6)^2 - 1^2 = 6.76 - 1 = 5.76$   
 因為  $y > 0$ ，故得  $y = 2.4$   
 所以梯腳距離牆腳 2.4 公尺。

如圖，國隆將寬度為 65 公分的屏風放在牆的角落，兩邊緊靠牆壁，其中一邊距離牆腳 33 公分。則：



- (1) 屏風的另一邊距離牆腳多少公分？
- (2) 如果國隆將距離牆腳 33 公分的那邊推入 8 公分，兩邊依然維持緊靠牆壁，則另一邊會移出多少公分？

解

- (1) 設屏風的另一邊距離牆腳  $x$  公分，  
 $33^2 + x^2 = 65^2$   
 $x^2 = 65^2 - 33^2 = 4225 - 1089 = 3136$   
 因為  $x > 0$ ，故得  $x = 56$   
 所以屏風的另一邊距離牆腳 56 公分。
- (2) 屏風的一邊推入 8 公分後，  
 離牆腳  $33 - 8 = 25$  (公分)。  
 設另一邊距離牆腳  $y$  公分，  
 $25^2 + y^2 = 65^2$   
 $y^2 = 65^2 - 25^2 = 4225 - 625 = 3600$   
 因為  $y > 0$ ，故得  $y = 60$ ， $60 - 56 = 4$   
 所以屏風的另一邊會移出 4 公分。

## 6類題

配合課本 P101  
例題 6

## 畢氏定理的應用

配合課本 P101  
隨堂練習

## 熟練

浩浩手上有面積為 25 的正方形紙片，與長為 4、寬為 3 的長方形紙片，此正方形紙片的對角線是長方形紙片對角線的幾倍？

解

- 正方形邊長為  $\sqrt{25} = 5$   
 正方形對角線為  $\sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 25} = 5\sqrt{2}$   
 長方形對角線為  $\sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = 5$   
 $5\sqrt{2} \div 5 = \sqrt{2}$ ，所以是  $\sqrt{2}$  倍。

若一直角三角形，兩股比為 3 : 4，斜邊長為 50，則兩股分別為多少？

解

- 設兩股分別為  $3r$ 、 $4r$ ， $r > 0$   
 $9r^2 + 16r^2 = 50^2$   
 $25r^2 = 2500$   
 $r^2 = 100$   
 因為  $r > 0$ ，故得  $r = 10$   
 所以兩股分別為 30、40。

## 2. 平面上兩點的距離

坐標平面上任意兩點  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$  的距離為  $\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ 。

### 1 類題

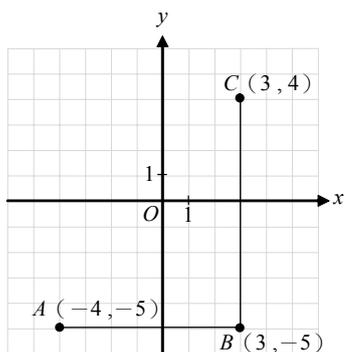
配合課本 P103  
例題 7

水平線或鉛垂線上兩點的距離

配合課本 P103  
隨堂練習

熟練

如下圖，已知坐標平面上  $A(-4, -5)$ 、 $B(3, -5)$ 、 $C(3, 4)$  三點，求：



(1)  $\overline{AB}$  與  $\overline{BC}$  的長。

(2)  $\overline{AC}$  的長。

**解**

$$(1) \overline{AB} = |3 - (-4)| = 7$$

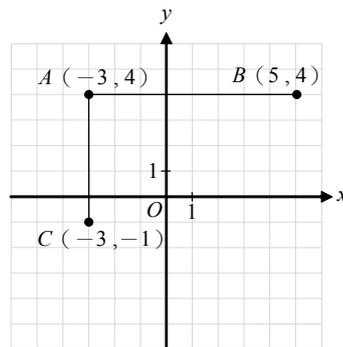
$$\overline{BC} = |4 - (-5)| = 9$$

(2) 由畢氏定理知：

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 49 + 81 = 130$$

因為  $\overline{AC} > 0$ ，故得  $\overline{AC} = \sqrt{130}$ 。

如下圖，已知坐標平面上  $A(-3, 4)$ 、 $B(5, 4)$ 、 $C(-3, -1)$  三點，求：



(1)  $\overline{AB}$  與  $\overline{AC}$  的長。

(2)  $\overline{BC}$  的長。

**解**

$$(1) \overline{AB} = |5 - (-3)| = 8$$

$$\overline{AC} = |4 - (-1)| = 5$$

(2) 由畢氏定理知：

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 64 + 25 = 89$$

因為  $\overline{BC} > 0$ ，故得  $\overline{BC} = \sqrt{89}$ 。

### 2 類題

配合課本 P104  
例題 8

兩點距離

配合課本 P104  
隨堂練習

熟練

已知坐標平面上  $A(-3, 7)$ 、 $B(5, -8)$  兩點，求  $\overline{AB}$  的長。

**解**

$$\overline{AB} = \sqrt{[5 - (-3)]^2 + (-8 - 7)^2}$$

$$= \sqrt{8^2 + (-15)^2}$$

$$= \sqrt{289}$$

$$= 17$$

已知坐標平面上  $A(4, 11)$ 、 $B(-8, -5)$ 、 $C(-3, 12)$  三點，求  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  的長。

**解**

$$\overline{AB} = \sqrt{(-8 - 4)^2 + (-5 - 11)^2}$$

$$= \sqrt{(-12)^2 + (-16)^2}$$

$$= \sqrt{400}$$

$$= 20$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(-3 - 4)^2 + (12 - 11)^2}$$

$$= \sqrt{(-7)^2 + 1^2}$$

$$= \sqrt{50}$$

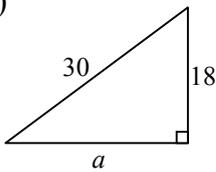
$$= 5\sqrt{2}$$

## 2-3 自我磨練

配合課本 P106~107 自我評量

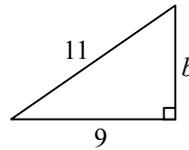
1. 利用畢氏定理計算下列各圖形未知的邊長或對角線長：

(1)



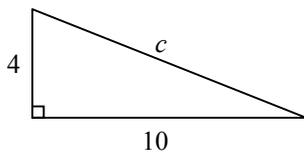
$$a = \sqrt{30^2 - 18^2} = \sqrt{900 - 324} = 24$$

(2)



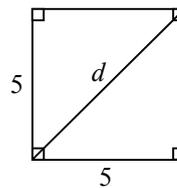
$$b = \sqrt{11^2 - 9^2} = \sqrt{121 - 81} = 2\sqrt{10}$$

(3)



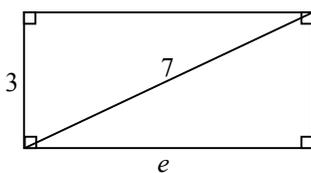
$$c = \sqrt{10^2 + 4^2} = \sqrt{100 + 16} = 2\sqrt{29}$$

(4)



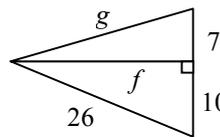
$$d = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 25} = 5\sqrt{2}$$

(5)



$$e = \sqrt{7^2 - 3^2} = \sqrt{49 - 9} = 2\sqrt{10}$$

(6)



$$f = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{676 - 100} = 24$$

$$g = \sqrt{f^2 + 7^2} = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$$

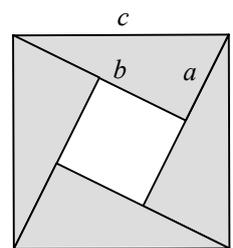
2. 如圖，將四個相同的直角三角形（兩股長分別為  $a$ 、 $b$ ，斜邊長為  $c$ ）拼成一個大的正方形，中間區域則形成一個小的正方形，則：

(1) 大正方形的面積 =  $c^2$ 。(以  $c$  表示)

(2) 小正方形的面積 =  $(b-a)^2$ 。(以  $a$ 、 $b$  表示)

(3) 由「大正方形的面積 = 小正方形的面積 + 四個直角三角形的面積」列出算式，並將它展開、化簡，可以得到什麼式子？

$$(3) c^2 = (b-a)^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times a \times b = b^2 - 2ab + a^2 + 2ab = a^2 + b^2$$



3. 求下列各小題中，坐標平面上兩點間的距離：

(1)  $A(1, -9)$ 、 $B(-15, -9)$

$$\overline{AB} = |1 - (-15)| = 16$$

(2)  $C(-2, 6)$ 、 $D(-10, 12)$

$$\begin{aligned} \overline{CD} &= \sqrt{[-10 - (-2)]^2 + (12 - 6)^2} \\ &= \sqrt{(-8)^2 + 6^2} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$(3) E(4, 13) \cdot F(-1, 1)$$

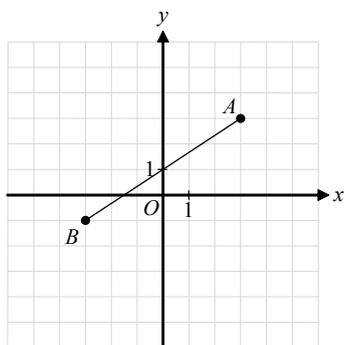
$$\begin{aligned} \overline{EF} &= \sqrt{(-1-4)^2 + (1-13)^2} \\ &= \sqrt{(-5)^2 + (-12)^2} \\ &= \sqrt{169} \\ &= 13 \end{aligned}$$

$$(4) G(-8, -5) \cdot H(3, 0)$$

$$\begin{aligned} \overline{GH} &= \sqrt{[3-(-8)]^2 + [0-(-5)]^2} \\ &= \sqrt{11^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{146} \end{aligned}$$

4. 求下列各坐標平面上兩點的距離：

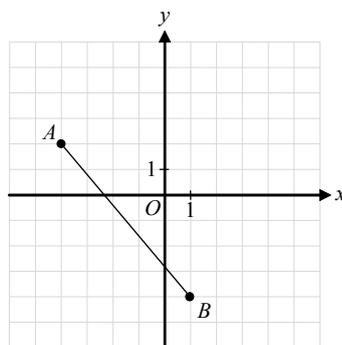
(1)



$$A(3, 3) \cdot B(-3, -1)$$

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{(-3-3)^2 + (-1-3)^2} \\ &= \sqrt{(-6)^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{52} \\ &= 2\sqrt{13} \end{aligned}$$

(2)



$$A(-4, 2) \cdot B(1, -4)$$

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{[1-(-4)]^2 + (-4-2)^2} \\ &= \sqrt{5^2 + (-6)^2} \\ &= \sqrt{61} \end{aligned}$$

5. 已知一個直角三角形的兩股長分別為 8 與 15，求其斜邊上的高。

$$\text{由畢氏定理可知：斜邊長} = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$$

$$\text{直角三角形斜邊上的高} = \frac{\text{兩股乘積}}{\text{斜邊}} = \frac{8 \times 15}{17} = \frac{120}{17}$$

故斜邊上的高為  $\frac{120}{17}$ 。

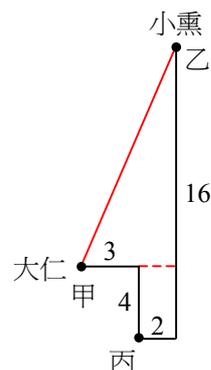
6. 如圖，大仁和小熏分別由甲、乙兩地出發，大仁先向東走 3 公里，再向南走 4 公里，到達丙地。小熏向南走 16 公里，再向西走 2 公里，也到達丙地，則甲、乙兩地相距多少公里？

設甲、乙兩地相距  $x$  公里，

$$\begin{aligned} x^2 &= (16-4)^2 + (3+2)^2 \\ &= 12^2 + 5^2 = 169 \end{aligned}$$

又  $x > 0$ ，所以  $x = \sqrt{169} = 13$

故甲、乙兩地相距 13 公里。



# 3-1

## 提公因式與乘法公式作因式分解

### 1. 因式與倍式

- 若  $A$ 、 $B$ 、 $C$  皆是不為 0 的多項式，當  $A \div B = C$ ，餘式為 0 時，即  $A = B \times C$ ，稱  $B$  是  $A$  的因式， $A$  是  $B$  的倍式。
- 如果  $B$  不能整除  $A$ ，則  $B$  不是  $A$  的因式， $A$  不是  $B$  的倍式。

#### 1 類題

配合課本 P116  
隨堂練習

#### 判斷因式與倍式

配合課本 P116  
隨堂練習

#### 熟練

回答下列問題：

- $x-2$  是否為  $3x^2-2x-8$  的因式？
- $x^2+4$  是否為  $x+2$  的倍式？

**解**

- $3x^2-2x-8 = (3x+4)(x-2)$ ，  
所以  $x-2$  是  $3x^2-2x-8$  的因式。
- $x+2$  無法整除  $x^2+4$ ，  
所以  $x^2+4$  不是  $x+2$  的倍式。

回答下列問題：

- $x-3$  是否為  $2x^2-5x-3$  的因式？
- $x^2+2$  是否為  $x+1$  的倍式？

**解**

- $2x^2-5x-3 = (x-3)(2x+1)$ ，  
所以  $x-3$  是  $2x^2-5x-3$  的因式。
- $x+1$  無法整除  $x^2+2$ ，  
所以  $x^2+2$  不是  $x+1$  的倍式。

#### 2 類題

配合課本 P116  
隨堂練習

#### 因式與倍式

配合課本 P116  
隨堂練習

#### 熟練

已知  $4x^2+4x-15 = (2x+5)(2x-3)$ ，  
則下列敘述哪些是正確的，在  $\square$  中打「 $\checkmark$ 」。

- (1)  $4x^2+4x-15$  是  $(2x+5)$  的倍式  
 (2)  $(2x+3)$  是  $4x^2+4x-15$  的因式  
 (3)  $(2x+5)$  是  $(2x-3)$  的倍式  
 (4)  $(2x+5)(2x-3)$  是  $4x^2+4x-15$  的因式

已知  $3x^2+x-2 = (3x-2)(x+1)$ ，  
則下列敘述哪些是正確的，在  $\square$  中打「 $\checkmark$ 」。

- (1)  $3x^2+x-2$  是  $(3x+2)$  的倍式  
 (2)  $(x+1)$  是  $3x^2+x-2$  的因式  
 (3)  $(3x-2)$  是  $(x+1)$  的倍式  
 (4)  $(3x-2)(x+1)$  是  $3x^2+x-2$  的因式

#### 3 類題

配合課本 P117  
例題 1

#### 利用多項式除法判別因式

配合課本 P117  
隨堂練習

#### 熟練

判別  $x+2$  是否為  $x^2-5x-14$  的因式。  
如果是，將  $x^2-5x-14$  因式分解。

**解**

是， $x^2-5x-14 = (x+2)(x-7)$

判別  $x-3$  是否為  $2x^2+3x-27$  的因式。  
如果是，將  $2x^2+3x-27$  因式分解。

**解**

是， $2x^2+3x-27 = (x-3)(2x+9)$

## 2. 利用提公因式法因式分解

- 形如  $A \times C + B \times C$  的多項式，稱  $C$  為  $A \times C$  和  $B \times C$  的公因式。
- 將  $C$  提出來，寫成  $A \times C + B \times C = (A + B) \times C$ ，稱為提公因式法。

### 1類題

配合課本 P118  
隨堂練習

### 公因式

配合課本 P118  
隨堂練習

### 熟練

回答下列問題：

- $3x$  與  $x^2$  的公因式為  $x$ 。
- $4(x+2)$  與  $x(x+2)$  的公因式為  $x+2$ 。
- $(x-4)(2x+3)$  與  $(2x+3)(3x-2)$  的公因式為  $2x+3$ 。

回答下列問題：

- $4x$  與  $7x^2$  的公因式為  $x$ 。
- $(x-1)$  與  $5x(x-1)$  的公因式為  $x-1$ 。
- $(x+4)(3x+5)$  與  $(x-3)(3x+5)$  的公因式為  $3x+5$ 。

### 2類題

配合課本 P119  
例題 2

### 提單項公因式

配合課本 P119  
隨堂練習

### 熟練

因式分解下列各式：

- $2x^2 + 5x$
- $3x^2 + x(x-1)$
- $x(x+1) + 2x(x+3)$

解

- $2x^2 + 5x = x(2x + 5)$
- $3x^2 + x(x-1) = x(3x + x - 1)$   
 $= x(4x - 1)$
- $x(x+1) + 2x(x+3) = x(x+1+2x+6)$   
 $= x(3x+7)$

因式分解下列各式：

- $a^2 - 8a$
- $y^2 + 2y(y+3)$
- $x(x-7) + x(x+4)$

解

- $a^2 - 8a = a(a - 8)$
- $y^2 + 2y(y+3) = y(y + 2y + 6)$   
 $= 3y(y + 2)$
- $x(x-7) + x(x+4) = x(x-7+x+4)$   
 $= x(2x-3)$

### 3類題

配合課本 P120  
例題 3

### 提公因式

配合課本 P120  
隨堂練習

### 熟練

因式分解下列各式：

- $x(x+1) + 3(x+1)$
- $(x+1)(x+2) + (x+1)(x+3)$

解

- $x(x+1) + 3(x+1) = (x+1)(x+3)$
- $(x+1)(x+2) + (x+1)(x+3)$   
 $= (x+1)(x+2+x+3)$   
 $= (x+1)(2x+5)$

因式分解下列各式：

- $x(x+5) - 2(x+5)$
- $(x-1)(2x+1) - (x-1)(x+4)$

解

- $x(x+5) - 2(x+5) = (x+5)(x-2)$
- $(x-1)(2x+1) - (x-1)(x+4)$   
 $= (x-1)(2x+1-x-4)$   
 $= (x-1)(x-3)$

因式分解下列各式：

$$(1) (x+1)(x-2) - (x+3)(2-x)$$

$$(2) (2x-1)^2 + (1-2x)(x+3)$$

**解**

$$(1) (x+1)(x-2) - (x+3)(2-x)$$

$$= (x+1)(x-2) + (x+3)(x-2)$$

$$= 2(x-2)(x+2)$$

$$(2) (2x-1)^2 + (1-2x)(x+3)$$

$$= (2x-1)^2 - (2x-1)(x+3)$$

$$= (2x-1)(2x-1-x-3)$$

$$= (2x-1)(x-4)$$

因式分解下列各式：

$$(1) (2x-5)(2x+1) + (x+2)(5-2x)$$

$$(2) (3a-8)^2 - (a+4)(8-3a)$$

**解**

$$(1) (2x-5)(2x+1) + (x+2)(5-2x)$$

$$= (2x-5)(2x+1) - (x+2)(2x-5)$$

$$= (2x-5)(x-1)$$

$$(2) (3a-8)^2 - (a+4)(8-3a)$$

$$= (3a-8)^2 + (a+4)(3a-8)$$

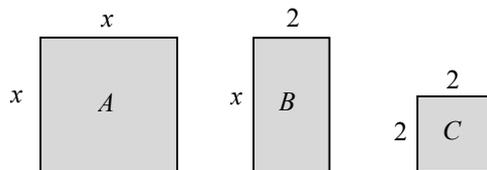
$$= 4(3a-8)(a-1)$$

小濠在玩拼圖時，發現其中有 1 個邊長為  $x$  的大正方形，5 個長為  $x$ 、寬為 1 的長方形，4 個邊長為 1 的小正方形。在不重疊的情況下，若這些圖形可以拼出一個長為  $x+4$  的大長方形，則此大長方形的寬為何？

**解**

大長方形的面積為  $x^2 + 5x + 4$ ，長為  $x+4$ ，  
所以寬為  $(x^2 + 5x + 4) \div (x+4) = x+1$ 。

如下圖，有  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三種不同的紙板，在不重疊的情況下，將 1 個  $A$  紙板、3 個  $B$  紙板與 2 個  $C$  紙板拼成一個大長方形，若大長方形的寬為  $x+2$ ，則此大長方形的長為何？



**解**

大長方形的面積為  $x^2 + 6x + 8$ ，寬為  $x+2$ ，  
所以長為  $(x^2 + 6x + 8) \div (x+2) = x+4$ 。

### 3. 利用乘法公式因式分解

- 當一個多項式可以寫成  $a^2 - b^2$  的形式，就可以利用平方差公式  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$  進行因式分解。
- 當一個多項式可以寫成  $a^2 + 2ab + b^2$  的形式，就可以利用和的平方公式  $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$  進行因式分解。
- 當一個多項式可以寫成  $a^2 - 2ab + b^2$  的形式，就可以利用差的平方公式  $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$  進行因式分解。

**1 類題**配合課本 P124  
例題 6**利用平方差公式因式分解**配合課本 P124  
隨堂練習**熟練**

利用平方差公式，因式分解下列各式：

(1)  $x^2 - 81$

(2)  $9x^2 - 4$

**解**

$$(1) x^2 - 81 = x^2 - 9^2 \\ = (x+9)(x-9)$$

$$(2) 9x^2 - 4 = (3x)^2 - 2^2 \\ = (3x+2)(3x-2)$$

利用平方差公式，因式分解下列各式：

(1)  $x^2 - 100$

(2)  $25x^2 - 16$

**解**

$$(1) x^2 - 100 = x^2 - 10^2 \\ = (x+10)(x-10)$$

$$(2) 25x^2 - 16 = (5x)^2 - 4^2 \\ = (5x+4)(5x-4)$$

**2 類題**配合課本 P125  
例題 7**利用平方差公式因式分解的應用**配合課本 P125  
隨堂練習**熟練**

利用平方差公式，因式分解下列各式：

(1)  $(3x+2)^2 - 81$

(2)  $25 - (y-5)^2$

**解**

$$(1) (3x+2)^2 - 81 \\ = (3x+2)^2 - 9^2 \\ = [(3x+2)+9][(3x+2)-9] \\ = (3x+11)(3x-7)$$

$$(2) 25 - (y-5)^2 \\ = 5^2 - (y-5)^2 \\ = [5+(y-5)][5-(y-5)] \\ = y(10-y)$$

利用平方差公式，因式分解下列各式：

(1)  $49 - (x+4)^2$

(2)  $(2x-5)^2 - 64$

**解**

$$(1) 49 - (x+4)^2 \\ = 7^2 - (x+4)^2 \\ = [7+(x+4)][7-(x+4)] \\ = (x+11)(-x+3)$$

$$(2) (2x-5)^2 - 64 \\ = (2x-5)^2 - 8^2 \\ = [(2x-5)+8][(2x-5)-8] \\ = (2x+3)(2x-13)$$

**3 類題**配合課本 P126  
例題 8**利用完全平方公式因式分解**配合課本 P126  
隨堂練習**熟練**

利用完全平方公式，因式分解下列各式：

(1)  $x^2 + 14x + 49$

(2)  $4x^2 - 20x + 25$

**解**

$$(1) x^2 + 14x + 49 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 7 + 7^2 \\ = (x+7)^2$$

$$(2) 4x^2 - 20x + 25 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2 \\ = (2x-5)^2$$

利用完全平方公式，因式分解下列各式：

(1)  $y^2 - 18y + 81$

(2)  $9x^2 + 30x + 25$

**解**

$$(1) y^2 - 18y + 81 = y^2 - 2 \cdot y \cdot 9 + 9^2 \\ = (y-9)^2$$

$$(2) 9x^2 + 30x + 25 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 5 + 5^2 \\ = (3x+5)^2$$

## 3-1 自我磨練

配合課本 P128~129 自我評量

1. ((D)) 已知  $x^3 - 3x^2 + 2x - 6 = (x-3)(x^2+2)$ ，下列何者是  $x^3 - 3x^2 + 2x - 6$  的因式？

(A)  $x-1$

(B)  $x+1$

(C)  $x+2$

(D)  $x-3$

2. 下列哪些是  $x-2$  的倍式，在  $\square$  中打「 $\checkmark$ 」。

(1)  $-x^2 - 3x + 2$

(2)  $x^2 - 4$      $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$

(3)  $3x^2 - 5x - 2$      $3x^2 - 5x - 2 = (x-2)(3x+1)$

(4)  $2x^2 + 8x + 8$

3. 因式分解下列各式：

(1)  $5x^2 + 7x$   
 $= x(5x+7)$

(2)  $4x^2 - 3x(x-2)$   
 $= x(4x-3x+6)$   
 $= x(x+6)$

(3)  $2x(x+6) - 7(x+6)$   
 $= (x+6)(2x-7)$

(4)  $(x+2)(2x-1) - (x+2)(x+9)$   
 $= (x+2)(x-10)$

(5)  $(x-3)(3x+4) + (2x+1)(x-3)$   
 $= (x-3)(5x+5)$   
 $= 5(x-3)(x+1)$

(6)  $(5x+1)(x-3) + (2x+5)(3-x)$   
 $= (5x+1)(x-3) - (2x+5)(x-3)$   
 $= (x-3)(3x-4)$

(7)  $x^2 - 169$   
 $= x^2 - 13^2$   
 $= (x+13)(x-13)$

(8)  $4x^2 - 121$   
 $= (2x)^2 - 11^2$   
 $= (2x+11)(2x-11)$

(9)  $x^2 + 16x + 64$   
 $= x^2 + 2 \cdot x \cdot 8 + 8^2$   
 $= (x+8)^2$

(10)  $9x^2 - 60x + 100$   
 $= (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 10 + 10^2$   
 $= (3x-10)^2$

(11)  $(x-2)^2 - 81$   
 $= (x-2)^2 - 9^2$   
 $= (x+7)(x-11)$

(12)  $(3x+8)^2 - (2x-1)^2$   
 $= (3x+8+2x-1)(3x+8-2x+1)$   
 $= (5x+7)(x+9)$

4. 小燁在挑戰智慧王闖關遊戲，發現桌上有 3 種圖形，分別是邊長為  $x$  的大正方形 2 個，長為  $x$ 、寬為 1 的小長方形 9 個，邊長為 1 的正方形 9 個。若這些圖形可以拼出一個大長方形，且大長方形的寬為  $x+3$ ，則此大長方形的周長為何？

大長方形的面積為  $2x^2 + 9x + 9$ ，寬為  $x+3$ ，

所以大長方形的長為  $(2x^2 + 9x + 9) \div (x+3) = 2x+3$

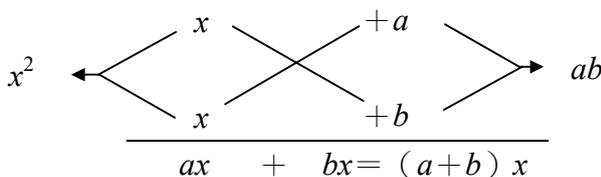
故此大長方形的周長為  $[(2x+3) + (x+3)] \times 2 = 6x+12$

# 3-2

## 利用十字交乘法因式分解

### 1. 二次項係數為 1 的十字交乘法

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$



#### 1類題

配合課本 P131  
例題 1

二次項係數為 1，常數項為正數

配合課本 P132  
隨堂練習

熟練

利用十字交乘法，因式分解  $x^2 + 5x + 4$ 。

解

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad +1 \\ x \quad \quad \quad +4 \\ \hline x + 4x = 5x \end{array}$$

所以  $x^2 + 5x + 4 = (x+1)(x+4)$

利用十字交乘法，因式分解  $x^2 + 11x + 10$ 。

解

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad +1 \\ x \quad \quad \quad +10 \\ \hline x + 10x = 11x \end{array}$$

所以  $x^2 + 11x + 10 = (x+1)(x+10)$

#### 2類題

配合課本 P132  
例題 2

二次項係數為 1，常數項為正數

配合課本 P132  
隨堂練習

熟練

利用十字交乘法，因式分解  $x^2 - 7x + 12$ 。

解

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad -3 \\ x \quad \quad \quad -4 \\ \hline -3x - 4x = -7x \end{array}$$

所以  $x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4)$

利用十字交乘法，因式分解  $x^2 - 10x + 21$ 。

解

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad -3 \\ x \quad \quad \quad -7 \\ \hline -3x - 7x = -10x \end{array}$$

所以  $x^2 - 10x + 21 = (x-3)(x-7)$

#### 3類題

配合課本 P133  
例題 3

二次項係數為 1，常數項為負數

配合課本 P133  
隨堂練習

熟練

利用十字交乘法，因式分解  $x^2 - 5x - 14$ 。

解

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad +2 \\ x \quad \quad \quad -7 \\ \hline 2x - 7x = -5x \end{array}$$

所以  $x^2 - 5x - 14 = (x+2)(x-7)$

利用十字交乘法，因式分解  $x^2 + x - 30$ 。

解

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad -5 \\ x \quad \quad \quad +6 \\ \hline -5x + 6x = x \end{array}$$

所以  $x^2 + x - 30 = (x-5)(x+6)$

#### 即時演練

利用十字交乘法，因式分解下列各式：

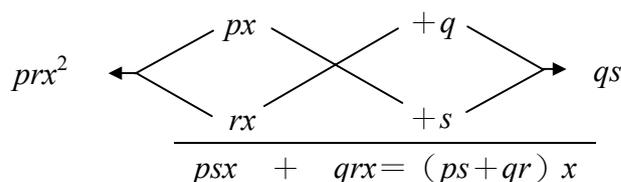
(1)  $x^2 + 11x + 18 = \underline{(x+2)(x+9)}$

(2)  $x^2 - 10x + 24 = \underline{(x-4)(x-6)}$

(3)  $x^2 - 3x - 10 = \underline{(x+2)(x-5)}$

## 2. 二次項係數不為 1 的十字交乘法

$$prx^2 + (ps + qr)x + qs = (px + q)(rx + s)$$



### 1 類題

配合課本 P134  
例題 4

### 二次項係數不為 1

配合課本 P135  
隨堂練習

### 熟練

利用十字交乘法，因式分解  $3x^2 - 11x + 10$ 。

解

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad -2 \\ 3x \quad \quad \quad -5 \\ \hline -6x - 5x = -11x \end{array}$$

所以  $3x^2 - 11x + 10 = (x - 2)(3x - 5)$

利用十字交乘法，因式分解  $3x^2 + 11x + 6$ 。

解

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad +3 \\ 3x \quad \quad \quad +2 \\ \hline 9x + 2x = 11x \end{array}$$

所以  $3x^2 + 11x + 6 = (x + 3)(3x + 2)$

### 2 類題

配合課本 P135  
例題 5

### 二次項係數不為 1

配合課本 P135  
隨堂練習

### 熟練

利用十字交乘法，因式分解  $5x^2 + 12x - 9$ 。

解

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad +3 \\ 5x \quad \quad \quad -3 \\ \hline 15x - 3x = 12x \end{array}$$

所以  $5x^2 + 12x - 9 = (x + 3)(5x - 3)$

利用十字交乘法，因式分解  $12x^2 - 19x - 21$ 。

解

$$\begin{array}{r} 3x \quad \quad \quad -7 \\ 4x \quad \quad \quad +3 \\ \hline -28x + 9x = -19x \end{array}$$

所以  $12x^2 - 19x - 21 = (3x - 7)(4x + 3)$

### 3 類題

配合課本 P136  
例題 6

### 先提公因數

配合課本 P136  
隨堂練習

### 熟練

利用十字交乘法，因式分解  $12x^2 - 10x - 28$ 。

解

$$12x^2 - 10x - 28 = 2(6x^2 - 5x - 14)$$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad -2 \\ 6x \quad \quad \quad +7 \\ \hline -12x + 7x = -5x \end{array}$$

所以  $12x^2 - 10x - 28 = 2(6x^2 - 5x - 14)$   
 $= 2(x - 2)(6x + 7)$

利用十字交乘法，因式分解  $6x^2 + 9x - 6$ 。

解

$$6x^2 + 9x - 6 = 3(2x^2 + 3x - 2)$$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad +2 \\ 2x \quad \quad \quad -1 \\ \hline 4x - x = 3x \end{array}$$

所以  $6x^2 + 9x - 6 = 3(2x^2 + 3x - 2)$   
 $= 3(x + 2)(2x - 1)$

## 4類題

配合課本 P137  
例題 7

## 二次項係數為負數

配合課本 P137  
隨堂練習

## 熟練

利用十字交乘法，因式分解  $-x^2 + 11x - 24$ 。

解

$$-x^2 + 11x - 24 = -(x^2 - 11x + 24)$$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad \quad -3 \\ \quad \quad \quad x \quad \quad -8 \\ \hline -3x - 8x = -11x \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } -x^2 + 11x - 24 &= -(x^2 - 11x + 24) \\ &= -(x-3)(x-8) \end{aligned}$$

利用十字交乘法，因式分解  $-15x^2 - 16x + 15$ 。

解

$$-15x^2 - 16x + 15 = -(15x^2 + 16x - 15)$$

$$\begin{array}{r} 3x \quad \quad \quad +5 \\ \quad \quad \quad 5x \quad \quad -3 \\ \hline 25x - 9x = 16x \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } -15x^2 - 16x + 15 &= -(15x^2 + 16x - 15) \\ &= -(3x+5)(5x-3) \end{aligned}$$

## 5類題

配合課本 P138  
例題 8

## 十字交乘法與乘法公式

配合課本 P138  
隨堂練習

## 熟練

因式分解  $4x^2 - 28x + 49$ 。

解

$$\begin{array}{r} 2x \quad \quad \quad -7 \\ \quad \quad \quad 2x \quad \quad -7 \\ \hline -14x - 14x = -28x \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } 4x^2 - 28x + 49 &= (2x-7)(2x-7) \\ &= (2x-7)^2 \end{aligned}$$

因式分解  $9x^2 + 30x + 25$ 。

解

$$\begin{array}{r} 3x \quad \quad \quad +5 \\ \quad \quad \quad 3x \quad \quad +5 \\ \hline 15x + 15x = 30x \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } 9x^2 + 30x + 25 &= (3x+5)(3x+5) \\ &= (3x+5)^2 \end{aligned}$$

## 即時演練

因式分解下列各式：

- (1)  $15x^2 - 32x + 16 = \underline{(3x-4)(5x-4)}$
- (2)  $6x^2 - 29x + 35 = \underline{(2x-5)(3x-7)}$
- (3)  $-6x^2 + 13x - 5 = \underline{-(2x-1)(3x-5)}$
- (4)  $24x^2 + 34x + 12 = \underline{2(3x+2)(4x+3)}$

## 3-2 自我磨練

配合課本 P140~141 自我評量

1. 利用十字交乘法作  $x^2 - 15x + 54$  的因式分解，其可能的過程有下列四種：

(1)

$$\begin{array}{r} x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} -1 \\ -54 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r} x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} -2 \\ -27 \end{array}$$

(3)

$$\begin{array}{r} x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} -3 \\ -18 \end{array}$$

(4)

$$\begin{array}{r} x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} -6 \\ -9 \end{array}$$

由上面的作法可知  $x^2 - 15x + 54$  可因式分解為  $(x-6)(x-9)$ 。

2. 因式分解下列各式：

(1)  $x^2 + 12x + 35 = (x+7)(x+5)$

$$\begin{array}{r} x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +7 \\ +5 \end{array} \\ \hline 7x + 5x = 12x$$

(2)  $x^2 - 13x + 22 = (x-11)(x-2)$

$$\begin{array}{r} x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} -11 \\ -2 \end{array} \\ \hline -11x - 2x = -13x$$

(3)  $2x^2 + 11x + 5 = (2x+1)(x+5)$

$$\begin{array}{r} 2x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +1 \\ +5 \end{array} \\ \hline x + 10x = 11x$$

(4)  $3x^2 - 17x + 20 = (3x-5)(x-4)$

$$\begin{array}{r} 3x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} -5 \\ -4 \end{array} \\ \hline -5x - 12x = -17x$$

(5)  $6x^2 + 11x - 7 = (3x+7)(2x-1)$

$$\begin{array}{r} 3x \\ 2x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +7 \\ -1 \end{array} \\ \hline 14x - 3x = 11x$$

(6)  $16x^2 + 10x - 21 = (2x+3)(8x-7)$

$$\begin{array}{r} 2x \\ 8x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +3 \\ -7 \end{array} \\ \hline 24x - 14x = 10x$$

(7)  $12x^2 - 31x - 15 = (12x+5)(x-3)$

$$\begin{array}{r} 12x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +5 \\ -3 \end{array} \\ \hline 5x - 36x = -31x$$

(8)  $8x^2 - 22x + 9 = (4x-9)(2x-1)$

$$\begin{array}{r} 4x \\ 2x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} -9 \\ -1 \end{array} \\ \hline -18x - 4x = -22x$$

(9)  $-x^2 + 16x - 28 = -(x^2 - 16x + 28)$   
 $= -(x-2)(x-14)$

$$\begin{array}{r} x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} -2 \\ -14 \end{array} \\ \hline -2x - 14x = -16x$$

(10)  $-2x^2 - 5x + 52 = -(2x^2 + 5x - 52)$   
 $= -(2x+13)(x-4)$

$$\begin{array}{r} 2x \\ x \end{array} \begin{array}{l} \diagdown \\ \diagup \end{array} \begin{array}{l} +13 \\ -4 \end{array} \\ \hline 13x - 8x = 5x$$

# 4-1

## 因式分解法解一元二次方程式

### 1. 一元二次方程式的意義

1. 可以整理成  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 的形式，只含有一種未知數  $x$ ，且未知數的最高次數是 2 的等式，稱為一元二次方程式。
2. 運用「如果  $A \times B = 0$ ，則  $A = 0$  或  $B = 0$ 」的性質，可以找出一元二次方程式的兩個解。

#### 1類題

配合課本 P149  
隨堂練習

#### 判別一元二次方程式

配合課本 P149  
隨堂練習

#### 熟練

判別下列哪些為一元二次方程式，  
在□中打「✓」。

(1)  $-3x+x^2+5$

(2)  $(4-x)(-x)=2$

(3)  $3x^5-3x^3=1$

(4)  $x^2-5=0$

(5)  $(x+2x^2)^2=16$

(6)  $5x^2-x+4=4$

依下列敘述列出一元二次方程式：

(1) 已知  $(x+2)$  與  $(x-3)$  兩數的  
乘積為 36：

$(x+2)(x-3)=36$ 。

(2) 三角形的底為  $(x+1)$ ，高為  $3x$ ，  
面積為 45：

$\frac{1}{2}(x+1) \cdot 3x=45$ 。

#### 2類題

配合課本 P150  
隨堂練習

#### 判別一元二次方程式的解

配合課本 P150  
隨堂練習

#### 熟練

判別  $x=-1$  是否為  $x^2-2x-3=0$  的解？

**解**

$x=-1$  代入  $x^2-2x-3=0$

得  $(-1)^2-2(-1)-3=0$

故  $x=-1$  是  $x^2-2x-3=0$  的解

判別  $x=4$  是否為  $x^2-4x+8=0$  的解？

**解**

$x=4$  代入  $x^2-4x+8=0$

得  $4^2-4 \times 4+8=8 \neq 0$

故  $x=4$  不是  $x^2-4x+8=0$  的解

#### 3類題

配合課本 P150  
例題 1

#### 一元二次方程式的解

配合課本 P151  
隨堂練習

#### 熟練

若  $x=3$  為  $x^2+4x+m=0$  的一個解，  
求  $m$  的值。

**解**

將  $x=3$  代入  $x^2+4x+m=0$ ，得

$9+12+m=0$

$m=-21$

若  $x=-2$  為  $3x^2+5nx+8=0$  的一個解，  
求  $n$  的值。

**解**

將  $x=-2$  代入  $3x^2+5nx+8=0$ ，得

$12-10n+8=0$

$20=10n$

$n=2$

## 4類題

配合課本 P151  
隨堂練習 $A \times B = 0$ ，則  $A = 0$  或  $B = 0$ 配合課本 P151  
隨堂練習

## 熟練

求下列各一元二次方程式的解：

(1)  $(x-2)(x-3)=0$

(2)  $(2x-1)(x+3)=0$

解

(1)  $(x-2)(x-3)=0$

$x=2$  或  $x=3$

(2)  $(2x-1)(x+3)=0$

$x=\frac{1}{2}$  或  $x=-3$

求下列各一元二次方程式的解：

(1)  $(x+1)(x-5)=0$

(2)  $(2x+1)(3x+4)=0$

解

(1)  $(x+1)(x-5)=0$

$x=-1$  或  $x=5$

(2)  $(2x+1)(3x+4)=0$

$x=-\frac{1}{2}$  或  $x=-\frac{4}{3}$

## 即時演練

1. 判別  $x=2$  是否為  $x^2-3x+2=0$  的解？ 是。
2. 若  $x=-1$  為  $3x^2-2x+k=0$  的一個解，則  $k=\underline{-5}$ 。
3. 解一元二次方程式  $(x-5)(x+2)=0$ ，則  $x=\underline{5}$  或  $x=\underline{-2}$ 。

## 2. 因式分解法解一元二次方程式

如果  $ax^2+bx+c=0$  等號左邊可以利用因式分解的方法分成兩個一次式的乘積，就可如上面的 4類題 一樣，求得此方程式的解。

## 1類題

配合課本 P152  
例題 2

提單項公因式

配合課本 P152  
隨堂練習

## 熟練

解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2-5x=0$

(2)  $2x^2=3x$

解

(1)  $x^2-5x=0$

$x(x-5)=0$

$x=0$  或  $x=5$

(2)  $2x^2=3x$

$2x^2-3x=0$

$x(2x-3)=0$

$x=0$  或  $x=\frac{3}{2}$

解下列各一元二次方程式：

(1)  $3x^2+2x=0$

(2)  $x^2=-6x$

解

(1)  $3x^2+2x=0$

$x(3x+2)=0$

$x=0$  或  $x=-\frac{2}{3}$

(2)  $x^2=-6x$

$x^2+6x=0$

$x(x+6)=0$

$x=0$  或  $x=-6$

## 2類題

配合課本 P153  
例題 3提公因式  $ax+b$ 配合課本 P153  
隨堂練習

## 熟練

解一元二次方程式

$$(x+1)(x+2)=6(x+1)。$$

解

$$(x+1)(x+2)=6(x+1)$$

$$(x+1)(x+2)-6(x+1)=0$$

$$(x+1)(x+2-6)=0$$

$$(x+1)(x-4)$$

$$x=-1 \text{ 或 } x=4$$

解一元二次方程式

$$(x-3)(3x+4)=-5(3x+4)。$$

解

$$(x-3)(3x+4)=-5(3x+4)$$

$$(x-3)(3x+4)+5(3x+4)=0$$

$$(3x+4)(x-3+5)=0$$

$$(3x+4)(x+2)=0$$

$$x=-\frac{4}{3} \text{ 或 } x=-2$$

## 3類題

配合課本 P154  
例題 4

## 乘法公式

配合課本 P154  
隨堂練習

## 熟練

解下列各一元二次方程式：

$$(1) (2x-3)^2-121=0$$

$$(2) x^2-4x+4=0$$

解

$$(1) (2x-3)^2-121=0$$

$$[(2x-3)+11][(2x-3)-11]=0$$

$$(2x+8)(2x-14)=0$$

$$x=-4 \text{ 或 } 7$$

$$(2) x^2-4x+4=0$$

$$(x-2)^2=0$$

$$x=2 \text{ (重根)}$$

解下列各一元二次方程式：

$$(1) x^2-9=0$$

$$(2) x^2+10x+25=0$$

解

$$(1) x^2-9=0$$

$$(x+3)(x-3)=0$$

$$x=3 \text{ 或 } -3$$

$$(2) x^2+10x+25=0$$

$$(x+5)^2=0$$

$$x=-5 \text{ (重根)}$$

## 4類題

配合課本 P155  
例題 5

## 十字交乘法

配合課本 P155  
隨堂練習

## 熟練

解下列各一元二次方程式：

$$(1) 2x^2-15x+18=0$$

$$(2) (x+1)(x-4)=14$$

解

$$(1) 2x^2-15x+18=0$$

$$(2x-3)(x-6)=0$$

$$x=\frac{3}{2} \text{ 或 } x=6$$

$$\begin{array}{r} 2x \quad \times \quad -3 \\ x \quad \times \quad -6 \\ \hline -3x-12x=-15x \end{array}$$

$$(2) (x+1)(x-4)=14$$

$$x^2-3x-18=0$$

$$(x+3)(x-6)=0$$

$$x=-3 \text{ 或 } x=6$$

$$\begin{array}{r} x \quad \times \quad +3 \\ x \quad \times \quad -6 \\ \hline 3x-6x=-3x \end{array}$$

解下列各一元二次方程式：

$$(1) 3x^2+8x-35=0$$

$$(2) (x-2)(x+4)=16$$

解

$$(1) 3x^2+8x-35=0$$

$$(x+5)(3x-7)=0$$

$$x=-5 \text{ 或 } x=\frac{7}{3}$$

$$\begin{array}{r} x \quad \times \quad +5 \\ 3x \quad \times \quad -7 \\ \hline 15x-7x=8x \end{array}$$

$$(2) (x-2)(x+4)=16$$

$$x^2+2x-24=0$$

$$(x-4)(x+6)=0$$

$$x=4 \text{ 或 } x=-6$$

$$\begin{array}{r} x \quad \times \quad -4 \\ x \quad \times \quad +6 \\ \hline -4x+6x=2x \end{array}$$

## 5類題

配合課本 P156  
例題 6

## 係數化簡

配合課本 P156  
隨堂練習

## 熟練

解下列各一元二次方程式：

(1)  $\frac{3}{4}x^2 + 4x - 3 = 0$

(2)  $3x^2 - 24x + 45 = 0$

解

(1) 將等號的左右兩邊同乘以 4，得

$$3x^2 + 16x - 12 = 0$$

$$(x+6)(3x-2) = 0$$

$x$	$\times$	$+6$
$3x$	$\times$	$-2$
$18x - 2x = 16x$		

$$x = -6 \text{ 或 } x = \frac{2}{3}$$

(2) 將等號的左右兩邊同除以 3，得

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x-3)(x-5) = 0$$

$x$	$\times$	$-3$
$x$	$\times$	$-5$
$-3x - 5x = -8x$		

$$x = 3 \text{ 或 } x = 5$$

解下列各一元二次方程式：

(1)  $\frac{5}{3}x^2 - \frac{8}{3}x - 7 = 0$

(2)  $8x^2 + 4x - 40 = 0$

解

(1) 將等號的左右兩邊同乘以 3，得

$$5x^2 - 8x - 21 = 0$$

$$(x-3)(5x+7) = 0$$

$x$	$\times$	$-3$
$5x$	$\times$	$+7$
$-15x + 7x = -8x$		

$$x = 3 \text{ 或 } x = -\frac{7}{5}$$

(2) 將等號的左右兩邊同除以 4，得

$$2x^2 + x - 10 = 0$$

$$(x-2)(2x+5) = 0$$

$x$	$\times$	$-2$
$2x$	$\times$	$+5$
$-4x + 5x = x$		

$$x = 2 \text{ 或 } x = -\frac{5}{2}$$

## 6類題

配合課本 P157  
例題 7

## 求方程式的另一解

配合課本 P157  
隨堂練習

## 熟練

若 6 為一元二次方程式  $2x^2 - 9x + m = 0$  的一個解，求  $m$  的值及此方程式的另外一個解。

解

將 6 代入方程式  $2x^2 - 9x + m = 0$ ，得

$$2 \times 6^2 - 9 \times 6 + m = 0$$

$$72 - 54 + m = 0$$

$$18 + m = 0, m = -18$$

此方程式為  $2x^2 - 9x - 18 = 0$ 

$$(x-6)(2x+3) = 0$$

$x$	$\times$	$-6$
$2x$	$\times$	$+3$
$-12x + 3x = -9x$		

$$x = 6 \text{ 或 } x = -\frac{3}{2}$$

故  $m = -18$ ，此方程式的另一個解為  $-\frac{3}{2}$ 。若 -8 為一元二次方程式  $2x^2 + nx - (3n+7) = 0$  的一個解，求  $n$  的值及此方程式的另外一個解。

解

將 -8 代入方程式  $2x^2 + nx - (3n+7) = 0$ ，得

$$2 \times (-8)^2 + (-8)n - (3n+7) = 0$$

$$128 - 8n - 3n - 7 = 0$$

$$121 = 11n, n = 11$$

此方程式為  $2x^2 + 11x - 40 = 0$ 

$$(x+8)(2x-5) = 0$$

$x$	$\times$	$+8$
$2x$	$\times$	$-5$
$16x - 5x = 11x$		

$$x = -8 \text{ 或 } x = \frac{5}{2}$$

故  $n = 11$ ，此方程式的另一個解為  $\frac{5}{2}$ 。

## 即時演練

解下列各一元二次方程式：

(1)  $2x(x+5) - 3(x+5) = 0$

$$x = -5 \text{ 或 } x = \frac{3}{2}$$

(2)  $2x^2 + 3x - 2 = 0$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 或 } x = -2$$

## 4-1 自我磨練

配合課本 P160~161 自我評量

1. 下列敘述如果正確打「○」，不正確打「×」。

(×)(1) 2 是  $x^2 - 2x - 4 = 0$  的一個解。

(○)(2) -3 是  $x^2 - 2x - 15 = 0$  的一個解。

(○)(3) 3 是  $(2x+3)(x-3) = 0$  的一個解。

(×)(4) 4 是  $(3x+2)(x-4) = 1$  的一個解。

(○)(5)  $\frac{1}{2}$  是  $(x+4)(2x-1) = 0$  的一個解。

(×)(6)  $\frac{2}{3}$  是  $(2x+3)(x-9) = 0$  的一個解。

2. 解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2 + 8x = 0$

$$x(x+8) = 0$$

$$x = 0 \text{ 或 } x = -8$$

(2)  $x(4x-5) = 6(4x-5)$

$$x(4x-5) - 6(4x-5) = 0$$

$$(4x-5)(x-6) = 0$$

$$x = \frac{5}{4} \text{ 或 } x = 6$$

(3)  $(x+5)(2x-7) = -3(x+5)$

$$(x+5)(2x-7) + 3(x+5) = 0$$

$$(x+5)(2x-7+3) = 0$$

$$(x+5)(2x-4) = 0$$

$$x = -5 \text{ 或 } x = 2$$

(4)  $(2x+3)^2 = 81$

$$(2x+3)^2 - 9^2 = 0$$

$$(2x+3+9)(2x+3-9) = 0$$

$$(2x+12)(2x-6) = 0$$

$$x = -6 \text{ 或 } x = 3$$

(5)  $(x+4)^2 = 9x^2$

$$(x+4)^2 - (3x)^2 = 0$$

$$(x+4+3x)(x+4-3x) = 0$$

$$(4x+4)(-2x+4) = 0$$

$$x = -1 \text{ 或 } x = 2$$

(6)  $3x^2 - 13x + 12 = 0$

$$(x-3)(3x-4) = 0$$

$$x = 3 \text{ 或 } x = \frac{4}{3}$$

(7)  $8x^2 + 18x - 5 = 0$

$$(2x+5)(4x-1) = 0$$

$$x = -\frac{5}{2} \text{ 或 } x = \frac{1}{4}$$

(8)  $5x^2 - 40x = 3x + 18$

$$5x^2 - 43x - 18 = 0$$

$$(x-9)(5x+2) = 0$$

$$x = 9 \text{ 或 } x = -\frac{2}{5}$$

(9)  $(x+2)(x-6) = 9$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$(x+3)(x-7) = 0$$

$$x = -3 \text{ 或 } x = 7$$

(10)  $\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{12}x - \frac{1}{2} = 0$

$$6x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(2x-3)(3x+2) = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ 或 } x = -\frac{2}{3}$$

(11)  $9x^2 + 57x - 42 = 0$

$$3(3x^2 + 19x - 14) = 0$$

$$3(x+7)(3x-2) = 0$$

$$x = -7 \text{ 或 } x = \frac{2}{3}$$

(12)  $(2x+1)^2 - 7(2x+1) = 0$

$$(2x+1)(2x+1-7) = 0$$

$$(2x+1)(2x-6) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ 或 } x = 3$$

# 4-2

## 配方法與公式解

### 1. 平方根解法

- 形如  $(ax+b)^2=c$  的一元二次方程式 (其中  $c \geq 0$ )，可利用平方根的概念求解。
- 配方： $x^2 \pm mx$  加上  $(\frac{m}{2})^2$ ，可配成完全平方式  $(x \pm \frac{m}{2})^2$ 。

#### 1類題

配合課本 P162  
例題 1

#### 利用平方根求解

配合課本 P162  
隨堂練習

#### 熟練

解一元二次方程式  $4x^2=7$ ，並將所得的解代回原方程式檢驗。

**解**

$$4x^2=7$$

$$x^2=\frac{7}{4}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$$

此方程式的解為  $\frac{\sqrt{7}}{2}$  與  $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 。

$$\text{檢驗：} 4 \times \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 = 4 \times \frac{7}{4} = 7$$

$$4 \times \left(-\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 = 4 \times \frac{7}{4} = 7$$

解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2=15$

(2)  $9x^2=25$

**解**

(1)  $x^2=15$

$$x=\pm\sqrt{15}$$

(2)  $9x^2=25$

$$x^2=\frac{25}{9}$$

$$x=\pm\frac{5}{3}$$

#### 2類題

配合課本 P163  
例題 2

#### 平方根求解

配合課本 P163  
隨堂練習

#### 熟練

解下列各一元二次方程式：

(1)  $(x-3)^2=6$

(2)  $(-2x+5)^2=8$

**解**

(1)  $(x-3)^2=6$

$$x-3=\pm\sqrt{6}$$

$$x=3\pm\sqrt{6}$$

(2)  $(-2x+5)^2=8$

$$-2x+5=\pm 2\sqrt{2}$$

$$-2x=-5\pm 2\sqrt{2}$$

$$x=\frac{-5\pm 2\sqrt{2}}{-2}$$

$$x=\frac{5}{2}\pm\sqrt{2}$$

解下列一元二次方程式：

(1)  $(3x-4)^2=20$

(2)  $x^2-4x+4=5$

**解**

(1)  $(3x-4)^2=20$

$$3x-4=\pm 2\sqrt{5}$$

$$x=\frac{4\pm 2\sqrt{5}}{3}$$

(2)  $x^2-4x+4=5$

$$(x-2)^2=5$$

$$x-2=\pm\sqrt{5}$$

$$x=2\pm\sqrt{5}$$

## 3類題

配合課本 P166  
例題 3

## 配成完全平方式

配合課本 P167  
隨堂練習

## 熟練

分別將適當的數填入□中，使該式子可以配成一個完全平方式，並將它寫成完全平方的形式。

(1)  $x^2 + 6x + \square$

(2)  $x^2 - 7x + \square$

(3)  $x^2 - \frac{4}{5}x + \square$

解

(1)  $x^2 + 6x + \square = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$

$\square = 3^2 = 9$ ，完全平方式為  $(x+3)^2$

(2)  $x^2 - 7x + \square = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{7}{2} + (\frac{7}{2})^2$

$\square = (\frac{7}{2})^2 = \frac{49}{4}$ ，完全平方式為  $(x - \frac{7}{2})^2$

(3)  $x^2 - \frac{4}{5}x + \square = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{2}{5} + (\frac{2}{5})^2$

$\square = (\frac{2}{5})^2 = \frac{4}{25}$ ，完全平方式為  $(x - \frac{2}{5})^2$

在□中填入適當的數，使得下列各式可以配成完全平方式。

(1)  $x^2 - 18x + \square$

(2)  $x^2 + 13x + \square$

(3)  $x^2 + \frac{1}{5}x + \square$

解

(1)  $x^2 - 18x + \square = x^2 + 2 \cdot x \cdot 9 + 9^2$

$\square = 9^2 = 81$

(2)  $x^2 + 13x + \square = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{13}{2} + (\frac{13}{2})^2$

$\square = (\frac{13}{2})^2 = \frac{169}{4}$

(3)  $x^2 + \frac{1}{5}x + \square = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{10} + (\frac{1}{10})^2$

$\square = (\frac{1}{10})^2 = \frac{1}{100}$

## 4類題

配合課本 P167  
隨堂練習

## 配成完全平方式

配合課本 P167  
隨堂練習

## 熟練

在空格中填入適當的數，使得下列各式可以配成完全平方式。

(1)  $x^2 + 24x + \frac{144}{\quad} = (x + \frac{12}{\quad})^2$

(2)  $x^2 - 11x + \frac{121}{\quad} = (x - \frac{11}{\quad})^2$

(3)  $x^2 + \frac{8}{7}x + \frac{16}{49} = (x + \frac{4}{7})^2$

在空格中填入適當的數，使得下列各式可以配成完全平方式。

(1)  $x^2 + 12x + \frac{36}{\quad} = (x + \frac{6}{\quad})^2$

(2)  $x^2 - 13x + \frac{169}{4} = (x - \frac{13}{2})^2$

(3)  $x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = (x + \frac{2}{3})^2$

## 即時演練

1. 解一元二次方程式  $(x-2)^2 = 10$ ， $x = \underline{2 \pm \sqrt{10}}$ 。

2. 在空格中填入適當的數，使得下列各式可以配成完全平方式。

(1)  $x^2 + 18x + \frac{81}{\quad} = (x + \frac{9}{\quad})^2$

(2)  $x^2 - 9x + \frac{81}{4} = (x - \frac{9}{2})^2$

(3)  $x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = (x + \frac{3}{4})^2$

## 2. 配方法解一元二次方程式

利用配方法，將一元二次方程式整理成  $(x+a)^2=b$  的形式，再利用平方根的概念求解。

### 1 類題

配合課本 P169  
例題 4

二次項係數為 1

配合課本 P169  
隨堂練習

熟練

解一元二次方程式  $x^2 - 4x - 2 = 0$ 。

**解**

$$x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$x^2 - 4x = 2$$

$$x^2 - 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2$$

$$(x-2)^2 = 6$$

$$x-2 = \pm\sqrt{6}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{6}$$

解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2 + 8x + 9 = 0$

(2)  $x^2 - 6x - 6 = 0$

**解**

(1)  $x^2 + 8x + 9 = 0$

$$x^2 + 8x = -9$$

$$x^2 + 8x + \left(\frac{8}{2}\right)^2 = -9 + \left(\frac{8}{2}\right)^2$$

$$(x+4)^2 = 7$$

$$x+4 = \pm\sqrt{7}$$

$$x = -4 \pm \sqrt{7}$$

(2)  $x^2 - 6x - 6 = 0$

$$x^2 - 6x = 6$$

$$x^2 - 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 6 + \left(\frac{6}{2}\right)^2$$

$$(x-3)^2 = 15$$

$$x-3 = \pm\sqrt{15}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{15}$$

### 2 類題

配合課本 P170  
例題 5

不易因式分解的方程式

配合課本 P170  
隨堂練習

熟練

解一元二次方程式  $x^2 - 6x - 391 = 0$ 。

**解**

$$x^2 - 6x - 391 = 0$$

$$x^2 - 6x = 391$$

$$x^2 - 6x + 3^2 = 391 + 3^2$$

$$(x-3)^2 = 400$$

$$x-3 = \pm 20$$

$$x = -17 \text{ 或 } x = 23$$

解一元二次方程式  $x^2 + 2x - 323 = 0$ 。

**解**

$$x^2 + 2x - 323 = 0$$

$$x^2 + 2x = 323$$

$$x^2 + 2x + 1^2 = 323 + 1^2$$

$$(x+1)^2 = 324$$

$$x+1 = \pm 18$$

$$x = 17 \text{ 或 } x = -19$$

## 3類題

配合課本 P171  
例題 6

## 配方法的應用

配合課本 P171  
隨堂練習

## 熟練

若方程式  $x^2 - 16x + p = 0$  可配方化成  $(x-8)^2 = 30$  的形式，則  $p$  的值是多少？

解

$$x^2 - 16x + p = 0$$

$$x^2 - 16x + 8^2 = -p + 8^2$$

$$(x-8)^2 = 64 - p$$

與  $(x-8)^2 = 30$  對照得

$$64 - p = 30$$

$$p = 34$$

若方程式  $x^2 + 10x + p = 0$  可配方化成  $(x+5)^2 = 27$  的形式，則  $p$  的值是多少？

解

$$(x+5)^2 = 27$$

$$x^2 + 10x + 25 = 27$$

$$x^2 + 10x - 2 = 0$$

與  $x^2 + 10x + p = 0$  對照得

$$p = -2$$

## 4類題

配合課本 P172  
例題 7

## 二次項係數不為 1

配合課本 P172  
隨堂練習

## 熟練

解一元二次方程式  $2x^2 + 7x + 4 = 0$ 。

解

$2x^2 + 7x + 4 = 0$ ，等號兩邊同除以 2

$$x^2 + \frac{7}{2}x + 2 = 0$$

$$x^2 + \frac{7}{2}x = -2$$

$$x^2 + \frac{7}{2}x + \left(\frac{7}{4}\right)^2 = -2 + \left(\frac{7}{4}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{17}{16}$$

$$x + \frac{7}{4} = \pm \frac{\sqrt{17}}{4}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{4}$$

解下列各一元二次方程式：

(1)  $3x^2 - 12x + 7 = 0$

(2)  $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = 0$

解

(1)  $3x^2 - 12x + 7 = 0$ ，等號兩邊同除以 3

$$x^2 - 4x + \frac{7}{3} = 0$$

$$x^2 - 4x + 2^2 = -\frac{7}{3} + 2^2$$

$$(x-2)^2 = \frac{5}{3}$$

$$x-2 = \pm \frac{\sqrt{15}}{3}, x = 2 \pm \frac{\sqrt{15}}{3}$$

(2)  $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = 0$ ，等號兩邊同乘以 4

$$x^2 + \frac{4}{3}x - 2 = 0$$

$$x^2 + \frac{4}{3}x + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{22}{9}$$

$$x + \frac{2}{3} = \pm \frac{\sqrt{22}}{3}, x = \frac{-2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

解下列各一元二次方程式：

$$(1) x^2 - 24x + 144 = 0$$

$$(2) 9x^2 + 12x + 19 = 0$$

**解**

$$(1) x^2 - 24x + 144 = 0$$

$$x^2 - 24x = -144$$

$$x^2 - 24x + 12^2 = -144 + 12^2$$

$$(x - 12)^2 = 0$$

$$x = 12 \text{ (重根)}。$$

$$(2) 9x^2 + 12x + 19 = 0$$

$$x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{19}{9} = 0$$

$$x^2 + \frac{4}{3}x + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = -\frac{19}{9} + \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = -\frac{5}{9}$$

因為任何數的平方都不可能為負數，  
所以此方程式沒有解。

解下列各一元二次方程式：

$$(1) 2x^2 + 12x + 18 = 0$$

$$(2) x^2 - 7x + 15 = 0$$

**解**

$$(1) 2x^2 + 12x + 18 = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$x^2 + 6x = -9$$

$$x^2 + 6x + 3^2 = -9 + 3^2$$

$$(x + 3)^2 = 0$$

$$x = -3 \text{ (重根)}。$$

$$(2) x^2 - 7x + 15 = 0$$

$$x^2 - 7x = -15$$

$$x^2 - 7x + \left(\frac{7}{2}\right)^2 = -15 + \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = -\frac{11}{4}$$

因為任何數的平方都不可能為負數，  
所以此方程式沒有解。

### 即時演練

解下列各一元二次方程式：

$$(1) x^2 + 6x + 4 = 0 \quad x = -3 \pm \sqrt{5}$$

$$(2) x^2 - 4x + 2 = 0 \quad x = 2 \pm \sqrt{2}$$

$$(3) x^2 + 10x - 2 = 0 \quad x = -5 \pm 3\sqrt{3}$$

$$(4) 5x^2 + 6x - 2 = 0 \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{19}}{5}$$

### 3. 一元二次方程式的公式解

一元二次方程式  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ )

(1) 當  $b^2-4ac > 0$  時,  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$  (相異兩根)。

(2) 當  $b^2-4ac = 0$  時,  $x = -\frac{b}{2a}$  (重根)。

(3) 當  $b^2-4ac < 0$  時, 方程式沒有解。

其中  $b^2-4ac$  稱為判別式。

#### 1 類題

配合課本 P176

例題 9

#### 判別式大於 0

配合課本 P177

隨堂練習

#### 熟練

利用公式解, 求下列各一元二次方程式的解:

(1)  $x^2+5x-24=0$

(2)  $5x^2+3x=27$

**解**

(1)  $x^2+5x-24=0$

將  $a=1$ ,  $b=5$ ,  $c=-24$  代入  $b^2-4ac$   
得  $b^2-4ac=5^2-4 \times 1 \times (-24)=121 > 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
$$= \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{2}$$

$x=3$  或  $x=-8$

(2)  $5x^2+3x=27$

$5x^2+3x-27=0$

將  $a=5$ ,  $b=3$ ,  $c=-27$  代入  $b^2-4ac$   
得  $b^2-4ac=3^2-4 \times 5 \times (-27)=549 > 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
$$= \frac{-3 \pm \sqrt{549}}{10}$$
$$= \frac{-3 \pm 3\sqrt{61}}{10}$$

利用公式解, 求下列各一元二次方程式的解:

(1)  $x^2-2x-35=0$

(2)  $2x^2-6x+3=0$

**解**

(1)  $x^2-2x-35=0$

將  $a=1$ ,  $b=-2$ ,  $c=-35$  代入  $b^2-4ac$   
得  $b^2-4ac=(-2)^2-4 \times 1 \times (-35)=144 > 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
$$= \frac{2 \pm \sqrt{144}}{2}$$

$x=7$  或  $x=-5$

(2)  $2x^2-6x+3=0$

將  $a=2$ ,  $b=-6$ ,  $c=3$  代入  $b^2-4ac$   
得  $b^2-4ac=(-6)^2-4 \times 2 \times 3=12 > 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
$$= \frac{6 \pm \sqrt{12}}{4}$$
$$= \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

## 2 類題

配合課本 P177  
例題 10

## 判別式等於或小於 0

配合課本 P177  
隨堂練習

## 熟練

利用公式解，求下列各一元二次方程式的解：

(1)  $16x^2 + 8x + 1 = 0$

(2)  $x^2 - 5x + 10 = 0$

解

(1)  $16x^2 + 8x + 1 = 0$

令  $a = 16, b = 8, c = 1,$

得  $b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times 16 \times 1 = 0$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{32} = -\frac{1}{4} \quad (\text{重根})$$

(2)  $x^2 - 5x + 10 = 0$

令  $a = 1, b = -5, c = 10$

得  $b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 10 = -15 < 0$

所以沒有解。

利用公式解，求下列各一元二次方程式的解：

(1)  $4x^2 - 20x + 25 = 0$

(2)  $2x^2 + 7x + 8 = 0$

解

(1)  $4x^2 - 20x + 25 = 0$

令  $a = 4, b = -20, c = 25,$

得  $b^2 - 4ac = (-20)^2 - 4 \times 4 \times 25 = 0$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\left(\frac{-20}{8}\right) = \frac{5}{2} \quad (\text{重根})$$

(2)  $2x^2 + 7x + 8 = 0$

令  $a = 2, b = 7, c = 8$

得  $b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \times 2 \times 8 = -15 < 0$

所以沒有解。

## 3 類題

配合課本 P178  
例題 11

## 係數為分數或負數

配合課本 P178  
隨堂練習

## 熟練

利用公式解，求一元二次方程式

$\frac{2}{3}x^2 - x + \frac{1}{6} = 0$  的解。

解

兩邊同乘以 6 得  $4x^2 - 6x + 1 = 0$

令  $a = 4, b = -6, c = 1$

得  $b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 4 \times 1 = 20 > 0$

$$\begin{aligned} \text{故 } x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{20}}{8} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{5}}{4} \end{aligned}$$

利用公式解，求一元二次方程式  
 $-2x^2 - 8x + 3 = 0$  的解。

解

兩邊同乘以  $-1$  得  $2x^2 + 8x - 3 = 0$

令  $a = 2, b = 8, c = -3$

得  $b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 88 > 0$

$$\begin{aligned} \text{故 } x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-8 \pm \sqrt{88}}{4} \\ &= -2 \pm \frac{\sqrt{22}}{2} \end{aligned}$$

## 即時演練

利用公式解，求下列各一元二次方程式的解：

(1)  $x^2 + 4x - 45 = 0$      $x = 5$  或  $x = -9$

(3)  $x^2 + 5x + 3 = 0$      $x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$

(2)  $2x^2 + 6x - 7 = 0$      $x = \frac{-3 \pm \sqrt{23}}{2}$

(4)  $3x^2 + 6x + 2 = 0$      $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3}}{3}$

## 4-2 自我磨練

配合課本 P180~181 自我評量

1. 求下列各一元二次方程式的解：

(1)  $(x+6)^2=49$

$$x+6=\pm 7$$

$$x=1 \text{ 或 } x=-13$$

(3)  $(x+8)^2+16=0$

$$(x+8)^2=-16$$

因為負數沒有平方根，所以沒有解。

(2)  $(x+7)^2-12=0$

$$(x+7)^2=12$$

$$x+7=\pm 2\sqrt{3}, x=-7\pm 2\sqrt{3}$$

(4)  $(3x-6)^2+5=23$

$$(3x-6)^2=18$$

$$3x-6=\pm 3\sqrt{2}, x=2\pm \sqrt{2}$$

2. 利用配方法解下列各一元二次方程式：

(1)  $x^2+2x-9=0$

$$x^2+2x+1^2=9+1^2$$

$$(x+1)^2=10$$

$$x=-1\pm \sqrt{10}$$

(2)  $x^2+12x+18=0$

$$x^2+12x+6^2=-18+6^2$$

$$(x+6)^2=18$$

$$x=-6\pm 3\sqrt{2}$$

(3)  $5x^2+4x=2$

$$x^2+\frac{4}{5}x=\frac{2}{5}$$

$$x^2+\frac{4}{5}x+(\frac{2}{5})^2=\frac{2}{5}+(\frac{2}{5})^2$$

$$(x+\frac{2}{5})^2=\frac{14}{25}, x=\frac{-2\pm\sqrt{14}}{5}$$

(4)  $3x^2+15x+17=0$

$$x^2+5x+\frac{17}{3}=0$$

$$x^2+5x+(\frac{5}{2})^2=-\frac{17}{3}+(\frac{5}{2})^2$$

$$(x+\frac{5}{2})^2=\frac{7}{12}, x=-\frac{5}{2}\pm\frac{\sqrt{21}}{6}$$

3. 利用公式解，求下列各一元二次方程式的解：

(1)  $x^2+5x-10=0$

令  $a=1, b=5, c=-10$ ，得

$$b^2-4ac=5^2-4\times 1\times (-10)=65>0$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-5\pm\sqrt{65}}{2}$$

(2)  $5x^2-4x+3=0$

令  $a=5, b=-4, c=3$ ，得

$$b^2-4ac=(-4)^2-4\times 5\times 3=-44<0$$

所以沒有解。

(3)  $-x^2-15x+54=0$

令  $a=-1, b=-15, c=54$ ，得

$$b^2-4ac=(-15)^2-4\times (-1)\times 54=441>0$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{15\pm\sqrt{441}}{-2}$$

$$x=3 \text{ 或 } x=-18$$

(4)  $9x^2+25=30x$

$$9x^2-30x+25=0$$

令  $a=9, b=-30, c=25$ ，得

$$b^2-4ac=(-30)^2-4\times 9\times 25=0$$

$$x=-\frac{b}{2a}=-\left(\frac{-30}{18}\right)=\frac{5}{3} \text{ (重根)}$$

4. 將方程式  $3x^2-2x-3=0$  化為  $(x+p)^2=q$  的形式，則  $p+q$  的值為何？

$$x^2-\frac{2}{3}x-1=0, x^2-\frac{2}{3}x+(\frac{1}{3})^2=1+(\frac{1}{3})^2, (x-\frac{1}{3})^2=\frac{10}{9}$$

$$\text{所以 } p=-\frac{1}{3}, q=\frac{10}{9}, p+q=-\frac{1}{3}+\frac{10}{9}=\frac{7}{9}$$

# 4-3

## 應用問題

### 1類題

配合課本 P182  
例題 1

### 支付問題

配合課本 P182  
隨堂練習

### 熟練

老師買了一些糖果要分給班上的學生，他買的糖果數量為一顆糖果單價的 5 倍，結帳時付了 400 元並找回 80 元，則一顆糖果的單價為多少元？

**解**

設一顆糖果的單價為  $x$  元，則老師買了  $5x$  顆，依題意可列出方程式

$$x \cdot 5x = 400 - 80$$

$$5x^2 = 320$$

$$x^2 = 64$$

$$x = \pm 8$$

由於價格不能為負數，  
故一顆糖果的單價為 8 元。

艾美與洛基參加公益活動，已知艾美捐助的金額為洛基捐助金額的 2 倍少 40 元，若將兩人捐助的金額相乘得 24000，則艾美與洛基分別捐助多少元？

**解**

設洛基捐助  $x$  元，則艾美捐助  $(2x-40)$  元，依題意可列出方程式

$$x(2x-40) = 24000$$

$$2x^2 - 40x = 24000$$

$$x^2 - 20x = 12000$$

$$x^2 - 20x + 10^2 = 12000 + 10^2$$

$$(x-10)^2 = 12100$$

$$x-10 = \pm 110$$

$$x = 120 \text{ 或 } -100 \text{ (不合)}$$

故洛基捐助 120 元，艾美捐助 200 元。

### 2類題

配合課本 P183  
例題 2

### 整數的計算

配合課本 P183  
隨堂練習

### 熟練

有三個連續正整數，它們的平方和為 245，求此連續三個正整數。

**解**

設三數為  $x-1$ ， $x$ ， $x+1$ ，

依題意可列出方程式

$$(x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 = 245$$

$$(x^2 - 2x + 1) + x^2 + (x^2 + 2x + 1) = 245$$

$$3x^2 + 2 = 245$$

$$3x^2 = 243$$

$$x^2 = 81$$

$$x = 9 \text{ 或 } -9 \text{ (負不合)}$$

此連續三個正整數為 8，9，10。

有兩個負整數，它們相差 2，且相乘為 360，求此兩負整數。

**解**

設兩數為  $x$ ， $x+2$ ，

依題意可列出方程式

$$x(x+2) = 360$$

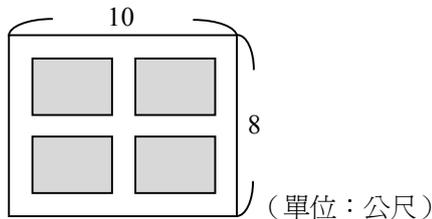
$$x^2 + 2x - 360 = 0$$

$$(x-18)(x+20) = 0$$

$$x = 18 \text{ (不合) 或 } -20$$

此兩負整數為  $-20$  與  $-18$ 。

如圖，在長 10 公尺，寬 8 公尺的長方形土地上，開闢等寬的道路，其中灰色部分為四個面積相等的花圃，若花圃面積占總面積的  $\frac{7}{16}$ ，則道路寬為多少公尺？



解

設路寬為  $x$  公尺，則花圃合併為長  $(10-3x)$  公尺，寬  $(8-3x)$  公尺，依題意可列出方程式

$$(10-3x)(8-3x) = 10 \times 8 \times \frac{7}{16}$$

$$9x^2 - 54x + 45 = 0$$

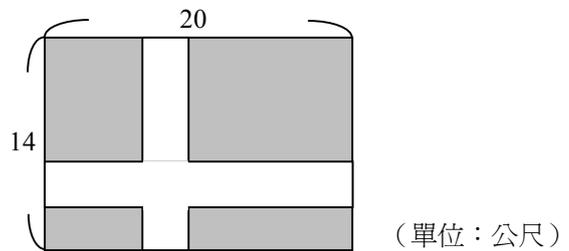
$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x-1)(x-5) = 0$$

$$x = 1 \text{ 或 } 5 \text{ (不合)}$$

所以路寬為 1 公尺。

如圖，在長 20 公尺、寬 14 公尺的長方形草地內部開闢一條等寬的十字形道路，已知道路與草地的長寬平行，若剩下的草地面積為 187 平方公尺，則十字形道路的寬是多少公尺？



解

設十字形道路的寬為  $x$  公尺，則草地合併為長  $(20-x)$  公尺，寬  $(14-x)$  公尺，依題意可列出方程式

$$(20-x)(14-x) = 187$$

$$280 - 34x + x^2 = 187$$

$$x^2 - 34x + 93 = 0$$

$$(x-3)(x-31) = 0$$

$$x = 3 \text{ 或 } x = 31 \text{ (不合)}$$

所以十字形道路寬 3 公尺。

某舞蹈教室預定招生 20 人，每人收費 300 元，但人數若少於 20 人，每減少 1 人，則每人要加收 10 元。已知該舞蹈教室共收到 5040 元，且學生低於 20 人，則共有多少人參加？

解

設減少  $x$  人，則每人要加收  $10x$  元，依題意可列出方程式

$$(20-x)(300+10x) = 5040$$

$$6000 - 100x - 10x^2 = 5040$$

$$x^2 + 10x - 96 = 0$$

$$(x-6)(x+16) = 0,$$

$$x = 6 \text{ 或 } x = -16 \text{ (不合)}$$

故共有  $20-6=14$  人參加。

某客運公司平日為招攬臺北到臺中的乘客搭乘，原定票價為每人 200 元，但一車的人數若超過 12 人，每增加 1 人，則每人可減收 10 元。已知某車班共收到 2470 元，則該車班共有多少人搭乘？

解

設增加  $x$  人，則每人可減收  $10x$  元，依題意可列出方程式

$$(12+x)(200-10x) = 2470$$

$$2400 + 80x - 10x^2 = 2470$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$(x-1)(x-7) = 0,$$

$$x = 1 \text{ 或 } x = 7$$

故該車班共有  $12+1=13$  (人) 或  $12+7=19$  (人)。

黃金比例身材是指「全身身長：下半身長＝下半身長：上半身長」，上半身長指的是肚臍以上，下半身長則為肚臍以下。明娟的身材剛好符合黃金比例，已知她的下半身長是 100 公分，求明娟的身高。（ $\sqrt{5} \approx 2.24$ ，四捨五入取到整數位）

解

設明娟的身高為  $x$  公分，

$$x : 100 = 100 : (x - 100)$$

$$x^2 - 100x = 10000$$

$$x^2 - 100x - 10000 = 0$$

利用公式解可得

$$x = \frac{-(-100) \pm \sqrt{(-100)^2 - 4 \times 1 \times (-10000)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{100 \pm \sqrt{50000}}{2}$$

$$= \frac{100 \pm 100\sqrt{5}}{2}$$

$$= 50 \pm 50\sqrt{5}$$

$$x \approx 162 \text{ 或 } x \approx -62 \text{ (不合)}$$

故明娟的身高約為 162 公分

小沛身高 170 公分，下半身長為 100 公分，若想看起來擁有黃金比例的身材，她需要穿上高度幾公分的鞋子？（ $\sqrt{5} \approx 2.24$ ，四捨五入取到整數位）

解

設小沛需要穿高度為  $x$  公分的鞋子

$$(170 + x) : (100 + x) = (100 + x) : 70$$

$$70(170 + x) = (100 + x)^2$$

$$11900 + 70x = 10000 + 200x + x^2$$

$$x^2 + 130x - 1900 = 0$$

利用公式解可得

$$x = \frac{-130 \pm \sqrt{130^2 - 4 \times 1 \times (-1900)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-130 \pm \sqrt{24500}}{2} = \frac{-130 \pm 70\sqrt{5}}{2}$$

$$= -65 \pm 35\sqrt{5}$$

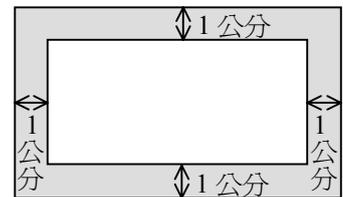
$$x \approx 13 \text{ 或 } x \approx -143 \text{ (不合)}$$

故小沛需要穿高度約為 13 公分的鞋子。

### 即時演練

如右圖，小敏有一張長方形卡紙，已知長比寬多 4 公分，他在卡紙的中間剪去了一個小的長方形，使得剩餘卡紙的四周寬度均為 1 公分。若剪下來的小長方形面積比剩餘卡紙的面積多 4 平方公分，則原長方形卡紙的長與寬各是多少公分？

長 10 公分，寬 6 公分



## 4-3 自我磨練

配合課本 P188~189 自我評量

1. 有三個連續正奇數，它們的平方和為 251，求此三數。

設三個連續正奇數為  $x-2$ ， $x$ ， $x+2$

$$(x-2)^2 + x^2 + (x+2)^2 = 251$$

$$3x^2 = 243, x^2 = 81, x = \pm 9 \text{ (負不合)}$$

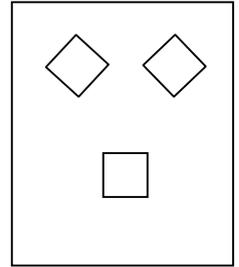
故三個連續正奇數為 7, 9, 11。

2. 小天利用長 30 公分、寬 25 公分的厚紙板製作萬聖節的面具，如右圖，已知他在紙板上挖了 3 個相同的正方形後，剩餘紙板的面積為 675 平方公分，則小天挖去的正方形邊長為多少公分？

設正方形邊長為  $x$  公分

$$30 \times 25 - 3x^2 = 675, 3x^2 = 75, x^2 = 25, x = \pm 5 \text{ (負不合)}$$

故正方形邊長為 5 公分。



3. 若將一個正方形的一邊減少 2 公分，另一邊變成原來的 3 倍，則所得新長方形的面積比原正方形的面積多 20 平方公分，則原正方形的邊長為多少公分？

設正方形邊長為  $x$  公分

$$3x \cdot (x-2) = x^2 + 20$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0, (x-5)(x+2) = 0, x = 5 \text{ 或 } x = -2 \text{ (不合)}$$

故原正方形的邊長為 5 公分。

4. 某地動物園為了讓更多遊客能夠一睹貓熊的風采，在特定的時間內開放給各個旅遊團輪流參觀。如果規定每團有  $x$  分鐘的單獨參觀時間，則剛好可讓  $(2x-3)$  個旅遊團參觀；如果規定每團有  $(x+2)$  分鐘的單獨參觀時間，則可讓  $(x+3)$  個旅遊團參觀，但會超出 6 分鐘。該動物園特定的開放時間共多少分鐘？

$$x(2x-3) = (x+2)(x+3) - 6$$

$$x^2 - 8x = 0, x(x-8) = 0, x = 8 \text{ 或 } x = 0 \text{ (不合)}$$

故動物園特定的開放時間共有  $8(16-3) = 104$  (分鐘)。

5. 某補習班預定招收 30 名學生，每人收費 1000 元，但人數若少於 30 人，則每減少 1 人，每人要加收 50 元。已知該補習班共收到 31200 元，則補習班共招收多少名學生？

設減少  $x$  人，則每人加收  $50x$  元

$$(30-x)(1000+50x) = 31200$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0, (x-4)(x-6) = 0, x = 4 \text{ 或 } x = 6$$

故補習班共招收  $30-4=26$  或  $30-6=24$  名學生。

## 1. 相對次數分配表與折線圖

在次數分配表中，將各組資料的次數與全部資料的次數的比值用百分比表示，所得到的統計表稱為相對次數分配表。

### 1類題

配合課本 P199  
隨堂練習

### 相對次數分配表與折線圖

配合課本 P199  
隨堂練習

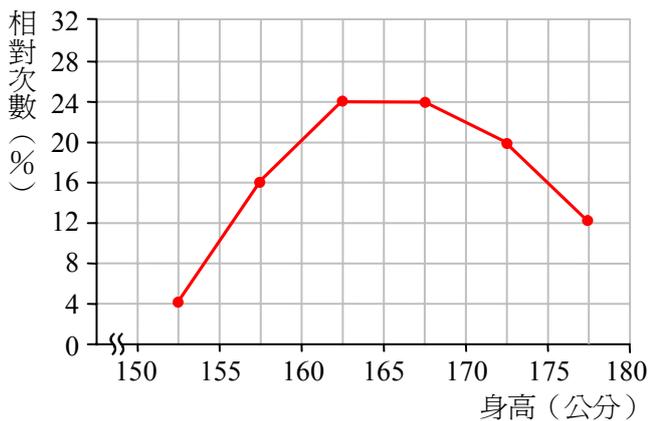
### 熟練

完成文容班上同學身高的相對次數分配表，並繪製相對次數分配折線圖。

**解**

文容班上同學身高相對次數分配表

身高(公分)	次數(人)	相對次數(%)
150~155	1	4
155~160	4	16
160~165	6	24
165~170	6	24
170~175	5	20
175~180	3	12
合計	25	100



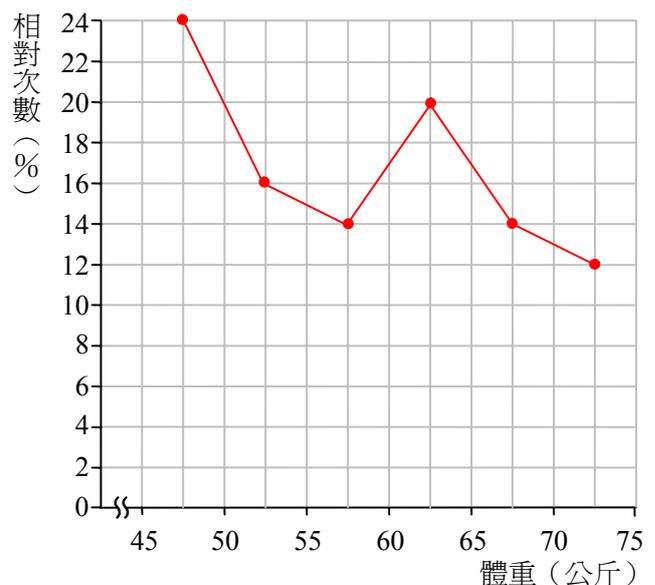
文容班上同學身高相對次數分配折線圖

完成韻如班上同學體重的相對次數分配表，並繪製相對次數分配折線圖。

**解**

韻如班上同學體重相對次數分配表

體重(公斤)	次數(人)	相對次數(%)
45~50	12	24
50~55	8	16
55~60	7	14
60~65	10	20
65~70	7	14
70~75	6	12
合計	50	100



韻如班上同學體重相對次數分配折線圖

## 2. 累積次數分配表與折線圖

在次數分配表中，將各組次數依序累加，所得到的統計表稱為累積次數分配表。

### 1 類題

配合課本 P200  
例題 1

### 累積次數分配表（未分組）

配合課本 P200  
例題 1

熟練

天香香雞排將一週五天雞排賣出的數量統計如下表，完成累積次數分配表。

解

天香香雞排賣出雞排數量累積次數分配表

星期	次數（個）	累積次數（個）
三	8	8
四	12	20
五	37	57
六	60	117
日	51	168
合計	168	

八年一班 1~5 號參加投籃比賽，老師將進球數統計如下表，完成累積次數分配表。

解

八年一班進球數累積次數分配表

座號	次數（球）	累積次數（球）
1	7	7
2	8	15
3	6	21
4	9	30
5	10	40
合計	40	

### 2 類題

配合課本 P202  
隨堂練習

### 累積次數分配表與折線圖 （已分組）

配合課本 P202  
隨堂練習

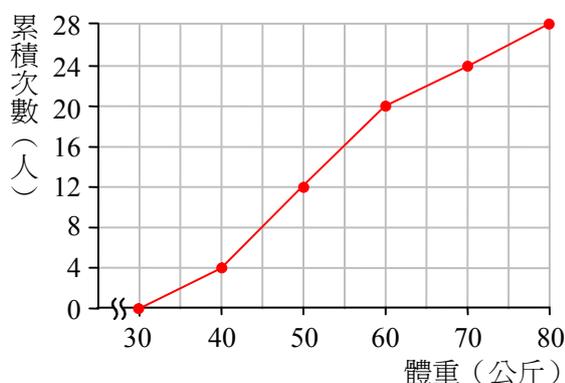
熟練

完成靜雯班上同學體重的累積次數分配表，並繪製累積次數分配折線圖。

解

靜雯班上同學體重累積次數分配表

體重（公斤）	次數（人）	累積次數（人）
30~40	4	4
40~50	8	12
50~60	8	20
60~70	4	24
70~80	4	28
合計	28	



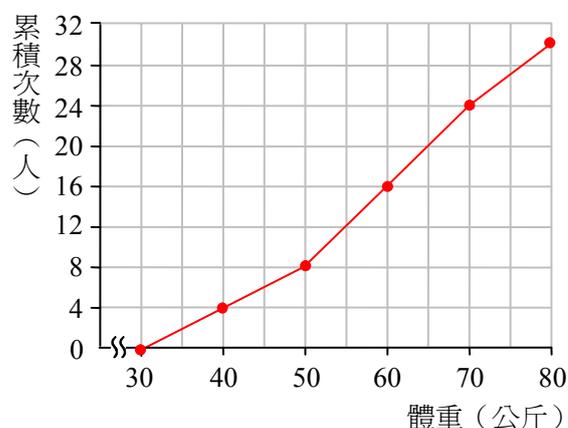
靜雯班上同學體重累積次數分配折線圖

完成士敏班上同學體重的累積次數分配表，並繪製累積次數分配折線圖。

解

士敏班上同學體重累積次數分配表

體重（公斤）	次數（人）	累積次數（人）
30~40	4	4
40~50	4	8
50~60	8	16
60~70	8	24
70~80	6	30
合計	30	



士敏班上同學體重累積次數分配折線圖

### 3. 累積相對次數分配表與折線圖

在相對次數分配表中，將各組相對次數依序累加，所得到的統計表稱為累積相對次數分配表。

#### 1類題

配合課本 P205 累積相對次數分配表與折線圖  
隨堂練習 (資料已整理)

配合課本 P205  
隨堂練習

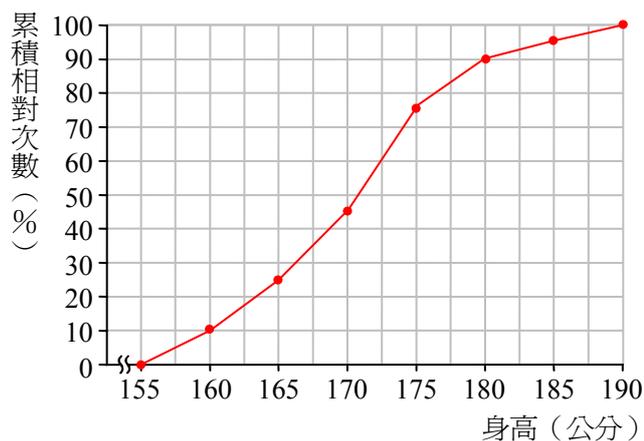
#### 熟練

完成小瑾班上同學身高的累積相對次數分配表，並繪製累積相對次數分配折線圖。

**解**

小瑾班上同學身高累積相對次數分配表

身高 (公分)	次數 (人)	相對次數 (%)	累積相對次數 (%)
155~160	4	10	10
160~165	6	15	25
165~170	8	20	45
170~175	12	30	75
175~180	6	15	90
180~185	2	5	95
185~190	2	5	100
合計	40	100	



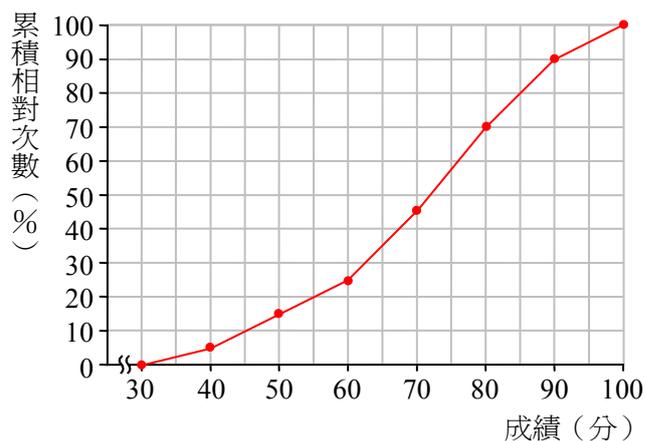
小瑾班上同學身高累積相對次數分配折線圖

完成八年二班數學成績的累積相對次數分配表，並繪製累積相對次數分配折線圖。

**解**

八年二班數學成績累積相對次數分配表

成績 (分)	次數 (人)	相對次數 (%)	累積相對次數 (%)
30~40	2	5	5
40~50	4	10	15
50~60	4	10	25
60~70	8	20	45
70~80	10	25	70
80~90	8	20	90
90~100	4	10	100
合計	40	100	



八年二班數學成績累積相對次數分配折線圖

下表是小玲班上同學身高的次數分配表，完成小玲班上身高的累積相對次數分配表。

解

小玲班上同學身高累積相對次數分配表

身高 (公分)	次數 (人)	相對次數 (%)	累積相對次數 (%)
155~160	3	12	12
160~165	4	16	28
165~170	6	24	52
170~175	4	16	68
175~180	5	20	88
180~185	2	8	96
185~190	1	4	100
合計	25	100	

來來美食廣場共有 20 家商店，各店在本月的營業額分別如下：(單位：萬元)

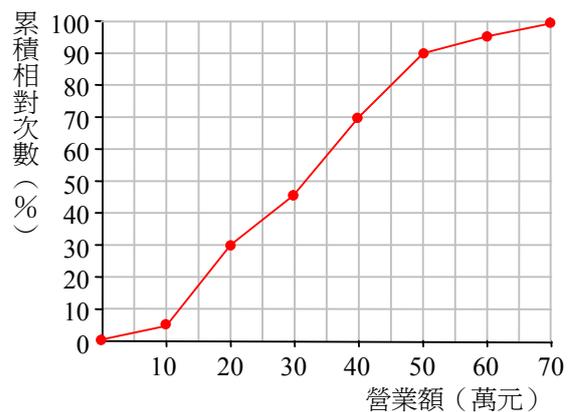
解

商店	1	2	3	4	5
營業額	10	15	41	28	33
商店	6	7	8	9	10
營業額	47	31	45	30	54
商店	11	12	13	14	15
營業額	20	18	67	8	16
商店	16	17	18	19	20
營業額	37	22	43	32	11

(1)以組距為 10 萬元，完成下表。

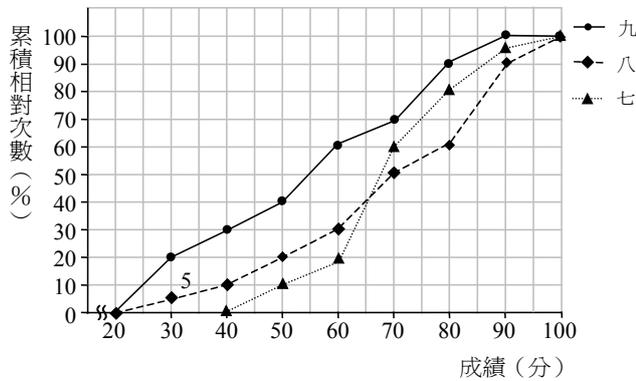
營業額 (萬元)	次數 (店)	相對次數 (%)	累積相對次數 (%)
0~10	1	5	5
10~20	5	25	30
20~30	3	15	45
30~40	5	25	70
40~50	4	20	90
50~60	1	5	95
60~70	1	5	100
合計	20	100	

(2)製作累積相對次數分配折線圖。



來來美食廣場營業額累積相對次數分配折線圖

下圖是宜誠國中七、八、九年級期中考數學成績的累積相對次數分配折線圖。



宜誠國中七、八、九年級期中考數學成績累積相對次數分配折線圖

回答下列問題：

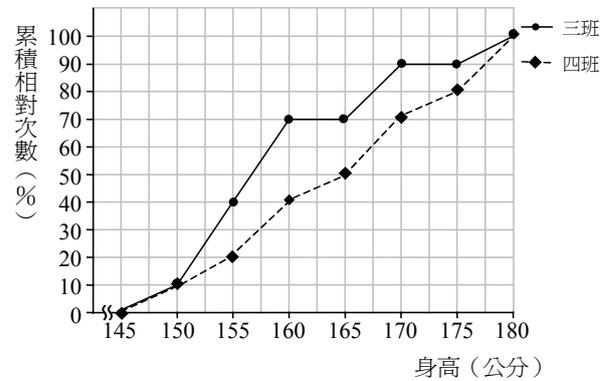
- (1) 哪一個年級不及格 (及格為 60 分) 的學生百分比最多？
- (2) 哪一個年級 80 分以上的學生百分比最高？

**解**

從累積相對次數分配折線圖知：

- (1) 九年級不及格的學生百分比最多。
- (2) 因為未達 80 分的學生百分比以八年級最低，所以 80 分以上的學生百分比以八年級最高。

下圖是八年三班與四班兩班學生身高的累積相對次數分配折線圖。



八年三班與四班學生身高累積相對次數分配折線圖

回答下列問題：

- (1) 哪一班身高未滿 155 公分的學生百分比最多？
- (2) 哪一班沒有身高在 170~175 公分的學生？

**解**

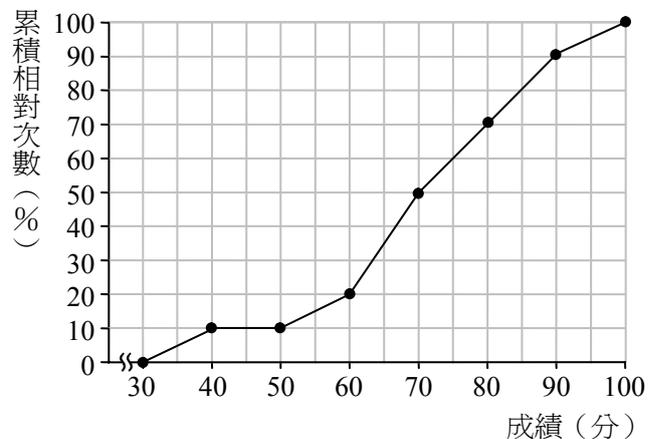
從累積相對次數分配折線圖知：

- (1) 三班身高未滿 155 公分的學生百分比最多。
- (2) 因為三班在 170~175 公分的累積相對次數沒有增加，所以三班沒有身高在 170~175 公分的學生。

▶▶▶ 即時演練

右圖是翰翰國中八年級英文成績的累積相對次數分配折線圖，回答下列問題：

- (1) 80 分以上的百分比是多少？ **30%**
- (2) 40~70 分占的百分比為多少？ **40%**



翰翰國中八年級學生英文成績累積相對次數分配折線圖

# 第 5 章自我磨練

配合課本 P213~214 自我評量

1. 下表是惠芸班上同學的身高一覽表，完成該班同學身高的累積相對次數分配表。

惠芸班上同學身高一覽表

座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
身高(公分)	155	182	166	145	177	151	160	148	153	179
座號	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
身高(公分)	149	169	173	159	141	154	170	157	162	186
座號	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
身高(公分)	175	150	168	142	158	181	165	153	146	167
座號	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
身高(公分)	163	184	152	166	148	151	177	159	161	144

惠芸班上同學身高累積相對次數分配表

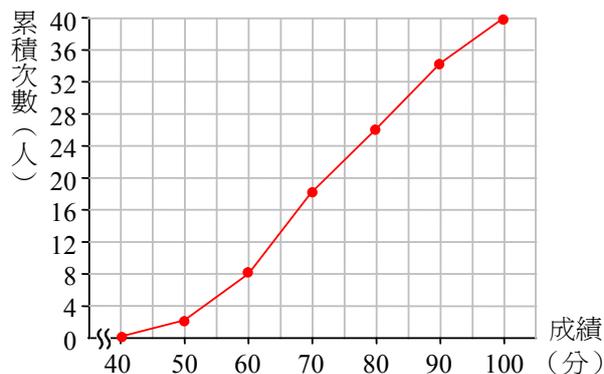
身高(公分)	次數(人)	相對次數(%)	累積相對次數(%)
140~150	8	20	20
150~160	12	30	50
160~170	10	25	75
170~180	6	15	90
180~190	4	10	100
合計	40	100	

2. 右圖是宏達班上 40 位同學國文成績的次數分配直方圖，回答下列問題：

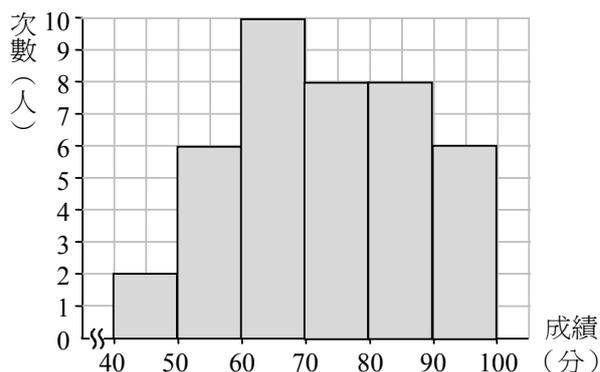
(1) 成績不及格（及格為 60 分）占全班的百分比是多少？

$$2 + 6 = 8, \frac{8}{40} \times 100\% = 20\%$$

(2) 繪製宏達班上同學國文成績的累積次數分配折線圖。



宏達班上同學國文成績累積次數分配折線圖



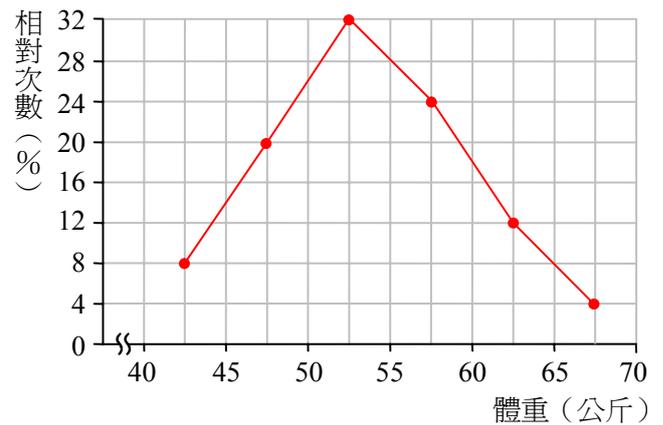
宏達班上同學國文成績次數分配直方圖

3. 回答下列問題：

(1)完成八年五班體重的相對次數分配表：

體重 (公斤)	次數 (人)	相對次數 (%)
40~45	4	8
45~50	10	20
50~55	16	32
55~60	12	24
60~65	6	12
65~70	2	4

(2)繪製八年五班體重的相對次數分配折線圖。



八年五班體重相對次數分配折線圖

4. 右圖是明星國中資優班甄試成績的相對次數分配折線圖，共有 480 人報名，回答下列問題：

(1)哪一組成績的人數最多？

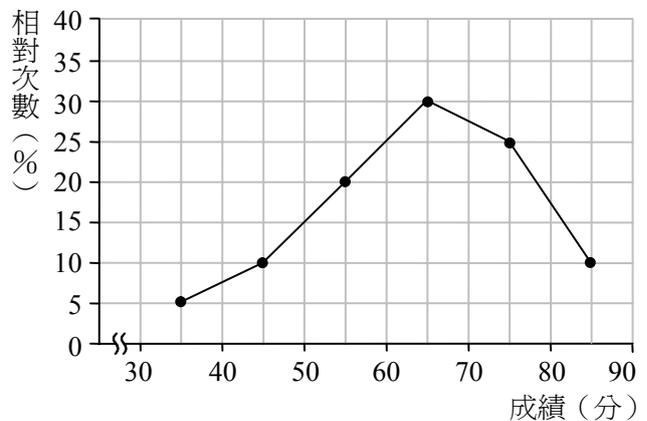
(2) 70~90 分的人數占全部的百分比是多少？

(3) 30~60 分有多少人？

(1) 60~70 分

(2)  $25\% + 10\% = 35\%$

(3)  $480 \times (5\% + 10\% + 20\%) = 168$  (人)



明星國中甄試成績相對次數分配折線圖

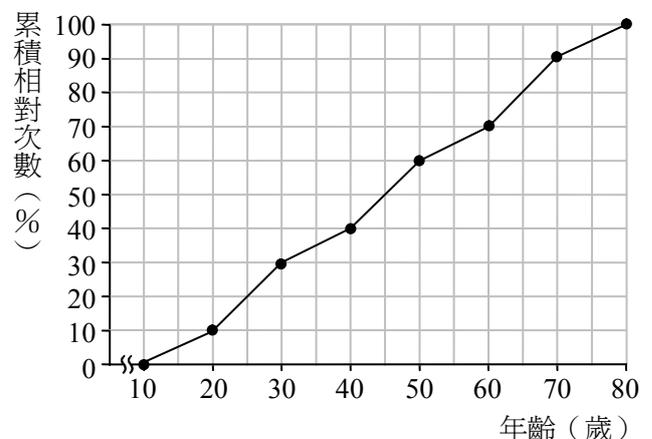
5. 右圖是福氣社區全部居民年齡的累積相對次數分配折線圖，回答下列問題：

(1)年齡在 50 歲以上的百分比是多少？

(2)年齡在 20 歲以上且未滿 40 歲的百分比是多少？

(1)  $100\% - 60\% = 40\%$

(2)  $40\% - 10\% = 30\%$



福氣社區居民年齡累積相對次數分配折線圖



頁次

1	1-1 乘法公式
	1.分配律
	◆類題 1
	19800
	◆熟練 1
	16983
	◆類題 2
	195030
	◆熟練 2
	300, 50, 50, 300, 50, 14352
	300, 300, 14352
2	2.和的平方公式
	◆類題 1
	40401
	◆熟練 1
	(1) 0.2, 0.2, 0.2, 40, 0.04, 10040.04
	(2) 191, 200, 40000
	3.差的平方公式
	◆類題 1
	(1) 39601      (2) 23.04
	◆熟練 1
	(1) 100, 100, 0.1, 20, 0.01, 9980.01
	(2) 6, 300, 90000
3	4.平方差公式
	◆類題 1
	甲數
	◆熟練 1
	(1) 9996      (2) $399\frac{15}{16}$
	◆類題 2
	3760 平方公分
	◆熟練 2
	560 平方公分
	◆即時演練
	(1) 41209      (2) 87616      (3) 5200

頁次

4	1-1 自我磨練
	1.(1) $50, \frac{1}{5}, 10, \frac{1}{10}, 1494\frac{9}{10}$
	(2) 100, 200, 20000, 1, 19899
	2.(1) 11025      (2) 1648.36      (3) 9409
	(4) $1560\frac{1}{4}$ (5) 9991      (6) 15000
	3. 375
5	1-2 多項式的加減
	1.多項式
	◆類題 1
	(1) 有 $4x, -3$ 兩項; $x$ 項的係數為 4, 常數項為 $-3$ 。
	(2) 有 $7x^2, x, 8$ 三項; $x^2$ 項的係數為 7, $x$ 項的係數為 1, 常數項為 8。
	◆熟練 1
	(1) 有 $15y^2, -24y$ 兩項; $y^2$ 項的係數為 15, $y$ 項的係數為 $-24$ 。
	(2) 有 $-0.6x^2, 1.8x, -4.2$ 三項; $x^2$ 項的係數為 $-0.6$ , $x$ 項的係數為 1.8, 常數項為 $-4.2$ 。
	◆類題 2
	(1) 一次多項式      (2) 二次多項式
	(3) 三次多項式
	◆熟練 2
	(1) 零次多項式      (2) 四次多項式
	(3) 二次多項式
6	◆類題 3
	降冪排列: $4x^3 - 5x^2 + 8x - 3$
	升冪排列: $-3 + 8x - 5x^2 + 4x^3$
	◆熟練 3
	降冪排列: $-\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{3}x^2 - 9x + 6$
	升冪排列: $6 - 9x + \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x^3$

## 2. 多項式的加減法

## ◆類題 1

$$6x^2 + 7x - 10$$

## ◆熟練 1

$$-2x^2 + 4x - 8$$

## ◆類題 2

$$4x^3 + 8x^2 + x - 4$$

## ◆熟練 2

$$5x^3 + 6x^2 + 2x + 1$$

7

## ◆類題 3

$$-16x^2 + 17x + 9$$

## ◆熟練 3

$$7x^2 - 14x + 19$$

## ◆類題 4

$$-x^3 - 9x^2 + 11$$

## ◆熟練 4

$$3x^3 - 4x^2 + 7$$

## ◆類題 5

$$-x^2 + 12x - 8$$

## ◆熟練 5

$$-2x^2 - 12x + 5$$

## ◆即時演練

$$(1) 5x^3 - 2x^2 + 2x - 5 \quad (2) 7x^2 - 10x + 8$$

$$(3) 8x^2 + 2x - 1 \quad (4) 2x^2 - 6x - 4$$

8

## 1-2 自我磨練

1.

一次	0	6	8
二次	-7	0	-6
二次	9	$\frac{8}{3}$	0
零次	0	0	-7

$$2.(1) 7x^2 - 5x + 9 \quad (2) 5y^2 - 3y + 6$$

$$(3) 11x^2 - x - 9 \quad (4) -5x^2 - 3x - 3$$

$$(5) -3x^2 + 2x + 5 \quad (6) 6x^2 - 11x - 2$$

9

## 1-3 多項式的乘除

## 1. 多項式的乘法

## ◆類題 1

$$(1) 49x^2$$

$$(2) -10x^2 + 2x$$

$$(3) 2x^2 - 3x$$

## ◆熟練 1

$$(1) -4x^2$$

$$(2) 15x^2 - \frac{45}{4}x$$

$$(3) -10x^2 + 6x$$

## ◆類題 2

$$2x^3 + 11x^2 - x - 30$$

## ◆熟練 2

$$2x^3 - x^2 - 19x - 10$$

## ◆類題 3

$$3x^3 + 5x^2 - 21x - 35$$

## ◆熟練 3

$$2x^3 + 16x^2 + 3x + 24$$

10

## ◆類題 4

$$(1) x^2 + 6x + 9$$

$$(2) 9x^2 - 30x + 25$$

$$(3) x^2 - 625$$

## ◆熟練 4

$$(1) x^2 + 14x + 49$$

$$(2) 25x^2 - 40x + 16$$

$$(3) 9x^2 - 49$$

## ◆即時演練

$$(1) -6x^2 + x$$

$$(2) x^3 - 5x + 2$$

$$(3) 2x^3 - 3x^2 - 4x + 6$$

$$(4) 16x^2 - 24x + 9$$

## ◆類題 5

$$\text{周長為 } 8x + 4$$

$$\text{面積為 } x^2 + 15x - 14$$

## ◆熟練 5

$$\text{周長為 } 16x + 26$$

$$\text{面積為 } 4x^2 + 64x + 12$$

**2. 多項式的除法**

## ◆類題 1

(1)  $4x$

(2)  $\frac{2}{3}x^2$

## ◆熟練 1

(1)  $\frac{15}{2}x$

(2)  $-24x$

## ◆類題 2

商式為  $3x+7$ ，餘式為 0

## ◆熟練 2

商式為  $-5x+3$ ，餘式為 9

## ◆類題 3

商式為  $3x+1$ ，餘式為 6

## ◆熟練 3

商式為  $-3x+3$ ，餘式為 0

## ◆類題 4

商式為  $x+\frac{3}{2}$ ，餘式為  $-\frac{3}{2}$ 

## ◆熟練 4

商式為  $2x-\frac{6}{5}$ ，餘式為  $-\frac{3}{5}$ 

## ◆類題 5

商式為  $4x-\frac{16}{3}$ ，餘式為  $\frac{10}{3}$ 

## ◆熟練 5

商式為  $3x-2$ ，餘式為  $-14$ 

## ◆類題 6

$20x^2+13x-22$

## ◆熟練 6

$12x^3-32x^2-43x+3$

## ◆類題 7

$2x-3$

## ◆熟練 7

$-x+2$

## ◆即時演練

(1)  $-x+7$ ，3

(2)  $8x+16$ ，29

(3)  $3x+7$

**1-3 自我磨練**

1. (1)  $-9x^3+24x$  (2)  $x^2+17x-60$

(3)  $15x^2-53x+42$  (4)  $2x^3-5x^2-12x$

(5)  $49x^2+84x+36$  (6)  $9x^2-48x+64$

(7)  $4x^2-121$  (8)  $49x^2-16$

2. 周長為  $22x+8$ 面積為  $17x^2+26x-15$ 3. (1) 商式為  $-3x-2$ ，餘式為  $-9$ (2) 商式為  $3x+7$ ，餘式為 0(3) 商式為  $3x-8$ ，餘式為 18(4) 商式為  $x+1$ ，餘式為 6

4.  $-3x+5$

5.  $(2x-9)$  公分**2-1 二次方根的意義****1. 根號**

## ◆類題 1

$\sqrt{15}$

## ◆熟練 1

23

## ◆類題 2

(1) 22

(2)  $\frac{6}{5}$

## ◆熟練 2

$\sqrt{5}$

## ◆類題 3

$\sqrt{399} > 15 > \sqrt{201}$

## ◆熟練 3

(1)  $>$

(2)  $<$

## ◆即時演練

1. 12

2.  $\sqrt{8}$

3.  $\sqrt{187} > \sqrt{170} > 13$

17 2.  $\sqrt{a^2}$  的值

◆類題 1

(1) 6

(2)  $\frac{2}{3}$

◆熟練 1

(1) 0.5

(2) 9

◆類題 2

(1) 18

(2) 20

◆熟練 2

24 公分

◆類題 3

(1) 21

(2) 1.5

◆熟練 3

(1) 22

(2) 550

18 3.  $\sqrt{a}$  的近似值

◆類題 1

2.8

◆熟練 1

(1) 3, 4

(2) 3.1, 3.2

(3) >

(4) 3.2

◆類題 2

26

◆熟練 2

31

◆即時演練

1.(1) 16

(2) 26

2. 2.4

19 4. 平方根的意義

◆類題 1

1. 是

2. 是

◆熟練 1

1. 是

2. 是

◆類題 2

(1)  $\pm 27$

(2)  $\pm \frac{5}{28}$

◆熟練 2

(1)  $\pm \frac{7}{3}$

(2)  $\pm 1.8$

◆類題 3

(1) 49

(2) 11

◆熟練 3

2

20 2-1 自我磨練

1.(1) 6

(2) 13

(3) 3.9

(4)  $\frac{5}{12}$

(5)  $\frac{14}{3}$

(6)  $10\frac{2}{7}$

2.(1) 12

(2) 19

(3) 150

(4)  $\frac{7}{9}$

(5)  $\frac{16}{33}$

(6)  $\frac{11}{4}$

(7) 1.8

(8) 3.5

(9) 4.8

3. 240 公尺

21 4.(1)  $\pm \sqrt{85}$

(2)  $\pm 7$

(3)  $\pm 16$

(4)  $\pm 3.6$

(5)  $\pm 42$

(6)  $\pm \frac{7}{4}$

5. 11

6.(1) 3, 4

(2) 3.7, 3.8

(3) <

(4) 3.7

## 22 2-2 根式的運算

## 1. 根式的表示

## ◆類題 1

- (1)  $8\sqrt{6}$   
 (2)  $35\sqrt{11}$

## ◆熟練 1

- (1)  $6\sqrt{2}$   
 (2)  $\frac{-3\sqrt{2}}{2}$

## 2. 根式的乘法

## ◆類題 1

- (1)  $\sqrt{91}$   
 (2)  $\sqrt{6}$

## ◆熟練 1

- (1)  $-\sqrt{55}$   
 (2)  $\sqrt{21}$

## ◆類題 2

$$5\sqrt{7} < 7\sqrt{5}$$

## ◆熟練 2

$$3\sqrt{5} > 2\sqrt{10}$$

## 23 3. 根式的除法

## ◆類題 1

- (1)  $\sqrt{5}$   
 (2)  $\sqrt{2}$

## ◆熟練 1

- (1)  $\sqrt{17}$   
 (2)  $\sqrt{6}$

## ◆類題 2

$$\sqrt{30}、\frac{6\sqrt{14}}{5}$$

## ◆熟練 2

$$3\sqrt{7}、\frac{7}{3}\sqrt{13}、\frac{7\sqrt{22}}{6}$$

## 24 ◆類題 3

- (1)  $2\sqrt{5}$       (2)  $21\sqrt{7}$       (3)  $4\sqrt{7}$

## ◆熟練 3

- (1)  $6\sqrt{2}$       (2)  $99\sqrt{3}$       (3)  $3\sqrt{6}$

## ◆即時演練

$$1. 4\sqrt{3} > 3\sqrt{5}$$

2. (1)  $5\sqrt{10}$       (2)  $10\sqrt{15}$

## ◆類題 4

- (1)  $\frac{5\sqrt{3}}{6}$       (2)  $\frac{\sqrt{35}}{7}$       (3)  $\frac{\sqrt{30}}{10}$

## ◆熟練 4

- (1)  $\frac{7\sqrt{6}}{6}$       (2)  $\frac{\sqrt{33}}{11}$       (3)  $\frac{\sqrt{14}}{10}$

## 25 ◆類題 5

- (1)  $\frac{\sqrt{42}}{7}$       (2)  $\frac{\sqrt{7}}{7}$       (3)  $\frac{\sqrt{15}}{10}$

## ◆熟練 5

- (1)  $\frac{2\sqrt{21}}{21}$       (2)  $\frac{\sqrt{21}}{7}$       (3)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$

## ◆類題 6

- (1) 38.73      (2) 0.3873      (3) 77.46

## ◆熟練 6

- (1) 17.32      (2) 0.1732      (3) 51.96

## 26 4. 根式的加減

## ◆類題 1

- (1)  $5\sqrt{2}$   
 (2)  $6\sqrt{14} + \sqrt{7}$

## ◆熟練 1

- (1)  $-7\sqrt{5}$   
 (2)  $6\sqrt{3} - 14\sqrt{7}$

## ◆類題 2

- (1)  $-9\sqrt{5}$   
 (2)  $\sqrt{6} + 6\sqrt{5}$

## ◆熟練 2

- (1)  $7\sqrt{3}$   
 (2)  $6\sqrt{6} + 12\sqrt{7}$

## 5. 根式的四則運算

## ◆類題 1

(1)  $-\sqrt{6} + \frac{\sqrt{2}}{4}$

(2)  $\sqrt{6} - \sqrt{10} + \sqrt{3} - \sqrt{5}$

## ◆熟練 1

(1)  $\sqrt{15} + 6$

(2)  $14\sqrt{2} - 7\sqrt{14}$

## ◆類題 2

(1)  $\sqrt{3}$

(2)  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{30}}{3}$

## ◆熟練 2

(1)  $\sqrt{5}$

(2)  $3\sqrt{3} - 4\sqrt{2}$

## ◆類題 3

$33 + 20\sqrt{2}$

## ◆熟練 3

$9 - 6\sqrt{2}$

## ◆類題 4

46

## ◆熟練 4

10

## ◆類題 5

(1)  $8 + 4\sqrt{5}$

(2)  $6 - \sqrt{34}$

## ◆熟練 5

(1)  $18 + 6\sqrt{10}$

(2)  $10 - 5\sqrt{3}$

## ◆即時演練

(1)  $-2\sqrt{14} - \frac{\sqrt{7}}{3}$

(2)  $10 + 5\sqrt{3}$

## 2-2 自我磨練

1.(1)  $3\sqrt{6}$

(2)  $5\sqrt{65}$

(3)  $\frac{3\sqrt{7}}{14}$

2.(1)  $3\sqrt{14}$

(2)  $\frac{2\sqrt{30}}{15}$

(3)  $\frac{2\sqrt{15}}{5}$

3.(1)  $\frac{b}{10}$

(2)  $2a$

4.(1)  $-3\sqrt{7}$

(2)  $10\sqrt{5}$

(3)  $-\sqrt{3}$

(4)  $6 + 2\sqrt{7}$

(5)  $-\frac{3\sqrt{6}}{2}$

(6)  $19\sqrt{2} - 8\sqrt{3}$

5.(1)  $31 + 10\sqrt{6}$

(2)  $88 - 18\sqrt{7}$

(3)  $-51$

(4)  $10 + 5\sqrt{7}$

(5)  $6 - 4\sqrt{2}$

(6)  $\frac{\sqrt{14} + \sqrt{10}}{2}$

## 2-3 畢氏定理

## 1. 畢氏定理

## ◆類題 1

(1) 10

(2)  $\sqrt{34}$

## ◆熟練 1

(1) 29

(2)  $5\sqrt{2}$

## ◆類題 2

(1) 10

(2)  $\sqrt{33}$

## ◆熟練 2

(1)  $6\sqrt{2}$

(2) 40

32	◆類題 3 20 ◆熟練 3 $\sqrt{37}$ ◆類題 4 (1) 15 (2) $\frac{120}{17}$ ◆熟練 4 (1) $2\sqrt{39}$ (2) $\frac{5\sqrt{39}}{4}$
33	◆類題 5 (1) 2.4 公尺 (2) 2.4 公尺 ◆熟練 5 (1) 56 公分 (2) 4 公分 ◆類題 6 $\sqrt{2}$ 倍 ◆熟練 6 30、40
34	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2. 平面上兩點的距離</span> ◆類題 1 (1) $\overline{AB} = 7, \overline{BC} = 9$ (2) $\sqrt{130}$ ◆熟練 1 (1) $\overline{AB} = 8, \overline{AC} = 5$ (2) $\sqrt{89}$ ◆類題 2 17 ◆熟練 2 $\overline{AB} = 20, \overline{AC} = 5\sqrt{2}$

35	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2-3 自我磨練</span> 1.(1) $a=24$ (2) $b=2\sqrt{10}$ (3) $c=2\sqrt{29}$ (4) $d=5\sqrt{2}$ (5) $e=2\sqrt{10}$ (6) $f=24, g=25$ 2.(1) $c^2$ (2) $(b-a)^2$ (3) $c^2=a^2+b^2$ 3.(1) 16 (2) 10 (3) 13 (4) $\sqrt{146}$ 4.(1) $2\sqrt{13}$ (2) $\sqrt{61}$ 5. $\frac{120}{17}$ 6. 13 公里
36	
37	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3-1 提公因式與乘法公式作因式分解</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1. 因式與倍式</span> ◆類題 1 (1)是 (2)否 ◆熟練 1 (1)是 (2)否 ◆類題 2 (1) <input checked="" type="checkbox"/> (2) <input type="checkbox"/> (3) <input type="checkbox"/> (4) <input checked="" type="checkbox"/> ◆熟練 2 (1) <input type="checkbox"/> (2) <input checked="" type="checkbox"/> (3) <input type="checkbox"/> (4) <input checked="" type="checkbox"/> ◆類題 3 是, $(x+2)(x-7)$ ◆熟練 3 是, $(x-3)(2x+9)$

## 2. 利用提公因式法因式分解

## ◆類題 1

- (1)  $x$   
 (2)  $x+2$   
 (3)  $2x+3$

## ◆熟練 1

- (1)  $x$   
 (2)  $x-1$   
 (3)  $3x+5$

## ◆類題 2

- (1)  $x(2x+5)$   
 (2)  $x(4x-1)$   
 (3)  $x(3x+7)$

## ◆熟練 2

- (1)  $a(a-8)$   
 (2)  $3y(y+2)$   
 (3)  $x(2x-3)$

## ◆類題 3

- (1)  $(x+1)(x+3)$   
 (2)  $(x+1)(2x+5)$

## ◆熟練 3

- (1)  $(x+5)(x-2)$   
 (2)  $(x-1)(x-3)$

## ◆類題 4

- (1)  $2(x-2)(x+2)$   
 (2)  $(2x-1)(x-4)$

## ◆熟練 4

- (1)  $(2x-5)(x-1)$   
 (2)  $4(3a-8)(a-1)$

## ◆類題 5

$$x+1$$

## ◆熟練 5

$$x+4$$

## 3. 利用乘法公式因式分解

## ◆類題 1

- (1)  $(x+9)(x-9)$   
 (2)  $(3x+2)(3x-2)$

## ◆熟練 1

- (1)  $(x+10)(x-10)$   
 (2)  $(5x+4)(5x-4)$

## ◆類題 2

- (1)  $(3x+11)(3x-7)$   
 (2)  $y(10-y)$

## ◆熟練 2

- (1)  $(x+11)(-x+3)$   
 (2)  $(2x+3)(2x-13)$

## ◆類題 3

- (1)  $(x+7)^2$   
 (2)  $(2x-5)^2$

## ◆熟練 3

- (1)  $(y-9)^2$   
 (2)  $(3x+5)^2$

## 3-1 自我磨練

1.(D)

2.(1) (2) (3) (4)

3.(1)  $x(5x+7)$

(2)  $x(x+6)$

(3)  $(x+6)(2x-7)$

(4)  $(x+2)(x-10)$

(5)  $5(x-3)(x+1)$

(6)  $(x-3)(3x-4)$

(7)  $(x+13)(x-13)$

(8)  $(2x+11)(2x-11)$

(9)  $(x+8)^2$

(10)  $(3x-10)^2$

(11)  $(x+7)(x-11)$

(12)  $(5x+7)(x+9)$

4.  $6x+12$

## 42 3-2 利用十字交乘法因式分解

## 1. 二次項係數為 1 的十字交乘法

## ◆類題 1

$(x+1)(x+4)$

## ◆熟練 1

$(x+1)(x+10)$

## ◆類題 2

$(x-3)(x-4)$

## ◆熟練 2

$(x-3)(x-7)$

## ◆類題 3

$(x+2)(x-7)$

## ◆熟練 3

$(x-5)(x+6)$

## ◆即時演練

(1)  $(x+2)(x+9)$

(2)  $(x-4)(x-6)$

(3)  $(x+2)(x-5)$

## 43 2. 二次項係數不為 1 的十字交乘法

## ◆類題 1

$(x-2)(3x-5)$

## ◆熟練 1

$(x+3)(3x+2)$

## ◆類題 2

$(x+3)(5x-3)$

## ◆熟練 2

$(3x-7)(4x+3)$

## ◆類題 3

2  $(x-2)(6x+7)$

## ◆熟練 3

3  $(x+2)(2x-1)$

## 44 ◆類題 4

$-(x-3)(x-8)$

## ◆熟練 4

$-(3x+5)(5x-3)$

## ◆類題 5

$(2x-7)^2$

## ◆熟練 5

$(3x+5)^2$

## ◆即時演練

(1)  $(3x-4)(5x-4)$

(2)  $(2x-5)(3x-7)$

(3)  $-(2x-1)(3x-5)$

(4)  $2(3x+2)(4x+3)$

## 45 3-2 自我磨練

1.  $(x-6)(x-9)$

2.(1)  $(x+7)(x+5)$

(2)  $(x-11)(x-2)$

(3)  $(2x+1)(x+5)$

(4)  $(3x-5)(x-4)$

(5)  $(3x+7)(2x-1)$

(6)  $(2x+3)(8x-7)$

(7)  $(12x+5)(x-3)$

(8)  $(4x-9)(2x-1)$

(9)  $-(x-2)(x-14)$

(10)  $-(2x+13)(x-4)$

## 46 4-1 因式分解法解一元二次方程式

## 1. 一元二次方程式的意義

## ◆類題 1

(1)  (2)  (3)  (4)  (5)  (6)

## ◆熟練 1

(1)  $(x+2)(x-3)=36$

(2)  $\frac{1}{2}(x+1) \cdot 3x=45$

## ◆類題 2

是

## ◆熟練 2

否

## ◆類題 3

-21

## ◆熟練 3

2

47

## ◆類題 4

(1)  $x=2$  或  $x=3$

(2)  $x=\frac{1}{2}$  或  $x=-3$

## ◆熟練 4

(1)  $x=-1$  或  $x=5$

(2)  $x=-\frac{1}{2}$  或  $x=-\frac{4}{3}$

## ◆即時演練

1. 是

2. -5

3. 5, -2

**2. 因式分解法解一元二次方程式**

## ◆類題 1

(1)  $x=0$  或  $x=5$

(2)  $x=0$  或  $x=\frac{3}{2}$

## ◆熟練 1

(1)  $x=0$  或  $x=-\frac{2}{3}$

(2)  $x=0$  或  $x=-6$

48

## ◆類題 2

$x=-1$  或  $x=4$

## ◆熟練 2

$x=-\frac{4}{3}$  或  $x=-2$

## ◆類題 3

(1)  $x=-4$  或 7

(2)  $x=2$  (重根)

## ◆熟練 3

(1)  $x=3$  或 -3

(2)  $x=-5$  (重根)

## ◆類題 4

(1)  $x=\frac{3}{2}$  或  $x=6$

(2)  $x=-3$  或  $x=6$

## ◆熟練 4

(1)  $x=-5$  或  $x=\frac{7}{3}$

(2)  $x=4$  或  $x=-6$

49

## ◆類題 5

(1)  $x=-6$  或  $x=\frac{2}{3}$  (2)  $x=3$  或  $x=5$

## ◆熟練 5

(1)  $x=3$  或  $x=-\frac{7}{5}$  (2)  $x=2$  或  $x=-\frac{5}{2}$

## ◆類題 6

 $m=-18$ , 此方程式的另一個解為  $-\frac{3}{2}$ 。

## ◆熟練 6

 $n=11$ , 此方程式的另一個解為  $\frac{5}{2}$ 。

## ◆即時演練

(1)  $x=-5$  或  $x=\frac{3}{2}$

(2)  $x=\frac{1}{2}$  或  $x=-2$

50

**4-1 自我磨練**

1. (1) × (2) ○

(3) ○ (4) ×

(5) ○ (6) ×

2. (1)  $x=0$  或  $x=-8$

(2)  $x=\frac{5}{4}$  或  $x=6$

(3)  $x=-5$  或  $x=2$

(4)  $x=-6$  或  $x=3$

(5)  $x=-1$  或  $x=2$

(6)  $x=3$  或  $x=\frac{4}{3}$

(7)  $x=-\frac{5}{2}$  或  $x=\frac{1}{4}$

(8)  $x=9$  或  $x=-\frac{2}{5}$

(9)  $x=-3$  或  $x=7$

(10)  $x=\frac{3}{2}$  或  $x=-\frac{2}{3}$

(11)  $x=-7$  或  $x=\frac{2}{3}$

(12)  $x=-\frac{1}{2}$  或  $x=3$

51

4-2 配方法與公式解

1. 平方根解法

◆類題 1

$$x = \pm \frac{\sqrt{7}}{2}$$

◆熟練 1

$$(1) \pm \sqrt{15} \quad (2) \pm \frac{5}{3}$$

◆類題 2

$$(1) x = 3 \pm \sqrt{6} \quad (2) x = \frac{5}{2} \pm \sqrt{2}$$

◆熟練 2

$$(1) x = \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{3} \quad (2) x = 2 \pm \sqrt{5}$$

52

◆類題 3

$$(1) 9 \cdot (x+3)^2$$

$$(2) \frac{49}{4} \cdot (x - \frac{7}{2})^2$$

$$(3) \frac{4}{25} \cdot (x - \frac{2}{5})^2$$

◆熟練 3

$$(1) 81$$

$$(2) \frac{169}{4}$$

$$(3) \frac{1}{100}$$

◆類題 4

$$(1) 144, 12$$

$$(2) \frac{121}{4}, \frac{11}{2}$$

$$(3) \frac{16}{49}, \frac{4}{7}$$

◆熟練 4

$$(1) 36, 6$$

$$(2) \frac{169}{4}, \frac{13}{2}$$

$$(3) \frac{4}{9}, \frac{2}{3}$$

◆即時演練

$$1. 2 \pm \sqrt{10}$$

$$2. (1) 81, 9$$

$$(2) \frac{81}{4}, \frac{9}{2}$$

$$(3) \frac{9}{16}, \frac{3}{4}$$

53

2. 配方法解一元二次方程式

◆類題 1

$$x = 2 \pm \sqrt{6}$$

◆熟練 1

$$(1) x = -4 \pm \sqrt{7}$$

$$(2) x = 3 \pm \sqrt{15}$$

◆類題 2

$$x = -17 \text{ 或 } x = 23$$

◆熟練 2

$$x = 17 \text{ 或 } x = -19$$

54

◆類題 3

$$34$$

◆熟練 3

$$-2$$

◆類題 4

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{4}$$

◆熟練 4

$$(1) x = 2 \pm \frac{\sqrt{15}}{3} \quad (2) x = \frac{-2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

55

◆類題 6

$$(1) x = 12 \text{ (重根)}$$

$$(2) \text{沒有解}$$

◆熟練 6

$$(1) x = -3 \text{ (重根)}$$

$$(2) \text{沒有解}$$

◆即時演練

$$(1) x = -3 \pm \sqrt{5} \quad (2) x = 2 \pm \sqrt{2}$$

$$(3) x = -5 \pm 3\sqrt{3} \quad (4) x = \frac{-3 \pm \sqrt{19}}{5}$$

56

**3.一元二次方程式的公式解**

## ◆類題 1

$$(1) x=3 \text{ 或 } x=-8 \quad (2) x=\frac{-3\pm 3\sqrt{61}}{10}$$

## ◆熟練 1

$$(1) x=7 \text{ 或 } x=-5 \quad (2) x=\frac{3\pm\sqrt{3}}{2}$$

57

## ◆類題 2

$$(1) x=-\frac{1}{4} \text{ (重根)} \quad (2) \text{沒有解}$$

## ◆熟練 2

$$(1) x=\frac{5}{2} \text{ (重根)} \quad (2) \text{沒有解}$$

## ◆類題 3

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{4}$$

## ◆熟練 3

$$x=-2\pm\frac{\sqrt{22}}{2}$$

## ◆即時演練

$$(1) x=5 \text{ 或 } x=-9 \quad (2) x=\frac{-3\pm\sqrt{23}}{2}$$

$$(3) x=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{2} \quad (4) x=\frac{-3\pm\sqrt{3}}{3}$$

58

**4-2 自我磨練**

$$1.(1) x=1 \text{ 或 } x=-13$$

$$(2) x=-7\pm 2\sqrt{3}$$

(3) 沒有解

$$(4) x=2\pm\sqrt{2}$$

$$2.(1) x=-1\pm\sqrt{10}$$

$$(2) x=-6\pm 3\sqrt{2}$$

$$(3) x=\frac{-2\pm\sqrt{14}}{5}$$

$$(4) x=-\frac{5}{2}\pm\frac{\sqrt{21}}{6}$$

$$3.(1) x=\frac{-5\pm\sqrt{65}}{2}$$

(2) 沒有解

$$(3) x=3 \text{ 或 } x=-18$$

$$(4) x=\frac{5}{3} \text{ (重根)}$$

$$4.\frac{7}{9}$$

59

**4-3 應用問題**

## ◆類題 1

8 元

## ◆熟練 1

洛基捐助 120 元，艾美捐助 200 元

## ◆類題 2

8, 9, 10

## ◆熟練 2

-20 與 -18

60

## ◆類題 3

1 公尺

## ◆熟練 3

3 公尺

## ◆類題 4

14 人

## ◆熟練 4

13 人或 19 人

61

## ◆類題 5

162 公分

## ◆熟練 5

13 公分

## ◆即時演練

長 10 公分，寬 6 公分

62

**4-3 自我磨練**

1. 7, 9, 11

2. 5 公分

3. 5 公分

4. 104 分鐘

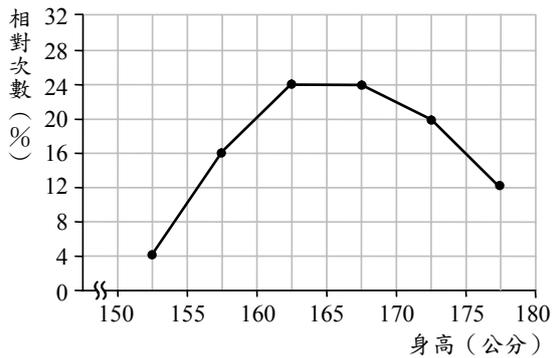
5. 24 名或 26 名

第 5 章 統計資料處理

1. 相對次數分配表與折線圖

◆類題 1

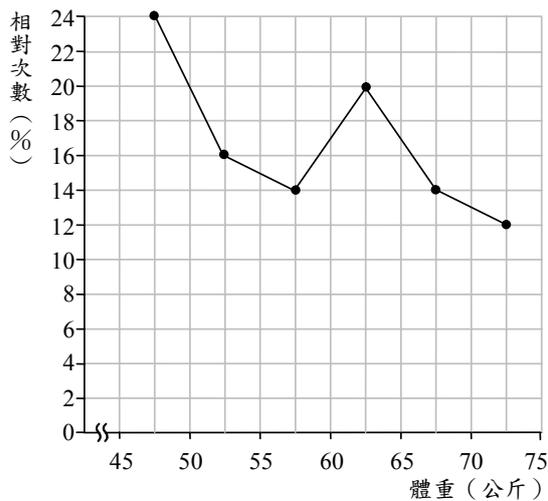
4
16
24
24
20
12



文容班上同學身高相對次數分配折線圖

◆熟練 1

24
16
14
20
14
12



韻如班上同學體重相對次數分配折線圖

2. 累積次數分配表與折線圖

◆類題 1

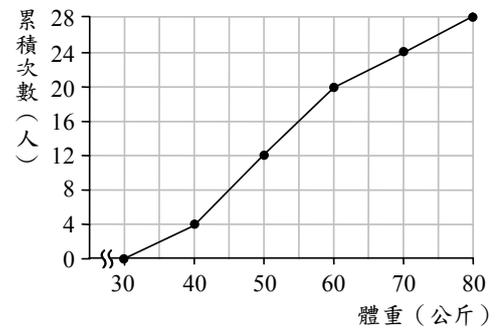
8
20
57
117
168

◆熟練 1

7
15
21
30
40

◆類題 2

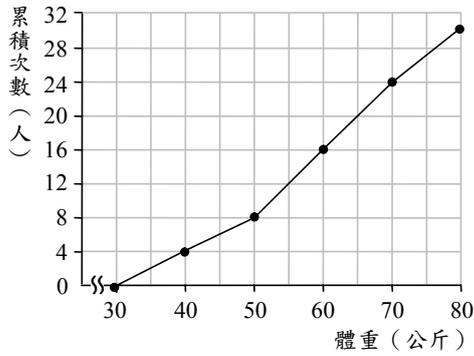
4
12
20
24
28



靜雯班上同學體重累積次數分配折線圖

◆熟練 2

4
8
16
24
30



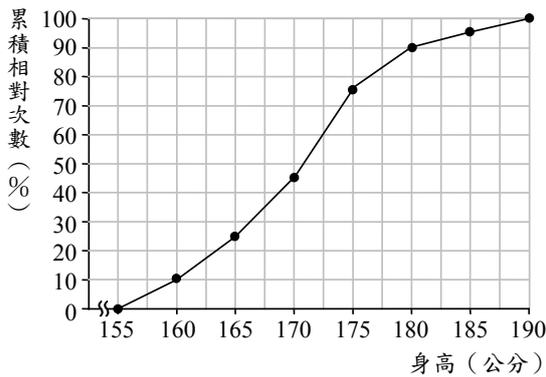
士敏班上同學體重累積次數分配折線圖

65

3. 累積相對次數分配表與折線圖

◆類題 1

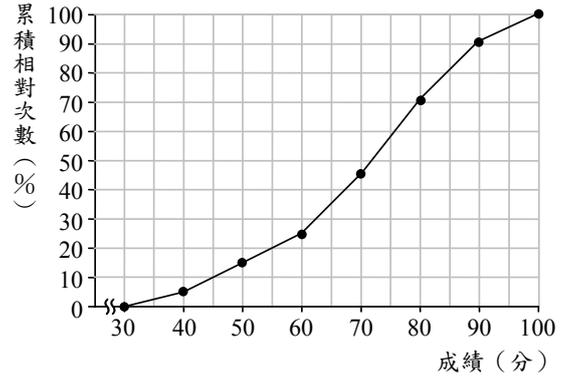
10	10
15	25
20	45
30	75
15	90
5	95
5	100



小瑾班上同學身高累積相對次數分配折線圖

◆熟練 1

5	5
10	15
10	25
20	45
25	70
20	90
10	100



八年二班數學成績累積相對次數分配折線圖

66

◆類題 2

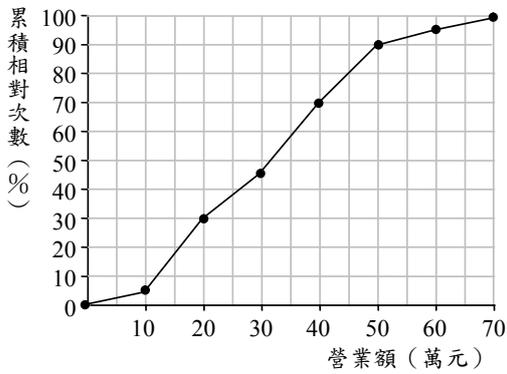
12	12
16	28
24	52
16	68
20	88
8	96
4	100

◆熟練 2

(1)

5	5
25	30
15	45
25	70
20	90
5	95
5	100

(2)



來來美食廣場營業額累積相對次數分配折線圖

67 ◆類題 4

(1)九年級 (2)八年級

◆熟練 4

(1)三班 (2)三班

◆即時演練

(1) 30% (2) 40%

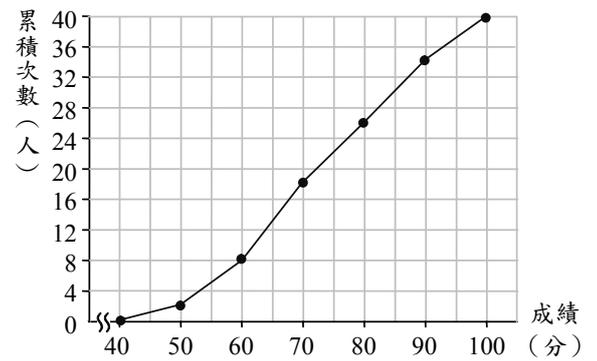
68 第 5 章 自我磨練

1.

8	20	20
12	30	50
10	25	75
6	15	90
4	10	100

2.(1) 20%

(2)

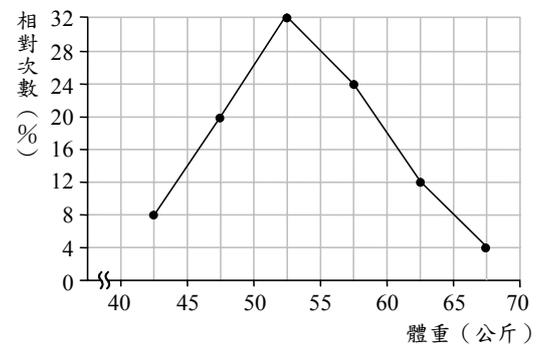


宏達班上同學國文成績累積次數分配折線圖

69 3.(1)

4	
	20
16	
12	24
	4

(2)



八年五班體重相對次數分配折線圖

4.(1) 60~70 分

(2) 35%

(3) 168 人

5.(1) 40%

(2) 30%