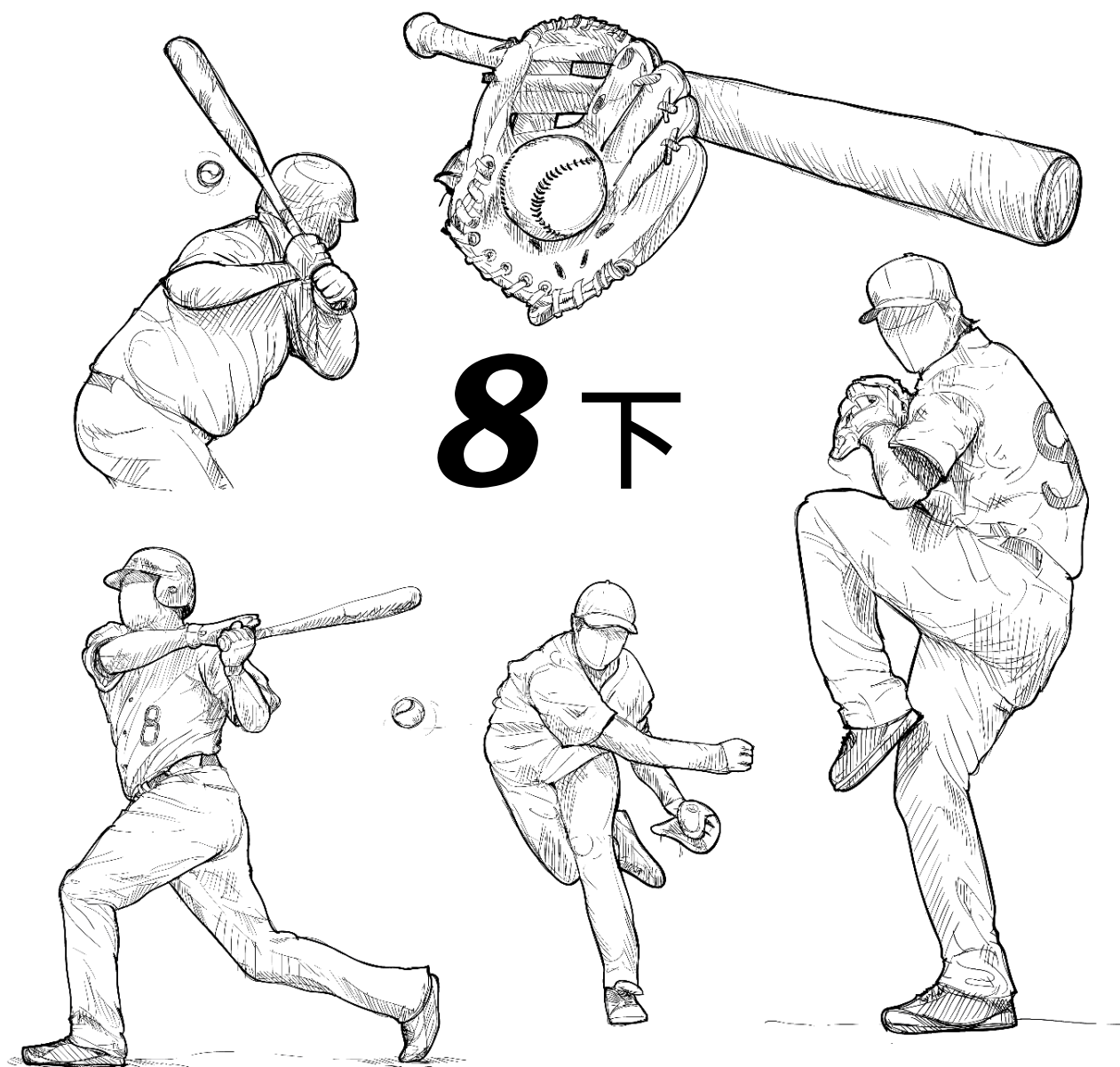


基礎特訓班



目次

第 4 冊

節	題目觀念	配合課本	頁次
1-1 等差數列 重點整理 P04	❶ 找出數列的規律	P6~P8 例 1	5
	❷ 利用一般項求 a_n 的值、找規律並求第 n 項	P9 例 2~P10 例 3	6
	❸ 圖形的規律	P11 例 4	7
	❹ 等差數列的判斷及完成等差數列	P12 例 5~P14 例 6	8
	❺ 利用 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，求 a_n 、 n 或 d	P15~P16 探索	9
	❻ 等差數列的應用	P17 例 7	10
1-2 等差級數 重點整理 P11	❶ 求等差級數的和	P20~P23 例 1	12
	❷ 已知等差級數，先求 n 再代入 S_n	P24 例 2	13
	❸ 求等差級數的項數及公差	P25 例 3	14
	❹ 已知首項、公差，求 S_n	P26 例 4	15
	❺ 等差級數的應用 (I)	P27 例 5	16
	❻ 等差級數的應用 (II)	P28 例 6	17
	❼ 等差級數的部分和	P29 例 7	18
1-3 等比數列 重點整理 P19	❶ 完成等比數列及等比數列的判斷	P33~P36 例 1	20
	❷ 利用 $a_n = a_1 \times r^{n-1}$ ，求 a_n 或 n	P37~P38 例 2	21
	❸ 等比數列的應用	P39 例 3	22
	❹ 等差中項與等比中項	P40~P41 例 4	23
2-1 一次函數及函數圖形與應用 重點整理 P24~P25	❶ 由列表觀察對應關係	P51 例 1	26
	❷ 由圖形觀察函數關係	P52 例 2	27
	❸ 由關係式判斷函數關係	P54 例 3	28
	❹ 由圖形求函數值	P55 例 4	29
	❺ 由一次函數關係求函數值	P56 例 5	30
	❻ 由函數值求一次函數	P57 例 6	31
	❼ 由函數值相等反求給定值	P58 例 7	32
	❽ 常數函數	P58~P59 隨堂	33
	❾ 畫一次函數的圖形	P59 例 8~P61 例 9	34
	❿ 過兩點求一次函數	P62 例 10	35
	⓫ 畫常數函數的圖形	P63~P64 例 11	36
	⓬ 一次函數的應用 (I) (水位與加熱問題)	P65 例 12	37
	⓭ 一次函數的應用 (II) (兩種計費方案問題)	P66 例 13	38
	⓮ 一次函數的應用 (III) (距離與時間問題)	P67 例 14	39

節	題目觀念	配合課本	頁次
3-1 內角與外角 重點整理 P40	❶ 計算三角形的內角	P78~P80 例 1	41
	❷ 多邊形的內角和及其應用	P81~P82 例 2	42
	❸ 正多邊形的內角	P83 例 3	43
	❹ 計算補角與餘角	P84 例 4~P85	44
	❺ 對頂角及其應用	P85~P86 例 5	45
	❻ 三角形的外角性質及其應用	P87~P88 例 6	46
	❼ 五角星形的角度和	P89 例 7	47
	❽ 三角形的外角和	P90~P91 例 8	48
3-2 基本尺規作圖 重點整理 P49~P50	❶ 等線段作圖	P96~P97 隨堂	51
	❷ 等角作圖	P98 例 1~P99	52
	❸ 中垂線作圖	P100 例 2	53
	❹ 過線外一點作垂線	P101 例 3	54
	❺ 過線上一點作垂線	P102 例 4	55
	❻ 角平分線作圖	P103~P104 例 5	56
3-3 三角形全等 重點整理 P57	❶ 全等三角形	P109~P110 例 1	58
	❷ SSS 全等判別	P112~P113 例 2	59
	❸ SAS 全等判別	P114~P115 例 3	60
	❹ RHS 全等判別	P116~P117 例 4	61
	❺ ASA 全等判別	P118~P119 例 5	62
	❻ AAS 全等判別	P120~P121 例 6	63
3-4 全等三角形的應用 重點整理 P64~P65	❶ 等腰三角形的性質	P126~P127 隨堂	66
	❷ 等腰三角形的判別性質	P127~P128 例 1	67
	❸ 正三角形的高與面積 (含複合圖形)	P128~P129 例 2	68
	❹ 中垂線性質 (SAS 應用)	P130~P131 例 3	69
	❺ 中垂線的判別性質	P131 隨堂	70
	❻ 直角三角形的判別性質 (SSS 應用)	P132~P133 例 4	71
	❼ 角平分線性質 (AAS 應用)	P134 例 5	72
	❽ 角平分線判別性質 (RHS 應用)	P135 例 6	73
	【精熟】正方形面積與直角三角形的判別	P138 自評 3	74
3-5 三角形的邊角關係 重點整理 P75	❶ 判斷已知的三邊長是否可以組成三角形	P140~P141 隨堂	76
	❷ 已知等腰三角形的兩邊長，求第三邊的值	P141 例 1	77
	❸ 已知三角形的兩邊長，求第三邊長的範圍	P142~P143 例 2	78
	❹ 利用任兩邊長的和大於第三邊，求 x 的範圍	P143 隨堂	79
	❺ 大邊對大角 (三角形)	P144 隨堂	80
	❻ 大邊對大角的應用	P145 例 3	81
	❼ 大角對大邊 (三角形)	P146 隨堂	82
	❽ 大角對大邊的應用	P147 例 4	83

節	題目觀念	配合課本	頁次
4-1 平行線 重點整理 P84	❶ 平行線的性質	P156 例 1～P159	85
	❷ 平行線的截角性質	P159～P162 例 2	86
	❸ 平行線截角性質的應用 (I) (基礎題)	P163 例 3	87
	❹ 平行線截角性質的應用 (II) (精熟題)	P164 例 4	88
	❺ 利用截角性質判別平行線	P165～P166 隨堂	89
	❻ 利用平行線判別性質找平行線	P167 例 5	90
	❼ 利用平行線判別性質作平行線	P168 例 6	91
4-2 平行四邊形 重點整理 P92	❶ 平行四邊形的性質	P172 例 1～P174	93
	❷ 平行四邊形對邊相等與對角相等的應用 (I)	P175 例 2	94
	❸ 平行四邊形對邊相等與對角相等的應用 (II)	P176 例 3	95
	❹ 平行四邊形對邊相等與對角相等的應用 (III)	P176 隨堂	96
	❺ 平行四邊形的對角線性質	P177 例 4	97
	❻ 平行四邊形中的面積關係	P178 例 5	98
	❼ 平行四邊形的判別 (I)：兩組對邊分別相等	P179 例 6～P180	99
	❽ 平行四邊形的判別 (II)：一組對邊平行且相等	P180～P181 例 7	100
	❾ 平行四邊形的判別 (III)：兩組對角分別相等	P182 例 8	101
	❿ 平行四邊形的判別 (IV)：對角線互相平分	P183 例 9	102
4-3 特殊的四邊形 重點整理 P103～P104	❶ 菱形的對角線性質：互相垂直且平分	P188 例 1	105
	❷ 菱形對角線性質的應用	P189 例 2	106
	❸ 菱形的面積	P190 隨堂	107
	❹ 箏形的對角線性質與面積	P191～P192 例 3	108
	❺ 菱形的判別性質：對角線互相垂直且平分	P193 例 4～P194	109
	❻ 矩形的對角線性質與應用	P195～P196 例 5	110
	❼ 矩形的判別性質：對角線互相平分且等長	P197 例 6	111
	❽ 正方形的對角線性質：互相垂直平分且等長	P198 隨堂	112
	❾ 梯形的兩腰中點性質	P199～P200 例 7	113
	❿ 等腰梯形的底角性質	P201～P202 例 8	114
	⓫ 等腰梯形的兩對角線等長	P203 例 9	115



概念 ① 找出數列的規律

1 數列、項：像 2, 4, 6, 8, 10 依序排成一列的數，稱為**數列**；數列中的每一個數稱為**項**。

2 首項、第 n 項：數列中的第一個數稱為**首項**，記為 a_1 ；第 n 個數稱為**第 n 項**，記為 a_n 。

3 末項、項數：數列中的最後一項稱為**末項**；若數列中有 n 個數(項)，則**項數** = n 。

例 2, 4, 6, 8, 10 的數列中，項數 = 5，首項 $a_1 = 2$ ，第 2 項 $a_2 = 4$ ， $a_3 = 6$ ，末項 $a_5 = 10$ 。

4 數列的規律：某些數列會有規律，可透過觀察相鄰兩數之間的關係，找出規律。

例 3, 6, 9, 12, 15, 18 的數列中，後面一項的數，皆比前一項的數多 3。



概念 ② 利用一般項求 a_n 的值、找規律並求第 n 項

例 $\frac{1}{7} = 0. \underline{142857} \underline{142857} \underline{142857} \underline{142857} \underline{142857} \dots$ ，求小數點後第 100 位數字是多少？

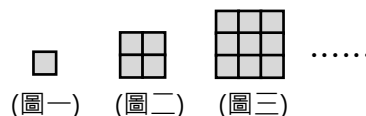
解 小數點依照「1、4、2、8、5、7」的順序，6 個數一循環， $100 \div 6 = 16 \dots 4$ ，
「1、4、2、8、5、7」的第 4 個數是 8，因此小數點後第 100 位數字是 8。



概念 ③ 圖形的規律

例 如右圖，若將每次排出的圖形小方格數，依序排成一個數列，

求此數列的第 6 項 a_6 及第 9 項 a_9 。



解 可觀察得到 $a_1 = 1^2 = 1$ ， $a_2 = 2^2 = 4$ ， $a_3 = 3^2 = 9$ ；因此 $a_6 = 6^2 = 36$ ， $a_9 = 9^2 = 81$ 。



概念 ④ 等差數列的判斷及完成等差數列

1 等差數列、公差：像 2、4、6、8、10 的數列中，任意相鄰兩項「後項減前項的差」都相同，稱此數列為**等差數列**，而這個差稱為此數列的**公差**，通常用 d 表示。

2 第 n 項的值 + 公差 = 第 $n+1$ 項的值，即： $a_{n+1} = a_n + d$ 。

例 a_1 、12、19、 a_4 為等差數列，公差 $d = 19 - 12 = 7$ ，則 $a_1 = 12 - 7 = 5$ ； $a_4 = 19 + 7 = 26$ 。



概念 ⑤ 利用 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，求 a_n 、 n 或 d

1 若等差數列的首項為 a_1 ，公差為 d ，則第 n 項 $a_n = a_1 + (n-1)d$ 。

例 一等差數列的首項為 6，公差為 4，求 $a_{10} = ?$ 78 是第幾項？

解 已知 $a_1 = 6$ ， $d = 4$ ，則 $a_{10} = 6 + (10-1) \times 4 = 42$ ； $78 = 6 + (n-1) \times 4$ ，求得 $n = 19$ 。



概念 ⑥ 等差數列的應用

例 有一間扇形教室，第 1 排有 20 個座位，最後一排有 38 個座位，且後面一排均比前面一排多 2 個座位，則這間扇形教室共有幾排座位？第 6 排有幾個座位？

解 已知 $a_1 = 20$ ， $d = 2$ ，則 $a_n = 20 + (n-1) \times 2 = 38$ ，求得 $n = 10$ ； $a_6 = 20 + (6-1) \times 2 = 30$ 。



Nani

基礎特訓班

1-1 等差數列

概念 ① 找出數列的規律

__班__號

姓名

① 選出正確的選項。(每小題 10 分，共 100 分)

- (1) () 已知一規律的數列：4, 6, 8, x , 12, y ，則 $x+y=?$
(A) 18 (B) 20 (C) 24 (D) 26
- (2) () 已知一規律的數列：5, 4, 3, 2, 1, x , -1, -2, y ，則 $x+y=?$
(A) -4 (B) -3 (C) -2 (D) -1
- (3) () 已知一規律的數列：3, 7, 11, x , 19, y ，則 $x+y=?$
(A) 36 (B) 37 (C) 38 (D) 39
- (4) () 已知一規律的數列：14, 9, 4, -1, x , -11，則 $x=?$
(A) -4 (B) -5 (C) -6 (D) -9
- (5) () 已知一規律的數列：2, 6, 18, 54, x ，則 $x=?$
(A) 72 (B) 108 (C) 126 (D) 162
- (6) () 已知一規律的數列：5, -5, 5, -5, x , -5, 5, y ，則 $x+y=?$
(A) 0 (B) -10 (C) 10 (D) -5
- (7) () 已知一規律的數列：1, 4, 9, x , 25, 36，則 $x=?$
(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16
- (8) () 已知一規律的數列： $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{11}$, x , $\sqrt{17}$ ，則 $x=?$
(A) $\sqrt{12}$ (B) $\sqrt{13}$ (C) $\sqrt{14}$ (D) $\sqrt{15}$
- (9) () 已知一規律的數列：2, 5, 4, 2, 5, 4, 2, 5, 4, 2, 5, 4, x , 5, y ，則 $x+y=?$
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9
- (10) () 已知一規律的數列：3, 6, 4, 2, 3, 6, 4, 2, 3, 6, 4, 2, 3, x , 4, y ，則 $x+y=?$
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10



Nani

基礎特訓班

1-1 等差數列

概念

② 利用一般項求 a_n 的值、找規律並求第 n 項

__班__號

姓名

① 選出正確的選項。(每小題 10 分，共 100 分)

- (1) () 若某數列的一般項 $a_n = 7n + 5$ ，則 $a_1 = ?$
(A) 5 (B) 7 (C) 12 (D) 35
- (2) () 若某數列的一般項 $a_n = 4n + 16$ ，則 $a_{10} = ?$
(A) 20 (B) 40 (C) 46 (D) 56
- (3) () 若某數列的一般項 $a_n = 2n - 3$ ，則 $a_5 = ?$
(A) 6 (B) 7 (C) 10 (D) 13
- (4) () 若某數列的一般項 $a_n = 5n - 6$ ，則 $a_8 = ?$
(A) 34 (B) 36 (C) 40 (D) 46
- (5) () 將 $\frac{5}{101}$ 化成小數，得到 $\frac{5}{101} = 0.049504950495\cdots$ ，則小數點後第 53 位數字為何？
(A) 0 (B) 4 (C) 9 (D) 5
- (6) () 將 $\frac{10}{41}$ 化成小數，得到 $\frac{10}{41} = 0.243902439024390\cdots$ ，則小數點後第 34 位數字為何？
(A) 2 (B) 4 (C) 3 (D) 9
- (7) () 將 $\frac{2}{7}$ 化成小數，得到 $\frac{2}{7} = 0.285714285714285714\cdots$ ，則小數點後第 80 位數字為何？
(A) 4 (B) 2 (C) 8 (D) 5
- (8) () 將 $\frac{2}{13}$ 化成小數，得到 $\frac{2}{13} = 0.153846153846153846\cdots$ ，則小數點後第 60 位數字為何？
(A) 1 (B) 5 (C) 8 (D) 6
- (9) () 將 $\frac{5}{37}$ 化成小數，得到 $\frac{5}{37} = 0.135135135135\cdots$ ，則小數點後第 30 位與第 40 位的數字和為多少？
(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10
- (10) () 將 $\frac{154}{333}$ 化成小數，得到 $\frac{154}{333} = 0.462462462462\cdots$ ，則小數點後第 38 位與第 48 位的數字和為多少？
(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10



Nani

基礎特訓班

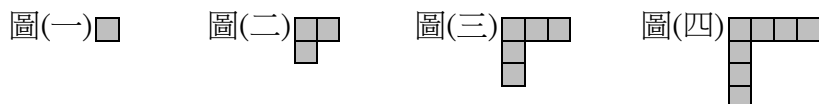
1-1 等差數列

概念 3 圖形的規律

__班__號

姓名

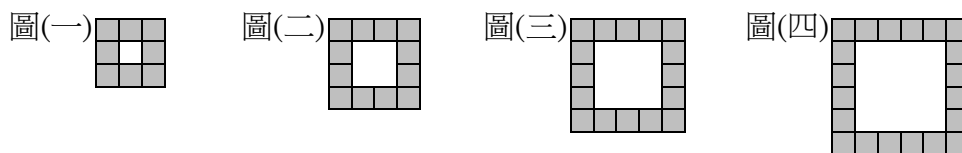
- ① 下面的圖形中，外圍每個邊的小正方形 $\square$ 數量，後面一個圖都比前面一個圖每邊增加 1 個小正方形 $\square$ ，根據每個圖的小正方形總數量，可依序排成一個數列 (1, 3, 5, 7, …)，觀察圖形與數列的規律，回答下面的問題。
(每小題 20 分，共 40 分)



(1) () 此數列的第 5 項 $a_5 = ?$ (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11

(2) () 此數列的第 10 項 $a_{10} = ?$ (A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19

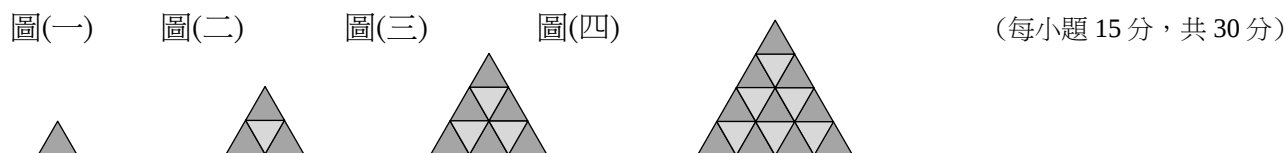
- ② 下面的圖形中，外圍每個邊的小正方形 $\square$ 數量，後面一個圖都比前面一個圖每邊增加 1 個小正方形 $\square$ ，根據每個圖的小正方形總數量，可依序排成一個數列 (8, 12, 16, 20, …)，觀察圖形與數列的規律，回答下面的問題。
(每小題 15 分，共 30 分)



(1) () 此數列的第 5 項 $a_5 = ?$ (A) 24 (B) 25 (C) 26 (D) 28

(2) () 此數列的第 8 項 $a_8 = ?$ (A) 32 (B) 36 (C) 42 (D) 48

- ③ 李叔叔用了許多大小相同的正三角形磁磚貼在圍牆上做美化，從最左邊開始貼上一片正三角形，如圖(一)；接著如圖(二)放四片正三角形，如圖(三)放九片正三角形；……。



根據上面的圖，李叔叔排出的圖形數量，可依序排成一個數列 (1, 4, 9, 16, …)，則：

(1) () 此數列的第 5 項 $a_5 = ?$ (A) 20 (B) 21 (C) 25 (D) 27

(2) () 此數列的第 10 項 $a_{10} = ?$ (A) 80 (B) 90 (C) 96 (D) 100



① 下列各題是等差數列的畫○，不是的打×。（每小題 5 分，共 30 分）

- (1) () 3, 6, 9, 11, 13, 16, 19。
 (2) () 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25。
 (3) () 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4。
 (4) () 7, 5, 3, 1, -1, -3, -5。
 (5) () $\frac{2}{15}, \frac{3}{15}, \frac{4}{15}, \frac{5}{15}, \frac{6}{15}, \frac{7}{15}, \frac{8}{15}$ 。
 (6) () $\frac{15}{2}, \frac{15}{3}, \frac{15}{4}, \frac{15}{5}, \frac{15}{6}, \frac{15}{7}, \frac{15}{8}$ 。

② 求下列各等差數列的公差。（每小題 5 分，共 30 分）

- (1) () 4, 9, 14, 19, 24, 29, 34。
 (A) 4 (B) 5 (C) -4 (D) -5
 (2) () 7, 15, 23, 31, 39, 47, 55。
 (A) 8 (B) 7 (C) -8 (D) -7
 (3) () 18, 12, 6, 0, -6, -12, -18。
 (A) 6 (B) 12 (C) -6 (D) -12
 (4) () 20, 13, 6, -1, -8, -15, -22。
 (A) 5 (B) 7 (C) -5 (D) -7
 (5) () $\frac{11}{5}, \frac{9}{5}, \frac{7}{5}, 1, \frac{3}{5}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{5}$ 。
 (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $-\frac{1}{5}$ (D) $-\frac{2}{5}$
 (6) () $-1, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1$ 。
 (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $-\frac{1}{3}$ (D) $-\frac{2}{3}$

③ 空格中填入適當的數，使各數列成為等差數列。（1~4 題每格 3 分，5~6 題每格 4 分，共 40 分）

- (1) 4, 9, 14, _____, 24, 29, _____, 39。
 (2) 5, _____, 17, 23, _____, 35, 41, 47。
 (3) 26, 16, _____, -4, _____, -24。
 (4) _____, 8, 4, 0, _____, -8, -12。
 (5) $3\sqrt{5}, 5\sqrt{5}, _____, 9\sqrt{5}, _____$ 。
 (6) $5\frac{1}{2}, _____, 6\frac{1}{2}, 7, 7\frac{1}{2}, _____$ 。



Nani

基礎特訓班

1-1 等差數列

概念

⑤ 利用 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，求 a_n 、 n 或 d

__班__號

姓名

① 選出正確的選項。(每小題 5 分，共 25 分)

- (1) () 若一等差數列的首項 a_1 為 8，公差 d 為 2，則此數列的第 10 項 a_{10} 為多少？
(A) 28 (B) 26 (C) 24 (D) 22
- (2) () 若一等差數列的首項 a_1 為 65，公差 d 為 -2，則此數列的第 21 項 a_{21} 為多少？
(A) 107 (B) 105 (C) 25 (D) 23
- (3) () 若一等差數列的首項 a_1 為 -30，公差 d 為 5，則此數列的第 11 項 a_{11} 為多少？
(A) 80 (B) 75 (C) 25 (D) 20
- (4) () 若一等差數列的首項 a_1 為 -4，公差 d 為 -3，則此數列的第 15 項 a_{15} 為多少？
(A) 38 (B) 41 (C) -49 (D) -46
- (5) () 若一等差數列的首項 a_1 為 -20，公差 d 為 4，則此數列的第 16 項 a_{16} 為多少？
(A) 40 (B) 44 (C) 80 (D) 84

② 一等差數列的首項 a_1 為 5，公差為 2，利用 $a_n = a_1 + (n-1)d$ 求下列的答案。

- (1) $a_4 =$ _____。 (2) $a_{10} =$ _____。 (3) 39 是第 _____ 項。 (每格 5 分，共 15 分)

③ 一等差數列的首項 a_1 為 15，公差為 -3，利用 $a_n = a_1 + (n-1)d$ 求下列的答案。

- (1) $a_6 =$ _____。 (2) $a_{11} =$ _____。 (3) -45 是第 _____ 項。 (每格 5 分，共 15 分)

④ 已知一等差數列的前三項為 2, 5, 8，則：

(每格 5 分，共 15 分)

- (1) 公差 = _____。 (2) $a_9 =$ _____。 (3) 44 是第 _____ 項。

⑤ 已知一等差數列的前四項為 12, 17, 22, 27，則：

(每格 5 分，共 15 分)

- (1) 公差 = _____。 (2) $a_{21} =$ _____。 (3) 157 是第 _____ 項。

⑥ 已知一等差數列的前四項為 20, 18, 16, 14，則：

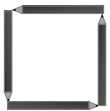
(每格 5 分，共 15 分)

- (1) 公差 = _____。 (2) $a_{11} =$ _____。 (3) -18 是第 _____ 項。

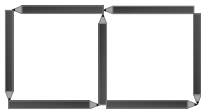


- ① () 有一間扇形教室，第 1 排有 10 個座位，且後面一排均比前面一排多 2 個座位，那麼第 8 排有幾個座位？(10 分)
- (A) 28 個 (B) 26 個 (C) 24 個 (D) 22 個
- ② () 有一個公園音樂廣場，第 1 排有 18 個座位，且後面一排均比前面一排多 3 個座位，那麼第 10 排有幾個座位？(10 分)
- (A) 48 個 (B) 45 個 (C) 44 個 (D) 22 個
- ③ () 有一間扇形教室，第 1 排有 12 個座位，且後面一排均比前面一排多 2 個座位，那麼第幾排有 36 個座位？(10 分)
- (A) 第 16 排 (B) 第 15 排 (C) 第 14 排 (D) 第 13 排
- ④ () 有一個公園音樂廣場，第 1 排有 24 個座位，且後面一排均比前面一排多 3 個座位，那麼第幾排有 54 個座位？(10 分)
- (A) 第 11 排 (B) 第 12 排 (C) 第 13 排 (D) 第 14 排

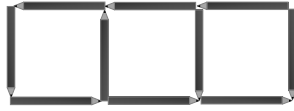
- ⑤ 芝璇利用許多的鉛筆排列如下圖，



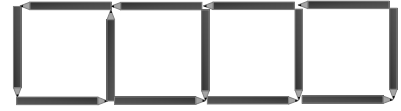
圖(1)



圖(2)



圖(3)



圖(4)

請根據上面的排列規律，回答下面的問題。(每格 7 分，共 28 分)

- (1) 這些圖形的鉛筆數量，由少到多依序可排成一個等差數列，則公差 = _____。
- (2) 圖 (5) 需要 _____ 枝鉛筆。
- (3) 承(1)，這個等差數列第 n 項的值可以寫成 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，則第 11 項 $a_{11} =$ _____。
- (4) 第 _____ 個圖會用到 61 枝鉛筆。

- ⑥ 禹曠利用許多的小正方形卡片排列如下圖，



圖(1)



圖(2)



圖(3)



圖(4)

請根據上面的排列規律，回答下面的問題。(每格 8 分，共 32 分)

- (1) 這些圖形的小正方形卡片數量，由少到多依序可排成一個等差數列，則公差 = _____。
- (2) 承(1)，第 6 項 $a_6 =$ _____；第 20 項 $a_{20} =$ _____；第 _____ 個圖會用到 79 張小正方形卡片。



概念 ① 求等差級數的和

1 級數：將數列 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的每一項依序相加，得到式子 $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ，稱為**級數**。

2 等差級數：將一個等差數列的各項依序用加號「+」相加，得到的式子就稱為**等差級數**。

例 2、4、6、8、10、12 為等差數列， $2+4+6+8+10+12$ 為等差級數。

3 等差級數的和：若一等差數列的首項為 a_1 ，公差為 d ，則前 n 項的總和 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ 。

例 2、4、6、8、10、12 為等差數列，共 6 項，則 $a_1 = 2, a_6 = 12, S_6 = \frac{6 \times (2 + 12)}{2} = 42$ 。



概念 ② 已知等差級數，先求 n 再代入 S_n

例 試問等差級數 $11 + 13 + 15 + \dots + 47 + 49$ 共有多少項？它的和是多少？

解 $a_1 = 11, d = 13 - 11 = 2; a_n = 49 = 11 + (n - 1) \times 2, n = 20$ ，則 $S_{20} = \frac{20 \times (11 + 49)}{2} = 600$ 。



概念 ③ 求等差級數的項數及公差

例 已知一等差級數的首項為 4，末項為 76，和為 520，求此等差級數的項數及公差。

解 $a_1 = 4, a_n = 76, S_n = 520 = \frac{n \times (4 + 76)}{2}, n = 13$ ，則 $a_{13} = 76 = 4 + (13 - 1) \times d, d = 6$ 。



概念 ④ 已知首項、公差，求 S_n

1 將 $a_n = a_1 + (n - 1)d$ 代入 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ ，可得 $S_n = \frac{n[2a_1 + (n - 1)d]}{2}$ 。

例 已知一等差級數的首項為 4，公差為 2，則 $S_{20} = \frac{20 \times [2 \times 4 + (20 - 1) \times 2]}{2} = 460$ 。



概念 ⑤ 等差級數的應用 (I)

例 品謙第 1 天存 10 元，接下來的每一天都比前一天多存 1 元，到第 21 天共存了多少元？

解 $a_1 = 10, d = 1, n = 21$ ，則 $S_{21} = \frac{21 \times [2 \times 10 + (21 - 1) \times 1]}{2} = 420$ 。



概念 ⑥ 等差級數的應用 (II)

例 某禮堂有 170 個座位，第 1 排 8 個座位，後一排比前一排多 2 個座位，該禮堂共幾排座位？

解 已知 $a_1 = 8, d = 2$ ，則 $S_n = \frac{n \times [2 \times 8 + (n - 1) \times 2]}{2} = 170, n^2 + 7n - 170 = 0$ ，得 $n = 10$ 。



概念 ⑦ 等差級數的部分和

例 有一等差級數 $20 + 17 + 14 + 11 + \dots$ ，當 n 為多少時，前 n 項的和最大？此時和為多少？

解 $a_1 = 20, d = -3, a_n = 20 + (n - 1) \times (-3) < 0, n > 7.6\dots$ ，故第 8 項開始為負數，

則 $n = 7$ 時，和為最大， $S_7 = \frac{7 \times [2 \times 20 + (7 - 1) \times (-3)]}{2} = 77$ 。



① 利用 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ ，求下列等差級數的和。

(每小題 8 分，共 40 分)

(1) () $S_{10} = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 = ?$

(A) 220 (B) 210 (C) 110 (D) 100

(2) () $S_8 = 55 + 48 + 41 + 34 + 27 + 20 + 13 + 6 = ?$

(A) 488 (B) 440 (C) 364 (D) 244

(3) () $S_{12} = 0 + 3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 + 21 + 24 + 27 + 30 + 33 = ?$

(A) 198 (B) 206 (C) 208 (D) 216

(4) () 承 (3)， $a_{13} = ?$

(A) 35 (B) 36 (C) 37 (D) 38

(5) () 已知 $S_{n+1} = S_n + a_{n+1}$ ，承 (3)、(4)，求 $S_{13} = ?$

(A) 234 (B) 246 (C) 242 (D) 254

② 有一等差數列 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, ……，求：

(每小題 8 分，共 40 分)

(1) () $S_6 = ?$

(A) 119 (B) 105 (C) 95 (D) 90

(2) () 已知 $S_7 = S_6 + a_7$ ，求 $S_7 = ?$

(A) 152 (B) 119 (C) 94 (D) 90

(3) () $S_8 = ?$

(A) 152 (B) 140 (C) 123 (D) 119

(4) () $a_9 = ?$

(A) 33 (B) 36 (C) 37 (D) 39

(5) () $S_9 = ?$

(A) 192 (B) 189 (C) 186 (D) 152

③ 有一等差數列的首項 $a_1 = 20$ ，第 10 項 $a_{10} = 110$ ，求：

(每小題 10 分，共 20 分)

(1) () $S_{10} = ?$

(A) 1300 (B) 650 (C) 520 (D) 260

(2) () $S_{11} = ?$

(A) 1400 (B) 970 (C) 770 (D) 660



① 已知一等差數列的前三項為 1, 5, 9，末項 $a_n = 77$ ，求： (每小題 10 分，共 20 分)

(1) () 這個等差數列一共有幾項？

(A) 17 (B) 18 (C) 19 (D) 20

(2) () 由此等差數列所得到的等差級數，和為多少？

(A) 780 (B) 702 (C) 680 (D) 608

② 已知一等差數列的前三項為 10, 15, 20，末項 $a_n = 70$ ，求： (每小題 10 分，共 20 分)

(1) () 這個等差數列一共有幾項？

(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 16

(2) () 由此等差數列所得到的等差級數，和為多少？

(A) 420 (B) 480 (C) 520 (D) 540

③ 已知一等差級數 $4 + 10 + 16 + \cdots + 190 + 196$ ，求： (每小題 10 分，共 20 分)

(1) () 這個等差數列一共有幾項？

(A) 30 (B) 31 (C) 32 (D) 33

(2) () 由此等差數列所得到的等差級數，和為多少？

(A) 3300 (B) 3200 (C) 3100 (D) 3000

④ 已知一等差級數 $5 + 3 + 1 + \cdots + (-27) + (-29)$ ，求： (每小題 10 分，共 20 分)

(1) () 這個等差數列一共有幾項？

(A) 19 (B) 18 (C) 17 (D) 16

(2) () 由此等差數列所得到的等差級數，和為多少？

(A) -216 (B) -204 (C) -192 (D) -168

⑤ 已知一等差級數 $30 + 26 + 22 + \cdots + (-30) + (-34)$ ，求： (每小題 10 分，共 20 分)

(1) () 這個等差數列一共有幾項？

(A) 19 (B) 18 (C) 17 (D) 16

(2) () 由此等差數列所得到的等差級數，和為多少？

(A) -64 (B) -34 (C) -12 (D) -4



- ① 已知一等差級數的首項為 2，末項為 38，且級數和為 260，則： (每小題 10 分，共 20 分)
- (1) () 這個等差級數一共有幾項？
(A) 16 (B) 15 (C) 14 (D) 13
- (2) () 這個等差級數的公差為多少？
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- ② 已知一等差級數的首項為 2，末項為 -36，且級數和為 -340，則： (每小題 10 分，共 20 分)
- (1) () 這個等差級數一共有幾項？
(A) 18 (B) 20 (C) 21 (D) 22
- (2) () 這個等差級數的公差為多少？
(A) -1 (B) -2 (C) -3 (D) -4
- ③ 已知一等差級數的首項為 -4，末項為 35，且級數和為 620，則： (每小題 10 分，共 20 分)
- (1) () 這個等差級數一共有幾項？
(A) 40 (B) 39 (C) 35 (D) 31
- (2) () 這個等差級數的公差為多少？
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- ④ 已知一等差級數的首項為 96，末項為 4，且級數和為 1200，則： (每小題 10 分，共 20 分)
- (1) () 這個等差級數一共有幾項？
(A) 26 (B) 25 (C) 24 (D) 23
- (2) () 這個等差級數的公差為多少？
(A) -1 (B) -2 (C) -3 (D) -4
- ⑤ 已知一等差級數的首項為 0，末項為 50，且級數和為 275，則： (每小題 10 分，共 20 分)
- (1) () 這個等差級數一共有幾項？
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 14
- (2) () 這個等差級數的公差為多少？
(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6



① 已知一等差級數的首項為 5，公差為 3，則： (每小題 10 分，共 20 分)

(1) () $a_{16} = ?$

- (A) 53 (B) 50 (C) 14 (D) 13

(2) () $S_{16} = ?$

- (A) 375 (B) 400 (C) 440 (D) 880

② 已知一等差級數的首項為 18，公差為 -2，則： (每小題 10 分，共 20 分)

(1) () $a_{20} = ?$

- (A) -12 (B) -18 (C) -20 (D) -22

(2) () $S_{20} = ?$

- (A) -20 (B) -22 (C) -38 (D) -42

③ 若一等差級數的首項為 7，公差為 4，請用 $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$ ，求：

(1) () $S_{10} = ?$

(每小題 10 分，共 20 分)

- (A) 300 (B) 270 (C) 250 (D) 240

(2) () $S_{20} = ?$

- (A) 1200 (B) 1080 (C) 960 (D) 900

④ 若一等差級數的首項為 34，公差為 -4，請用 $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$ ，求：

(1) () $S_8 = ?$

(每小題 10 分，共 20 分)

- (A) 160 (B) 170 (C) 180 (D) 190

(2) () $S_{13} = ?$

- (A) 120 (B) 130 (C) 140 (D) 160

⑤ 若一等差級數的首項為 -20，公差為 5，則： (每小題 10 分，共 20 分)

(1) () $S_9 = ?$

- (A) -10 (B) -5 (C) 0 (D) 10

(2) () $S_{15} = ?$

- (A) 225 (B) 235 (C) 245 (D) 250



- ① () 秉泰計畫用「等差存錢法」存款，第 1 個月存 100 元，第 2 個月存 200 元，第 3 個月存 300 元，也就是每個月都比前一個月多存 100 元。試問一年可以存多少元？ (20 分)
(A) 7600 元 (B) 7700 元 (C) 7800 元 (D) 8000 元

- ② () 柏睿計畫用「漸進練跑法」慢跑，9 天一個循環，第 10 天休息。他第 1 天跑 2 公里，接下來的每一天都比前一天多跑 0.5 公里。試問 9 天一共跑了幾公里？ (20 分)
(A) 28 公里 (B) 32 公里 (C) 34 公里 (D) 36 公里

- ③ () 益丞計畫用「階梯存錢法」存款，第 1 個星期存 50 元，接下來的每個星期都比前一個星期多存 10 元。試問 31 個星期一共可以存多少元？ (20 分)
(A) 6200 元 (B) 6400 元 (C) 6600 元 (D) 6800 元

- ④ () 立翔計畫用「魔鬼訓練法」慢跑，8 天一個循環。他第 1 天跑 10 公里，接下來的每一天都比前一天多跑 1 公里。試問 8 天一共跑了幾公里？ (20 分)
(A) 88 公里 (B) 92 公里 (C) 100 公里 (D) 108 公里

- ⑤ () 柏銓計畫用「勤能補拙法」背單字，10 天一個循環。第 1 天背 3 個單字，接下來的每一天都比前一天多背 2 個單字。試問 10 天一共要背幾個單字？ (20 分)
(A) 130 個 (B) 120 個 (C) 110 個 (D) 100 個



- ① () 有一間扇形禮堂，一共有 12 排，第 1 排有 10 個座位，且後面一排均比前面一排多 2 個座位，那麼這間扇形禮堂一共有幾個座位？ (20 分)

(A) 252 個 (B) 264 個 (C) 276 個 (D) 288 個

- ② () 有一個公園音樂廣場，一共有 17 排，第 1 排有 12 個座位，且後面一排均比前面一排多 1 個座位，那麼這個公園音樂廣場一共有幾個座位？ (20 分)

(A) 320 個 (B) 328 個 (C) 340 個 (D) 360 個

- ③ () 有一間扇形教室，一共有 135 個座位，第 1 排有 11 個座位，且後面一排均比前面一排多 1 個座位，那麼這間扇形教室一共有幾排座位？ (20 分)

(A) 12 排 (B) 11 排 (C) 10 排 (D) 9 排

- ④ () 有面牆貼了階梯形造型的磁磚，從最上方開始，第一層貼了 22 個磁磚，下面一層都比上面一層多 1 個磁磚，一共貼了 175 個磁磚，試問這面牆一共貼了幾層磁磚？ (20 分)

(A) 6 層 (B) 7 層 (C) 8 層 (D) 10 層

- ⑤ () 有一間扇形禮堂，一共有 330 個座位，第 1 排有 20 個座位，且後面一排均比前面一排多 2 個座位，那麼這間扇形禮堂一共有幾排座位？ (20 分)

(A) 15 排 (B) 14 排 (C) 12 排 (D) 11 排



- ① 已知一等差級數 $20 + 18 + 16 + 14 + \cdots$ ，試問： (每小題 12 分，共 24 分)
- (1) () 從第幾項開始為負數？
(A) 12 (B) 11 (C) 10 (D) 9
- (2) () 當 n 為多少時，前 n 項的和最大？
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10
- ② 已知一等差級數 $31 + 27 + 23 + 19 + \cdots$ ，試問： (每小題 12 分，共 24 分)
- (1) () 從第幾項開始為負數？
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10
- (2) () 當 n 為多少時，前 n 項的和最大？
(A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6
- ③ 李老師是生活科技的任課老師，為了鼓勵學生盡早交作品，第一名交作品的同學加 20 分，第二名交的同學加 17 分，依此遞減，繳交名次後一名的比前一名少 3 分，直到加的分數是負數才停止加分。已知沒有多人同時繳交作品，試問： (每小題 12 分，共 24 分)
- (1) () 依此規則，班上有幾位同學獲得加分？
(A) 9 分 (B) 8 分 (C) 7 分 (D) 6 分
- (2) () 所有得到加分的同學，總共加了多少分？
(A) 80 分 (B) 77 分 (C) 76 分 (D) 74 分
- ④ 張老師為了獎勵學生有好表現，每週獲得最多個「笑臉印章」的同學可獲得 98 元，第 2 多的 89 元，依此遞減，數量排序後一名的比前一名少 9 元，直到金額是負數時才停止發放。已知任意兩個人獲得的「笑臉印章」數量都不相同，試問： (每小題 14 分，共 28 分)
- (1) () 依此規則，班上有幾位同學獲得獎金？
(A) 12 位 (B) 11 位 (C) 10 位 (D) 9 位
- (2) () 張老師總共發下多少獎金？
(A) 583 元 (B) 577 元 (C) 560 元 (D) 538 元



概念 ① 完成等比數列及等比數列的判斷

1 等比數列、公比：像 3、6、12、24、48 數列中，從第 2 項起，「後項除以前項的比值」都相同，稱這個數列為**等比數列**，而這個比值，稱為此數列的**公比**，以 r 表示。如上述的數列公比為 $r=2$ 。

2 $a_{n+1}=a_n \times r$ ：等比數列中，第 n 項的值 $\times$ 公比 = 第 $(n+1)$ 項的值，即 $a_{n+1}=a_n \times r$ 。

例 a_1 、12、36、 a_4 、324 為等比數列，公比 $r=36 \div 12=3$ ， $a_1=12 \div 3=4$ ； $a_4=36 \times 3=108$ 。



概念 ② 利用 $a_n=a_1 \times r^{n-1}$ ，求 a_n 或 n

1 $a_n=a_1 \times r^{n-1}$ ：若等比數列首項為 a_1 ，公比為 r ，則第 n 項 $a_n=a_1 \times r^{n-1}$ 。

例 一等比數列的首項 a_1 為 3，公比為 2，求：(1) a_5 = ? (2) 384 是第幾項？

解 $a_1=3$ ， $r=2$ 。

(1) $a_5=3 \times 2^{(5-1)}=48$ 。

(2) $384=3 \times 2^{n-1}$ ， $2^{n-1}=128=2^7$ ， $n=8$ 。



概念 ③ 等比數列的應用

例 有一隻細菌每過 20 分鐘就會一分为二，即 20 分鐘後會變成 2 隻細菌，40 分鐘後會變成 4 隻細菌，請問：這隻細菌在 5 小時之後會變成幾隻細菌？(用指數表示即可)

解 $a_1=1$ ， $r=2$ ，20 分鐘後為 a_2 ，40 分鐘後為 a_3 ，1 小時後為 a_4 ，

$60 \times 5 \div 20=15$ ，所以 5 小時後為 a_{16} 。

$a_{16}=1 \times 2^{(16-1)}=2^{15}$ (隻)。



概念 ④ 等差中項與等比中項

1 等差中項：當 a, b, c 三數成等差數列時， b 稱為 a, c 的**等差中項**， $b=\frac{a+c}{2}$ 。

例 若 3, x , 27 成等差數列，則等差中項 $x=\frac{3+27}{2}=15$ 。

2 等比中項：當 a, b, c 三數成等比數列時， b 稱為 a, c 的**等比中項**， $b^2=a \times c$ ， $b=\pm\sqrt{ac}$ 。

例 若 3, x , 27 成等比數列，則 $x^2=3 \times 27$ ，等比中項 $x=\pm\sqrt{3 \times 27}=\pm\sqrt{81}=\pm 9$ 。



① 下列各題是等比數列的畫○，不是的打×。

(每小題 5 分，共 30 分)

- (1) () 5, 10, 15, 20, 25, 30。
- (2) () 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128。
- (3) () $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \frac{1}{243}, \frac{1}{729}$ 。
- (4) () 32, 16, 8, 4, 2, 1。
- (5) () 5, -10, 20, -40, 80, -160。
- (6) () $\sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, 4, 4\sqrt{2}, 8, 8\sqrt{2}$ 。

② 求下列各等比數列的公比。

(每小題 5 分，共 30 分)

- (1) () 4, 12, 36, 108, 324, 972。
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 8
- (2) () 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6。
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 6
- (3) () 8, -8, 8, -8, 8, -8, 8。
(A) -1 (B) 1 (C) -8 (D) 8
- (4) () $5, 5^2, 5^3, 5^4, 5^5, 5^6, 5^7$ 。
(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 25
- (5) () $80, 40, 20, 10, 5, \frac{5}{2}, \frac{5}{4}$ 。
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) 2 (D) 4
- (6) () $-2, -2\sqrt{5}, -10, -10\sqrt{5}, -50, -50\sqrt{5}$ 。
(A) 1 (B) 2 (C) $-\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{5}$

③ 在空格中填入適當的數，使各數列成為等比數列。

(每格 4 分，共 40 分)

- (1) 2, 6, 18, _____, 162, _____, 1458。
- (2) 6, _____, $6^3, 6^4$, _____, 6^6 。
- (3) 5, -5, _____, -5, 5, _____。
- (4) $4, 4\sqrt{3}$, _____, $12\sqrt{3}, 36$, _____。
- (5) _____, $\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{3}{16}, \frac{3}{32}$, _____。



① 選出正確的選項。(每小題 5 分，共 25 分)

- (1) () 若一等比數列的首項 a_1 為 3，公比為 2，則此數列的第 5 項 a_5 為多少？
(A) 24 (B) 48 (C) 96 (D) 192
- (2) () 若一等比數列的首項 a_1 為 -2，公比為 3，則此數列的第 4 項 a_4 為多少？
(A) -6 (B) -18 (C) -54 (D) -162
- (3) () 若一等比數列的首項 a_1 為 5，公比為 -2，則此數列的第 3 項 a_3 為多少？
(A) 20 (B) 40 (C) -20 (D) -40
- (4) () 若一等比數列的首項 a_1 為 10，公比為 1，則第 10 項 a_{10} 為多少？
(A) 10^{10} (B) 10^9 (C) 100 (D) 10
- (5) () 若一等比數列的首項 a_1 為 5，公比為 -1，則此數列的第 15 項 a_{15} 為多少？
(A) 5 (B) -5 (C) 75 (D) -75

② 一等比數列的首項 a_1 為 4，公比為 3，利用 $a_n = a_1 \times r^{n-1}$ 求下列的答案。

- (1) $a_2 =$ ____。 (2) $a_3 =$ ____。 (3) 108 是第 ____ 項。 (每格 5 分，共 15 分)

③ 一等比數列的首項 a_1 為 3，公比為 -2，利用 $a_n = a_1 \times r^{n-1}$ 求下列的答案。

- (1) $a_3 =$ ____。 (2) $a_4 =$ ____。 (3) 192 是第 ____ 項。 (每格 5 分，共 15 分)

④ 已知一等比數列的前三項為 5, 10, 20，則：

(每格 5 分，共 15 分)

- (1) 公比 = ____。 (2) $a_5 =$ ____。 (3) 640 是第 ____ 項。

⑤ 已知一等比數列的前三項為 1, -3, 9，則：

(每格 5 分，共 15 分)

- (1) 公比 = ____。 (2) $a_4 =$ ____。 (3) -243 是第 ____ 項。

⑥ 已知一等比數列的前三項為 64, 32, 16，則：

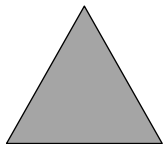
(每格 5 分，共 15 分)

- (1) 公比 = ____。 (2) $a_6 =$ ____。 (3) $\frac{1}{4}$ 是第 ____ 項。

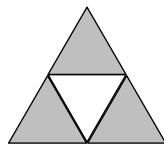


- ① () 已知某病毒每過一小時就會一分為二，再過一小時每一隻又會分裂成二隻，即一小時後會變成 2 隻病毒，兩小時後會變成 4 隻病毒。求此病毒 5 小時後會變成幾隻病毒？
(A) 16 隻 (B) 32 隻 (C) 64 隻 (D) 128 隻 (20 分)
- ② () 已知某病毒每過一小時就會一分為三，再過一小時每一隻又會分裂成 3 隻，即一小時後會變成 3 隻病毒，兩小時後會變成 9 隻病毒。求此病毒 4 小時之後會變成幾隻病毒？
(A) 729 隻 (B) 243 隻 (C) 81 隻 (D) 27 隻 (20 分)
- ③ () 品謙有一張薄紙，對摺一次後，厚度變成原來的 2 倍，對摺 2 次後，厚度變成一開始的 4 倍，也就是每對摺一次，厚度就會是前一次對摺的 2 倍。求對摺 8 次後，厚度會是一開始的幾倍？
(A) 128 倍 (B) 256 倍 (C) 512 倍 (D) 1024 倍 (20 分)

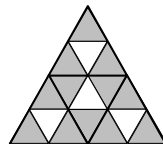
- ④ () 下圖中，圖(一)為一張大的三角形紙張，圖(二)為將圖(一)三角形紙張分割成 4 個相同的 $\triangle$ ，圖(三)是接著圖(二)繼續分割成 16 個相同大小的 $\triangle$ ，圖(四)是接著圖(三)分割成 64 個相同大小的 $\triangle$ 。若繼續這樣分割，圖(六)會分割成多少個大小相同的 $\triangle$ ？



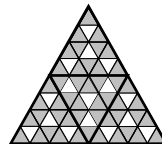
圖(一)



圖(二)



圖(三)



圖(四)

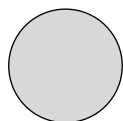
(20 分)

- (A) 256 個 (B) 512 個 (C) 1024 個 (D) 2048 個

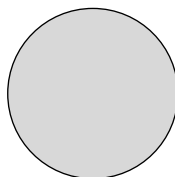
- ⑤ () 下圖中，圖(一)為直徑 1 公分的圓，圖(二)的圓之直徑為圖(一)的 $\frac{3}{2}$ 倍，圖(三)的圓之直徑為圖(二)的 $\frac{3}{2}$ 倍。依此規則，圖(五)的圓之直徑是多少公分？ (20 分)



圖(一)



圖(二)



圖(三)

- (A) $\frac{243}{64}$ 公分 (B) $\frac{81}{32}$ 公分 (C) $\frac{243}{32}$ 公分 (D) $\frac{81}{16}$ 公分



① 選出正確的選項。(每小題 10 分，共 100 分)

- (1) () 若 4、16 的等差中項為 x ，則 $x = ?$
(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14
- (2) () 若 9、25 的等差中項為 x ，則 $x = ?$
(A) 13 (B) 15 (C) 16 (D) 17
- (3) () 若 -7、13 的等差中項為 x ，則 $x = ?$
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- (4) () 若 4、9 的等差中項為 x ，則 $x = ?$
(A) $\frac{13}{2}$ (B) $\frac{11}{2}$ (C) 5 (D) 6
- (5) () 若 -27、-3 的等差中項為 x ，則 $x = ?$
(A) -15 (B) -16 (C) -17 (D) -18
- (6) () 若 4、16 的等比中項為 x ，則 $x = ?$
(A) ± 6 (B) ± 8 (C) ± 10 (D) ± 12
- (7) () 若 9、25 的等比中項為 x ，則 $x = ?$
(A) ± 13 (B) ± 15 (C) ± 16 (D) ± 17
- (8) () 若 4、9 的等比中項為 x ，則 $x = ?$
(A) ± 6 (B) $\pm \frac{13}{2}$ (C) $\pm \frac{11}{2}$ (D) ± 7
- (9) () 若 -27、-3 的等比中項為 x ，則 $x = ?$
(A) ± 6 (B) ± 7 (C) ± 9 (D) ± 11
- (10) () 若 -6、-24 的等比中項為 x ，則 $x = ?$
(A) ± 9 (B) ± 12 (C) ± 14 (D) ± 16



概念 ① 由列表觀察對應關係

1 變數：在一個關係式，會變動的數，稱為**變數**。在日常生活中，可常見兩組數量有著特殊對應關係，一個數量改變，另一個數量也會跟著改變。

例 一枝筆 20 元，買了 x 枝，花了 y 元，則 $y=20x$ ， x 和 y 都是「變數」。

2 由列表觀察對應關係：

例	座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	成績	75	90	80	85	90	65	70	90	85	95

知道座號就可以知道成績，但知道成績，無法確定座號。



概念 ② 由圖形觀察函數關係

1 觀察圖形橫軸的任意一個點，對應於縱軸上的點是否只有一個還是兩個以上。相反的，觀察圖形縱軸的任意一個點，對應於橫軸上的點是否只有一個還是兩個以上。



概念 ③ 由關係式判斷函數關係

1 函數：當給定一個 x 值時，只有一個 y 值與之對應，稱此對應關係為 y 是 x 的**函數**。

例 當給定一個正方形邊長 x 值時，只有一個周長 y 值與之對應， $y=4x$ ， y 是 x 的函數。



概念 ④ 由圖形求函數值

1 函數值：在一個函數關係中，給定 x 的一個值 a ，可以得到一個與之對應的 y 值，我們稱這個 y 值為此函數在 $x=a$ 時的**函數值**。

2 由圖形判斷函數值：可由橫軸 x 上的某個值，觀察對應縱軸上的函數值 y 。



概念 ⑤ 由一次函數關係求函數值

1 一次函數：函數 $y=ax+b$ ，其中 $a \neq 0$ ， $ax+b$ 是 x 的一次式，稱為**一次函數**。

例 $y=3x+8$ ， $y=-6x+5$ ， $y=4x$ 等為一次函數。

2 由一次函數關係求函數值：例如 $y=3x+8$ ：當 $x=5$ ，得到函數值 $y=3 \times 5 + 8 = 23$ 。



概念 ⑥ 由函數值求一次函數

例 已知某一次函數當 $x=0$ 時的函數值為 $y=5$ ， $x=1$ 時的函數值為 $y=3$ ，求此一次函數。

解 設此函數為 $y=ax+b$ ，則 $\begin{cases} 5=a \times 0 + b \\ 3=a \times 1 + b \end{cases}$ ，得 $b=5$ ， $a=-2$ ，故此一次函數為 $y=-2x+5$ 。



概念 ⑦ 由函數值相等反求給定值

例 若兩個一次函數 $y=-2x+3$ 與 $y=x-9$ 在 $x=a$ 時的函數值相同，求 a 值。

解 將 $x=a$ 代入 $y=-2x+3$ 與 $y=x-9$ ，得 $-2a+3=a-9$ ， $-3a=-12$ ，故 $a=4$ 。



概念 8 常數函數

1 常數函數：像 $y=b$ 這樣的函數稱為**常數函數**。

例 $y=3$ 為常數函數，不論 x 的值為何， y 的值都是 3；又例如 $y=-6$ ， y 的值都是 -6 。



概念 9 畫一次函數的圖形

1 一次函數的圖形： $y=ax+b$ ($a \neq 0$) 的圖形，可看成是二元一次方程式 $ax-y+b=0$ 的圖形，只要找出兩個數對的點 (x, y) ，將它連成直線，就是此**一次函數的圖形**。

例 在坐標平面上畫出 $y=3x-5$ 的圖形

解 $x=0, y=-5$ ； $x=1, y=-2$ ，在坐標平面上找到 $(0, -5)$ 和 $(1, -2)$ 兩個點後畫直線。



概念 10 過兩點求一次函數

例 若一次函數 $y=ax+b$ 的圖形通過 $(2, 1)$ 、 $(-1, 7)$ 兩點，求此一次函數。

解 將 $(2, 1)$ 、 $(-1, 7)$ 代入 $y=ax+b$ ，則 $\begin{cases} 1=2a+b \\ 7=-a+b \end{cases}$ ，得 $a=-2, b=5$ ，所求為 $y=-2x+5$ 。



概念 11 畫常數函數的圖形

1 常數函數 $y=b$ ，不論 x 的值為何，函數值永遠是 b ，圖形為通過 $(0, b)$ 的水平線。

例 $y=-3$ 的圖形，是一條通過 $(0, -3)$ 的水平線。



概念 12 一次函數的應用 (I) (水位及加熱問題)

例 品謙將水加熱，加熱的時間與水溫的對應關係紀錄如下表：

時間 (x 分)	0	2	4	6	8	10	12	14
水溫 (y °C)	28	44	60	76	92	100	100	100

已知在水溫達到 100 °C 前，水溫 y (°C) 是時間 x (分) 的一次函數，那麼加熱為多少分鐘時，水溫剛好到達 100 °C？

解 設一次函數為 $y=ax+b$ ，將 $(0, 28)$ 、 $(2, 44)$ 代入，解聯立方程式得 $a=8, b=28$ 。
將 $y=100$ 代入，得 $100=8x+28$ ，求得 $x=9$ 。即加熱 9 分鐘時，水溫剛好達到 100 °C。



概念 13 一次函數的應用 (II) (兩種計費方案問題)

例 某 KTV 有兩種計費方式，A 套餐是基本費 500 元，每小時加收 500 元，B 套餐則是基本費 900 元，每小時加收 400 元，兩種套餐在歡唱 x 小時後，費用完全相同，求 x 的值？

解 設費用為 y 元，兩款收費皆滿足一次函數關係 $y=ax+b$ ， $\begin{cases} y=500x+500 \cdots \textcircled{1} \\ y=400x+900 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ ，

$\textcircled{1}-\textcircled{2}$ 得 $0=100x-400, 100x=400, x=4$ 。即歡唱 4 小時後，費用完全相同。



概念 14 一次函數的應用 (III) (距離與時間問題)

例 坤能參加 21 公里的馬拉松比賽，假設他以等速前進，則距離與時間為一次函數，當他跑了 30 分鐘時，累計跑了 6 公里，那麼坤能跑完 21 公里要多少時間？

解 設 x 分鐘共跑了 y 公里，將 $(0, 0)$ 、 $(30, 6)$ 代入 $y=ax+b$ ，得為 $a=0.2, b=0$ ，
將 $y=21$ 代入，得 $21=0.2x$ ，求得 $x=105$ (分鐘)。



Nani

基礎特訓班

2-1 一次函數及函數圖形與應用

概念 ① 由列表觀察對應關係

__班__號

姓名

- ① 下表為品謙班上同學家中同住在一個房子的人數。(每格 5 分，共 30 分)

座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
同住人數	4	5	4	3	6	5	8	2	3	4	7	6	10	3	5

請根據上表回答下面的問題：

- 由表格可知，座號 6 號的家中同住人數為_____人。
- 知道某一個人的座號，是否可以確定他們家中的同住人數？(☐ 是，☐ 否)(打√)
- 班上家中同住人數為 4 人的座號是_____號、_____號、_____號。
- 知道同住人數，是否能確定是哪個座號的同學？(☐ 是，☐ 否)(打√)

- ② 下表為好南市去年每月的每日中午十二點平均氣溫。(每小題 10 分，共 40 分)

月分	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
每日中午十二點平均氣溫(°C)	18	20	23	25	27	28	33	34	30	26	21	19

請根據上表回答下面的問題：

- 由表格可知，好南市去年 5 月的每日中午十二點平均氣溫為_____°C。
- 知道去年的某月，是否能確定好南市在去年該月的每日中午十二點平均氣溫？
(☐ 是，☐ 否)(打√)
- 由表格可知，好南市去年每日中午十二點平均氣溫為 30°C 的月分是_____月。
- 知道每日中午十二點平均氣溫，是否能確定是哪個月分？(☐ 是，☐ 否)(打√)

- ③ 下表為芝璇班上同學出生月分的人數統計。(每格 5 分，共 30 分)

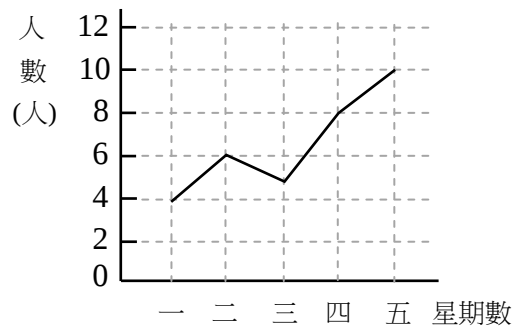
月分	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
人數	2	4	4	3	4	3	1	2	1	2	2	1

請根據上表回答下面的問題：

- 由表格可知，芝璇班上同學 10 月出生的人數為_____人。
- 知道某一個人的出生月分，是否可以確定和他出生在同一個月分的班上同學有多少人？
(☐ 是，☐ 否)(打√)
- 出生人數都只有一個人的月分是_____月、_____月、_____月。
- 如果知道芝璇的出生月分人數，是否便能確定芝璇是哪個月出生的？
(☐ 是，☐ 否)(打√)

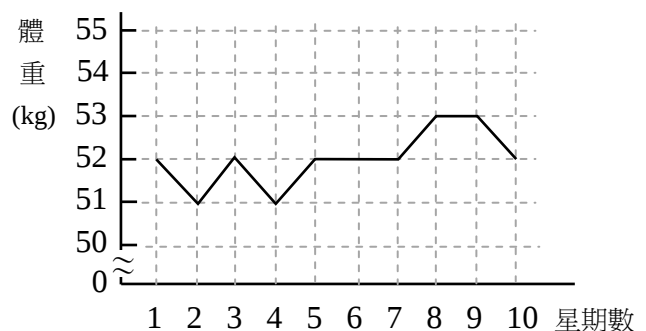


- ① 右圖為快樂國中上星期一到星期五的全校每日請假人數，請問：（每小題 10 分，共 30 分）



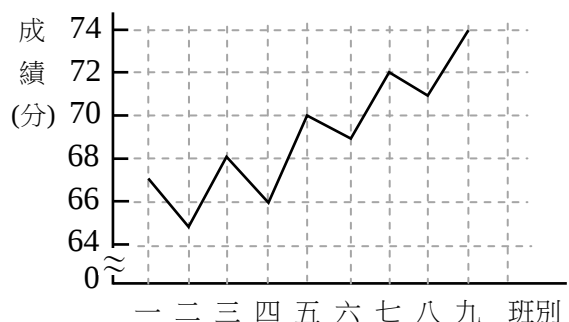
- (1) 由圖可知，快樂國中上星期四的全校請假人數為_____人。
- (2) 知道上星期的星期幾，是否能確定快樂國中那天的全校請假人數？ (☐ 是， ☐ 否) (打√)
- (3) 是否能從快樂國中的請假人數，確定是上星期幾？ (☐ 是， ☐ 否) (打√)

- ② 右圖為柏睿連續 10 星期的每個星期一上午起床後的體重，記錄體重時，都四捨五入取整數。請問：（每小題 10 分，共 40 分）



- (1) 由圖可知，柏睿第 7 個星期一上午起床後的體重為_____公斤。
- (2) 是否可以由任一個星期一，確定柏睿那一天起床後的體重？ (☐ 是， ☐ 否) (打√)
- (3) 由圖可知，在這 10 個星期中，柏睿有_____個星期的星期一起床後體重是 52 公斤。
- (4) 是否能從的柏睿體重，確定是哪個星期的星期一起床後體重？ (☐ 是， ☐ 否) (打√)

- ③ 右圖為一新國中八年級的全年級九個班第一次段考數學平均成績，都四捨五入取整數。請問：（每小題 10 分，共 30 分）



- (1) 由圖可知，八年五班的第一次段考數學平均成績為_____分。
- (2) 是否可以由一新國中八年級的任一個班，確定該班第一次段考的數學平均成績？ (☐ 是， ☐ 否) (打√)
- (3) 如果某個分數是八年級其中一個班的第一次段考的數學平均成績，是否能從這個分數確定是哪個班的第一次段考的數學平均成績？ (☐ 是， ☐ 否) (打√)



- ① 若 1 美元可以兌換台幣 30 元， x 美元可以兌換台幣 y 元，則： (每小題 6 分，共 12 分)
 - (1) 可列出 x 與 y 的關係式為_____。
 - (2) y 是否為 x 的函數？ (☐ 是，☐ 否)(打✓)

- ② 已知正三角形的邊長為 x ，周長為 y ，則： (每小題 6 分，共 12 分)
 - (1) 可列出 x 與 y 的關係式為_____。
 - (2) y 是否為 x 的函數？ (☐ 是，☐ 否)(打✓)

- ③ 若 1 台斤等於 0.6 公斤， x 台斤等於 y 公斤，則： (每小題 6 分，共 12 分)
 - (1) 可列出 x 與 y 的關係式為_____。
 - (2) y 是否為 x 的函數？ (☐ 是，☐ 否)(打✓)

- ④ 已知有一個空箱子重 1200 公克，將每瓶 450 公克的罐裝飲料共 x 罐放入空箱後，一共重 y 公克，則： (每小題 6 分，共 12 分)
 - (1) 可列出 x 與 y 的關係式為_____。
 - (2) y 是否為 x 的函數？ (☐ 是，☐ 否)(打✓)

- ⑤ 若 1 枝鉛筆的價格為 12 元，買 x 枝鉛筆和一個 150 元的削鉛筆機共花了 y 元，則： (每小題 6 分，共 12 分)
 - (1) 可列出 x 與 y 的關係式為_____。
 - (2) y 是否為 x 的函數？ (☐ 是，☐ 否)(打✓)

- ⑥ 某吃到飽餐廳有可容納 10 人的獨立包廂，每次用餐的包廂費用是 1000 元，每人再加收餐費 900 元，若 x 人到這家餐廳的獨立包廂用餐，人數不多於 10 人，總共花費 y 元，則： (每小題 10 分，共 20 分)
 - (1) 可列出 x 與 y 的關係式為_____。
 - (2) y 是否為 x 的函數？ (☐ 是，☐ 否)(打✓)

- ⑦ 某機車租借店家的租借費用是算次的，每次費用 300 元，可租借 24 小時。若該店家的店面租金每個月是 12000 元，且店家一個月租出 x 次，忽略機車的維修養護成本，扣除租金後可賺得 y 元，則： (每小題 10 分，共 20 分)
 - (1) 可列出 x 與 y 的關係式為_____。
 - (2) y 是否為 x 的函數？ (☐ 是，☐ 否)(打✓)



Nani

基礎特訓班

2-1 一次函數及函數圖形與應用

概念 4 由圖形求函數值

__班__號

姓名

① 根據右邊天數與人數的關係圖，求 x 的函數值。

(1) () $x=3$ 的函數值 $y=?$ (每小題 10 分，共 30 分)

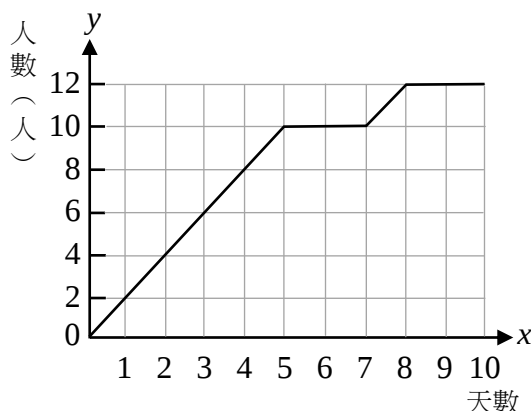
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

(2) () $x=7$ 的函數值 $y=?$

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

(3) () $x=4$ 的函數值 $y=?$

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 10



② 根據右邊時間與距離的關係圖，求 x 的函數值。

(1) () $x=1$ 的函數值 $y=?$ (每小題 10 分，共 30 分)

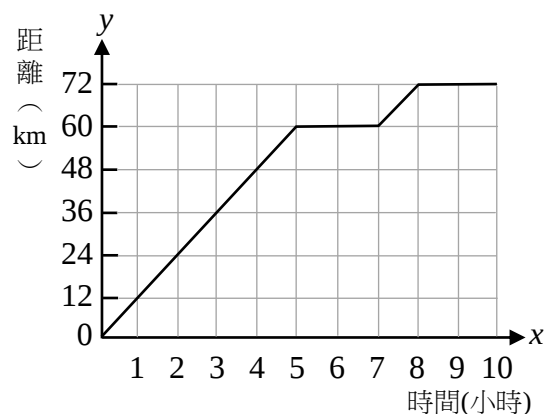
(A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 48

(2) () $x=6$ 的函數值 $y=?$

(A) 36 (B) 48 (C) 60 (D) 72

(3) () $x=8$ 的函數值 $y=?$

(A) 36 (B) 48 (C) 60 (D) 72



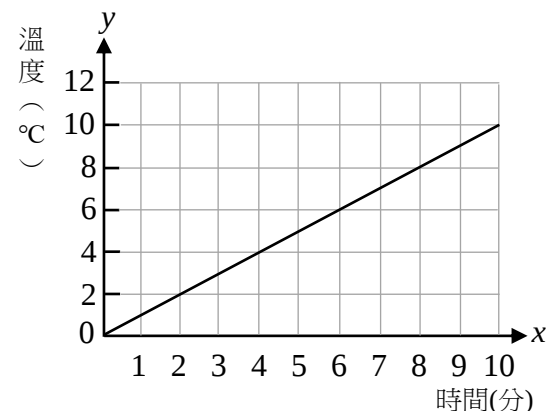
③ 根據右邊時間與溫度的關係圖，求 x 的函數值。

(1) () $x=4$ 的函數值 $y=?$ (每小題 10 分，共 20 分)

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

(2) () $x=10$ 的函數值 $y=?$

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10



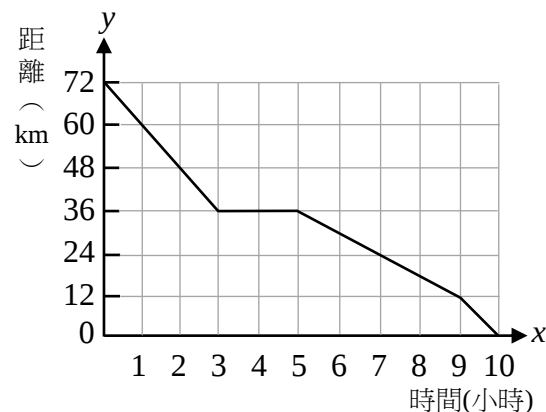
④ 根據右邊時間與距離的關係圖，求 x 的函數值。

(1) () $x=1$ 的函數值 $y=?$ (每小題 10 分，共 20 分)

(A) 12 (B) 48 (C) 60 (D) 72

(2) () $x=4$ 的函數值 $y=?$

(A) 36 (B) 48 (C) 60 (D) 72





Nani

基礎特訓班

2-1 一次函數及函數圖形與應用

概念

5 由一次函數關係求函數值

__班__號

姓名

1 選出正確的選項。(每小題 10 分，共 100 分)

(1) () 若 $y=10x+1$ ，則 $x=0$ 的函數值為何？

(A) 0 (B) 1 (C) 10 (D) 11

(2) () 若 $y=2x-1$ ，則 $x=1$ 的函數值為何？

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(3) () 若 $y=3x+2$ ，則 $x=-2$ 的函數值為何？

(A) -3 (B) -4 (C) -5 (D) -6

(4) () 若 $y=-x+5$ ，則 $x=4$ 的函數值為何？

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

(5) () 若 $y=-3x-4$ ，則 $x=-1$ 的函數值為何？

(A) -4 (B) -3 (C) -2 (D) -1

(6) () 若 $y=5x+1$ ，則 $x=3$ 的函數值為何？

(A) 15 (B) 16 (C) 20 (D) 21

(7) () 若 $y=4x-6$ ，則 $x=4$ 的函數值為何？

(A) -6 (B) 5 (C) 10 (D) 20

(8) () 若 $y=2x+5$ ，則 $x=-4$ 的函數值為何？

(A) 13 (B) 8 (C) -8 (D) -3

(9) () 若 $y=-4x+8$ ，則 $x=3$ 的函數值為何？

(A) 20 (B) 11 (C) -3 (D) -4

(10) () 若 $y=-x-7$ ，則 $x=-2$ 的函數值為何？

(A) -5 (B) -9 (C) 5 (D) 9



Nani

基礎特訓班

2-1 一次函數及函數圖形與應用

概念 6 由函數值求一次函數

__班__號

姓名

- ① () 右表為某一次函數的兩組 x 與 y 的對應值，則此一次函數為何？(20 分)

- (A) $y = -4x + 4$ (B) $y = -x + 2$
(C) $y = -2x + 2$ (D) $y = -2x + 4$

x	0	2
y	4	0

- ② () 右表為某一次函數的兩組 x 與 y 的對應值，則此一次函數為何？(20 分)

- (A) $y = -2x + 2$ (B) $y = -x + 1$
(C) $y = 2x + 2$ (D) $y = x + 1$

x	0	-1
y	1	0

- ③ () 右表為某一次函數的兩組 x 與 y 的對應值，則此一次函數為何？(20 分)

- (A) $y = -3x + 3$ (B) $y = -x + 2$
(C) $y = -2x + 3$ (D) $y = -2x + 2$

x	0	1
y	3	1

- ④ () 右表為某一次函數的兩組 x 與 y 的對應值，則此一次函數為何？(20 分)

- (A) $y = x + 3$ (B) $y = \frac{1}{3}x + 1$
(C) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ (D) $y = -x + 1$

x	-2	-3
y	1	0

- ⑤ () 已知某一次函數當 $x = -1$ 時的函數值為 $y = -1$ ， $x = 1$ 時的函數值為 $y = 3$ ，則此一次函數為何？(20 分)

- (A) $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ (B) $y = 2x + 1$ (C) $y = x + 2$ (D) $y = -2x + 2$



- 1 () 若一次函數 $y=7x-2$ 與 $y=5x+8$ 在 $x=a$ 時的函數值相同，則 $a=?$ (10分)
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

- 2 () 若一次函數 $y=5x-7$ 與 $y=-4x+11$ 在 $x=a$ 時的函數值相同，則 $a=?$ (15分)
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

- 3 () 若一次函數 $y=3x-4$ 與 $y=-9x+32$ 在 $x=a$ 時的函數值相同，則 $a=?$ (15分)
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

- 4 () 若一次函數 $y=6x-3$ 與 $y=-2x+29$ 在 $x=a$ 時的函數值相同，則 $a=?$ (15分)
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

- 5 () 若一次函數 $y=3x-37$ 與 $y=-8x+18$ 在 $x=a$ 時的函數值相同，則 $a=?$ (15分)
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

- 6 () 若一次函數 $y=4x-10$ 在 $x=a$ 時的函數值為 $y=14$ ，則 $a=?$ (15分)
(A) 4 (B) 6 (C) 7 (D) 8

- 7 () 若一次函數 $y=-3x-2$ 在 $x=a$ 時的函數值為 $y=19$ ，則 $a=?$ (15分)
(A) -2 (B) -3 (C) -7 (D) 7

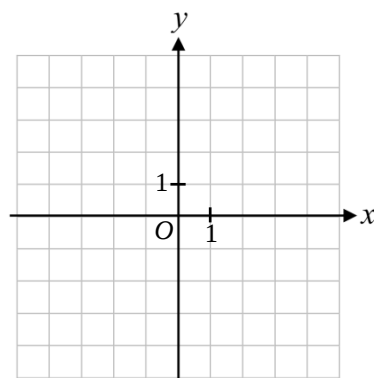
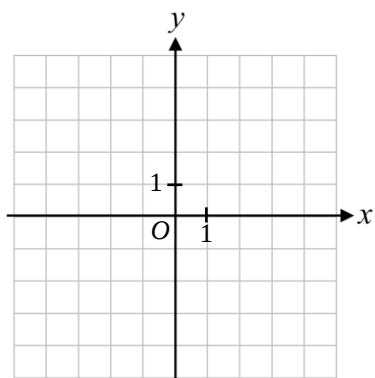


1 選出正確的選項。(每小題 10 分，共 100 分)

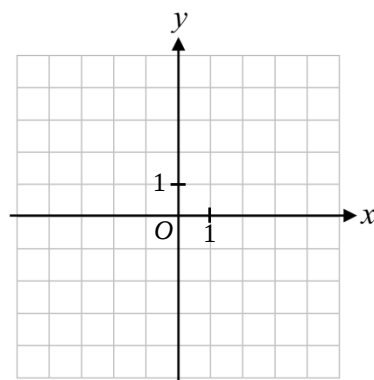
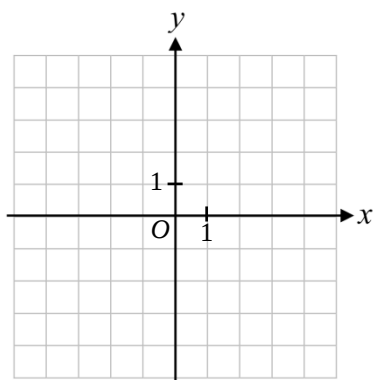
- (1) () 常數函數 $y=3$ 在 $x=2$ 的函數值為何？
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5
- (2) () 常數函數 $y=5$ 在 $x=-1$ 的函數值為何？
(A) -1 (B) 5 (C) 4 (D) 6
- (3) () 常數函數 $y=-2$ 在 $x=3$ 的函數值為何？
(A) -2 (B) -1 (C) 3 (D) 5
- (4) () 常數函數 $y=-3$ 在 $x=-4$ 的函數值為何？
(A) -4 (B) -3 (C) -1 (D) 7
- (5) () 常數函數 $y=1$ 在 $x=-3$ 的函數值為何？
(A) -4 (B) -3 (C) 0 (D) 1
- (6) () 常數函數 $y=-7$ 在 $x=0$ 的函數值為何？
(A) 0 (B) -7 (C) 7 (D) 14
- (7) () 常數函數 $y=8$ 在 $x=-2$ 的函數值為何？
(A) -2 (B) 6 (C) 8 (D) 10
- (8) () 常數函數 $y=10$ 在 $x=12$ 的函數值為何？
(A) 10 (B) 12 (C) 22 (D) 120
- (9) () 常數函數 $y=-12$ 在 $x=-1$ 的函數值為何？
(A) -13 (B) -12 (C) -11 (D) 13
- (10) () 常數函數 $y=30$ 在 $x=10$ 的函數值為何？
(A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 44



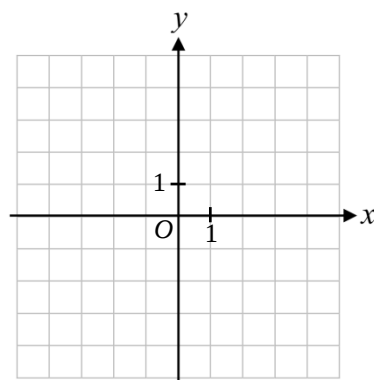
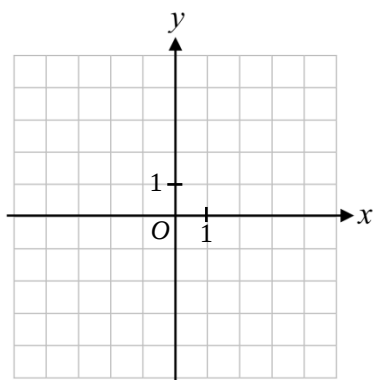
- ① 在坐標平面上畫出 $y=x-3$ 的圖形。(20 分) ② 在坐標平面上畫出 $y=-x$ 的圖形。(20 分)



- ③ 在坐標平面上畫出 $y=2x-1$ 的圖形。(15 分) ④ 在坐標平面上畫出 $y=-x+3$ 的圖形。(15 分)



- ⑤ 在坐標平面上畫出 $y=3x+1$ 的圖形。(15 分) ⑥ 在坐標平面上畫出 $y=-2x+5$ 的圖形。(15 分)





- ① () 若一次函數 $y=ax+b$ 的圖形通過 $(0, 1)$ 、 $(3, 7)$ ，則此一次函數為何？(20 分)
 (A) $y=2x+1$ (B) $y=x+1$ (C) $y=3x+1$ (D) $y=-x+10$

- ② () 若一次函數 $y=ax+b$ 的圖形通過 $(5, 6)$ 、 $(6, 8)$ ，則此一次函數為何？(20 分)
 (A) $y=x+1$ (B) $y=2x-4$ (C) $y=-x+14$ (D) $y=-2x+16$

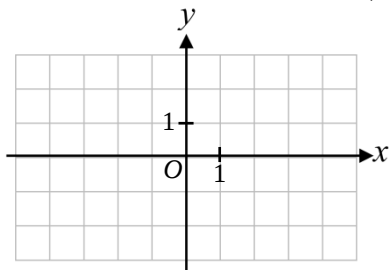
- ③ () 若一次函數 $y=ax+b$ 的圖形通過 $(8, 9)$ 、 $(1, 2)$ ，則此一次函數為何？(20 分)
 (A) $y=2x-7$ (B) $y=x+1$ (C) $y=-x+17$ (D) $y=3x-15$

- ④ () 若一次函數 $y=ax+b$ 的圖形通過 $(3, 1)$ 、 $(-4, -6)$ ，則此一次函數為何？(20 分)
 (A) $y=2x-5$ (B) $y=3x-8$ (C) $y=x-2$ (D) $y=-2x+7$

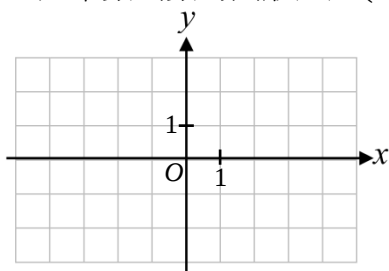
- ⑤ () 若一次函數 $y=ax+b$ 的圖形通過 $(1, 3)$ 、 $(-2, 9)$ ，則此一次函數為何？(20 分)
 (A) $y=-x+7$ (B) $y=5x-2$ (C) $y=2x+1$ (D) $y=-2x+5$



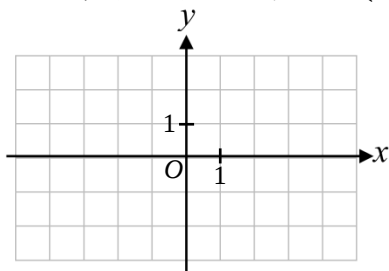
- ① 已知常數函數的圖形通過 $(2, -1)$ ，求此常數函數，並畫出其圖形。(20 分)



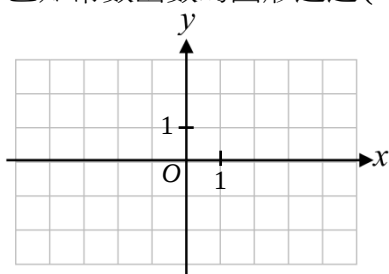
- ② 已知常數函數的圖形通過 $(-3, 2)$ ，求此常數函數，並畫出其圖形。(20 分)



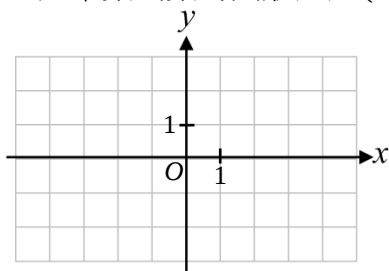
- ③ 已知常數函數的圖形通過 $(2, -2)$ ，求此常數函數，並畫出其圖形。(20 分)



- ④ 已知常數函數的圖形通過 $(0, -3)$ ，求此常數函數，並畫出其圖形。(20 分)



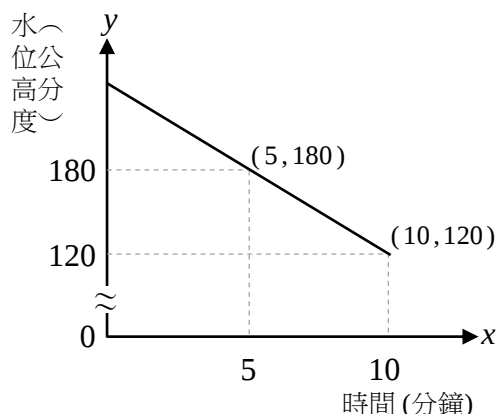
- ⑤ 已知常數函數的圖形通過 $(-2, 3)$ ，求此常數函數，並畫出其圖形。(20 分)



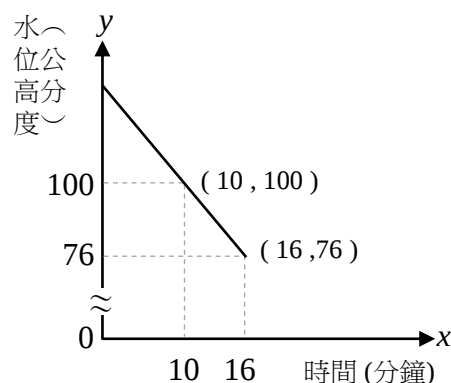


- 1 某個水塔的漏水時間與水位高度為一次函數關係，右圖為此函數關係的部分圖。試問：（每小題 20 分）

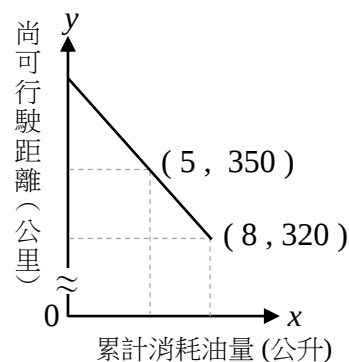
- (1) () 漏水 5 分鐘後，水位高度為多少公分？
 (A) 5 (B) 10 (C) 120 (D) 180
- (2) () 從開始漏水到全部的水漏完，需要幾分鐘？
 (A) 20 (B) 18 (C) 16 (D) 15



- 2 () 某個水塔的漏水時間與水位高度為一次函數關係，右圖為此函數關係的部分圖。試問從開始漏水到全部的水漏完，需要幾分鐘？（20 分）
 (A) 24 (B) 30 (C) 32 (D) 35



- 3 () 俊穎將汽車加滿油後開始行駛，假設尚可行駛距離 y 公里是累計消耗油量 x 公升的一次函數，其圖形如右圖所示，則加滿油是多少公升？(即無法再行駛的累計消耗油量) (20 分)
 (A) 42 (B) 40 (C) 30 (D) 24



- 4 () 品謙將水加熱，加熱的時間與水溫的對應關係紀錄如下表：

時間(x 分)	0	2	4	6	8	10	12	14
水溫(y °C)	19	37	55	73	91	100	100	100

已知在水溫達到 100 °C 前，水溫 y (°C) 是時間 x (分) 的一次函數，那麼加熱為多少分鐘時，水溫剛好到達 100 °C？（20 分）

- (A) 8.5 (B) 9 (C) 9.5 (D) 10



- ① () 某 KTV 有兩種計費方式如下：A 套餐是基本費 600 元，每小時加收 400 元，
B 套餐是基本費 1000 元，每小時加收 300 元，
兩種套餐若分別歡唱 x 小時，費用會完全相同，則 x 的值為多少？ (20 分)
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6
- ② () 某機車租賃行有兩種計費方式：甲方案是基本費 100 元，每小時加收 50 元，
乙方案是基本費 200 元，每小時加收 30 元，
兩種方案若分別租賃 x 小時，費用會完全相同，則 x 的值為多少？ (20 分)
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8
- ③ () 某籃球場租用有兩種計費方式：甲方案是每小時 800 元，每人加收 20 元清潔費，
乙方案是每小時 680 元，每人加收 30 元清潔費，
兩種方案若在人數分別為 x 人時，費用會完全相同，則 x 的值為多少？ (20 分)
(A) 12 (B) 10 (C) 9 (D) 8
- ④ () 某汽車租用公司的五人座 A 車款以日計費有兩種方案：
甲方案是每日租金 1200 元，每公里另收 4 元油費，
乙方案是每日租金 1480 元，每公里另收 3 元油費，
兩種方案若在分別行駛 x 公里時，費用會完全相同，則 x 的值為多少？ (20 分)
(A) 180 (B) 240 (C) 260 (D) 280
- ⑤ () 某線上家教課程有兩種計費方式：甲方案是學費 5000 元，解題費每小時加收 360 元，
乙方案是學費 5900 元，解題費每小時加收 300 元，
當解題時數分別為 x 小時，兩種方案的費用會完全相同，則 x 的值為多少？ (20 分)
(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 16



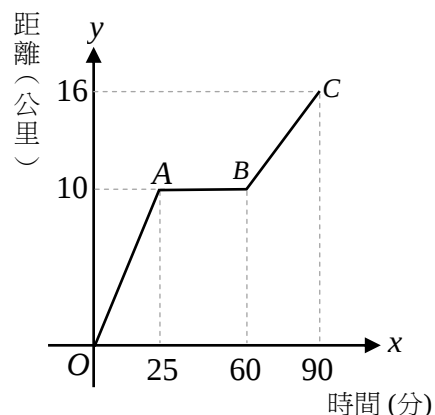
① 右圖為益丞上周日到河濱騎車的距離與時間關係圖，則：

(1) 經過 O 、 A 兩點的一次函數為_____。(15 分)

(2) 益丞出發 10 分鐘後的前進距離為_____公里。(10 分)

(3) 經過 B 、 C 兩點的一次函數為_____。(15 分)

(4) 益丞出發 80 分鐘後的前進距離為_____公里。(10 分)



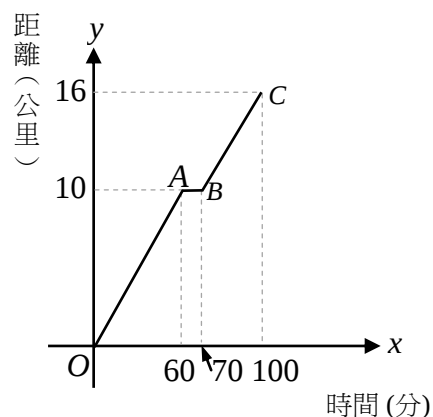
② 右圖為柏睿今天的晨跑距離與時間關係圖，則：

(1) 經過 O 、 A 兩點的一次函數為_____。(15 分)

(2) 柏睿起跑 18 分鐘後的前進距離為_____公里。(10 分)

(3) 經過 B 、 C 兩點的一次函數為_____。(15 分)

(4) 柏睿起跑 90 分鐘後的前進距離為_____公里。(10 分)





概念 ① 計算三角形的內角 ② 多邊形的內角和及其應用 ③ 正多邊形的內角

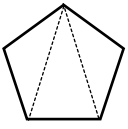
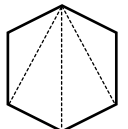
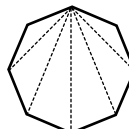
1 三角形的內角和：任意一個三角形的內角和為 180° 。

例 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 2x^\circ$ ， $\angle B = 4x^\circ$ ， $\angle C = 6x^\circ$ ，試計算 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的度數。

解 因為 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，所以 $2x^\circ + 4x^\circ + 6x^\circ = 180^\circ$ ，則 $12x = 180$ ， $x = 15$ ，
故 $\angle A = 2 \times 15^\circ = 30^\circ$ ， $\angle B = 4 \times 15^\circ = 60^\circ$ ， $\angle C = 6 \times 15^\circ = 90^\circ$ 。

2 多邊形的內角和： n 邊形 ($n \geq 3$) 的內角和度數 $= 180^\circ \times (n - 2)$ 。

3 正多邊形的內角：正 n 邊形 ($n \geq 3$) 的每個內角度數 $= \frac{180^\circ \times (n - 2)}{n}$ 。

n 邊形	五邊形	六邊形	八邊形
			
內角和	$180^\circ \times (5 - 2) = 540^\circ$	$180^\circ \times (6 - 2) = 720^\circ$	$180^\circ \times (8 - 2) = 1080^\circ$
正 n 邊形的每個內角度數	$\frac{180^\circ \times (5 - 2)}{5} = 108^\circ$	$\frac{180^\circ \times (6 - 2)}{6} = 120^\circ$	$\frac{180^\circ \times (8 - 2)}{8} = 135^\circ$



概念 ④ 計算補角與餘角 ⑤ 對頂角及其應用

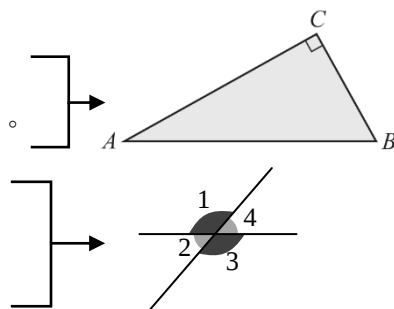
1 若 $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ，我們稱 $\angle A$ 與 $\angle B$ 互餘。

2 當 $\angle A$ 與 $\angle B$ 互餘，其中 $\angle A$ 為 $\angle B$ 的餘角， $\angle B$ 為 $\angle A$ 的餘角。

3 若 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，我們稱 $\angle 1$ 與 $\angle 2$ 互補。

4 當 $\angle 1$ 與 $\angle 2$ 互補，其中 $\angle 1$ 為 $\angle 2$ 的補角， $\angle 2$ 為 $\angle 1$ 的補角。

5 兩直線交於一點可形成四個角，不相鄰的兩個角為對頂角，對頂角相等。如圖 $\angle 1 = \angle 3$ ， $\angle 2 = \angle 4$ 。



概念 ⑥ 三角形的外角性質及其應用 ⑦ 五角星形的角度和

1 三角形的外角性質：三角形的任一外角等於內對角的和。

例 如圖 1，① $\angle 1 = \angle B + \angle C$ ；② $\angle 2 = \angle A + \angle C$ ；

③ $\angle 3 = \angle A + \angle B$ 。

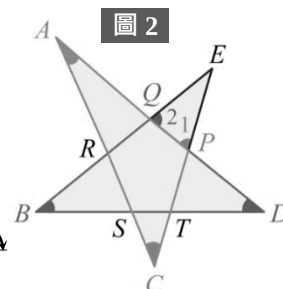
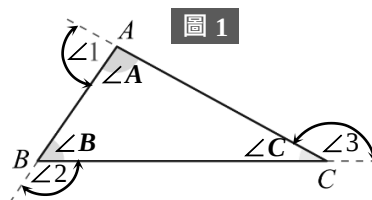
2 五角星形角度和：如圖 2，

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$

$= (\angle A + \angle C) + (\angle B + \angle D) + \angle E$

$= \angle 1 + \angle 2 + \angle E = 180^\circ$

外角性質



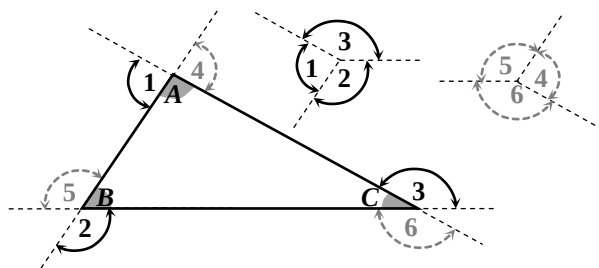
概念 ⑧ 三角形的外角和

1 三角形的外角和：三角形的一組外角和為 360° 。

例 如圖，① $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$ ；

② $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 360^\circ$ 。

註：事實上， $\angle 1$ 和 $\angle 4$ 、 $\angle 2$ 和 $\angle 5$ 、 $\angle 3$ 和 $\angle 6$ 分別為對頂角。





Nani

基礎特訓班

3-1 內角與外角

概念 ① 計算三角形的內角

__班__號

姓名

- ① () 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 4x^\circ$ ， $\angle B = 9x^\circ$ ， $\angle C = 7x^\circ$ ，試問 $\angle B = ?$ (20分)
(A) 72° (B) 81° (C) 90° (D) 99°

- ② () 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 6x^\circ$ ， $\angle B = 2x^\circ$ ， $\angle C = 2x^\circ$ ，試問 $\angle B = ?$ (20分)
(A) 24° (B) 30° (C) 36° (D) 40°

- ③ () 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 15x^\circ$ ， $\angle B = 10x^\circ$ ， $\angle C = 11x^\circ$ ，試問 $\angle B = ?$ (20分)
(A) 50° (B) 40° (C) 30° (D) 20°

- ④ () 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 30^\circ$ ，且 $\angle B = \angle A + 2x^\circ$ ， $\angle C = \angle A + 7x^\circ$ ，試問 $\angle C = ?$ (20分)
(A) 100° (B) 90° (C) 84° (D) 70°

- ⑤ () 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 120^\circ$ ，且 $\angle B = \angle A - 4x^\circ$ ， $\angle C = \angle A - 5x^\circ$ ，試問 $\angle B = ?$ (20分)
(A) 30° (B) 36° (C) 38° (D) 40°



Nani

基礎特訓班

3-1 內角與外角

概念 2 多邊形的內角和及其應用

__班__號

姓名

- 1 () 下列何者為四邊形的內角和？(12分)
(A) 360° (B) 400° (C) 540° (D) 720°
- 2 () 下列何者為七邊形的內角和？(12分)
(A) 720° (B) 840° (C) 900° (D) 1260°
- 3 () 下列何者為十二邊形的內角和？(12分)
(A) 1200° (B) 1800° (C) 1980° (D) 2160°
- 4 () 四邊形 $ABCD$ 中，若 $\angle A=160^\circ$ ， $\angle B=80^\circ$ ， $\angle C=3x^\circ$ ， $\angle D=x^\circ$ ，則 $\angle D=?$ (16分)
(A) 50° (B) 40° (C) 36° (D) 30°
- 5 () 五邊形 $ABCDE$ 中，若 $\angle A=170^\circ$ ， $\angle B=70^\circ$ ， $\angle C=4x^\circ$ ， $\angle D=x^\circ$ ， $\angle E=100^\circ$ ，則 $\angle D=?$ (16分)
(A) 40° (B) 45° (C) 50° (D) 60°
- 6 () 六邊形 $ABCDEF$ 中，若 $\angle A=100^\circ$ ， $\angle B=5x^\circ$ ， $\angle C=150^\circ$ ， $\angle D=170^\circ$ ， $\angle E=4x^\circ$ ， $\angle F=x^\circ$ ，則 $\angle F=?$ (16分)
(A) 25° (B) 30° (C) 40° (D) 45°
- 7 () 五邊形 $ABCDE$ 中，已知 $\angle A < \angle B < \angle C < \angle D < \angle E$ ，且 $\angle A=48^\circ$ ，五個角的度數成等差數列，公差為 x° (即 $\angle B=48^\circ+x^\circ$ ， $\angle C=48^\circ+2x^\circ$ ，……)，試問 $\angle E=?$ (16分)
(A) 156° (B) 160° (C) 168° (D) 188°



1 () 已知正六邊形的內角和 720° ，那麼下列何者為一個內角的度數？(12 分)

- (A) 120° (B) 126° (C) 130° (D) 140°

2 () 下列何者為正九邊形的一個內角度數？(12 分)

- (A) 130° (B) 135° (C) 140° (D) 160°

3 () 下列何者為正十邊形的一個內角度數？(12 分)

- (A) 144° (B) 145° (C) 150° (D) 160°

4 () 下列何者為正十二邊形的一個內角度數？(16 分)

- (A) 148° (B) 150° (C) 156° (D) 164°

5 () 有一正 N 邊形的每個內角都是 160° ，則 $N = ?$ (16 分)

- (A) 7 (B) 14 (C) 16 (D) 18

6 () 有一正 M 邊形的每個內角都是 156° ，則 $M = ?$ (16 分)

- (A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18

7 () 有一正 R 邊形的每個內角都是 170° ，則 $R = ?$ (16 分)

- (A) 17 (B) 32 (C) 34 (D) 36



- 1 () 已知 $\angle 1 + \angle 2$ 為一直角，且 $\angle 1 = 50^\circ$ ，則 $\angle 2 = ?$ (10 分)
(A) 50° (B) 40° (C) 30° (D) 130°
- 2 () 已知 $\angle 1 + \angle 2$ 為一直角，且 $\angle 2 = 60^\circ$ ，則 $\angle 1 = ?$ (10 分)
(A) 120° (B) 60° (C) 40° (D) 30°
- 3 () 已知 $\angle 1 + \angle 2$ 為一直角，且 $\angle 2 = 4\angle 1$ ，則 $\angle 1 = ?$ (15 分)
(A) 18° (B) 20° (C) 25° (D) 30°
- 4 () 已知 $\angle 1 + \angle 2$ 為一直角，且 $\angle 1 = 5\angle 2$ ，則 $\angle 2 = ?$ (15 分)
(A) 12° (B) 15° (C) 20° (D) 75°
- 5 () 已知 $\angle 1 + \angle 2$ 為一平角，且 $\angle 1 = 60^\circ$ ，則 $\angle 2 = ?$ (10 分)
(A) 30° (B) 60° (C) 90° (D) 120°
- 6 () 已知 $\angle 1 + \angle 2$ 為一平角，且 $\angle 2 = 40^\circ$ ，則 $\angle 1 = ?$ (10 分)
(A) 50° (B) 120° (C) 140° (D) 160°
- 7 () 已知 $\angle 1 + \angle 2$ 為一平角，且 $\angle 2 = 3\angle 1$ ，則 $\angle 1 = ?$ (15 分)
(A) 22.5° (B) 30° (C) 45° (D) 50°
- 8 () 已知 $\angle 1 + \angle 2$ 為一平角，且 $\angle 1 = 5\angle 2$ ，則 $\angle 2 = ?$ (15 分)
(A) 22.5° (B) 30° (C) 45° (D) 50°



① 如右圖， $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 交於 E 點，已知 $\angle B = 70^\circ$ ， $\angle D = 40^\circ$ ，則：

(每小題 10 分，共 30 分)

(1) () $\angle 1$ 的度數為多少？

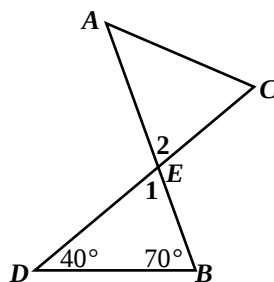
- (A) 50° (B) 60° (C) 70° (D) 80°

(2) () $\angle 2$ 的度數為多少？

- (A) 50° (B) 60° (C) 70° (D) 80°

(3) () $\angle A + \angle C$ 的度數為多少？

- (A) 100° (B) 110° (C) 120° (D) 130°



② 如右圖， $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 交於 E 點，已知 $\angle AED = 75^\circ$ ，則：

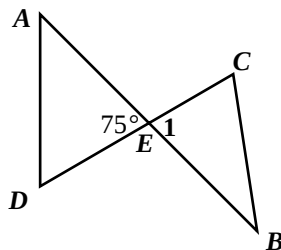
(每小題 15 分，共 30 分)

(1) () $\angle 1$ 的度數為多少？

- (A) 65° (B) 75° (C) 80° (D) 85°

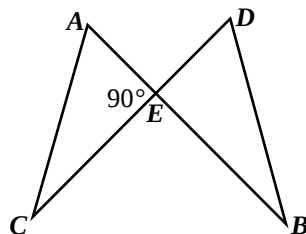
(2) () $\angle B + \angle C$ 的度數為多少？

- (A) 75° (B) 100° (C) 105° (D) 110°



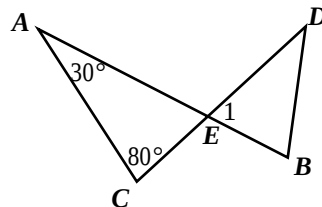
③ () 如右圖， $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 交於 E 點，已知 $\angle AEC = 90^\circ$ ，則 $\angle B + \angle D$ 的度數為多少？(20 分)

- (A) 120° (B) 110° (C) 100° (D) 90°



④ () 如右圖， $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 交於 E 點，已知 $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle C = 80^\circ$ ，則 $\angle 1 = ?$ (20 分)

- (A) 70° (B) 72° (C) 75° (D) 80°





Nani

基礎特訓班

3-1 內角與外角

概念 6 三角形的外角性質及其應用

__班__號

姓名

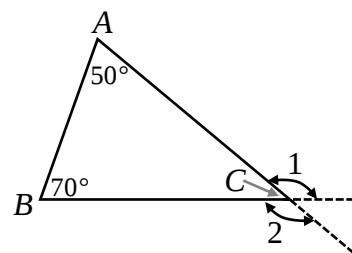
- ① 如右圖，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=50^\circ$ ， $\angle B=70^\circ$ ，且 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 都是 $\angle C$ 的外角，則：

(1) () $\angle 1$ 的度數為多少？(10分)

(A) 110° (B) 120° (C) 130° (D) 140°

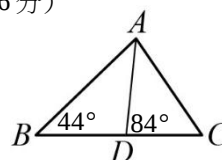
(2) () $\angle 2$ 的度數為多少？(10分)

(A) 120° (B) 130° (C) 140° (D) 150°



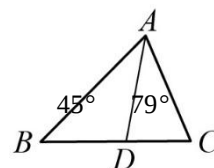
- ② () 如右圖，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=44^\circ$ ， $\angle ADC=84^\circ$ ，則 $\angle BAD=?$ (16分)

(A) 34° (B) 36° (C) 38° (D) 40°



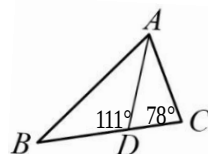
- ③ () 如右圖，已知 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B=45^\circ$ ， $\angle ADC=79^\circ$ ，則 $\angle BAD=?$ (16分)

(A) 24° (B) 33° (C) 34° (D) 35°



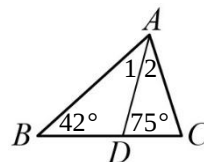
- ④ () 如右圖，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=78^\circ$ ， $\angle ADB=111^\circ$ ，則 $\angle CAD=?$ (16分)

(A) 33° (B) 34° (C) 35° (D) 39°



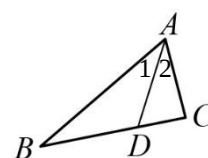
- ⑤ () 如右圖，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=42^\circ$ ， $\angle ADC=75^\circ$ ，且 $\angle 1=\angle 2$ ，則 $\angle BAC=?$ (16分)

(A) 64° (B) 66° (C) 68° (D) 70°



- ⑥ () 如右圖，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=82^\circ$ ， $\angle ADB=116^\circ$ ，且 $\angle 1=\angle 2$ ，則 $\angle BAC=?$ (16分)

(A) 68° (B) 70° (C) 72° (D) 76°





Nani

基礎特訓班

3-1 內角與外角

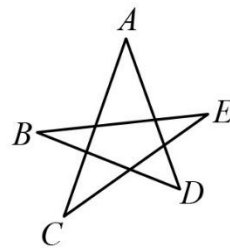
概念 7 五角星形的角度和

__班__號

姓名

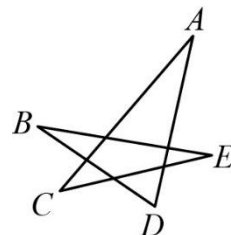
- 1 () 如右圖，若 $\angle A = 40^\circ$ ，則 $\angle B + \angle C + \angle D + \angle E = ?$ (15 分)

(A) 110° (B) 120° (C) 130° (D) 140°



- 2 () 如右圖，若 $\angle D = 68^\circ$ ， $\angle E = 22^\circ$ ，則 $\angle A + \angle B + \angle C = ?$ (15 分)

(A) 90° (B) 100° (C) 110° (D) 120°



- 3 如右圖，若 $\angle AGE = 55^\circ$ ， $\angle BFC = 43^\circ$ ，則

- (1) () $\angle A + \angle C = ?$ (10 分)

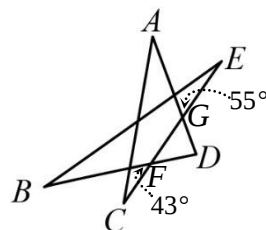
(A) 43° (B) 47° (C) 55° (D) 82°

- (2) () $\angle B + \angle E = ?$ (10 分)

(A) 35° (B) 43° (C) 55° (D) 82°

- (3) () $\angle D = ?$ (10 分)

(A) 72° (B) 75° (C) 82° (D) 85°



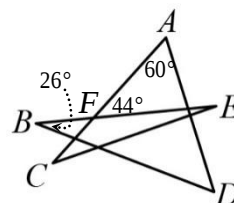
- 4 如右圖，若 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 26^\circ$ ， $\angle AFE = 44^\circ$ ，則

- (1) () $\angle C + \angle E = ?$ (10 分)

(A) 40° (B) 44° (C) 45° (D) 50°

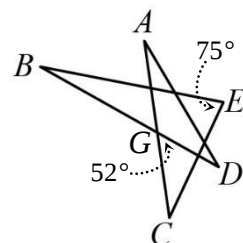
- (2) () $\angle D = ?$ (15 分)

(A) 40° (B) 44° (C) 45° (D) 50°



- 5 () 如右圖，若 $\angle E = 75^\circ$ ， $\angle CGD = 52^\circ$ ，則 $\angle B + \angle C = ?$ (15 分)

(A) 53° (B) 55° (C) 63° (D) 65°





① 如右圖，品謙從 P 點出發，沿 $P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Q$ 的路線走。若 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，則

(1) () 從 P 點到 A 點轉向 B 點時 ($\overrightarrow{PA}$ 轉向 $\overrightarrow{AB}$)，轉了多少度？(5 分)

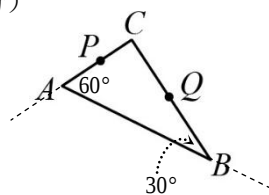
(A) 140° (B) 130° (C) 120° (D) 100°

(2) () 從 $\overrightarrow{AB}$ 轉向 $\overrightarrow{BQ}$ 時，轉了多少度？(5 分)

(A) 160° (B) 150° (C) 140° (D) 130°

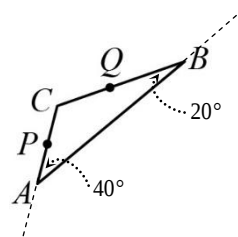
(3) () 承 (1)、(2)，從 P 點出發，沿 $P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Q$ 的路線走，一共轉了多少度？(10 分)

(A) 300° (B) 290° (C) 280° (D) 270°



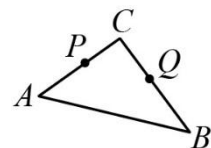
② () 如右圖，芝璇從 P 點出發，沿 $P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Q$ 的路線走。若 $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle B = 20^\circ$ ，則她一共轉了幾度？(20 分)

(A) 300° (B) 280° (C) 260° (D) 240°



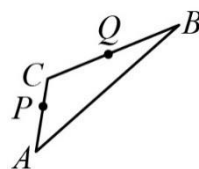
③ () 如右圖，秉泰從 P 點出發，沿 $P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Q$ 的路線走。若 $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，則他一共轉了幾度？(20 分)

(A) 330° (B) 310° (C) 290° (D) 270°



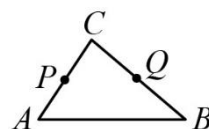
④ () 如右圖，益丞從 P 點出發，沿 $P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Q$ 的路線走。若 $\angle A = 35^\circ$ ， $\angle B = 20^\circ$ ，則他一共轉了幾度？(20 分)

(A) 310° (B) 305° (C) 300° (D) 295°



⑤ () 如右圖，禹晴從 P 點出發，沿 $P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Q$ 的路線走。若 $\angle A = 55^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，則她一共轉了幾度？(20 分)

(A) 285° (B) 275° (C) 265° (D) 255°





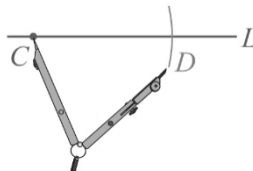
概念 ① 等線段作圖

例 如圖，已知 $\overline{AB}$ ，利用尺規作圖畫出 $\overline{CD}$ 與已知的長度 $\overline{AB}$ 相等。 $A \text{ ————— } B$

▲步驟①：畫一直線 L ，
並在 L 上取一點 C 。

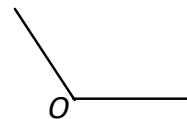


▲步驟②：以 C 點為圓心， $\overline{AB}$ 長為半徑畫弧，
交直線 L 於 D 點。



概念 ② 等角作圖

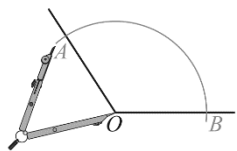
例 如圖，已知 $\angle O$ ，利用尺規作圖畫出一個角，角度等於 $\angle O$ 。



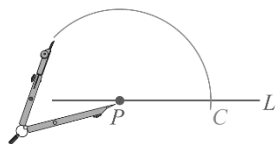
▲步驟①：畫一
直線 L ，並在 L
上取一點 P 。



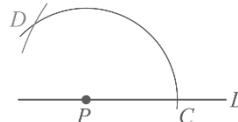
▲步驟②：以 O 點
為圓心，適當長
為半徑畫弧，交
 $\angle O$ 的兩邊於
 A 、 B 兩點。



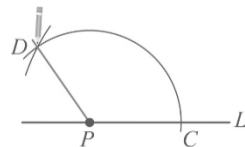
▲步驟③：以 P 點為圓
心， $\overline{OA}$ 或 $\overline{OB}$ 長為
半徑畫弧，交直線 L
於 C 點。



▲步驟④：以 C
點為圓心， $\overline{AB}$
長為半徑畫弧，
交前弧於 D 點。

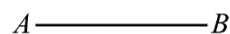


▲步驟⑤：連接
 $\overrightarrow{PD}$ ，則 $\angle DPC$
即為所求。

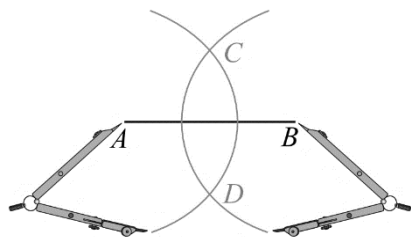


概念 ③ 中垂線作圖

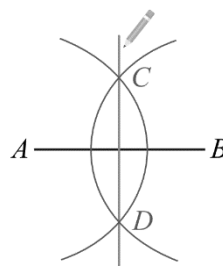
例 如右圖，已知 $\overline{AB}$ ，利用尺規作圖畫出 $\overline{AB}$ 的中垂線。



▲步驟①：分別以 A 、 B 兩點為圓心，
大於 $\frac{1}{2}\overline{AB}$ 長為半徑畫弧，
設兩弧交於 C 、 D 兩點。



▲步驟②：連接 $\overleftrightarrow{CD}$ ，則 $\overleftrightarrow{CD}$ 即為所求。

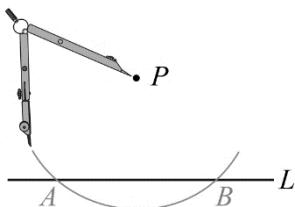




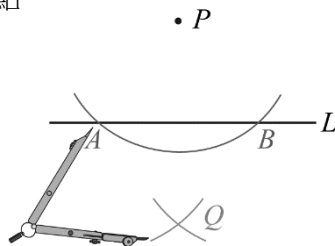
概念 ④ 過線外一點作垂線

例 如右圖，已知 P 點在直線 L 外，利用尺規作圖畫出通過 P 點，且與直線 L 垂直的直線。

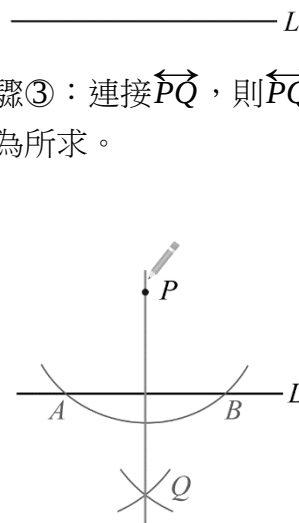
▲步驟①：以 P 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交直線 L 於 A 、 B 兩點。



▲步驟②：分別以 A 、 B 點為圓心，大於 $\frac{1}{2} \overline{AB}$ 長為半徑畫弧，設兩弧交於 Q 點。



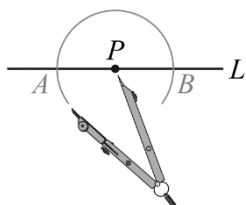
▲步驟③：連接 $\overleftrightarrow{PQ}$ ，則 $\overleftrightarrow{PQ}$ 即為所求。



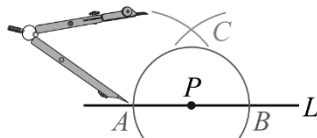
概念 ⑤ 過線上一點作垂線

例 如右圖，已知 P 點在直線 L 上，利用尺規作圖畫出通過 P 點且與直線 L 垂直的直線。

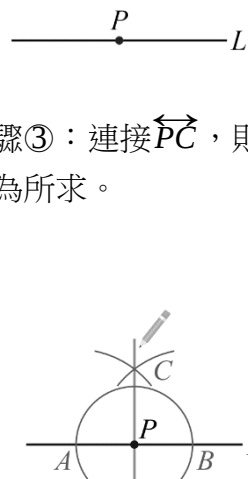
▲步驟①：以 P 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交直線 L 於 A 、 B 兩點。



▲步驟②：分別以 A 、 B 點為圓心，大於 $\frac{1}{2} \overline{AB}$ 長為半徑畫弧，設兩弧交於 C 點。



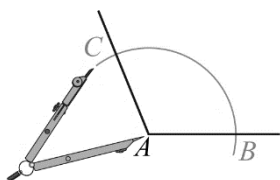
▲步驟③：連接 $\overleftrightarrow{PC}$ ，則 $\overleftrightarrow{PC}$ 即為所求。



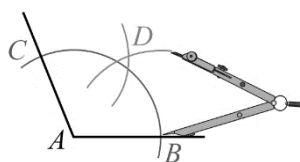
概念 ⑥ 角平分線作圖

例 如右圖，已知 $\angle A$ ，利用尺規作圖畫出 $\angle A$ 的角平分線。

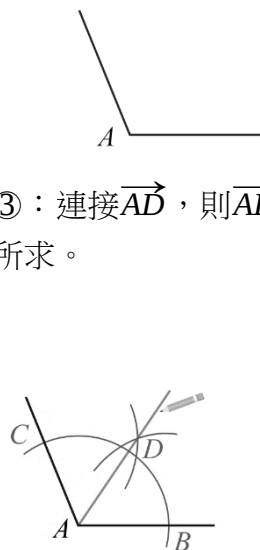
▲步驟①：以 A 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交 $\angle A$ 的兩邊於 B 、 C 兩點。



▲步驟②：分別以 B 、 C 兩點為圓心，大於 $\frac{1}{2} \overline{BC}$ 長為半徑畫弧，設兩弧交於 D 點。



▲步驟③：連接 $\overrightarrow{AD}$ ，則 $\overrightarrow{AD}$ 即為所求。





Nani

基礎特訓班

3-2 基本尺規作圖

概念 ① 等線段作圖

__班__號

姓名

① () 如右圖，試利用尺規作圖找出和 $\overline{AB}$ 等長的線段？(15分) A _____ B

(A) _____ (B) _____ (C) _____ (D) _____

② () 如右圖，試利用尺規作圖找出和 $\overline{CD}$ 等長的線段？(15分) C _____ D

(A) _____ (B) _____ (C) _____ (D) _____

③ () 如右圖，試利用尺規作圖找出和 $2\overline{EF}$ 等長的線段？(15分) E _____ F

(A) _____ (B) _____

(C) _____ (D) _____

④ () 如右圖，試利用尺規作圖找出和 $2\overline{GH}$ 等長的線段？(15分) G _____ H

(A) _____ (B) _____

(C) _____ (D) _____

⑤ () 如下圖，試利用尺規作圖找出和 $\overline{AB} + \overline{CD}$ 等長的線段？(20分)

A _____ B

C _____ D

(A) _____ (B) _____

(C) _____ (D) _____

⑥ () 如下圖，試利用尺規作圖找出和 $\overline{EF} + \overline{GH}$ 等長的線段？(20分)

E _____ F

G _____ H

(A) _____ (B) _____

(C) _____ (D) _____

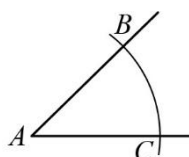


- ① 如圖(一)，已知 $\angle A$ ，品謙利用尺規作圖畫出 $\angle QPR = \angle A$ ，如圖(二)。

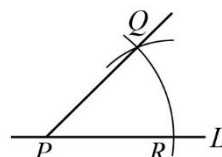
若 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 3$ ，請回答下面的問題。(每小題 7 分)

(1) $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\overline{PQ} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\overline{PR} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (4) $\overline{QR} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



圖(一)



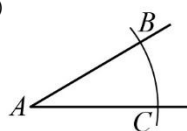
圖(二)

- ② 如圖(三)，已知 $\angle A$ ，立翔利用尺規作圖畫出 $\angle QPR = \angle A$ ，如圖(四)。

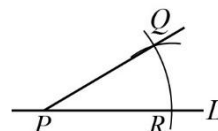
若 $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 3$ ，請回答下面的問題。(每小題 7 分)

(1) $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\overline{PQ} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\overline{PR} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (4) $\overline{QR} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



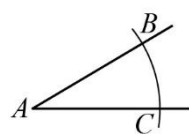
圖(三)



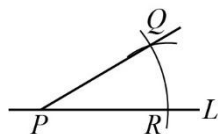
圖(四)

- ③ 如圖(五)，已知 $\angle A$ ，柏睿利用尺規作圖畫出 $\angle QPR = \angle A$ ，如圖(六)。

下面甲、乙、丙、丁、戊 5 張卡片是柏睿作圖過程的記錄，不過卡片的順序亂掉了，並未按照作圖步驟的先後排列，請在空格中填上步驟 1 到步驟 5 是甲、乙、丙、丁、戊的哪一張卡片。



圖(五)



圖(六)

卡片甲

卡片乙

卡片丙

卡片丁

卡片戊

以 R 點為圓心， $\overline{BC}$ 長為半徑畫弧，交前弧於 Q 點。

以 A 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交 $\angle A$ 的兩邊於 B 、 C 兩點。

畫一直線 L ，並在 L 上取一點 P 。

連接 $\overrightarrow{PQ}$ ，則 $\angle QPR$ 即為所求。

以 P 點為圓心， $\overline{AB}$ 長為半徑畫弧，交直線 L 於 R 點。

步驟 1	步驟 2	步驟 3	步驟 4	步驟 5

(每格 6 分)

- ④ () 如圖(七)，已知 $\angle A$ ，柏銓利用尺規作圖畫出 $\angle QPR = \angle A$ ，如圖(八)。

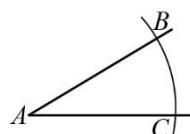
下列敘述何者錯誤? (14 分)

(A) $\overline{AB} = \overline{PQ}$

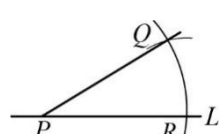
(B) $\overline{BC} = \overline{QR}$

(C) $\overline{AC} = \overline{PR}$

(D) $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{PQ} = \overline{PR} = \overline{BC} = \overline{QR}$



圖(七)

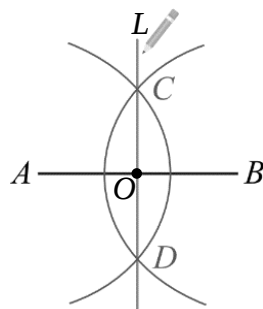


圖(八)



- ① 右圖為品謙作 $\overline{AB}$ 中垂線的痕跡， L 為 $\overline{AB}$ 的中垂線，請根據右圖回答下面的問題，正確的畫○，錯誤的畫×。(每小題 10 分，共 50 分)

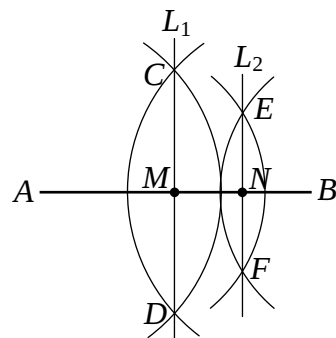
- (1) () $\overline{AO} = \overline{BO}$ 。
 (2) () $\overline{AC} = \frac{1}{2} \overline{AB}$ 。
 (3) () $\overline{AC} = \overline{AD} = \overline{BC} = \overline{BD}$ 。
 (4) () $\angle COA = \angle COB = 90^\circ$ 。
 (5) () 若 $\overline{AO} = 4$ ， $\overline{AC} = 5$ ，則 $\overline{CO} = 3$ 。



- ② 右圖為芝璇利用中垂線作圖的痕跡。 L_1 為 $\overline{AB}$ 的中垂線， M 點為 $\overline{AB}$ 的中點； L_2 為 $\overline{MB}$ 的中垂線， N 點為 $\overline{MB}$ 的中點。已知 $\overline{AB} = 40$ ，回答下面的問題。(每小題 10 分，共 20 分)

- (1) () 下列何者錯誤？
 (A) $\overline{AC} = \overline{AD} = \overline{BD}$ (B) $\overline{BN} = \frac{1}{3} \overline{AB}$
 (C) $\overline{AM} = \overline{MB}$ (D) $\overline{ME} = \overline{BE} = \overline{BF}$

- (2) () $\overline{AN} = ?$
 (A) 20 (B) 25 (C) 30 (D) 32

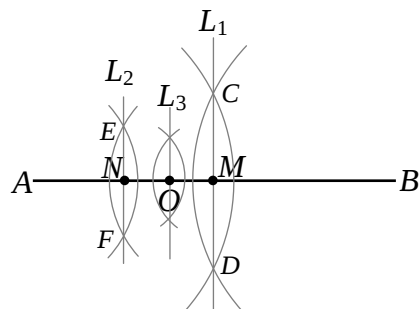


- ③ 右圖為芝璇利用中垂線作圖的痕跡。 L_1 為 $\overline{AB}$ 的中垂線， M 為中點； L_2 為 $\overline{AM}$ 的中垂線， N 為中點； L_3 為 $\overline{NM}$ 的中垂線， O 為中點。已知 $\overline{AB} = 48$ ，回答下面的問題。(每小題 10 分，共 30 分)

- (1) () 下列何者可能是 $\overline{AC}$ 的長？
 (A) 26 (B) 24 (C) 22 (D) 20

- (2) () 下列何者可能是 $\overline{AF}$ 的長？
 (A) 15 (B) 12 (C) 11 (D) 10

- (3) () $\overline{OB} = ?$
 (A) 36 (B) 34 (C) 32 (D) 30





- ① 右圖為益丞過 L 線外一點 P 的作圖痕跡，下面甲、乙、丙 3 張卡片是益丞作圖過程的記錄，不過卡片的順序亂掉了，並未按照作圖步驟的先後排列，請在空格中填上步驟 1 到步驟 3 是甲、乙、丙的哪一張卡片。

卡片甲

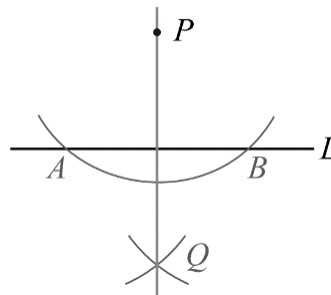
連接 $\overline{PQ}$ ，則 $\overline{PQ}$ 即為所求。

卡片乙

分別以 A 、 B 點為圓心，大於 $\frac{1}{2} \overline{AB}$ 長為半徑畫弧，設兩弧交於 Q 點。

卡片丙

以 P 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交直線 L 於 A 、 B 兩點。



步驟 1	步驟 2	步驟 3

(每格 10 分，共 30 分)

- ② 承問題①，連接 $\overline{PA}$ 、 $\overline{PB}$ 、 $\overline{AQ}$ 、 $\overline{BQ}$ ，回答下面的問題，

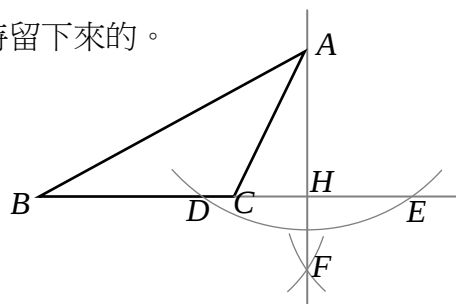
正確的畫○，錯誤的畫×。(每小題 10 分，共 40 分)

- () $\overline{PA} = \overline{PB}$ 。
- () $\overline{PQ} \perp \overline{AB}$ 。
- () $\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 。
- () $\overline{PA}$ 、 $\overline{PB}$ 、 $\overline{AQ}$ 、 $\overline{BQ}$ 四個線段一定等長。

- ③ 右圖 $\triangle ABC$ 中的作圖痕跡，是垂泰畫出通過頂點 A 的高時留下來的。

請回答下面的問題。(每小題 10 分，共 30 分)

- () 下列何者是作圖過程的第一個步驟？
 - 延長 $\overline{BC}$ ，作 $\overrightarrow{BC}$ 。
 - 先量出 $\angle A$ 的度數。
 - 先畫出一條通過 A 點的直線。
 - 以 A 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交直線 $\overrightarrow{BC}$ 於 D 、 E 兩點。
- () 如果 $\overline{AD} = 48$ ， $\overline{DF} = 34$ ，試問 $\overline{AE} = ?$
 - 24
 - 34
 - 42
 - 48
- () 如果 $\overline{AD} = 48$ ， $\overline{DF} = 34$ ，試問 $\overline{EF} = ?$
 - 24
 - 34
 - 42
 - 48





- ① 右圖為柏睿過 L 線上一點 P 的作圖痕跡，下面甲、乙、丙 3 張卡片是柏睿作圖過程的記錄，不過卡片的順序亂掉了，並未按照作圖步驟的先後排列，請在空格中填上步驟 1 到步驟 3 是甲、乙、丙的哪一張卡片。

卡片甲

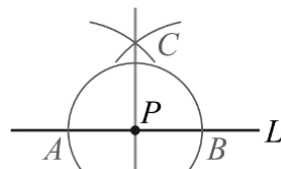
分別以 A 、 B 點為圓心，大於 $\frac{1}{2} \overline{AB}$ 長為半徑畫弧，設兩弧交於 C 點。

卡片乙

連接 $\overline{PC}$ ，則 $\overline{PC}$ 即為所求。

卡片丙

以 P 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交直線 L 於 A 、 B 兩點。

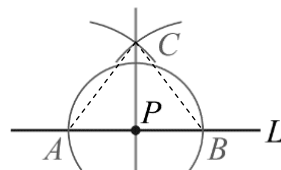


步驟 1	步驟 2	步驟 3

(每格 10 分，共 30 分)

- ② 承問題①，連接 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ ，回答下面的問題，正確的畫○，錯誤的畫×。(每小題 10 分，共 40 分)

- (1) () $\triangle ABC$ 為等腰三角形。
 (2) () $\overline{PA} = \overline{PB}$ 。
 (3) () $\overline{CP} \perp \overline{AB}$ 。
 (4) () $\overline{AC} = \overline{BC} = \overline{PA} = \overline{PB}$ 。

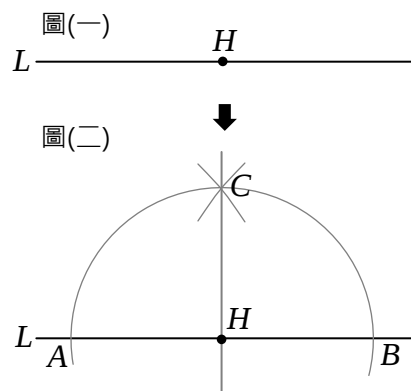


- ③ 右圖(一)為一條直線 L ， H 為直線上的一點，立翔想要畫一個等腰三角形 ABC ，底邊 $\overline{AB}$ 在 L 上， H 為 $\overline{AB}$ 的中點，且 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AC} = 3$ 。右圖(二)是他的作圖痕跡，請回答下面的問題。(每小題 10 分，共 30 分)

- (1) () 下列何者是立翔作圖過程的第一個步驟？
 (A) 為用直尺畫一條過 H 點且垂直 L 的直線。
 (B) 用直尺在直線 L 上量出 4 公分長。
 (C) 以 H 點為圓心，半徑長 = 4 畫弧，交直線 L 於 A 、 B 兩點。
 (D) 以 H 點為圓心，半徑長 = 2 畫弧，交直線 L 於 A 、 B 兩點。

- (2) () $\overline{AH} = ?$
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6

- (3) () $\overline{BC} = ?$
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6





- ① 右圖為品謙作 $\angle A$ 的角平分線作圖痕跡，下面甲、乙、丙 3 張卡片是品謙作圖過程的記錄，不過卡片的順序亂掉了，並未按照作圖步驟的先後排列，請在空格中填上步驟 1 到步驟 3 是甲、乙、丙的哪一張卡片。

卡片甲

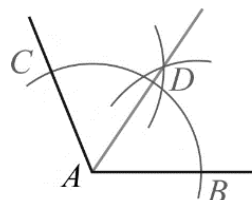
以 A 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交 $\angle A$ 的兩邊於 B 、 C 兩點。

卡片乙

連接 $\overline{AD}$ ，則 $\overline{AD}$ 即為所求。

卡片丙

分別以 B 、 C 兩點為圓心，大於 $\frac{1}{2} \overline{BC}$ 長為半徑畫弧，設兩弧交於 D 點。

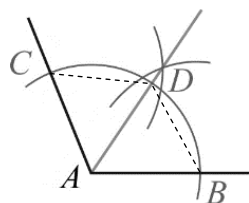


步驟 1	步驟 2	步驟 3

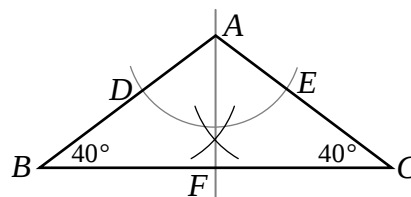
(每格 10 分，共 30 分)

- ② 承問題①，連接 $\overline{BD}$ 、 $\overline{CD}$ ，回答下面的問題，正確的畫○，錯誤的畫×。(每小題 10 分，共 40 分)

- (1) () 四邊形 $ABDC$ 為箏形。
 (2) () $\overline{BD} = \overline{CD}$ 。
 (3) () $\overline{AC} = \overline{AB}$ 。
 (4) () $\overline{AC} = \overline{AB} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 。



- ③ 右圖為兩底角等於 40° 的等腰三角形，上面的作圖痕跡是立翔畫頂角的角平分線時留下來的，已知 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 8$ ，請回答下面的問題。(每小題 10 分，共 30 分)



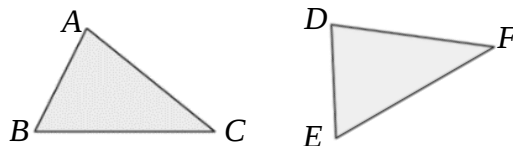
- (1) () 下列何者是作圖過程的第一個步驟？
 (A) 為用直尺畫一條通過 A 點且垂直 $\overline{BC}$ 的直線。
 (B) 以 A 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 於 D 、 E 兩點。
 (C) 分別以 B 、 C 兩點為圓心，當長為半徑畫弧，交 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 於 D 、 E 兩點。
 (D) 以 A 點為圓心，大於 $\overline{AB}$ 長為半徑畫弧，交 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 於 D 、 E 兩點。
 (2) () $\angle BAF = ?$
 (A) 40° (B) 45° (C) 50° (D) 60°
 (3) () $\overline{AF} = ?$
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6



概念 ① 全等三角形

如圖，若 $\triangle ABC$ 經過平移、旋轉或翻轉後，會與 $\triangle DEF$ 完全疊合，記作 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，其對應邊相等、對應角相等。

- (1) A 、 B 、 C 的對應點分別為 D 、 E 、 F 。
- (2) $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ， $\angle C = \angle F$ 。
- (3) $\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\overline{BC} = \overline{EF}$ ， $\overline{AC} = \overline{DF}$ 。

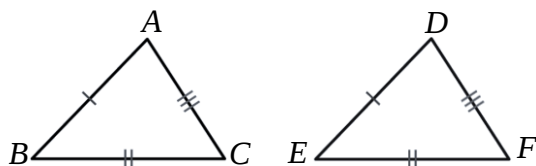


概念 ② SSS 全等判別

若兩個三角形有**三組邊**分別對應相等，則這兩個三角形全等。如下圖，

$$\begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DE}, \quad \leftarrow \text{Side} \\ \overline{BC} = \overline{EF}, \quad \leftarrow \text{Side} \\ \overline{AC} = \overline{DF}, \quad \leftarrow \text{Side} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DE} \\ \overline{BC} = \overline{EF} \\ \overline{AC} = \overline{DF} \end{array}} \right\} \text{SSS 全等}$$

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF.$$

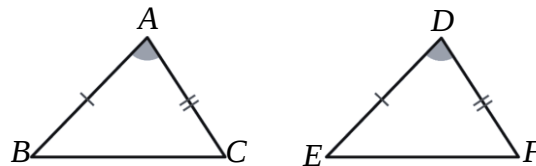


概念 ③ SAS 全等判別

若兩個三角形的**兩邊及其夾角**分別對應相等，則這兩個三角形全等。如下圖，

$$\begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DE}, \quad \leftarrow \text{Side} \\ \angle A = \angle D, \quad \leftarrow \text{Angle} \\ \overline{AC} = \overline{DF}, \quad \leftarrow \text{Side} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DE} \\ \angle A = \angle D \\ \overline{AC} = \overline{DF} \end{array}} \right\} \text{SAS 全等}$$

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF.$$

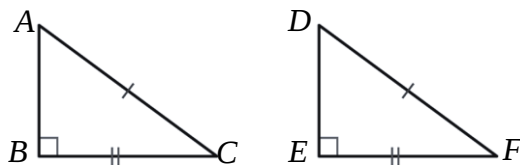


概念 ④ RHS 全等判別

若兩個**直角三角形**的**斜邊和一股**分別對應相等，則這兩個三角形全等。如下圖，

$$\begin{array}{l} \text{兩個為直角} \triangle \quad \leftarrow \text{Right angle} \\ \overline{AC} = \overline{DF}, \quad \leftarrow \text{Hypotenuse} \\ \overline{BC} = \overline{EF}, \quad \leftarrow \text{Side} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{兩個為直角} \triangle \\ \overline{AC} = \overline{DF} \\ \overline{BC} = \overline{EF} \end{array}} \right\} \text{RHS 全等}$$

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF.$$

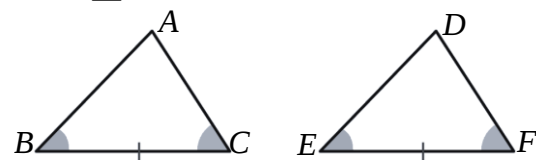


概念 ⑤ ASA 全等判別

若兩個三角形的**兩角及其夾邊**分別對應相等，則這兩個三角形全等。如下圖，

$$\begin{array}{l} \angle B = \angle E, \quad \leftarrow \text{Angle} \\ \overline{BC} = \overline{EF}, \quad \leftarrow \text{Side} \\ \angle C = \angle F, \quad \leftarrow \text{Angle} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \angle B = \angle E \\ \overline{BC} = \overline{EF} \\ \angle C = \angle F \end{array}} \right\} \text{ASA 全等}$$

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF.$$

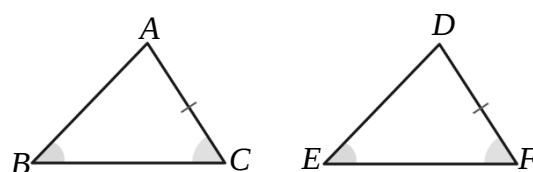


概念 ⑥ AAS 全等判別

若兩個三角形的**兩個角和其一對邊**分別對應相等，則這兩個三角形全等。如下圖，

$$\begin{array}{l} \angle B = \angle E, \quad \leftarrow \text{Angle} \\ \angle C = \angle F, \quad \leftarrow \text{Angle} \\ \overline{AC} = \overline{DF}, \quad \leftarrow \text{Side} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \angle B = \angle E \\ \angle C = \angle F \\ \overline{AC} = \overline{DF} \end{array}} \right\} \text{AAS 全等}$$

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF.$$





Nani

基礎特訓班

3-3 三角形全等

概念 1 全等三角形

班 號

姓名

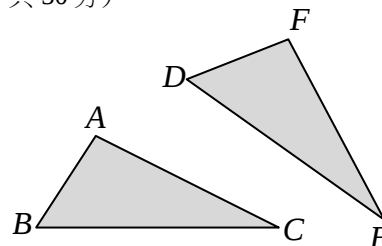
- ① 右圖的 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FDE$ 為兩個全等的三角形，則 (每格 5 分，共 30 分)

(1) A 的對應點為 _____ 點；

B 的對應點為 _____ 點。

(2) $\angle B$ 的對應角為 $\angle$ _____； $\angle C$ 的對應角為 $\angle$ _____。

(3) $\overline{AB}$ 的對應邊為 _____； $\overline{BC}$ 的對應邊為 _____。



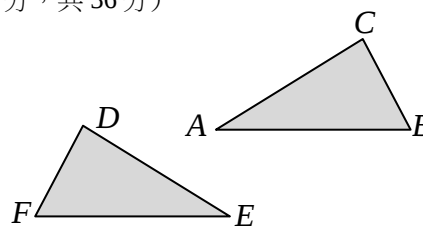
- ② 右圖的 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EFD$ 為兩個全等的三角形， (每格 6 分，共 36 分)

已知 $\overline{AB} = 30\text{ cm}$ ， $\overline{AC} = 26\text{ cm}$ ， $\overline{BC} = 16\text{ cm}$ ，則

(1) A 的對應點為 _____ 點； C 的對應點為 _____ 點。

(2) $\angle B$ 的對應角為 $\angle$ _____； $\angle C$ 的對應角為 $\angle$ _____。

(3) $\overline{DF} =$ _____ cm ； $\overline{DE} =$ _____ cm 。



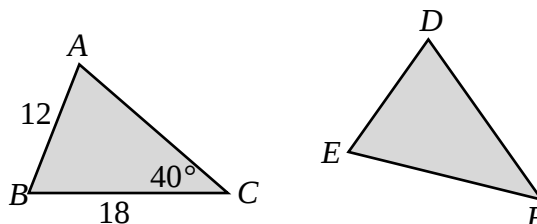
- ③ () 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且 A 與 D ， B 與 E ， C 與 F 分別為對應點。若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 18$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，則 $\overline{DE}$ 長與 $\angle F$ 的度數分別為何？(10 分)

(A) $\overline{DE} = 12$ ， $\angle F = 40^\circ$

(B) $\overline{DE} = 18$ ， $\angle F = 40^\circ$

(C) $\overline{DE} = 18$ ， $\angle F = \angle B$

(D) $\overline{DE} = 12$ ， $\angle F = \angle B$



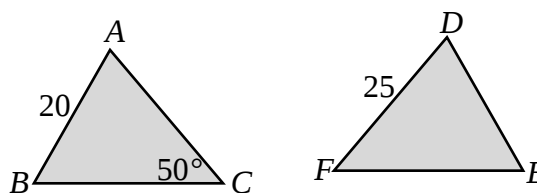
- ④ () 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且 A 與 D ， B 與 E ， C 與 F 分別為對應點。若 $\overline{AB} = 20$ ， $\overline{DF} = 25$ ， $\angle C = 50^\circ$ ，則下列敘述何者正確？(12 分)

(A) $\overline{AC} = 25$ ， $\angle F = \angle B$

(B) $\overline{AC} = 20$ ， $\angle F = \angle B$

(C) $\overline{AC} = 25$ ， $\angle F = 50^\circ$

(D) $\overline{AC} = 20$ ， $\angle F = 50^\circ$



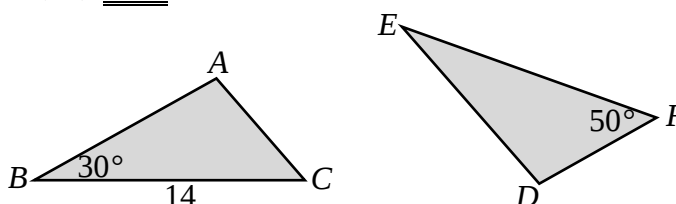
- ⑤ () 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且 A 與 D ， B 與 E ， C 與 F 分別為對應點。若 $\overline{BC} = 14$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle F = 50^\circ$ ，則下列敘述何者錯誤？(12 分)

(A) $\overline{EF} = 14$ ， $\angle C = 50^\circ$

(B) $\overline{DE} = 14$ ， $\angle E = 30^\circ$

(C) $\overline{AC} = \overline{DF}$ ， $\angle A = 100^\circ$

(D) $\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\angle D = 100^\circ$





Nani

基礎特訓班

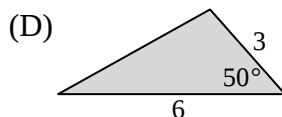
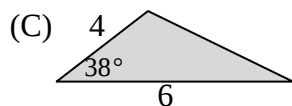
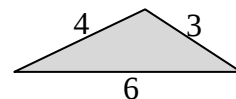
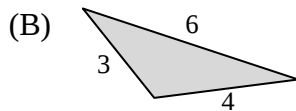
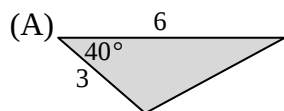
3-3 三角形全等

概念 ② SSS 全等判別

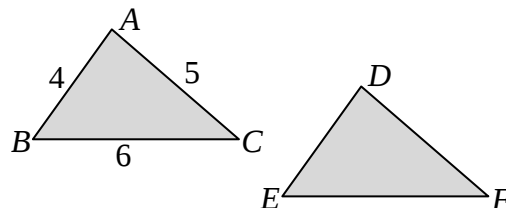
班 號

姓名

- ① () 下列何者與右邊的圖形全等？(8分)



- ② () 如圖， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，若 $\overline{AC} = \overline{DF}$ ，
 $\overline{BC} = \overline{EF}$ ，則當 $\overline{DE}$ 為多少時，可證明
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS 全等性質)？(8分)



- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

- ③ 請根據右圖的標示，試完成下面的空格，以說明 $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ ，並寫出對應角。

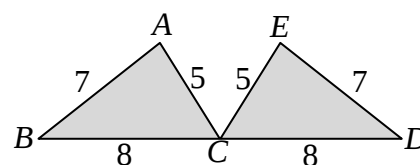
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 中，

因為 $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}} = 7$ ， $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}} = 8$ ，

$\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}} = 5$ ，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ (SSS 全等性質)。

(每格 4 分，共 28 分)



對應角 $\angle A = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\angle B = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\angle ACB = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ 。

- ④ 右圖為一長方形，試完成下面的空格，以說明 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ ，並寫出對應角。

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中，

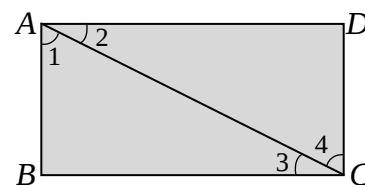
因為 $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ (長方形的兩個長邊一樣長)，

$\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ (長方形的兩個寬邊一樣長)，

$\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ (公用邊)，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (SSS 全等性質)。

(每格 4 分，共 28 分)



對應角 $\angle 1 = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\angle B = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\angle 3 = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ 。

- ⑤ 請根據右圖的標示，試完成下面的空格，以說明 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ ，並寫出對應角。

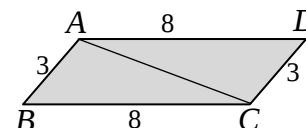
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中，

因為 $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}} = 3$ ， $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}} = 8$ ，

$\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ (公用邊)，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (SSS 全等性質)。

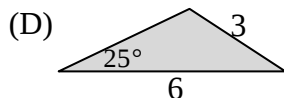
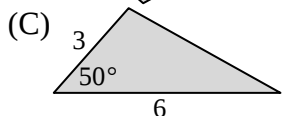
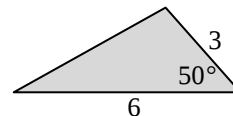
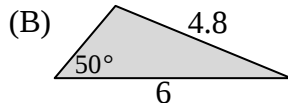
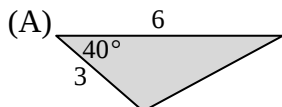
(每格 4 分，共 28 分)



對應角 $\angle B = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\angle BAC = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\angle ACB = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ 。

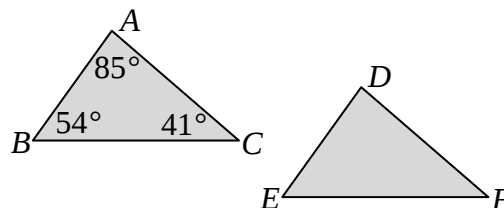


- ① () 下列何者與右邊的圖形全等？(10分)



- ② () 如圖， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，若 $\overline{AC} = \overline{DF}$ ，
 $\overline{BC} = \overline{EF}$ ，則當 $\angle F$ 為多少時，可證明
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS 全等性質)？(12分)

- (A) 41° (B) 49° (C) 54° (D) 85°



- ③ 請根據右圖的標示，試說明 $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ ，並寫出 $\angle A$ 和 $\angle ACB$ 的對應角。

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 中，

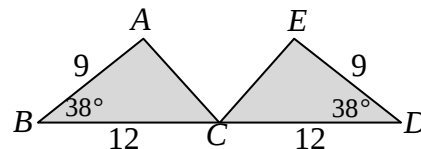
因為 $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}} = 9$ ， $\angle B = \angle \underline{\hspace{2cm}} = 38^\circ$ ，

$\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}} = 12$ ，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ (全等性質)。

對應角 $\angle A = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle ACB = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(每格 4 分，共 24 分)



- ④ 右圖為一長方形，試完成下面的空格，以說明 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ ，並寫出 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的對應角。

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CDB$ 中，

因為 $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ (長方形的兩個長邊一樣長)，

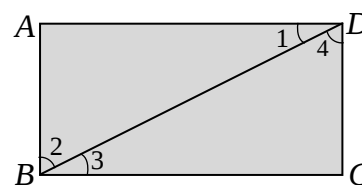
$\angle A = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ (長方形的四個角都是直角)，

$\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ (長方形的兩個寬邊一樣長)，

所以 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ (全等性質)。

$\angle 1$ 的對應角是 $\angle \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle 2$ 的對應角是 $\angle \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(每格 4 分，共 24 分)



- ⑤ 右圖中，若 $\overline{AE} = \overline{CE}$ ， $\overline{BE} = \overline{DE}$ ，試說明 $\triangle AEB \cong \triangle CED$ ，並寫出 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的對應角。

在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle CED$ 中，

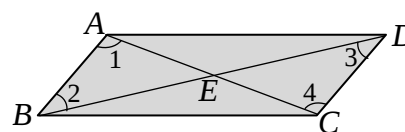
已知 $\overline{AE} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{BE} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

又 $\angle AEB = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ (對頂角相等)，

所以 $\triangle AEB \cong \triangle CED$ (全等性質)。

$\angle 1$ 的對應角是 $\angle \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle 2$ 的對應角是 $\angle \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(每格 5 分，共 30 分)





Nani

基礎特訓班

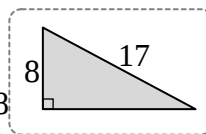
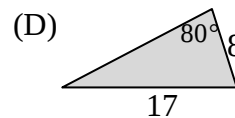
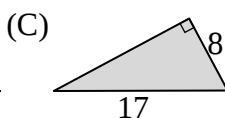
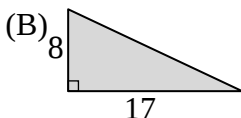
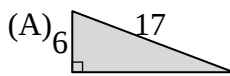
3-3 三角形全等

概念 4 RHS 全等判別

班 號

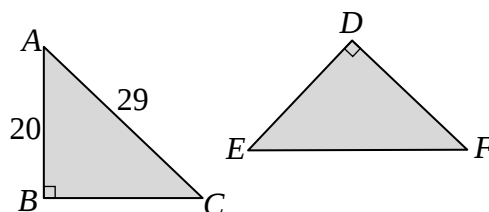
姓名

- 1 () 下列何者與右邊框框中的圖形全等？(12分)



- 2 () 如圖， $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDF$ 中，若 $\overline{AC} = \overline{EF}$ ，
 $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，則當 $\overline{DE}$ 為多少時，可證明
 $\triangle ABC \cong \triangle EDF$ (RHS 全等性質)？(12分)

(A) 19 (B) 20 (C) 25 (D) 29



- 3 右圖的直角 $\triangle ABC$ 和直角 $\triangle DCB$ 中， $\overline{AC} = \overline{DB}$ ，試說明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，並寫出對應角。

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中，

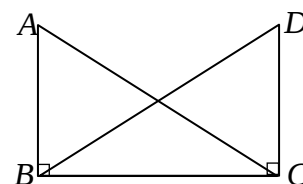
已知 $\angle ABC = \angle \underline{\hspace{1cm}} = 90^\circ$ ， $\overline{AC} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，

又 $\overline{BC} = \underline{\hspace{1cm}}$ (公用邊)，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (全等性質)。

$\angle A$ 的對應角是 $\angle \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\angle ACB$ 的對應角是 $\angle \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(每格 4 分，共 24 分)



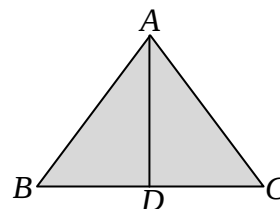
- 4 右圖 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，試說明 $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ 。(每格 5 分，共 20 分)

在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle ADC$ 中，

因為 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，所以 $\angle ADB = \angle \underline{\hspace{1cm}} = 90^\circ$ ，

又 $\overline{AB} = \underline{\hspace{1cm}}$ (已知)， $\overline{AD} = \underline{\hspace{1cm}}$ (公用邊)，

所以 $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ (全等性質)。



- 5 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為正方形，四邊形 $EACF$ 為長方形， D 點在 $\overline{EF}$ 上，試完成下方空格以說明 $\triangle ADE \cong \triangle CDF$ ，並求出 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的角度。(每格 4 分，共 32 分)

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CDF$ 中，

因為 $\angle AED = \angle \underline{\hspace{1cm}} = 90^\circ$ ，

$\overline{AD} = \underline{\hspace{1cm}}$ (正方形 $ABCD$ 四邊等長)，

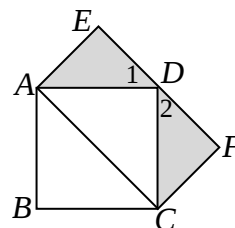
$\overline{AE} = \underline{\hspace{1cm}}$ (長方形的兩個寬邊一樣長)，

所以 $\triangle ADE \cong \triangle CDF$ (全等性質)。

因為 $\angle 1 + \angle 2 + \angle ADC = \underline{\hspace{1cm}}$ 度，

又 $\angle ADC = \underline{\hspace{1cm}}$ 度， $\angle 1 = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ (對應角相等)，

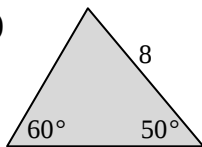
所以 $\angle 1 = \angle 2 = \underline{\hspace{1cm}}$ 度。



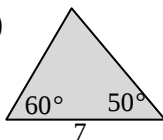


1 () 下列何者與右邊框框中的圖形全等？(10分)

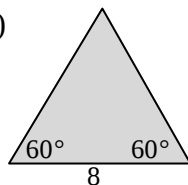
(A)



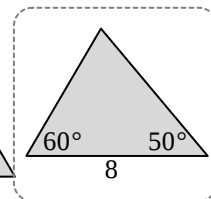
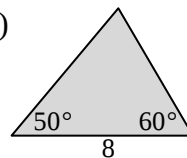
(B)



(C)

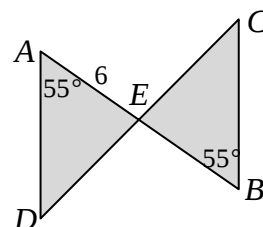


(D)



2 如圖， $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 相交於 E 點，如果要用 ASA 全等性質說明 $\triangle ADE \cong \triangle BCE$ ，只要再補 $\overline{AE} = \underline{\hspace{2cm}} = 6$ 的條件便可。

(10分)



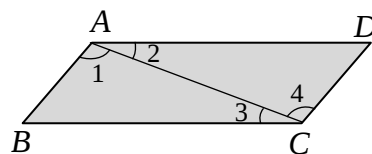
3 右圖中， $\angle 1 = \angle 4$ ， $\angle 2 = \angle 3$ ，試說明 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ 。(每格 4 分，共 16 分)

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中，

因為 $\angle 1 = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ (已知)， $\angle 3 = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ (已知)，

又 $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ (公用邊)，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (ASA 全等性質)。



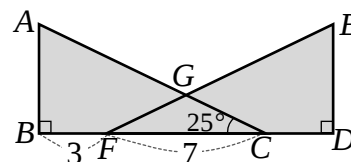
4 右圖 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 為兩個直角三角形，且 $\angle A = \angle E$ ， $\overline{AB} = \overline{ED}$ ， $\overline{FC}$ 為 $\overline{BC}$ 邊和 $\overline{DF}$ 邊的重疊部分，試說明 $\triangle ABC \cong \triangle EDF$ ，並求 $\overline{CD}$ 長度和 $\angle GFC$ 的角度。(每格 4 分，共 36 分)

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDF$ 中，

已知 $\angle A = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\angle B = \angle \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ$ ，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle EDF$ (AAS 全等性質)。



因為 $\overline{DF} = \underline{\hspace{2cm}}$ (對應邊相等)，所以 $\overline{DF}$ 的長度 = 10，則 $\overline{CD}$ 的長度 = 7。

因為 $\angle GFC = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ (對應角相等)，所以 $\angle GFC = \underline{25}$ 度。

5 右圖中， $\overline{AC}$ 分別為 $\angle BAD$ 和 $\angle BCD$ 的角平分線，試說明 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ，並求 $\angle D = ?$

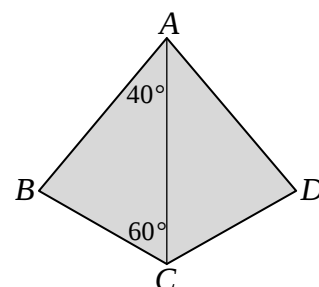
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中，因為 $\overline{AC}$ 分別為 $\angle BAD$ 和 $\angle BCD$ 的角平分線，(每格 4 分，共 28 分)

所以 $\angle BAC = \angle \underline{\hspace{2cm}} = 40^\circ$ ， $\angle BCA = \angle \underline{\hspace{2cm}} = 60^\circ$ ，

又 $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ (公用邊)，

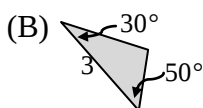
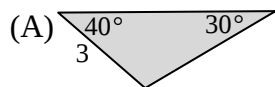
所以 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ (ASA 全等性質)。

則 $\angle D = 180^\circ - \angle DAC - \angle DCA = 180^\circ - \underline{40} - \underline{60} = \underline{80}$ 。



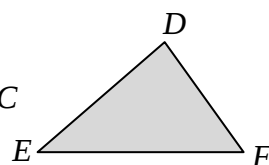
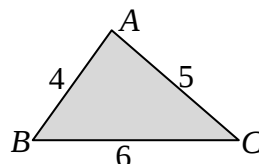


1 () 下列何者與右邊的圖形全等？(12分)



2 () 如圖， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DFE$ 中，若 $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle F$ ，則當 $\overline{DE}$ 為多少時，可證明 $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ (AAS 全等性質)？(12分)

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6



3 右圖中，正方形 $ABCD$ 與長方形 $ECFG$ 緊密拼合， $\overline{AF}$ 與 $\overline{EC}$ 相交於 P 點，已知 $\overline{BC} = \overline{CF}$ ，試完成下面的空格，以說明 $\triangle ADP \cong \triangle FCP$ 。(每格 5 分，共 20 分)

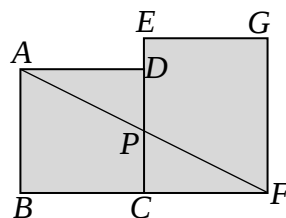
在 $\triangle ADP$ 和 $\triangle FCP$ 中，

已知 $\overline{BC} = \overline{CF}$ ，由於 $\overline{AD} = \overline{BC}$ ，因此 $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

又 $\angle ADP = \angle \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ$ (正方形與長方形四個角都是 90°)，

$\angle APD = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ (對等角相等)，

所以 $\triangle ADP \cong \triangle FCP$ (全等性質)。



4 承第 3 題，若 $\overline{AD} = 10$ cm，試完成下面的空格，以說明 $\overline{AP} = 5\sqrt{5}$ cm。(每格 4 分，共 20 分)

因為 $\overline{DP} = \underline{\hspace{2cm}}$ (對應邊一樣長)，

又 $\overline{CD} = \overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ cm，所以 $\overline{DP} = \underline{\hspace{2cm}}$ cm，

故 $\overline{AP} = \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{DP}^2} = \sqrt{10^2 + (\underline{\hspace{2cm}})^2} = \sqrt{(\underline{\hspace{2cm}})^2} = 5\sqrt{5}$ (cm)。

5 右圖中， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 皆為等腰三角形，試說明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ，並求 $\overline{CD}$ 的長度。

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中，因為 $\triangle ABC$ 為等腰三角形，

因此 $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle B = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ ，

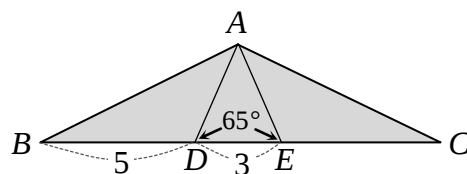
又 $\angle ADB + \angle ADE = \angle \underline{\hspace{2cm}} + \angle AED = 180^\circ$ ，

所以 $\angle ADB + 65^\circ = \angle \underline{\hspace{2cm}} + 65^\circ$ ，

則 $\angle ADB = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ ，

故 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ (全等性質)。

(每格 4 分，共 36 分)



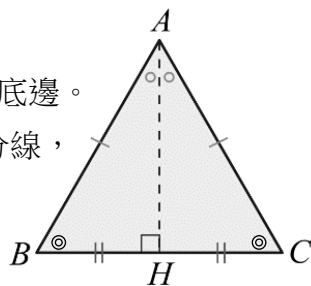
因為 $\overline{CE} = \underline{\hspace{2cm}} = 5$ (對應邊一樣長)，所以 $\overline{CD} = 3 + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

**概念 ① 等腰三角形的性質**

1 等腰三角形的性質：① 兩底角相等。② 頂角的角平分線會垂直平分底邊。

例 如圖， $\triangle ABC$ 為等腰三角形，若 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AH}$ 為 $\angle BAC$ 的角平分線，則：① $\angle B = \angle C$ 。

② $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 且 $\overline{BH} = \overline{CH}$ 。

**概念 ② 等腰三角形的判別性質**

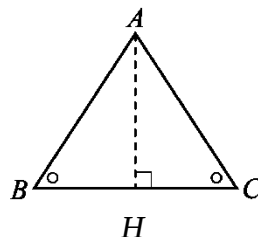
1 等腰三角形的判別性質：有兩個內角相等的三角形一定是等腰三角形。

例 如右圖，已知 $\angle B = \angle C$ ， $\overline{AH}$ 為 $\overline{BC}$ 上的高，則 $\triangle ABC$ 為等腰三角形。

解 因為 $\angle B = \angle C$ ， $\angle AHB = \angle AHC = 90^\circ$ ， $\overline{AH} = \overline{AH}$ (公用邊)

所以 $\triangle ABH \cong \triangle ACH$ (AAS 全等)，因此 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，

故 $\triangle ABC$ 為等腰三角形。

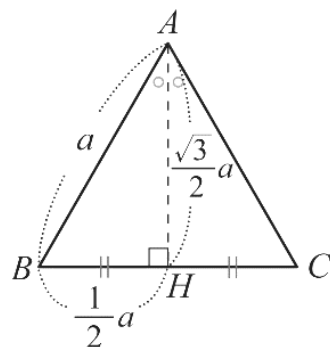
**概念 ③ 正三角形的高與面積(含複合圖形)**

1 若正三角形 ABC 的邊長為 a ，則：

① $\triangle ABC$ 的高 $= \frac{\sqrt{3}}{2}a$ 。② $\triangle ABC$ 的面積 $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ 。

例 若有一個正三角形的邊長為 6，則這個正三角形的高

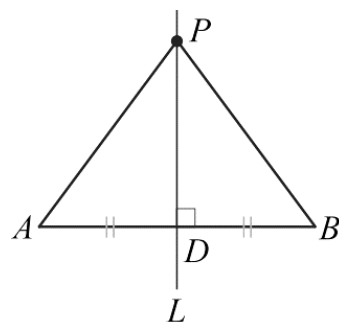
高 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ ，面積 $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}$ 。

**概念 ④ 中垂線性質 (SAS 應用)**

1 中垂線性質：線段的中垂線上任一點到此線段兩端的距離相等。

例 如右圖，已知直線 L 垂直平分 $\overline{AB}$ 於 D 點，且 P 點在 L 上，則

$\overline{PA} = \overline{PB}$ ，即形成的 $\triangle PAB$ 為等腰三角形。

**概念 ⑤ 中垂線的判別性質**

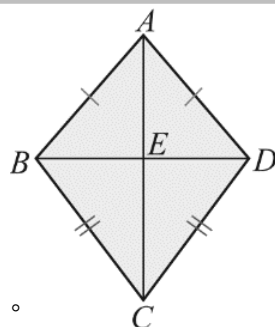
1 中垂線判別性質：到線段兩端距離相等的點必在此線段的中垂線上。

例 如圖，已知 $\overline{CE} = 8$ ， $\overline{BD} = 12$ ，且 $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{BC} = \overline{DC}$ 。

求 $\overline{BC}$ 的長度。

解 因為 $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{BC} = \overline{DC}$ ，所以 A 、 C 兩點在 $\overline{BD}$ 的中垂線上，

故 $\overline{BE} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ ，則 $\overline{BC} = \sqrt{\overline{BE}^2 + \overline{CE}^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ 。





概念 ⑥ 直角三角形的判別性質(SSS 應用)

1 直角三角形的判別性質：若三角形有兩邊的平方和等於第三邊的平方，
則此三角形必為直角三角形。

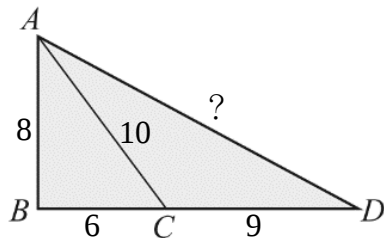
例 在 $\triangle ABD$ 中，已知 $\overline{AB}=8$ ， $\overline{BC}=6$ ， $\overline{AC}=10$ 。

若 $\overline{CD}=9$ ，求 $\overline{AD}$ 的長度。

解 因為 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 8^2 + 6^2 = 10^2 = \overline{AC}^2$ ，

所以 $\angle B = 90^\circ$ 。

故 $\overline{AD} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BD}^2} = \sqrt{8^2 + (6+9)^2} = \sqrt{289} = 17$ 。



概念 ⑦ 角平分線性質 (AAS 應用)

1 角平分線性質：角平分線上任一點到此角兩邊的距離相等。

例 如右圖，在四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AC}$ 平分 $\angle BAD$ ，

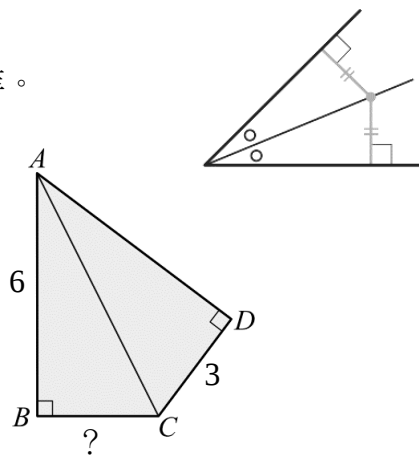
$\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，若 $\overline{CD}=3$ ， $\overline{AB}=6$ ，

求：① $\overline{BC}$ 的長度。

② 四邊形 $ABCD$ 的面積。

解 ① 由角平分線性質可知， $\overline{BC} = \overline{CD} = 3$ 。

② 四邊形 $ABCD$ 的面積 $= \triangle ABC$ 的面積 $\times 2$
 $= (6 \times 3 \times \frac{1}{2}) \times 2 = 18$



概念 ⑧ 角平分線判別性質 (RHS 應用)

1 角平分線的判別性質：與一角的兩邊距離相等的點必在此角的角平分線上。

例 如右圖，在四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{DA} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{DC} \perp \overline{BC}$

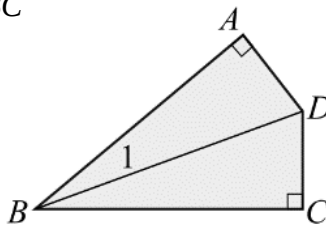
且 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 。若 $\angle ADC = 140^\circ$ ，求 $\angle 1$ 。

解 因為 $\overline{AD} = \overline{CD}$ ，且 $\angle A = \angle C = 90^\circ$ ，

由角平分線判別性質可知， $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC$

又 $\angle ABC = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ 。

所以 $\angle 1 = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$ 。





- ① 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$ ，且 $\angle A = 40^\circ$ ，則：

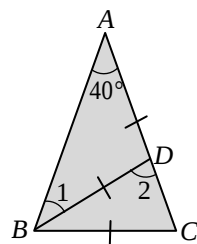
(每小題 10 分，共 30 分)

- (1) () 由 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 可知， $\triangle ABD$ 為等腰三角形，則 $\angle 1 = ?$

(A) 20° (B) 30° (C) 40° (D) 50°

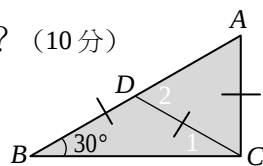
- (2) 由外角性質可知， $\angle 2 = \angle A + \angle 1 =$ 度。

- (3) 由 $\overline{BD} = \overline{BC}$ 可知， $\triangle CBD$ 為等腰三角形，則 $\angle C =$ 度。



- ② () 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AC}$ ，且 $\angle B = 30^\circ$ ，則 $\angle A = ?$ (10 分)

(A) 30° (B) 40° (C) 50° (D) 60°

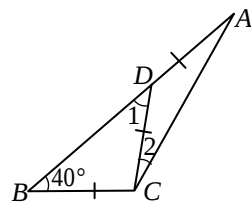


- ③ () 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，則 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle A$ 分別為幾度？

(A) 40° 、 20° 、 20° (B) 60° 、 30° 、 30°

(C) 50° 、 25° 、 25° (D) 60° 、 20° 、 20°

(10 分)



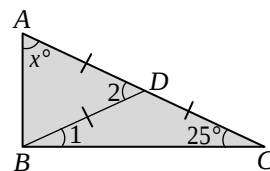
- ④ 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BD}$ ，且 $\angle C = 25^\circ$ ，則：

- (1) () $\angle 2 = ?$ (10 分)

(A) 25° (B) 35° (C) 40° (D) 50°

- (2) () 承(1)，由 $\triangle ABD$ 內角和 180° 可求得 $x = ?$ (10 分)

(A) 70 (B) 65 (C) 55° (D) 50°



- ⑤ 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，且 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$ ，設 $\angle A = \angle ABD = x^\circ$ ，則：

- (1) () 由外角性質可知， $\angle 1 = ?$ (10 分)

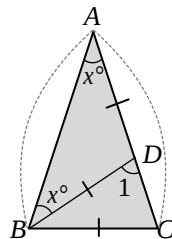
(A) x° (B) $2x^\circ$ (C) $3x^\circ$ (D) $90^\circ - x^\circ$

- (2) () 由 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 可知 $\angle ABC = \angle C$ ，又 $\angle A = x^\circ$ ，所以 $\angle C = ?$ (10 分)

(A) $2x^\circ$ (B) $90^\circ + x^\circ$ (C) $\frac{180^\circ - x^\circ}{2}$ (D) $180^\circ - 2x^\circ$

- (3) () 由 $\overline{BD} = \overline{BC}$ 可知 $\angle 1 = \angle C$ ，承第(1)、(2)題，可求得 $x = ?$ (10 分)

(A) 36 (B) 38 (C) 40 (D) 42

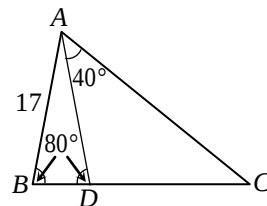




① 如右圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B = \angle ADB = 80^\circ$ ， $\angle CAD = 40^\circ$ ， $\overline{AB} = 17\text{cm}$ ，則：

(1) () 由 $\angle ADB = 80^\circ$ 並利用外角性質可知， $\angle C = ?$ (15 分)

(A) 30° (B) 40° (C) 50° (D) 60°

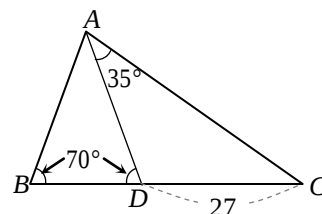


(2) 由 $\angle B = \angle ADB$ ， $\angle CAD$ 及 $\angle C$ 的度數可知， $\overline{CD} = \underline{\hspace{1cm}} \text{cm}$ 。(15 分)

② 如右圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B = \angle ADB = 70^\circ$ ， $\angle CAD = 35^\circ$ ， $\overline{CD} = 27\text{cm}$ ，則：

(1) () 由 $\angle ADB = 70^\circ$ 並利用外角性質可知， $\angle C = ?$ (15 分)

(A) 35° (B) 40° (C) 45° (D) 50°



(2) 由 $\angle B = \angle ADB$ ， $\angle CAD$ 及 $\angle C$ 的度數可知， $\overline{AB} = \underline{\hspace{1cm}} \text{cm}$ 。(15 分)

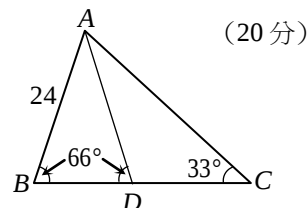
③ () 右圖 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B = \angle ADB = 66^\circ$ ， $\angle C = 33^\circ$ ， $\overline{AB} = 24$ ，則 $\angle CAD = ?$ $\overline{CD} = ?$

(A) $\angle CAD = 24^\circ$ ， $\overline{CD} = 24$

(B) $\angle CAD = 33^\circ$ ， $\overline{CD} = 24$

(C) $\angle CAD = 24^\circ$ ， $\overline{CD} = 33$

(D) $\angle CAD = 33^\circ$ ， $\overline{CD} = 33$



(20 分)

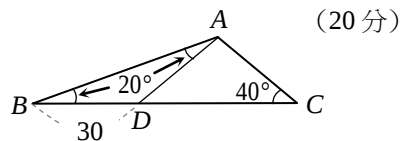
④ () 右圖 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B = \angle BAD = 20^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ， $\overline{BD} = 30$ ，則 $\angle ADC = ?$ $\overline{AC} = ?$

(A) $\angle ADC = 40^\circ$ ， $\overline{AC} = 20$

(B) $\angle ADC = 60^\circ$ ， $\overline{AC} = 20$

(C) $\angle ADC = 40^\circ$ ， $\overline{AC} = 30$

(D) $\angle ADC = 60^\circ$ ， $\overline{AC} = 30$



(20 分)



① 有一正 $\triangle ABC$ 的邊長為 12 公分， $\overline{AD}$ 為 $\overline{BC}$ 邊上的高，則：

(1) () $\overline{BD}$ 為多少公分？(10 分)

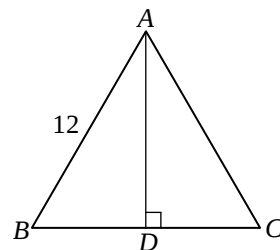
- (A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) $6\sqrt{3}$

(2) () $\overline{AD}$ 為多少公分？(15 分)

- (A) 4 (B) 6 (C) $3\sqrt{3}$ (D) $6\sqrt{3}$

(3) () 此正三角形的面積為多少平方公分？(15 分)

- (A) $36\sqrt{3}$ (B) $12\sqrt{3}$ (C) 72 (D) 36



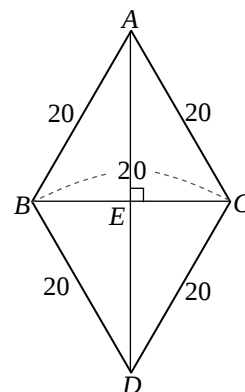
② 右圖為兩個正三角形拼合而成的菱形，邊長為 20 公分，則：

(1) () $\overline{AD}$ 為多少公分？(15 分)

- (A) $10\sqrt{3}$ (B) $20\sqrt{3}$ (C) 30 (D) 40

(2) () 此菱形 $ABDC$ 的面積為多少平方公分？(15 分)

- (A) $20\sqrt{3}$ (B) $40\sqrt{3}$ (C) $200\sqrt{3}$ (D) $400\sqrt{3}$



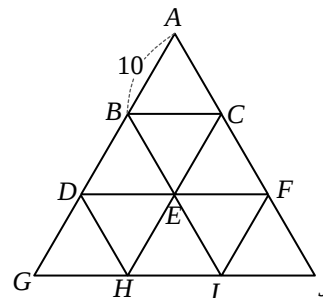
③ 右圖為 9 個小正三角形拼合而成的大正三角形，小正三角形的邊長為 10 公分，則：

(1) () 大正三角形的高為多少公分？(15 分)

- (A) $15\sqrt{3}$ (B) $20\sqrt{3}$ (C) $30\sqrt{3}$ (D) 300

(2) () 大正三角形的面積為多少平方公分？(15 分)

- (A) 225 (B) $225\sqrt{3}$ (C) 150 (D) $100\sqrt{3}$





Nani

基礎特訓班

3-4 全等三角形的應用

概念 4 中垂線性質 (SAS 應用)

班 號

姓名

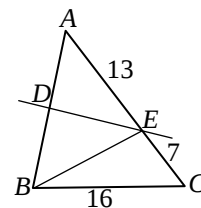
① 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overleftrightarrow{DE}$ 為 $\overline{AB}$ 的中垂線，且 $\overline{AE} = 13$ ， $\overline{CE} = 7$ ， $\overline{BC} = 16$ ，則：

(1) () 由中垂線上的任一點到兩端等距離的性質可知， $\overline{BE} = ?$ (10 分)

- (A) 6 (B) 7 (C) 13 (D) 16

(2) () 承 (1)， $\triangle BCE$ 的周長為何？ (10 分)

- (A) 36 (B) 39 (C) 43 (D) 45



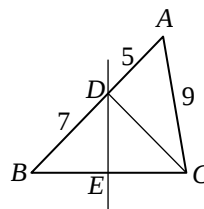
② 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overleftrightarrow{DE}$ 為 $\overline{BC}$ 的中垂線，且 $\overline{AD} = 5$ ， $\overline{BD} = 7$ ， $\overline{AC} = 9$ ，則：

(1) () $\overline{CD} = ?$ (10 分)

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 9

(2) () 承 (1)， $\triangle ADC$ 的周長為何？ (10 分)

- (A) 19 (B) 21 (C) 22 (D) 23



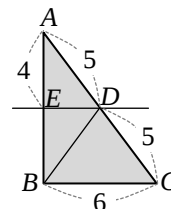
③ 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overleftrightarrow{DE}$ 為 $\overline{AB}$ 的中垂線，根據圖中標示，則：

(1) () $\triangle BCD$ 的周長為何？ (10 分)

- (A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18

(2) () $\triangle ABC$ 的周長為何？ (10 分)

- (A) 24 (B) 25 (C) 26 (D) 27



④ 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overleftrightarrow{DE}$ 為 $\overline{AB}$ 的中垂線，根據圖中標示，則：

(1) () $\overline{BD}$ 的長會等於下列何者？ (10 分)

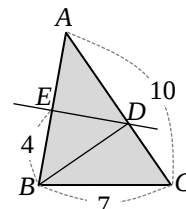
- (A) $\overline{CD}$ (B) $\overline{AD}$ (C) $\overline{AE}$ (D) $\overline{BE}$

(2) () 承 (1)， $\overline{BD} + \overline{CD}$ 的長等於下列何者？ (15 分)

- (A) $\overline{BC}$ (B) $\overline{AB}$ (C) $\overline{DE}$ (D) $\overline{AC}$

(3) () 承 (2)， $\triangle BCD$ 的周長為何？ (15 分)

- (A) 17 (B) 18 (C) 21 (D) 24

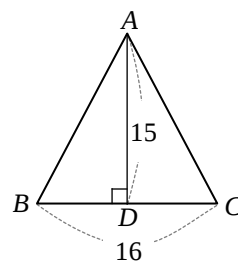




- 1 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 。若 $\overline{AD} = 15$ ， $\overline{BC} = 16$ ，則：

(1) () $\overline{BD} = ?$ (15 分)

(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12

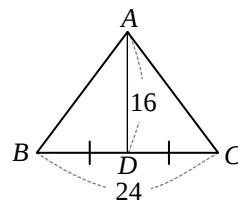


(2) () $\overline{AB} = ?$ (15 分)

(A) 17 (B) 18 (C) 20 (D) 21

- 2 () $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， D 點為 $\overline{BC}$ 中點。若 $\overline{AD} = 16$ ， $\overline{BC} = 24$ ，則 $\overline{AB} = ?$ (20 分)

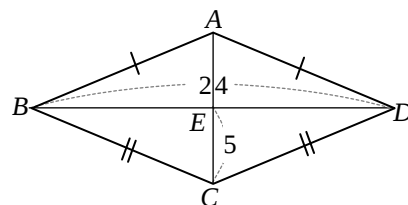
(A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 21



- 3 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 E 點，且 $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{CB} = \overline{CD}$ 。
若 $\overline{CE} = 5$ ， $\overline{BD} = 24$ ，則：

(1) () $\overline{BE} = ?$ (15 分)

(A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 15

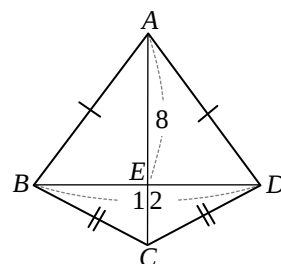


(2) () 承 (1)， $\overline{BC} = ?$ (15 分)

(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16

- 4 () 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 E 點，且 $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{CB} = \overline{CD}$ 。
若 $\overline{AE} = 8$ ， $\overline{BD} = 12$ ，則 $\overline{AD} = ?$ (20 分)

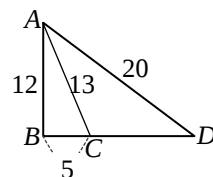
(A) 9 (B) 10 (C) 12 (D) 15



- ① 如右圖， $\triangle ABD$ 中， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 13$ 。若 $\overline{AD} = 20$ ，則：

(1) 請利用畢氏定理檢查看看， $\triangle ABC$ 是否為直角三角形？(15 分)

☐ 是 ☐ 否



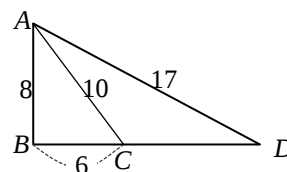
(2) () 承 (1)，設 $\overline{CD}$ 的長度為 x ，求 $x = ?$ (15 分)

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 13

- ② 如右圖， $\triangle ABD$ 中， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AC} = 10$ 。若 $\overline{AD} = 17$ ，則：

(1) 請利用畢氏定理檢查看看， $\triangle ABC$ 是否為直角三角形？(15 分)

☐ 是 ☐ 否

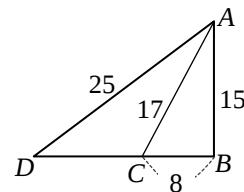


(2) () 承 (1)，設 $\overline{CD}$ 的長度為 x ，求 $x = ?$ (15 分)

(A) 9 (B) 11 (C) 13 (D) 15

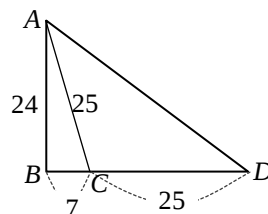
- ③ () 如右圖， $\triangle ABD$ 中， $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{AC} = 17$ 。若 $\overline{AD} = 25$ ，則 $\overline{CD} = ?$ (20 分)

(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14



- ④ () 如右圖， $\triangle ABD$ 中， $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{AC} = 25$ 。若 $\overline{CD} = 25$ ，則 $\overline{AD} = ?$ (20 分)

(A) 42 (B) 40 (C) 36 (D) 34

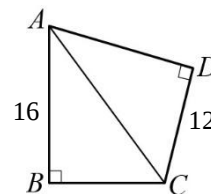




1 如右圖，已知 $\overline{AC}$ 平分 $\angle BAD$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ 。若 $\overline{CD} = 12$ ， $\overline{AB} = 16$ ，則：

(1) () 可以利用哪一種全等性質說明 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ？(10分)

- (A) RHS (B) SSS (C) ASA (D) AAS



(2) () 由角平分線上的任一點到兩邊等距離的性質可知， $\overline{BC} = ?$ (10分)

- (A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 16

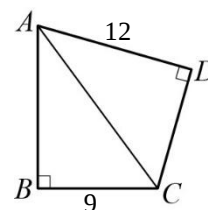
(3) () $\overline{AC} = ?$ (10分)

- (A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 24

2 如右圖，已知 $\overline{AC}$ 平分 $\angle BAD$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ 。若 $\overline{AD} = 12$ ， $\overline{BC} = 9$ ，則：

(1) () $\overline{CD} = ?$ (15分)

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

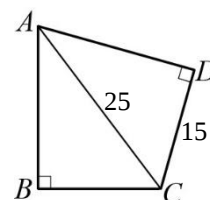


(2) () 四邊形 $ABCD$ 的面積 = ? (15分)

- (A) 54 (B) 72 (C) 108 (D) 216

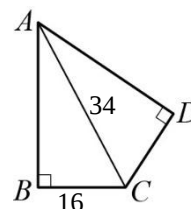
3 () 如右圖，已知 $\overline{AC}$ 平分 $\angle BAD$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ 。根據圖中標示， $\overline{AB} = ?$ (20分)

- (A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 24



4 () 如右圖，已知 $\overline{AC}$ 平分 $\angle BAD$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ 。根據圖中標示， $\overline{AD} = ?$ (20分)

- (A) 24 (B) 26 (C) 28 (D) 30

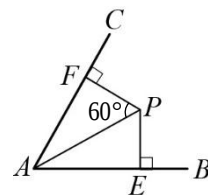




1 如右圖，已知 $\overline{PE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{PF} \perp \overline{AC}$ ，且 $\overline{PE} = \overline{PF}$ ， $\angle APF = 60^\circ$ ，則：

(1) () 可以利用哪一種全等性質說明 $\triangle APF \cong \triangle APE$ ？(10分)

- (A) RHS (B) SSS (C) ASA (D) AAS



(2) () 承 (1)， $\angle APE = ?$ (10分)

- (A) 20° (B) 30° (C) 40° (D) 60°

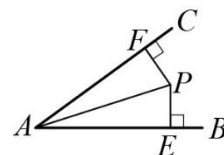
(3) () 承 (2)， $\angle PAE = ?$ (10分)

- (A) 20° (B) 30° (C) 40° (D) 60°

2 如右圖，已知 $\overline{PE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{PF} \perp \overline{AC}$ ，且 $\overline{PE} = \overline{PF}$ ， $\angle FPE = 144^\circ$ ，則：

(1) () $\angle APE = ?$ (15分)

- (A) 18° (B) 36° (C) 48° (D) 72°

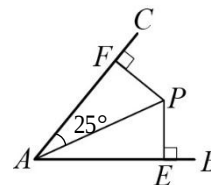


(2) () 承 (1)， $\angle PAE = ?$ (15分)

- (A) 18° (B) 36° (C) 48° (D) 72°

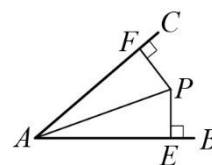
3 () 如右圖，已知 $\overline{PE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{PF} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{PE} = \overline{PF}$ ， $\angle PAF = 25^\circ$ ，則 $\angle APE = ?$ (20分)

- (A) 25° (B) 50° (C) 65° (D) 75°



4 () 如右圖，已知 $\overline{PE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{PF} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{PE} = \overline{PF}$ ， $\angle FAE = 40^\circ$ ，則 $\angle APF = ?$ (20分)

- (A) 20° (B) 30° (C) 70° (D) 80°





① 如右圖，甲、乙、丙都是正方形，邊長分別為 a 、 b 、 c ，且面積分別為 9、16、25，則：

(1) () 下列有關 a 、 b 、 c 與面積 9、16、25 的關係，何者正確？(10 分)

(A) $a^2=9$ ， $a=3$ (B) $b^2=16$ ， $b=4$

(C) $c^2=25$ ， $c=5$ (D) 以上皆正確

(2) 請檢查 a^2+b^2 是否等於 c^2 ？(10 分)

☐ 是

☐ 否

(3) () 承 (2)， $\angle ABC = ?$ (10 分)

(A) 70°

(B) 80°

(C) 90°

(D) 100°

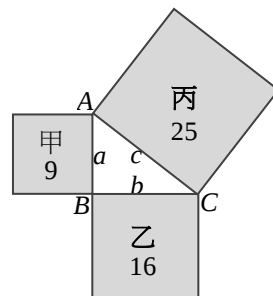
(4) () 承 (3)， $\triangle ABC$ 的面積 = ? (10 分)

(A) 6

(B) 8

(C) 10

(D) 12



② 如右圖，甲、乙、丙都是正方形，邊長分別為 a 、 b 、 c ，且面積分別為 36、36、72，則：

(1) 請檢查 a^2+b^2 是否等於 c^2 ？(10 分)

☐ 是

☐ 否

(2) () 承 (1)， $\angle ABC = ?$ (15 分)

(A) 70°

(B) 80°

(C) 90°

(D) 100°

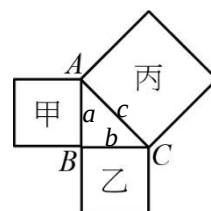
(3) () 承 (2)， $\triangle ABC$ 的面積 = ? (15 分)

(A) 12

(B) 18

(C) 24

(D) 36



③ () 如右圖，甲、乙、丙都是正方形，面積分別為 25、144、169，則 $\triangle ABC$ 的面積 = ?

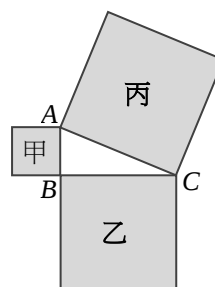
(A) 30

(B) 36

(C) 40

(D) 60

(20 分)





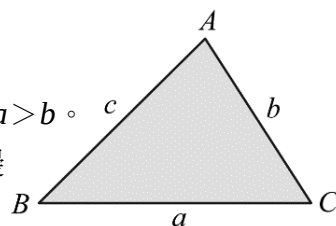
概念 ① 判斷已知的三邊長是否可以組成三角形

1 三角形的邊長關係：在一個三角形中，任意兩邊之和 $>$ 第三邊。

如圖，若 $\triangle ABC$ 三邊長分別為 a 、 b 、 c ，則 $a+b>c$ ； $b+c>a$ ； $c+a>b$ 。

2 三個線段是否能組成三角形，只要判斷最小的兩邊和是否大於第三邊

即可，例如 4、6、7， $4+6>7$ ，所以 4、6、7 三邊可組成三角形。



概念 ② 已知等腰三角形的兩邊長，求第三邊的值

例 已知等腰 $\triangle$ 的三邊長分別為 6、 x 、13，求 x 的值。

解 因為是等腰 $\triangle$ ，所以 x 可能是 6 或 13，

若 $x=6$ ，則 $6+6<13$ ，因此 6、6、13 無法組成 $\triangle$ ，

若 $x=13$ ，則 $6+13>13$ ，因此 6、13、13 可以組成 $\triangle$ ，故 $x=13$ 。



概念 ③ 已知三角形的兩邊長，求第三邊長的範圍

例 已知某三角形的三邊長由小到大依序為 4、6、 x ，求 x 的範圍。

解 任意兩邊之和 $>$ 第三邊， $4+6>x$ ，所以 $x<10$ ……①；

又 x 為最長邊，

所以 $x>6$ ……②，

由 ①、②可知， x 的範圍為 $x>6$ 且 $x<10$ ，即 $6<x<10$ 。



概念 ④ 利用任兩邊長的和大於第三邊，求 x 的範圍

例 已知某三角形的三邊長由小到大依序為 x 、 $x+3$ 、 $x+5$ ，則 x 的範圍為何？

解 由邊長 >0 且兩邊長的和 $>$ 第三邊可知， $x>0$ 且 $x+(x+3)>x+5$ ，

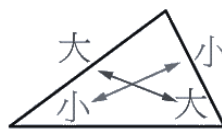
則 $2x+3>x+5$ ，故 $x>2$ 。



概念 ⑤ 大邊對大角 (三角形) ⑦ 大角對大邊 (三角形)

1 大邊對大角：在 $\triangle$ 中，若有兩個邊不相等，則大邊所對應的角也比較大。

2 大角對大邊：在 $\triangle$ 中，若有兩個角不相等，則大角所對應的邊也比較大。



概念 ⑥ 大邊對大角的應用

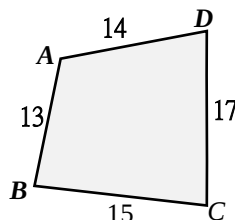
例 如圖(一)，比較 $\angle A$ 與 $\angle C$ 的大小。

解 連接 $\overline{AC}$ ，如圖(二)，

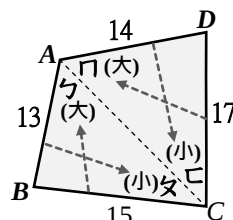
因為 $\overline{BC} > \overline{AB}$ ，所以 $\angle \text{ㄅ} > \angle \text{ㄆ}$ ……①；

又 $\overline{CD} > \overline{AD}$ ，所以 $\angle \text{ㄇ} > \angle \text{ㄊ}$ ……②，

由 ①、②得 $\angle \text{ㄅ} + \angle \text{ㄇ} > \angle \text{ㄆ} + \angle \text{ㄊ}$ ，故 $\angle A > \angle C$ 。



圖(一)



圖(二)



概念 ⑧ 大角對大邊的應用

例 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A=60^\circ$ ， $\angle B=70^\circ$ ，試判斷 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 與 $\overline{AC}$ 的大小關係。

解 因為 $\angle C=180^\circ-60^\circ-70^\circ=50^\circ<\angle A<\angle B$ ，所以 $\overline{AB}<\overline{BC}<\overline{AC}$ 。



- ① () 若三角形的兩個邊分別為 5 公分、7 公分，則下列哪一個不可能是第三邊的長度？
 【提示：可一一檢驗，「最小的兩邊和」是否大於「最長的第三邊」】 (20 分)
 (A) 2 公分 (B) 5 公分 (C) 10 公分 (D) 11 公分
- ② () 若三角形的兩個邊分別為 3 公分、9 公分，則下列哪一個不可能是第三邊的長度？
 (A) 7 公分 (B) 9 公分 (C) 11 公分 (D) 13 公分 (20 分)
- ③ () 若三角形的兩個邊分別為 6 公分、12 公分，則下列哪一個不可能是第三邊的長度？
 (A) 6 公分 (B) 8 公分 (C) 12 公分 (D) 15 公分 (20 分)
- ④ () 若三角形的兩個邊分別為 5 公分、8 公分，則下列哪一個可能是第三邊的長度？
 (A) 2 公分 (B) 3 公分 (C) 12 公分 (D) 14 公分 (20 分)
- ⑤ () 若三角形的兩個邊分別為 6 公分、9 公分，則下列哪一個可能是第三邊的長度？
 (A) 3 公分 (B) 5 公分 (C) 15 公分 (D) 18 公分 (20 分)



Nani

基礎特訓班

3-5 三角形的邊角關係

概念

② 已知等腰三角形的兩邊長，求第三邊的值

班 號

姓名

① () 如果有一個等腰三角形的三邊長分別為 5、 x 、12，求 x 的值？(20 分)

【提示：等腰三角形的其中兩個邊一樣長】

- (A) 只有可能是 5 (B) 只有可能是 12
(C) 5 和 12 都有可能 (D) 5 和 12 都不可能

② () 如果有一個等腰三角形的三邊長分別為 6、 x 、12，求 x 的值？(20 分)

- (A) 只有可能是 6 (B) 只有可能是 12
(C) 6 和 12 都有可能 (D) 6 和 12 都不可能

③ () 如果有一個等腰三角形的三邊長分別為 7、 x 、12，求 x 的值？(20 分)

- (A) 只有可能是 7 (B) 只有可能是 12
(C) 7 和 12 都有可能 (D) 7 和 12 都不可能

④ () 如果有一個等腰三角形的三邊長分別為 8、 x 、15，求 x 的值？(20 分)

- (A) 只有可能是 8 (B) 只有可能是 15
(C) 8 和 15 都有可能 (D) 8 和 15 都不可能

⑤ () 如果有一個等腰三角形的三邊長分別為 9、 x 、20，求 x 的值？(20 分)

- (A) 只有可能是 9 (B) 只有可能是 20
(C) 9 和 20 都有可能 (D) 9 和 20 都不可能



Nani

基礎特訓班

3-5 三角形的邊角關係

概念

③ 已知三角形的兩邊長，求第三邊長的範圍

班 號

姓名

- ① () 已知某不等邊三角形的三邊長由小到大依序為 6、8、 x ，下列何者為 x 的範圍？(20 分)

【提示：最小的兩邊和 $>$ 第三邊，又 x 為最長邊】

- (A) $x < 14$ (B) $x > 8$ (C) $6 < x < 14$ (D) $8 < x < 14$

- ② () 已知某不等邊三角形的三邊長由小到大依序為 7、10、 x ，下列何者為 x 的範圍？(20 分)

- (A) $x < 17$ (B) $x > 10$ (C) $10 < x < 17$ (D) $7 < x < 17$

- ③ () 已知某不等邊三角形的三邊長由小到大依序為 10、15、 x ，下列何者可能為 x 的值？(20 分)

- (A) 24 (B) 25 (C) 26 (D) 27

- ④ () 已知某不等邊三角形的三邊長由小到大依序為 x 、10、18，下列何者為 x 的範圍？(20 分)

【提示：最小的兩邊和 $>$ 第三邊，又 x 為最短邊】

- (A) $x < 28$ (B) $x < 10$ (C) $8 < x < 10$ (D) $0 < x < 10$

- ⑤ () 已知某不等邊三角形的三邊長由小到大依序為 x 、20、27，下列何者可能為 x 的值？(20 分)

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 18



- ① () 某三角形的三邊長由小到大依序為 x 、 $x+2$ 、 $x+6$ ，下列何者為 x 的範圍？(20 分)
 【提示：最小的兩邊 (x 、 $x+2$) 和 $>$ 第三邊 ($x+6$)】
 (A) $x < 8$ (B) $x > 8$ (C) $x < 4$ (D) $x > 4$
- ② () 某三角形的三邊長由小到大依序為 $x+1$ 、 $x+3$ 、 $x+9$ ，下列何者為 x 的範圍？(20 分)
 (A) $x < 5$ (B) $x > 5$ (C) $4 < x < 9$ (D) $5 < x < 9$
- ③ () 某三角形的三邊長由小到大依序為 $x+9$ 、 $x+15$ 、 $x+20$ ，下列何者為 x 的範圍？(20 分)
 (A) $x < -4$ (B) $x > -4$ (C) $x < 4$ (D) $x > 4$
- ④ () 某 $\triangle$ 的三邊長由小到大依序為 $x+2$ 、 $x+5$ 、 $x+9$ ，下列何者不可能為 x 的值？(20 分)
 (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 11
- ⑤ () 某 $\triangle$ 的三邊長由小到大依序為 $x+7$ 、 $x+9$ 、 $x+11$ ，下列何者可能為 x 的值？(20 分)
 (A) -4 (B) -5 (C) -6 (D) -7



Nani

基礎特訓班

3-5 三角形的邊角關係

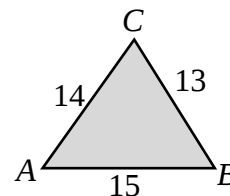
概念 5 大邊對大角 (三角形)

____ 班 ____ 號

姓名

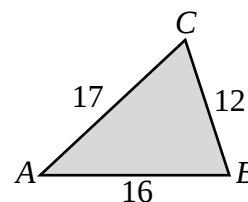
- ① () 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{AC} = 14$ ， $\overline{BC} = 13$ ，請利用「大邊對大角」的關係，判斷下列何者為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小關係？(20分)

- (A) $\angle B > \angle C > \angle A$ (B) $\angle A > \angle B > \angle C$
(C) $\angle A > \angle C > \angle B$ (D) $\angle C > \angle B > \angle A$



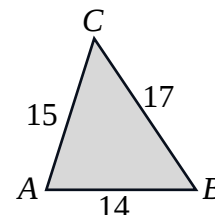
- ② () 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 16$ ， $\overline{AC} = 17$ ， $\overline{BC} = 12$ ，下列何者為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小關係？(20分)

- (A) $\angle B > \angle C > \angle A$ (B) $\angle A > \angle B > \angle C$
(C) $\angle A > \angle C > \angle B$ (D) $\angle C > \angle B > \angle A$



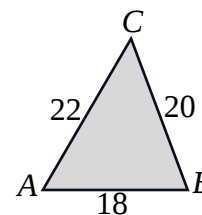
- ③ () 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 14$ ， $\overline{AC} = 15$ ， $\overline{BC} = 17$ ，下列何者為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小關係？(20分)

- (A) $\angle B > \angle C > \angle A$ (B) $\angle A > \angle B > \angle C$
(C) $\angle A > \angle C > \angle B$ (D) $\angle C > \angle B > \angle A$



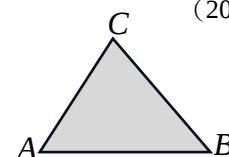
- ④ () 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 18$ ， $\overline{AC} = 22$ ， $\overline{BC} = 20$ ，下列何者為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小關係？(20分)

- (A) $\angle B > \angle C > \angle A$ (B) $\angle A > \angle B > \angle C$
(C) $\angle B > \angle A > \angle C$ (D) $\angle C > \angle B > \angle A$



- ⑤ () 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$ ，下列何者為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小關係？

- (A) $\angle B > \angle C > \angle A$ (B) $\angle C > \angle B > \angle A$
(C) $\angle A > \angle C > \angle B$ (D) $\angle C > \angle A > \angle B$



(20分)



Nani

基礎特訓班

3-5 三角形的邊角關係

概念 6 大邊對大角的應用

班 號

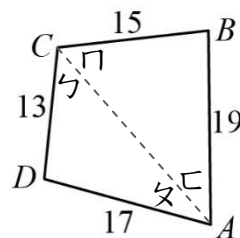
姓名

- ① 如右圖，已知 $\overline{AB} = 19$ ， $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{CD} = 13$ ， $\overline{AD} = 17$ ，請根據大邊對大角的關係，回答下面的問題：（每小題 10 分，共 20 分）

(1) () 下列有關 $\angle \text{ㄅ}$ 和 $\angle \text{ㄆ}$ ， $\angle \text{ㄓ}$ 和 $\angle \text{ㄔ}$ 的大小比較，何者正確？

(A) $\angle \text{ㄅ} > \angle \text{ㄆ}$ ， $\angle \text{ㄓ} > \angle \text{ㄔ}$ (B) $\angle \text{ㄅ} > \angle \text{ㄆ}$ ， $\angle \text{ㄔ} > \angle \text{ㄓ}$

(C) $\angle \text{ㄆ} > \angle \text{ㄅ}$ ， $\angle \text{ㄓ} > \angle \text{ㄔ}$ (D) $\angle \text{ㄆ} > \angle \text{ㄅ}$ ， $\angle \text{ㄔ} > \angle \text{ㄓ}$



(2) () 承(1)，利用 $\angle BCD = \angle \text{ㄅ} + \text{ㄓ}$ ， $\angle BAD = \angle \text{ㄆ} + \angle \text{ㄔ}$ ，試比較 $\angle BCD$ 和 $\angle BAD$ 的角度大小關係為下列何者？

(A) $\angle BCD > \angle BAD$

(B) $\angle BAD > \angle BCD$

(C) $\angle BCD = \angle BAD$

(D) 無法比較

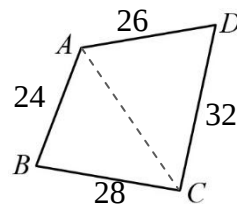
- ② () 請根據右圖的邊長數據，判斷 $\angle BAD$ 和 $\angle BCD$ 的角度大小關係為下列何者？（20 分）

(A) $\angle BAD < \angle BCD$

(B) $\angle BAD > \angle BCD$

(C) $\angle BAD = \angle BCD$

(D) 無法比較



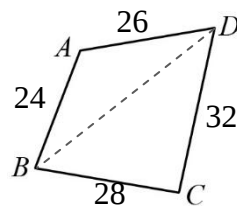
- ③ () 請根據右圖的邊長數據，判斷 $\angle ABC$ 和 $\angle ADC$ 的角度大小關係為下列何者？（20 分）

(A) $\angle ABC > \angle ADC$

(B) $\angle ABC < \angle ADC$

(C) $\angle ABC = \angle ADC$

(D) 無法比較



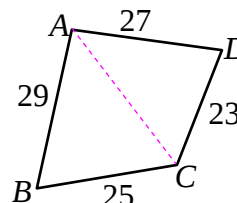
- ④ () 請根據右圖的邊長數據，判斷 $\angle BAD$ 和 $\angle BCD$ 的角度大小關係為下列何者？（20 分）

(A) $\angle BAD > \angle BCD$

(B) $\angle BAD < \angle BCD$

(C) $\angle BCD = \angle BAD$

(D) 無法比較



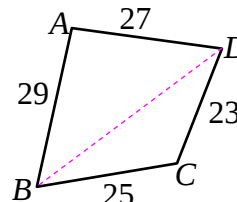
- ⑤ () 請根據右圖的邊長數據，判斷 $\angle ABC$ 和 $\angle ADC$ 的角度大小關係為下列何者？（20 分）

(A) $\angle ABC > \angle ADC$

(B) $\angle ABC < \angle ADC$

(C) $\angle ABC = \angle ADC$

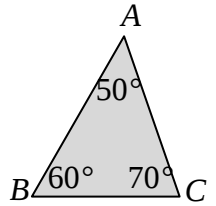
(D) 無法比較





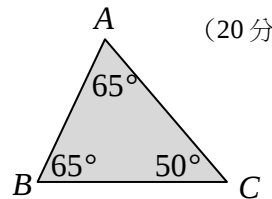
- 1 () 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 70^\circ$ ，請利用「大角對大邊」的關係，判斷下列何者為三個邊長的長度關係？(20分)

- (A) $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$ (B) $\overline{AB} > \overline{AC} > \overline{BC}$
(C) $\overline{AC} > \overline{AB} > \overline{BC}$ (D) $\overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$



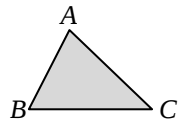
- 2 () 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = \angle B = 65^\circ$ ， $\angle C = 50^\circ$ ，下列何者為三個邊長的長度關係？(20分)

- (A) $\overline{AC} > \overline{AB} = \overline{BC}$ (B) $\overline{BC} > \overline{AB} = \overline{AC}$
(C) $\overline{BC} = \overline{AC} > \overline{AB}$ (D) $\overline{AB} > \overline{AC} = \overline{BC}$



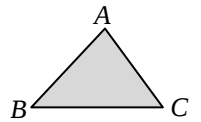
- 3 () 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B > \angle A > \angle C$ ，下列何者為三個邊長的長度關係？(20分)

- (A) $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$ (B) $\overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$
(C) $\overline{AB} > \overline{AC} > \overline{BC}$ (D) $\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{AC}$



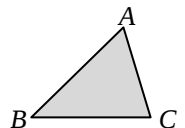
- 4 () 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A > \angle C > \angle B$ ，下列何者為三個邊長的長度關係？(20分)

- (A) $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$ (B) $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$
(C) $\overline{AB} > \overline{AC} > \overline{BC}$ (D) $\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{AC}$



- 5 () 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle C > \angle A > \angle B$ ，則下列何者錯誤？(20分)

- (A) $\overline{AB} > \overline{BC}$ (B) $\overline{BC} > \overline{AC}$ (C) $\overline{AB} > \overline{AC}$ (D) $\overline{BC} > \overline{AB}$

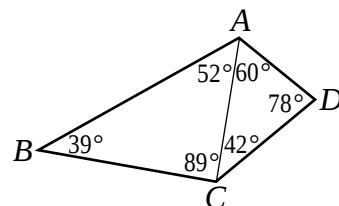




1 請根據右圖的角度數據，利用大角對大邊的關係，回答下面的問題： (每小題 12 分，共 36 分)

(1) () 在 $\triangle ABC$ 中，下列何者為三個邊長的長度關係？

- (A) $\overline{AB} > \overline{AC} > \overline{BC}$ (B) $\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{AC}$
(C) $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$ (D) $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$



(2) () 在 $\triangle ACD$ 中，下列何者為三個邊長的長度關係？

- (A) $\overline{AC} > \overline{CD} > \overline{AD}$ (B) $\overline{CD} > \overline{AC} > \overline{AD}$
(C) $\overline{AC} > \overline{AD} > \overline{CD}$ (D) $\overline{CD} > \overline{AD} > \overline{AC}$

(3) () 承(1)、(2)，下列何者為四邊形 $ABCD$ 的邊長關係？

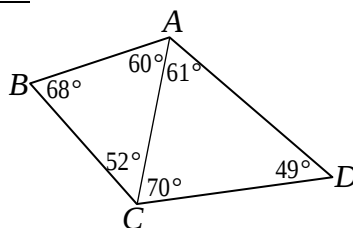
- (A) $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AD} > \overline{CD}$ (B) $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{CD} > \overline{AD}$
(C) $\overline{AB} > \overline{CD} > \overline{BC} > \overline{AD}$ (D) $\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{CD} > \overline{AD}$

2 請根據右圖的邊長數據，回答下面的問題。

(每小題 12 分，共 24 分)

(1) () 下列有關 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 的對應邊與邊長比較，何者錯誤？

- (A) $\angle B$ 的對應邊是 $\overline{AC}$ (B) $\triangle ABC$ 中， $\overline{AC}$ 邊最長
(C) $\angle D$ 的對應邊是 $\overline{AC}$ (D) $\triangle ACD$ 中， $\overline{AC}$ 邊最長

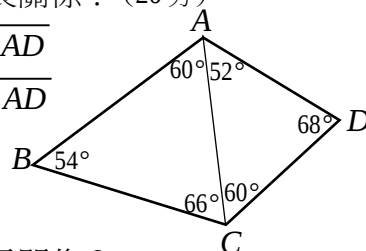


(2) () 下列何者為四邊形 $ABCD$ 的邊長關係？

- (A) $\overline{AD} > \overline{CD} > \overline{AB} > \overline{BC}$ (B) $\overline{CD} > \overline{AD} > \overline{AB} > \overline{BC}$
(C) $\overline{AD} > \overline{CD} > \overline{BC} > \overline{AB}$ (D) $\overline{CD} > \overline{AD} > \overline{BC} > \overline{AB}$

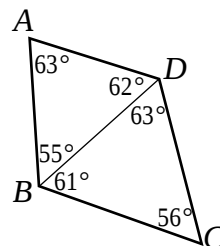
3 () 請根據右圖的邊長數據，判斷下列何者為四邊形 $ABCD$ 的邊長關係？(20 分)

- (A) $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AD} > \overline{CD}$ (B) $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{CD} > \overline{AD}$
(C) $\overline{AB} > \overline{CD} > \overline{BC} > \overline{AD}$ (D) $\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{CD} > \overline{AD}$



4 () 請根據右圖的邊長數據，判斷下列何者為四邊形 $ABCD$ 的邊長關係？(20 分)

- (A) $\overline{AB} > \overline{AD} > \overline{BC} > \overline{CD}$ (B) $\overline{AB} > \overline{AD} > \overline{BC} > \overline{CD}$
(C) $\overline{BC} > \overline{CD} > \overline{AD} > \overline{AB}$ (D) $\overline{BC} > \overline{CD} > \overline{AB} > \overline{AD}$

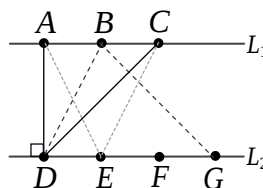




概念 ① 平行線的性質

1 平行線的性質：兩平行線之間的距離處處相等且永不相交。

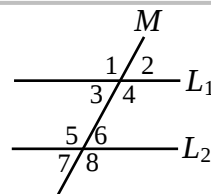
例 如圖， $L_1 \parallel L_2$ ，且線上相鄰兩點都彼此等距， $\triangle ACD$ 的面積為 4，則因為 $\triangle ACE$ 與 $\triangle ACD$ 的底與高相同，故 $\triangle ACE$ 面積 = $\triangle ACD$ 面積 = 4，又 $\triangle BDG$ 的底是 $\triangle ACE$ 的 $\frac{3}{2}$ 倍，且高相同，故 $\triangle BDG$ 的面積 = $4 \times \frac{3}{2} = 6$ 。



概念 ② 平行線的截角性質

1 如圖，當直線 $L_1 \parallel L_2$ ， M 為截線，則

- (1) 位置對應相同的兩個角稱為**同位角**，同位角相等。如 $\angle 1 = \angle 5$ ， $\angle 2 = \angle 6$ 。
- (2) 截線同一側的兩個內角稱為**同側內角**，同側內角互補。如 $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ 。
- (3) 截線的兩側且位置交錯的兩個角稱為**內錯角**，內錯角相等。如 $\angle 3 = \angle 6$ ， $\angle 4 = \angle 5$ 。



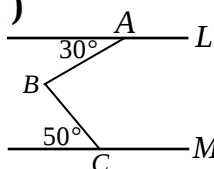
概念 ③ 平行線截角性質的應用 (I) (基礎題)

例 如右圖(一)，已知直線 $L \parallel M$ ，求 $\angle ABC$ 的度數 = ?

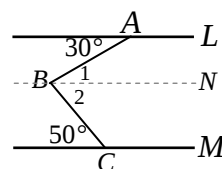
解 過 B 點作直線 $N \parallel L \parallel M$ ，

則 $\angle 1 = 30^\circ$ (內錯角相等)， $\angle 2 = 50^\circ$ (內錯角相等)，

所以 $\angle ABC = \angle 1 + \angle 2 = 30^\circ + 50^\circ = 80^\circ$ 。



圖(一)



圖(二)



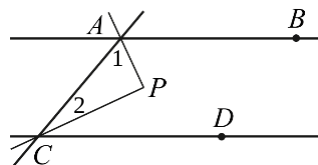
概念 ④ 平行線截角性質的應用 (II) (精熟題)

例 如右圖，已知 $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$ ， $\angle BAC$ 與 $\angle ACD$ 的角平分線交於 P 點。

若 $\angle ACD = 48^\circ$ ，求 $\angle APC$ 的度數 = ?

解 $\angle BAC = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$ (同側內角互補)

$$\angle APC = 180^\circ - \angle 1 - \angle 2 = 180^\circ - \frac{1}{2} \angle BAC - \frac{1}{2} \angle ACD = 180^\circ - \frac{1}{2} \times 132^\circ - \frac{1}{2} \times 48^\circ = 90^\circ.$$



概念 ⑤ 利用截角性質判別平行線

- 1 平行線的判別性質：**兩直線被一直線所截，若
- ① 同位角相等，則此兩直線平行；
 - ② 內錯角相等，則此兩直線平行；
 - ③ 同側內角互補，則此兩直線平行。

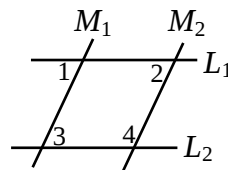


概念 ⑥ 利用平行線判別性質找平行線

例 如右圖，則：**①** 若 $\angle 1 = \angle 2$ ，則直線 $M_1 \parallel M_2$ (同位角相等)；

② 若 $\angle 1 = \angle 3$ ，則直線 $L_1 \parallel L_2$ (內錯角相等)；

③ 若 $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ ，則直線 $L_1 \parallel L_2$ (同側內角互補)。



概念 ⑦ 利用平行線判別性質作平行線

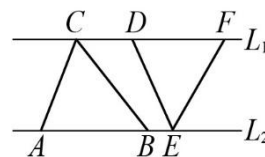
- 1** 可利用「同位角相等，則此兩直線平行」的性質，配合作等角的尺規作圖，作出角度相等的同位角，便可作出平行線。



- ① 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ， $\overline{AB} = 7$ ， $\triangle ABC$ 的面積 = 21， $\overline{DF} = 6$ ，回答下面的問題：

(1) () 在 $\triangle DEF$ 中， $\overline{DF}$ 上的高 = ? (10 分)

- (A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 12

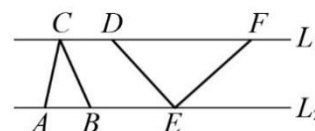


(2) () $\triangle DEF$ 的面積 = ? (10 分)

- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 18

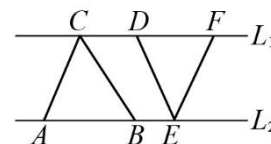
- ② () 如右圖，若 $L_1 \parallel L_2$ ，則 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 有相同的高，已知 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{DF} = 3\overline{AB} = 18$ ，且 $\triangle ABC$ 的面積 = 27，試問 $\triangle DEF$ 的面積 = ? (20 分)

- (A) 54 (B) 72 (C) 81 (D) 162



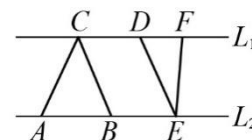
- ③ () 如右圖，若 $L_1 \parallel L_2$ ， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{DF} = 10$ ， $\triangle ABC$ 的面積 = 66，則 $\triangle DEF$ 的面積 = ?

- (A) 50 (B) 55 (C) 56 (D) 60 (20 分)



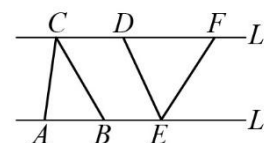
- ④ () 如右圖，若 $L_1 \parallel L_2$ ， $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{DF} = 6$ ， $\triangle ABC$ 的面積 = 55，則 $\triangle DEF$ 的面積 = ?

- (A) 33 (B) 36 (C) 39 (D) 48 (20 分)



- ⑤ () 如右圖，若 $L_1 \parallel L_2$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{DF} = 5$ ，則 $\triangle ABC$ 面積 : $\triangle DEF$ 面積 = ? (20 分)

- (A) 4 : 5 (B) 5 : 4 (C) 16 : 25 (D) 25 : 16





① 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ，回答下面的問題：(每小題 10 分，共 40 分)

(1) () 下列何者為 $\angle 1$ 的同位角？

(A) $\angle 2$ (B) $\angle 3$ (C) $\angle 4$ (D) $\angle 5$

(2) () 下列何者為 $\angle 1$ 的內錯角？

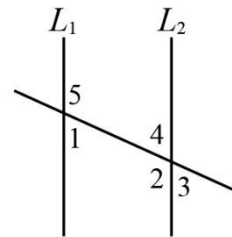
(A) $\angle 2$ (B) $\angle 3$ (C) $\angle 4$ (D) $\angle 5$

(3) () 下列何者為 $\angle 1$ 的同側內角？

(A) $\angle 2$ (B) $\angle 3$ (C) $\angle 4$ (D) $\angle 5$

(4) () 下列敘述何者錯誤？

(A) $\angle 1 = \angle 2$ (B) $\angle 1 = \angle 3$ (C) $\angle 1 = \angle 4$ (D) $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$



② 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ， $\angle 1 = 78^\circ$ ，回答下面的問題：(每小題 10 分，共 30 分)

(1) () $\angle 3 = ?$

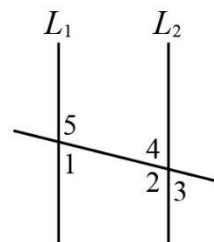
(A) 78° (B) 82° (C) 83° (D) 102°

(2) () $\angle 4 = ?$

(A) 72° (B) 78° (C) 82° (D) 102°

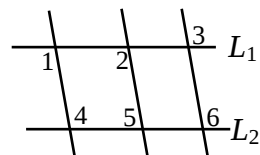
(3) () $\angle 2 = ?$

(A) 78° (B) 82° (C) 83° (D) 102°



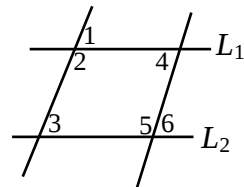
③ () 如右圖，若 $L_1 \parallel L_2$ ， $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = 100^\circ$ ，則下列敘述何者正確？(10 分)

(A) $\angle 4 = 100^\circ$ (B) $\angle 5 = 80^\circ$
(C) $\angle 6 = 100^\circ$ (D) 以上皆正確



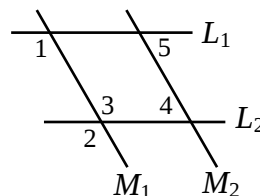
④ () 如右圖，若 $L_1 \parallel L_2$ ， $\angle 3 = 70^\circ$ ， $\angle 4 = 75^\circ$ ，則下列敘述何者錯誤？(10 分)

(A) $\angle 1 = 70^\circ$ (B) $\angle 2 = 110^\circ$
(C) $\angle 5 = 110^\circ$ (D) $\angle 6 = 75^\circ$



⑤ () 如右圖，若 $L_1 \parallel L_2$ ， $M_1 \parallel M_2$ ， $\angle 1 = 120^\circ$ ，則下列敘述何者錯誤？(10 分)

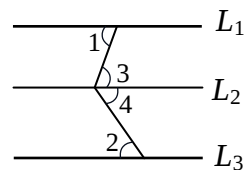
(A) $\angle 2 = 120^\circ$ (B) $\angle 3 = 120^\circ$
(C) $\angle 4 = 60^\circ$ (D) $\angle 5 = 80^\circ$





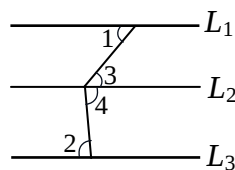
- 1 () 如右圖，已知 $L_1 // L_2 // L_3$ ， $\angle 1 = 70^\circ$ ， $\angle 2 = 55^\circ$ ，下列敘述何者正確？(20 分)

- (A) $\angle 3 = 70^\circ$ (B) $\angle 4 = 55^\circ$
(C) $\angle 3 + \angle 4 = 125^\circ$ (D) 以上皆正確



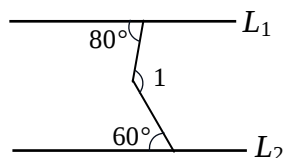
- 2 () 如右圖，已知 $L_1 // L_2 // L_3$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2 = 85^\circ$ ，則 $\angle 3 + \angle 4 = ?$ (20 分)

- (A) 135° (B) 140° (C) 145° (D) 150°



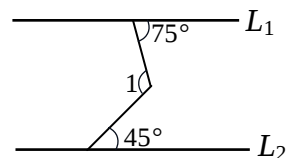
- 3 () 如右圖，已知 $L_1 // L_2$ ，則 $\angle 1 = ?$ (15 分)

- (A) 135° (B) 140° (C) 145° (D) 150°



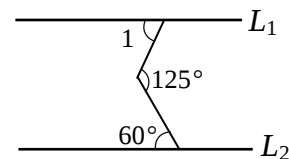
- 4 () 如右圖，已知 $L_1 // L_2$ ，則 $\angle 1 = ?$ (15 分)

- (A) 110° (B) 115° (C) 120° (D) 130°



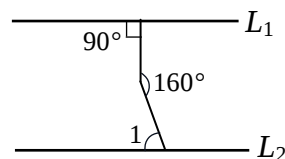
- 5 () 如右圖，已知 $L_1 // L_2$ ，則 $\angle 1 = ?$ (15 分)

- (A) 45° (B) 55° (C) 60° (D) 65°



- 6 () 如右圖，已知 $L_1 // L_2$ ，則 $\angle 1 = ?$ (15 分)

- (A) 65° (B) 70° (C) 75° (D) 80°





1 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2 = 80^\circ$ ， $\angle 6 = \angle 7$ ，回答下列問題：(每小題 10 分，共 40 分)

(1) () $\angle 4 = ?$

(A) 30° (B) 40° (C) 50° (D) 60°

(2) () $\angle 5 = ?$

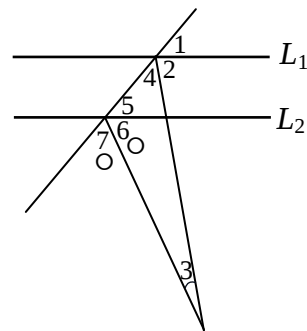
(A) 30° (B) 40° (C) 50° (D) 60°

(3) () 因為 $\angle 6 = \angle 7$ ，所以 $\angle 6 = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle 5) = ?$

(A) 57.5° (B) 60° (C) 62.5° (D) 65°

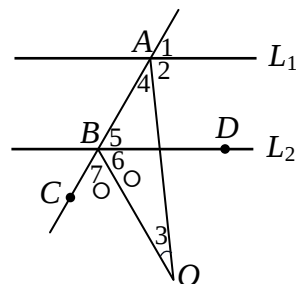
(4) () 承(1)、(2)、(3)，由 $\angle 3 = 180^\circ - \angle 4 - \angle 5 - \angle 6 = ?$

(A) 15° (B) 17.5° (C) 20° (D) 22.5°



2 () 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ， $\angle 1 = 60^\circ$ ， $\angle 2 = 84^\circ$ ， $\overline{BO}$ 平分 $\angle CBD$ ，則 $\angle 3 = ?$ (15 分)

(A) 22° (B) 24° (C) 26° (D) 34°



3 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，回答下面的問題：(每小題 10 分，共 30 分)

(1) () 品謙說「 $L_1 \parallel L_2$ ，則 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ 」，是應用平行線截角的哪個性質？

(A) 同位角互補 (B) 內錯角互補

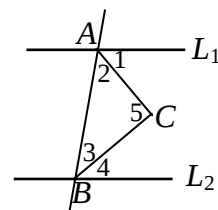
(C) 同側內角互補 (D) 以上皆非

(2) () 因為 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，承(1)可得 $2\angle 2 + 2\angle 3 = 180^\circ$ ，則 $\angle 2 + \angle 3 = ?$

(A) 80° (B) 90° (C) 100° (D) 110°

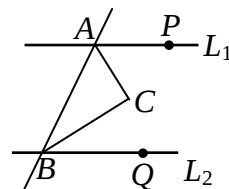
(3) () 承(2)可得 $\angle 5 = ?$

(A) 75° (B) 80° (C) 90° (D) 95°



4 () 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ， $\overline{AC}$ 是 $\angle PAB$ 的角平分線， $\overline{BC}$ 是 $\angle QBA$ 的角平分線，且 $\angle PAB = 116^\circ$ ， $\angle QBA = 64^\circ$ ，則 $\angle ACB = ?$ (15 分)

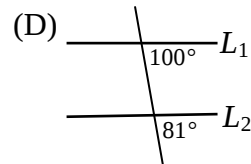
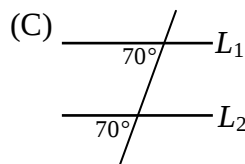
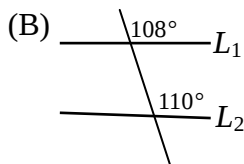
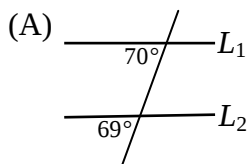
(A) 90° (B) 88° (C) 86° (D) 84°



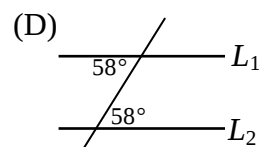
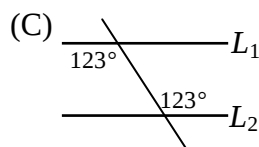
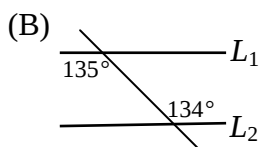
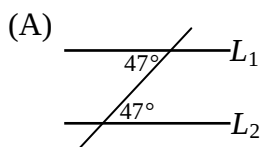


- 1 () 若直線 L_1 和直線 L_2 被一直線 M 所截，在何種條件下， L_1 和 L_2 平行？(20 分)
- (A) 同位角相等 (B) 內錯角相等 (C) 同側內角互補 (D) 以上任一條件皆可

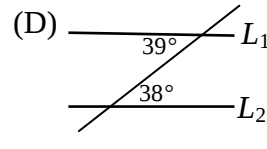
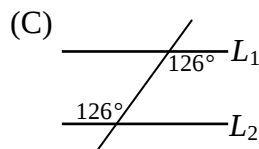
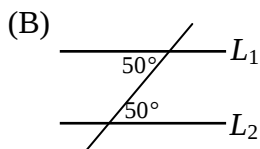
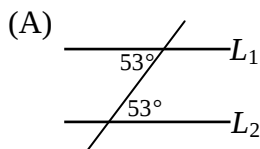
- 2 () 下列哪一個選項的 L_1 和 L_2 平行？(20 分)



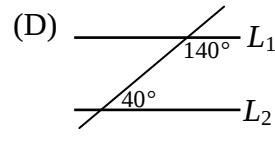
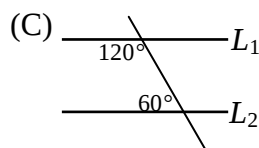
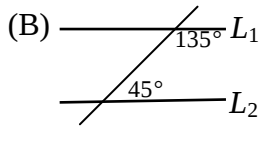
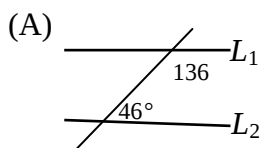
- 3 () 下列哪一個選項的 L_1 和 L_2 不平行？(15 分)



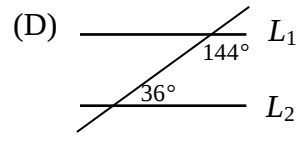
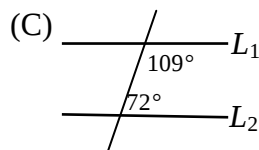
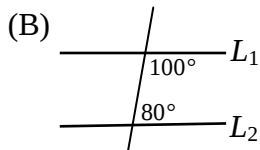
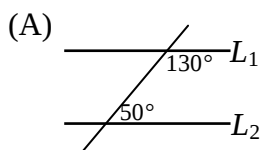
- 4 () 下列哪一個選項的 L_1 和 L_2 不平行？(15 分)



- 5 () 下列哪一個選項的 L_1 和 L_2 不平行？(15 分)



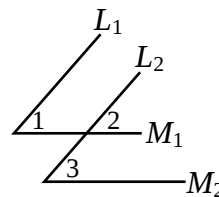
- 6 () 下列哪一個選項的 L_1 和 L_2 不平行？(15 分)





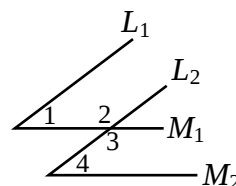
- ① () 如右圖，已知 $\angle 1 = \angle 3 = 48^\circ$ ，若 $\angle 2 = a^\circ$ 時， $L_1 \parallel L_2$ 且 $M_1 \parallel M_2$ ，則 $a = ?$ (15 分)

- (A) 44 (B) 48
(C) 52 (D) 56



- ② () 如右圖，已知 $\angle 1 = \angle 4 = 38^\circ$ ，若 $\angle 2 = \angle 3 = a^\circ$ 時， $L_1 \parallel L_2$ 且 $M_1 \parallel M_2$ ，則 $a = ?$ (15 分)

- (A) 132 (B) 138
(C) 142 (D) 148



- ③ 請根據右圖回答下面的問題。(每小題 10 分，共 30 分)

- (1) () 若 $\angle 1 = \angle 2$ ，則下列何者成立？

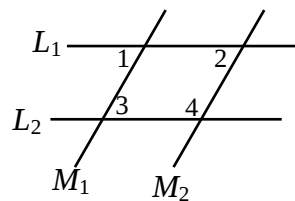
- (A) $L_1 \parallel L_2$ (B) $M_1 \parallel M_2$ (C) $L_1 \perp L_2$ (D) $M_1 \perp M_2$

- (2) () 若 $\angle 1 = \angle 3$ ，則下列何者成立？

- (A) $L_1 \parallel L_2$ (B) $M_1 \parallel M_2$ (C) $L_1 \perp L_2$ (D) $M_1 \perp M_2$

- (3) () 若 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ，則下列何者成立？

- (A) $L_1 \parallel L_2$ (B) $M_1 \parallel M_2$ (C) $L_1 \perp L_2$ (D) $M_1 \perp M_2$



- ④ 請根據右圖回答下面的問題。(每小題 10 分，共 40 分)

- (1) () 若 $\angle 1 = \angle 2$ ，則下列何者成立？

- (A) $L_1 \parallel L_2$ (B) $M_1 \parallel M_2$ (C) $M_1 \parallel M_3$ (D) $M_2 \parallel M_3$

- (2) () 若 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，則下列何者成立？

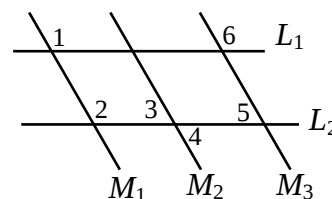
- (A) $L_1 \parallel L_2$ (B) $M_1 \parallel M_2$ (C) $M_1 \parallel M_3$ (D) $M_2 \parallel M_3$

- (3) () 若 $\angle 4 = \angle 5$ ，則下列何者成立？

- (A) $L_1 \parallel L_2$ (B) $M_1 \parallel M_2$ (C) $M_1 \parallel M_3$ (D) $M_2 \parallel M_3$

- (4) () 若 $\angle 1 = \angle 6$ ，則下列何者成立？

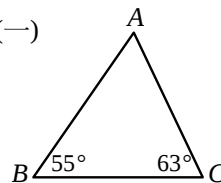
- (A) $L_1 \parallel L_2$ (B) $M_1 \parallel M_2$ (C) $M_1 \parallel M_3$ (D) $M_2 \parallel M_3$



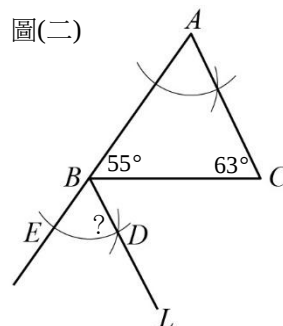


- 1 如右圖(一)，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle ABC=55^\circ$ ， $\angle C=63^\circ$ ，利用尺規作圖作出通過 B 點且平行 $\overline{AC}$ 的直線 L ，如右圖(二)，回答下面的問題。(每小題 20 分，共 40 分)

圖(一)



圖(二)



- (1) () 上述是利用哪一種尺規作圖的方法？

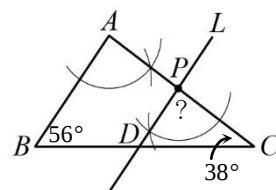
- (A) 等角作圖
(B) 等線段作圖
(C) 中垂線作圖
(D) 角平分線作圖

- (2) () $\angle DBE = ?$

- (A) 60° (B) 62° (C) 64° (D) 66°

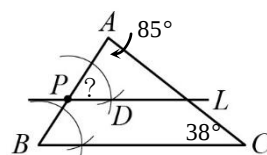
- 2 () 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B=56^\circ$ ， $\angle C=38^\circ$ ，利用尺規作圖作出通過 P 點且平行 $\overline{AB}$ 的直線 L ，試問 $\angle CPD = ?$ (20 分)

- (A) 82° (B) 84° (C) 86° (D) 88°



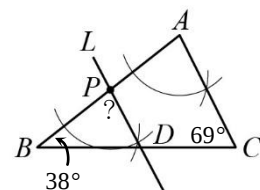
- 3 () 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A=85^\circ$ ， $\angle C=38^\circ$ ，利用尺規作圖作出通過 P 點且平行 $\overline{BC}$ 的直線 L ，試問 $\angle APD = ?$ (20 分)

- (A) 47° (B) 57° (C) 63° (D) 65°



- 4 () 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B=38^\circ$ ， $\angle C=69^\circ$ ，利用尺規作圖作出通過 P 點且平行 $\overline{AC}$ 的直線 L ，試問 $\angle BPD = ?$ (20 分)

- (A) 69° (B) 71° (C) 72° (D) 73°



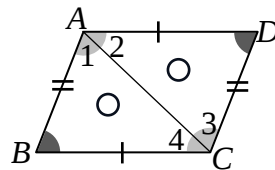


概念 ① 平行四邊形的性質

1 平行四邊形的性質：① 一條對角線可將 $\square$ 分成兩個全等三角形。

② 兩組對邊分別相等，兩組對角也分別相等。

例 右圖平行四邊形 $ABCD$ 中， $\angle 1 = \angle 3$ ， $\overline{AC} = \overline{AC}$ ， $\angle 2 = \angle 4$ ，所以 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (ASA 全等)，故 $\angle B = \angle D$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{AD} = \overline{CB}$ 且 $\angle BAD = \angle DCB$ 。



概念 ② 平行四邊形對邊相等與對角相等的應用 (I) 【 $\because \Rightarrow$ 因為； $\therefore \Rightarrow$ 所以】

例 如概念 ① 的 $\square ABCD$ 中，若 $\angle B = 69^\circ$ ， $\overline{AB} = 2x - 4$ ， $\overline{CD} = x + 1$ ，求 $\angle D$ 度數與 $\overline{AB}$ 長度。

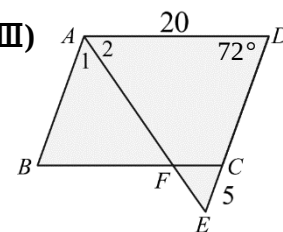
解 (1) $\angle D = \angle B = 69^\circ$ 。(2) $\because \overline{AB} = \overline{CD} \therefore 2x - 4 = x + 1 \Rightarrow x = 5$ ，故 $\overline{AB} = 2 \times 5 - 4 = 6$ 。



概念 ③、概念 ④ 平行四邊形對邊相等與對角相等的應用 (II)、(III)

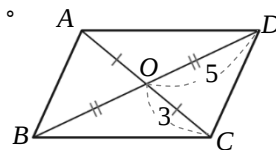
例 如右圖， $\square ABCD$ 中，若 $\angle D = 72^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{AD} = 20$ ， $\overline{CE} = 5$ ，求 $\angle E$ 的度數與 $\overline{AB}$ 的長度。

解 (1) $\because \angle E = \angle 1$ (平行線截角性質) $\therefore \angle E = \angle 2 = (180^\circ - 72^\circ) \div 2 = 54^\circ$ 。
(2) $\because \angle E = \angle 2 = 54^\circ \therefore \overline{DE} = \overline{AD} = 20$ ，故 $\overline{AB} = \overline{CD} = 20 - 5 = 15$ 。



概念 ⑤ 平行四邊形的對角線性質：平行四邊形的對角線互相平分。

例 如右圖， $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，若 $\overline{OC} = 3$ ， $\overline{OD} = 5$ ，則 (1) $\overline{AC} = 2\overline{OC} = 6$ ；(2) $\overline{BD} = 2\overline{OD} = 10$ 。



概念 ⑥ 平行四邊形中的面積關係：兩對角線將平行四邊形分成 4 個等面積的三角形。

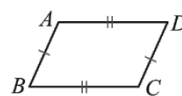
例 如概念 ⑤ 的 $\square ABCD$ 中，若 $\square ABCD$ 的面積 = 24，

則 $\triangle AOB$ 的面積 = $\triangle AOD$ 的面積 = $\triangle COD$ 的面積 = $\triangle BOC$ 的面積 = $24 \times \frac{1}{4} = 6$ 。



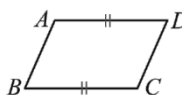
概念 ⑦ 平行四邊形的判別 (I)：兩組對邊分別相等

1 平行四邊形的判別性質 (I)：四邊形的兩組對邊若分別相等，則為平行四邊形。



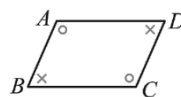
概念 ⑧ 平行四邊形的判別 (II)：一組對邊平行且相等

1 平行四邊形的判別性質 (II)：有一組對邊平行且相等的四邊形是平行四邊形。



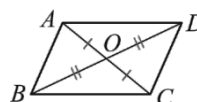
概念 ⑨ 平行四邊形的判別 (III)：兩組對角分別相等

1 平行四邊形的判別性質 (III)：兩組對角分別相等的四邊形，是平行四邊形。



概念 ⑩ 平行四邊形的判別 (IV)：對角線互相平分

1 平行四邊形的判別性質 (IV)：兩組對角線互相平分的四邊形，是平行四邊形。





Nani

基礎特訓班

4-2 平行四邊形

概念 ① 平行四邊形的性質

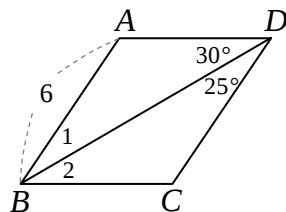
班 號

姓名

- ① () 如右圖， $\overline{BD}$ 為平行四邊形的對角線， $\overline{AB} = 6$ ， $\angle A = 125^\circ$ ，

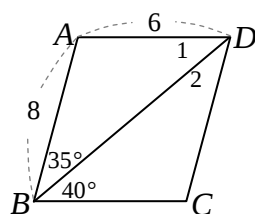
$\angle ADB = 30^\circ$ ， $\angle BDC = 25^\circ$ ，則下列敘述何者錯誤？(20 分)

- (A) $\angle 1 = \angle ADB = 30^\circ$ (B) $\angle ABC = \angle ADC = 55^\circ$
(C) $\angle C = 180^\circ - \angle ADC = 125^\circ$ (D) $\overline{CD} = \overline{AB} = 6$



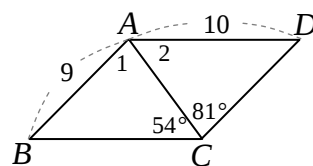
- ② () 如右圖， $\overline{BD}$ 為平行四邊形的對角線，請根據圖中的數據，判斷下列敘述何者錯誤？(20 分)

- (A) $\angle 1 = \angle DBC = 40^\circ$ (B) $\angle ADC = \angle ABC = 75^\circ$
(C) $\angle A = 180^\circ - \angle ABC = 105^\circ$ (D) $\overline{BC} = \overline{AB} = 8$



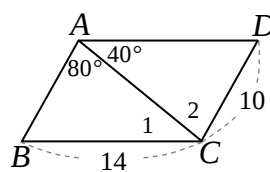
- ③ () 如右圖， $\overline{AC}$ 為平行四邊形的對角線，請根據圖中的數據，判斷下列敘述何者正確？(20 分)

- (A) $\angle 1 = \angle ACB = 54^\circ$ (B) $\angle 2 = \angle ACD = 81^\circ$
(C) $\angle BAD = \angle BCD = 135^\circ$ (D) $\overline{BC} = \overline{AB} = 9$



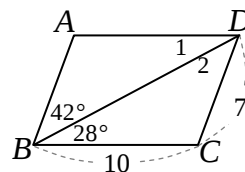
- ④ () 如右圖， $\overline{AC}$ 為平行四邊形的對角線，請根據圖中的數據，判斷下列敘述何者正確？(20 分)

- (A) $\angle 1 = 60^\circ$ (B) $\angle 2 = 80^\circ$
(C) $\angle BCD = 100^\circ$ (D) $\overline{AD} = 10$



- ⑤ () 如右圖， $\overline{BD}$ 為平行四邊形的對角線，請根據圖中的數據，判斷下列敘述何者正確？(20 分)

- (A) $\angle 1 = 42^\circ$ (B) $\angle 2 = 28^\circ$
(C) $\angle ADC = 60^\circ$ (D) $\overline{AB} = 7$





Nani

基礎特訓班

4-2 平行四邊形

概念

② 平行四邊形對邊相等與對角相等的應用(I)

班 號

姓名

- ① 右圖 $\square ABCD$ 中，若 $\angle B = 69^\circ$ ， $\overline{AD} = 3x - 7$ ， $\overline{BC} = x + 5$ ，回答下列問題。

(1) () 下列敘述何者正確？(10分)

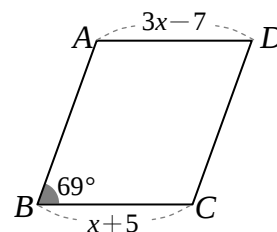
- (A) $\angle D = 69^\circ$ (B) $\overline{AD} = \overline{BC}$
(C) $\overline{AB} = \overline{CD}$ (D) 以上皆正確

(2) () 求 $x = ?$ (10分)

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

(3) () 承(2)，求 $\overline{BC} = ?$ (10分)

- (A) 11 (B) 10 (C) 9 (D) 8



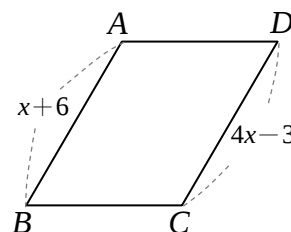
- ② 右圖 $\square ABCD$ 中，若 $\overline{AB} = x + 6$ ， $\overline{CD} = 4x - 3$ ，回答下列問題。

(1) () 求 $x = ?$ (15分)

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

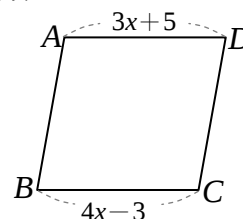
(2) () 承(1)，求 $\overline{AB} = ?$ (10分)

- (A) 11 (B) 10 (C) 9 (D) 8



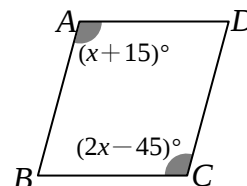
- ③ () 右圖 $\square ABCD$ 中，若 $\overline{AD} = 3x + 5$ ， $\overline{BC} = 4x - 3$ ，則 $\overline{AD} = ?$ (15分)

- (A) 29 (B) 26 (C) 23 (D) 20



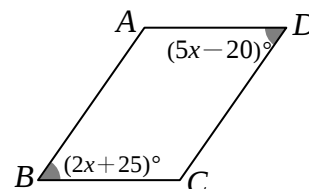
- ④ () 右圖 $\square ABCD$ 中，若 $\angle A = (x + 15)^\circ$ ， $\angle C = (2x - 45)^\circ$ ，則 $\angle A = ?$ (15分)

- (A) 70° (B) 75° (C) 78° (D) 80°



- ⑤ () 右圖 $\square ABCD$ 中，若 $\angle B = (2x + 25)^\circ$ ， $\angle D = (5x - 20)^\circ$ ，則 $\angle B = ?$ (15分)

- (A) 45° (B) 48° (C) 50° (D) 55°





Nani

基礎特訓班

4-2 平行四邊形

概念

3 平行四邊形對邊相等與對角相等的應用(II)

班 號

姓名

1 右圖 $\square ABCD$ 中，已知 $\angle D = 72^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 10$ ，回答下列問題。

(1) () $\angle ABC = ?$

(每小題 10 分，共 40 分)

(A) 60° (B) 64° (C) 72° (D) 80°

(2) () $\angle 2 = ?$

(A) 30° (B) 36° (C) 40° (D) 42°

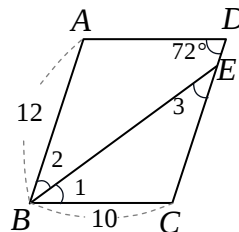
(3) () $\angle 3 = ?$

(A) 30° (B) 36° (C) 40° (D) 42°

(4) () $\overline{CE}$ 和 $\overline{DE}$ 的長度分別為多少？

(A) $\overline{CE} = 10$ ， $\overline{DE} = 2$ (B) $\overline{CE} = 9$ ， $\overline{DE} = 3$

(C) $\overline{CE} = 8$ ， $\overline{DE} = 4$ (D) $\overline{CE} = 10$ ， $\overline{DE} = 3$



2 右圖 $\square ABCD$ 中，已知 $\angle C = 120^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{AD} = 28$ ， $\overline{CD} = 18$ ，回答下列問題。

(1) () $\angle 2 = ?$

(每小題 10 分，共 30 分)

(A) 50° (B) 55° (C) 60° (D) 65°

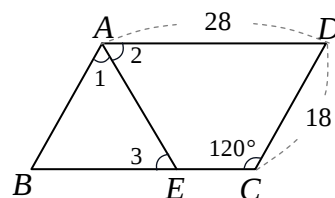
(2) () $\angle 3 = ?$

(A) 50° (B) 55° (C) 60° (D) 65°

(3) () $\overline{BE}$ 和 $\overline{EC}$ 的長度分別為多少？

(A) $\overline{BE} = 18$ ， $\overline{EC} = 10$ (B) $\overline{BE} = 20$ ， $\overline{EC} = 8$

(C) $\overline{BE} = 16$ ， $\overline{EC} = 12$ (D) $\overline{BE} = 18$ ， $\overline{EC} = 8$



3 右圖 $\square ABCD$ 中，已知 $\angle C = 114^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{BC} = 17$ ， $\overline{CD} = 10$ ，回答下列問題。

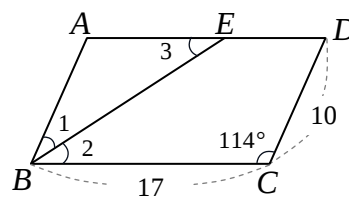
(1) () $\angle 3 = ?$

(每小題 15 分，共 30 分)

(A) 38° (B) 36° (C) 34° (D) 33°

(2) () $\overline{ED}$ 的長度 = ?

(A) 10 (B) 9 (C) 8 (D) 7





Nani

基礎特訓班

4-2 平行四邊形

概念

4 平行四邊形對邊相等與對角相等的應用(III)

班 號

姓名

1 右圖 $\square ABCD$ 中，已知 $\angle D = 72^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{AD} = 9$ ， $\overline{CE} = 2$ ，回答下列問題。

(1) () 下列敘述何者正確？

(每小題 10 分，共 40 分)

- (A) $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ (B) $\angle E = \angle 1$ (內錯角相等)
(C) $\overline{AD} = \overline{DE}$ (D) 以上皆正確

(2) () $\angle 2 = ?$

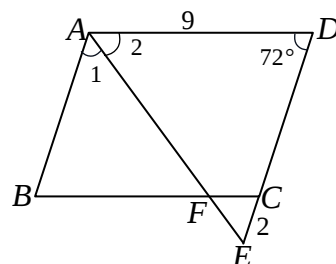
- (A) 36° (B) 48° (C) 54° (D) 56°

(3) () $\angle E = ?$

- (A) 60° (B) 54° (C) 44° (D) 36°

(4) () $\overline{DE}$ 和 $\overline{CD}$ 的長度分別為多少？

- (A) $\overline{DE} = 9$ ， $\overline{CD} = 7$ (B) $\overline{DE} = 10$ ， $\overline{CD} = 8$
(C) $\overline{DE} = 11$ ， $\overline{CD} = 9$ (D) $\overline{DE} = 13$ ， $\overline{CD} = 11$



2 右圖 $\square ABCD$ 中，已知 $\angle BCD = 120^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{AD} = 14$ ， $\overline{CE} = 5$ ，回答下列問題。

(1) () $\angle 2 = ?$

(每小題 10 分，共 30 分)

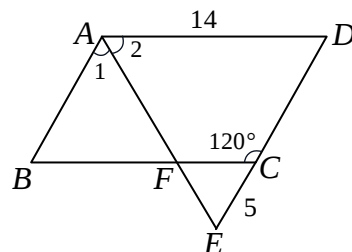
- (A) 50° (B) 55° (C) 60° (D) 65°

(2) () $\angle E = ?$

- (A) 50° (B) 55° (C) 60° (D) 65°

(3) () $\overline{DE}$ 和 $\overline{CD}$ 的長度分別為多少？

- (A) $\overline{DE} = 12$ ， $\overline{CD} = 7$ (B) $\overline{DE} = 14$ ， $\overline{CD} = 9$
(C) $\overline{DE} = 16$ ， $\overline{CD} = 11$ (D) $\overline{DE} = 19$ ， $\overline{CD} = 14$



3 右圖 $\square ABCD$ 中，已知 $\angle C = 114^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{BC} = 34$ ， $\overline{DE} = 14$ ，回答下列問題。

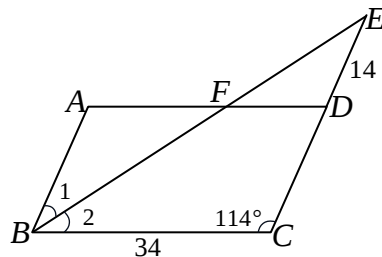
(1) () $\angle E = ?$

(每小題 15 分，共 30 分)

- (A) 33° (B) 34° (C) 36° (D) 38°

(2) () $\overline{CD}$ 的長度 = ?

- (A) 17 (B) 18 (C) 19 (D) 20





Nani

基礎特訓班

4-2 平行四邊形

概念 5 平行四邊形的對角線性質

班 號

姓名

1 右圖 $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，回答下列問題。(每小題 12 分，共 36 分)

(1) () 下列敘述何者正確？

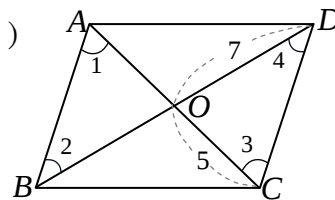
- (A) $\angle 1 = \angle 3$ (內錯角相等) (B) $\angle 2 = \angle 4$ (內錯角相等)
(C) $\overline{AB} = \overline{CD}$ ($\square$ 對邊相等) (D) 以上皆正確

(2) () 下列敘述何者正確？

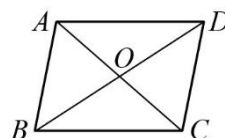
- (A) $\triangle AOB \cong \triangle COD$ (B) $\overline{OA} = \overline{OC}$
(C) $\overline{OB} = \overline{OD}$ (D) 以上皆正確

(3) () 求 $\overline{AC} + \overline{BD} = ?$

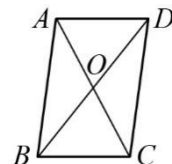
- (A) 24 (B) 26 (C) 28 (D) 30



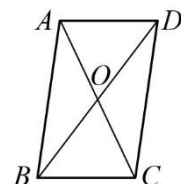
2 () 右圖 $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，若 $\overline{OC} = 9$ ， $\overline{OD} = 10$ ，則 $\overline{AC} + \overline{BD} = ?$
(A) 36 (B) 38 (C) 44 (D) 48 (16 分)



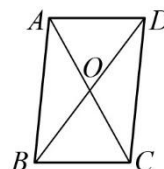
3 () 右圖 $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，若 $\overline{OC} = 15$ ， $\overline{OD} = 17$ ，則 $\overline{AC} + \overline{BD} = ?$
(A) 60 (B) 64 (C) 68 (D) 72 (16 分)



4 () 右圖 $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，若 $\overline{AC} = 14$ ， $\overline{BD} = 16$ ，則 $\overline{OC} + \overline{OD} = ?$
(A) 14 (B) 14.5 (C) 15 (D) 15.5 (16 分)



5 () 右圖 $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，若 $\overline{AC} = 38$ ， $\overline{BD} = 42$ ，則 $\overline{OA} + \overline{OB} = ?$
(A) 40 (B) 40.5 (C) 41 (D) 41.5 (16 分)





Nani

基礎特訓班

4-2 平行四邊形

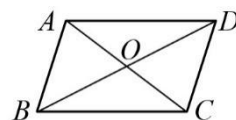
概念 ⑥ 平行四邊形中的面積關係

班 號

姓名

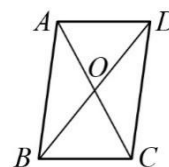
① () 右圖 $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，則下列敘述何者正確？(15 分)

- (A) $\triangle AOB$ 面積 = $\triangle COD$ 面積 (B) $\triangle AOD$ 面積 = $\triangle COB$ 面積
(C) $\triangle AOB$ 面積 = $\triangle COB$ 面積 (D) 以上皆正確



② () 右圖 $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，若 $\square ABCD$ 的面積 = 40，則 $\triangle AOB$ 面積 = ?

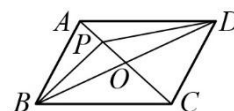
- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16



(15 分)

③ () 右圖 $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點， P 為 $\overline{AO}$ 之中點 ($\overline{AP} = \overline{OP}$)，下列敘述何者正確？(15 分)

- (A) $\triangle ABO$ 面積 = $\frac{1}{4}$ $\square ABCD$ 面積 (B) $\triangle APB$ 面積 = $\triangle OPB$ 面積
(C) $\triangle APD$ 面積 = $\triangle OPD$ 面積 (D) 以上皆正確



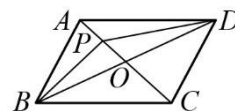
④ () 承 ③，下列敘述何者正確？(15 分)

- (A) $\triangle APB$ 面積 = $\frac{1}{2}$ $\triangle ABO$ 面積 (B) $\triangle OPB$ 面積 = $\frac{1}{8}$ $\square ABCD$ 面積
(C) $\triangle BPD$ 面積 = $\frac{1}{4}$ $\square ABCD$ 面積 (D) 以上皆正確

⑤ () 右圖 $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，若 $\square ABCD$ 的面積 = 80，則 $\triangle APB$ 面積 = ?

- (A) 20 (B) 15 (C) 10 (D) 8

(20 分)



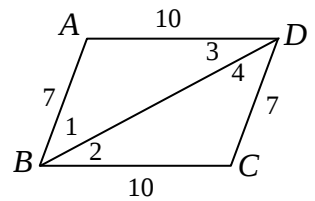
⑥ () 承 ⑤，求 $\triangle BPD$ 面積 = ?

- (A) 30 (B) 20 (C) 18 (D) 16

(20 分)



- ① () 右圖四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{CD} = 7$ ， $\overline{AD} = \overline{BC} = 10$ ，則下列敘述何者正確？ (15 分)
- (A) $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ (SSS 全等) (B) $\angle 1 = \angle 4$ (對應角相等)
(C) $\angle 2 = \angle 3$ (對應角相等) (D) 以上皆正確



- ② () 承①，下列敘述何者正確？ (15 分)
- (A) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ (內錯角 $\angle 1$ 、 $\angle 4$ 相等) (B) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ (內錯角 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 相等)
(C) 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形 (D) 以上皆正確

- ③ () 下列哪一個選項的四個邊可以形成平行四邊形？ (15 分)
- (A) 8 cm、8 cm、9 cm、9 cm
(B) 5 cm、5 cm、6 cm、8 cm
(C) 6 cm、6 cm、6 cm、12 cm
(D) 4 cm、5 cm、5 cm、6 cm

- ④ () 下列哪一個選項的四個邊可以形成平行四邊形？ (15 分)
- (A) 6 cm、8 cm、8 cm、9 cm
(B) 5 cm、6 cm、5 cm、6 cm
(C) 7 cm、7 cm、10 cm、12 cm
(D) 6 cm、8 cm、6 cm、10 cm

- ⑤ () 品謙測量一個平行四邊形的邊長後，從最上面的邊開始，依順時針方向將四個邊長記錄下來，如果他的記錄是正確的，下列哪一個選項可能是品謙測量記錄的結果？ (20 分)
- (A) 6 cm、6 cm、8 cm、8 cm
(B) 5 cm、6 cm、6 cm、5 cm
(C) 7 cm、10 cm、7 cm、10 cm
(D) 9 cm、9 cm、8 cm、8 cm

- ⑥ () 芝璇測量一個平行四邊形的邊長後，從最上面的邊開始，依順時針方向將四個邊長記錄下來，如果他的記錄是正確的，下列哪一個選項不可能是芝璇測量記錄的結果？ (20 分)
- (A) 4 cm、7 cm、4 cm、7 cm
(B) 8 cm、8 cm、10 cm、10 cm
(C) 3 cm、5 cm、3 cm、5 cm
(D) 9 cm、12 cm、9 cm、12 cm



Nani

基礎特訓班

4-2 平行四邊形

概念

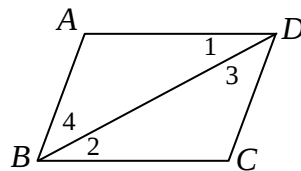
8 平行四邊形的判別(II)：一組對邊平行且相等

____ 班 ____ 號

姓名

- ① () 右圖四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AD} = \overline{BC}$ ，且 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，下列何者不是 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ (SAS 全等) 的條件之一？(20 分)

- (A) $\overline{AD} = \overline{BC}$ (已知條件)
 (B) $\angle 1 = \angle 2$ (內錯角相等)
 (C) $\overline{BD} = \overline{BD}$ (公用邊)
 (D) $\overline{AB} = \overline{CD}$ (對邊相等)

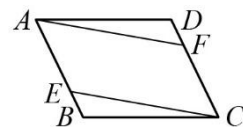


- ② () 承①，下列敘述何者正確？(20 分)

- (A) $\angle 3 = \angle 4$ (對應角相等)
 (B) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ (內錯角 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 相等)
 (C) 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形
 (D) 以上皆正確

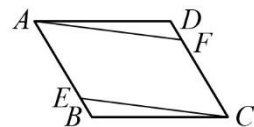
- ③ () 右圖 $\square ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{CD} = 8$ ，且 $\overline{BE} = \overline{DF} = 2$ ，下列敘述何者正確？

- (A) $\overline{AE} \parallel \overline{CF}$
 (B) $\overline{AE} = \overline{CF} = 6$
 (C) 四邊形 $AECF$ 為平行四邊形
 (D) 以上皆正確



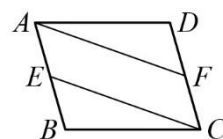
(20 分)

- ④ () 如右圖，在 $\square ABCD$ 中， $\overline{BE} = 3$ ， $\overline{AB} = 16$ 。若 $AECF$ 是平行四邊形，則 $\overline{CF} = ?$
 (A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16



(20 分)

- ⑤ () 如右圖，在 $\square ABCD$ 中， $\overline{CD} = 25$ ， $\overline{DF} = 13$ 。若 $AECF$ 是平行四邊形，則 $\overline{AE} = ?$
 (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14



(20 分)



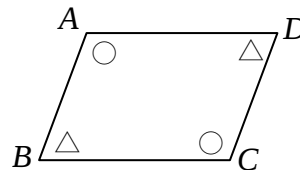
- 1 () 右圖四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$ ，則下列敘述何者正確？(20 分)

(A) $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ (同側內角互補)

(B) $\angle A + \angle D = 180^\circ$ ， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ (同側內角互補)

(C) 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形

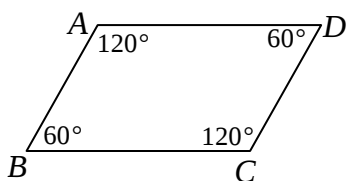
(D) 以上皆正確



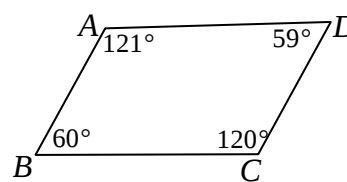
- 2 下面各題若是平行四邊形的，在 () 內畫○，不是平行四邊形的，在 () 內打×。

(每小題 10 分，共 40 分)

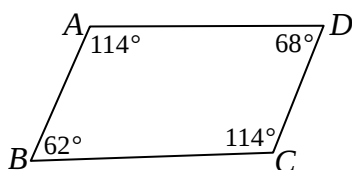
(1) ()



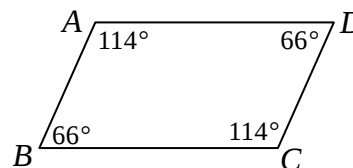
(2) ()



(3) ()



(4) ()



- 3 () 品謙測量一個平行四邊形 4 個角的角度後，從左上角開始，依順時針方向將 4 個角的角度記錄下來，如果他的記錄是正確的，下列哪一個選項可能是品謙測量記錄的結果？

(A) 40° 、 140° 、 60° 、 120°

(20 分)

(B) 80° 、 80° 、 100° 、 100°

(C) 70° 、 110° 、 70° 、 110°

(D) 80° 、 80° 、 80° 、 120°

- 4 () 芝璇測量一個平行四邊形 4 個角的角度後，從左上角開始，依順時針方向將 4 個角的角度記錄下來，如果他的記錄是正確的，下列哪一個選項不可能是芝璇測量記錄的結果？

(A) 60° 、 120° 、 60° 、 120°

(20 分)

(B) 75° 、 75° 、 105° 、 105°

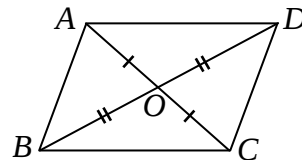
(C) 80° 、 100° 、 80° 、 100°

(D) 135° 、 45° 、 135° 、 45°



- 1 () 右圖四邊形 $ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，若 $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ ，則下列何者不是 $\triangle AOD \cong \triangle COB$ (SAS 全等) 的條件之一？(10 分)

- (A) $\overline{AD} = \overline{BC}$ (對邊相等)
 (B) $\overline{OA} = \overline{OC}$ (已知條件)
 (C) $\angle AOD = \angle COB$ (對頂角相等)
 (D) $\overline{OB} = \overline{OD}$ (已知條件)

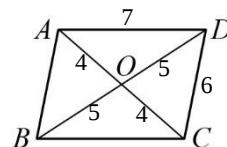


- 2 () 承 1，下列敘述何者正確？(10 分)

- (A) $\angle ADO = \angle CBO$ (對應角相等)， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ (內錯角 $\angle ADO$ 、 $\angle CBO$ 相等)
 (B) $\overline{AD} = \overline{BC}$ (對應邊相等)
 (C) 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形 (一組對應邊 $\overline{AD} = \overline{BC}$ ，且 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$)
 (D) 以上皆正確

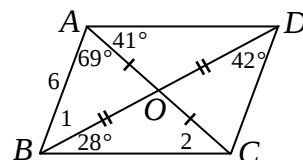
- 3 () 右圖四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{OA} = \overline{OC} = 4$ ， $\overline{OB} = \overline{OD} = 5$ ，且 $\overline{CD} = 6$ ， $\overline{AD} = 7$ ，則 $\overline{AB} = ?$ (20 分)

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7



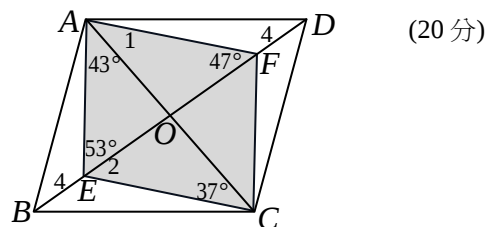
- 4 () 右圖四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ ，則 $\angle 1 + \angle 2 = ?$ (20 分)

- (A) 97° (B) 83° (C) 70° (D) 69°



- 5 () 在右圖的平行四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{BD} = 22$ ， $\overline{BE} = \overline{DF} = 4$ ，則下列敘述何者正確？

- (A) $\overline{OA} = \overline{OC}$
 (B) $\overline{OB} = \overline{OD} = 11$ ， $\overline{OE} = \overline{OF} = 7$
 (C) 四邊形 $AECF$ 為平行四邊形
 (D) 以上皆正確



- 6 () 承 5，求 $\angle 1 + \angle 2 = ?$ (20 分)

- (A) 84° (B) 90° (C) 96° (D) 100°

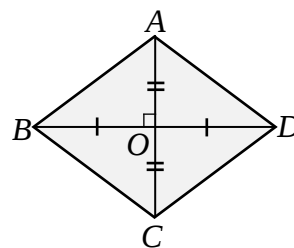


概念 ① 菱形的對角線性質：

1 菱形的定義：四邊等長的四邊形，如右圖， $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 。

2 菱形的對角線性質：菱形的兩條對角線互相垂直且平分，
兩條對角線皆為圖形的對稱軸。

例 右圖為菱形，所以兩條對角線互相垂直平分， O 為對角線交點，
則 $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ ， $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD = 90^\circ$ 。

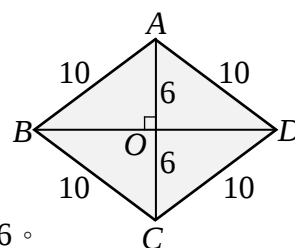


概念 ② 菱形對角線性質的應用

例 右圖菱形 $ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，菱形的任意一個邊長為 10，且 $\overline{AC} = 12$ ，求 $\overline{BD} = ?$

解 $\because$ 菱形的兩條對角線互相垂直平分

$$\therefore \overline{BD} = 2\overline{BO} = 2\sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AO}^2} = 2\sqrt{10^2 - 6^2} = 2\sqrt{64} = 2 \times 8 = 16。$$



概念 ③ 菱形的面積 = 兩條對角線乘積的一半

例 如 **概念 ②** 的菱形 $ABCD$ ，若 $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BD} = 16$ ，則菱形 $ABCD$ 的面積 $= \frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 96$ 。



概念 ④ 箏形的對角線性質與面積

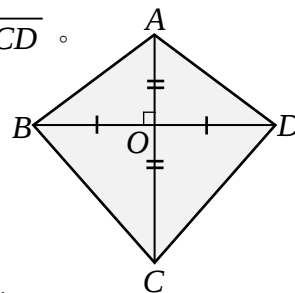
1 箏形的定義：兩組鄰邊等長的四邊形，如右圖， $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{BC} = \overline{CD}$ 。

2 箏形的對角線性質：箏形的兩條對角線互相垂直，其中一條對角線為圖形的對稱軸，且(垂直)平分另一條對角線。

例 右圖為箏形，所以兩條對角線互相垂直， O 為對角線交點，
則 $\overline{OB} = \overline{OD}$ ， $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD = 90^\circ$ 。

3 箏形的面積 = 兩條對角線乘積的一半。

例 右圖為箏形，兩條對角線長度分別為 $\overline{AC} = 15$ ， $\overline{BD} = 16$ ，其面積 $= \frac{1}{2} \times 15 \times 16 = 120$ 。

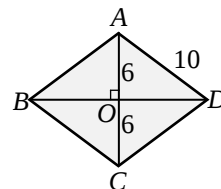


概念 ⑤ 菱形的判別性質：若一個四邊形的對角線互相垂直平分，則此四邊形為菱形。

例 右圖的四邊形 $ABCD$ 中，若 $\overline{OA} = \overline{OC} = 6$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ ，
且 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{AD} = 10$ ，求 $\overline{AB} = ?$ $\overline{BC} = ?$ $\overline{CD} = ?$ $\overline{BD} = ?$

解 $\because \overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ ，且 $\overline{AC} \perp \overline{BD} \therefore$ 四邊形 $ABCD$ 為菱形，

$$\text{則 } \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD} = 10，\overline{BD} = 2\overline{BO} = 2\sqrt{10^2 - 6^2} = 2\sqrt{64} = 2 \times 8 = 16。$$



概念 ⑥ 矩形的對角線性質與應用 【矩形(長方形)定義：四個角都是直角的四邊形】

若平行四邊形的 4 個邊長固定，當平行四邊形為矩形時，此四邊形的面積最大。

例 立翔有 30 公分和 40 公分的竹條各 2 支，要組合成平行四邊形，則此四邊形面積最大為何？

解 平行四邊形為矩形時，此四邊形的面積最大，等於 $30 \times 40 = 1200$ (平方公分)

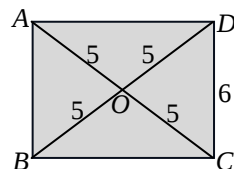
**概念 7 矩形的判別性質：對角線互相平分且等長**

例 右圖的四邊形 $ABCD$ 中，若 $\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OD} = 5$ ， $\overline{CD} = 6$ ，
求 $\overline{AB} = ?$ $\overline{AD} = ?$ $\overline{BC} = ?$

解 $\because \overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OD} \therefore \overline{AC} = \overline{BD}$

因此，四邊形 $ABCD$ 為矩形（對角線互相平分且等長的四邊形為矩形），

則 $\overline{AB} = \overline{CD} = 6$ ， $\overline{AD} = \sqrt{(5 \times 2)^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ 。

**概念 8 正方形的對角線性質：對角線互相垂直平分且等長**

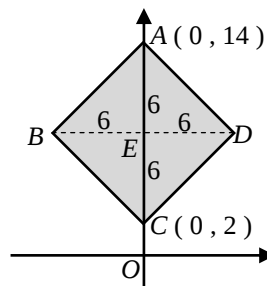
例 右圖的坐標平面上有一正方形 $ABCD$ ，已知 $A(0, 14)$ ， $C(0, 2)$ ，
求 E 點、 B 點、 D 點的坐標。

解 $\because$ 正方形的對角線互相垂直平分且等長， $\overline{AC}$ 在 y 軸上，

$\therefore E$ 點、 B 點、 D 點的 y 坐標相同， $\overline{BD} = \overline{AC}$ ，

且 $\overline{BE} = \overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \overline{AE} = \overline{CE} = \frac{1}{2} \times (14 - 2) = 6$ ，

則 E 點、 B 點、 D 點的 y 坐標 $= 2 + 6 = 8$ ，因此 $E(0, 8)$ ， $B(-6, 8)$ ， $D(6, 8)$ 。

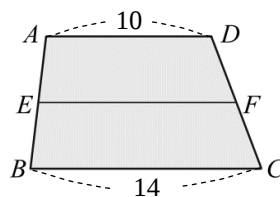
**概念 9 梯形的兩腰中點性質【梯形的定義：一組對邊平行】**

1 梯形的兩腰中點連線性質：(1) 梯形的兩腰中點連線平行於上底和下底。

(2) 兩腰中點連線的長 $= \frac{1}{2} \times (\text{上底} + \text{下底})$ 。

例 右圖的梯形 $ABCD$ 中， $\overline{EF}$ 為兩腰中點的連線，則：

$\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{EF} = \frac{1}{2} \times (10 + 14) = 12$ 。

**概念 10 等腰梯形的底角性質：【等腰梯形定義：兩腰相等的梯形，稱為等腰梯形】**

1 等腰梯形的底角性質：

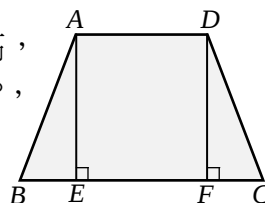
(1) 等腰梯形的兩個底角相等。

右圖的梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ， $\overline{AE}$ 和 $\overline{DF}$ 為梯形的高，
則 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCF$ 中， $\because \overline{AB} = \overline{DC}$ ， $\overline{AE} = \overline{DF}$ ， $\angle AEB = \angle DFC = 90^\circ$ ，
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF$ (RHS 全等性質)，故 $\angle B = \angle C$ (對應角相等)。

(2) 若梯形的兩個底角相等，則此梯形為等腰梯形。

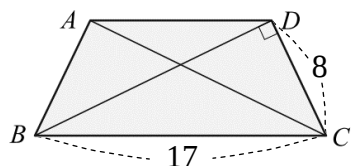
右圖的梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\angle B = \angle C$ ， $\overline{AE}$ 和 $\overline{DF}$ 為梯形的高，
則 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCF$ 中， $\because \angle B = \angle C$ ， $\angle AEB = \angle DFC = 90^\circ$ ， $\overline{AE} = \overline{DF}$ ，

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF$ (AAS 全等性質)，則 $\overline{AB} = \overline{DC}$ (對應邊相等)，故此梯形為等腰梯形。

**概念 11 等腰梯形的兩對角線等長**

右圖為等腰梯形， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中，
 $\because \overline{AB} = \overline{DC}$ ， $\angle ABC = \angle DCB$ (底角相等)， $\overline{BC} = \overline{BC}$ (公用邊)，
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，故 $\overline{AC} = \overline{BD}$ (對應邊相等)。

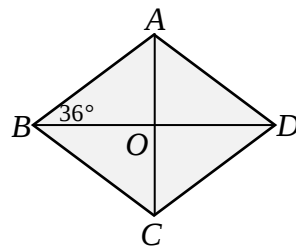
例 右圖的等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{CD} = 8$ ， $\overline{BC} = 17$ ， $\angle BDC = 90^\circ$ ，
則： $\overline{AC} = \overline{BD} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ 。





- ① () 右圖的菱形 $ABCD$ 中， O 為對角線交點， $\overline{AC} = 10$ ， $\angle ABO = 36^\circ$ ，求 $\angle BAO = ?$ (20 分)

(A) 36° (B) 44° (C) 54° (D) 64°

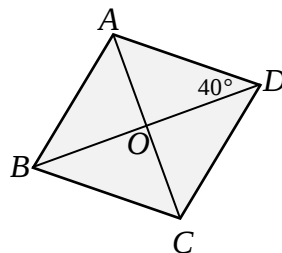


- ② () 承①， $\overline{OA} = ?$ (20 分)

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8

- ③ () 右圖的菱形 $ABCD$ 中， O 為對角線交點，已知 $\angle ADO = 40^\circ$ ，求 $\angle DAO = ?$ (20 分)

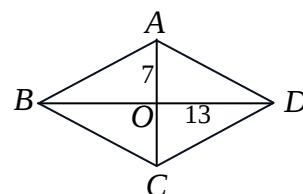
(A) 50° (B) 45° (C) 40° (D) 30°



- ④ () 右圖的菱形 $ABCD$ 中， O 為對角線交點，已知 $\overline{OA} = 7$ ， $\overline{OD} = 13$ ，則 $\overline{AC} + \overline{BD} = ?$

(A) 20 (B) 32 (C) 36 (D) 40

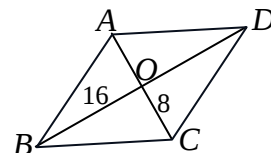
(20 分)



- ⑤ () 右圖的菱形 $ABCD$ 中， O 為對角線交點，已知 $\overline{OB} = 16$ ， $\overline{OC} = 8$ ，則 $\overline{AC} + \overline{BD} = ?$

(A) 48 (B) 44 (C) 42 (D) 40

(20 分)





- 1 如右圖，菱形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AO} = 4$ ， $\overline{BD} = 6$ ，回答下列問題。（每小題 10 分，共 30 分）

(1) () $\overline{BO} = ?$

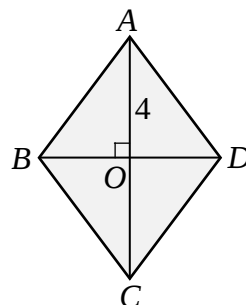
- (A) 2 (B) 2.5 (C) 3 (D) 4

(2) () $\overline{AB} = ?$

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8

(3) () 菱形 $ABCD$ 的周長 = ?

- (A) 20 (B) 24 (C) 28 (D) 32



- 2 如右圖，菱形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = 17$ ， $\overline{BD} = 30$ ，回答下列問題。（每小題 10 分，共 30 分）

(1) () $\overline{BO} = ?$

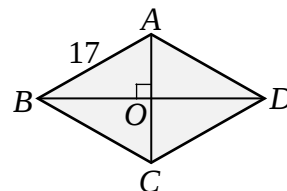
- (A) 8.5 (B) 12 (C) 13 (D) 15

(2) () $\overline{AO} = ?$

- (A) 10 (B) 8 (C) 7 (D) 6

(3) () $\overline{AC} = ?$ =

- (A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 20



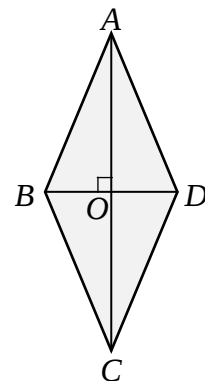
- 3 如右圖，菱形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{BD} = 10$ ， $\overline{AC} = 24$ ，回答下列問題。（每小題 10 分，共 20 分）

(1) () $\overline{BC} = ?$

- (A) 8.5 (B) 12 (C) 13 (D) 15

(2) () 菱形 $ABCD$ 的周長 = ?

- (A) 60 (B) 52 (C) 48 (D) 36



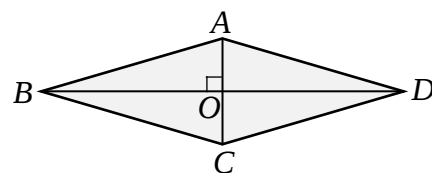
- 4 如右圖，菱形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{BD} = 48$ ， $\overline{AC} = 14$ ，回答下列問題。（每小題 10 分，共 20 分）

(1) () $\overline{AD} = ?$

- (A) 25 (B) 26 (C) 28 (D) 30

(2) () 菱形 $ABCD$ 的周長 = ?

- (A) 120 (B) 112 (C) 104 (D) 100





① 如右圖，菱形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BD} = 16$ ，回答下列問題。(每小題 10 分，共 30 分)

(1) () $\overline{AO} = ?$

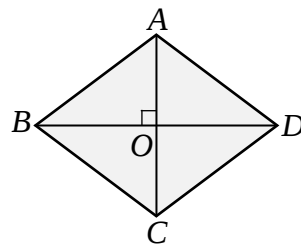
- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10

(2) () $\overline{OD} = ?$

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10

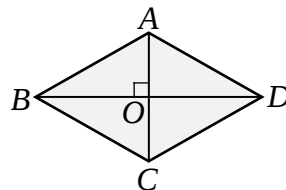
(3) () 下列敘述何者正確？

- (A) $\triangle AOD$ 的面積 $= \overline{AO} \times \overline{OD} \div 2 = 24$
 (B) 菱形 $ABCD$ 的面積 $= \triangle AOD$ 的面積 $\times 4 = 96$
 (C) 菱形 $ABCD$ 的面積 $= \overline{AC} \times \overline{BD} \div 2$
 (D) 以上皆正確



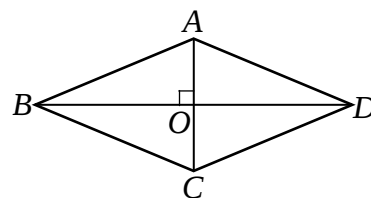
② () 如右圖，菱形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AC} = 16$ ， $\overline{BD} = 30$ ，則菱形 $ABCD$ 的面積 = ? (20 分)

- (A) 240 (B) 320 (C) 360 (D) 480



③ () 如右圖，已知菱形 $ABCD$ 的面積 $= 120$ ， $\overline{AC} = 10$ ，則 $\overline{BD} = ?$ (20 分)

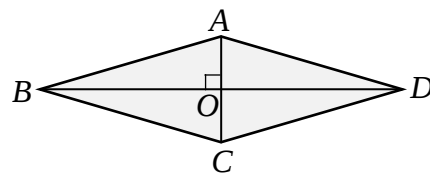
- (A) 18 (B) 20 (C) 24 (D) 30



④ 如右圖，菱形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = 25$ ， $\overline{AC} = 14$ ，回答下列問題。(每小題 15 分，共 30 分)

(1) () $\overline{BD} = ?$

- (A) 24 (B) 32 (C) 48 (D) 50



(2) () 菱形 $ABCD$ 的面積 = ?

- (A) 240 (B) 264 (C) 288 (D) 336



- 1 如右圖，箏形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{OB} = \overline{OD} = 4$ ， $\overline{OA} = 3$ ， $\overline{OC} = 6$ ，請回答下列問題。

(1) () $\triangle AOB$ 的面積 = ?

(每小題 10 分，共 30 分)

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 12

(2) () $\triangle BOC$ 的面積 = ?

(A) 12 (B) 18 (C) 20 (D) 24

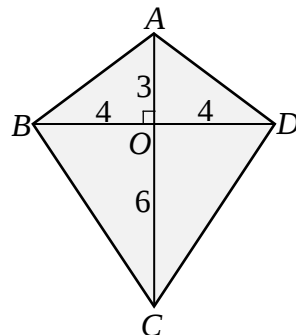
(3) () 下列敘述何者正確？

(A) $\triangle ABD$ 的面積 = $\triangle AOB$ 的面積 $\times 2 = 12$

(B) $\triangle BCD$ 的面積 = $\triangle BOC$ 的面積 $\times 2 = 24$

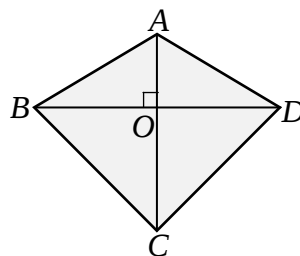
(C) 箏形 $ABCD$ 的面積 = $\overline{AC} \times \overline{BD} \div 2 = 9 \times 8 \div 2 = 36$

(D) 以上皆正確



- 2 () 如右圖，箏形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AC} = 16$ ， $\overline{BD} = 20$ ，則箏形 $ABCD$ 的面積 = ? (10 分)

(A) 320 (B) 240 (C) 160 (D) 120



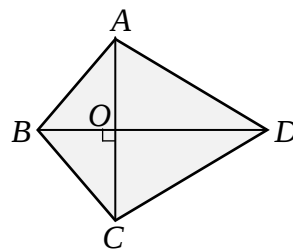
- 3 如右圖，已知箏形 $ABCD$ 的面積 = 360， $\overline{OA} = 12$ ，請回答下列問題。(每小題 15 分，共 30 分)

(1) () $\overline{AC} = ?$

(A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 24

(2) () $\overline{BD} = ?$

(A) 24 (B) 30 (C) 40 (D) 60



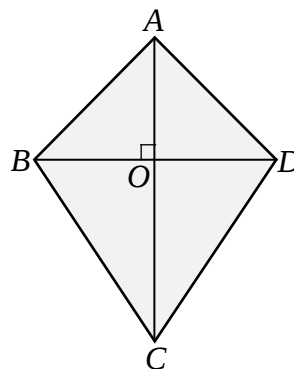
- 4 如右圖，已知箏形 $ABCD$ 的面積 = 40， $\overline{AC} = 10$ ，請回答下列問題。(每小題 15 分，共 30 分)

(1) () $\overline{BD} = ?$

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 10

(2) () $\overline{BO} = ?$

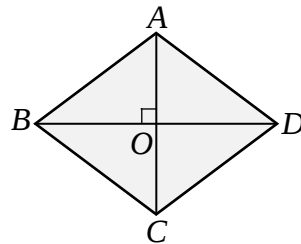
(A) 3 (B) 4 (C) 4.5 (D) 5





- 1 () 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中， O 為兩條對角線交點，已知 $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ ，且 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ，則下列敘述何者正確。(20 分)

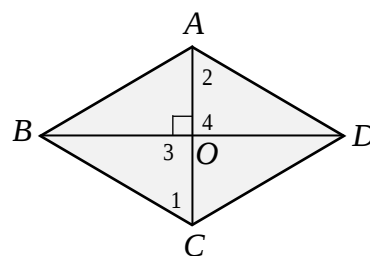
- (A) $\triangle ABO \cong \triangle CBO \cong \triangle CDO \cong \triangle ADO$
 (B) $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$
 (C) 四邊形 $ABCD$ 為菱形
 (D) 以上皆正確



- 2 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{OA} = \overline{OC}$ ，請回答下列問題。

- (1) () 下列敘述何者不是 $\triangle BOC \cong \triangle DOA$ 的條件之一？ (每小題 20 分，共 40 分)

- (A) $\because \overline{AD} \parallel \overline{BC} \therefore \angle 1 = \angle 2$ (內錯角相等)
 (B) $\overline{AD} = \overline{BC}$ (對邊相等)
 (C) $\overline{OA} = \overline{OC}$ (已知條件)
 (D) $\angle 3 = \angle 4$ (對頂角相等)

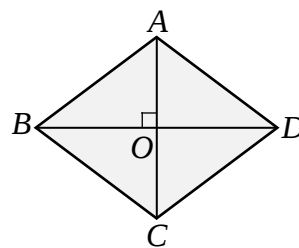


- (2) () 承 (1)，下列敘述何者正確。

- (A) $\overline{OB} = \overline{OD}$ (對應邊相等)
 (B) $\overline{AB} = \sqrt{\overline{OB}^2 + \overline{OA}^2} = \sqrt{\overline{OD}^2 + \overline{OA}^2} = \overline{AD} = \overline{BC} = \overline{CD}$
 (C) 四邊形 $ABCD$ 為菱形
 (D) 以上皆正確

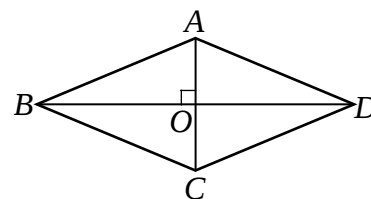
- 3 () 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{AB} = 9$ ，則四邊形 $ABCD$ 的周長 = ? (20 分)

- (A) 36 (B) 38 (C) 40 (D) 56



- 4 () 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ，若 $\triangle ABO \cong \triangle CDO$ ， $\overline{AB} = 13$ ，則四邊形 $ABCD$ 的周長 = ? (20 分)

- (A) 39 (B) 48 (C) 52 (D) 78





- ① () 芝璇用 4 公分和 8 公分的竹籤組成下面 4 個平行四邊形，每個平行四邊形的兩組對邊長度分別是 4 公分、4 公分和 8 公分、8 公分，哪一個面積最大？(20 分)



- ② () 芝璇用 5 公分和 7 公分的竹籤組成下面 4 個平行四邊形，每個平行四邊形的兩組對邊長度分別是 5 公分、5 公分和 7 公分、7 公分，哪一個面積最大？(20 分)



- ③ () 品謙用兩支 6 公分和兩支 10 公分的竹籤組成一個平行四邊形，則此平行四邊形的最大面積 = ? (20 分)

(A) 30 cm^2 (B) 60 cm^2 (C) 90 cm^2 (D) 120 cm^2

- ④ () 立翔用兩支 10 公分和兩支 20 公分的竹籤組成一個平行四邊形，則此平行四邊形的最大面積 = ? (20 分)

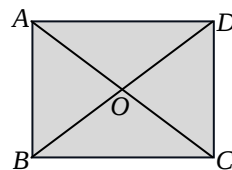
(A) 100 cm^2 (B) 120 cm^2 (C) 200 cm^2 (D) 400 cm^2

- ⑤ () 立翔用兩支 12 公分和兩支 20 公分的竹籤組成一個平行四邊形，已知平行四邊形的兩組對角相等，則這兩組對角的角度為多少時，此平行四邊形的面積會最大？(20 分)

(A) 60° 、 60° 和 120° 、 120°
(B) 75° 、 75° 和 105° 、 105°
(C) 90° 、 90° 和 90° 、 90°
(D) 不論角度為何，面積都一樣大



- ① 右圖四邊形 $ABCD$ 中，已知兩對角線互相平分且等長，
即 $\overline{AC} = \overline{BD}$ ， $\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OD}$ ，請回答下列問題。



- (1) () 由對角線互相平分可知，此四邊形為平行四邊形。

品謙用 SSS 全等性質說明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 時，過程如下：

$\triangle ABC$ 與 $\triangle DCB$ 中，

因為 $\overline{AC} = \overline{BD}$ (已知條件)， $\overline{BC} = \overline{BC}$ (公用邊)， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (SSS 全等性質)

品謙的說明過程中， $\overline{AB} = \overline{DC}$ 是利用了平行四邊形的哪一種性質？(20 分)

- (A) 對邊等長 (B) 對角線平分 (C) 對角相等 (D) 以上皆非

- (2) () 承 (1)，下列敘述何者正確？(20 分)

(A) $\angle ABC = \angle DCB$ (對應角相等)，且 $\angle ABC + \angle DCB = 180^\circ$ ($\square$ 同側內角互補)

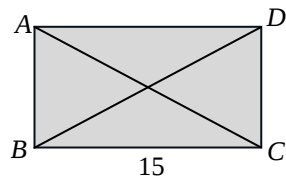
(B) 由 (A) 選項可知， $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$

(C) 四邊形 $ABCD$ 為長方形

(D) 以上皆正確

- ② () 右圖的四邊形 $ABCD$ 中，對角線 $\overline{AC} = \overline{BD} = 17$ 且互相平分， $\overline{BC} = 15$ ，則 $\overline{AB} = ?$

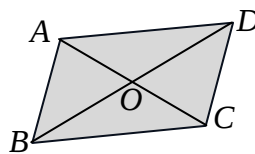
- (A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 10



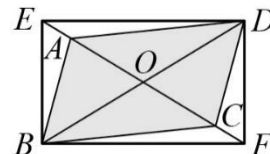
(20 分)

- ③ () 如圖(一)的 $\square ABCD$ 中， $\overline{AC} = 10$ ， $\overline{BD} = 14$ ，在 $\overleftrightarrow{AC}$ 上取兩點 E 、 F ，如圖(二)，使得 $\overline{AE} = \overline{CF} = a$ ，則四邊形 $EBFD$ 會是長方形，那麼 $a = ?$ (20 分)

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4



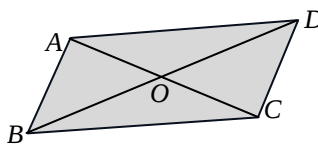
圖(一)



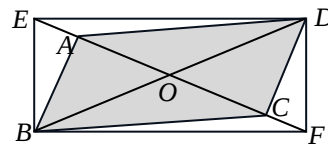
圖(二)

- ④ () 如圖(一)的 $\square ABCD$ 中， $\overline{AC} = 27$ ， $\overline{BD} = 39$ ，在 $\overleftrightarrow{AC}$ 上取兩點 E 、 F ，如圖(二)，使得 $\overline{AE} = \overline{CF} = a$ ，則四邊形 $EBFD$ 會是長方形，那麼 $a = ?$ (20 分)

- (A) 4 (B) 5
(C) 6 (D) 7



圖(一)



圖(二)



Nani

基礎特訓班

4-3 特殊的四邊形

概念

⑧ 正方形的對角線性質：互相垂直平分且等長

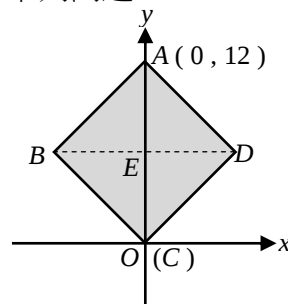
班 號

姓名

① 右圖的坐標平面上有一正方形 $ABCD$ ，已知 $A(0, 12)$ ， $C(0, 0)$ ，回答下列問題。

(1) () E 點的坐標為何？(15分)

- (A) $(0, 6)$ (B) $(0, 7)$ (C) $(6, 0)$ (D) $(7, 0)$



(2) () D 點的坐標為何？(15分)

- (A) $(7, 6)$ (B) $(6, 6)$ (C) $(6, 7)$ (D) $(7, 7)$

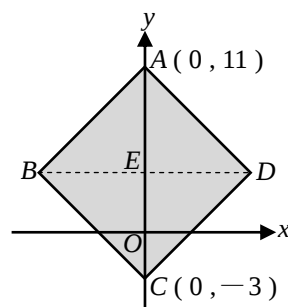
(3) () B 點的坐標為何？(20分)

- (A) $(-6, 7)$ (B) $(7, -6)$ (C) $(6, -6)$ (D) $(-6, 6)$

② 右圖的坐標平面上有一正方形 $ABCD$ ，已知 $A(0, 11)$ ， $C(0, -3)$ ，回答下列問題。

(1) () E 點的坐標為何？(15分)

- (A) $(0, 4)$ (B) $(0, 5)$ (C) $(0, 6)$ (D) $(0, 7)$



(2) () D 點的坐標為何？(15分)

- (A) $(7, 6)$ (B) $(7, 5)$ (C) $(7, 4)$ (D) $(6, 4)$

(3) () B 點的坐標為何？(20分)

- (A) $(-7, 6)$ (B) $(-7, 4)$ (C) $(-6, 5)$ (D) $(-6, 4)$



Nani

基礎特訓班

4-3 特殊的四邊形

概念 9 梯形的兩腰中點性質

班 號

姓名

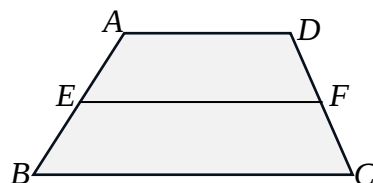
- 1 () 右圖的梯形 $ABCD$ 中， $\overline{EF}$ 為兩腰中點的連線，則下列敘述何者正確？(20 分)

(A) $\overline{AD} \parallel \overline{EF}$

(B) $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$

(C) $\overline{EF} = \frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC})$

(D) 以上皆正確



- 2 () 右圖的梯形 $ABCD$ 中， $\overline{EF}$ 為兩腰中點的連線，若 $\overline{AD} = 10$ ， $\overline{BC} = 20$ ，則 $\overline{EF} = ?$

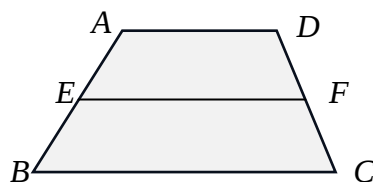
(A) 12

(B) 14

(C) 15

(D) 16

(20 分)



- 3 () 右圖的梯形 $ABCD$ 中， $\overline{EF}$ 為兩腰中點的連線，若 $\overline{AD} = 24$ ， $\overline{BC} = 40$ ，則 $\overline{EF} = ?$

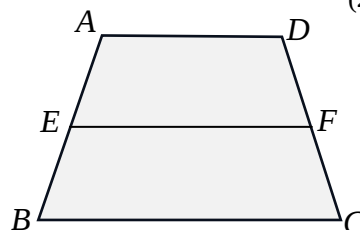
(A) 30

(B) 32

(C) 34

(D) 36

(20 分)



- 4 () 右圖的梯形 $ABCD$ 中， $\overline{EF}$ 為兩腰中點的連線，若 $\overline{AD} = 23$ ， $\overline{EF} = 34$ ，則 $\overline{BC} = ?$

(A) 45

(B) 43

(C) 41

(D) 39

(20 分)



- 5 () 右圖的梯形 $ABCD$ 中， $\overline{EF}$ 為兩腰中點的連線，若 $\overline{EF} = 25$ ， $\overline{BC} = 36$ ，則 $\overline{AD} = ?$

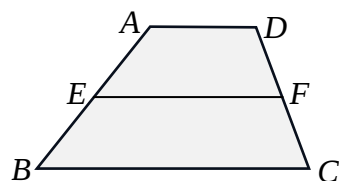
(A) 12

(B) 14

(C) 15

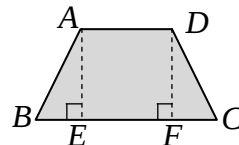
(D) 16

(20 分)

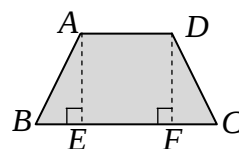




- 1 () 右圖梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ， $\overline{AE}$ 和 $\overline{DF}$ 為梯形的高，則下列何者正確？(10 分)
- (A) $\because \angle AEB = \angle DFC = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ， $\overline{AE} = \overline{DF} \therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF$ (RHS 全等)
- (B) $\overline{BE} = \overline{FC}$ (對應邊相等)
- (C) $\angle AEB = \angle DFC$ (對應角相等)
- (D) 以上皆正確



- 2 () 右圖梯形 $ABCD$ 中， $\angle B = \angle C$ ， $\overline{AE}$ 和 $\overline{DF}$ 為梯形的高，則下列敘述何者正確？(10 分)
- (A) $\because \angle AEB = \angle DFC = 90^\circ$ ， $\angle B = \angle C$ ， $\overline{AE} = \overline{DF} \therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF$ (AAS 全等)
- (B) $\overline{AB} = \overline{DC}$ (對應邊相等)
- (C) $\overline{BE} = \overline{CF}$ (對應邊相等)
- (D) 以上皆正確



- 3 右圖的梯形， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ， $\overline{AE}$ 和 $\overline{DF}$ 為梯形的高， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{AD} = \overline{AE} = 4$ ，則：

- (1) () $\overline{BE} + \overline{FC} = ?$ (10 分)

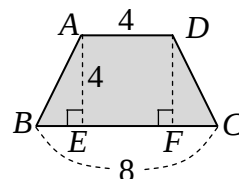
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6

- (2) () $\overline{BE} = ?$ (15 分)

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6

- (3) () $\overline{AB} = ?$ (15 分)

(A) $2\sqrt{5}$ (B) $3\sqrt{5}$ (C) 5 (D) $5\sqrt{2}$



- 4 右圖的梯形， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\angle B = \angle C$ ， $\overline{AE}$ 和 $\overline{DF}$ 為梯形的高， $\overline{AB} = 13$ ， $\overline{AE} = 12$ ，則：

- (1) () $\overline{BE} = ?$ (15 分)

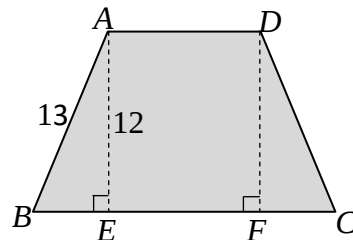
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 8

- (2) () $\overline{BE} + \overline{FC} = ?$ (10 分)

(A) 16 (B) 10 (C) 8 (D) 6

- (3) () 若 $\overline{AD} = 10$ ，則 $\overline{BC} = ?$ (15 分)

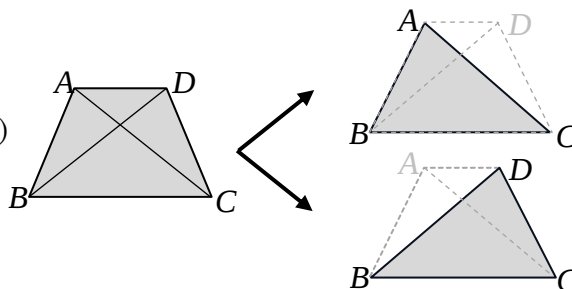
(A) 20 (B) 19 (C) 18 (D) 16





- 1 () 右圖為等腰梯形， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ，下列何者是 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (SAS 全等) 的條件之一？(20 分)

- (A) $\overline{AB} = \overline{DC}$ (已知條件)
 (B) $\angle ABC = \angle DCB$ (等腰梯形的兩底角相等)
 (C) $\overline{BC} = \overline{BC}$ (公用邊)
 (D) 以上皆是

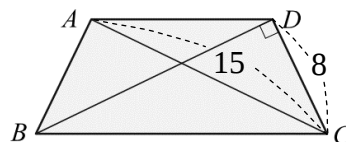


- 2 () 承 1，若 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 13$ ， $\overline{AC} = 12$ ，則 $\overline{BD} = ?$ (20 分)

- (A) 8 (B) 11 (C) 12 (D) 13

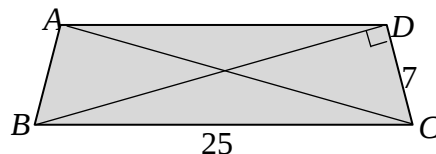
- 3 () 右圖的等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{CD} = 8$ ， $\overline{AC} = 15$ ， $\angle BDC = 90^\circ$ ，則 $\overline{BC} = ?$ (20 分)

- (A) 17 (B) 18 (C) 20 (D) 21



- 4 () 右圖的等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{BC} = 25$ ， $\overline{CD} = 7$ ， $\angle BDC = 90^\circ$ ，則 $\overline{AC} = ?$ (20 分)

- (A) 21 (B) 22 (C) 23 (D) 24



- 5 () 右圖的等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AC} = 8$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\angle BDC = 90^\circ$ ，則 $\overline{CD} = ?$ (20 分)

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

