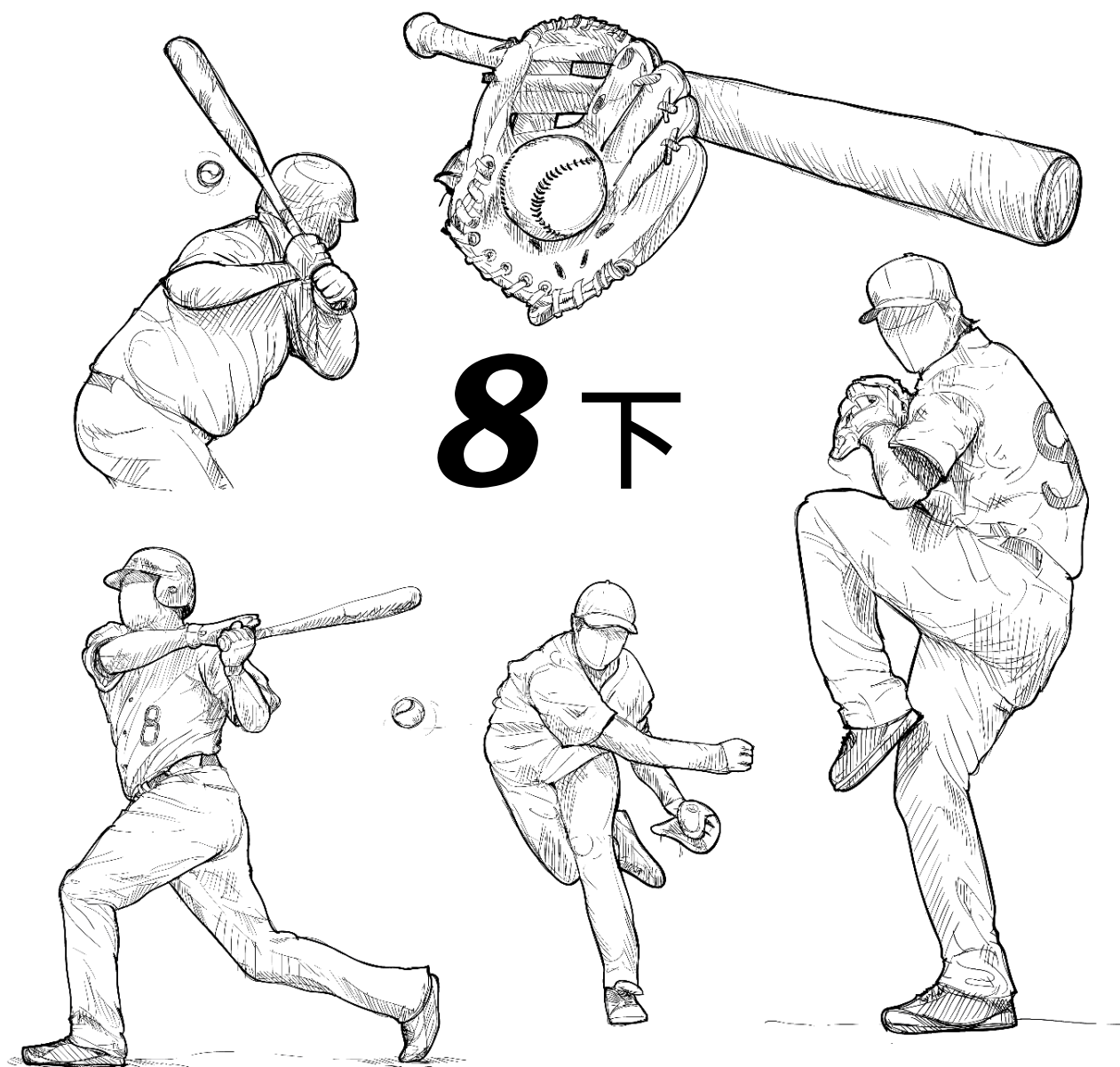


基礎特訓班



教師專用版

目次

第 4 冊

節	題目觀念	配合課本	頁次
1-1 等差數列 重點整理 P04	❶ 找出數列的規律	P6~P8 例 1	5
	❷ 利用一般項求 a_n 的值、找規律並求第 n 項	P9 例 2~P10 例 3	6
	❸ 圖形的規律	P11 例 4	7
	❹ 等差數列的判斷及完成等差數列	P12 例 5~P14 例 6	8
	❺ 利用 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，求 a_n 、 n 或 d	P15~P16 探索	9
	❻ 等差數列的應用	P17 例 7	10
1-2 等差級數 重點整理 P11	❶ 求等差級數的和	P20~P23 例 1	12
	❷ 已知等差級數，先求 n 再代入 S_n	P24 例 2	13
	❸ 求等差級數的項數及公差	P25 例 3	14
	❹ 已知首項、公差，求 S_n	P26 例 4	15
	❺ 等差級數的應用 (I)	P27 例 5	16
	❻ 等差級數的應用 (II)	P28 例 6	17
	❼ 等差級數的部分和	P29 例 7	18
1-3 等比數列 重點整理 P19	❶ 完成等比數列及等比數列的判斷	P33~P36 例 1	20
	❷ 利用 $a_n = a_1 \times r^{n-1}$ ，求 a_n 或 n	P37~P38 例 2	21
	❸ 等比數列的應用	P39 例 3	22
	❹ 等差中項與等比中項	P40~P41 例 4	23
2-1 一次函數及函數圖形與應用 重點整理 P24~P25	❶ 由列表觀察對應關係	P51 例 1	26
	❷ 由圖形觀察函數關係	P52 例 2	27
	❸ 由關係式判斷函數關係	P54 例 3	28
	❹ 由圖形求函數值	P55 例 4	29
	❺ 由一次函數關係求函數值	P56 例 5	30
	❻ 由函數值求一次函數	P57 例 6	31
	❼ 由函數值相等反求給定值	P58 例 7	32
	❽ 常數函數	P58~P59 隨堂	33
	❾ 畫一次函數的圖形	P59 例 8~P61 例 9	34
	❿ 過兩點求一次函數	P62 例 10	35
	⓫ 畫常數函數的圖形	P63~P64 例 11	36
	⓬ 一次函數的應用 (I) (水位與加熱問題)	P65 例 12	37
	⓭ 一次函數的應用 (II) (兩種計費方案問題)	P66 例 13	38
	⓮ 一次函數的應用 (III) (距離與時間問題)	P67 例 14	39

節	題目觀念	配合課本	頁次
3-1 內角與外角 重點整理 P40	❶ 計算三角形的內角	P78~P80 例 1	41
	❷ 多邊形的內角和及其應用	P81~P82 例 2	42
	❸ 正多邊形的內角	P83 例 3	43
	❹ 計算補角與餘角	P84 例 4~P85	44
	❺ 對頂角及其應用	P85~P86 例 5	45
	❻ 三角形的外角性質及其應用	P87~P88 例 6	46
	❼ 五角星形的角度和	P89 例 7	47
	❽ 三角形的外角和	P90~P91 例 8	48
3-2 基本尺規作圖 重點整理 P49~P50	❶ 等線段作圖	P96~P97 隨堂	51
	❷ 等角作圖	P98 例 1~P99	52
	❸ 中垂線作圖	P100 例 2	53
	❹ 過線外一點作垂線	P101 例 3	54
	❺ 過線上一點作垂線	P102 例 4	55
	❻ 角平分線作圖	P103~P104 例 5	56
3-3 三角形全等 重點整理 P57	❶ 全等三角形	P109~P110 例 1	58
	❷ SSS 全等判別	P112~P113 例 2	59
	❸ SAS 全等判別	P114~P115 例 3	60
	❹ RHS 全等判別	P116~P117 例 4	61
	❺ ASA 全等判別	P118~P119 例 5	62
	❻ AAS 全等判別	P120~P121 例 6	63
3-4 全等三角形的應用 重點整理 P64~P65	❶ 等腰三角形的性質	P126~P127 隨堂	66
	❷ 等腰三角形的判別性質	P127~P128 例 1	67
	❸ 正三角形的高與面積 (含複合圖形)	P128~P129 例 2	68
	❹ 中垂線性質 (SAS 應用)	P130~P131 例 3	69
	❺ 中垂線的判別性質	P131 隨堂	70
	❻ 直角三角形的判別性質 (SSS 應用)	P132~P133 例 4	71
	❼ 角平分線性質 (AAS 應用)	P134 例 5	72
	❽ 角平分線判別性質 (RHS 應用)	P135 例 6	73
	【精熟】正方形面積與直角三角形的判別	P138 自評 3	74
3-5 三角形的邊角關係 重點整理 P75	❶ 判斷已知的三邊長是否可以組成三角形	P140~P141 隨堂	76
	❷ 已知等腰三角形的兩邊長，求第三邊的值	P141 例 1	77
	❸ 已知三角形的兩邊長，求第三邊長的範圍	P142~P143 例 2	78
	❹ 利用任兩邊長的和大於第三邊，求 x 的範圍	P143 隨堂	79
	❺ 大邊對大角 (三角形)	P144 隨堂	80
	❻ 大邊對大角的應用	P145 例 3	81
	❼ 大角對大邊 (三角形)	P146 隨堂	82
	❽ 大角對大邊的應用	P147 例 4	83

節	題目觀念	配合課本	頁次
4-1 平行線 重點整理 P84	❶ 平行線的性質	P156 例 1~P159	85
	❷ 平行線的截角性質	P159~P162 例 2	86
	❸ 平行線截角性質的應用 (I) (基礎題)	P163 例 3	87
	❹ 平行線截角性質的應用 (II) (精熟題)	P164 例 4	88
	❺ 利用截角性質判別平行線	P165~P166 隨堂	89
	❻ 利用平行線判別性質找平行線	P167 例 5	90
	❼ 利用平行線判別性質作平行線	P168 例 6	91
4-2 平行四邊形 重點整理 P92	❶ 平行四邊形的性質	P172 例 1~P174	93
	❷ 平行四邊形對邊相等與對角相等的應用 (I)	P175 例 2	94
	❸ 平行四邊形對邊相等與對角相等的應用 (II)	P176 例 3	95
	❹ 平行四邊形對邊相等與對角相等的應用 (III)	P176 隨堂	96
	❺ 平行四邊形的對角線性質	P177 例 4	97
	❻ 平行四邊形中的面積關係	P178 例 5	98
	❼ 平行四邊形的判別 (I)：兩組對邊分別相等	P179 例 6~P180	99
	❽ 平行四邊形的判別 (II)：一組對邊平行且相等	P180~P181 例 7	100
	❾ 平行四邊形的判別 (III)：兩組對角分別相等	P182 例 8	101
	❿ 平行四邊形的判別 (IV)：對角線互相平分	P183 例 9	102
4-3 特殊的四邊形 重點整理 P103~P104	❶ 菱形的對角線性質：互相垂直且平分	P188 例 1	105
	❷ 菱形對角線性質的應用	P189 例 2	106
	❸ 菱形的面積	P190 隨堂	107
	❹ 箏形的對角線性質與面積	P191~P192 例 3	108
	❺ 菱形的判別性質：對角線互相垂直且平分	P193 例 4~P194	109
	❻ 矩形的對角線性質與應用	P195~P196 例 5	110
	❼ 矩形的判別性質：對角線互相平分且等長	P197 例 6	111
	❽ 正方形的對角線性質：互相垂直平分且等長	P198 隨堂	112
	❾ 梯形的兩腰中點性質	P199~P200 例 7	113
	❿ 等腰梯形的底角性質	P201~P202 例 8	114
	⓫ 等腰梯形的兩對角線等長	P203 例 9	115

**概念 ① 找出數列的規律**

1 數列、項：像 2, 4, 6, 8, 10 依序排成一列的數，稱為**數列**；數列中的每一個數稱為**項**。

2 首項、第 n 項：數列中的第一個數稱為**首項**，記為 a_1 ；第 n 個數稱為**第 n 項**，記為 a_n 。

3 末項、項數：數列中的最後一項稱為**末項**；若數列中有 n 個數(項)，則**項數** $=n$ 。

例 2, 4, 6, 8, 10 的數列中，項數 $=5$ ，首項 $a_1=2$ ，第 2 項 $a_2=4$ ， $a_3=6$ ，末項 $a_5=10$ 。

4 數列的規律：某些數列會有規律，可透過觀察相鄰兩數之間的關係，找出規律。

例 3, 6, 9, 12, 15, 18 的數列中，後面一項的數，皆比前一項的數多 3。

**概念 ② 利用一般項求 a_n 的值、找規律並求第 n 項**

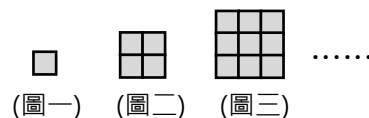
例 $\frac{1}{7}=0.\underline{142857}\underline{142857}\underline{142857}\underline{142857}\underline{142857}\cdots$ ，求小數點後第 100 位數字是多少？

解 小數點依照「1、4、2、8、5、7」的順序，6 個數一循環， $100 \div 6 = 16 \cdots 4$ ，
「1、4、2、8、5、7」的第 4 個數是 8，因此小數點後第 100 位數字是 8。

**概念 ③ 圖形的規律**

例 如右圖，若將每次排出的圖形小方格數，依序排成一個數列，

求此數列的第 6 項 a_6 及第 9 項 a_9 。



解 可觀察得到 $a_1=1^2=1$ ， $a_2=2^2=4$ ， $a_3=3^2=9$ ；因此 $a_6=6^2=36$ ， $a_9=9^2=81$ 。

**概念 ④ 等差數列的判斷及完成等差數列**

1 等差數列、公差：像 2、4、6、8、10 的數列中，任意相鄰兩項「後項減前項的差」都相同，稱此數列為**等差數列**，而這個差稱為此數列的**公差**，通常用 d 表示。

2 第 n 項的值 + 公差 = 第 $n+1$ 項的值，即： $a_{n+1}=a_n+d$ 。

例 a_1 、12、19、 a_4 為等差數列，公差 $d=19-12=7$ ，則 $a_1=12-7=5$ ； $a_4=19+7=26$ 。

**概念 ⑤ 利用 $a_n=a_1+(n-1)d$ ，求 a_n 、 n 或 d**

1 若等差數列的首項為 a_1 ，公差為 d ，則第 n 項 $a_n=a_1+(n-1)d$ 。

例 一等差數列的首項為 6，公差為 4，求 $a_{10}=?$ 78 是第幾項？

解 已知 $a_1=6$ ， $d=4$ ，則 $a_{10}=6+(10-1) \times 4=42$ ； $78=6+(n-1) \times 4$ ，求得 $n=19$ 。

**概念 ⑥ 等差數列的應用**

例 有一間扇形教室，第 1 排有 20 個座位，最後一排有 38 個座位，且後面一排均比前面一排多 2 個座位，則這間扇形教室共有幾排座位？第 6 排有幾個座位？

解 已知 $a_1=20$ ， $d=2$ ，則 $a_n=20+(n-1) \times 2=38$ ，求得 $n=10$ ； $a_6=20+(6-1) \times 2=30$ 。



① 選出正確的選項。(每小題 10 分，共 100 分)

(1) (C) 已知一規律的數列：4, 6, 8, x , 12, y ，則 $x+y=?$

(A) 18 (B) 20 (C) 24 (D) 26

後一項都比前一項多 2， $x=8+2=10$ ， $y=12+2=14$ ， $x+y=24$ 。

(2) (B) 已知一規律的數列：5, 4, 3, 2, 1, x , -1, -2, y ，則 $x+y=?$

(A) -4 (B) -3 (C) -2 (D) -1

後一項都比前一項少 1， $x=1-1=0$ ， $y=-2-1=-3$ ， $x+y=-3$ 。

(3) (C) 已知一規律的數列：3, 7, 11, x , 19, y ，則 $x+y=?$

(A) 36 (B) 37 (C) 38 (D) 39

後一項都比前一項多 4， $x=11+4=15$ ， $y=19+4=23$ ， $x+y=38$ 。

(4) (C) 已知一規律的數列：14, 9, 4, -1, x , -11，則 $x=?$

(A) -4 (B) -5 (C) -6 (D) -9

後一項都比前一項少 5， $x=-1-5=-6$ 。

(5) (D) 已知一規律的數列：2, 6, 18, 54, x ，則 $x=?$

(A) 72 (B) 108 (C) 126 (D) 162

後一項 = 前一項 $\times 3$ ， $x=54 \times 3=162$ 。

(6) (A) 已知一規律的數列：5, -5, 5, -5, x , -5, 5, y ，則 $x+y=?$

(A) 0 (B) -10 (C) 10 (D) -5

後一項 = 前一項 $\times (-1)$ ， $x=(-5) \times (-1)=5$ ， $y=5 \times (-1)=-5$ ， $x+y=0$ 。

(7) (D) 已知一規律的數列：1, 4, 9, x , 25, 36，則 $x=?$

(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16

各項均為完全平方數，所以 $x=4^2=16$ 。

(8) (C) 已知一規律的數列： $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{11}$, x , $\sqrt{17}$ ，則 $x=?$

(A) $\sqrt{12}$ (B) $\sqrt{13}$ (C) $\sqrt{14}$ (D) $\sqrt{15}$

後一項根號內的數，都比前一項根號內的數多 3，所以 $x=\sqrt{11+3}=\sqrt{14}$ 。

(9) (A) 已知一規律的數列：2, 5, 4, 2, 5, 4, 2, 5, 4, 2, 5, 4, x , 5, y ，則 $x+y=?$

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

數列按照 2, 5, 4 的順序，三個數接連的循環，所以 $x=2$ ， $y=4$ ， $x+y=6$ 。

(10) (B) 已知一規律的數列：3, 6, 4, 2, 3, 6, 4, 2, 3, 6, 4, 2, 3, x , 4, y ，則 $x+y=?$

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

數列按照 3, 6, 4, 2 的順序，四個數接連的循環，所以 $x=6$ ， $y=2$ ， $x+y=8$ 。



① 選出正確的選項。(每小題 10 分，共 100 分)

(1) (C) 若某數列的一般項 $a_n = 7n + 5$ ，則 $a_1 = ?$

(A) 5 (B) 7 (C) 12 (D) 35

$$a_1 = 7 \times 1 + 5 = 12。$$

(2) (D) 若某數列的一般項 $a_n = 4n + 16$ ，則 $a_{10} = ?$

(A) 20 (B) 40 (C) 46 (D) 56

$$a_{10} = 4 \times 10 + 16 = 56。$$

(3) (B) 若某數列的一般項 $a_n = 2n - 3$ ，則 $a_5 = ?$

(A) 6 (B) 7 (C) 10 (D) 13

$$a_5 = 2 \times 5 - 3 = 7。$$

(4) (A) 若某數列的一般項 $a_n = 5n - 6$ ，則 $a_8 = ?$

(A) 34 (B) 36 (C) 40 (D) 46

$$a_8 = 5 \times 8 - 6 = 34。$$

(5) (A) 將 $\frac{5}{101}$ 化成小數，得到 $\frac{5}{101} = 0.049504950495\cdots$ ，則小數點後第 53 位數字為何？

(A) 0 (B) 4 (C) 9 (D) 5

小數點後的數字依 0, 4, 9, 5 的順序循環出現， $53 \div 4 = 13 \dots 1$ ，故所求為 0。

(6) (D) 將 $\frac{10}{41}$ 化成小數，得到 $\frac{10}{41} = 0.24390243902439\cdots$ ，則小數點後第 34 位數字為何？

(A) 2 (B) 4 (C) 3 (D) 9

小數點後的數字依 2, 4, 3, 9, 0 的順序循環出現， $34 \div 5 = 6 \dots 4$ ，故所求為 9。

(7) (C) 將 $\frac{2}{7}$ 化成小數，得到 $\frac{2}{7} = 0.285714285714285714\cdots$ ，則小數點後第 80 位數字為何？

(A) 4 (B) 2 (C) 8 (D) 5

小數點後的數字依 2, 8, 5, 7, 1, 4 的順序循環出現， $80 \div 6 = 13 \dots 2$ ，故所求為 8。

(8) (D) 將 $\frac{2}{13}$ 化成小數，得到 $\frac{2}{13} = 0.153846153846153846\cdots$ ，則小數點後第 60 位數字為何？

(A) 1 (B) 5 (C) 8 (D) 6

小數點後的數字依 1, 5, 3, 8, 4, 6 的順序循環出現， $60 \div 6 = 10$ ，故所求為 6。

(9) (B) 將 $\frac{5}{37}$ 化成小數，得到 $\frac{5}{37} = 0.135135135135\cdots$ ，則小數點後第 30 位與第 40 位的數字和為多少？

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10

小數點後的數字依 1, 3, 5 循環出現， $30 \div 3 = 10$ ， $40 \div 3 = 13 \dots 1$ ，故所求為 $5 + 1 = 6$ 。

(10) (C) 將 $\frac{154}{333}$ 化成小數，得到 $\frac{154}{333} = 0.462462462462\cdots$ ，則小數點後第 38 位與第 48 位的數字和為多少？

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10

小數點後的數字依 4, 6, 2 循環出現， $38 \div 3 = 12 \dots 2$ ， $48 \div 3 = 16$ ，故所求為 $6 + 2 = 8$ 。



Nani

基礎特訓班

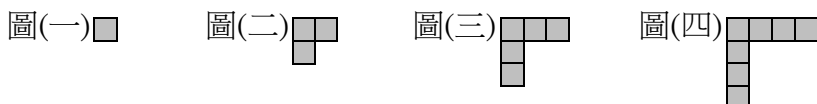
1-1 等差數列

概念 3 圖形的規律

班 號

姓名

- ① 下面的圖形中，外圍每個邊的小正方形 $\square$ 數量，後面一個圖都比前面一個圖每邊增加 1 個小正方形 $\square$ ，根據每個圖的小正方形總數量，可依序排成一個數列 (1, 3, 5, 7, …)，觀察圖形與數列的規律，回答下面的問題。
(每小題 20 分，共 40 分)



- (1) (B) 此數列的第 5 項 $a_5 = ?$ (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11

解 1：後一個圖都比前一個圖多 2 個 $\square$ ， $a_4 = 7$ ，所以 $a_5 = 7 + 2 = 9$ 或 $a_5 = 1 + 2 \times 4 = 9$ 。

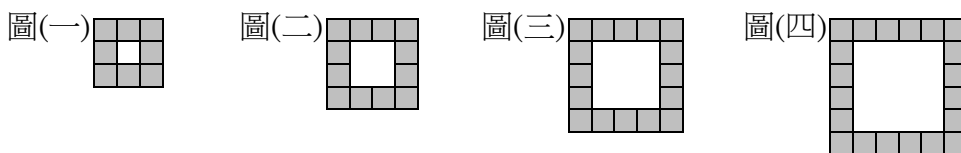
解 2：圖(五)是一邊 5 個 $\square$ ，減掉重疊的 1 個 $\square$ ，所以 $a_5 = 5 \times 2 - 1 = 9$ 。

- (2) (D) 此數列的第 10 項 $a_{10} = ?$ (A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19

解 1： $a_{10} = a_5 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 19$ ，或 $a_{10} = 1 + 2 \times 9 = 19$ 。

解 2：圖(十)是一邊 10 個 $\square$ ，減掉重疊的 1 個 $\square$ ，所以 $a_{10} = 10 \times 2 - 1 = 19$ 。

- ② 下面的圖形中，外圍每個邊的小正方形 $\square$ 數量，後面一個圖都比前面一個圖每邊增加 1 個小正方形 $\square$ ，根據每個圖的小正方形總數量，可依序排成一個數列 (8, 12, 16, 20, …)，觀察圖形與數列的規律，回答下面的問題。
(每小題 15 分，共 30 分)



- (1) (A) 此數列的第 5 項 $a_5 = ?$ (A) 24 (B) 25 (C) 26 (D) 28

解法 1：後一個圖都比前一個圖多 4 個 $\square$ ， $a_4 = 20$ ，故 $a_5 = 20 + 4 = 24$ 或 $a_5 = 8 + 4 \times 4 = 24$ 。

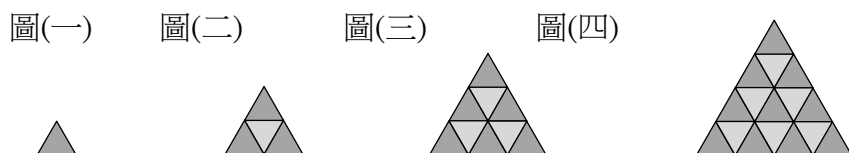
解法 2： a_5 內部挖空為每邊 5 個 $\square$ ，周圍一邊有 $5 + 2 = 7$ 個 $\square$ ， $7 \times 4 = 28$ ， $28 - 4 = 24$ 。

- (2) (B) 此數列的第 8 項 $a_8 = ?$ (A) 32 (B) 36 (C) 42 (D) 48

解法 1： $a_6 = 24 + 4 = 28$ ， $a_7 = 28 + 4 = 32$ ， $a_8 = 32 + 4 = 36$ ，或 $a_8 = 8 + 4 \times 7 = 36$ 。

解法 2： a_8 內部挖空每邊 8 個 $\square$ ，周圍一邊有 $8 + 2 = 10$ 個 $\square$ ， $10 \times 4 = 40$ ， $40 - 4 = 36$ 。

- ③ 李叔叔用了許多大小相同的正三角形磁磚貼在圍牆上做美化，從最左邊開始貼上一片正三角形，如圖(一)；接著如圖(二)放四片正三角形，如圖(三)放九片正三角形；……。



(每小題 15 分，共 30 分)

根據上面的圖，李叔叔排出的圖形數量，可依序排成一個數列 (1, 4, 9, 16, …)，則：

- (1) (C) 此數列的第 5 項 $a_5 = ?$ (A) 20 (B) 21 (C) 25 (D) 27

解法 1： $a_1 = 1 = 1^2$ ， $a_2 = 4 = 2^2$ ， $a_3 = 9 = 3^2$ ， $a_4 = 16 = 4^2$ ，所以 $a_5 = 5^2 = 25$ 。

解法 2：下一層都比上一層多兩個 $\triangle$ ，所以 $a_5 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$ 。

- (2) (D) 此數列的第 10 項 $a_{10} = ?$ (A) 80 (B) 90 (C) 96 (D) 100

解法 1：同(1)的解法 1， $a_{10} = 10^2 = 100$ 。

解法 2：同(1)的解法 2， $a_{10} = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 100$ 。



Nani

基礎特訓班

1-1 等差數列

概念 4 等差數列的判斷及完成等差數列

__班__號

姓名

1 下列各題是等差數列的畫○，不是的打×。(每小題 5 分，共 30 分)

(1) (×) 3, 6, 9, 11, 13, 16, 19。

(1) 不是， $9-6 \neq 11-9$ 。

(2) (○) 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25。

(2) 是，公差為 4。

(3) (○) 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4。

(3) 是，公差為 0。

(4) 是，公差為 -2。

(4) (○) 7, 5, 3, 1, -1, -3, -5。

(5) 是，公差為 $\frac{1}{15}$ 。

(5) (○) $\frac{2}{15}, \frac{3}{15}, \frac{4}{15}, \frac{5}{15}, \frac{6}{15}, \frac{7}{15}, \frac{8}{15}$ 。

(6) 不是， $\frac{15}{3} - \frac{15}{2} \neq \frac{15}{4} - \frac{15}{3}$ 。

(6) (×) $\frac{15}{2}, \frac{15}{3}, \frac{15}{4}, \frac{15}{5}, \frac{15}{6}, \frac{15}{7}, \frac{15}{8}$ 。

2 求下列各等差數列的公差。(每小題 5 分，共 30 分)

(1) (B) 4, 9, 14, 19, 24, 29, 34。

(A) 4 (B) 5 (C) -4 (D) -5

(1) $d=9-4=5$ 。

(2) (A) 7, 15, 23, 31, 39, 47, 55。

(A) 8 (B) 7 (C) -8 (D) -7

(2) $d=15-7=8$ 。

(3) (C) 18, 12, 6, 0, -6, -12, -18。

(A) 6 (B) 12 (C) -6 (D) -12

(3) $d=12-18=-6$ 。
或 $d=-6-0=-6$ 。

(4) (D) 20, 13, 6, -1, -8, -15, -22。

(A) 5 (B) 7 (C) -5 (D) -7

(4) $d=13-20=-7$ 。

(5) (D) $\frac{11}{5}, \frac{9}{5}, \frac{7}{5}, 1, \frac{3}{5}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{5}$ 。

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $-\frac{1}{5}$ (D) $-\frac{2}{5}$

(5) $d=\frac{9}{5}-\frac{11}{5}=-\frac{2}{5}$ 。

(6) (A) $-1, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1$ 。

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $-\frac{1}{3}$ (D) $-\frac{2}{3}$

(6) $d=0-(-\frac{1}{3})=\frac{1}{3}$ 。

3 空格中填入適當的數，使各數列成為等差數列。(1~4 題每格 3 分，5~6 題每格 4 分，共 40 分)

(1) 4, 9, 14, 19, 24, 29, 34, 39。

(1) $d=9-4=5$, $14+5=19$, $29+5=34$ 。

(2) $d=23-17=6$, $5+6=11$, $23+6=29$ 。

(2) 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47。

(3) $d=16-26=-10$, $16+(-10)=6$,
 $-4+(-10)=-14$ 。

(3) 26, 16, 6, -4, -14, -24。

(4) $d=4-8=-4$, $8+4=12$,
 $0+(-4)=-4$ 。

(4) 12, 8, 4, 0, -4, -8, -12。

(5) $d=5\sqrt{5}-3\sqrt{5}=2\sqrt{5}$,

$5\sqrt{5}+2\sqrt{5}=7\sqrt{5}$, $9\sqrt{5}+2\sqrt{5}=11\sqrt{5}$ 。

(5) $3\sqrt{5}, 5\sqrt{5}, 7\sqrt{5}, 9\sqrt{5}, 11\sqrt{5}$ 。

(6) $5\frac{1}{2}, 6, 6\frac{1}{2}, 7, 7\frac{1}{2}, 8$ 。

(6) $d=7\frac{1}{2}-7=\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=6$, $7\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=8$ 。



Nani

基礎特訓班

1-1 等差數列

概念

5 利用 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，求 a_n 、 n 或 d

__班__號

姓名

1 選出正確的選項。(每小題 5 分，共 25 分)

(1) (**B**) 若一等差數列的首項 a_1 為 8，公差 d 為 2，則此數列的第 10 項 a_{10} 為多少？

(A) 28 (B) 26 (C) 24 (D) 22 $a_{10} = 8 + (10-1) \times 2 = 26$ 。

(2) (**C**) 若一等差數列的首項 a_1 為 65，公差 d 為 -2，則此數列的第 21 項 a_{21} 為多少？

(A) 107 (B) 105 (C) 25 (D) 23 $a_{21} = 65 + (21-1) \times (-2) = 25$ 。

(3) (**D**) 若一等差數列的首項 a_1 為 -30，公差 d 為 5，則此數列的第 11 項 a_{11} 為多少？

(A) 80 (B) 75 (C) 25 (D) 20 $a_{11} = -30 + (11-1) \times 5 = 20$ 。

(4) (**D**) 若一等差數列的首項 a_1 為 -4，公差 d 為 -3，則此數列的第 15 項 a_{15} 為多少？

(A) 38 (B) 41 (C) -49 (D) -46 $a_{15} = -4 + (15-1) \times (-3) = -46$ 。

(5) (**A**) 若一等差數列的首項 a_1 為 -20，公差 d 為 4，則此數列的第 16 項 a_{16} 為多少？

(A) 40 (B) 44 (C) 80 (D) 84 $a_{16} = -20 + (16-1) \times 4 = 40$ 。

2 一等差數列的首項 a_1 為 5，公差為 2，利用 $a_n = a_1 + (n-1)d$ 求下列的答案。

(1) $a_4 =$ 11。 (2) $a_{10} =$ 23。 (3) 39 是第 18 項。 (每格 5 分，共 15 分)

(1) $a_4 = 5 + (4-1) \times 2 = 5 + 6 = 11$ 。

(2) $a_{10} = 5 + (10-1) \times 2 = 5 + 18 = 23$ 。

(3) $39 = 5 + (n-1) \times 2 = 5 + 2n - 2, 36 = 2n, n = 18$ 。

3 一等差數列的首項 a_1 為 15，公差為 -3，利用 $a_n = a_1 + (n-1)d$ 求下列的答案。

(1) $a_6 =$ 0。 (2) $a_{11} =$ -15。 (3) -45 是第 21 項。 (每格 5 分，共 15 分)

(1) $a_6 = 15 + (6-1) \times (-3) = 15 - 15 = 0$ 。

(2) $a_{11} = 15 + (11-1) \times (-3) = 15 - 30 = -15$ 。

(3) $-45 = 15 + (n-1) \times (-3) = 15 - 3n + 3, -63 = -3n, n = 21$ 。

4 已知一等差數列的前三項為 2, 5, 8，則：

(每格 5 分，共 15 分)

(1) 公差 = 3。 (2) $a_9 =$ 26。 (3) 44 是第 15 項。

(1) $d = 5 - 2 = 3$ 。

(2) $a_9 = 2 + (9-1) \times 3 = 2 + 24 = 26$ 。

(3) $44 = 2 + (n-1) \times 3 = 2 + 3n - 3, 45 = 3n, n = 15$ 。

5 已知一等差數列的前四項為 12, 17, 22, 27，則：

(每格 5 分，共 15 分)

(1) 公差 = 5。 (2) $a_{21} =$ 112。 (3) 157 是第 30 項。

(1) $d = 17 - 12 = 5$ 。

(2) $a_{21} = 12 + (21-1) \times 5 = 12 + 100 = 112$ 。

(3) $157 = 12 + (n-1) \times 5 = 12 + 5n - 5, 150 = 5n, n = 30$ 。

6 已知一等差數列的前四項為 20, 18, 16, 14，則：

(每格 5 分，共 15 分)

(1) 公差 = -2。 (2) $a_{11} =$ 0。 (3) -18 是第 20 項。

(1) $d = 18 - 20 = -2$ 。

(2) $a_{11} = 20 + (11-1) \times (-2) = 20 - 20 = 0$ 。

(3) $-18 = 20 + (n-1) \times (-2) = 20 - 2n + 2, -40 = -2n, n = 20$ 。



- ① (C) 有一間扇形教室，第 1 排有 10 個座位，且後面一排均比前面一排多 2 個座位，那麼第 8 排有幾個座位？(10 分)

(A) 28 個 (B) 26 個 (C) 24 個 (D) 22 個

$$a_8 = 10 + (8 - 1) \times 2 = 24。$$

- ② (B) 有一個公園音樂廣場，第 1 排有 18 個座位，且後面一排均比前面一排多 3 個座位，那麼第 10 排有幾個座位？(10 分)

(A) 48 個 (B) 45 個 (C) 44 個 (D) 22 個

$$a_{10} = 18 + (10 - 1) \times 3 = 45。$$

- ③ (D) 有一間扇形教室，第 1 排有 12 個座位，且後面一排均比前面一排多 2 個座位，那麼第幾排有 36 個座位？(10 分)

(A) 第 16 排 (B) 第 15 排 (C) 第 14 排 (D) 第 13 排

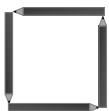
$$a_n = 12 + (n - 1) \times 2 = 36, 12 + 2n - 2 = 36, 2n = 26, n = 13。$$

- ④ (A) 有一個公園音樂廣場，第 1 排有 24 個座位，且後面一排均比前面一排多 3 個座位，那麼第幾排有 54 個座位？(10 分)

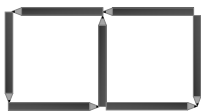
(A) 第 11 排 (B) 第 12 排 (C) 第 13 排 (D) 第 14 排

$$a_n = 24 + (n - 1) \times 3 = 54, 24 + 3n - 3 = 54, 3n = 33, n = 11。$$

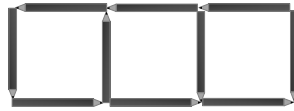
- ⑤ 芝璇利用許多的鉛筆排列如下圖，



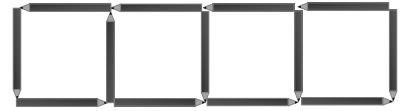
圖(1)



圖(2)



圖(3)



圖(4)

請根據上面的排列規律，回答下面的問題。(每格 7 分，共 28 分)

(1) 這些圖形的鉛筆數量，由少到多依序可排成一個等差數列，則公差 = 3。

(2) 圖 (5) 需要 16 枝鉛筆。 (1)、(2)：可排成 4, 7, 10, 13, 公差=3, 所以 $a_5 = 13 + 3 = 16$ 。

(3) 承(1)，這個等差數列第 n 項的值可以寫成 $a_n = a_1 + (n - 1)d$ ，則第 11 項 $a_{11} =$ 34。

(4) 第 20 個圖會用到 61 枝鉛筆。 (3) $a_{11} = 4 + (11 - 1) \times 3 = 34$ 。

$$(4) a_n = 4 + (n - 1) \times 3 = 61, 4 + 3n - 3 = 61, 3n = 60, n = 20。$$

- ⑥ 禹曠利用許多的小正方形卡片排列如下圖，



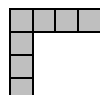
圖(1)



圖(2)



圖(3)



圖(4)

(1) 可排成 1, 3, 5, 7, 公差=2。

$$(2) a_6 = 1 + (6 - 1) \times 2 = 11;$$

$$a_{20} = 1 + (20 - 1) \times 2 = 39;$$

$$a_n = 1 + (n - 1) \times 2 = 79,$$

$$1 + 2n - 2 = 79, 2n = 80, n = 40。$$

請根據上面的排列規律，回答下面的問題。(每格 8 分，共 32 分)

(1) 這些圖形的小正方形卡片數量，由少到多依序可排成一個等差數列，則公差 = 2。

(2) 承(1)，第 6 項 $a_6 =$ 11；第 20 項 $a_{20} =$ 39；第 40 個圖會用到 79 張小正方形卡片。

**概念 ① 求等差級數的和**

1 級數：將數列 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的每一項依序相加，得到式子 $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ，稱為**級數**。

2 等差級數：將一個等差數列的各項依序用加號「+」相加，得到的式子就稱為**等差級數**。

例 2、4、6、8、10、12 為等差數列， $2+4+6+8+10+12$ 為等差級數。

3 等差級數的和：若一等差數列的首項為 a_1 ，公差為 d ，則前 n 項的總和 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ 。

例 2、4、6、8、10、12 為等差數列，共 6 項，則 $a_1=2, a_6=12, S_6 = \frac{6 \times (2+12)}{2} = 42$ 。

**概念 ② 已知等差級數，先求 n 再代入 S_n**

例 試問等差級數 $11+13+15+\dots+47+49$ 共有多少項？它的和是多少？

解 $a_1=11, d=13-11=2; a_n=49=11+(n-1) \times 2, n=20$ ，則 $S_{20} = \frac{20 \times (11+49)}{2} = 600$ 。

**概念 ③ 求等差級數的項數及公差**

例 已知一等差級數的首項為 4，末項為 76，和為 520，求此等差級數的項數及公差。

解 $a_1=4, a_n=76, S_n=520 = \frac{n \times (4+76)}{2}, n=13$ ，則 $a_{13}=76=4+(13-1) \times d, d=6$ 。

**概念 ④ 已知首項、公差，求 S_n**

1 將 $a_n = a_1 + (n-1)d$ 代入 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ ，可得 $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$ 。

例 已知一等差級數的首項為 4，公差為 2，則 $S_{20} = \frac{20 \times [2 \times 4 + (20-1) \times 2]}{2} = 460$ 。

**概念 ⑤ 等差級數的應用 (I)**

例 品謙第 1 天存 10 元，接下來的每一天都比前一天多存 1 元，到第 21 天共存了多少元？

解 $a_1=10, d=1, n=21$ ，則 $S_{21} = \frac{21 \times [2 \times 10 + (21-1) \times 1]}{2} = 420$ 。

**概念 ⑥ 等差級數的應用 (II)**

例 某禮堂有 170 個座位，第 1 排 8 個座位，後一排比前一排多 2 個座位，該禮堂共幾排座位？

解 已知 $a_1=8, d=2$ ，則 $S_n = \frac{n \times [2 \times 8 + (n-1) \times 2]}{2} = 170, n^2 + 7n - 170 = 0$ ，得 $n=10$ 。

**概念 ⑦ 等差級數的部分和**

例 有一等差級數 $20+17+14+11+\dots$ ，當 n 為多少時，前 n 項的和最大？此時和為多少？

解 $a_1=20, d=-3, a_n=20+(n-1) \times (-3) < 0, n > 7.6\dots$ ，故第 8 項開始為負數，

則 $n=7$ 時，和為最大， $S_7 = \frac{7 \times [2 \times 20 + (7-1) \times (-3)]}{2} = 77$ 。



① 利用 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ ，求下列等差級數的和。

(每小題 8 分，共 40 分)

(1) (C) $S_{10} = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 = ?$

(A) 220 (B) 210 (C) 110 (D) 100

$$(1) S_{10} = \frac{10 \times (2 + 20)}{2} = 110。$$

(2) (D) $S_8 = 55 + 48 + 41 + 34 + 27 + 20 + 13 + 6 = ?$

(A) 488 (B) 440 (C) 364 (D) 244

$$(2) S_8 = \frac{8 \times (55 + 6)}{2} = 244。$$

(3) (A) $S_{12} = 0 + 3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 + 21 + 24 + 27 + 30 + 33 = ?$

(A) 198 (B) 206 (C) 208 (D) 216

$$(3) S_{12} = \frac{12 \times (0 + 33)}{2} = 198。$$

(4) (B) 承 (3)， $a_{13} = ?$

(A) 35 (B) 36 (C) 37 (D) 38

$$(4) a_{13} = a_{12} + d (\text{公差}) = 33 + 3 = 36。$$

(5) (A) 已知 $S_{n+1} = S_n + a_{n+1}$ ，承 (3)、(4)，求 $S_{13} = ?$

(A) 234 (B) 246 (C) 242 (D) 254

$$(5) S_{13} = S_{12} + a_{13} = 198 + 36 = 234。$$

② 有一等差數列 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, ……，求：

(每小題 8 分，共 40 分)

(1) (D) $S_6 = ?$

(A) 119 (B) 105 (C) 95 (D) 90

$$(1) S_6 = \frac{6 \times (5 + 25)}{2} = 90。$$

(2) (B) 已知 $S_7 = S_6 + a_7$ ，求 $S_7 = ?$

(A) 152 (B) 119 (C) 94 (D) 90

$$(2) S_7 = S_6 + a_7 = 90 + 29 = 119。$$

(3) (A) $S_8 = ?$

(A) 152 (B) 140 (C) 123 (D) 119

$$(3) S_8 = S_7 + a_8 = 119 + 33 = 152。$$

(4) (C) $a_9 = ?$

(A) 33 (B) 36 (C) 37 (D) 39

$$(4) d = 4, a_9 = 33 + 4 = 37。$$

(5) (B) $S_9 = ?$

(A) 192 (B) 189 (C) 186 (D) 152

$$(5) S_9 = S_8 + a_9 = 152 + 37 = 189。$$

③ 有一等差數列的首項 $a_1 = 20$ ，第 10 項 $a_{10} = 110$ ，求：

(每小題 10 分，共 20 分)

(1) (B) $S_{10} = ?$

(A) 1300 (B) 650 (C) 520 (D) 260

$$(1) S_{10} = \frac{10 \times (20 + 110)}{2} = 650。$$

(2) (C) $S_{11} = ?$

(A) 1400 (B) 970 (C) 770 (D) 660

$$(2) a_{10} = 20 + (10 - 1)d = 110, \\ d = 10。$$

$$a_{11} = 110 + 10 = 120$$

$$S_{11} = S_{10} + a_{11} = 650 + 120 = 770。$$



① 已知一等差數列的前三項為 1, 5, 9，末項 $a_n=77$ ，求： (每小題 10 分，共 20 分)

(1) (D) 這個等差數列一共有幾項？

(A) 17 (B) 18 (C) 19 (D) 20

$$(1) d = 5 - 1 = 4,$$

$$a_n = 1 + (n - 1) \times 4 = 77,$$

$$1 + 4n - 4 = 77, 4n = 80, n = 20。$$

(2) (A) 由此等差數列所得到的等差級數，和為多少？

(A) 780 (B) 702 (C) 680 (D) 608

$$(2) S_{20} = \frac{20 \times (1 + 77)}{2} = 780。$$

② 已知一等差數列的前三項為 10, 15, 20，末項 $a_n=70$ ，求： (每小題 10 分，共 20 分)

(1) (B) 這個等差數列一共有幾項？

(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 16

$$(1) d = 15 - 10 = 5,$$

$$a_n = 10 + (n - 1) \times 5 = 70,$$

$$10 + 5n - 5 = 70, 5n = 65, n = 13。$$

(2) (C) 由此等差數列所得到的等差級數，和為多少？

(A) 420 (B) 480 (C) 520 (D) 540

$$(2) S_{13} = \frac{13 \times (10 + 70)}{2} = 520。$$

③ 已知一等差級數 $4 + 10 + 16 + \cdots + 190 + 196$ ，求： (每小題 10 分，共 20 分)

(1) (D) 這個等差數列一共有幾項？

(A) 30 (B) 31 (C) 32 (D) 33

$$(1) d = 10 - 4 = 6,$$

$$a_n = 4 + (n - 1) \times 6 = 196,$$

$$4 + 6n - 6 = 196, 6n = 198, n = 33。$$

(2) (A) 由此等差數列所得到的等差級數，和為多少？

(A) 3300 (B) 3200 (C) 3100 (D) 3000

$$(2) S_{33} = \frac{33 \times (4 + 196)}{2} = 3300。$$

④ 已知一等差級數 $5 + 3 + 1 + \cdots + (-27) + (-29)$ ，求： (每小題 10 分，共 20 分)

(1) (B) 這個等差數列一共有幾項？

(A) 19 (B) 18 (C) 17 (D) 16

$$(1) d = 3 - 5 = -2,$$

$$a_n = 5 + (n - 1) \times (-2) = -29,$$

$$5 - 2n + 2 = -29, 2n = 36, n = 18。$$

(2) (A) 由此等差數列所得到的等差級數，和為多少？

(A) -216 (B) -204 (C) -192 (D) -168

$$(2) S_{18} = \frac{18 \times [5 + (-29)]}{2} = -216。$$

⑤ 已知一等差級數 $30 + 26 + 22 + \cdots + (-30) + (-34)$ ，求： (每小題 10 分，共 20 分)

(1) (C) 這個等差數列一共有幾項？

(A) 19 (B) 18 (C) 17 (D) 16

$$(1) d = 26 - 30 = -4,$$

$$a_n = 30 + (n - 1) \times (-4) = -34,$$

$$30 - 4n + 4 = -34, 4n = 68, n = 17。$$

(2) (B) 由此等差數列所得到的等差級數，和為多少？

(A) -64 (B) -34 (C) -12 (D) -4

$$(2) S_{17} = \frac{17 \times [30 + (-34)]}{2} = -34。$$



① 已知一等差級數的首項為 2，末項為 38，且級數和為 260，則： (每小題 10 分，共 20 分)

(1) (D) 這個等差級數一共有幾項？

(A) 16 (B) 15 (C) 14 (D) 13

$$(1) S_n = \frac{n(2+38)}{2} = 260。$$

$$20n = 260, n = 13。$$

(2) (C) 這個等差級數的公差為多少？

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

$$(2) a_{13} = a_1 + (13-1) \times d = 38,$$

$$2 + 12d = 38, 12d = 36, d = 3。$$

② 已知一等差級數的首項為 2，末項為 -36，且級數和為 -340，則： (每小題 10 分，共 20 分)

(1) (B) 這個等差級數一共有幾項？

(A) 18 (B) 20 (C) 21 (D) 22

$$(1) S_n = \frac{n[2+(-36)]}{2} = -340。$$

$$-17n = -340, n = 20。$$

(2) (B) 這個等差級數的公差為多少？

(A) -1 (B) -2 (C) -3 (D) -4

$$(2) a_{20} = 2 + (20-1) \times d = -36,$$

$$2 + 19d = -36, d = -2。$$

③ 已知一等差級數的首項為 -4，末項為 35，且級數和為 620，則： (每小題 10 分，共 20 分)

(1) (A) 這個等差級數一共有幾項？

(A) 40 (B) 39 (C) 35 (D) 31

$$(1) S_n = \frac{n(-4+35)}{2} = 620。$$

$$31n = 1240, n = 40。$$

(2) (A) 這個等差級數的公差為多少？

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

$$(2) a_{40} = -4 + (40-1) \times d = 35,$$

$$-4 + 39d = 35, 39d = 39, d = 1。$$

④ 已知一等差級數的首項為 96，末項為 4，且級數和為 1200，則： (每小題 10 分，共 20 分)

(1) (C) 這個等差級數一共有幾項？

(A) 26 (B) 25 (C) 24 (D) 23

$$(1) S_n = \frac{n(96+4)}{2} = 1200。$$

$$100n = 2400, n = 24。$$

(2) (D) 這個等差級數的公差為多少？

(A) -1 (B) -2 (C) -3 (D) -4

$$(2) a_{24} = 96 + (24-1) \times d = 4,$$

$$96 + 23d = 4, 23d = -92, d = -4。$$

⑤ 已知一等差級數的首項為 0，末項為 50，且級數和為 275，則： (每小題 10 分，共 20 分)

(1) (B) 這個等差級數一共有幾項？

(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 14

$$(1) S_n = \frac{n(0+50)}{2} = 275。$$

$$50n = 550, n = 11。$$

(2) (C) 這個等差級數的公差為多少？

(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6

$$(2) a_{11} = 0 + (11-1) \times d = 50,$$

$$10d = 50, d = 5。$$



- ① 已知一等差級數的首項為 5，公差為 3，則：

(每小題 10 分，共 20 分)

(1) (B) $a_{16} = ?$

- (A) 53 (B) 50 (C) 14 (D) 13

(1) $a_{16} = 5 + (16 - 1) \times 3 = 50$

(2) (C) $S_{16} = ?$

- (A) 375 (B) 400 (C) 440 (D) 880

(2) $S_{16} = \frac{16 \times (5 + 50)}{2} = 440$

- ② 已知一等差級數的首項為 18，公差為 -2，則：

(每小題 10 分，共 20 分)

(1) (C) $a_{20} = ?$

- (A) -12 (B) -18 (C) -20 (D) -22

(1) $a_{20} = 18 + (20 - 1) \times (-2) = -20$

(2) (A) $S_{20} = ?$

- (A) -20 (B) -22 (C) -38 (D) -42

(2) $S_{20} = \frac{20 \times [18 + (-20)]}{2} = -20$

- ③ 若一等差級數的首項為 7，公差為 4，請用 $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$ ，求：

(1) (C) $S_{10} = ?$

- (A) 300 (B) 270 (C) 250 (D) 240

(每小題 10 分，共 20 分)

(2) (D) $S_{20} = ?$

- (A) 1200 (B) 1080 (C) 960 (D) 900

(1) $S_{10} = \frac{10 \times [2 \times 7 + (10 - 1) \times 4]}{2} = \frac{10 \times [14 + 36]}{2} = 250$

(2) $S_{20} = \frac{20 \times [2 \times 7 + (20 - 1) \times 4]}{2} = 900$

- ④ 若一等差級數的首項為 34，公差為 -4，請用 $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$ ，求：

(1) (A) $S_8 = ?$

- (A) 160 (B) 170 (C) 180 (D) 190

(每小題 10 分，共 20 分)

(2) (B) $S_{13} = ?$

- (A) 120 (B) 130 (C) 140 (D) 160

(1) $S_8 = \frac{8 \times [2 \times 34 + (8 - 1) \times (-4)]}{2} = 160$

(2) $S_{13} = \frac{13 \times [2 \times 34 + (13 - 1) \times (-4)]}{2} = 130$

- ⑤ 若一等差級數的首項為 -20，公差為 5，則：

(每小題 10 分，共 20 分)

(1) (C) $S_9 = ?$

- (A) -10 (B) -5 (C) 0 (D) 10

解法非唯一。

(1) $a_9 = -20 + (9 - 1) \times 5 = 20$ ，
 $S_9 = \frac{9 \times (-20 + 20)}{2} = 0$

(2) (A) $S_{15} = ?$

- (A) 225 (B) 235 (C) 245 (D) 250

(2) $a_{15} = -20 + (15 - 1) \times 5 = 50$ ，
 $S_{15} = \frac{15 \times (-20 + 50)}{2} = 225$



- ① (C) 秉泰計畫用「等差存錢法」存款，第 1 個月存 100 元，第 2 個月存 200 元，第 3 個月存 300 元，也就是每個月都比前一個月多存 100 元。試問一年可以存多少元？ (20 分)
- (A) 7600 元 (B) 7700 元 (C) 7800 元 (D) 8000 元

$a_1 = 100, d = 100, n = 12$ ，則

$$S_{12} = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{12 \times [2 \times 100 + (12-1) \times 100]}{2} = 7800 \text{ (元)}$$

或 $a_{12} = 100 + (12-1) \times 100 = 1200, S_{12} = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{12 \times (100 + 1200)}{2} = 7800 \text{ (元)}$

- ② (D) 柏睿計畫用「漸進練跑法」慢跑，9 天一個循環，第 10 天休息。他第 1 天跑 2 公里，接下來的每一天都比前一天多跑 0.5 公里。試問 9 天一共跑了幾公里？ (20 分)
- (A) 28 公里 (B) 32 公里 (C) 34 公里 (D) 36 公里

$a_1 = 2, d = 0.5, n = 9$ ，則 $S_9 = \frac{9 \times [2 \times 2 + (9-1) \times 0.5]}{2} = 36$

或 $a_9 = 2 + (9-1) \times 0.5 = 6, S_9 = \frac{9 \times (2 + 6)}{2} = 36$

- ③ (A) 益丞計畫用「階梯存錢法」存款，第 1 個星期存 50 元，接下來的每個星期都比前一個星期多存 10 元。試問 31 個星期一共可以存多少元？ (20 分)
- (A) 6200 元 (B) 6400 元 (C) 6600 元 (D) 6800 元

$a_1 = 50, d = 10, n = 31$ ，則 $S_{31} = \frac{31 \times [2 \times 50 + (31-1) \times 10]}{2} = 6200$

或 $a_{31} = 50 + (31-1) \times 10 = 350, S_{31} = \frac{31 \times (50 + 350)}{2} = 6200$

- ④ (D) 立翔計畫用「魔鬼訓練法」慢跑，8 天一個循環。他第 1 天跑 10 公里，接下來的每一天都比前一天多跑 1 公里。試問 8 天一共跑了幾公里？ (20 分)
- (A) 88 公里 (B) 92 公里 (C) 100 公里 (D) 108 公里

$a_1 = 10, d = 1, n = 8$ ，則 $S_8 = \frac{8 \times [2 \times 10 + (8-1) \times 1]}{2} = 108$

或 $a_8 = 10 + (8-1) \times 1 = 17, S_8 = \frac{8 \times (10 + 17)}{2} = 108$

- ⑤ (B) 柏銓計畫用「勤能補拙法」背單字，10 天一個循環。第 1 天背 3 個單字，接下來的每一天都比前一天多背 2 個單字。試問 10 天一共要背幾個單字？ (20 分)
- (A) 130 個 (B) 120 個 (C) 110 個 (D) 100 個

$a_1 = 3, d = 2, n = 10$ ，則 $S_{10} = \frac{10 \times [2 \times 3 + (10-1) \times 2]}{2} = 120$

或 $a_{10} = 3 + (10-1) \times 2 = 21, S_{10} = \frac{10 \times (3 + 21)}{2} = 120$



- ① (A) 有一間扇形禮堂，一共有 12 排，第 1 排有 10 個座位，且後面一排均比前面一排多 2 個座位，那麼這間扇形禮堂一共有幾個座位？ (20 分)

(A) 252 個 (B) 264 個 (C) 276 個 (D) 288 個

$$a_1 = 10, d = 2, n = 12, \text{ 則 } S_{12} = \frac{12 \times [2 \times 10 + (12 - 1) \times 2]}{2} = 252$$

$$\text{或 } a_{12} = 10 + (12 - 1) \times 2 = 32, S_{12} = \frac{12 \times (10 + 32)}{2} = 252$$

- ② (C) 有一個公園音樂廣場，一共有 17 排，第 1 排有 12 個座位，且後面一排均比前面一排多 1 個座位，那麼這個公園音樂廣場一共有幾個座位？ (20 分)

(A) 320 個 (B) 328 個 (C) 340 個 (D) 360 個

$$a_1 = 12, d = 1, n = 17, \text{ 則 } S_{17} = \frac{17 \times [2 \times 12 + (17 - 1) \times 1]}{2} = 340$$

$$\text{或 } a_{20} = 12 + (17 - 1) \times 1 = 28, S_{17} = \frac{17 \times (12 + 28)}{2} = 340$$

- ③ (D) 有一間扇形教室，一共有 135 個座位，第 1 排有 11 個座位，且後面一排均比前面一排多 1 個座位，那麼這間扇形教室一共有幾排座位？ (20 分)

(A) 12 排 (B) 11 排 (C) 10 排 (D) 9 排

$$a_1 = 11, d = 1, S_n = 135, \text{ 則 } S_n = \frac{n [2 \times 11 + (n - 1) \times 1]}{2} = 135$$

$$n(22 + n - 1) = 270, n^2 + 21n - 270 = 0, (n + 30)(n - 9) = 0, \text{ 得 } n = -30 \text{ (不合) 或 } n = 9, \text{ 故這間扇形教室一共有 9 排座位。}$$

- ④ (B) 有面牆貼了階梯形造型的磁磚，從最上方開始，第一層貼了 22 個磁磚，下面一層都比上面一層多 1 個磁磚，一共貼了 175 個磁磚，試問這面牆一共貼了幾層磁磚？ (20 分)

(A) 6 層 (B) 7 層 (C) 8 層 (D) 10 層

$$a_1 = 22, d = 1, S_n = 175, \text{ 則 } S_n = \frac{n [2 \times 22 + (n - 1) \times 1]}{2} = 175$$

$$n(44 + n - 1) = 350, n^2 + 43n - 350 = 0, (n + 50)(n - 7) = 0, \text{ 得 } n = -50 \text{ (不合) 或 } n = 7, \text{ 故這面牆一共貼了 7 層磁磚。}$$

- ⑤ (D) 有一間扇形禮堂，一共有 330 個座位，第 1 排有 20 個座位，且後面一排均比前面一排多 2 個座位，那麼這間扇形禮堂一共有幾排座位？ (20 分)

(A) 15 排 (B) 14 排 (C) 12 排 (D) 11 排

$$a_1 = 20, d = 2, S_n = 330, \text{ 則 } S_n = \frac{n [2 \times 20 + (n - 1) \times 2]}{2} = 330$$

$$n(40 + 2n - 2) = 660, 2n^2 + 38n - 660 = 0, n^2 + 19n - 330 = 0, (n + 30)(n - 11) = 0, \text{ 得 } n = -30 \text{ (不合) 或 } n = 11, \text{ 故這間扇形禮堂一共有 11 排座位。}$$



1 已知一等差級數 $20 + 18 + 16 + 14 + \cdots$ ，試問： (每小題 12 分，共 24 分)

(1) (A) 從第幾項開始為負數？

(A) 12 (B) 11 (C) 10 (D) 9

$$d = 18 - 20 = -2,$$

$$a_n = 20 + (n-1) \times (-2) < 0,$$

$$20 - 2n + 2 < 0, 22 < 2n, n > 11,$$

故第 12 項開始為負數。

(2) (D) 當 n 為多少時，前 n 項的和最大？

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

第 12 項開始為負數且 $a_{11} = 0$ ，故此等差級數前 10、11 項的和為最大。

2 已知一等差級數 $31 + 27 + 23 + 19 + \cdots$ ，試問： (每小題 12 分，共 24 分)

(1) (C) 從第幾項開始為負數？

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

$$d = 27 - 31 = -4,$$

$$a_n = 31 + (n-1) \times (-4) < 0,$$

$$31 - 4n + 4 < 0, 35 < 4n, n > 8\frac{3}{4},$$

故第 9 項開始為負數。

(2) (B) 當 n 為多少時，前 n 項的和最大？

(A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6

第 9 項開始為負數，故此等差級數前 8 項的和為最大。

3 李老師是生活科技的任課老師，為了鼓勵學生盡早交作品，第一名交作品的同學加 20 分，第二名交的同學加 17 分，依此遞減，繳交名次後一名的比前一名少 3 分，直到加的分數是負數才停止加分。已知沒有多人同時繳交作品，試問： (每小題 12 分，共 24 分)

(1) (C) 依此規則，班上有幾位同學獲得加分？

(A) 9 分 (B) 8 分 (C) 7 分 (D) 6 分

$$d = -3, a_n = 20 + (n-1) \times (-3) < 0,$$

$$20 - 3n + 3 < 0, 23 < 3n, n > 7\frac{2}{3},$$

第 8 項開始為負數，故 7 位獲得加分。

(2) (B) 所有得到加分的同學，總共加了多少分？

(A) 80 分 (B) 77 分 (C) 76 分 (D) 74 分

$$S_7 = \frac{7 \times [2 \times 20 + (7-1) \times (-3)]}{2} = 77.$$

4 張老師為了獎勵學生有好表現，每週獲得最多個「笑臉印章」的同學可獲得 98 元，第 2 多的 89 元，依此遞減，數量排序後一名的比前一名少 9 元，直到金額是負數時才停止發放。已知任意兩個人獲得的「笑臉印章」數量都不相同，試問： (每小題 14 分，共 28 分)

(1) (B) 依此規則，班上有幾位同學獲得獎金？

(A) 12 位 (B) 11 位 (C) 10 位 (D) 9 位

$$d = -9, a_n = 98 + (n-1) \times (-9) < 0,$$

$$98 - 9n + 9 < 0, 107 < 9n, n > 11\frac{8}{9},$$

第 12 項開始為負數，故 11 位得到獎金。

(2) (A) 張老師總共發下多少獎金？

(A) 583 元 (B) 577 元 (C) 560 元 (D) 538 元

$$S_{11} = \frac{11 \times [2 \times 98 + (11-1) \times (-9)]}{2} = 583.$$



概念 ① 完成等比數列及等比數列的判斷

1 等比數列、公比：像 3、6、12、24、48 數列中，從第 2 項起，「後項除以前項的比值」都相同，稱這個數列為**等比數列**，而這個比值，稱為此數列的**公比**，以 r 表示。如上述的數列公比為 $r=2$ 。

2 $a_{n+1}=a_n \times r$ ：等比數列中，第 n 項的值 $\times$ 公比 = 第 $(n+1)$ 項的值，即 $a_{n+1}=a_n \times r$ 。

例 a_1 、12、36、 a_4 、324 為等比數列，公比 $r=36 \div 12=3$ ， $a_1=12 \div 3=4$ ； $a_4=36 \times 3=108$ 。



概念 ② 利用 $a_n=a_1 \times r^{n-1}$ ，求 a_n 或 n

1 $a_n=a_1 \times r^{n-1}$ ：若等比數列首項為 a_1 ，公比為 r ，則第 n 項 $a_n=a_1 \times r^{n-1}$ 。

例 一等比數列的首項 a_1 為 3，公比為 2，求：(1) a_5 = ? (2) 384 是第幾項？

解 $a_1=3$ ， $r=2$ 。

(1) $a_5=3 \times 2^{(5-1)}=48$ 。

(2) $384=3 \times 2^{n-1}$ ， $2^{n-1}=128=2^7$ ， $n=8$ 。



概念 ③ 等比數列的應用

例 有一隻細菌每過 20 分鐘就會一分为二，即 20 分鐘後會變成 2 隻細菌，40 分鐘後會變成 4 隻細菌，請問：這隻細菌在 5 小時之後會變成幾隻細菌？(用指數表示即可)

解 $a_1=1$ ， $r=2$ ，20 分鐘後為 a_2 ，40 分鐘後為 a_3 ，1 小時後為 a_4 ，

$60 \times 5 \div 20=15$ ，所以 5 小時後為 a_{16} 。

$a_{16}=1 \times 2^{(16-1)}=2^{15}$ (隻)。



概念 ④ 等差中項與等比中項

1 等差中項：當 a, b, c 三數成等差數列時， b 稱為 a, c 的**等差中項**， $b=\frac{a+c}{2}$ 。

例 若 3, x , 27 成等差數列，則等差中項 $x=\frac{3+27}{2}=15$ 。

2 等比中項：當 a, b, c 三數成等比數列時， b 稱為 a, c 的**等比中項**， $b^2=a \times c$ ， $b=\pm\sqrt{ac}$ 。

例 若 3, x , 27 成等比數列，則 $x^2=3 \times 27$ ，等比中項 $x=\pm\sqrt{3 \times 27}=\pm\sqrt{81}=\pm 9$ 。



① 下列各題是等比數列的畫○，不是的打×。

(每小題 5 分，共 30 分)

(1) (×) 5, 10, 15, 20, 25, 30。

(1) 不是， $\frac{10}{5} \neq \frac{15}{10}$ 。

(2) (○) 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128。

(2) 是，公比為 2。

(3) (○) $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \frac{1}{243}, \frac{1}{729}$ 。

(3) 是，公比為 $\frac{1}{3}$ 。

(4) (○) 32, 16, 8, 4, 2, 1。

(4) 是，公比為 $\frac{1}{2}$ 。

(5) (○) 5, -10, 20, -40, 80, -160。

(5) 是，公比為 -2。

(6) (○) $\sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, 4, 4\sqrt{2}, 8, 8\sqrt{2}$ 。

(6) 是，公比為 $\sqrt{2}$ 。

② 求下列各等比數列的公比。

(每小題 5 分，共 30 分)

(1) (B) 4, 12, 36, 108, 324, 972。

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 8

(1) $r = 12 \div 4 = 3$ 。

(2) (B) 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6。

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 6

(2) $r = 6 \div 6 = 1$ 。

(3) (A) 8, -8, 8, -8, 8, -8, 8。

(A) -1 (B) 1 (C) -8 (D) 8

(3) $r = (-8) \div 8 = -1$ 。

(4) (C) 5, 5², 5³, 5⁴, 5⁵, 5⁶, 5⁷。

(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 25

(4) $r = 5^2 \div 5 = 5$ 。

(5) (A) 80, 40, 20, 10, 5, $\frac{5}{2}, \frac{5}{4}$ 。

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) 2 (D) 4

(5) $r = 40 \div 80 = \frac{1}{2}$ 。

(6) (D) -2, -2 $\sqrt{5}$, -10, -10 $\sqrt{5}$, -50, -50 $\sqrt{5}$ 。

(A) 1 (B) 2 (C) - $\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{5}$

(6) $r = (-2\sqrt{5}) \div (-2) = \sqrt{5}$ 。

③ 在空格中填入適當的數，使各數列成為等比數列。

(每格 4 分，共 40 分)

(1) 2, 6, 18, 54, 162, 486, 1458。

(1) $r = 6 \div 2 = 3$, $18 \times 3 = 54$, $162 \times 3 = 486$ 。

(2) 6, 6², 6³, 6⁴, 6⁵, 6⁶。

(2) $r = 6^4 \div 6^3 = 6$, $6 \times 6 = 6^2$, $6^4 \times 6 = 6^5$ 。

(3) 5, -5, 5, -5, 5, -5。

(3) $r = (-5) \div 5 = -1$, $(-5) \times (-1) = 5$, $5 \times (-1) = -5$ 。

(4) 4, 4 $\sqrt{3}$, 12, 12 $\sqrt{3}$, 36, 36 $\sqrt{3}$ 。

(4) $r = 4\sqrt{3} \div 4 = \sqrt{3}$, $4\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 12$, $36 \times \sqrt{3} = 36\sqrt{3}$ 。

(5) 3, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{3}{32}$, $\frac{3}{64}$ 。

(5) $r = \frac{3}{4} \div \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$, $\frac{3}{2} \div \frac{1}{2} = 3$, $\frac{3}{32} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{64}$ 。



① 選出正確的選項。(每小題 5 分，共 25 分)

(1) (**B**) 若一等比數列的首項 a_1 為 3，公比為 2，則此數列的第 5 項 a_5 為多少？

(A) 24 (B) 48 (C) 96 (D) 192 $a_5 = 3 \times 2^{5-1} = 3 \times 16 = 48$ 。

(2) (**C**) 若一等比數列的首項 a_1 為 -2，公比為 3，則此數列的第 4 項 a_4 為多少？

(A) -6 (B) -18 (C) -54 (D) -162 $a_4 = (-2) \times 3^{4-1} = (-2) \times 27 = -54$ 。

(3) (**A**) 若一等比數列的首項 a_1 為 5，公比為 -2，則此數列的第 3 項 a_3 為多少？

(A) 20 (B) 40 (C) -20 (D) -40 $a_3 = 5 \times (-2)^{3-1} = 5 \times 4 = 20$ 。

(4) (**D**) 若一等比數列的首項 a_1 為 10，公比為 1，則第 10 項 a_{10} 為多少？

(A) 10^{10} (B) 10^9 (C) 100 (D) 10 $a_{10} = 10 \times 1^{10-1} = 10 \times 1 = 10$ 。

(5) (**A**) 若一等比數列的首項 a_1 為 5，公比為 -1，則此數列的第 15 項 a_{15} 為多少？

(A) 5 (B) -5 (C) 75 (D) -75 $a_{15} = 5 \times (-1)^{15-1} = 5 \times 1 = 5$ 。

② 一等比數列的首項 a_1 為 4，公比為 3，利用 $a_n = a_1 \times r^{n-1}$ 求下列的答案。

(1) $a_2 =$ 12。 (2) $a_3 =$ 36。 (3) 108 是第 4 項。 (每格 5 分，共 15 分)

(1) $a_2 = 4 \times 3^{2-1} = 4 \times 3 = 12$ 。

(2) $a_3 = 4 \times 3^{3-1} = 4 \times 9 = 36$ 。

(3) $108 = 4 \times 3^{n-1}$ ， $3^{n-1} = 27 = 3^3$ ， $n = 4$ 。

③ 一等比數列的首項 a_1 為 3，公比為 -2，利用 $a_n = a_1 \times r^{n-1}$ 求下列的答案。

(1) $a_3 =$ 12。 (2) $a_4 =$ -24。 (3) 192 是第 7 項。 (每格 5 分，共 15 分)

(1) $a_3 = 3 \times (-2)^{3-1} = 3 \times 4 = 12$ 。

(2) $a_4 = 3 \times (-2)^{4-1} = 3 \times (-8) = -24$ 。

(3) $192 = 3 \times (-2)^{n-1}$ ， $(-2)^{n-1} = 64 = 2^6$ ， $n = 7$ 。

④ 已知一等比數列的前三項為 5, 10, 20，則：

(每格 5 分，共 15 分)

(1) 公比 = 2。 (2) $a_5 =$ 80。 (3) 640 是第 8 項。

(1) $r = 10 \div 5 = 2$ 。

(2) $a_5 = 5 \times 2^{5-1} = 5 \times 16 = 80$ 。

(3) $640 = 5 \times 2^{n-1}$ ， $2^{n-1} = 128 = 2^7$ ， $n = 8$ 。

⑤ 已知一等比數列的前三項為 1, -3, 9，則：

(每格 5 分，共 15 分)

(1) 公比 = -3。 (2) $a_4 =$ -27。 (3) -243 是第 6 項。

(1) $r = (-3) \div 1 = -3$ 。

(2) $a_4 = a_3 \times (-3) = 9 \times (-3) = -27$ 。

(3) $-243 = 1 \times (-3)^{n-1}$ ， $(-3)^{n-1} = -3^5 = (-3)^5$ ， $n = 6$ 。

⑥ 已知一等比數列的前三項為 64, 32, 16，則：

(每格 5 分，共 15 分)

(1) 公比 = $\frac{1}{2}$ 。 (2) $a_6 =$ 2。 (3) $\frac{1}{4}$ 是第 9 項。

(1) $r = 32 \div 64 = \frac{1}{2}$ 。

(2) $a_6 = 64 \times (\frac{1}{2})^{6-1} = 64 \times \frac{1}{32} = 2$ 。

(3) $\frac{1}{4} = 64 \times (\frac{1}{2})^{n-1}$ ， $(\frac{1}{2})^{n-1} = \frac{1}{256} = (\frac{1}{2})^8$ ， $n = 9$ 。



- ① (B) 已知某病毒每過一小時就會一分為二，再過一小時每一隻又會分裂成二隻，即一小時後會變成 2 隻病毒，兩小時後會變成 4 隻病毒。求此病毒 5 小時後會變成幾隻病毒？

(A) 16 隻 (B) 32 隻 (C) 64 隻 (D) 128 隻 (20 分)

$$a_1 = 2, a_5 = 2 \times 2^{5-1} = 2 \times 16 = 32。$$

$$\text{【另解】 } a_1 = 1, 1 \text{ 小時後是 } a_2, 5 \text{ 小時後是 } a_6, a_6 = 1 \times 2^{6-1} = 1 \times 32 = 32。$$

- ② (C) 已知某病毒每過一小時就會一分為三，再過一小時每一隻又會分裂成 3 隻，即一小時後會變成 3 隻病毒，兩小時後會變成 9 隻病毒。求此病毒 4 小時之後會變成幾隻病毒？

(A) 729 隻 (B) 243 隻 (C) 81 隻 (D) 27 隻 (20 分)

$$a_1 = 3, a_4 = 3 \times 3^{4-1} = 3 \times 27 = 81。$$

$$\text{【另解】 } a_1 = 1, 1 \text{ 小時後是 } a_2, 4 \text{ 小時後是 } a_5, a_5 = 1 \times 3^{5-1} = 1 \times 81 = 81。$$

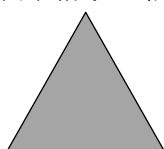
- ③ (B) 品謙有一張薄紙，對摺一次後，厚度變成原來的 2 倍，對摺 2 次後，厚度變成一開始的 4 倍，也就是每對摺一次，厚度就會是前一次對摺的 2 倍。求對摺 8 次後，厚度會是一開始的幾倍？

(A) 128 倍 (B) 256 倍 (C) 512 倍 (D) 1024 倍

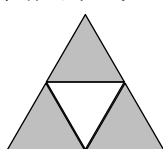
$$a_1 = 2, a_8 = 2 \times 2^{8-1} = 2 \times 128 = 256。$$

$$\text{【另解】 } a_1 = 1, \text{對摺 1 次是 } a_2, \text{對摺 8 次是 } a_9, a_9 = 1 \times 2^{9-1} = 1 \times 256 = 256。$$

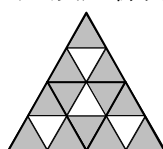
- ④ (C) 下圖中，圖(一)為一張大的三角形紙張，圖(二)為將圖(一)三角形紙張分割成 4 個相同的 $\triangle$ ，圖(三)是接著圖(二)繼續分割成 16 個相同大小的 $\triangle$ ，圖(四)是接著圖(三)分割成 64 個相同大小的 $\triangle$ 。若繼續這樣分割，圖(六)會分割成多少個大小相同的 $\triangle$ ？



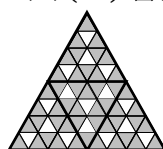
圖(一)



圖(二)



圖(三)



圖(四)

(20 分)

(A) 256 個 (B) 512 個 (C) 1024 個 (D) 2048 個

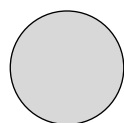
$$a_6 = 1 \times 4^{6-1} = 1 \times 4^5 = 1 \times 2^{10} = 1024。$$

- ⑤ (D) 下圖中，圖(一)為直徑 1 公分的圓，圖(二)的圓之直徑為圖(一)的 $\frac{3}{2}$ 倍，圖(三)的圓之直徑為圖(二)的 $\frac{3}{2}$ 倍。依此規則，圖(五)的圓之直徑是多少公分？

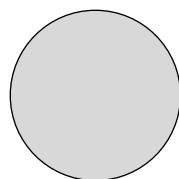
(20 分)



圖(一)



圖(二)



圖(三)

$$a_5 = 1 \times \left(\frac{3}{2}\right)^{5-1} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16} \text{ (公分)}。$$

(A) $\frac{243}{64}$ 公分 (B) $\frac{81}{32}$ 公分 (C) $\frac{243}{32}$ 公分 (D) $\frac{81}{16}$ 公分



1 選出正確的選項。(每小題 10 分，共 100 分)

(1) (B) 若 4、16 的等差中項為 x ，則 $x = ?$

(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14

$$(1) x = \frac{4+16}{2} = 10。$$

(2) (D) 若 9、25 的等差中項為 x ，則 $x = ?$

(A) 13 (B) 15 (C) 16 (D) 17

$$(2) x = \frac{9+25}{2} = 17。$$

(3) (C) 若 -7、13 的等差中項為 x ，則 $x = ?$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

$$(3) x = \frac{-7+13}{2} = 3。$$

(4) (A) 若 4、9 的等差中項為 x ，則 $x = ?$

(A) $\frac{13}{2}$ (B) $\frac{11}{2}$ (C) 5 (D) 6

$$(4) x = \frac{4+9}{2} = \frac{13}{2}。$$

(5) (A) 若 -27、-3 的等差中項為 x ，則 $x = ?$

(A) -15 (B) -16 (C) -17 (D) -18

$$(5) x = \frac{-27+(-3)}{2} = -15。$$

(6) (B) 若 4、16 的等比中項為 x ，則 $x = ?$

(A) ± 6 (B) ± 8 (C) ± 10 (D) ± 12

$$(6) x = \pm\sqrt{4 \times 16} = \pm\sqrt{64} = \pm 8。$$

(7) (B) 若 9、25 的等比中項為 x ，則 $x = ?$

(A) ± 13 (B) ± 15 (C) ± 16 (D) ± 17

$$(7) x = \pm\sqrt{9 \times 25} = \pm\sqrt{225} = \pm 15。$$

(8) (A) 若 4、9 的等比中項為 x ，則 $x = ?$

(A) ± 6 (B) $\pm \frac{13}{2}$ (C) $\pm \frac{11}{2}$ (D) ± 7

$$(8) x = \pm\sqrt{4 \times 9} = \pm\sqrt{36} = \pm 6。$$

(9) (C) 若 -27、-3 的等比中項為 x ，則 $x = ?$

(A) ± 6 (B) ± 7 (C) ± 9 (D) ± 11

$$(9) x = \pm\sqrt{(-27) \times (-3)} \\ = \pm\sqrt{81} = \pm 9。$$

(10) (B) 若 -6、-24 的等比中項為 x ，則 $x = ?$

(A) ± 9 (B) ± 12 (C) ± 14 (D) ± 16

$$(10) x = \pm\sqrt{(-6) \times (-24)} \\ = \pm\sqrt{144} = \pm 12。$$


概念 ① 由列表觀察對應關係

1 變數：在一個關係式，會變動的數，稱為**變數**。在日常生活中，可常見兩組數量有著特殊對應關係，一個數量改變，另一個數量也會跟著改變。

例 一枝筆 20 元，買了 x 枝，花了 y 元，則 $y=20x$ ， x 和 y 都是「變數」。

2 由列表觀察對應關係：

例	座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	成績	75	90	80	85	90	65	70	90	85	95

知道座號就可以知道成績，但知道成績，無法確定座號。


概念 ② 由圖形觀察函數關係

1 觀察圖形橫軸的任意一個點，對應於縱軸上的點是否只有一個還是兩個以上。相反的，觀察圖形縱軸的任意一個點，對應於橫軸上的點是否只有一個還是兩個以上。


概念 ③ 由關係式判斷函數關係

1 函數：當給定一個 x 值時，只有一個 y 值與之對應，稱此對應關係為 y 是 x 的**函數**。

例 當給定一個正方形邊長 x 值時，只有一個周長 y 值與之對應， $y=4x$ ， y 是 x 的函數。


概念 ④ 由圖形求函數值

1 函數值：在一個函數關係中，給定 x 的一個值 a ，可以得到一個與之對應的 y 值，我們稱這個 y 值為此函數在 $x=a$ 時的**函數值**。

2 由圖形判斷函數值：可由橫軸 x 上的某個值，觀察對應縱軸上的函數值 y 。


概念 ⑤ 由一次函數關係求函數值

1 一次函數：函數 $y=ax+b$ ，其中 $a \neq 0$ ， $ax+b$ 是 x 的一次式，稱為**一次函數**。

例 $y=3x+8$ ， $y=-6x+5$ ， $y=4x$ 等為一次函數。

2 由一次函數關係求函數值：例如 $y=3x+8$ ：當 $x=5$ ，得到函數值 $y=3 \times 5 + 8 = 23$ 。


概念 ⑥ 由函數值求一次函數

例 已知某一次函數當 $x=0$ 時的函數值為 $y=5$ ， $x=1$ 時的函數值為 $y=3$ ，求此一次函數。

解 設此函數為 $y=ax+b$ ，則 $\begin{cases} 5=a \times 0 + b \\ 3=a \times 1 + b \end{cases}$ ，得 $b=5$ ， $a=-2$ ，故此一次函數為 $y=-2x+5$ 。


概念 ⑦ 由函數值相等反求給定值

例 若兩個一次函數 $y=-2x+3$ 與 $y=x-9$ 在 $x=a$ 時的函數值相同，求 a 值。

解 將 $x=a$ 代入 $y=-2x+3$ 與 $y=x-9$ ，得 $-2a+3=a-9$ ， $-3a=-12$ ，故 $a=4$ 。



概念 8 常數函數

1 常數函數：像 $y=b$ 這樣的函數稱為**常數函數**。

例 $y=3$ 為常數函數，不論 x 的值為何， y 的值都是 3；又例如 $y=-6$ ， y 的值都是 -6 。



概念 9 畫一次函數的圖形

1 一次函數的圖形： $y=ax+b$ ($a \neq 0$) 的圖形，可看成是二元一次方程式 $ax-y+b=0$ 的圖形，只要找出兩個數對的點 (x, y) ，將它連成直線，就是此**一次函數的圖形**。

例 在坐標平面上畫出 $y=3x-5$ 的圖形

解 $x=0, y=-5$ ； $x=1, y=-2$ ，在坐標平面上找到 $(0, -5)$ 和 $(1, -2)$ 兩個點後畫直線。



概念 10 過兩點求一次函數

例 若一次函數 $y=ax+b$ 的圖形通過 $(2, 1)$ 、 $(-1, 7)$ 兩點，求此一次函數。

解 將 $(2, 1)$ 、 $(-1, 7)$ 代入 $y=ax+b$ ，則 $\begin{cases} 1=2a+b \\ 7=-a+b \end{cases}$ ，得 $a=-2, b=5$ ，所求為 $y=-2x+5$ 。



概念 11 畫常數函數的圖形

1 常數函數 $y=b$ ，不論 x 的值為何，函數值永遠是 b ，圖形為通過 $(0, b)$ 的水平線。

例 $y=-3$ 的圖形，是一條通過 $(0, -3)$ 的水平線。



概念 12 一次函數的應用 (I) (水位及加熱問題)

例 品謙將水加熱，加熱的時間與水溫的對應關係紀錄如下表：

時間 (x 分)	0	2	4	6	8	10	12	14
水溫 (y °C)	28	44	60	76	92	100	100	100

已知在水溫達到 100°C 前，水溫 y ($^\circ\text{C}$) 是時間 x (分) 的一次函數，那麼加熱為多少分鐘時，水溫剛好到達 100°C ？

解 設一次函數為 $y=ax+b$ ，將 $(0, 28)$ 、 $(2, 44)$ 代入，解聯立方程式得 $a=8, b=28$ 。

將 $y=100$ 代入，得 $100=8x+28$ ，求得 $x=9$ 。即加熱 9 分鐘時，水溫剛好達到 100°C 。



概念 13 一次函數的應用 (II) (兩種計費方案問題)

例 某 KTV 有兩種計費方式，A 套餐是基本費 500 元，每小時加收 500 元，B 套餐則是基本費 900 元，每小時加收 400 元，兩種套餐在歡唱 x 小時後，費用完全相同，求 x 的值？

解 設費用為 y 元，兩款收費皆滿足一次函數關係 $y=ax+b$ ， $\begin{cases} y=500x+500 \cdots \textcircled{1} \\ y=400x+900 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ ，

$\textcircled{1}-\textcircled{2}$ 得 $0=100x-400, 100x=400, x=4$ 。即歡唱 4 小時後，費用完全相同。



概念 14 一次函數的應用 (III) (距離與時間問題)

例 坤能參加 21 公里的馬拉松比賽，假設他以等速前進，則距離與時間為一次函數，當他跑了 30 分鐘時，累計跑了 6 公里，那麼坤能跑完 21 公里要多少時間？

解 設 x 分鐘共跑了 y 公里，將 $(0, 0)$ 、 $(30, 6)$ 代入 $y=ax+b$ ，得為 $a=0.2, b=0$ ，將 $y=21$ 代入，得 $21=0.2x$ ，求得 $x=105$ (分鐘)。



- ① 下表為品謙班上同學家中同住了一個房子的人數。(每格 5 分，共 30 分)

座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
同住人數	4	5	4	3	6	5	8	2	3	4	7	6	10	3	5

請根據上表回答下面的問題：

- 由表格可知，座號 6 號的家中同住人數為 5 人。
- 知道某一個人的座號，是否可以確定他們家中的同住人數？(☒ 是， ☐ 否)(打✓)
- 班上家中同住人數為 4 人的座號是 1 號、 3 號、 10 號。
- 知道同住人數，是否能確定是哪個座號的同學？(☐ 是， ☒ 否)(打✓)

- ② 下表為好南市去年每月的每日中午十二點平均氣溫。(每小題 10 分，共 40 分)

月分	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
每日中午十二點平均氣溫 (°C)	18	20	23	25	27	28	33	34	30	26	21	19

請根據上表回答下面的問題：

- 由表格可知，好南市去年 5 月的每日中午十二點平均氣溫為 27 °C。
- 知道去年的某月，是否能確定好南市在去年該月的每日中午十二點平均氣溫？
(☒ 是， ☐ 否)(打✓)
- 由表格可知，好南市去年每日中午十二點平均氣溫為 30°C 的月分是 9 月。
- 知道每日中午十二點平均氣溫，是否能確定是哪個月分？(☒ 是， ☐ 否)(打✓)

- ③ 下表為芝璇班上同學出生月分的人數統計。(每格 5 分，共 30 分)

月分	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
人數	2	4	4	3	4	3	1	2	1	2	2	1

請根據上表回答下面的問題：

- 由表格可知，芝璇班上同學 10 月出生的人數為 2 人。
- 知道某一個人的出生月分，是否可以確定和他出生在同一個月分的班上同學有多少人？
(☒ 是， ☐ 否)(打✓)
- 出生人數都只有一個人的月分是 7 月、 9 月、 12 月。
- 如果知道芝璇的出生月分人數，是否便能確定芝璇是哪個月出生的？
(☐ 是， ☒ 否)(打✓)



Nani

基礎特訓班

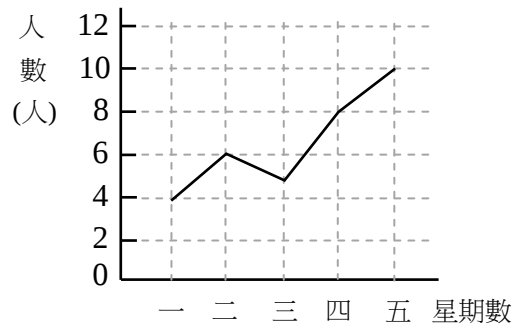
2-1 一次函數及函數圖形與應用

概念 ② 由圖形觀察函數關係

__班__號

姓名

- ① 右圖為快樂國中上星期一到星期五的全校每日請假人數，請問：（每小題 10 分，共 30 分）

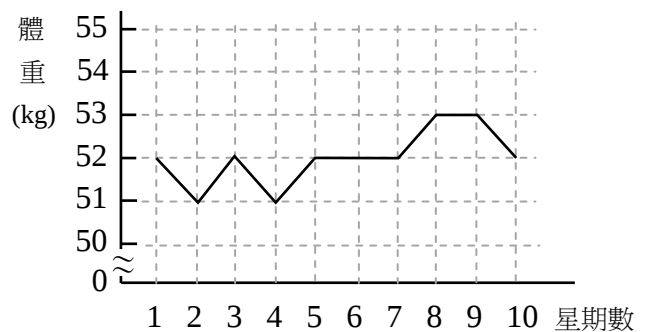


- (1) 由圖可知，快樂國中上星期四的全校請假人數為 8 人。

- (2) 知道上星期的星期幾，是否能確定快樂國中那天的全校請假人數？ (☒ 是， ☐ 否) (打√)

- (3) 是否能從快樂國中的請假人數，確定是上星期幾？ (☒ 是， ☐ 否) (打√)

- ② 右圖為柏睿連續 10 星期的每個星期一上午起床後的體重，記錄體重時，都四捨五入取整數。請問：（每小題 10 分，共 40 分）



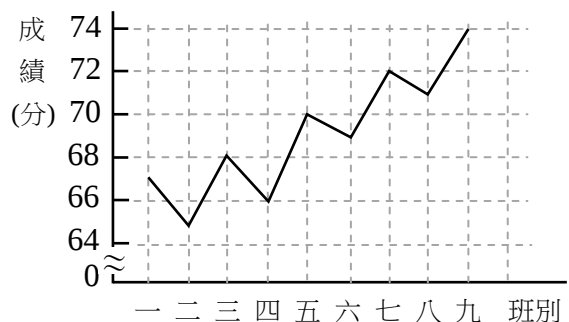
- (1) 由圖可知，柏睿第 7 個星期一上午起床後的體重為 52 公斤。

- (2) 是否可以由任一個星期一，確定柏睿那一天起床後的體重？ (☒ 是， ☐ 否) (打√)

- (3) 由圖可知，在這 10 個星期中，柏睿有 6 個星期的星期一起床後體重是 52 公斤。

- (4) 是否能從的柏睿體重，確定是哪個星期的星期一起床後體重？ (☐ 是， ☒ 否) (打√)

- ③ 右圖為一新國中八年級的全年級九個班第一次段考數學平均成績，都四捨五入取整數。請問：（每小題 10 分，共 30 分）



- (1) 由圖可知，八年五班的第一次段考數學平均成績為 70 分。

- (2) 是否可以由一新國中八年級的任一個班，確定該班第一次段考的數學平均成績？ (☒ 是， ☐ 否) (打√)

- (3) 如果某個分數是八年級其中一個班的第一次段考的數學平均成績，是否能從這個分數確定是哪個班的第一次段考的數學平均成績？ (☒ 是， ☐ 否) (打√)



- ① 若 1 美元可以兌換台幣 30 元， x 美元可以兌換台幣 y 元，則： (每小題 6 分，共 12 分)
 - (1) 可列出 x 與 y 的關係式為 $y=30x$ 。
 - (2) y 是否為 x 的函數？ (☒ 是， ☐ 否) (打✓)

- ② 已知正三角形的邊長為 x ，周長為 y ，則： (每小題 6 分，共 12 分)
 - (1) 可列出 x 與 y 的關係式為 $y=3x$ 。
 - (2) y 是否為 x 的函數？ (☒ 是， ☐ 否) (打✓)

- ③ 若 1 台斤等於 0.6 公斤， x 台斤等於 y 公斤，則： (每小題 6 分，共 12 分)
 - (1) 可列出 x 與 y 的關係式為 $y=0.6x$ 。
 - (2) y 是否為 x 的函數？ (☒ 是， ☐ 否) (打✓)

- ④ 已知有一個空箱子重 1200 公克，將每瓶 450 公克的罐裝飲料共 x 罐放入空箱後，一共重 y 公克，則： (每小題 6 分，共 12 分)
 - (1) 可列出 x 與 y 的關係式為 $y=450x+1200$ 。
 - (2) y 是否為 x 的函數？ (☒ 是， ☐ 否) (打✓)

- ⑤ 若 1 枝鉛筆的價格為 12 元，買 x 枝鉛筆和一個 150 元的削鉛筆機共花了 y 元，則： (每小題 6 分，共 12 分)
 - (1) 可列出 x 與 y 的關係式為 $y=12x+150$ 。
 - (2) y 是否為 x 的函數？ (☒ 是， ☐ 否) (打✓)

- ⑥ 某吃到飽餐廳有可容納 10 人的獨立包廂，每次用餐的包廂費用是 1000 元，每人再加收餐費 900 元，若 x 人到這家餐廳的獨立包廂用餐，人數不多於 10 人，總共花費 y 元，則： (每小題 10 分，共 20 分)
 - (1) 可列出 x 與 y 的關係式為 $y=900x+1000$ 。
 - (2) y 是否為 x 的函數？ (☒ 是， ☐ 否) (打✓)

- ⑦ 某機車租借店家的租借費用是算次的，每次費用 300 元，可租借 24 小時。若該店家的店面租金每個月是 12000 元，且店家一個月租出 x 次，忽略機車的維修養護成本，扣除租金後可賺得 y 元，則： (每小題 10 分，共 20 分)
 - (1) 可列出 x 與 y 的關係式為 $y=300x-12000$ 。
 - (2) y 是否為 x 的函數？ (☒ 是， ☐ 否) (打✓)



Nani

基礎特訓班

2-1 一次函數及函數圖形與應用

概念 4 由圖形求函數值

__班__號

姓名

1 根據右邊天數與人數的關係圖，求 x 的函數值。

(1) (C) $x=3$ 的函數值 $y=?$ (每小題 10 分，共 30 分)

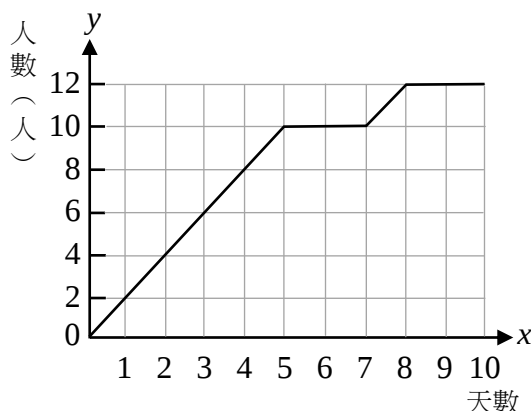
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

(2) (B) $x=7$ 的函數值 $y=?$

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

(3) (C) $x=4$ 的函數值 $y=?$

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 10



2 根據右邊時間與距離的關係圖，求 x 的函數值。

(1) (A) $x=1$ 的函數值 $y=?$ (每小題 10 分，共 30 分)

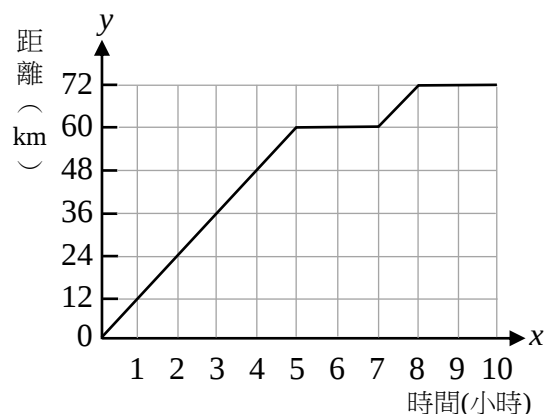
(A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 48

(2) (C) $x=6$ 的函數值 $y=?$

(A) 36 (B) 48 (C) 60 (D) 72

(3) (D) $x=8$ 的函數值 $y=?$

(A) 36 (B) 48 (C) 60 (D) 72



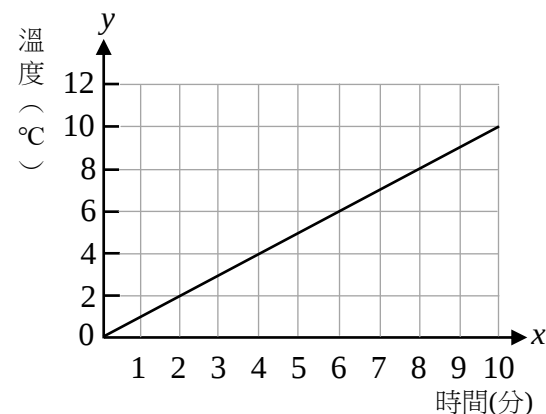
3 根據右邊時間與溫度的關係圖，求 x 的函數值。

(1) (C) $x=4$ 的函數值 $y=?$ (每小題 10 分，共 20 分)

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

(2) (D) $x=10$ 的函數值 $y=?$

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10



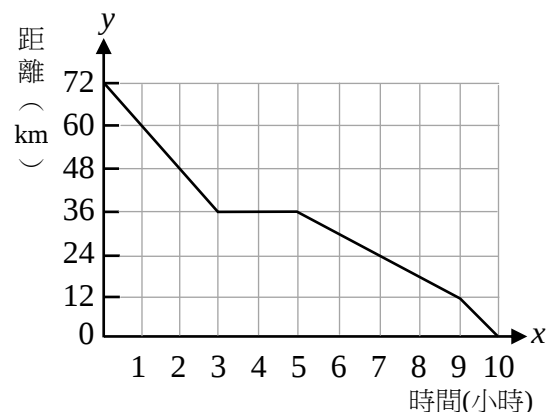
4 根據右邊時間與距離的關係圖，求 x 的函數值。

(1) (C) $x=1$ 的函數值 $y=?$ (每小題 10 分，共 20 分)

(A) 12 (B) 48 (C) 60 (D) 72

(2) (A) $x=4$ 的函數值 $y=?$

(A) 36 (B) 48 (C) 60 (D) 72





1 選出正確的選項。(每小題 10 分，共 100 分)

(1) (B) 若 $y=10x+1$ ，則 $x=0$ 的函數值為何？

(A) 0 (B) 1 (C) 10 (D) 11

$$y=10 \times 0 + 1 = 1。$$

(2) (A) 若 $y=2x-1$ ，則 $x=1$ 的函數值為何？

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

$$y=2 \times 1 - 1 = 1。$$

(3) (B) 若 $y=3x+2$ ，則 $x=-2$ 的函數值為何？

(A) -3 (B) -4 (C) -5 (D) -6

$$y=3 \times (-2) + 2 = -4。$$

(4) (C) 若 $y=-x+5$ ，則 $x=4$ 的函數值為何？

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

$$y=-4 + 5 = 1。$$

(5) (D) 若 $y=-3x-4$ ，則 $x=-1$ 的函數值為何？

(A) -4 (B) -3 (C) -2 (D) -1

$$y=(-3) \times (-1) - 4 = -1。$$

(6) (B) 若 $y=5x+1$ ，則 $x=3$ 的函數值為何？

(A) 15 (B) 16 (C) 20 (D) 21

$$y=5 \times 3 + 1 = 16。$$

(7) (C) 若 $y=4x-6$ ，則 $x=4$ 的函數值為何？

(A) -6 (B) 5 (C) 10 (D) 20

$$y=4 \times 4 - 6 = 10。$$

(8) (D) 若 $y=2x+5$ ，則 $x=-4$ 的函數值為何？

(A) 13 (B) 8 (C) -8 (D) -3

$$y=2 \times (-4) + 5 = -3。$$

(9) (D) 若 $y=-4x+8$ ，則 $x=3$ 的函數值為何？

(A) 20 (B) 11 (C) -3 (D) -4

$$y=(-4) \times 3 + 8 = -4。$$

(10) (A) 若 $y=-x-7$ ，則 $x=-2$ 的函數值為何？

(A) -5 (B) -9 (C) 5 (D) 9

$$y=-(-2) - 7 = 2 - 7 = -5。$$



- ① (D) 右表為某一次函數的兩組 x 與 y 的對應值，則此一次函數為何？(20 分)

- (A) $y = -4x + 4$ (B) $y = -x + 2$
(C) $y = -2x + 2$ (D) $y = -2x + 4$

x	0	2
y	4	0

設此函數為 $y = ax + b$ ，則 $4 = a \times 0 + b$ ， $b = 4$ 。

又 $0 = a \times 2 + 4$ ， $a = -2$ ，故 $y = -2x + 4$ 。

- ② (D) 右表為某一次函數的兩組 x 與 y 的對應值，則此一次函數為何？(20 分)

- (A) $y = -2x + 2$ (B) $y = -x + 1$
(C) $y = 2x + 2$ (D) $y = x + 1$

x	0	-1
y	1	0

設此函數為 $y = ax + b$ ，則 $1 = a \times 0 + b$ ， $b = 1$ 。

又 $0 = a \times (-1) + 1$ ， $a = 1$ ，故 $y = x + 1$ 。

- ③ (C) 右表為某一次函數的兩組 x 與 y 的對應值，則此一次函數為何？(20 分)

- (A) $y = -3x + 3$ (B) $y = -x + 2$
(C) $y = -2x + 3$ (D) $y = -2x + 2$

x	0	1
y	3	1

設此函數為 $y = ax + b$ ，則 $3 = a \times 0 + b$ ， $b = 3$ 。

又 $1 = a \times 1 + 3$ ， $a = -2$ ，故 $y = -2x + 3$ 。

- ④ (A) 右表為某一次函數的兩組 x 與 y 的對應值，則此一次函數為何？(20 分)

- (A) $y = x + 3$ (B) $y = \frac{1}{3}x + 1$
(C) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ (D) $y = -x + 1$

x	-2	-3
y	1	0

設此函數為 $y = ax + b$ ，則 $1 = a \times (-2) + b$ ，即 $-2a + b = 1 \cdots \cdots \textcircled{1}$ 。

又 $0 = a \times (-3) + b$ ，即 $b = 3a \cdots \cdots \textcircled{2}$ ，將 $b = 3a$ 代入①，得 $a = 1$ ，

將 $a = 1$ 代入②，得 $b = 3$ ，故 $y = x + 3$ 。

- ⑤ (B) 已知某一次函數當 $x = -1$ 時的函數值為 $y = -1$ ， $x = 1$ 時的函數值為 $y = 3$ ，則此一次函數為何？(20 分)

- (A) $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ (B) $y = 2x + 1$ (C) $y = x + 2$ (D) $y = -2x + 2$

設此函數為 $y = ax + b$ ，則 $-1 = a \times (-1) + b$ ，即 $-a + b = -1 \cdots \cdots \textcircled{1}$ 。

又 $3 = a \times 1 + b$ ，即 $a + b = 3 \cdots \cdots \textcircled{2}$ ，由①②可求得 $a = 2$ ， $b = 1$ ，

故 $y = 2x + 1$ 。



- ① (D) 若一次函數 $y=7x-2$ 與 $y=5x+8$ 在 $x=a$ 時的函數值相同，則 $a=?$ (10分)

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

$$7x-2=5x+8, \text{ 則 } 2x=10, x=5。$$

故 $a=5$ 。

- ② (A) 若一次函數 $y=5x-7$ 與 $y=-4x+11$ 在 $x=a$ 時的函數值相同，則 $a=?$ (15分)

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

$$5x-7=-4x+11, \text{ 則 } 9x=18, x=2。$$

故 $a=2$ 。

- ③ (B) 若一次函數 $y=3x-4$ 與 $y=-9x+32$ 在 $x=a$ 時的函數值相同，則 $a=?$ (15分)

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

$$3x-4=-9x+32, \text{ 則 } 12x=36, x=3。$$

故 $a=3$ 。

- ④ (C) 若一次函數 $y=6x-3$ 與 $y=-2x+29$ 在 $x=a$ 時的函數值相同，則 $a=?$ (15分)

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

$$6x-3=-2x+29, \text{ 則 } 8x=32, x=4。$$

故 $a=4$ 。

- ⑤ (D) 若一次函數 $y=3x-37$ 與 $y=-8x+18$ 在 $x=a$ 時的函數值相同，則 $a=?$ (15分)

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

$$3x-37=-8x+18, \text{ 則 } 11x=55, x=5。$$

故 $a=5$ 。

- ⑥ (B) 若一次函數 $y=4x-10$ 在 $x=a$ 時的函數值為 $y=14$ ，則 $a=?$ (15分)

(A) 4 (B) 6 (C) 7 (D) 8

$$x=a \text{ 時, } y=4a-10=14, 4a=24, a=6。$$

- ⑦ (C) 若一次函數 $y=-3x-2$ 在 $x=a$ 時的函數值為 $y=19$ ，則 $a=?$ (15分)

(A) -2 (B) -3 (C) -7 (D) 7

$$x=a \text{ 時, } y=-3a-2=19, -3a=21, a=-7。$$



1 選出正確的選項。(每小題 10 分，共 100 分)

(1) (C) 常數函數 $y=3$ 在 $x=2$ 的函數值為何？

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5

常數函數 $y=3$ ，不論 x 的值是多少，函數值 $y=3$ 。

(2) (B) 常數函數 $y=5$ 在 $x=-1$ 的函數值為何？

(A) -1 (B) 5 (C) 4 (D) 6

常數函數 $y=5$ ，不論 x 的值是多少，函數值 $y=5$ 。

(3) (A) 常數函數 $y=-2$ 在 $x=3$ 的函數值為何？

(A) -2 (B) -1 (C) 3 (D) 5

常數函數 $y=-2$ ，不論 x 的值是多少，函數值 $y=-2$ 。

(4) (B) 常數函數 $y=-3$ 在 $x=-4$ 的函數值為何？

(A) -4 (B) -3 (C) -1 (D) 7

常數函數 $y=-3$ ，不論 x 的值是多少，函數值 $y=-3$ 。

(5) (D) 常數函數 $y=1$ 在 $x=-3$ 的函數值為何？

(A) -4 (B) -3 (C) 0 (D) 1

常數函數 $y=1$ ，不論 x 的值是多少，函數值 $y=1$ 。

(6) (B) 常數函數 $y=-7$ 在 $x=0$ 的函數值為何？

(A) 0 (B) -7 (C) 7 (D) 14

常數函數 $y=-7$ ，不論 x 的值是多少，函數值 $y=-7$ 。

(7) (C) 常數函數 $y=8$ 在 $x=-2$ 的函數值為何？

(A) -2 (B) 6 (C) 8 (D) 10

常數函數 $y=8$ ，不論 x 的值是多少，函數值 $y=8$ 。

(8) (A) 常數函數 $y=10$ 在 $x=12$ 的函數值為何？

(A) 10 (B) 12 (C) 22 (D) 120

常數函數 $y=10$ ，不論 x 的值是多少，函數值 $y=10$ 。

(9) (B) 常數函數 $y=-12$ 在 $x=-1$ 的函數值為何？

(A) -13 (B) -12 (C) -11 (D) 13

常數函數 $y=-12$ ，不論 x 的值是多少，函數值 $y=-12$ 。

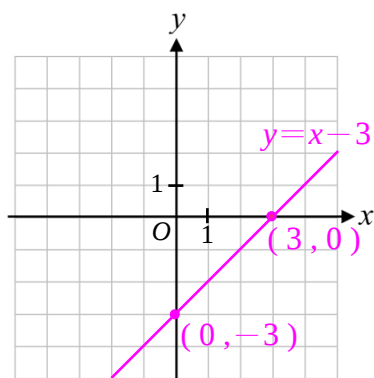
(10) (C) 常數函數 $y=30$ 在 $x=10$ 的函數值為何？

(A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 44

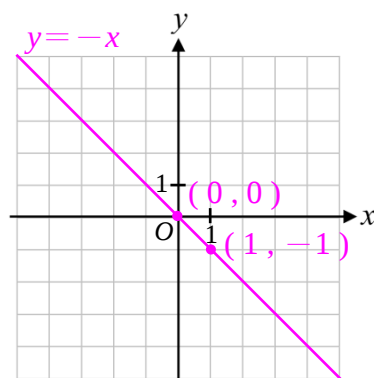
常數函數 $y=30$ ，不論 x 的值是多少，函數值 $y=30$ 。



- ① 在坐標平面上畫出 $y=x-3$ 的圖形。(20 分) ② 在坐標平面上畫出 $y=-x$ 的圖形。(20 分)

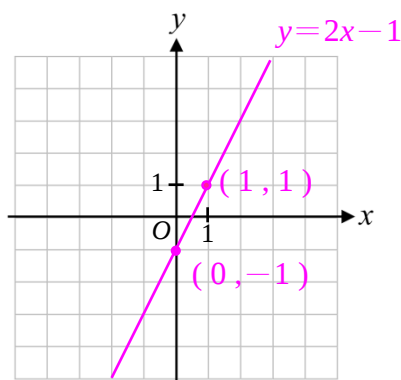


x	0	3
y	-3	0

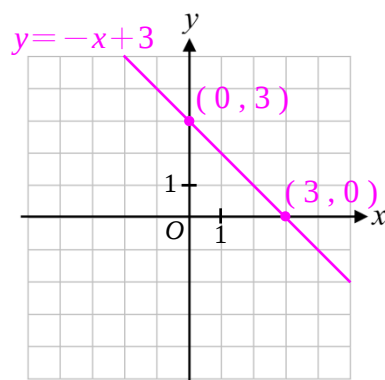


x	0	1
y	0	-1

- ③ 在坐標平面上畫出 $y=2x-1$ 的圖形。(15 分) ④ 在坐標平面上畫出 $y=-x+3$ 的圖形。(15 分)

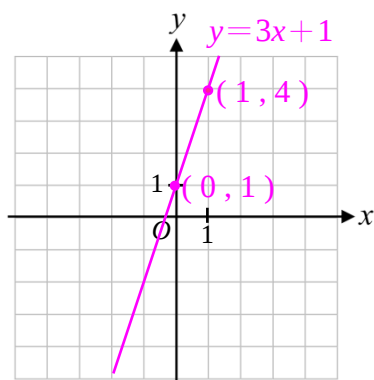


x	0	1
y	-1	1

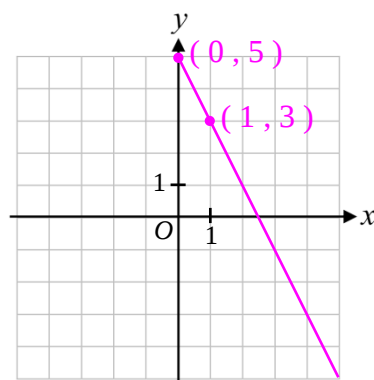


x	0	3
y	3	0

- ⑤ 在坐標平面上畫出 $y=3x+1$ 的圖形。(15 分) ⑥ 在坐標平面上畫出 $y=-2x+5$ 的圖形。(15 分)



x	0	1
y	1	4



x	0	1
y	5	3



- ① (A) 若一次函數 $y=ax+b$ 的圖形通過 $(0, 1)$ 、 $(3, 7)$ ，則此一次函數為何？(20分)

(A) $y=2x+1$ (B) $y=x+1$ (C) $y=3x+1$ (D) $y=-x+10$

$1=a \times 0 + b$ ，即 $b=1$ ……①；

$7=a \times 3 + b$ ，即 $3a+b=7$ ……②。

將①代入②，得 $a=2$ ，

故此一次函數為 $y=2x+1$ 。

- ② (B) 若一次函數 $y=ax+b$ 的圖形通過 $(5, 6)$ 、 $(6, 8)$ ，則此一次函數為何？(20分)

(A) $y=x+1$ (B) $y=2x-4$ (C) $y=-x+14$ (D) $y=-2x+16$

$6=a \times 5 + b$ ，即 $5a+b=6$ ……①；

$8=a \times 6 + b$ ，即 $6a+b=8$ ……②。

由②-①得 $a=2$ ，將 $a=2$ 代入①，得 $b=-4$ ，

故此一次函數為 $y=2x-4$ 。

- ③ (B) 若一次函數 $y=ax+b$ 的圖形通過 $(8, 9)$ 、 $(1, 2)$ ，則此一次函數為何？(20分)

(A) $y=2x-7$ (B) $y=x+1$ (C) $y=-x+17$ (D) $y=3x-15$

$9=a \times 8 + b$ ，即 $8a+b=9$ ……①；

$2=a \times 1 + b$ ，即 $a+b=2$ ……②。

由①-②得 $7a=7$ ， $a=1$ ，將 $a=1$ 代入①，得 $b=1$ ，

故此一次函數為 $y=x+1$ 。

- ④ (C) 若一次函數 $y=ax+b$ 的圖形通過 $(3, 1)$ 、 $(-4, -6)$ ，則此一次函數為何？(20分)

(A) $y=2x-5$ (B) $y=3x-8$ (C) $y=x-2$ (D) $y=-2x+7$

$1=a \times 3 + b$ ，即 $3a+b=1$ ……①；

$-6=a \times (-4) + b$ ，即 $-4a+b=-6$ ……②。

由①-②得 $7a=7$ ， $a=1$ ，將 $a=1$ 代入①，得 $b=-2$ ，

故此一次函數為 $y=x-2$ 。

- ⑤ (D) 若一次函數 $y=ax+b$ 的圖形通過 $(1, 3)$ 、 $(-2, 9)$ ，則此一次函數為何？(20分)

(A) $y=-x+7$ (B) $y=5x-2$ (C) $y=2x+1$ (D) $y=-2x+5$

$3=a \times 1 + b$ ，即 $a+b=3$ ……①；

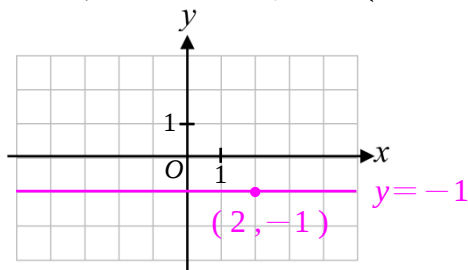
$9=a \times (-2) + b$ ，即 $-2a+b=9$ ……②。

由①-②得 $a=-2$ ，將 $a=-2$ 代入①，得 $b=5$ ，

故此一次函數為 $y=-2x+5$ 。

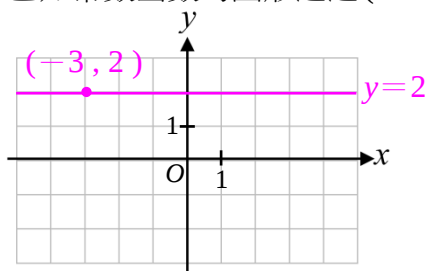


- ① 已知常數函數的圖形通過 $(2, -1)$ ，求此常數函數，並畫出其圖形。(20 分)



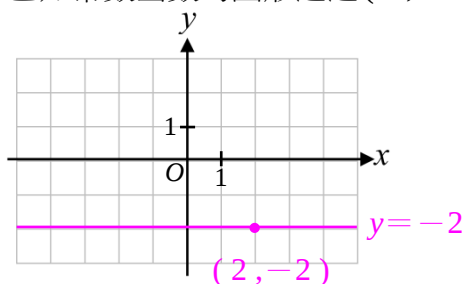
設 $y=b$ ，圖形為一水平線，
不論 x 值為何，對應的 y 值皆為 b ，
則 $b=-1$ ，
故此常數函數為 $y=-1$ 。

- ② 已知常數函數的圖形通過 $(-3, 2)$ ，求此常數函數，並畫出其圖形。(20 分)



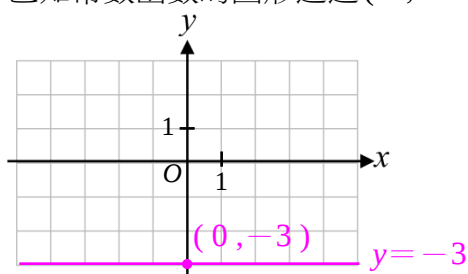
設 $y=b$ ，圖形為一水平線，
不論 x 值為何，對應的 y 值皆為 b ，
則 $b=2$ ，
故此常數函數為 $y=2$ 。

- ③ 已知常數函數的圖形通過 $(2, -2)$ ，求此常數函數，並畫出其圖形。(20 分)



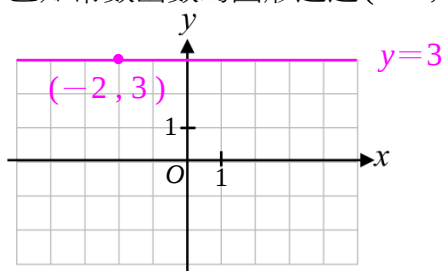
設 $y=b$ ，圖形為一水平線，
不論 x 值為何，對應的 y 值皆為 b ，
則 $b=-2$ ，
故此常數函數為 $y=-2$ 。

- ④ 已知常數函數的圖形通過 $(0, -3)$ ，求此常數函數，並畫出其圖形。(20 分)



設 $y=b$ ，圖形為一水平線，
不論 x 值為何，對應的 y 值皆為 b ，
則 $b=-3$ ，
故此常數函數為 $y=-3$ 。

- ⑤ 已知常數函數的圖形通過 $(-2, 3)$ ，求此常數函數，並畫出其圖形。(20 分)

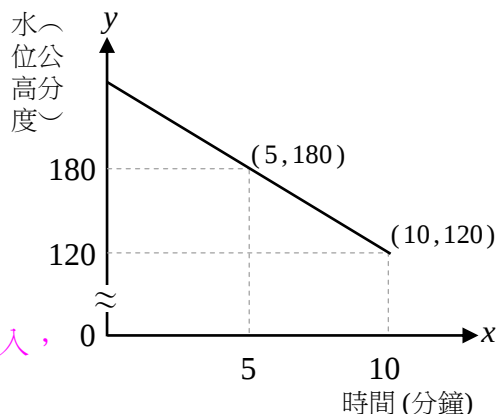


設 $y=b$ ，圖形為一水平線，
不論 x 值為何，對應的 y 值皆為 b ，
則 $b=3$ ，
故此常數函數為 $y=3$ 。



- 1 某個水塔的漏水時間與水位高度為一次函數關係，右圖為此函數關係的部分圖。試問：（每小題 20 分）

- (1) (D) 漏水 5 分鐘後，水位高度為多少公分？
 (A) 5 (B) 10 (C) 120 (D) 180
- (2) (A) 從開始漏水到全部的水漏完，需要幾分鐘？
 (A) 20 (B) 18 (C) 16 (D) 15

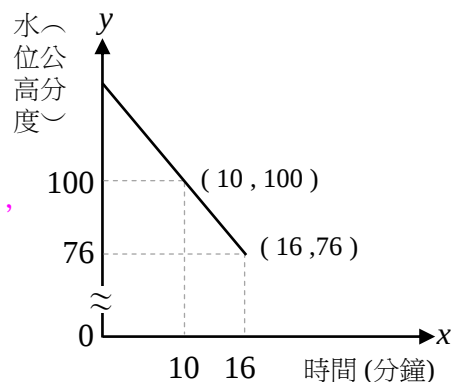


設此函數為 $y = ax + b$ ，將 $(5, 180)$ 、 $(10, 120)$ 代入，
 $180 = a \times 5 + b$ ，即 $5a + b = 180 \cdots \cdots ①$ ；
 $120 = a \times 10 + b$ ，即 $10a + b = 120 \cdots \cdots ②$ 。
 由 $② - ①$ 得 $a = -12$ ，將 $a = -12$ 代入 $①$ ，得 $b = 240$ ，因此 $y = -12x + 240$ 。
 將 $y = 0$ 代入 $y = -12x + 240$ ，得 $0 = -12x + 240$ ， $x = 20$ ，故所求為 20 分鐘。

- 2 (D) 某個水塔的漏水時間與水位高度為一次函數關係，右圖為此函數關係的部分圖。試問從開始漏水到全部的水漏完，需要幾分鐘？（20 分）

(A) 24 (B) 30 (C) 32 (D) 35

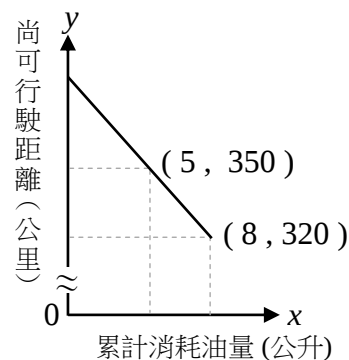
設此函數為 $y = ax + b$ ，將 $(10, 100)$ 、 $(16, 76)$ 代入，
 $100 = a \times 10 + b$ ，即 $10a + b = 100 \cdots \cdots ①$ ；
 $76 = a \times 16 + b$ ，即 $16a + b = 76 \cdots \cdots ②$ 。
 由 $② - ①$ 得 $6a = -24$ ， $a = -4$ ，將 $a = -4$ 代入 $①$ ，
 得 $b = 140$ ，因此 $y = -4x + 140$ 。
 將 $y = 0$ 代入 $y = -4x + 140$ ，得 $x = 35$ ，故所求為 35 分鐘。



- 3 (B) 俊穎將汽車加滿油後開始行駛，假設尚可行駛距離 y 公里是累計消耗油量 x 公升的一次函數，其圖形如右圖所示，則加滿油是多少公升？（即無法再行駛的累計消耗油量）（20 分）

(A) 42 (B) 40 (C) 30 (D) 24

設此函數為 $y = ax + b$ ，將 $(5, 350)$ 、 $(8, 320)$ 代入，
 $350 = a \times 5 + b$ ，即 $5a + b = 350 \cdots \cdots ①$ ；
 $320 = a \times 8 + b$ ，即 $8a + b = 320 \cdots \cdots ②$ 。
 由 $② - ①$ 得 $a = -10$ ，將 $a = -10$ 代入 $①$ ，得 $b = 400$ ，
 因此 $y = -10x + 400$ 。將 $y = 0$ 代入， $0 = -10x + 400$ ，得 $x = 40$ ，故所求為 40 公升。



- 4 (B) 品謙將水加熱，加熱的時間與水溫的對應關係紀錄如下表：

時間 (x 分)	0	2	4	6	8	10	12	14
水溫 (y °C)	19	37	55	73	91	100	100	100

已知在水溫達到 100 °C 前，水溫 y (°C) 是時間 x (分) 的一次函數，那麼加熱為多少分鐘時，水溫剛好到達 100 °C？（20 分）

- (A) 8.5 (B) 9 (C) 9.5 (D) 10

設一次函數為 $y = ax + b$ ，將 $(0, 19)$ 、 $(2, 37)$ 代入， $19 = a \times 0 + b$ ，得 $b = 19$ ；
 $37 = a \times 2 + b$ ，即 $37 = 2a + 19$ ，得 $a = 9$ 。故此一次函數為 $y = 9x + 19$ 。
 將 $y = 100$ 代入，得 $100 = 9x + 19$ ， $x = 9$ 。即加熱 9 分鐘時，水溫剛好達到 100 °C。



- ① (C) 某 KTV 有兩種計費方式如下：A 套餐是基本費 600 元，每小時加收 400 元，
B 套餐是基本費 1000 元，每小時加收 300 元，
兩種套餐若分別歡唱 x 小時，費用會完全相同，則 x 的值為多少？ (20 分)

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6

設費用為 y 元，兩款收費皆滿足一次函數關係 $y = ax + b$ ，得 $\begin{cases} y = 400x + 600 \cdots \textcircled{1} \\ y = 300x + 1000 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ ，
① - ② 得 $0 = 100x - 400$ ， $100x = 400$ ， $x = 4$ 。

- ② (B) 某機車租賃行有兩種計費方式：甲方案是基本費 100 元，每小時加收 50 元，
乙方案是基本費 200 元，每小時加收 30 元，
兩種方案若分別租賃 x 小時，費用會完全相同，則 x 的值為多少？ (20 分)

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8

設費用為 y 元，兩款收費皆滿足一次函數關係 $y = ax + b$ ，得 $\begin{cases} y = 50x + 100 \cdots \textcircled{1} \\ y = 30x + 200 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ ，
① - ② 得 $0 = 20x - 100$ ， $20x = 100$ ， $x = 5$ 。

- ③ (A) 某籃球場租用有兩種計費方式：甲方案是每小時 800 元，每人加收 20 元清潔費，
乙方案是每小時 680 元，每人加收 30 元清潔費，
兩種方案若在人數分別為 x 人時，費用會完全相同，則 x 的值為多少？ (20 分)

(A) 12 (B) 10 (C) 9 (D) 8

設費用為 y 元，兩款收費皆滿足一次函數關係 $y = ax + b$ ，得 $\begin{cases} y = 20x + 800 \cdots \textcircled{1} \\ y = 30x + 680 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ ，
② - ① 得 $0 = 10x - 120$ ， $10x = 120$ ， $x = 12$ 。

- ④ (D) 某汽車租用公司的五人座 A 車款以日計費有兩種方案：
甲方案是每日租金 1200 元，每公里另收 4 元油費，
乙方案是每日租金 1480 元，每公里另收 3 元油費，
兩種方案若在分別行駛 x 公里時，費用會完全相同，則 x 的值為多少？ (20 分)

(A) 180 (B) 240 (C) 260 (D) 280

設費用為 y 元，兩款收費皆滿足一次函數關係 $y = ax + b$ ，得 $\begin{cases} y = 4x + 1200 \cdots \textcircled{1} \\ y = 3x + 1480 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ ，
① - ② 得 $0 = x - 280$ ， $x = 280$ 。

- ⑤ (C) 某線上家教課程有兩種計費方式：甲方案是學費 5000 元，解題費每小時加收 360 元，
乙方案是學費 5900 元，解題費每小時加收 300 元，
當解題時數分別為 x 小時，兩種方案的費用會完全相同，則 x 的值為多少？ (20 分)

(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 16

設費用為 y 元，兩款收費皆滿足一次函數關係 $y = ax + b$ ，得 $\begin{cases} y = 360x + 5000 \cdots \textcircled{1} \\ y = 300x + 5900 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ ，
① - ② 得 $0 = 60x - 900$ ， $60x = 900$ ， $x = 15$ 。



① 右圖為益丞上周日到河濱騎車的距離與時間關係圖，則：

(1) 經過 O 、 A 兩點的一次函數為 $y = \frac{2}{5}x$ 。(15 分)

將 $(0, 0)$ 、 $(25, 10)$ 代入 $y = ax + b$, $0 = a \times 0 + b$, $b = 0$;
 $10 = a \times 25 + b$, 即 $25a = 10$, $a = \frac{2}{5}$ 。故所求為 $y = \frac{2}{5}x$ 。

(2) 益丞出發 10 分鐘後的前進距離為 4 公里。(10 分)

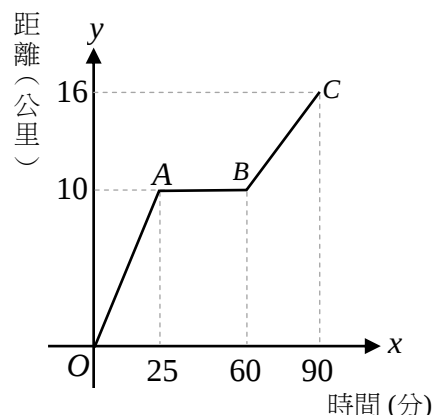
將 $x = 10$ 代入 $y = \frac{2}{5}x$, 得 $y = 4$ 。

(3) 經過 B 、 C 兩點的一次函數為 $y = \frac{1}{5}x - 2$ 。(15 分)

將 $(60, 10)$ 、 $(90, 16)$ 代入 $y = ax + b$, 得 $\begin{cases} 10 = 60a + b \cdots \textcircled{1} \\ 16 = 90a + b \cdots \textcircled{2} \end{cases}$; $\textcircled{2} - \textcircled{1}$ 得 $6 = 30a$, $a = \frac{1}{5}$,
 將 $a = \frac{1}{5}$ 代入 $\textcircled{1}$, 得 $b = -2$ 。故所求為 $y = \frac{1}{5}x - 2$ 。

(4) 益丞出發 80 分鐘後的前進距離為 14 公里。(10 分)

將 $x = 80$ 代入 $y = \frac{1}{5}x - 2$, 得 $y = 14$ 。



② 右圖為柏睿今天的晨跑距離與時間關係圖，則：

(1) 經過 O 、 A 兩點的一次函數為 $y = \frac{1}{6}x$ 。(15 分)

將 $(0, 0)$ 、 $(60, 10)$ 代入 $y = ax + b$, $0 = a \times 0 + b$, $b = 0$;
 $10 = a \times 60 + b$, 即 $60a = 10$, $a = \frac{1}{6}$ 。故所求為 $y = \frac{1}{6}x$ 。

(2) 柏睿起跑 18 分鐘後的前進距離為 3 公里。(10 分)

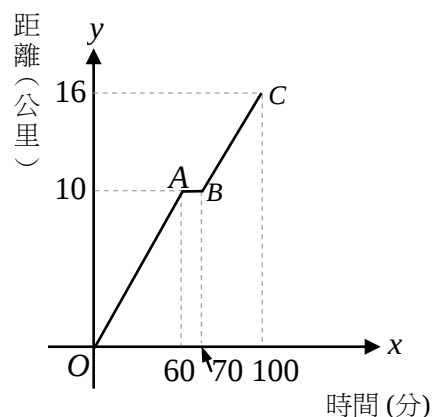
將 $x = 18$ 代入 $y = \frac{1}{6}x$, 得 $y = 3$ 。

(3) 經過 B 、 C 兩點的一次函數為 $y = \frac{1}{5}x - 4$ 。(15 分)

將 $(70, 10)$ 、 $(100, 16)$ 代入 $y = ax + b$, 得 $\begin{cases} 10 = 70a + b \cdots \textcircled{1} \\ 16 = 100a + b \cdots \textcircled{2} \end{cases}$; $\textcircled{2} - \textcircled{1}$ 得 $6 = 30a$, $a = \frac{1}{5}$,
 將 $a = \frac{1}{5}$ 代入 $\textcircled{1}$, 得 $b = -4$ 。故所求為 $y = \frac{1}{5}x - 4$ 。

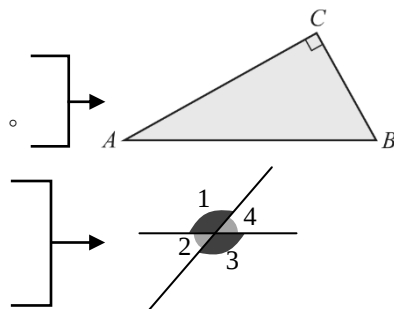
(4) 柏睿起跑 90 分鐘後的前進距離為 14 公里。(10 分)

將 $x = 90$ 代入 $y = \frac{1}{5}x - 4$, 得 $y = 14$ 。



**概念 ① 計算三角形的內角 ② 多邊形的內角和及其應用 ③ 正多邊形的內角****1 三角形的內角和：**任意一個三角形的內角和為 180° 。**例** 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 2x^\circ$ ， $\angle B = 4x^\circ$ ， $\angle C = 6x^\circ$ ，試計算 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的度數。**解** 因為 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，所以 $2x^\circ + 4x^\circ + 6x^\circ = 180^\circ$ ，則 $12x = 180$ ， $x = 15$ ，故 $\angle A = 2 \times 15^\circ = 30^\circ$ ， $\angle B = 4 \times 15^\circ = 60^\circ$ ， $\angle C = 6 \times 15^\circ = 90^\circ$ 。**2 多邊形的內角和：** n 邊形 ($n \geq 3$) 的內角和度數 $= 180^\circ \times (n - 2)$ 。**3 正多邊形的內角：**正 n 邊形 ($n \geq 3$) 的每個內角度數 $= \frac{180^\circ \times (n - 2)}{n}$ 。

n 邊形	五邊形	六邊形	八邊形
內角和	$180^\circ \times (5 - 2) = 540^\circ$	$180^\circ \times (6 - 2) = 720^\circ$	$180^\circ \times (8 - 2) = 1080^\circ$
正 n 邊形的每個內角度數	$\frac{180^\circ \times (5 - 2)}{5} = 108^\circ$	$\frac{180^\circ \times (6 - 2)}{6} = 120^\circ$	$\frac{180^\circ \times (8 - 2)}{8} = 135^\circ$

**概念 ④ 計算補角與餘角 ⑤ 對頂角及其應用****1** 若 $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ，我們稱 $\angle A$ 與 $\angle B$ **互餘**。**2** 當 $\angle A$ 與 $\angle B$ 互餘，其中 $\angle A$ 為 $\angle B$ 的**餘角**， $\angle B$ 為 $\angle A$ 的餘角。**3** 若 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，我們稱 $\angle 1$ 與 $\angle 2$ **互補**。**4** 當 $\angle 1$ 與 $\angle 2$ 互補，其中 $\angle 1$ 為 $\angle 2$ 的**補角**， $\angle 2$ 為 $\angle 1$ 的補角。**5** 兩直線交於一點可形成四個角，不相鄰的兩個角為**對頂角**，對頂角相等。如圖 $\angle 1 = \angle 3$ ， $\angle 2 = \angle 4$ 。**概念 ⑥ 三角形的外角性質及其應用 ⑦ 五角星形的角度和****1 三角形的外角性質：**三角形的任一外角等於內對角的和。**例** 如圖 1，① $\angle 1 = \angle B + \angle C$ ；② $\angle 2 = \angle A + \angle C$ ；③ $\angle 3 = \angle A + \angle B$ 。**2 五角星形角度和：**如圖 2， $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$ $= (\angle A + \angle C) + (\angle B + \angle D) + \angle E$ $= \angle 1 + \angle 2 + \angle E = 180^\circ$

外角性質

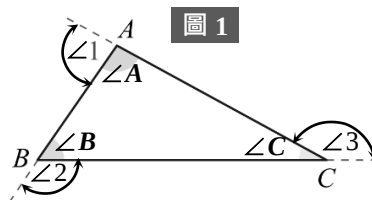


圖 1

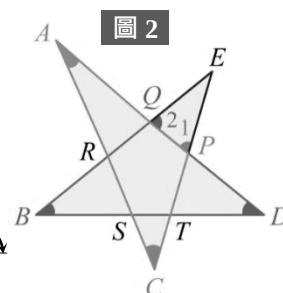
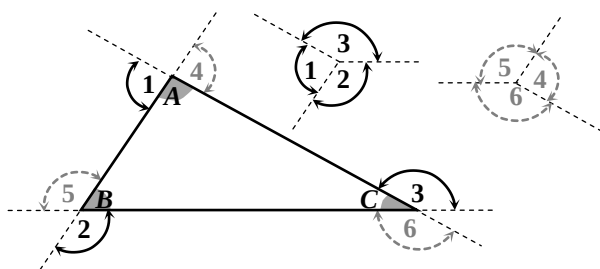


圖 2

**概念 ⑧ 三角形的外角和****1 三角形的外角和：**三角形的一組外角和為 360° 。**例** 如圖，① $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$ ；② $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 360^\circ$ 。註：事實上， $\angle 1$ 和 $\angle 4$ 、 $\angle 2$ 和 $\angle 5$ 、 $\angle 3$ 和 $\angle 6$ 分別為對頂角。



Nani

基礎特訓班

3-1 內角與外角

概念 ① 計算三角形的內角

__班__號

姓名

- ① (B) 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 4x^\circ$ ， $\angle B = 9x^\circ$ ， $\angle C = 7x^\circ$ ，試問 $\angle B = ?$ (20分)

(A) 72° (B) 81° (C) 90° (D) 99°

因為 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，所以 $4x^\circ + 9x^\circ + 7x^\circ = 180^\circ$ ，則 $20x = 180$ ， $x = 9$ ，
故 $\angle B = 9 \times 9^\circ = 81^\circ$ 。

- ② (C) 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 6x^\circ$ ， $\angle B = 2x^\circ$ ， $\angle C = 2x^\circ$ ，試問 $\angle B = ?$ (20分)

(A) 24° (B) 30° (C) 36° (D) 40°

因為 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，所以 $6x^\circ + 2x^\circ + 2x^\circ = 180^\circ$ ，則 $10x = 180$ ， $x = 18$ ，
故 $\angle B = 2 \times 18^\circ = 36^\circ$ 。

- ③ (A) 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 15x^\circ$ ， $\angle B = 10x^\circ$ ， $\angle C = 11x^\circ$ ，試問 $\angle B = ?$ (20分)

(A) 50° (B) 40° (C) 30° (D) 20°

因為 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，所以 $15x^\circ + 10x^\circ + 11x^\circ = 180^\circ$ ，則 $36x = 180$ ， $x = 5$ ，
故 $\angle B = 10 \times 5^\circ = 50^\circ$ 。

- ④ (A) 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 30^\circ$ ，且 $\angle B = \angle A + 2x^\circ$ ， $\angle C = \angle A + 7x^\circ$ ，試問 $\angle C = ?$ (20分)

(A) 100° (B) 90° (C) 84° (D) 70°

因為 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，所以 $30^\circ + 30^\circ + 2x^\circ + 30^\circ + 7x^\circ = 180^\circ$ ，
則 $90^\circ + 9x^\circ = 180^\circ$ ， $9x^\circ = 90^\circ$ ， $x = 10$ ，
故 $\angle C = 30^\circ + 7 \times 10^\circ = 100^\circ$ 。

- ⑤ (D) 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 120^\circ$ ，且 $\angle B = \angle A - 4x^\circ$ ， $\angle C = \angle A - 5x^\circ$ ，試問 $\angle B = ?$ (20分)

(A) 30° (B) 36° (C) 38° (D) 40°

因為 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，所以 $120^\circ + 120^\circ - 4x^\circ + 120^\circ - 5x^\circ = 180^\circ$ ，
則 $360^\circ - 9x^\circ = 180^\circ$ ， $9x^\circ = 180^\circ$ ， $x = 20$ ，
故 $\angle B = 120^\circ - 4 \times 20^\circ = 40^\circ$ 。



3-1 內角與外角

概念 2 多邊形的內角和及其應用

__班 __號

姓名

- ① (A) 下列何者為四邊形的內角和？(12分)

(A) 360° (B) 400° (C) 540° (D) 720°

四邊形內角和 $= 180^\circ \times (4-2) = 360^\circ$ 。

- ② (C) 下列何者為七邊形的內角和？(12分)

(A) 720° (B) 840° (C) 900° (D) 1260°

七邊形內角和 $= 180^\circ \times (7-2) = 900^\circ$ 。

- ③ (B) 下列何者為十二邊形的內角和？(12分)

(A) 1200° (B) 1800° (C) 1980° (D) 2160°

十二邊形內角和 $= 180^\circ \times (12-2) = 1800^\circ$ 。

- ④ (D) 四邊形 $ABCD$ 中，若 $\angle A = 160^\circ$ ， $\angle B = 80^\circ$ ， $\angle C = 3x^\circ$ ， $\angle D = x^\circ$ ，則 $\angle D = ?$ (16分)

(A) 50° (B) 40° (C) 36° (D) 30°

因為四邊形內角和 $= 180^\circ \times (4-2) = 360^\circ$ ，

所以 $160 + 80 + 3x + x = 360$ ，則 $4x = 120$ ， $x = 30$ ，故 $\angle D = 30^\circ$ 。

- ⑤ (A) 五邊形 $ABCDE$ 中，若 $\angle A = 170^\circ$ ， $\angle B = 70^\circ$ ， $\angle C = 4x^\circ$ ， $\angle D = x^\circ$ ， $\angle E = 100^\circ$ ，則 $\angle D = ?$ (16分)

(A) 40° (B) 45° (C) 50° (D) 60°

因為五邊形內角和 $= 180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$ ，

所以 $170 + 70 + 4x + x + 100 = 540$ ，則 $5x = 200$ ， $x = 40$ ，故 $\angle D = 40^\circ$ 。

- ⑥ (B) 六邊形 $ABCDEF$ 中，若 $\angle A = 100^\circ$ ， $\angle B = 5x^\circ$ ， $\angle C = 150^\circ$ ， $\angle D = 170^\circ$ ， $\angle E = 4x^\circ$ ， $\angle F = x^\circ$ ，則 $\angle F = ?$ (16分)

(A) 25° (B) 30° (C) 40° (D) 45°

因為六邊形內角和 $= 180^\circ \times (6-2) = 720^\circ$ ，

所以 $100 + 5x + 150 + 170 + 4x + x = 720$ ，則 $10x = 300$ ， $x = 30$ ，故 $\angle F = 30^\circ$ 。

- ⑦ (C) 五邊形 $ABCDE$ 中，已知 $\angle A < \angle B < \angle C < \angle D < \angle E$ ，且 $\angle A = 48^\circ$ ，五個角的度數成等差數列，公差為 x° (即 $\angle B = 48^\circ + x^\circ$ ， $\angle C = 48^\circ + 2x^\circ$ ，……)，試問 $\angle E = ?$ (16分)

(A) 156° (B) 160° (C) 168° (D) 188°

依據題意， $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$

$$= 48^\circ + (48^\circ + x^\circ) + (48^\circ + 2x^\circ) + (48^\circ + 3x^\circ) + (48^\circ + 4x^\circ) = 240^\circ + 10x^\circ$$

所以 $240 + 10x = 540$ ， $10x = 300$ ， $x = 30$ 。

故 $\angle E = 48^\circ + 4 \times 30^\circ = 168^\circ$ 。



- ① (A) 已知正六邊形的內角和 720° ，那麼下列何者為一個內角的度數？(12分)

(A) 120° (B) 126° (C) 130° (D) 140°

$$\frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$$

- ② (C) 下列何者為正九邊形的一個內角度數？(12分)

(A) 130° (B) 135° (C) 140° (D) 160°

$$\frac{180^\circ \times (9-2)}{9} = 140^\circ$$

- ③ (A) 下列何者為正十邊形的一個內角度數？(12分)

(A) 144° (B) 145° (C) 150° (D) 160°

$$\frac{180^\circ \times (10-2)}{10} = 144^\circ$$

- ④ (B) 下列何者為正十二邊形的一個內角度數？(16分)

(A) 148° (B) 150° (C) 156° (D) 164°

$$\frac{180^\circ \times (12-2)}{12} = 150^\circ$$

- ⑤ (D) 有一正 N 邊形的每個內角都是 160° ，則 $N = ?$ (16分)

(A) 7 (B) 14 (C) 16 (D) 18

根據題意， $\frac{180^\circ \times (N-2)}{N} = 160^\circ$ ，

所以 $180N - 360 = 160N$ ，則 $20N = 360$ ， $N = 18$ 。

- ⑥ (A) 有一正 M 邊形的每個內角都是 156° ，則 $M = ?$ (16分)

(A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18

根據題意， $\frac{180^\circ \times (M-2)}{M} = 156^\circ$ ，

所以 $180M - 360 = 156M$ ，則 $24M = 360$ ， $M = 15$ 。

- ⑦ (D) 有一正 R 邊形的每個內角都是 170° ，則 $R = ?$ (16分)

(A) 17 (B) 32 (C) 34 (D) 36

根據題意， $\frac{180^\circ \times (R-2)}{R} = 170^\circ$ ，

所以 $180R - 360 = 170R$ ，則 $10R = 360$ ， $R = 36$ 。



- ① (B) 已知 $\angle 1 + \angle 2$ 為一直角，且 $\angle 1 = 50^\circ$ ，則 $\angle 2 = ?$ (10 分)

(A) 50° (B) 40° (C) 30° (D) 130°

因為 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ，所以 $50^\circ + \angle 2 = 90^\circ$ ，則 $\angle 2 = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

- ② (D) 已知 $\angle 1 + \angle 2$ 為一直角，且 $\angle 2 = 60^\circ$ ，則 $\angle 1 = ?$ (10 分)

(A) 120° (B) 60° (C) 40° (D) 30°

因為 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ，所以 $\angle 1 + 60^\circ = 90^\circ$ ，則 $\angle 1 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

- ③ (A) 已知 $\angle 1 + \angle 2$ 為一直角，且 $\angle 2 = 4\angle 1$ ，則 $\angle 1 = ?$ (15 分)

(A) 18° (B) 20° (C) 25° (D) 30°

因為 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ，所以 $\angle 1 + 4\angle 1 = 90^\circ$ ，則 $5\angle 1 = 90^\circ$ ，故 $\angle 1 = 18^\circ$

- ④ (B) 已知 $\angle 1 + \angle 2$ 為一直角，且 $\angle 1 = 5\angle 2$ ，則 $\angle 2 = ?$ (15 分)

(A) 12° (B) 15° (C) 20° (D) 75°

因為 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ，所以 $5\angle 2 + \angle 2 = 90^\circ$ ，則 $6\angle 2 = 90^\circ$ ，故 $\angle 2 = 15^\circ$

- ⑤ (D) 已知 $\angle 1 + \angle 2$ 為一平角，且 $\angle 1 = 60^\circ$ ，則 $\angle 2 = ?$ (10 分)

(A) 30° (B) 60° (C) 90° (D) 120°

因為 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，所以 $60^\circ + \angle 2 = 180^\circ$ ，則 $\angle 2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

- ⑥ (C) 已知 $\angle 1 + \angle 2$ 為一平角，且 $\angle 2 = 40^\circ$ ，則 $\angle 1 = ?$ (10 分)

(A) 50° (B) 120° (C) 140° (D) 160°

因為 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，所以 $\angle 1 + 40^\circ = 180^\circ$ ，則 $\angle 1 = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

- ⑦ (C) 已知 $\angle 1 + \angle 2$ 為一平角，且 $\angle 2 = 3\angle 1$ ，則 $\angle 1 = ?$ (15 分)

(A) 22.5° (B) 30° (C) 45° (D) 50°

因為 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，所以 $\angle 1 + 3\angle 1 = 180^\circ$ ，則 $4\angle 1 = 180^\circ$ ，故 $\angle 1 = 45^\circ$

- ⑧ (B) 已知 $\angle 1 + \angle 2$ 為一平角，且 $\angle 1 = 5\angle 2$ ，則 $\angle 2 = ?$ (15 分)

(A) 22.5° (B) 30° (C) 45° (D) 50°

因為 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，所以 $5\angle 2 + \angle 2 = 180^\circ$ ，則 $6\angle 2 = 180^\circ$ ，故 $\angle 2 = 30^\circ$



① 如右圖， $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 交於 E 點，已知 $\angle B=70^\circ$ ， $\angle D=40^\circ$ ，則：

(每小題 10 分，共 30 分)

(1) (C) $\angle 1$ 的度數為多少？

(A) 50° (B) 60° (C) 70° (D) 80°

$$\angle 1 = 180^\circ - \angle B - \angle D = 180^\circ - 70^\circ - 40^\circ = 70^\circ$$

(2) (C) $\angle 2$ 的度數為多少？

(A) 50° (B) 60° (C) 70° (D) 80°

$$\angle 2 = \angle 1 = 70^\circ \text{ (對頂角相等)}$$

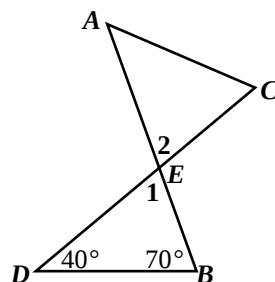
(3) (B) $\angle A + \angle C$ 的度數為多少？

(A) 100° (B) 110° (C) 120° (D) 130°

因為 $\angle A + \angle C + \angle 2 = 180^\circ$ ，所以 $\angle A + \angle C + 70^\circ = 180^\circ$ ，故 $\angle A + \angle C = 110^\circ$ 。

【另解】 $\angle A + \angle C + \angle 2 = \angle 1 + \angle B + \angle D$ ，

$$\text{因為 } \angle 2 = \angle 1, \text{ 所以 } \angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 70^\circ + 40^\circ = 110^\circ$$



② 如右圖， $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 交於 E 點，已知 $\angle AED=75^\circ$ ，則：

(每小題 15 分，共 30 分)

(1) (B) $\angle 1$ 的度數為多少？

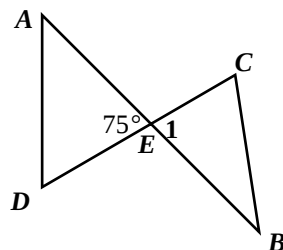
(A) 65° (B) 75° (C) 80° (D) 85°

$$\angle 1 = \angle AED = 75^\circ \text{ (對頂角相等)}$$

(2) (C) $\angle B + \angle C$ 的度數為多少？

(A) 75° (B) 100° (C) 105° (D) 110°

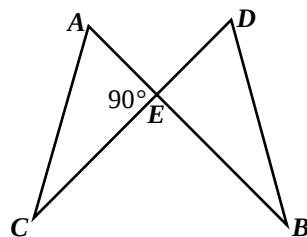
因為 $\angle B + \angle C + \angle 1 = 180^\circ$ ，所以 $\angle B + \angle C + 75^\circ = 180^\circ$ ，故 $\angle B + \angle C = 105^\circ$ 。



③ (D) 如右圖， $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 交於 E 點，已知 $\angle AEC=90^\circ$ ，則 $\angle B + \angle D$ 的度數為多少？(20 分)

(A) 120° (B) 110° (C) 100° (D) 90°

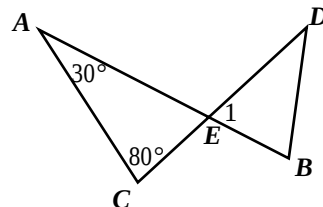
因為 $\angle B + \angle D + \angle BED = 180^\circ$ ，又 $\angle BED = \angle AEC = 90^\circ$ ，所以 $\angle B + \angle D + 90^\circ = 180^\circ$ ，則 $\angle B + \angle D = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ 。



④ (A) 如右圖， $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 交於 E 點，已知 $\angle A=30^\circ$ ， $\angle C=80^\circ$ ，則 $\angle 1=?$ (20 分)

(A) 70° (B) 72° (C) 75° (D) 80°

$$\begin{aligned} \text{因為 } \angle 1 &= \angle AEC = 180^\circ - \angle A - \angle C \\ &= 180^\circ - 30^\circ - 80^\circ = 70^\circ, \text{ 故 } \angle 1 = 70^\circ \end{aligned}$$

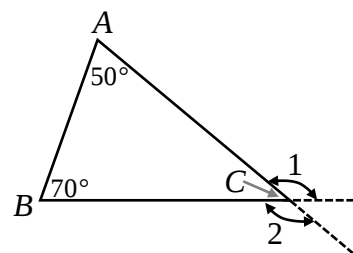


- ① 如右圖，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=50^\circ$ ， $\angle B=70^\circ$ ，且 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 都是 $\angle C$ 的外角，則：

(1) (**B**) $\angle 1$ 的度數為多少？(10分)

(A) 110° (B) 120° (C) 130° (D) 140°

根據外角性質， $\angle 1 = \angle A + \angle B = 50^\circ + 70^\circ = 120^\circ$ 。



(2) (**A**) $\angle 2$ 的度數為多少？(10分)

(A) 120° (B) 130° (C) 140° (D) 150°

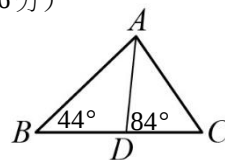
$\angle 1 = \angle 2 = 120^\circ$ 。

另解：根據外角性質， $\angle 2 = \angle A + \angle B = 50^\circ + 70^\circ = 120^\circ$ 。

- ② (**D**) 如右圖，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=44^\circ$ ， $\angle ADC=84^\circ$ ，則 $\angle BAD=?$ (16分)

(A) 34° (B) 36° (C) 38° (D) 40°

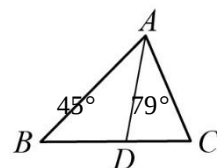
根據外角性質， $\angle B + \angle BAD = \angle ADC$ ，即 $44^\circ + \angle BAD = 84^\circ$ ，
則 $\angle BAD = 84^\circ - 44^\circ = 40^\circ$ 。



- ③ (**C**) 如右圖，已知 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B=45^\circ$ ， $\angle ADC=79^\circ$ ，則 $\angle BAD=?$ (16分)

(A) 24° (B) 33° (C) 34° (D) 35°

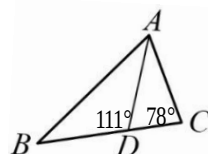
根據外角性質， $\angle B + \angle BAD = \angle ADC$ ，即 $45^\circ + \angle BAD = 79^\circ$ ，
則 $\angle BAD = 79^\circ - 45^\circ = 34^\circ$ 。



- ④ (**A**) 如右圖，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=78^\circ$ ， $\angle ADB=111^\circ$ ，則 $\angle CAD=?$ (16分)

(A) 33° (B) 34° (C) 35° (D) 39°

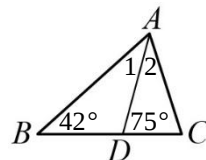
根據外角性質， $\angle C + \angle CAD = \angle ADB$ ，即 $78^\circ + \angle CAD = 111^\circ$ ，
則 $\angle CAD = 111^\circ - 78^\circ = 33^\circ$ 。



- ⑤ (**B**) 如右圖，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=42^\circ$ ， $\angle ADC=75^\circ$ ，且 $\angle 1=\angle 2$ ，則 $\angle BAC=?$ (16分)

(A) 64° (B) 66° (C) 68° (D) 70°

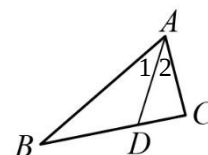
根據外角性質， $\angle B + \angle 1 = 75^\circ$ ，即 $42^\circ + \angle 1 = 75^\circ$ ，
則 $\angle 1 = 75^\circ - 42^\circ = 33^\circ$ ，
故 $\angle BAC = \angle 1 + \angle 2 = 2 \times \angle 1 = 2 \times 33^\circ = 66^\circ$ 。



- ⑥ (**A**) 如右圖，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=82^\circ$ ， $\angle ADB=116^\circ$ ，且 $\angle 1=\angle 2$ ，則 $\angle BAC=?$ (16分)

(A) 68° (B) 70° (C) 72° (D) 76°

根據外角性質， $\angle C + \angle 2 = \angle ADB$ ，即 $82^\circ + \angle 2 = 116^\circ$ ，
則 $\angle 2 = 116^\circ - 82^\circ = 34^\circ$ ，
故 $\angle BAC = \angle 1 + \angle 2 = 2 \times \angle 2 = 2 \times 34^\circ = 68^\circ$ 。

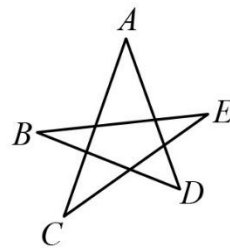




- 1 (D) 如右圖，若 $\angle A = 40^\circ$ ，則 $\angle B + \angle C + \angle D + \angle E = ?$ (15 分)

(A) 110° (B) 120° (C) 130° (D) 140°

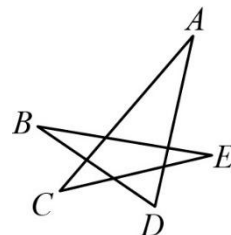
$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$ ，
即 $40^\circ + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$ ，
故 $\angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ 。



- 2 (A) 如右圖，若 $\angle D = 68^\circ$ ， $\angle E = 22^\circ$ ，則 $\angle A + \angle B + \angle C = ?$ (15 分)

(A) 90° (B) 100° (C) 110° (D) 120°

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$ ，
即 $\angle A + \angle B + \angle C + 68^\circ + 22^\circ = 180^\circ$ ，
故 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ 。



- 3 如右圖，若 $\angle AGE = 55^\circ$ ， $\angle BFC = 43^\circ$ ，則

- (1) (C) $\angle A + \angle C = ?$ (10 分)

(A) 43° (B) 47° (C) 55° (D) 82°

$\triangle ACG$ 中，根據外角性質， $\angle A + \angle C = \angle AGE = 55^\circ$ 。

- (2) (B) $\angle B + \angle E = ?$ (10 分)

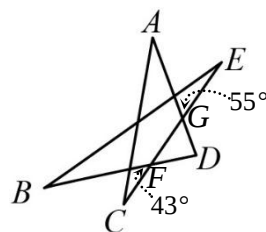
(A) 35° (B) 43° (C) 55° (D) 82°

$\triangle BEF$ 中，根據外角性質， $\angle B + \angle E = \angle BFC = 43^\circ$ 。

- (3) (C) $\angle D = ?$ (10 分)

(A) 72° (B) 75° (C) 82° (D) 85°

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$ ，
即 $(\angle A + \angle C) + (\angle B + \angle E) + \angle D = 180^\circ$ ，
因此 $55^\circ + 43^\circ + \angle D = 180^\circ$ ，故 $\angle D = 180^\circ - 98^\circ = 82^\circ$ 。



- 4 如右圖，若 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 26^\circ$ ， $\angle AFE = 44^\circ$ ，則

- (1) (B) $\angle C + \angle E = ?$ (10 分)

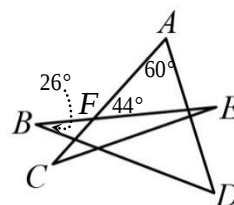
(A) 40° (B) 44° (C) 45° (D) 50°

$\triangle CFE$ 中，根據外角性質， $\angle C + \angle E = \angle AFE = 44^\circ$ 。

- (2) (D) $\angle D = ?$ (15 分)

(A) 40° (B) 44° (C) 45° (D) 50°

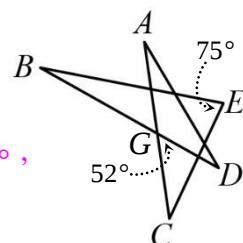
$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$ ，
即 $60^\circ + 26^\circ + (\angle C + \angle E) + \angle D = 180^\circ$ ，
 $60^\circ + 26^\circ + 44^\circ + \angle D = 180^\circ$ ，
 $130^\circ + \angle D = 180^\circ$ ，故 $\angle D = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ 。



- 5 (A) 如右圖，若 $\angle E = 75^\circ$ ， $\angle CGD = 52^\circ$ ，則 $\angle B + \angle C = ?$ (15 分)

(A) 53° (B) 55° (C) 63° (D) 65°

$\triangle AGD$ 中，根據外角性質， $\angle A + \angle D = \angle CGD = 52^\circ$ ，
 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$ ，
 $52^\circ + \angle B + \angle C + 75^\circ = 180^\circ$ ，
故 $\angle B + \angle C = 180^\circ - 127^\circ = 53^\circ$ 。





- ① 如右圖，品謙從 P 點出發，沿 $P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Q$ 的路線走。若 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，則

(1) (C) 從 P 點到 A 點轉向 B 點時 ($\overrightarrow{PA}$ 轉向 $\overrightarrow{AB}$)，轉了多少度？(5分)

(A) 140° (B) 130° (C) 120° (D) 100°

$\overrightarrow{PA}$ 轉向 $\overrightarrow{AB}$ 時，轉了 $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ 。

(2) (B) 從 $\overrightarrow{AB}$ 轉向 $\overrightarrow{BQ}$ 時，轉了多少度？(5分)

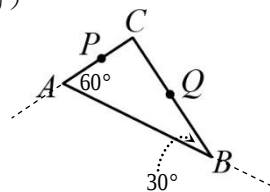
(A) 160° (B) 150° (C) 140° (D) 130°

$\overrightarrow{AB}$ 轉向 $\overrightarrow{BQ}$ 時，轉了 $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ 。

(3) (D) 承 (1)、(2)，從 P 點出發，沿 $P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Q$ 的路線走，一共轉了多少度？(10分)

(A) 300° (B) 290° (C) 280° (D) 270°

承 (1)、(2)，一共轉了 $120^\circ + 150^\circ = 270^\circ$ 。



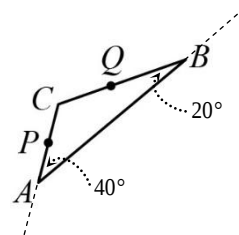
- ② (A) 如右圖，芝璇從 P 點出發，沿 $P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Q$ 的路線走。若 $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle B = 20^\circ$ ，則她一共轉了幾度？(20分)

(A) 300° (B) 280° (C) 260° (D) 240°

$\overrightarrow{PA}$ 轉向 $\overrightarrow{AB}$ 時，轉了 $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ ，

$\overrightarrow{AB}$ 轉向 $\overrightarrow{BQ}$ 時，轉了 $180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$ ，

一共轉了 $140^\circ + 160^\circ = 300^\circ$ 。



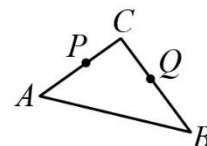
- ③ (D) 如右圖，秉泰從 P 點出發，沿 $P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Q$ 的路線走。若 $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，則他一共轉了幾度？(20分)

(A) 330° (B) 310° (C) 290° (D) 270°

$\overrightarrow{PA}$ 轉向 $\overrightarrow{AB}$ 時，轉了 $180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ ，

$\overrightarrow{AB}$ 轉向 $\overrightarrow{BQ}$ 時，轉了 $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ ，

一共轉了 $130^\circ + 140^\circ = 270^\circ$ 。



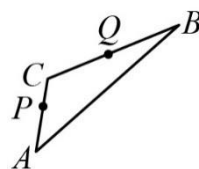
- ④ (B) 如右圖，益丞從 P 點出發，沿 $P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Q$ 的路線走。若 $\angle A = 35^\circ$ ， $\angle B = 20^\circ$ ，則他一共轉了幾度？(20分)

(A) 310° (B) 305° (C) 300° (D) 295°

$\overrightarrow{PA}$ 轉向 $\overrightarrow{AB}$ 時，轉了 $180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$ ，

$\overrightarrow{AB}$ 轉向 $\overrightarrow{BQ}$ 時，轉了 $180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$ ，

一共轉了 $145^\circ + 160^\circ = 305^\circ$ 。



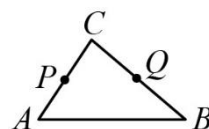
- ⑤ (C) 如右圖，禹晴從 P 點出發，沿 $P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Q$ 的路線走。若 $\angle A = 55^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，則她一共轉了幾度？(20分)

(A) 285° (B) 275° (C) 265° (D) 255°

$\overrightarrow{PA}$ 轉向 $\overrightarrow{AB}$ 時，轉了 $180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$ ，

$\overrightarrow{AB}$ 轉向 $\overrightarrow{BQ}$ 時，轉了 $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ ，

一共轉了 $125^\circ + 140^\circ = 265^\circ$ 。





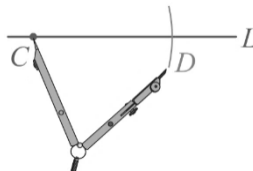
概念 ① 等線段作圖

例 如圖，已知 $\overline{AB}$ ，利用尺規作圖畫出 $\overline{CD}$ 與已知的長度 $\overline{AB}$ 相等。 $A \text{ ————— } B$

▲步驟①：畫一直線 L ，
並在 L 上取一點 C 。

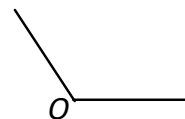


▲步驟②：以 C 點為圓心， $\overline{AB}$ 長為半徑畫弧，
交直線 L 於 D 點。



概念 ② 等角作圖

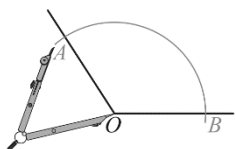
例 如圖，已知 $\angle O$ ，利用尺規作圖畫出一個角，角度等於 $\angle O$ 。



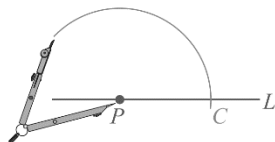
▲步驟①：畫一
直線 L ，並在 L
上取一點 P 。



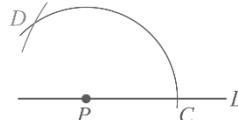
▲步驟②：以 O 點
為圓心，適當長
為半徑畫弧，交
 $\angle O$ 的兩邊於
 A 、 B 兩點。



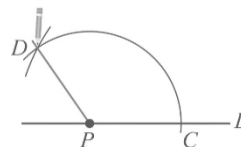
▲步驟③：以 P 點為圓
心， $\overline{OA}$ 或 $\overline{OB}$ 長為
半徑畫弧，交直線 L
於 C 點。



▲步驟④：以 C
點為圓心， $\overline{AB}$
長為半徑畫弧，
交前弧於 D 點。

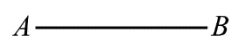


▲步驟⑤：連接
 $\overrightarrow{PD}$ ，則 $\angle DPC$
即為所求。

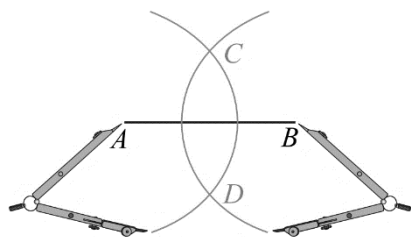


概念 ③ 中垂線作圖

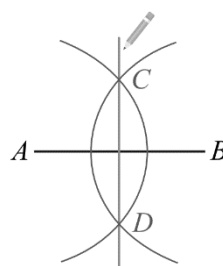
例 如右圖，已知 $\overline{AB}$ ，利用尺規作圖畫出 $\overline{AB}$ 的中垂線。



▲步驟①：分別以 A 、 B 兩點為圓心，
大於 $\frac{1}{2}\overline{AB}$ 長為半徑畫弧，
設兩弧交於 C 、 D 兩點。



▲步驟②：連接 $\overleftrightarrow{CD}$ ，則 $\overleftrightarrow{CD}$ 即為所求。

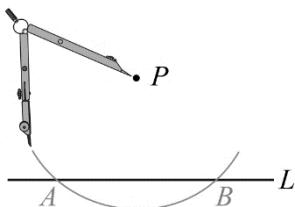




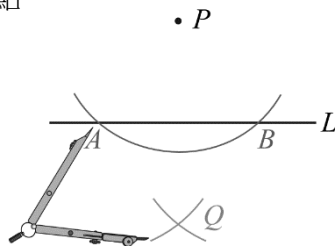
概念 ④ 過線外一點作垂線

例 如右圖，已知 P 點在直線 L 外，利用尺規作圖畫出通過 P 點，且與直線 L 垂直的直線。

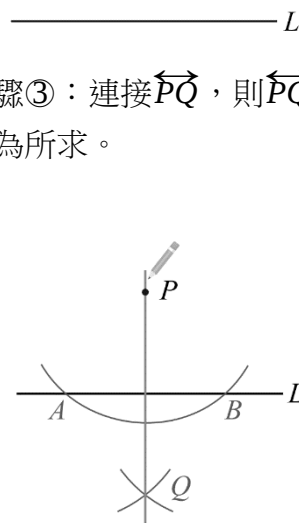
▲步驟①：以 P 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交直線 L 於 A 、 B 兩點。



▲步驟②：分別以 A 、 B 點為圓心，大於 $\frac{1}{2} \overline{AB}$ 長為半徑畫弧，設兩弧交於 Q 點。



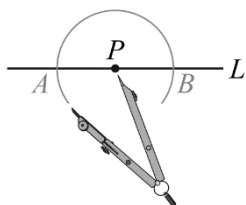
▲步驟③：連接 $\overleftrightarrow{PQ}$ ，則 $\overleftrightarrow{PQ}$ 即為所求。



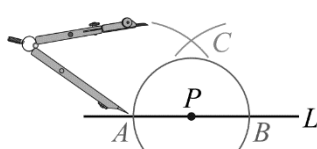
概念 ⑤ 過線上一點作垂線

例 如右圖，已知 P 點在直線 L 上，利用尺規作圖畫出通過 P 點且與直線 L 垂直的直線。

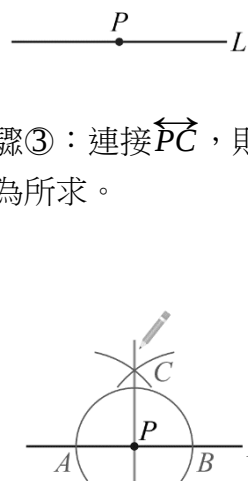
▲步驟①：以 P 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交直線 L 於 A 、 B 兩點。



▲步驟②：分別以 A 、 B 點為圓心，大於 $\frac{1}{2} \overline{AB}$ 長為半徑畫弧，設兩弧交於 C 點。



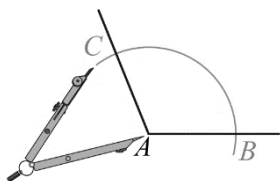
▲步驟③：連接 $\overleftrightarrow{PC}$ ，則 $\overleftrightarrow{PC}$ 即為所求。



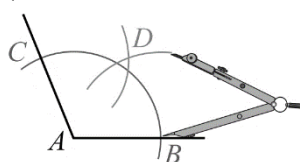
概念 ⑥ 角平分線作圖

例 如右圖，已知 $\angle A$ ，利用尺規作圖畫出 $\angle A$ 的角平分線。

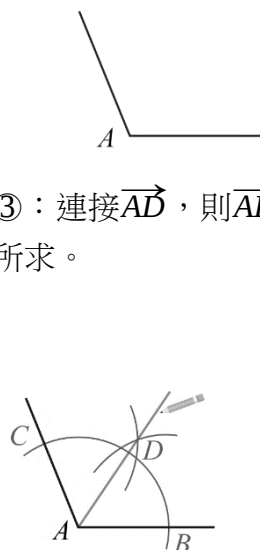
▲步驟①：以 A 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交 $\angle A$ 的兩邊於 B 、 C 兩點。



▲步驟②：分別以 B 、 C 兩點為圓心，大於 $\frac{1}{2} \overline{BC}$ 長為半徑畫弧，設兩弧交於 D 點。



▲步驟③：連接 $\overleftrightarrow{AD}$ ，則 $\overleftrightarrow{AD}$ 即為所求。





① (B) 如右圖，試利用尺規作圖找出和 $\overline{AB}$ 等長的線段？(15分) A _____ B

(A) _____ (B) _____ (C) _____ (D) _____

② (A) 如右圖，試利用尺規作圖找出和 $\overline{CD}$ 等長的線段？(15分) C _____ D

(A) _____ (B) _____ (C) _____ (D) _____

③ (B) 如右圖，試利用尺規作圖找出和 $2\overline{EF}$ 等長的線段？(15分) E _____ F

(A) _____ (B) _____

(C) _____ (D) _____

④ (C) 如右圖，試利用尺規作圖找出和 $2\overline{GH}$ 等長的線段？(15分) G _____ H

(A) _____ (B) _____

(C) _____ (D) _____

⑤ (D) 如下圖，試利用尺規作圖找出和 $\overline{AB} + \overline{CD}$ 等長的線段？(20分)

A _____ B

C _____ D

(A) _____ (B) _____

(C) _____ (D) _____

⑥ (C) 如下圖，試利用尺規作圖找出和 $\overline{EF} + \overline{GH}$ 等長的線段？(20分)

E _____ F

G _____ H

(A) _____ (B) _____

(C) _____ (D) _____

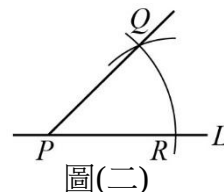
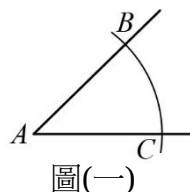


- ① 如圖(一)，已知 $\angle A$ ，品謙利用尺規作圖畫出 $\angle QPR = \angle A$ ，如圖(二)。

若 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 3$ ，請回答下面的問題。(每小題 7 分)

(1) $\overline{AC} = \underline{4}$ 。 (2) $\overline{PQ} = \underline{4}$ 。

(3) $\overline{PR} = \underline{4}$ 。 (4) $\overline{QR} = \underline{3}$ 。

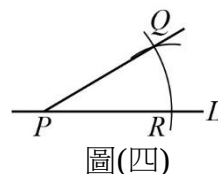
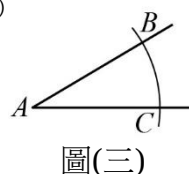


- ② 如圖(三)，已知 $\angle A$ ，立翔利用尺規作圖畫出 $\angle QPR = \angle A$ ，如圖(四)。

若 $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 3$ ，請回答下面的問題。(每小題 7 分)

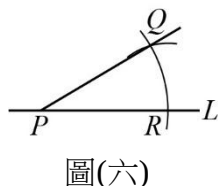
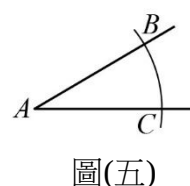
(1) $\overline{AB} = \underline{5}$ 。 (2) $\overline{PQ} = \underline{5}$ 。

(3) $\overline{PR} = \underline{5}$ 。 (4) $\overline{QR} = \underline{3}$ 。



- ③ 如圖(五)，已知 $\angle A$ ，柏睿利用尺規作圖畫出 $\angle QPR = \angle A$ ，如圖(六)。

下面甲、乙、丙、丁、戊 5 張卡片是柏睿作圖過程的記錄，不過卡片的順序亂掉了，並未按照作圖步驟的先後排列，請在空格中填上步驟 1 到步驟 5 是甲、乙、丙、丁、戊的哪一張卡片。



卡片甲

卡片乙

卡片丙

卡片丁

卡片戊

以 R 點為圓心， $\overline{BC}$ 長為半徑畫弧，交前弧於 Q 點。

以 A 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交 $\angle A$ 的兩邊於 B 、 C 兩點。

畫一直線 L ，並在 L 上取一點 P 。

連接 $\overline{PQ}$ ，則 $\angle QPR$ 即為所求。

以 P 點為圓心， $\overline{AB}$ 長為半徑畫弧，交直線 L 於 R 點。

步驟 1	步驟 2	步驟 3	步驟 4	步驟 5
丙	乙	戊	甲	丁

(每格 6 分)

- ④ (D) 如圖(七)，已知 $\angle A$ ，柏銓利用尺規作圖畫出 $\angle QPR = \angle A$ ，如圖(八)。

下列敘述何者錯誤? (14 分)

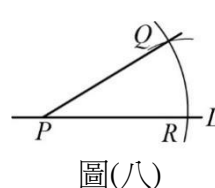
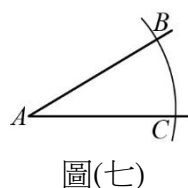
(A) $\overline{AB} = \overline{PQ}$

(B) $\overline{BC} = \overline{QR}$

(C) $\overline{AC} = \overline{PR}$

(D) $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{PQ} = \overline{PR} = \overline{BC} = \overline{QR}$

(D) $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{PQ} = \overline{PR}$ ，但是不一定等於 $\overline{BC}$ 和 $\overline{QR}$ 。

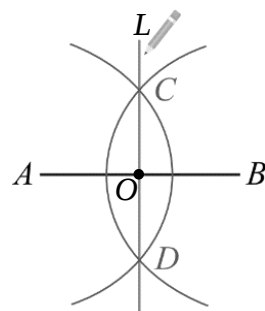




- ① 右圖為品謙作 $\overline{AB}$ 中垂線的痕跡， L 為 $\overline{AB}$ 的中垂線，請根據右圖回答下面的問題，正確的畫○，錯誤的畫×。(每小題 10 分，共 50 分)

- (1) (○) $\overline{AO} = \overline{BO}$ 。
 (2) (×) $\overline{AC} = \frac{1}{2} \overline{AB}$ 。 (2) $\overline{AC} > \frac{1}{2} \overline{AB}$
 (3) (○) $\overline{AC} = \overline{AD} = \overline{BC} = \overline{BD}$ 。
 (4) (○) $\angle COA = \angle COB = 90^\circ$ 。
 (5) (○) 若 $\overline{AO} = 4$ ， $\overline{AC} = 5$ ，則 $\overline{CO} = 3$ 。

(5) 由畢氏定理可得 $\overline{CO} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ 。



- ② 右圖為芝璇利用中垂線作圖的痕跡。 L_1 為 $\overline{AB}$ 的中垂線， M 點為 $\overline{AB}$ 的中點； L_2 為 $\overline{MB}$ 的中垂線， N 點為 $\overline{MB}$ 的中點。已知 $\overline{AB} = 40$ ，回答下面的問題。(每小題 10 分，共 20 分)

- (1) (B) 下列何者錯誤？

- (A) $\overline{AC} = \overline{AD} = \overline{BD}$ (B) $\overline{BN} = \frac{1}{3} \overline{AB}$
 (C) $\overline{AM} = \overline{MB}$ (D) $\overline{ME} = \overline{BE} = \overline{BF}$

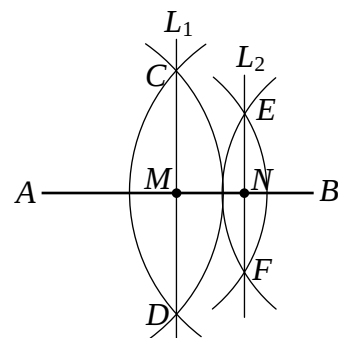
(B) $\overline{BN} = \frac{1}{2} \overline{MB} = \frac{1}{2} \times (\frac{1}{2} \overline{AB}) = \frac{1}{4} \overline{AB}$ 。

- (2) (C) $\overline{AN} = ?$

- (A) 20 (B) 25 (C) 30 (D) 32

$\overline{AN} = \overline{AM} + \overline{MN}$ ，又 $\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 40 = 20$ ，

$\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{MB} = \frac{1}{2} \overline{AM} = \frac{1}{2} \times 20 = 10$ ，故 $\overline{AN} = 20 + 10 = 30$ 。



- ③ 右圖為芝璇利用中垂線作圖的痕跡。 L_1 為 $\overline{AB}$ 的中垂線， M 為中點； L_2 為 $\overline{AM}$ 的中垂線， N 為中點； L_3 為 $\overline{NM}$ 的中垂線， O 為中點。已知 $\overline{AB} = 48$ ，回答下面的問題。(每小題 10 分，共 30 分)

- (1) (A) 下列何者可能是 $\overline{AC}$ 的長？

- (A) 26 (B) 24 (C) 22 (D) 20

$\overline{AC} > \frac{1}{2} \overline{AB} = 24$ ，故選(A)。

- (2) (A) 下列何者可能是 $\overline{AF}$ 的長？

- (A) 15 (B) 12 (C) 11 (D) 10

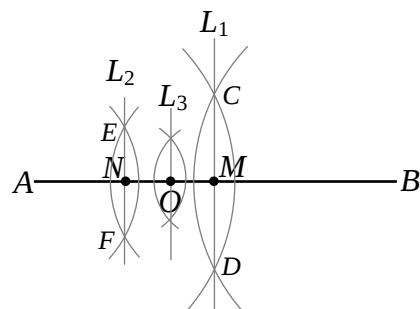
$\overline{AF} > \frac{1}{2} \overline{AM}$ ，因為 $\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 24$ ，所以 $\overline{AF} > 12$ ，故選(A)。

- (3) (D) $\overline{OB} = ?$

- (A) 36 (B) 34 (C) 32 (D) 30

$\overline{OB} = \overline{OM} + \overline{MB}$ ，又 $\overline{MB} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 24$ ，

且 $\overline{OM} = \frac{1}{2} \overline{NM} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \overline{AM} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 24 = 6$ 。故 $\overline{OB} = 6 + 24 = 30$ 。





Nani

基礎特訓班

3-2 基本尺規作圖

概念 4 過線外一點作垂線

__班__號

姓名

- 1 右圖為益丞過 L 線外一點 P 的作圖痕跡，下面甲、乙、丙 3 張卡片是益丞作圖過程的記錄，不過卡片的順序亂掉了，並未按照作圖步驟的先後排列，請在空格中填上步驟 1 到步驟 3 是甲、乙、丙的哪一張卡片。

卡片甲

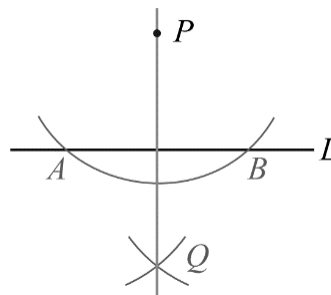
連接 $\overline{PQ}$ ，則 $\overline{PQ}$ 即為所求。

卡片乙

分別以 A 、 B 點為圓心，大於 $\frac{1}{2} \overline{AB}$ 長為半徑畫弧，設兩弧交於 Q 點。

卡片丙

以 P 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交直線 L 於 A 、 B 兩點。



步驟 1	步驟 2	步驟 3
丙	乙	甲

(每格 10 分，共 30 分)

- 2 承問題 1，連接 $\overline{PA}$ 、 $\overline{PB}$ 、 $\overline{AQ}$ 、 $\overline{BQ}$ ，回答下面的問題，

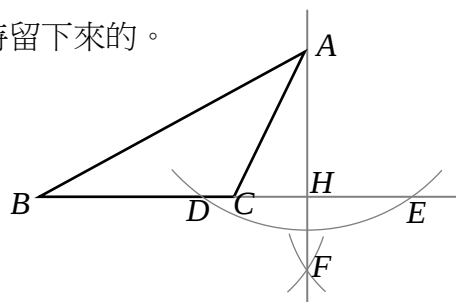
正確的畫○，錯誤的畫×。(每小題 10 分，共 40 分)

- (○) $\overline{PA} = \overline{PB}$ 。
- (○) $\overline{PQ} \perp \overline{AB}$ 。
- (○) $\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 。
- (×) $\overline{PA}$ 、 $\overline{PB}$ 、 $\overline{AQ}$ 、 $\overline{BQ}$ 四個線段一定等長。
(4) $\overline{PA} = \overline{PB}$ ， $\overline{AQ} = \overline{BQ}$ ，但是四個線段不一定等長。

- 3 右圖 $\triangle ABC$ 中的作圖痕跡，是秉泰畫出通過頂點 A 的高時留下來的。

請回答下面的問題。(每小題 10 分，共 30 分)

- (A) 下列何者是作圖過程的第一個步驟？
(A) 延長 $\overline{BC}$ ，作 $\overrightarrow{BC}$ 。
(B) 先量出 $\angle A$ 的度數。
(C) 先畫出一條通過 A 點的直線。
(D) 以 A 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交直線 $\overrightarrow{BC}$ 於 D 、 E 兩點。



- (D) 如果 $\overline{AD} = 48$ ， $\overline{DF} = 34$ ，試問 $\overline{AE} = ?$
(A) 24 (B) 34 (C) 42 (D) 48
 $\overline{AE} = \overline{AD} = 48$ 。

- (B) 如果 $\overline{AD} = 48$ ， $\overline{DF} = 34$ ，試問 $\overline{EF} = ?$
(A) 24 (B) 34 (C) 42 (D) 48
 $\overline{EF} = \overline{DF} = 34$ 。



- 1 右圖為柏睿過 L 線上一點 P 的作圖痕跡，下面甲、乙、丙 3 張卡片是柏睿作圖過程的記錄，不過卡片的順序亂掉了，並未按照作圖步驟的先後排列，請在空格中填上步驟 1 到步驟 3 是甲、乙、丙的哪一張卡片。

卡片甲

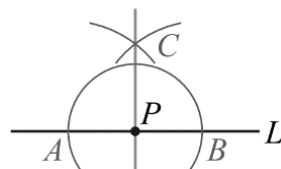
分別以 A 、 B 點為圓心，大於 $\frac{1}{2} \overline{AB}$ 長為半徑畫弧，設兩弧交於 C 點。

卡片乙

連接 $\overrightarrow{PC}$ ，則 $\overrightarrow{PC}$ 即為所求。

卡片丙

以 P 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交直線 L 於 A 、 B 兩點。



步驟 1	步驟 2	步驟 3
丙	甲	乙

(每格 10 分，共 30 分)

- 2 承問題 1，連接 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ ，回答下面的問題，正確的畫○，錯誤的畫×。(每小題 10 分，共 40 分)

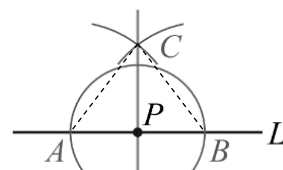
(1) (○) $\triangle ABC$ 為等腰三角形。

(2) (○) $\overline{PA} = \overline{PB}$ 。

(3) (○) $\overline{CP} \perp \overline{AB}$ 。

(4) (×) $\overline{AC} = \overline{BC} = \overline{PA} = \overline{PB}$ 。

(4) 因為 $\overline{AC} = \overline{BC} > \frac{1}{2} \overline{AB}$ ，所以 $\overline{AC} = \overline{BC} > \overline{PA} = \overline{PB}$ 。



- 3 右圖(一)為一條直線 L ， H 為直線上的一點，立翔想畫一個等腰三角形 ABC ，底邊 $\overline{AB}$ 在 L 上， H 為 $\overline{AB}$ 的中點，且 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AC} = 3$ 。右圖(二)是他的作圖痕跡，請回答下面的問題。(每小題 10 分，共 30 分)

(1) (D) 下列何者是立翔作圖過程的第一個步驟？

(A) 為用直尺畫一條過 H 點且垂直 L 的直線。

(B) 用直尺在直線 L 上量出 4 公分長。

(C) 以 H 點為圓心，半徑長 = 4 畫弧，交直線 L 於 A 、 B 兩點。

(D) 以 H 點為圓心，半徑長 = 2 畫弧，交直線 L 於 A 、 B 兩點。

(2) (A) $\overline{AH} = ?$

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 6

$\overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 2$ 。

(3) (B) $\overline{BC} = ?$

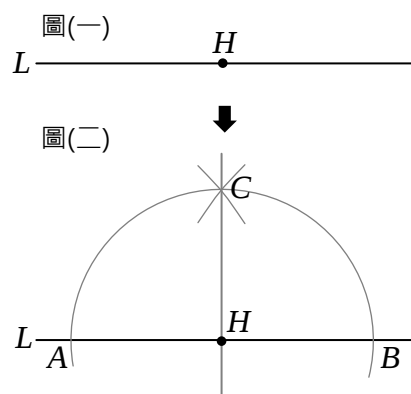
(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 6

$\overline{BC} = \overline{AC} = 3$ 。





- ① 右圖為品謙作 $\angle A$ 的角平分線作圖痕跡，下面甲、乙、丙 3 張卡片是品謙作圖過程的記錄，不過卡片的順序亂掉了，並未按照作圖步驟的先後排列，請在空格中填上步驟 1 到步驟 3 是甲、乙、丙的哪一張卡片。

卡片甲

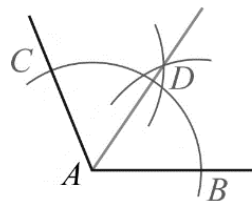
以 A 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交 $\angle A$ 的兩邊於 B 、 C 兩點。

卡片乙

連接 $\overline{AD}$ ，則 $\overline{AD}$ 即為所求。

卡片丙

分別以 B 、 C 兩點為圓心，大於 $\frac{1}{2} \overline{BC}$ 長為半徑畫弧，設兩弧交於 D 點。



步驟 1	步驟 2	步驟 3
甲	丙	乙

(每格 10 分，共 30 分)

- ② 承問題①，連接 $\overline{BD}$ 、 $\overline{CD}$ ，回答下面的問題，正確的畫○，錯誤的畫×。(每小題 10 分，共 40 分)

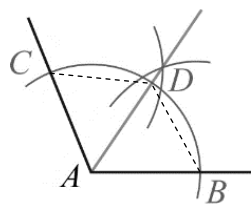
(1) (○) 四邊形 $ABDC$ 為箏形。

(2) (○) $\overline{BD} = \overline{CD}$ 。

(3) (○) $\overline{AC} = \overline{AB}$ 。

(4) (×) $\overline{AC} = \overline{AB} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 。

(4) $\overline{AC} = \overline{AB}$ ， $\overline{BD} = \overline{CD}$ ，但是 $\overline{AC}$ 和 $\overline{AB}$ 不一定與 $\overline{BD}$ 和 $\overline{CD}$ 等長。



- ③ 右圖為兩底角等於 40° 的等腰三角形，上面的作圖痕跡是立翔畫頂角的角平分線時留下來的，已知 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 8$ ，請回答下面的問題。(每小題 10 分，共 30 分)

(1) (B) 下列何者是作圖過程的第一個步驟？

(A) 為用直尺畫一條通過 A 點且垂直 $\overline{BC}$ 的直線。

(B) 以 A 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 於 D 、 E 兩點。

(C) 分別以 B 、 C 兩點為圓心，當長為半徑畫弧，交 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 於 D 、 E 兩點。

(D) 以 A 點為圓心，大於 $\overline{AB}$ 長為半徑畫弧，交 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 於 D 、 E 兩點。

(2) (C) $\angle BAF = ?$

(A) 40°

(B) 45°

(C) 50°

(D) 60°

$$\angle BAF = \frac{1}{2} \angle BAC$$

$$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ \times 2) = 50^\circ$$

(3) (A) $\overline{AF} = ?$

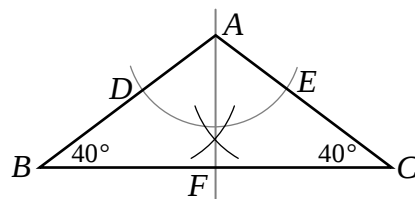
(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

$$\text{因為 } \overline{BF} = \frac{1}{2} \overline{BC} = 4, \overline{AB} = 5, \text{ 故 } \overline{AF} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3。$$

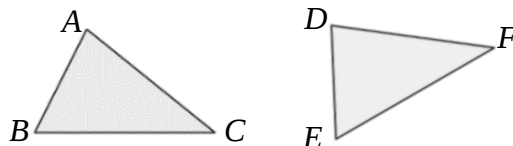




概念 ① 全等三角形

如圖，若 $\triangle ABC$ 經過平移、旋轉或翻轉後，會與 $\triangle DEF$ 完全疊合，記作 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，其對應邊相等、對應角相等。

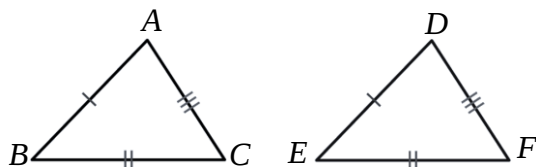
- (1) A 、 B 、 C 的對應點分別為 D 、 E 、 F 。
 (2) $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ， $\angle C = \angle F$ 。
 (3) $\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\overline{BC} = \overline{EF}$ ， $\overline{AC} = \overline{DF}$ 。



概念 ② SSS 全等判別

若兩個三角形有三組邊分別對應相等，則這兩個三角形全等。如下圖，

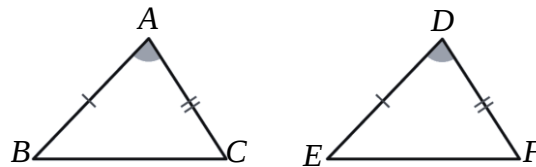
$\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\leftarrow$ Side
 $\overline{BC} = \overline{EF}$ ， $\leftarrow$ Side
 $\overline{AC} = \overline{DF}$ ， $\leftarrow$ Side
 } SSS 全等
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。



概念 ③ SAS 全等判別

若兩個三角形的兩邊及其夾角分別對應相等，則這兩個三角形全等。如下圖，

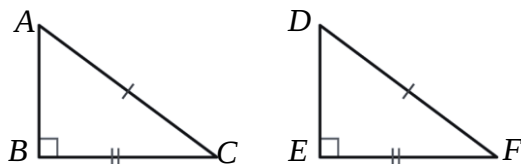
$\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\leftarrow$ Side
 $\angle A = \angle D$ ， $\leftarrow$ Angle
 $\overline{AC} = \overline{DF}$ ， $\leftarrow$ Side
 } SAS 全等
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。



概念 ④ RHS 全等判別

若兩個直角三角形的斜邊和一股分別對應相等，則這兩個三角形全等。如下圖，

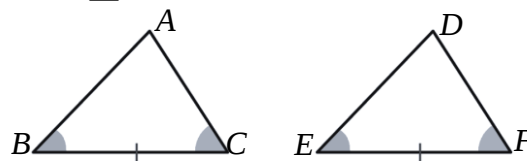
兩個為直角 $\triangle$ ， $\leftarrow$ Right angle
 $\overline{AC} = \overline{DF}$ ， $\leftarrow$ Hypotenuse
 $\overline{BC} = \overline{EF}$ ， $\leftarrow$ Side
 } RHS 全等
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。



概念 ⑤ ASA 全等判別

若兩個三角形的兩角及其夾邊分別對應相等，則這兩個三角形全等。如下圖，

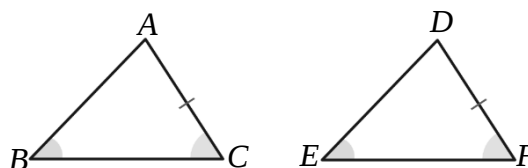
$\angle B = \angle E$ ， $\leftarrow$ Angle
 $\overline{BC} = \overline{EF}$ ， $\leftarrow$ Side
 $\angle C = \angle F$ ， $\leftarrow$ Angle
 } ASA 全等
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。



概念 ⑥ AAS 全等判別

若兩個三角形的兩個角和其一對邊分別對應相等，則這兩個三角形全等。如下圖，

$\angle B = \angle E$ ， $\leftarrow$ Angle
 $\angle C = \angle F$ ， $\leftarrow$ Angle
 $\overline{AC} = \overline{DF}$ ， $\leftarrow$ Side
 } AAS 全等
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。





Nani

基礎特訓班

3-3 三角形全等

概念 ① 全等三角形

____ 班 ____ 號

姓名

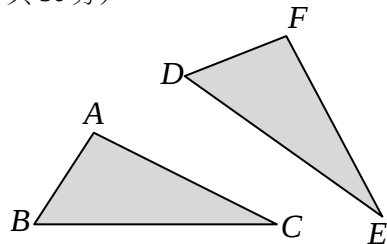
① 右圖的 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FDE$ 為兩個全等的三角形，則 (每格 5 分，共 30 分)

(1) A 的對應點為 F 點；

B 的對應點為 D 點。

(2) $\angle B$ 的對應角為 $\angle$ D； $\angle C$ 的對應角為 $\angle$ E。

(3) $\overline{AB}$ 的對應邊為 $\overline{FD}$ ； $\overline{BC}$ 的對應邊為 $\overline{DE}$ 。



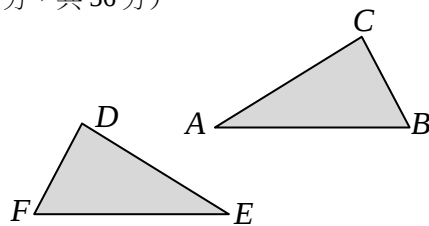
② 右圖的 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EFD$ 為兩個全等的三角形， (每格 6 分，共 36 分)

已知 $\overline{AB} = 30\text{ cm}$ ， $\overline{AC} = 26\text{ cm}$ ， $\overline{BC} = 16\text{ cm}$ ，則

(1) A 的對應點為 E 點； C 的對應點為 D 點。

(2) $\angle B$ 的對應角為 $\angle$ F； $\angle C$ 的對應角為 $\angle$ D。

(3) $\overline{DF} =$ 16 cm ； $\overline{DE} =$ 26 cm 。



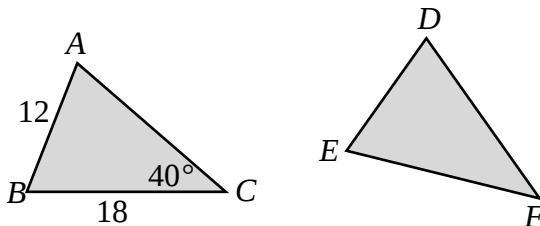
③ (A) 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且 A 與 D ， B 與 E ， C 與 F 分別為對應點。若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 18$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，則 $\overline{DE}$ 長與 $\angle F$ 的度數分別為何？(10 分)

(A) $\overline{DE} = 12$ ， $\angle F = 40^\circ$

(B) $\overline{DE} = 18$ ， $\angle F = 40^\circ$

(C) $\overline{DE} = 18$ ， $\angle F = \angle B$

(D) $\overline{DE} = 12$ ， $\angle F = \angle B$



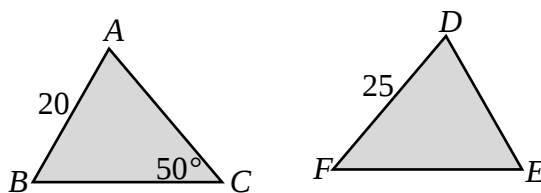
④ (C) 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且 A 與 D ， B 與 E ， C 與 F 分別為對應點。若 $\overline{AB} = 20$ ， $\overline{DF} = 25$ ， $\angle C = 50^\circ$ ，則下列敘述何者正確？(12 分)

(A) $\overline{AC} = 25$ ， $\angle F = \angle B$

(B) $\overline{AC} = 20$ ， $\angle F = \angle B$

(C) $\overline{AC} = 25$ ， $\angle F = 50^\circ$

(D) $\overline{AC} = 20$ ， $\angle F = 50^\circ$



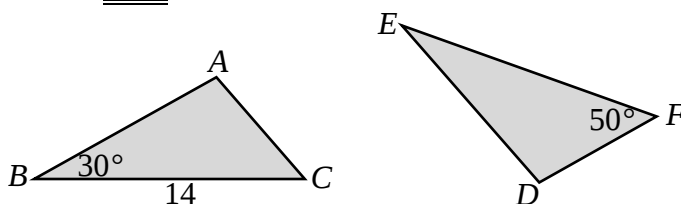
⑤ (B) 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且 A 與 D ， B 與 E ， C 與 F 分別為對應點。若 $\overline{BC} = 14$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle F = 50^\circ$ ，則下列敘述何者錯誤？(12 分)

(A) $\overline{EF} = 14$ ， $\angle C = 50^\circ$

(B) $\overline{DE} = 14$ ， $\angle E = 30^\circ$

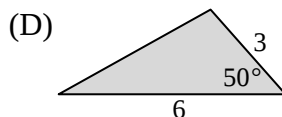
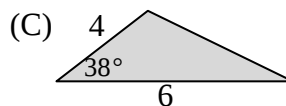
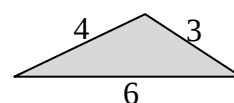
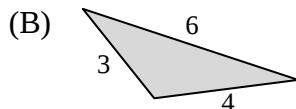
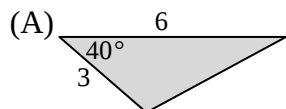
(C) $\overline{AC} = \overline{DF}$ ， $\angle A = 100^\circ$

(D) $\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\angle D = 100^\circ$



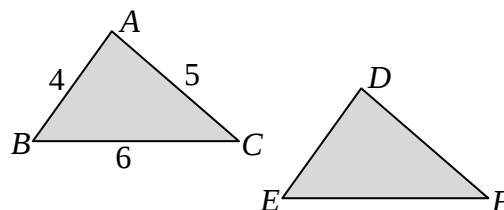


① (B) 下列何者與右邊的圖形全等？(8分)



② (B) 如圖， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，若 $\overline{AC} = \overline{DF}$ ，
 $\overline{BC} = \overline{EF}$ ，則當 $\overline{DE}$ 為多少時，可證明
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS 全等性質)？(8分)

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6



③ 請根據右圖的標示，試完成下面的空格，以說明 $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ ，並寫出對應角。

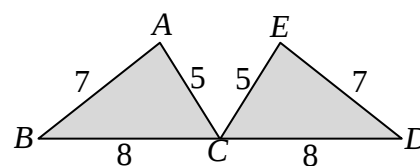
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 中，

因為 $\overline{AB} = \underline{\overline{ED}} = 7$ ， $\overline{BC} = \underline{\overline{DC}} = 8$ ，

$\overline{AC} = \underline{\overline{EC}} = 5$ ，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ (SSS 全等性質)。

(每格 4 分，共 28 分)



對應角 $\angle A = \angle \underline{E}$ ， $\angle B = \angle \underline{D}$ ， $\angle ACB = \angle \underline{ECD}$ 。

④ 右圖為一長方形，試完成下面的空格，以說明 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ ，並寫出對應角。

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中，

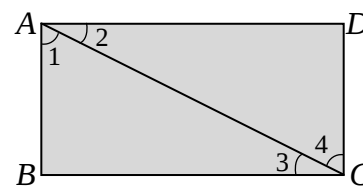
因為 $\overline{AD} = \underline{\overline{CB}}$ (長方形的兩個長邊一樣長)，

$\overline{AB} = \underline{\overline{CD}}$ (長方形的兩個寬邊一樣長)，

$\overline{AC} = \underline{\overline{CA}}$ (公用邊)，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (SSS 全等性質)。

(每格 4 分，共 28 分)



對應角 $\angle 1 = \angle \underline{4}$ ， $\angle B = \angle \underline{D}$ ， $\angle 3 = \angle \underline{2}$ 。

⑤ 請根據右圖的標示，試完成下面的空格，以說明 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ ，並寫出對應角。

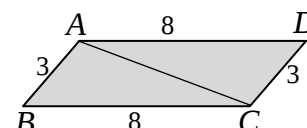
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中，

因為 $\overline{AB} = \underline{\overline{CD}} = 3$ ， $\overline{BC} = \underline{\overline{DA}} = 8$ ，

$\overline{AC} = \underline{\overline{CA}}$ (公用邊)，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (SSS 全等性質)。

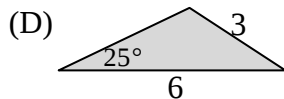
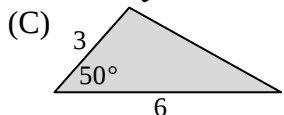
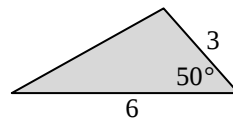
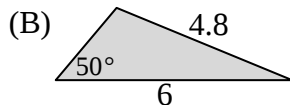
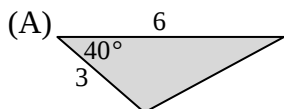
(每格 4 分，共 28 分)



對應角 $\angle B = \angle \underline{D}$ ， $\angle BAC = \angle \underline{DCA}$ ， $\angle ACB = \angle \underline{CAD}$ 。

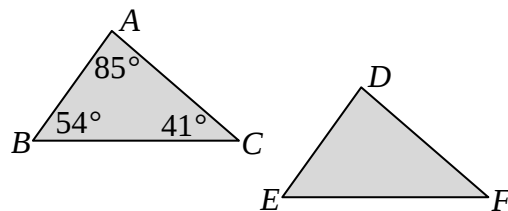


- ① (C) 下列何者與右邊的圖形全等？(10分)



- ② (A) 如圖， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，若 $\overline{AC} = \overline{DF}$ ，
 $\overline{BC} = \overline{EF}$ ，則當 $\angle F$ 為多少時，可證明
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS 全等性質)？(12分)

(A) 41° (B) 49° (C) 54° (D) 85°



- ③ 請根據右圖的標示，試說明 $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ ，並寫出 $\angle A$ 和 $\angle ACB$ 的對應角。

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 中，

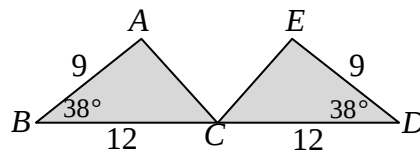
因為 $\overline{AB} = \underline{\overline{ED}} = 9$ ， $\angle B = \angle \underline{D} = 38^\circ$ ，

$\overline{BC} = \underline{\overline{DC}} = 12$ ，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ (SAS 全等性質)。

對應角 $\angle A = \angle \underline{E}$ ， $\angle ACB = \angle \underline{ECD}$ 。

(每格 4 分，共 24 分)



- ④ 右圖為一長方形，試完成下面的空格，以說明 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ ，並寫出 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的對應角。

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CDB$ 中，

因為 $\overline{AD} = \underline{\overline{CB}}$ (長方形的兩個長邊一樣長)，

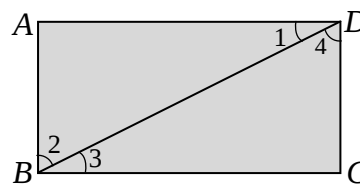
$\angle A = \angle \underline{C}$ (長方形的四個角都是直角)，

$\overline{AB} = \underline{\overline{CD}}$ (長方形的兩個寬邊一樣長)，

所以 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ (SAS 全等性質)。

$\angle 1$ 的對應角是 $\angle \underline{3}$ ， $\angle 2$ 的對應角是 $\angle \underline{4}$ 。

(每格 4 分，共 24 分)



- ⑤ 右圖中，若 $\overline{AE} = \overline{CE}$ ， $\overline{BE} = \overline{DE}$ ，試說明 $\triangle AEB \cong \triangle CED$ ，並寫出 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的對應角。

在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle CED$ 中，

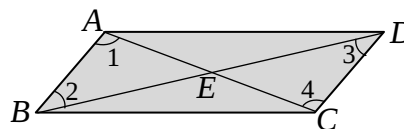
已知 $\overline{AE} = \underline{\overline{CE}}$ ， $\overline{BE} = \underline{\overline{DE}}$ ，

又 $\angle AEB = \angle \underline{CED}$ (對頂角相等)，

所以 $\triangle AEB \cong \triangle CED$ (SAS 全等性質)。

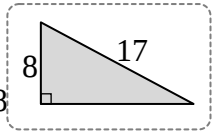
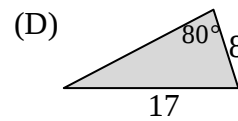
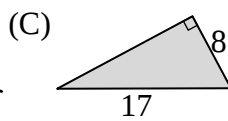
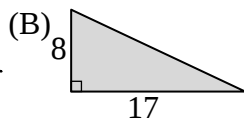
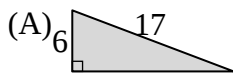
$\angle 1$ 的對應角是 $\angle \underline{4}$ ， $\angle 2$ 的對應角是 $\angle \underline{3}$ 。

(每格 5 分，共 30 分)



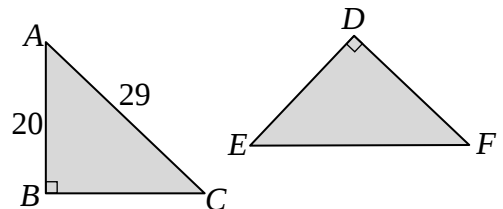


- 1 (C) 下列何者與右邊框框中的圖形全等？(12分)



- 2 (B) 如圖， $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDF$ 中，若 $\overline{AC} = \overline{EF}$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，則當 $\overline{DE}$ 為多少時，可證明 $\triangle ABC \cong \triangle EDF$ (RHS 全等性質)？(12分)

- (A) 19 (B) 20 (C) 25 (D) 29



- 3 右圖的直角 $\triangle ABC$ 和直角 $\triangle DCB$ 中， $\overline{AC} = \overline{DB}$ ，試說明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，並寫出對應角。

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中，

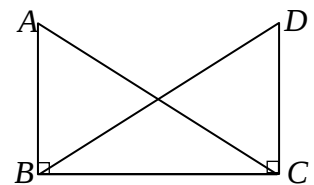
已知 $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$ ， $\overline{AC} = \overline{DB}$ ，

又 $\overline{BC} = \overline{CB}$ (公用邊)，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (RHS 全等性質)。

$\angle A$ 的對應角是 $\angle D$ ， $\angle ACB$ 的對應角是 $\angle DBC$ 。

(每格 4 分，共 24 分)



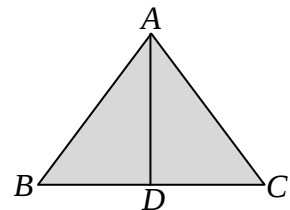
- 4 右圖 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，試說明 $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ 。(每格 5 分，共 20 分)

在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle ADC$ 中，

因為 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，所以 $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ ，

又 $\overline{AB} = \overline{AC}$ (已知)， $\overline{AD} = \overline{AD}$ (公用邊)，

所以 $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ (RHS 全等性質)。



- 5 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為正方形，四邊形 $EACF$ 為長方形， D 點在 $\overline{EF}$ 上，試完成下方空格以說明 $\triangle ADE \cong \triangle CDF$ ，並求出 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的角度。(每格 4 分，共 32 分)

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CDF$ 中，

因為 $\angle AED = \angle CFD = 90^\circ$ ，

$\overline{AD} = \overline{CD}$ (正方形 $ABCD$ 四邊等長)，

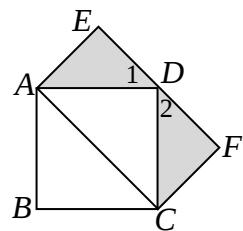
$\overline{AE} = \overline{CF}$ (長方形的兩個寬邊一樣長)，

所以 $\triangle ADE \cong \triangle CDF$ (RHS 全等性質)。

因為 $\angle 1 + \angle 2 + \angle ADC = 180$ 度，

又 $\angle ADC = 90$ 度， $\angle 1 = \angle 2$ (對應角相等)，

所以 $\angle 1 = \angle 2 = 45$ 度。





Nani

基礎特訓班

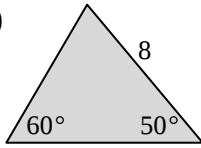
3-3 三角形全等

概念 5 ASA 全等判別

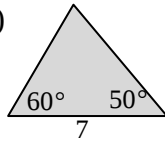
班 號
姓名

- 1 (D) 下列何者與右邊框框中的圖形全等？(10分)

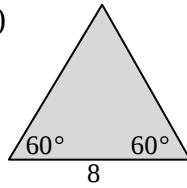
(A)



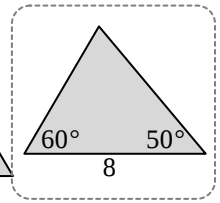
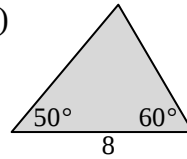
(B)



(C)

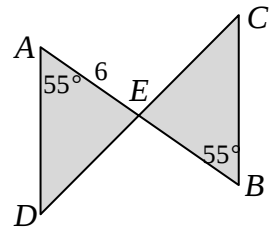


(D)



- 2 如圖， $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 相交於 E 點，如果要用 ASA 全等性質說明 $\triangle ADE \cong \triangle BCE$ ，只要再補 $\overline{AE} = \underline{\text{BE}} = 6$ 的條件便可。

(10分)



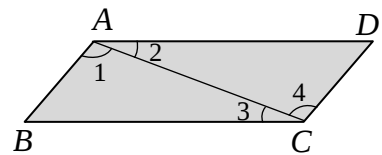
- 3 右圖中， $\angle 1 = \angle 4$ ， $\angle 2 = \angle 3$ ，試說明 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ 。(每格 4 分，共 16 分)

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中，

因為 $\angle 1 = \angle \underline{4}$ (已知)， $\angle 3 = \angle \underline{2}$ (已知)，

又 $\overline{AC} = \underline{\overline{CA}}$ (公用邊)，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (ASA 全等性質)。



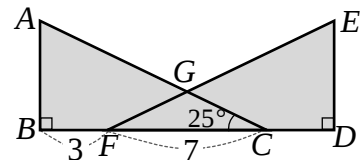
- 4 右圖 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 為兩個直角三角形，且 $\angle A = \angle E$ ， $\overline{AB} = \overline{ED}$ ， $\overline{FC}$ 為 $\overline{BC}$ 邊和 $\overline{DF}$ 邊的重疊部分，試說明 $\triangle ABC \cong \triangle EDF$ ，並求 $\overline{CD}$ 長度和 $\angle GFC$ 的角度。(每格 4 分，共 36 分)

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDF$ 中，

已知 $\angle A = \angle \underline{E}$ ， $\overline{AB} = \underline{\overline{ED}}$ ，

$\angle B = \angle \underline{D} = 90^\circ$ ，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle EDF$ (ASA 全等性質)。



因為 $\overline{DF} = \underline{\overline{BC}}$ (對應邊相等)，所以 $\overline{DF}$ 的長度 = 10，則 $\overline{CD}$ 的長度 = 3。

因為 $\angle GFC = \angle \underline{GCF}$ (對應角相等)，所以 $\angle GFC = \underline{25}$ 度。

- 5 右圖中， $\overline{AC}$ 分別為 $\angle BAD$ 和 $\angle BCD$ 的角平分線，試說明 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ，並求 $\angle D = ?$

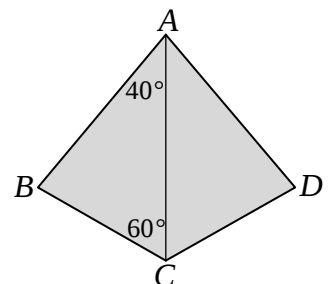
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中，因為 $\overline{AC}$ 分別為 $\angle BAD$ 和 $\angle BCD$ 的角平分線，(每格 4 分，共 28 分)

所以 $\angle BAC = \angle \underline{DAC} = 40^\circ$ ， $\angle BCA = \angle \underline{DCA} = 60^\circ$ ，

又 $\overline{AC} = \underline{\overline{AC}}$ (公用邊)，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ (ASA 全等性質)。

則 $\angle D = 180^\circ - \angle DAC - \angle DCA = 180^\circ - \underline{40^\circ} - \underline{60^\circ} = \underline{80^\circ}$ 。





Nani

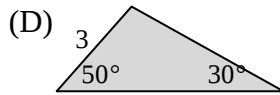
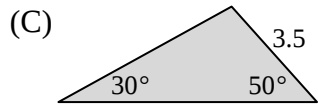
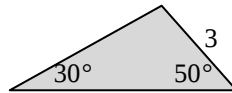
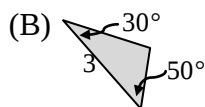
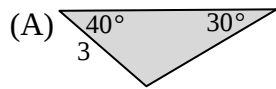
基礎特訓班

3-3 三角形全等

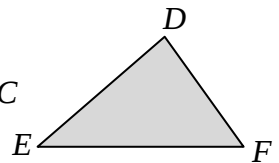
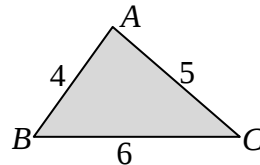
概念 6 AAS 全等判別

班 號
姓名

- 1 (D) 下列何者與右邊的圖形全等？(12分)



- 2 (C) 如圖， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DFE$ 中，若 $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle F$ ，則當 $\overline{DE}$ 為多少時，可證明 $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ (AAS 全等性質)？(12分)
- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6



- 3 右圖中，正方形 $ABCD$ 與長方形 $ECFG$ 緊密拼合， $\overline{AF}$ 與 $\overline{EC}$ 相交於 P 點，已知 $\overline{BC} = \overline{CF}$ ，試完成下面的空格，以說明 $\triangle ADP \cong \triangle FCP$ 。(每格 5 分，共 20 分)

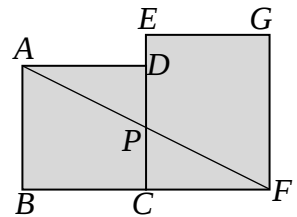
在 $\triangle ADP$ 和 $\triangle FCP$ 中，

已知 $\overline{BC} = \overline{CF}$ ，由於 $\overline{AD} = \overline{BC}$ ，因此 $\overline{AD} = \overline{FC}$ ，

又 $\angle ADP = \angle FCP = 90^\circ$ (正方形與長方形四個角都是 90°)，

$\angle APD = \angle FPC$ (對等角相等)，

所以 $\triangle ADP \cong \triangle FCP$ (AAS 全等性質)。



- 4 承第 3 題，若 $\overline{AD} = 10$ cm，試完成下面的空格，以說明 $\overline{AP} = 5\sqrt{5}$ cm。(每格 4 分，共 20 分)

因為 $\overline{DP} = \overline{CP}$ (對應邊一樣長)，

又 $\overline{CD} = \overline{AD} = 10$ cm，所以 $\overline{DP} = 5$ cm，

故 $\overline{AP} = \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{DP}^2} = \sqrt{10^2 + (5)^2} = \sqrt{(125)} = 5\sqrt{5}$ (cm)。

- 5 右圖中， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 皆為等腰三角形，試說明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ，並求 $\overline{CD}$ 的長度。

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中，因為 $\triangle ABC$ 為等腰三角形，

因此 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\angle B = \angle C$ ，

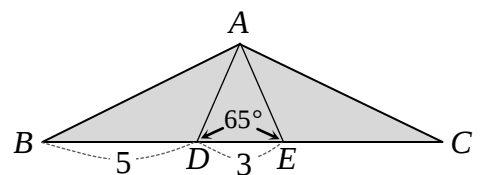
又 $\angle ADB + \angle ADE = \angle AEC + \angle AED = 180^\circ$ ，

所以 $\angle ADB + 65^\circ = \angle AEC + 65^\circ$ ，

則 $\angle ADB = \angle AEC$ ，

故 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ (AAS 全等性質)。

(每格 4 分，共 36 分)



因為 $\overline{CE} = \overline{BD} = 5$ (對應邊一樣長)，所以 $\overline{CD} = 3 + 5 = 8$ 。

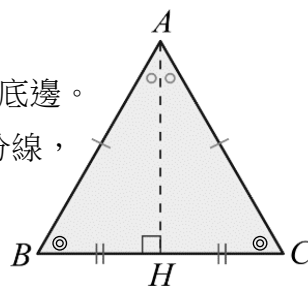


概念 ① 等腰三角形的性質

1 等腰三角形的性質：① 兩底角相等。② 頂角的角平分線會垂直平分底邊。

例 如圖， $\triangle ABC$ 為等腰三角形，若 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AH}$ 為 $\angle BAC$ 的角平分線，則：① $\angle B = \angle C$ 。

② $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 且 $\overline{BH} = \overline{CH}$ 。



概念 ② 等腰三角形的判別性質

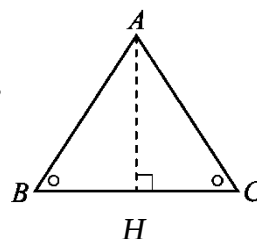
1 等腰三角形的判別性質：有兩個內角相等的三角形一定是等腰三角形。

例 如右圖，已知 $\angle B = \angle C$ ， $\overline{AH}$ 為 $\overline{BC}$ 上的高，則 $\triangle ABC$ 為等腰三角形。

解 因為 $\angle B = \angle C$ ， $\angle AHB = \angle AHC = 90^\circ$ ， $\overline{AH} = \overline{AH}$ (公用邊)

所以 $\triangle ABH \cong \triangle ACH$ (AAS 全等)，因此 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，

故 $\triangle ABC$ 為等腰三角形。



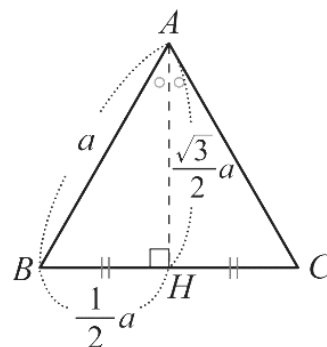
概念 ③ 正三角形的高與面積(含複合圖形)

1 若正三角形 ABC 的邊長為 a ，則：

① $\triangle ABC$ 的高 $= \frac{\sqrt{3}}{2}a$ 。② $\triangle ABC$ 的面積 $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ 。

例 若有一個正三角形的邊長為 6，則這個正三角形的高

高 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ ，面積 $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}$ 。

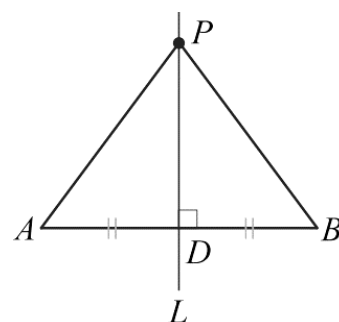


概念 ④ 中垂線性質 (SAS 應用)

1 中垂線性質：線段的中垂線上任一點到此線段兩端的距離相等。

例 如右圖，已知直線 L 垂直平分 $\overline{AB}$ 於 D 點，且 P 點在 L 上，則

$\overline{PA} = \overline{PB}$ ，即形成的 $\triangle PAB$ 為等腰三角形。



概念 ⑤ 中垂線的判別性質

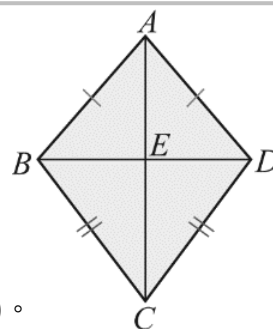
1 中垂線判別性質：到線段兩端距離相等的點必在此線段的中垂線上。

例 如圖，已知 $\overline{CE} = 8$ ， $\overline{BD} = 12$ ，且 $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{BC} = \overline{DC}$ 。

求 $\overline{BC}$ 的長度。

解 因為 $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{BC} = \overline{DC}$ ，所以 A 、 C 兩點在 $\overline{BD}$ 的中垂線上，

故 $\overline{BE} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ ，則 $\overline{BC} = \sqrt{\overline{BE}^2 + \overline{CE}^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ 。





概念 ⑥ 直角三角形的判別性質(SSS 應用)

1 直角三角形的判別性質：若三角形有兩邊的平方和等於第三邊的平方，
則此三角形必為直角三角形。

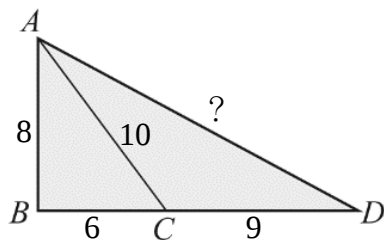
例 在 $\triangle ABD$ 中，已知 $\overline{AB}=8$ ， $\overline{BC}=6$ ， $\overline{AC}=10$ 。

若 $\overline{CD}=9$ ，求 $\overline{AD}$ 的長度。

解 因為 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 8^2 + 6^2 = 10^2 = \overline{AC}^2$ ，

所以 $\angle B = 90^\circ$ 。

故 $\overline{AD} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BD}^2} = \sqrt{8^2 + (6+9)^2} = \sqrt{289} = 17$ 。



概念 ⑦ 角平分線性質 (AAS 應用)

1 角平分線性質：角平分線上任一點到此角兩邊的距離相等。

例 如右圖，在四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AC}$ 平分 $\angle BAD$ ，

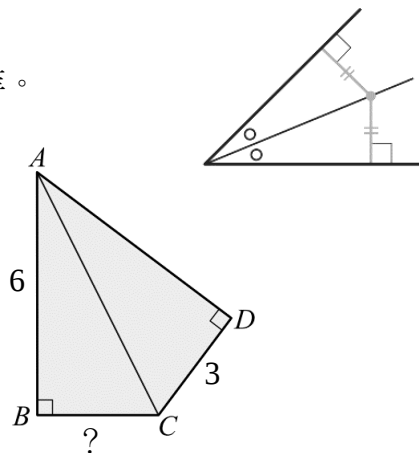
$\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，若 $\overline{CD}=3$ ， $\overline{AB}=6$ ，

求：① $\overline{BC}$ 的長度。

② 四邊形 $ABCD$ 的面積。

解 ① 由角平分線性質可知， $\overline{BC} = \overline{CD} = 3$ 。

② 四邊形 $ABCD$ 的面積 $= \triangle ABC$ 的面積 $\times 2$
 $= (6 \times 3 \times \frac{1}{2}) \times 2 = 18$



概念 ⑧ 角平分線判別性質 (RHS 應用)

1 角平分線的判別性質：與一角的兩邊距離相等的點必在此角的角平分線上。

例 如右圖，在四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{DA} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{DC} \perp \overline{BC}$

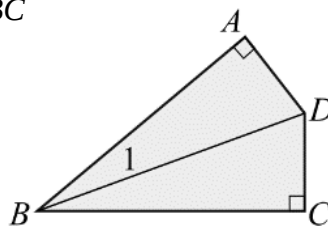
且 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 。若 $\angle ADC = 140^\circ$ ，求 $\angle 1$ 。

解 因為 $\overline{AD} = \overline{CD}$ ，且 $\angle A = \angle C = 90^\circ$ ，

由角平分線判別性質可知， $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC$

又 $\angle ABC = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ 。

所以 $\angle 1 = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$ 。





- ① 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$ ，且 $\angle A = 40^\circ$ ，則：

(每小題 10 分，共 30 分)

- (1) (C) 由 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 可知， $\triangle ABD$ 為等腰三角形，則 $\angle 1 = ?$

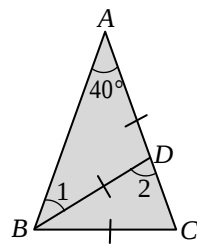
(A) 20° (B) 30° (C) 40° (D) 50°

$\triangle ABD$ 為等腰三角形，兩底角相等， $\angle 1 = \angle A = 40^\circ$ 。

- (2) 由外角性質可知， $\angle 2 = \angle A + \angle 1 = 80$ 度。

- (3) 由 $\overline{BD} = \overline{BC}$ 可知， $\triangle CBD$ 為等腰三角形，則 $\angle C = 80$ 度。

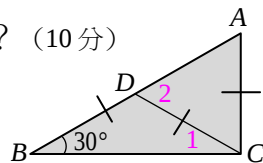
$\triangle CBD$ 為等腰三角形，兩底角相等， $\angle C = \angle 2 = 80^\circ$ 。



- ② (D) 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AC}$ ，且 $\angle B = 30^\circ$ ，則 $\angle A = ?$ (10 分)

(A) 30° (B) 40° (C) 50° (D) 60°

$\angle 1 = \angle B = 30^\circ$ ， $\angle A = \angle 2 = \angle 1 + \angle B = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ 。



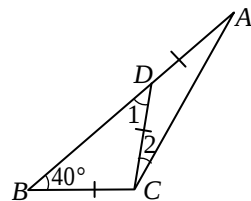
- ③ (A) 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，則 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle A$ 分別為幾度？

(A) 40° 、 20° 、 20° (B) 60° 、 30° 、 30°

(C) 50° 、 25° 、 25° (D) 60° 、 20° 、 20°

$\angle 1 = \angle B = 40^\circ$ ，又 $\angle A = \angle 2$ ， $\angle 1 = \angle A + \angle 2 = 40^\circ$ ，故 $\angle A = \angle 2 = 20^\circ$ 。

(10 分)



- ④ 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BD}$ ，且 $\angle C = 25^\circ$ ，則：

- (1) (D) $\angle 2 = ?$ (10 分)

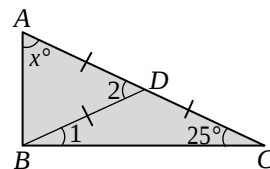
(A) 25° (B) 35° (C) 40° (D) 50°

$\angle 1 = \angle C = 25^\circ$ ， $\angle 2 = \angle 1 + \angle C = 25^\circ + 25^\circ = 50^\circ$ 。

- (2) (B) 承(1)，由 $\triangle ABD$ 內角和 180° 可求得 $x = ?$ (10 分)

(A) 70 (B) 65 (C) 55 (D) 50

因為 $\overline{AD} = \overline{BD}$ ，所以 $\angle BAD = \angle ABD = x^\circ$ ，又 $\angle BAD + \angle ABD + \angle 2 = 180^\circ$ ，所以 $x^\circ + x^\circ + 50^\circ = 180^\circ$ ，則 $2x = 130$ ，故 $x = 65$ 。



- ⑤ 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，且 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$ ，設 $\angle A = \angle ABD = x^\circ$ ，則：

- (1) (B) 由外角性質可知， $\angle 1 = ?$ (10 分)

(A) x° (B) $2x^\circ$ (C) $3x^\circ$ (D) $90^\circ - x^\circ$

$\angle 1 = \angle BAD + \angle ABD = x^\circ + x^\circ = 2x^\circ$

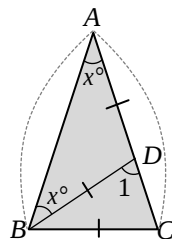
- (2) (C) 由 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 可知 $\angle ABC = \angle C$ ，又 $\angle A = x^\circ$ ，所以 $\angle C = ?$ (10 分)

(A) $2x^\circ$ (B) $90^\circ + x^\circ$ (C) $\frac{180^\circ - x^\circ}{2}$ (D) $180^\circ - 2x^\circ$

- (3) (A) 由 $\overline{BD} = \overline{BC}$ 可知 $\angle 1 = \angle C$ ，承第(1)、(2)題，可求得 $x = ?$ (10 分)

(A) 36 (B) 38 (C) 40 (D) 42

因為 $\angle 1 = \angle C$ ，所以 $2x^\circ = \frac{180^\circ - x^\circ}{2}$ ，則 $4x^\circ = 180^\circ - x^\circ$ ， $5x = 180$ ， $x = 36$





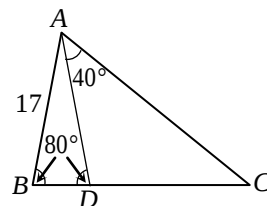
- ① 如右圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B = \angle ADB = 80^\circ$ ， $\angle CAD = 40^\circ$ ， $\overline{AB} = 17\text{cm}$ ，則：

- (1) (B) 由 $\angle ADB = 80^\circ$ 並利用外角性質可知， $\angle C = ?$ (15 分)

(A) 30° (B) 40° (C) 50° (D) 60°

因為 $\angle CAD + \angle C = \angle ADB$ ，

所以 $40^\circ + \angle C = 80^\circ$ ，則 $\angle C = 40^\circ$ 。



- (2) 由 $\angle B = \angle ADB$ ， $\angle CAD$ 及 $\angle C$ 的度數可知， $\overline{CD} = \underline{17}\text{ cm}$ 。(15 分)

因為 $\angle B = \angle ADB$ ，所以 $\overline{AB} = \overline{AD}$ ，

又 $\angle CAD = \angle C$ ，所以 $\overline{CD} = \overline{AD}$ ，

故 $\overline{CD} = \overline{AB} = 17(\text{cm})$ 。

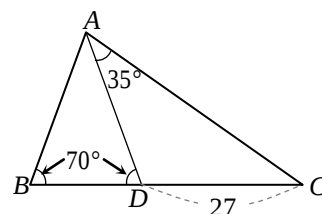
- ② 如右圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B = \angle ADB = 70^\circ$ ， $\angle CAD = 35^\circ$ ， $\overline{CD} = 27\text{cm}$ ，則：

- (1) (A) 由 $\angle ADB = 70^\circ$ 並利用外角性質可知， $\angle C = ?$ (15 分)

(A) 35° (B) 40° (C) 45° (D) 50°

因為 $\angle CAD + \angle C = \angle ADB$ ，

所以 $35^\circ + \angle C = 70^\circ$ ，則 $\angle C = 35^\circ$ 。



- (2) 由 $\angle B = \angle ADB$ ， $\angle CAD$ 及 $\angle C$ 的度數可知， $\overline{AB} = \underline{27}\text{ cm}$ 。(15 分)

因為 $\angle B = \angle ADB$ ，所以 $\overline{AB} = \overline{AD}$ ，

又 $\angle CAD = \angle C$ ，所以 $\overline{CD} = \overline{AD}$ ，

故 $\overline{AB} = \overline{CD} = 27(\text{cm})$ 。

- ③ (B) 右圖 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B = \angle ADB = 66^\circ$ ， $\angle C = 33^\circ$ ， $\overline{AB} = 24$ ，則 $\angle CAD = ?$ $\overline{CD} = ?$

(A) $\angle CAD = 24^\circ$ ， $\overline{CD} = 24$

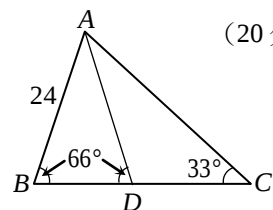
(B) $\angle CAD = 33^\circ$ ， $\overline{CD} = 24$

(C) $\angle CAD = 24^\circ$ ， $\overline{CD} = 33$

(D) $\angle CAD = 33^\circ$ ， $\overline{CD} = 33$

因為 $\angle CAD + \angle C = \angle ADB$ ，所以 $\angle CAD + 33^\circ = 66^\circ$ ，則 $\angle CAD = 33^\circ$ 。

因為 $\angle CAD = \angle C$ ， $\angle B = \angle ADB$ ，所以 $\overline{CD} = \overline{AD} = \overline{AB} = 24$ 。



(20 分)

- ④ (C) 右圖 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B = \angle BAD = 20^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ， $\overline{BD} = 30$ ，則 $\angle ADC = ?$ $\overline{AC} = ?$

(A) $\angle ADC = 40^\circ$ ， $\overline{AC} = 20$

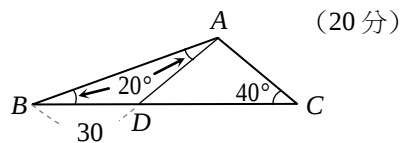
(B) $\angle ADC = 60^\circ$ ， $\overline{AC} = 20$

(C) $\angle ADC = 40^\circ$ ， $\overline{AC} = 30$

(D) $\angle ADC = 60^\circ$ ， $\overline{AC} = 30$

$\angle ADC = \angle B + \angle BAD = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$ ，

因為 $\angle ADC = 40^\circ = \angle C$ ， $\angle B = \angle BAD$ ，所以 $\overline{AC} = \overline{AD} = \overline{BD} = 30$ 。



(20 分)



① 有一正 $\triangle ABC$ 的邊長為 12 公分， $\overline{AD}$ 為 $\overline{BC}$ 邊上的高，則：

(1) (C) $\overline{BD}$ 為多少公分？(10 分)

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) $6\sqrt{3}$

因為 $\overline{AD}$ 垂直平分 $\overline{BC}$ ，所以 $\overline{BD} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ 。

(2) (D) $\overline{AD}$ 為多少公分？(15 分)

(A) 4 (B) 6 (C) $3\sqrt{3}$ (D) $6\sqrt{3}$

$\triangle ABC$ 的高 = $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{邊長} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}$ 。

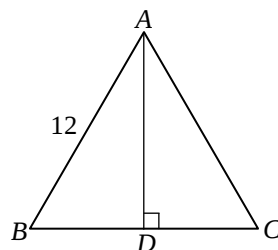
[另解： $\overline{BD}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{AB}^2$ ，則 $6^2 + \overline{AD}^2 = 12^2$ ， $\overline{AD} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$ 。]

(3) (A) 此正三角形的面積為多少平方公分？(15 分)

(A) $36\sqrt{3}$ (B) $12\sqrt{3}$ (C) 72 (D) 36

正 $\triangle ABC$ 的面積 = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{邊長}^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 = 36\sqrt{3}$ 。

[另解：正 $\triangle ABC$ 的面積 = $\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 12 \times 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$ 。]



② 右圖為兩個正三角形拼合而成的菱形，邊長為 20 公分，則：

(1) (B) $\overline{AD}$ 為多少公分？(15 分)

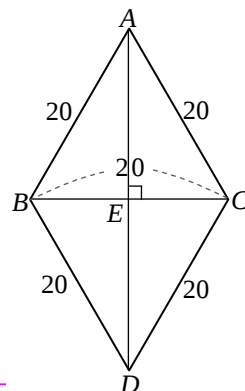
(A) $10\sqrt{3}$ (B) $20\sqrt{3}$ (C) 30 (D) 40

$\overline{AD} = \triangle ABC$ 的高 $\times 2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 20 \times 2 = 20\sqrt{3}$ 。

(2) (C) 此菱形 $ABDC$ 的面積為多少平方公分？(15 分)

(A) $20\sqrt{3}$ (B) $40\sqrt{3}$ (C) $200\sqrt{3}$ (D) $400\sqrt{3}$

菱形 $ABDC$ 的面積 = $\triangle ABC$ 的面積 $\times 2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 20^2 \times 2 = 200\sqrt{3}$ 。



③ 右圖為 9 個小正三角形拼合而成的大正三角形，小正三角形的邊長為 10 公分，則：

(1) (A) 大正三角形的高為多少公分？(15 分)

(A) $15\sqrt{3}$ (B) $20\sqrt{3}$ (C) $30\sqrt{3}$ (D) 300

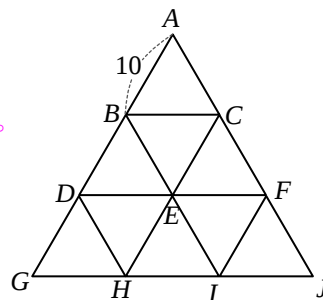
大正三角形的高 = $\triangle ABC$ 的高 $\times 3 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 \times 3 = 15\sqrt{3}$ 。

(2) (B) 大正三角形的面積為多少平方公分？(15 分)

(A) 225 (B) $225\sqrt{3}$ (C) 150 (D) $100\sqrt{3}$

大正三角形的面積 = 正 $\triangle ABC$ 的面積 $\times 9 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 \times 9 = 225\sqrt{3}$ 。

[另解：大正 $\triangle AGJ$ 的面積 = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{邊長}^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (10 \times 3)^2 = 225\sqrt{3}$ 。]





1 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overleftrightarrow{DE}$ 為 $\overline{AB}$ 的中垂線，且 $\overline{AE} = 13$ ， $\overline{CE} = 7$ ， $\overline{BC} = 16$ ，則：

(1) (C) 由中垂線上的任一點到兩端等距離的性質可知， $\overline{BE} = ?$ (10分)

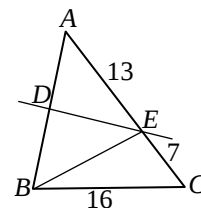
- (A) 6 (B) 7 (C) 13 (D) 16

$$\overline{BE} = \overline{AE} = 13。$$

(2) (A) 承 (1)， $\triangle BCE$ 的周長為何？ (10分)

- (A) 36 (B) 39 (C) 43 (D) 45

$$\triangle BCE \text{ 的周長} = \overline{BC} + \overline{CE} + \overline{BE} = 16 + 7 + 13 = 36。$$



2 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overleftrightarrow{DE}$ 為 $\overline{BC}$ 的中垂線，且 $\overline{AD} = 5$ ， $\overline{BD} = 7$ ， $\overline{AC} = 9$ ，則：

(1) (C) $\overline{CD} = ?$ (10分)

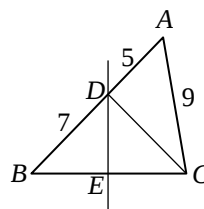
- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 9

$$\overline{CD} = \overline{BD} = 7。$$

(2) (B) 承 (1)， $\triangle ADC$ 的周長為何？ (10分)

- (A) 19 (B) 21 (C) 22 (D) 23

$$\triangle ADC \text{ 的周長} = \overline{AD} + \overline{CD} + \overline{AC} = 5 + 7 + 9 = 21。$$



3 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overleftrightarrow{DE}$ 為 $\overline{AB}$ 的中垂線，根據圖中標示，則：

(1) (B) $\triangle BCD$ 的周長為何？ (10分)

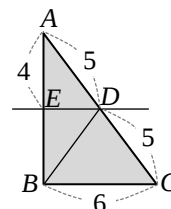
- (A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18

$$\text{因為 } \overline{BD} = \overline{AD} = 5, \text{ 所以 } \triangle BCD \text{ 的周長} = 6 + 5 + 5 = 16。$$

(2) (A) $\triangle ABC$ 的周長為何？ (10分)

- (A) 24 (B) 25 (C) 26 (D) 27

$$\text{因為 } \overline{BE} = \overline{AE} = 4, \text{ 所以 } \triangle ABC \text{ 的周長} = 4 + 4 + 6 + 5 + 5 = 24。$$



4 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overleftrightarrow{DE}$ 為 $\overline{AB}$ 的中垂線，根據圖中標示，則：

(1) (B) $\overline{BD}$ 的長會等於下列何者？ (10分)

- (A) $\overline{CD}$ (B) $\overline{AD}$ (C) $\overline{AE}$ (D) $\overline{BE}$

$$\text{由中垂線到兩端等距離的性質可知，} \overline{BD} = \overline{AD}。$$

(2) (D) 承 (1)， $\overline{BD} + \overline{CD}$ 的長等於下列何者？ (15分)

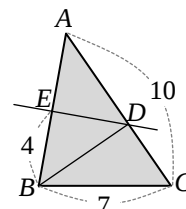
- (A) $\overline{BC}$ (B) $\overline{AB}$ (C) $\overline{DE}$ (D) $\overline{AC}$

$$\text{因為 } \overline{BD} = \overline{AD}, \text{ 所以 } \overline{BD} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{CD} = \overline{AC}。$$

(3) (A) 承 (2)， $\triangle BCD$ 的周長為何？ (15分)

- (A) 17 (B) 18 (C) 21 (D) 24

$$\triangle BCD \text{ 的周長} = \overline{BD} + \overline{CD} + \overline{BC} = \overline{AC} + \overline{BC} = 10 + 7 = 17。$$





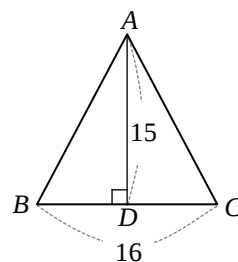
- 1 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 。若 $\overline{AD} = 15$ ， $\overline{BC} = 16$ ，則：

(1) (B) $\overline{BD} = ?$ (15 分)

(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12

$\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，

則 $\overline{AD}$ 是 $\overline{BC}$ 的中垂線，故 $\overline{BD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = 8$ 。



(2) (A) $\overline{AB} = ?$ (15 分)

(A) 17 (B) 18 (C) 20 (D) 21

$\triangle ABD$ 是直角三角形，

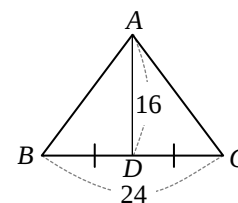
$\overline{AB} = \sqrt{\overline{BD}^2 + \overline{AD}^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$ 。

- 2 (C) $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， D 點為 $\overline{BC}$ 中點。若 $\overline{AD} = 16$ ， $\overline{BC} = 24$ ，則 $\overline{AB} = ?$ (20 分)

(A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 21

$\overline{AB} = \overline{AC}$ ， D 點為 $\overline{BC}$ 中點，所以 $\overline{AD}$ 是 $\overline{BC}$ 的中垂線，

又 $\overline{BD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = 12$ 。故 $\overline{AB} = \sqrt{\overline{BD}^2 + \overline{AD}^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$ 。



- 3 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 E 點，且 $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{CB} = \overline{CD}$ 。

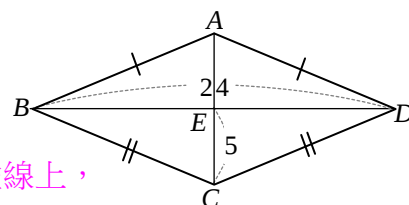
若 $\overline{CE} = 5$ ， $\overline{BD} = 24$ ，則：

(1) (B) $\overline{BE} = ?$ (15 分)

(A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 15

$\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{CB} = \overline{CD}$ ，則 A 、 C 點都在 $\overline{BD}$ 的中垂線上，

故 $\overline{AC}$ 是 $\overline{BD}$ 的中垂線，則 $\overline{BE} = \frac{1}{2} \overline{BD} = 12$ 。



(2) (A) 承 (1)， $\overline{BC} = ?$ (15 分)

(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16

$\overline{BC} = \sqrt{\overline{BE}^2 + \overline{CE}^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ 。

- 4 (B) 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 E 點，且 $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{CB} = \overline{CD}$ 。

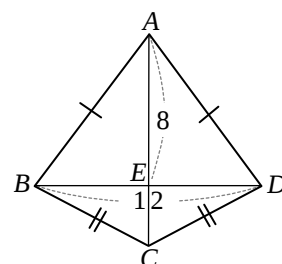
若 $\overline{AE} = 8$ ， $\overline{BD} = 12$ ，則 $\overline{AD} = ?$ (20 分)

(A) 9 (B) 10 (C) 12 (D) 15

$\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{CB} = \overline{CD}$ ，所以 $\overline{AC}$ 是 $\overline{BD}$ 的中垂線，

則 $\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BD} = 6$ 。

故 $\overline{AD} = \sqrt{\overline{AE}^2 + \overline{DE}^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ 。



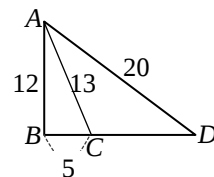


- ① 如右圖， $\triangle ABD$ 中， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 13$ 。若 $\overline{AD} = 20$ ，則：

(1) 請利用畢氏定理檢查看看， $\triangle ABC$ 是否為直角三角形？(15 分)

☒ 是 ☐ 否

$12^2 + 5^2 = 13^2$ ，即 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$ ，故 $\triangle ABC$ 為直角三角形。



(2) (C) 承 (1)，設 $\overline{CD}$ 的長度為 x ，求 $x = ?$ (15 分)

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 13

$\angle B = 90^\circ$ ， $\triangle ABD$ 是直角三角形， $\overline{AB}^2 + \overline{BD}^2 = \overline{AD}^2$ ，

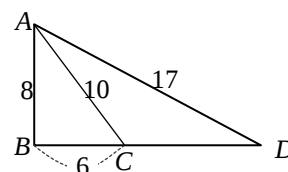
則 $5 + x = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{256} = 16$ ，故 $x = 11$ 。

- ② 如右圖， $\triangle ABD$ 中， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AC} = 10$ 。若 $\overline{AD} = 17$ ，則：

(1) 請利用畢氏定理檢查看看， $\triangle ABC$ 是否為直角三角形？(15 分)

☒ 是 ☐ 否

$8^2 + 6^2 = 10^2$ ，故 $\triangle ABC$ 為直角三角形，即 $\angle B = 90^\circ$ 。



(2) (A) 承 (1)，設 $\overline{CD}$ 的長度為 x ，求 $x = ?$ (15 分)

(A) 9 (B) 11 (C) 13 (D) 15

$\angle B = 90^\circ$ ， $\triangle ABD$ 是直角三角形， $\overline{AB}^2 + \overline{BD}^2 = \overline{AD}^2$ ，

則 $6 + x = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$ ，故 $x = 9$ 。

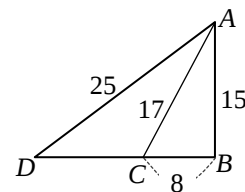
- ③ (C) 如右圖， $\triangle ABD$ 中， $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{AC} = 17$ 。若 $\overline{AD} = 25$ ，則 $\overline{CD} = ?$ (20 分)

(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14

$8^2 + 15^2 = 17^2$ ，故 $\triangle ABC$ 為直角三角形，則 $\angle B = 90^\circ$ ，

所以 $\triangle ABD$ 是直角三角形，因此 $\overline{AB}^2 + \overline{BD}^2 = \overline{AD}^2$ ，

則 $\overline{CD} + 8 = \sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{400} = 20$ ，故 $\overline{CD} = 12$ 。



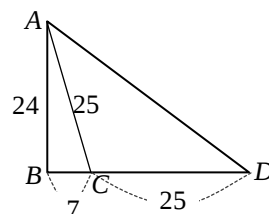
- ④ (B) 如右圖， $\triangle ABD$ 中， $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{AC} = 25$ 。若 $\overline{CD} = 25$ ，則 $\overline{AD} = ?$ (20 分)

(A) 42 (B) 40 (C) 36 (D) 34

$7^2 + 24^2 = 25^2$ ，故 $\triangle ABC$ 為直角三角形，則 $\angle B = 90^\circ$ ，

所以 $\triangle ABD$ 是直角三角形，因此 $\overline{AB}^2 + \overline{BD}^2 = \overline{AD}^2$ ，

故 $\overline{AD} = \sqrt{24^2 + (7 + 25)^2} = \sqrt{1600} = 40$ 。



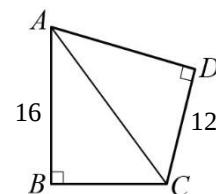


1 如右圖，已知 $\overline{AC}$ 平分 $\angle BAD$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ 。若 $\overline{CD} = 12$ ， $\overline{AB} = 16$ ，則：

(1) (D) 可以利用哪一種全等性質說明 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ？(10分)

(A) RHS (B) SSS (C) ASA (D) AAS

$\triangle ABC$ 與 $\triangle ADC$ 中，因為 $\overline{AC}$ 平分 $\angle BAD$ ，所以 $\angle BAC = \angle DAC$ ，
又 $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ， $\overline{AC} = \overline{AC}$ ，故 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ (AAS 全等)。



(2) (B) 由角平分線上的任一點到兩邊等距離的性質可知， $\overline{BC} = ?$ (10分)

(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 16

$\overline{BC} = \overline{CD} = 12$ 。

(3) (C) $\overline{AC} = ?$ (10分)

(A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 24

$\triangle ABC$ 是直角三角形，

$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{400} = 20$ 。

2 如右圖，已知 $\overline{AC}$ 平分 $\angle BAD$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ 。若 $\overline{AD} = 12$ ， $\overline{BC} = 9$ ，則：

(1) (A) $\overline{CD} = ?$ (15分)

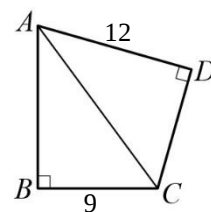
(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

$\overline{CD} = \overline{BC} = 9$ 。

(2) (C) 四邊形 $ABCD$ 的面積 = ? (15分)

(A) 54 (B) 72 (C) 108 (D) 216

四邊形 $ABCD$ 的面積 = $\triangle ADC$ 的面積 $\times 2 = 12 \times 9 \times \frac{1}{2} \times 2 = 108$ 。

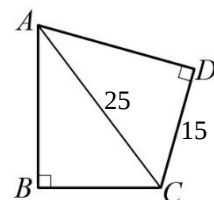


3 (C) 如右圖，已知 $\overline{AC}$ 平分 $\angle BAD$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ 。根據圖中標示， $\overline{AB} = ?$ (20分)

(A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 24

$\overline{BC} = \overline{CD} = 15$ ， $\overline{AB} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{400} = 20$ 。

(也可以先求 $\overline{AD} = 20$ ，再利用 $\overline{AB} = \overline{AD} = 20$ ，求得 $\overline{AB} = 20$)

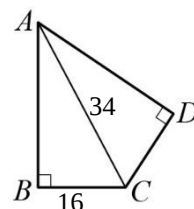


4 (D) 如右圖，已知 $\overline{AC}$ 平分 $\angle BAD$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ 。根據圖中標示， $\overline{AD} = ?$ (20分)

(A) 24 (B) 26 (C) 28 (D) 30

$\overline{CD} = \overline{BC} = 16$ ， $\overline{AD} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{CD}^2} = \sqrt{34^2 - 16^2} = \sqrt{900} = 30$ 。

(也可以先求 $\overline{AB} = 30$ ，再利用 $\overline{AD} = \overline{AB} = 30$ ，求得 $\overline{AD} = 30$)



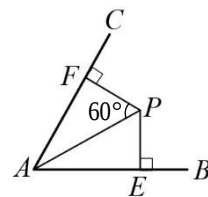


① 如右圖，已知 $\overline{PE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{PF} \perp \overline{AC}$ ，且 $\overline{PE} = \overline{PF}$ ， $\angle APF = 60^\circ$ ，則：

(1) (A) 可以利用哪一種全等性質說明 $\triangle APF \cong \triangle APE$ ？(10分)

(A) RHS (B) SSS (C) ASA (D) AAS

$\triangle APF$ 與 $\triangle APE$ 中，因為 $\angle AFP = \angle AEP = 90^\circ$ ，且 $\overline{PE} = \overline{PF}$ ，
 $\overline{AP} = \overline{AP}$ (公用邊)，故 $\triangle APF \cong \triangle APE$ (RHS 全等)。



(2) (D) 承 (1)， $\angle APE = ?$ (10分)

(A) 20° (B) 30° (C) 40° (D) 60°

$\angle APE = \angle APF = 60^\circ$ 。

(3) (B) 承 (2)， $\angle PAE = ?$ (10分)

(A) 20° (B) 30° (C) 40° (D) 60°

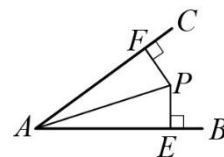
$\angle PAE = 180^\circ - \angle APE - \angle AEP = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ$ 。

② 如右圖，已知 $\overline{PE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{PF} \perp \overline{AC}$ ，且 $\overline{PE} = \overline{PF}$ ， $\angle FPE = 144^\circ$ ，則：

(1) (D) $\angle APE = ?$ (15分)

(A) 18° (B) 36° (C) 48° (D) 72°

$\angle APE = \angle APF = \frac{1}{2} \times 144^\circ = 72^\circ$ 。



(2) (A) 承 (1)， $\angle PAE = ?$ (15分)

(A) 18° (B) 36° (C) 48° (D) 72°

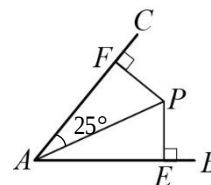
$\angle PAE = 180^\circ - \angle APE - \angle AEP = 180^\circ - 72^\circ - 90^\circ = 18^\circ$ 。

③ (C) 如右圖，已知 $\overline{PE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{PF} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{PE} = \overline{PF}$ ， $\angle PAF = 25^\circ$ ，則 $\angle APE = ?$ (20分)

(A) 25° (B) 50° (C) 65° (D) 75°

$\angle PAE = \angle PAF = 25^\circ$ ，

$\angle APE = 180^\circ - \angle PAE - \angle AEP = 180^\circ - 25^\circ - 90^\circ = 65^\circ$ 。

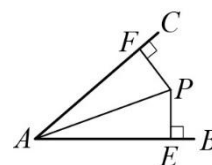


④ (C) 如右圖，已知 $\overline{PE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{PF} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{PE} = \overline{PF}$ ， $\angle FAE = 40^\circ$ ，則 $\angle APF = ?$ (20分)

(A) 20° (B) 30° (C) 70° (D) 80°

$\angle PAF = \angle PAE = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$ ，

$\angle APF = 180^\circ - \angle PAF - \angle AFP = 180^\circ - 20^\circ - 90^\circ = 70^\circ$ 。





① 如右圖，甲、乙、丙都是正方形，邊長分別為 a 、 b 、 c ，且面積分別為 9、16、25，則：

(1) (D) 下列有關 a 、 b 、 c 與面積 9、16、25 的關係，何者正確？(10分)

(A) $a^2=9$ ， $a=3$ (B) $b^2=16$ ， $b=4$

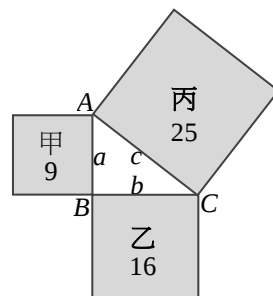
(C) $c^2=25$ ， $c=5$ (D) 以上皆正確

(2) 請檢查 a^2+b^2 是否等於 c^2 ？(10分)

☒ 是

☐ 否

$$a^2+b^2=9+16=25=c^2。$$



(3) (C) 承 (2)， $\angle ABC = ?$ (10分)

(A) 70° (B) 80° (C) 90° (D) 100°

$a^2+b^2=c^2$ ，故 $\triangle ABC$ 為直角三角形，即 $\angle ABC=90^\circ$ 。

(4) (A) 承 (3)， $\triangle ABC$ 的面積 = ? (10分)

(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12

$\triangle ABC$ 為直角三角形，故 $\triangle ABC$ 的面積 $= \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ 。

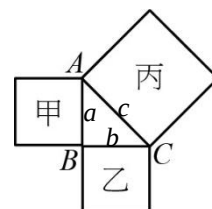
② 如右圖，甲、乙、丙都是正方形，邊長分別為 a 、 b 、 c ，且面積分別為 36、36、72，則：

(1) 請檢查 a^2+b^2 是否等於 c^2 ？(10分)

☒ 是

☐ 否

$$a^2+b^2=36+36=72=c^2。$$



(2) (C) 承 (1)， $\angle ABC = ?$ (15分)

(A) 70° (B) 80° (C) 90° (D) 100°

$a^2+b^2=c^2$ ，故 $\triangle ABC$ 為直角三角形，即 $\angle ABC=90^\circ$ 。

(3) (B) 承 (2)， $\triangle ABC$ 的面積 = ? (15分)

(A) 12 (B) 18 (C) 24 (D) 36

$\triangle ABC$ 為直角三角形，故 $\triangle ABC$ 的面積 $= \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \times \sqrt{36} \times \sqrt{36} = \frac{1}{2} \times 36 = 18$ 。

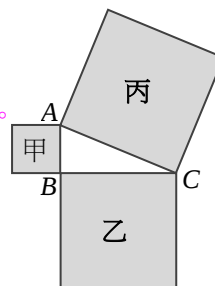
③ (A) 如右圖，甲、乙、丙都是正方形，面積分別為 25、144、169，則 $\triangle ABC$ 的面積 = ?

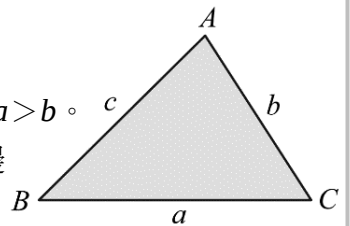
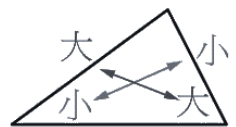
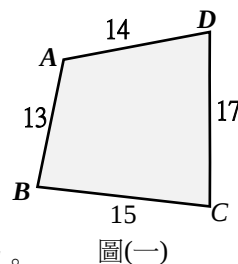
(A) 30 (B) 36 (C) 40 (D) 60

(20分)

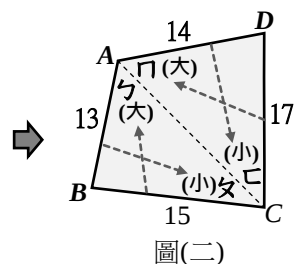
$25+144=169$ ，因此 $\triangle ABC$ 為直角三角形，即 $\angle ABC=90^\circ$ 。

故 $\triangle ABC$ 的面積 $= \frac{1}{2} \times \sqrt{25} \times \sqrt{144} = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$ 。



**概念 ① 判斷已知的三邊長是否可以組成三角形****1 三角形的邊長關係：**在一個三角形中，任意兩邊之和 $>$ 第三邊。如圖，若 $\triangle ABC$ 三邊長分別為 a 、 b 、 c ，則 $a+b>c$ ； $b+c>a$ ； $c+a>b$ 。**2 三個線段是否能組成三角形，**只要判斷最小的兩邊和是否大於第三邊即可，例如 4、6、7， $4+6>7$ ，所以 4、6、7 三邊可組成三角形。**概念 ② 已知等腰三角形的兩邊長，求第三邊的值****例** 已知等腰 $\triangle$ 的三邊長分別為 6、 x 、13，求 x 的值。**解** 因為是等腰 $\triangle$ ，所以 x 可能是 6 或 13，若 $x=6$ ，則 $6+6<13$ ，因此 6、6、13 無法組成 $\triangle$ ，若 $x=13$ ，則 $6+13>13$ ，因此 6、13、13 可以組成 $\triangle$ ，故 $x=13$ 。**概念 ③ 已知三角形的兩邊長，求第三邊長的範圍****例** 已知某三角形的三邊長由小到大依序為 4、6、 x ，求 x 的範圍。**解** 任意兩邊之和 $>$ 第三邊， $4+6>x$ ，所以 $x<10$ ……①；又 x 為最長邊，所以 $x>6$ ……②，由 ①、② 可知， x 的範圍為 $x>6$ 且 $x<10$ ，即 $6<x<10$ 。**概念 ④ 利用任兩邊長的和的大於第三邊，求 x 的範圍****例** 已知某三角形的三邊長由小到大依序為 x 、 $x+3$ 、 $x+5$ ，則 x 的範圍為何？**解** 由邊長 >0 且兩邊長的和 $>$ 第三邊可知， $x>0$ 且 $x+(x+3)>x+5$ ，則 $2x+3>x+5$ ，故 $x>2$ 。**概念 ⑤ 大邊對大角 (三角形) ⑦ 大角對大邊 (三角形)****1 大邊對大角：**在 $\triangle$ 中，若有兩個邊不相等，則大邊所對應的角也比較大。**2 大角對大邊：**在 $\triangle$ 中，若有兩個角不相等，則大角所對應的邊也比較大。**概念 ⑥ 大邊對大角的應用****例** 如圖(一)，比較 $\angle A$ 與 $\angle C$ 的大小。**解** 連接 AC ，如圖(二)，因為 $\overline{BC} > \overline{AB}$ ，所以 $\angle \square > \angle \triangle$ ……①；又 $\overline{CD} > \overline{AD}$ ，所以 $\angle \square > \angle \triangle$ ……②，由 ①、② 得 $\angle \square + \angle \square > \angle \triangle + \angle \triangle$ ，故 $\angle A > \angle C$ 。

圖(一)



圖(二)

**概念 ⑧ 大角對大邊的應用****例** 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A=60^\circ$ ， $\angle B=70^\circ$ ，試判斷 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 與 $\overline{AC}$ 的大小關係。**解** 因為 $\angle C=180^\circ-60^\circ-70^\circ=50^\circ < \angle A < \angle B$ ，所以 $\overline{AB} < \overline{BC} < \overline{AC}$ 。



- ① (A) 若三角形的兩個邊分別為 5 公分、7 公分，則下列哪一個不可能是第三邊的長度？

【提示：可一一檢驗，「最小的兩邊和」是否大於「最長的第三邊」】 (20 分)

(A) 2 公分 (B) 5 公分 (C) 10 公分 (D) 11 公分

(A) $2 + 5 = 7$ (×) ; (B) $5 + 5 > 7$ (○) ;

(C) $5 + 7 > 10$ (○) ; (D) $5 + 7 > 11$ (○)。

- ② (D) 若三角形的兩個邊分別為 3 公分、9 公分，則下列哪一個不可能是第三邊的長度？

(A) 7 公分 (B) 9 公分 (C) 11 公分 (D) 13 公分 (20 分)

(A) $3 + 7 > 9$ (○) ; (B) $3 + 9 > 9$ (○) ;

(C) $3 + 9 > 11$ (○) ; (D) $3 + 9 < 13$ (×)。

- ③ (A) 若三角形的兩個邊分別為 6 公分、12 公分，則下列哪一個不可能是第三邊的長度？

(A) 6 公分 (B) 8 公分 (C) 12 公分 (D) 15 公分 (20 分)

(A) $6 + 6 = 12$ (×) ; (B) $6 + 8 > 12$ (○) ;

(C) $6 + 12 > 12$ (○) ; (D) $6 + 12 > 15$ (○)。

- ④ (C) 若三角形的兩個邊分別為 5 公分、8 公分，則下列哪一個可能是第三邊的長度？

(A) 2 公分 (B) 3 公分 (C) 12 公分 (D) 14 公分 (20 分)

(A) $2 + 5 < 8$ (×) ; (B) $3 + 5 = 8$ (×) ;

(C) $5 + 8 > 12$ (○) ; (D) $5 + 8 < 14$ (×)。

- ⑤ (B) 若三角形的兩個邊分別為 6 公分、9 公分，則下列哪一個可能是第三邊的長度？

(A) 3 公分 (B) 5 公分 (C) 15 公分 (D) 18 公分 (20 分)

(A) $3 + 6 = 9$ (×) ; (B) $5 + 6 > 9$ (○) ;

(C) $6 + 9 = 15$ (×) ; (D) $6 + 9 < 18$ (×)。



- ① (B) 如果有一個等腰三角形的三邊長分別為 5、 x 、12，求 x 的值？(20 分)

【提示：等腰三角形的其中兩個邊一樣長】

- (A) 只有可能是 5 (B) 只有可能是 12
(C) 5 和 12 都有可能 (D) 5 和 12 都不可能

因為是等腰 $\triangle$ ，所以 x 可能是 5 或 12，
若 $x=5$ ，則 $5+5 < 12$ ，因此 5、5、12 無法組成 $\triangle$ ，
若 $x=12$ ，則 $5+12 > 12$ ，因此 5、12、12 可以組成 $\triangle$ ， $x=12$ 。
故選 (B)。

- ② (B) 如果有一個等腰三角形的三邊長分別為 6、 x 、12，求 x 的值？(20 分)

- (A) 只有可能是 6 (B) 只有可能是 12
(C) 6 和 12 都有可能 (D) 6 和 12 都不可能

若 $x=6$ ，則 $6+6 = 12$ ，因此 6、6、12 無法組成 $\triangle$ ，
若 $x=12$ ，則 $6+12 > 12$ ，因此 6、12、12 可以組成 $\triangle$ ， $x=12$ 。
故選 (B)。

- ③ (C) 如果有一個等腰三角形的三邊長分別為 7、 x 、12，求 x 的值？(20 分)

- (A) 只有可能是 7 (B) 只有可能是 12
(C) 7 和 12 都有可能 (D) 7 和 12 都不可能

若 $x=7$ ，則 $7+7 > 12$ ，因此 7、7、12 可以組成 $\triangle$ ， $x=7$ ，
若 $x=12$ ，則 $7+12 > 12$ ，因此 7、12、12 可以組成 $\triangle$ ， $x=12$ 。
故選 (C)。

- ④ (C) 如果有一個等腰三角形的三邊長分別為 8、 x 、15，求 x 的值？(20 分)

- (A) 只有可能是 8 (B) 只有可能是 15
(C) 8 和 15 都有可能 (D) 8 和 15 都不可能

若 $x=8$ ，則 $8+8 > 15$ ，因此 8、8、15 可以組成 $\triangle$ ， $x=8$ ，
若 $x=15$ ，則 $8+15 > 15$ ，因此 8、15、15 可以組成 $\triangle$ ， $x=15$ 。
故選 (C)。

- ⑤ (B) 如果有一個等腰三角形的三邊長分別為 9、 x 、20，求 x 的值？(20 分)

- (A) 只有可能是 9 (B) 只有可能是 20
(C) 9 和 20 都有可能 (D) 9 和 20 都不可能

若 $x=9$ ，則 $9+9 < 20$ ，因此 9、9、20 無法組成 $\triangle$ ，
若 $x=20$ ，則 $9+20 > 20$ ，因此 9、20、20 可以組成 $\triangle$ ， $x=20$ 。
故選 (B)。



- ① (D) 已知某不等邊三角形的三邊長由小到大依序為 6、8、 x ，下列何者為 x 的範圍？(20 分)

【提示：最小的兩邊和 $>$ 第三邊，又 x 為最長邊】

- (A) $x < 14$ (B) $x > 8$ (C) $6 < x < 14$ (D) $8 < x < 14$

$6 + 8 > x$ ， 所以 $x < 14$ ……①；

又 x 為最長邊，所以 $x > 8$ ……②，(也就是 $8 < x$)

由 ①、②可知， $8 < x$ 且 $x < 14$ ，故 $8 < x < 14$ 。

故選 (D)。

- ② (C) 已知某不等邊三角形的三邊長由小到大依序為 7、10、 x ，下列何者為 x 的範圍？(20 分)

- (A) $x < 17$ (B) $x > 10$ (C) $10 < x < 17$ (D) $7 < x < 17$

$7 + 10 > x$ ， 所以 $x < 17$ ……①；

又 x 為最長邊，所以 $x > 10$ ……②，(也就是 $10 < x$)

由 ①、②可知， $10 < x$ 且 $x < 17$ ，故 $10 < x < 17$ 。

故選 (C)。

- ③ (A) 已知某不等邊三角形的三邊長由小到大依序為 10、15、 x ，下列何者可能為 x 的值？(20 分)

- (A) 24 (B) 25 (C) 26 (D) 27

$10 + 15 > x$ ， 所以 $x < 25$ ……①；

又 x 為最長邊，所以 $x > 15$ ……②，(也就是 $15 < x$)

由 ①、②可知， $15 < x$ 且 $x < 25$ ，即 $15 < x < 25$ 。

故選 (A)。

- ④ (C) 已知某不等邊三角形的三邊長由小到大依序為 x 、10、18，下列何者為 x 的範圍？(20 分)

【提示：最小的兩邊和 $>$ 第三邊，又 x 為最短邊】

- (A) $x < 28$ (B) $x < 10$ (C) $8 < x < 10$ (D) $0 < x < 10$

$x + 10 > 18$ ， 所以 $x > 8$ ……①；(也就是 $8 < x$)

又 x 為最短邊，所以 $x < 10$ ……②，

由 ①、②可知， $8 < x$ 且 $x < 10$ ，故 $8 < x < 10$ 。

故選 (C)。

- ⑤ (D) 已知某不等邊三角形的三邊長由小到大依序為 x 、20、27，下列何者可能為 x 的值？(20 分)

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 18

$x + 20 > 27$ ， 所以 $x > 7$ ……①；(也就是 $7 < x$)

又 x 為最短邊，所以 $x < 20$ ……②，

由 ①、②可知， $7 < x$ 且 $x < 20$ ，故 $7 < x < 20$ 。

故選 (D)。



- ① (D) 某三角形的三邊長由小到大依序為 x 、 $x+2$ 、 $x+6$ ，下列何者為 x 的範圍？(20分)

【提示：最小的兩邊 (x 、 $x+2$) 和 $>$ 第三邊 ($x+6$)】

- (A) $x < 8$ (B) $x > 8$ (C) $x < 4$ (D) $x > 4$

$$x + x + 2 > x + 6, \quad 2x + 2 > x + 6, \quad x > 4。$$

故選 (D)。

- ② (B) 某三角形的三邊長由小到大依序為 $x+1$ 、 $x+3$ 、 $x+9$ ，下列何者為 x 的範圍？(20分)

- (A) $x < 5$ (B) $x > 5$ (C) $4 < x < 9$ (D) $5 < x < 9$

$$x + 1 + x + 3 > x + 9, \quad 2x + 4 > x + 9, \quad x > 5。$$

故選 (B)。

- ③ (B) 某三角形的三邊長由小到大依序為 $x+9$ 、 $x+15$ 、 $x+20$ ，下列何者為 x 的範圍？(20分)

- (A) $x < -4$ (B) $x > -4$ (C) $x < 4$ (D) $x > 4$

$$x + 9 + x + 15 > x + 20, \quad 2x + 24 > x + 20, \quad x > -4。$$

故選 (B)。

- ④ (A) 某 $\triangle$ 的三邊長由小到大依序為 $x+2$ 、 $x+5$ 、 $x+9$ ，下列何者不可能為 x 的值？(20分)

- (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 11

$$x + 2 + x + 5 > x + 9, \quad 2x + 7 > x + 9, \quad x > 2。$$

故選 (A)。

- ⑤ (A) 某 $\triangle$ 的三邊長由小到大依序為 $x+7$ 、 $x+9$ 、 $x+11$ ，下列何者可能為 x 的值？(20分)

- (A) -4 (B) -5 (C) -6 (D) -7

$$x + 7 + x + 9 > x + 11, \quad 2x + 16 > x + 11, \quad x > -5。$$

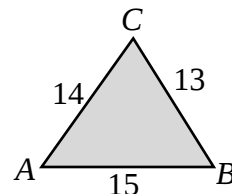
故選 (A)。



- ① (D) 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{AC} = 14$ ， $\overline{BC} = 13$ ，請利用「大邊對大角」的關係，判斷下列何者為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小關係？(20分)

- (A) $\angle B > \angle C > \angle A$ (B) $\angle A > \angle B > \angle C$
(C) $\angle A > \angle C > \angle B$ (D) $\angle C > \angle B > \angle A$

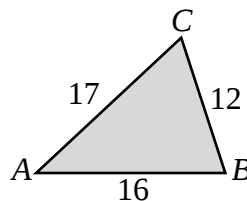
因為 $\overline{AB} > \overline{AC} > \overline{BC}$ ，且 $\overline{AB}$ 對 $\angle C$ ， $\overline{AC}$ 對 $\angle B$ ， $\overline{BC}$ 對 $\angle A$ 。
由大邊對大角可知， $\angle C > \angle B > \angle A$ ，故選 (D)。



- ② (A) 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 16$ ， $\overline{AC} = 17$ ， $\overline{BC} = 12$ ，下列何者為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小關係？(20分)

- (A) $\angle B > \angle C > \angle A$ (B) $\angle A > \angle B > \angle C$
(C) $\angle A > \angle C > \angle B$ (D) $\angle C > \angle B > \angle A$

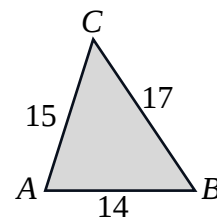
因為 $\overline{AC} > \overline{AB} > \overline{BC}$ ，且 $\overline{AC}$ 對 $\angle B$ ， $\overline{AB}$ 對 $\angle C$ ， $\overline{BC}$ 對 $\angle A$ 。
由大邊對大角可知， $\angle B > \angle C > \angle A$ ，故選 (A)。



- ③ (B) 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 14$ ， $\overline{AC} = 15$ ， $\overline{BC} = 17$ ，下列何者為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小關係？(20分)

- (A) $\angle B > \angle C > \angle A$ (B) $\angle A > \angle B > \angle C$
(C) $\angle A > \angle C > \angle B$ (D) $\angle C > \angle B > \angle A$

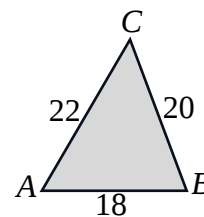
因為 $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$ ，且 $\overline{BC}$ 對 $\angle A$ ， $\overline{AC}$ 對 $\angle B$ ， $\overline{AB}$ 對 $\angle C$ 。
由大邊對大角可知， $\angle A > \angle B > \angle C$ ，故選 (B)。



- ④ (C) 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 18$ ， $\overline{AC} = 22$ ， $\overline{BC} = 20$ ，下列何者為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小關係？(20分)

- (A) $\angle B > \angle C > \angle A$ (B) $\angle A > \angle B > \angle C$
(C) $\angle B > \angle A > \angle C$ (D) $\angle C > \angle B > \angle A$

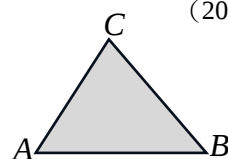
因為 $\overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$ ，且 $\overline{AC}$ 對 $\angle B$ ， $\overline{BC}$ 對 $\angle A$ ， $\overline{AB}$ 對 $\angle C$ 。
由大邊對大角可知， $\angle B > \angle A > \angle C$ ，故選 (C)。



- ⑤ (D) 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$ ，下列何者為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小關係？

- (A) $\angle B > \angle C > \angle A$ (B) $\angle C > \angle B > \angle A$
(C) $\angle A > \angle C > \angle B$ (D) $\angle C > \angle A > \angle B$

因為 $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$ ，且 $\overline{AB}$ 對 $\angle C$ ， $\overline{BC}$ 對 $\angle A$ ， $\overline{AC}$ 對 $\angle B$ 。
由大邊對大角可知， $\angle C > \angle A > \angle B$ ，故選 (D)。



(20分)



- ① 如右圖，已知 $\overline{AB} = 19$ ， $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{CD} = 13$ ， $\overline{AD} = 17$ ，請根據大邊對大角的關係，回答下面的問題：（每小題 10 分，共 20 分）

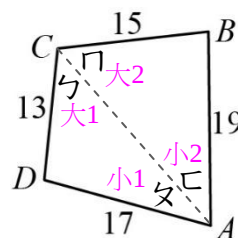
(1) (A) 下列有關 $\angle \text{ㄅ}$ 和 $\angle \text{ㄆ}$ ， $\angle \text{ㄓ}$ 和 $\angle \text{ㄔ}$ 的大小比較，何者正確？

(A) $\angle \text{ㄅ} > \angle \text{ㄆ}$ ， $\angle \text{ㄓ} > \angle \text{ㄔ}$ (B) $\angle \text{ㄅ} > \angle \text{ㄆ}$ ， $\angle \text{ㄔ} > \angle \text{ㄓ}$

(C) $\angle \text{ㄆ} > \angle \text{ㄅ}$ ， $\angle \text{ㄓ} > \angle \text{ㄔ}$ (D) $\angle \text{ㄆ} > \angle \text{ㄅ}$ ， $\angle \text{ㄔ} > \angle \text{ㄓ}$

因為 $\overline{AD} > \overline{CD}$ ，所以 $\angle \text{ㄅ} > \angle \text{ㄆ}$ ；

又 $\overline{AB} > \overline{BC}$ ，所以 $\angle \text{ㄓ} > \angle \text{ㄔ}$ ，故選 (A)。



(2) (A) 承(1)，利用 $\angle BCD = \angle \text{ㄅ} + \angle \text{ㄓ}$ ， $\angle BAD = \angle \text{ㄆ} + \angle \text{ㄔ}$ ，試比較 $\angle BCD$ 和 $\angle BAD$ 的角度大小關係為下列何者？

(A) $\angle BCD > \angle BAD$

(B) $\angle BAD > \angle BCD$

(C) $\angle BCD = \angle BAD$

(D) 無法比較

因為 $\angle \text{ㄅ} > \angle \text{ㄆ}$ ，且 $\angle \text{ㄓ} > \angle \text{ㄔ}$ ，所以 $\angle \text{ㄅ} + \angle \text{ㄓ} > \angle \text{ㄆ} + \angle \text{ㄔ}$ ，因此 $\angle BCD > \angle BAD$ 。故選 (A)。

② (B) 請根據右圖的邊長數據，判斷 $\angle BAD$ 和 $\angle BCD$ 的角度大小關係為下列何者？（20 分）

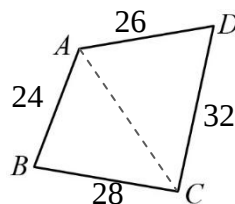
(A) $\angle BAD < \angle BCD$

(B) $\angle BAD > \angle BCD$

(C) $\angle BAD = \angle BCD$

(D) 無法比較

因為 $\angle BAC > \angle BCA$ ，且 $\angle DAC > \angle DCA$ ，
所以 $\angle BAC + \angle DAC > \angle BCA + \angle DCA$ ，
即 $\angle BAD > \angle BCD$ 。故選 (B)。



③ (A) 請根據右圖的邊長數據，判斷 $\angle ABC$ 和 $\angle ADC$ 的角度大小關係為下列何者？（20 分）

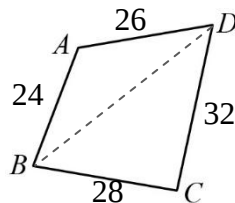
(A) $\angle ABC > \angle ADC$

(B) $\angle ABC < \angle ADC$

(C) $\angle ABC = \angle ADC$

(D) 無法比較

因為 $\angle ABD > \angle ADB$ ，且 $\angle CBD > \angle CDB$ ，
所以 $\angle ABD + \angle CBD > \angle ADB + \angle CDB$ ，
即 $\angle ABC > \angle ADC$ 。故選 (A)。



④ (B) 請根據右圖的邊長數據，判斷 $\angle BAD$ 和 $\angle BCD$ 的角度大小關係為下列何者？（20 分）

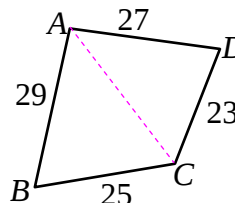
(A) $\angle BAD > \angle BCD$

(B) $\angle BAD < \angle BCD$

(C) $\angle BCD = \angle BAD$

(D) 無法比較

因為 $\angle BAC < \angle BCA$ ，且 $\angle DAC < \angle DCA$ ，
所以 $\angle BAC + \angle DAC < \angle BCA + \angle DCA$ ，
即 $\angle BAD < \angle BCD$ 。故選 (B)。



⑤ (B) 請根據右圖的邊長數據，判斷 $\angle ABC$ 和 $\angle ADC$ 的角度大小關係為下列何者？（20 分）

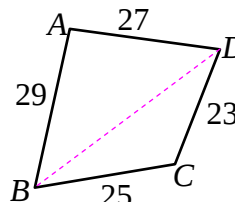
(A) $\angle ABC > \angle ADC$

(B) $\angle ABC < \angle ADC$

(C) $\angle ABC = \angle ADC$

(D) 無法比較

因為 $\angle ABD < \angle ADB$ ，且 $\angle CBD < \angle CDB$ ，
所以 $\angle ABD + \angle CBD < \angle ADB + \angle CDB$ ，
即 $\angle ABC < \angle ADC$ 。故選 (B)。

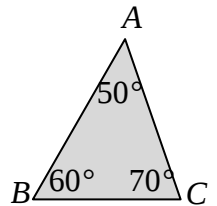




- 1 (B) 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=50^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ， $\angle C=70^\circ$ ，請利用「大角對大邊」的關係，判斷下列何者為三個邊長的長度關係？(20分)

- (A) $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$ (B) $\overline{AB} > \overline{AC} > \overline{BC}$
(C) $\overline{AC} > \overline{AB} > \overline{BC}$ (D) $\overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$

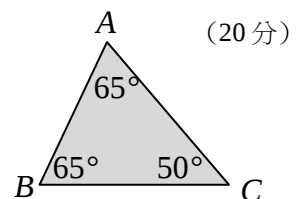
因為 $\angle C > \angle B > \angle A$ ，且 $\angle C$ 對 $\overline{AB}$ ， $\angle B$ 對 $\overline{AC}$ ， $\angle A$ 對 $\overline{BC}$ 。
由大角對大邊可知， $\overline{AB} > \overline{AC} > \overline{BC}$ ，故選 (B)。



- 2 (C) 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=\angle B=65^\circ$ ， $\angle C=50^\circ$ ，下列何者為三個邊長的長度關係？(20分)

- (A) $\overline{AC} > \overline{AB} = \overline{BC}$ (B) $\overline{BC} > \overline{AB} = \overline{AC}$
(C) $\overline{BC} = \overline{AC} > \overline{AB}$ (D) $\overline{AB} > \overline{AC} = \overline{BC}$

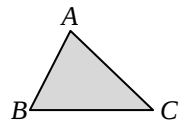
因為 $\angle A=\angle B > \angle C$ ，且 $\angle A$ 對 $\overline{BC}$ ， $\angle B$ 對 $\overline{AC}$ ， $\angle C$ 對 $\overline{AB}$ 。
又底角相等為等腰，且大角對大邊，
所以 $\overline{BC} = \overline{AC} > \overline{AB}$ ，故選 (C)。



- 3 (B) 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B > \angle A > \angle C$ ，下列何者為三個邊長的長度關係？(20分)

- (A) $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$ (B) $\overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$
(C) $\overline{AB} > \overline{AC} > \overline{BC}$ (D) $\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{AC}$

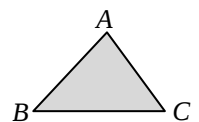
因為 $\angle B > \angle A > \angle C$ ，且 $\angle B$ 對 $\overline{AC}$ ， $\angle A$ 對 $\overline{BC}$ ， $\angle C$ 對 $\overline{AB}$ 。
由大角對大邊可知， $\overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$ ，故選 (B)。



- 4 (D) 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A > \angle C > \angle B$ ，下列何者為三個邊長的長度關係？(20分)

- (A) $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$ (B) $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$
(C) $\overline{AB} > \overline{AC} > \overline{BC}$ (D) $\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{AC}$

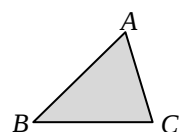
因為 $\angle A > \angle C > \angle B$ ，且 $\angle A$ 對 $\overline{BC}$ ， $\angle C$ 對 $\overline{AB}$ ， $\angle B$ 對 $\overline{AC}$ 。
由大角對大邊可知， $\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{AC}$ ，故選 (D)。



- 5 (D) 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle C > \angle A > \angle B$ ，則下列何者錯誤？(20分)

- (A) $\overline{AB} > \overline{BC}$ (B) $\overline{BC} > \overline{AC}$ (C) $\overline{AB} > \overline{AC}$ (D) $\overline{BC} > \overline{AB}$

$\angle C > \angle A > \angle B$ ，因為 $\angle C$ 對 $\overline{AB}$ ， $\angle A$ 對 $\overline{BC}$ ， $\angle B$ 對 $\overline{AC}$ 。
大角對大邊，所以 $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$ ，故選 (D)。





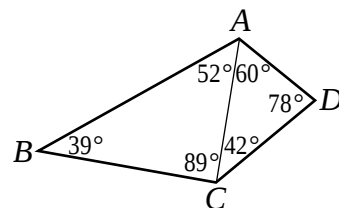
1 請根據右圖的角度數據，利用大角對大邊的關係，回答下面的問題： (每小題 12 分，共 36 分)

(1) (C) 在 $\triangle ABC$ 中，下列何者為三個邊長的長度關係？

(A) $\overline{AB} > \overline{AC} > \overline{BC}$ (B) $\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{AC}$

(C) $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$ (D) $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$

大角對大邊，所以 $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$ ，故選 (C)。



(2) (A) 在 $\triangle ACD$ 中，下列何者為三個邊長的長度關係？

(A) $\overline{AC} > \overline{CD} > \overline{AD}$ (B) $\overline{CD} > \overline{AC} > \overline{AD}$

(C) $\overline{AC} > \overline{AD} > \overline{CD}$ (D) $\overline{CD} > \overline{AD} > \overline{AC}$

大角對大邊，所以 $\overline{AC} > \overline{CD} > \overline{AD}$ ，故選 (A)。

(3) (B) 承(1)、(2)，下列何者為四邊形 $ABCD$ 的邊長關係？

(A) $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AD} > \overline{CD}$ (B) $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{CD} > \overline{AD}$

(C) $\overline{AB} > \overline{CD} > \overline{BC} > \overline{AD}$ (D) $\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{CD} > \overline{AD}$

因為 $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC} > \overline{CD} > \overline{AD}$ ，所以 $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{CD} > \overline{AD}$ ，故選 (B)。

2 請根據右圖的邊長數據，回答下面的問題。

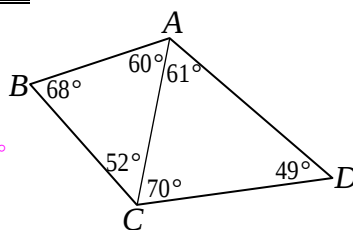
(每小題 12 分，共 24 分)

(1) (D) 下列有關 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 的對應邊與邊長比較，何者錯誤？

(A) $\angle B$ 的對應邊是 $\overline{AC}$ (B) $\triangle ABC$ 中， $\overline{AC}$ 邊最長

(C) $\angle D$ 的對應邊是 $\overline{AC}$ (D) $\triangle ACD$ 中， $\overline{AC}$ 邊最長

$\triangle ACD$ 中， $\overline{AC}$ 邊的對應角最小，所以 $\overline{AC}$ 邊最短，故選 (D)。



(2) (C) 下列何者為四邊形 $ABCD$ 的邊長關係？

(A) $\overline{AD} > \overline{CD} > \overline{AB} > \overline{BC}$ (B) $\overline{CD} > \overline{AD} > \overline{AB} > \overline{BC}$

(C) $\overline{AD} > \overline{CD} > \overline{BC} > \overline{AB}$ (D) $\overline{CD} > \overline{AD} > \overline{BC} > \overline{AB}$

因為 $\overline{AD} > \overline{CD} > \overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$ ，所以 $\overline{AD} > \overline{CD} > \overline{BC} > \overline{AB}$ ，故選 (C)。

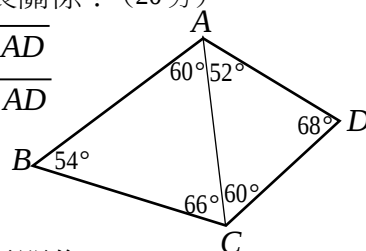
3 (A) 請根據右圖的邊長數據，判斷下列何者為四邊形 $ABCD$ 的邊長關係？(20 分)

(A) $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AD} > \overline{CD}$ (B) $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{CD} > \overline{AD}$

(C) $\overline{AB} > \overline{CD} > \overline{BC} > \overline{AD}$ (D) $\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{CD} > \overline{AD}$

因為 $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AD} > \overline{CD}$ ，

所以 $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AD} > \overline{CD}$ ，故選 (A)。



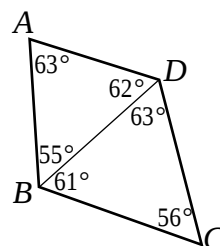
4 (D) 請根據右圖的邊長數據，判斷下列何者為四邊形 $ABCD$ 的邊長關係？(20 分)

(A) $\overline{AB} > \overline{AD} > \overline{BC} > \overline{CD}$ (B) $\overline{AB} > \overline{AD} > \overline{BC} > \overline{CD}$

(C) $\overline{BC} > \overline{CD} > \overline{AD} > \overline{AB}$ (D) $\overline{BC} > \overline{CD} > \overline{AB} > \overline{AD}$

因為 $\overline{BC} > \overline{CD} > \overline{BD} > \overline{AB} > \overline{AD}$ ，

所以 $\overline{BC} > \overline{CD} > \overline{AB} > \overline{AD}$ ，故選 (D)。

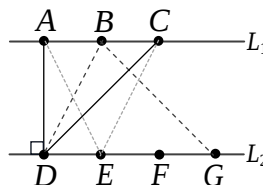




概念 ① 平行線的性質

1 平行線的性質：兩平行線之間的距離處處相等且永不相交。

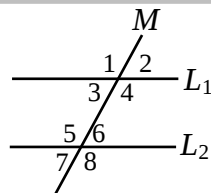
例 如圖， $L_1 \parallel L_2$ ，且線上相鄰兩點都彼此等距， $\triangle ACD$ 的面積為 4，則因為 $\triangle ACE$ 與 $\triangle ACD$ 的底與高相同，故 $\triangle ACE$ 面積 = $\triangle ACD$ 面積 = 4，又 $\triangle BDG$ 的底是 $\triangle ACE$ 的 $\frac{3}{2}$ 倍，且高相同，故 $\triangle BDG$ 的面積 = $4 \times \frac{3}{2} = 6$ 。



概念 ② 平行線的截角性質

1 如圖，當直線 $L_1 \parallel L_2$ ， M 為截線，則

- (1) 位置對應相同的兩個角稱為**同位角**，同位角相等。如 $\angle 1 = \angle 5$ ， $\angle 2 = \angle 6$ 。
- (2) 截線同一側的兩個內角稱為**同側內角**，同側內角互補。如 $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ 。
- (3) 截線的兩側且位置交錯的兩個角稱為**內錯角**，內錯角相等。如 $\angle 3 = \angle 6$ ， $\angle 4 = \angle 5$ 。



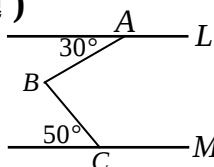
概念 ③ 平行線截角性質的應用 (I) (基礎題)

例 如右圖(一)，已知直線 $L \parallel M$ ，求 $\angle ABC$ 的度數 = ?

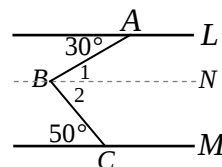
解 過 B 點作直線 $N \parallel L \parallel M$ ，

則 $\angle 1 = 30^\circ$ (內錯角相等)， $\angle 2 = 50^\circ$ (內錯角相等)，

所以 $\angle ABC = \angle 1 + \angle 2 = 30^\circ + 50^\circ = 80^\circ$ 。



圖(一)



圖(二)



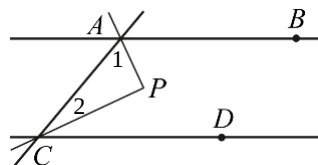
概念 ④ 平行線截角性質的應用 (II) (精熟題)

例 如右圖，已知 $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ， $\angle BAC$ 與 $\angle ACD$ 的角平分線交於 P 點。

若 $\angle ACD = 48^\circ$ ，求 $\angle APC$ 的度數 = ?

解 $\angle BAC = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$ (同側內角互補)

$$\angle APC = 180^\circ - \angle 1 - \angle 2 = 180^\circ - \frac{1}{2} \angle BAC - \frac{1}{2} \angle ACD = 180^\circ - \frac{1}{2} \times 132^\circ - \frac{1}{2} \times 48^\circ = 90^\circ.$$



概念 ⑤ 利用截角性質判別平行線

- 1 平行線的判別性質：**兩直線被一直線所截，若 ① 同位角相等，則此兩直線平行；
② 內錯角相等，則此兩直線平行；③ 同側內角互補，則此兩直線平行。

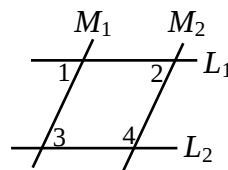


概念 ⑥ 利用平行線判別性質找平行線

例 如右圖，則：① 若 $\angle 1 = \angle 2$ ，則直線 $M_1 \parallel M_2$ (同位角相等)；。

② 若 $\angle 1 = \angle 3$ ，則直線 $L_1 \parallel L_2$ (內錯角相等)；

③ 若 $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ ，則直線 $L_1 \parallel L_2$ (同側內角互補)。



概念 ⑦ 利用平行線判別性質作平行線

- 1** 可利用「同位角相等，則此兩直線平行」的性質，配合作等角的尺規作圖，作出角度相等的同位角，便可作出平行線。



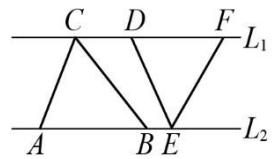
- ① 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ， $\overline{AB} = 7$ ， $\triangle ABC$ 的面積 = 21， $\overline{DF} = 6$ ，回答下面的問題：

(1) (A) 在 $\triangle DEF$ 中， $\overline{DF}$ 上的高 = ? (10 分)

(A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 12

$\triangle DEF$ 在 $\overline{DF}$ 上的高 = $\triangle ABC$ 在 $\overline{AB}$ 上的高，

$7 \times \overline{AB}$ 上的高 $\times \frac{1}{2} = 21$ ，則 $\overline{AB}$ 上的高 = 6，故選 (A)。



(2) (D) $\triangle DEF$ 的面積 = ? (10 分)

(A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 18

$\triangle DEF$ 的面積 = $\overline{DF} \times \overline{DF}$ 上的高 $\times \frac{1}{2} = 6 \times 6 \times \frac{1}{2} = 18$ ，故選 (D)。

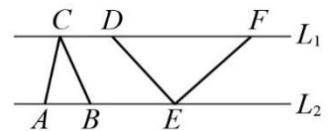
- ② (C) 如右圖，若 $L_1 \parallel L_2$ ，則 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 有相同的高，已知 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{DF} = 3\overline{AB} = 18$ ，且 $\triangle ABC$ 的面積 = 27，試問 $\triangle DEF$ 的面積 = ? (20 分)

(A) 54 (B) 72 (C) 81 (D) 162

【解 1】設 $\overline{AB}$ 上的高 = x ，則 $6 \times x \times \frac{1}{2} = 27$ ， $x = 9$ ，

因此 $\triangle DEF$ 的面積 = $\overline{DF} \times x \times \frac{1}{2} = 18 \times 9 \times \frac{1}{2} = 81$ ，故選 (C)。

【解 2】 $\triangle DEF$ 與 $\triangle ABC$ 的高相同， $\triangle DEF$ 的底 = 3 倍 $\triangle ABC$ 的底，則面積 3 倍。



- ③ (B) 如右圖，若 $L_1 \parallel L_2$ ， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{DF} = 10$ ， $\triangle ABC$ 的面積 = 66，則 $\triangle DEF$ 的面積 = ?

(A) 50 (B) 55 (C) 56 (D) 60 (20 分)

【解 1】設 $\overline{AB}$ 上的高 = x ，則 $12 \times x \times \frac{1}{2} = 66$ ， $x = 11$ ，

$\triangle DEF$ 的面積 = $\overline{DF} \times x \times \frac{1}{2} = 10 \times 11 \times \frac{1}{2} = 55$ ，故選 (B)。

【解 2】 $\triangle DEF$ 與 $\triangle ABC$ 的高相同， $\triangle DEF$ 面積 = $\triangle ABC$ 的面積 $\times \frac{\overline{DF}}{\overline{AB}} = 66 \times \frac{10}{12} = 55$ 。

- ④ (A) 如右圖，若 $L_1 \parallel L_2$ ， $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{DF} = 6$ ， $\triangle ABC$ 的面積 = 55，則 $\triangle DEF$ 的面積 = ?

(A) 33 (B) 36 (C) 39 (D) 48 (20 分)

【解法 1】設 $\overline{AB}$ 上的高 = x ，則 $10 \times x \times \frac{1}{2} = 55$ ， $x = 11$ ，

$\triangle DEF$ 的面積 = $\overline{DF} \times x \times \frac{1}{2} = 6 \times 11 \times \frac{1}{2} = 33$ ，故選 (A)。

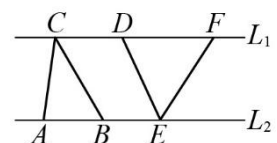
【解法 2】 $\triangle DEF$ 與 $\triangle ABC$ 的高相同， $\triangle DEF$ 面積 = $\triangle ABC$ 的面積 $\times \frac{\overline{DF}}{\overline{AB}} = 55 \times \frac{6}{10} = 33$ 。

- ⑤ (A) 如右圖，若 $L_1 \parallel L_2$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{DF} = 5$ ，則 $\triangle ABC$ 面積 : $\triangle DEF$ 面積 = ? (20 分)

(A) 4 : 5 (B) 5 : 4 (C) 16 : 25 (D) 25 : 16

$\triangle DEF$ 與 $\triangle ABC$ 的高相同，

$\triangle ABC$ 的面積 : $\triangle DEF$ 面積 = $\overline{AB} : \overline{DF} = 4 : 5$ ，故選 (A)。





1 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ，回答下面的問題：(每小題 10 分，共 40 分)

(1) (B) 下列何者為 $\angle 1$ 的同位角？

(A) $\angle 2$ (B) $\angle 3$ (C) $\angle 4$ (D) $\angle 5$

(2) (C) 下列何者為 $\angle 1$ 的內錯角？

(A) $\angle 2$ (B) $\angle 3$ (C) $\angle 4$ (D) $\angle 5$

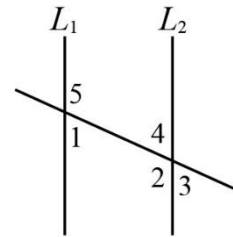
(3) (A) 下列何者為 $\angle 1$ 的同側內角？

(A) $\angle 2$ (B) $\angle 3$ (C) $\angle 4$ (D) $\angle 5$

(4) (A) 下列敘述何者錯誤？

(A) $\angle 1 = \angle 2$ (B) $\angle 1 = \angle 3$ (C) $\angle 1 = \angle 4$ (D) $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$

(A)同側內角互補，(B)同位角相等，(C)內錯角相等，(D)同側內角互補



2 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ， $\angle 1 = 78^\circ$ ，回答下面的問題：(每小題 10 分，共 30 分)

(1) (A) $\angle 3 = ?$ $\angle 3 = \angle 1 = 78^\circ$ (同位角相等)。

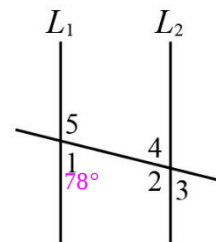
(A) 78° (B) 82° (C) 83° (D) 102°

(2) (B) $\angle 4 = ?$ $\angle 4 = \angle 1 = 78^\circ$ (內錯角相等)。

(A) 72° (B) 78° (C) 82° (D) 102°

(3) (D) $\angle 2 = ?$ $\angle 2 = 180^\circ - \angle 1 = 102^\circ$ (同側內角互補)。

(A) 78° (B) 82° (C) 83° (D) 102°

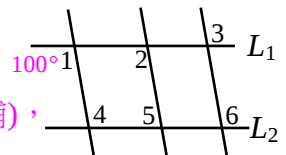


3 (D) 如右圖，若 $L_1 \parallel L_2$ ， $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = 100^\circ$ ，則下列敘述何者正確？(10 分)

(A) $\angle 4 = 100^\circ$ (B) $\angle 5 = 80^\circ$

(C) $\angle 6 = 100^\circ$ (D) 以上皆正確

(A) $\angle 4 = \angle 1 = 100^\circ$ (內錯角相等)，(B) $\angle 5 = 180^\circ - \angle 2 = 80^\circ$ (同側內角互補)，
(C) $\angle 6 = \angle 3 = 100^\circ$ (同位角相等)，故選 (D)。

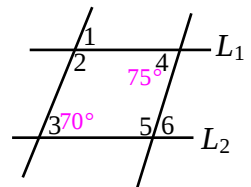


4 (C) 如右圖，若 $L_1 \parallel L_2$ ， $\angle 3 = 70^\circ$ ， $\angle 4 = 75^\circ$ ，則下列敘述何者錯誤？(10 分)

(A) $\angle 1 = 70^\circ$ (B) $\angle 2 = 110^\circ$

(C) $\angle 5 = 110^\circ$ (D) $\angle 6 = 75^\circ$

(A) $\angle 1 = \angle 3 = 70^\circ$ (同位角相等)，(B) $\angle 2 = 180^\circ - \angle 3 = 110^\circ$ (同側內角互補)，
(C) $\angle 5 = 180^\circ - \angle 4 = 105^\circ$ (同側內角互補)，(D) $\angle 6 = \angle 4 = 75^\circ$ (內錯角相等)
故選 (C)。【另解】(B) $\angle 2 = \angle 1$ 的補角 $= 110^\circ$ ；(D) $\angle 6 = \angle 5$ 的補角 $= 75^\circ$ 。

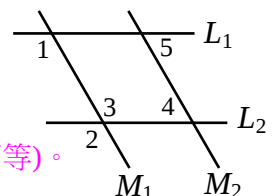


5 (D) 如右圖，若 $L_1 \parallel L_2$ ， $M_1 \parallel M_2$ ， $\angle 1 = 120^\circ$ ，則下列敘述何者錯誤？(10 分)

(A) $\angle 2 = 120^\circ$ (B) $\angle 3 = 120^\circ$

(C) $\angle 4 = 60^\circ$ (D) $\angle 5 = 80^\circ$

$L_1 \parallel L_2$ ，故(A) $\angle 2 = \angle 1 = 120^\circ$ (同位角相等)；(B) $\angle 3 = \angle 1 = 120^\circ$ (內錯角相等)
 $M_1 \parallel M_2$ ，故(C) $\angle 4 = 180^\circ - \angle 3 = 60^\circ$ (同側內角互補)；(D) $\angle 5 = \angle 4 = 60^\circ$ (內錯角相等)。
故選 (D)。註：(B)也可以是 $\angle 3 = \angle 2 = 120^\circ$ (對頂角相等)。

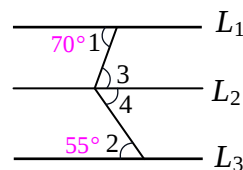




- 1 (D) 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ ， $\angle 1 = 70^\circ$ ， $\angle 2 = 55^\circ$ ，下列敘述何者正確？(20 分)

- (A) $\angle 3 = 70^\circ$ (B) $\angle 4 = 55^\circ$
(C) $\angle 3 + \angle 4 = 125^\circ$ (D) 以上皆正確

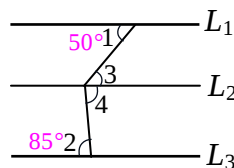
$L_1 \parallel L_2$ ，故 $\angle 3 = \angle 1 = 70^\circ$ (內錯角相等)；
 $L_2 \parallel L_3$ ，故 $\angle 4 = \angle 2 = 55^\circ$ (內錯角相等)，
則 $\angle 3 + \angle 4 = 125^\circ$ ，故選 (D)。



- 2 (A) 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2 = 85^\circ$ ，則 $\angle 3 + \angle 4 = ?$ (20 分)

- (A) 135° (B) 140° (C) 145° (D) 150°

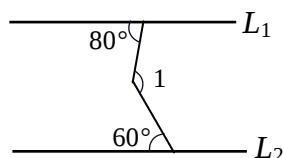
$\angle 3 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 2 = 50^\circ + 85^\circ = 135^\circ$ ，故選 (A)。



- 3 (B) 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ，則 $\angle 1 = ?$ (15 分)

- (A) 135° (B) 140° (C) 145° (D) 150°

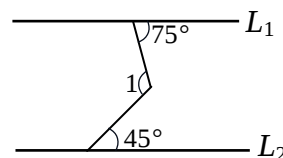
$\angle 1 = 80^\circ + 60^\circ = 140^\circ$ ，故選 (B)。



- 4 (C) 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ，則 $\angle 1 = ?$ (15 分)

- (A) 110° (B) 115° (C) 120° (D) 130°

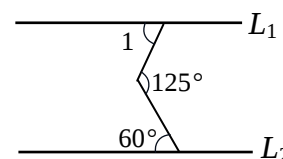
$\angle 1 = 75^\circ + 45^\circ = 120^\circ$ ，故選 (C)。



- 5 (D) 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ，則 $\angle 1 = ?$ (15 分)

- (A) 45° (B) 55° (C) 60° (D) 65°

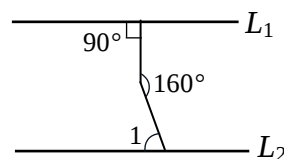
$\angle 1 + 60^\circ = 125^\circ$ ， $\angle 1 = 125^\circ - 60^\circ = 65^\circ$ ，故選 (D)。



- 6 (B) 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ，則 $\angle 1 = ?$ (15 分)

- (A) 65° (B) 70° (C) 75° (D) 80°

$\angle 1 + 90^\circ = 160^\circ$ ， $\angle 1 = 160^\circ - 90^\circ = 70^\circ$ ，故選 (B)。





- 1 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2 = 80^\circ$ ， $\angle 6 = \angle 7$ ，回答下列問題：(每小題 10 分，共 40 分)

(1) (C) $\angle 4 = ?$ $180^\circ - \angle 1 - \angle 2 = 180^\circ - 50^\circ - 80^\circ = 50^\circ$ 。

(A) 30° (B) 40° (C) 50° (D) 60°

(2) (C) $\angle 5 = ?$ $\angle 5 = \angle 1 = 50^\circ$ (同位角相等)。

(A) 30° (B) 40° (C) 50° (D) 60°

(3) (D) 因為 $\angle 6 = \angle 7$ ，所以 $\angle 6 = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle 5) = ?$

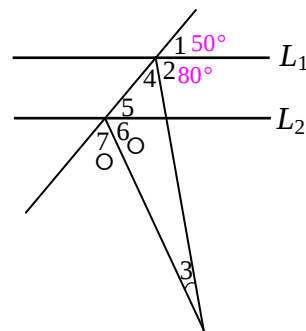
(A) 57.5° (B) 60° (C) 62.5° (D) 65°

$\angle 6 = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle 5) = \frac{1}{2}(180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$ 。

(4) (A) 承(1)、(2)、(3)，由 $\angle 3 = 180^\circ - \angle 4 - \angle 5 - \angle 6 = ?$

(A) 15° (B) 17.5° (C) 20° (D) 22.5°

$\angle 3 = 180^\circ - \angle 4 - \angle 5 - \angle 6 = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ - 65^\circ = 15^\circ$ 。



- 2 (B) 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ， $\angle 1 = 60^\circ$ ， $\angle 2 = 84^\circ$ ， $\overline{BO}$ 平分 $\angle CBD$ ，則 $\angle 3 = ?$ (15 分)

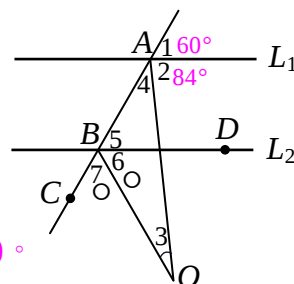
(A) 22° (B) 24° (C) 26° (D) 34°

$\angle 4 = 180^\circ - \angle 1 - \angle 2 = 180^\circ - 60^\circ - 84^\circ = 36^\circ$ ，

$\angle 5 = \angle 1 = 60^\circ$ (同位角相等)，

$\angle 6 = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle 5) = \frac{1}{2}(180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$ ，

$\angle 3 = 180^\circ - \angle 4 - \angle 5 - \angle 6 = 180^\circ - 36^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 24^\circ$ ，故選 (B)。



- 3 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，回答下面的問題：(每小題 10 分，共 30 分)

- (1) (C) 品謙說「 $L_1 \parallel L_2$ ，則 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ 」，是應用平行線截角的哪個性質？

(A) 同位角互補 (B) 內錯角互補

(C) 同側內角互補 (D) 以上皆非

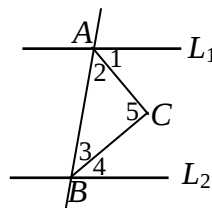
- (2) (B) 因為 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，承(1)可得 $2\angle 2 + 2\angle 3 = 180^\circ$ ，

則 $\angle 2 + \angle 3 = ?$

(A) 80° (B) 90° (C) 100° (D) 110° $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$

- (3) (C) 承(2)可得 $\angle 5 = ?$ $\angle 5 = 180^\circ - (\angle 2 + \angle 3) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

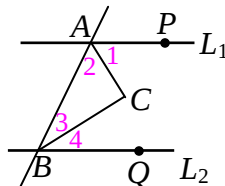
(A) 75° (B) 80° (C) 90° (D) 95°



- 4 (A) 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ， $\overline{AC}$ 是 $\angle PAB$ 的角平分線， $\overline{BC}$ 是 $\angle QBA$ 的角平分線，且 $\angle PAB = 116^\circ$ ， $\angle QBA = 64^\circ$ ，則 $\angle ACB = ?$ (15 分)

(A) 90° (B) 88° (C) 86° (D) 84°

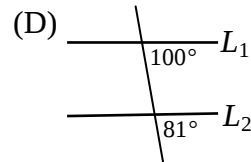
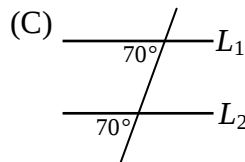
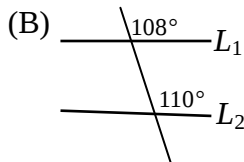
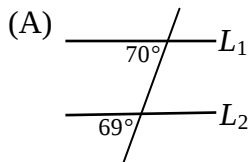
因為 $\overline{AC}$ 是 $\angle PAB$ 的角平分線，且 $\overline{BC}$ 是 $\angle QBA$ 的角平分線，所以 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，則 $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$ ，故 $\angle ACB = 90^\circ$ 。





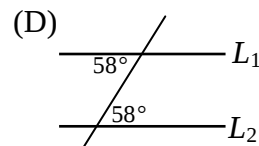
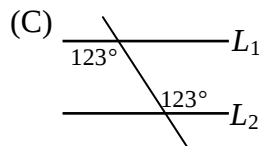
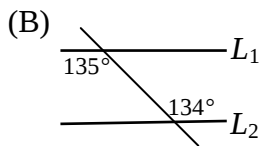
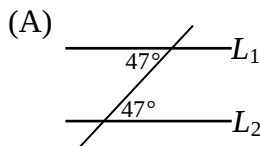
- ① (D) 若直線 L_1 和直線 L_2 被一直線 M 所截，在何種條件下， L_1 和 L_2 平行？(20 分)
- (A) 同位角相等 (B) 內錯角相等 (C) 同側內角互補 (D) 以上任一條件皆可

- ② (C) 下列哪一個選項的 L_1 和 L_2 平行？(20 分)



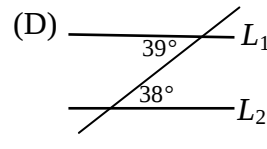
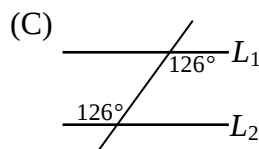
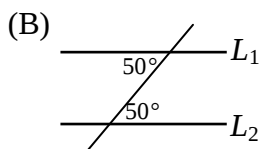
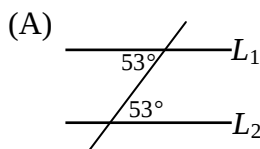
同位角相等，兩直線平行，故選 (C)。

- ③ (B) 下列哪一個選項的 L_1 和 L_2 不平行？(15 分)



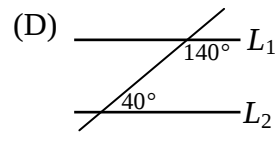
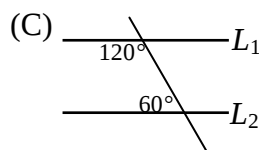
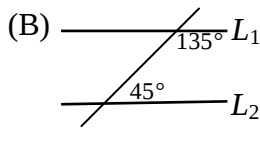
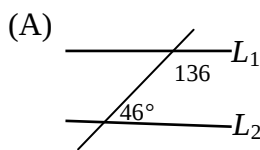
(B) 選項的內錯角不相等，故選 (B)。

- ④ (D) 下列哪一個選項的 L_1 和 L_2 不平行？(15 分)



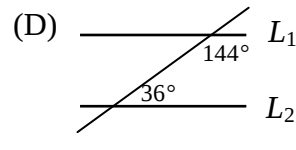
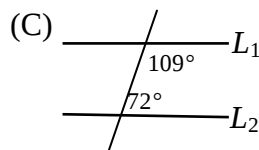
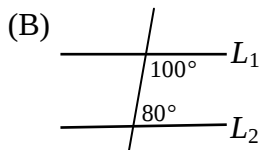
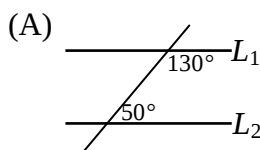
(D) 選項的內錯角不相等，故選 (D)。

- ⑤ (A) 下列哪一個選項的 L_1 和 L_2 不平行？(15 分)



(A) 選項的同側內角不互補 (角度和不等於 180°)，故選 (A)。

- ⑥ (C) 下列哪一個選項的 L_1 和 L_2 不平行？(15 分)



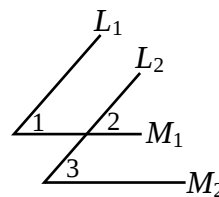
(C) 選項的同側內角不互補 (角度和不等於 180°)，故選 (C)。



- ① (B) 如右圖，已知 $\angle 1 = \angle 3 = 48^\circ$ ，若 $\angle 2 = a^\circ$ 時， $L_1 \parallel L_2$ 且 $M_1 \parallel M_2$ ，則 $a = ?$ (15分)

- (A) 44 (B) 48
(C) 52 (D) 56

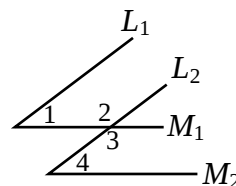
若 $\angle 2 = \angle 1 = 48^\circ$ ，則 $L_1 \parallel L_2$ ，
若 $\angle 2 = \angle 3 = 48^\circ$ ，則 $M_1 \parallel M_2$ ，故選 (B)。



- ② (C) 如右圖，已知 $\angle 1 = \angle 4 = 38^\circ$ ，若 $\angle 2 = \angle 3 = a^\circ$ 時， $L_1 \parallel L_2$ 且 $M_1 \parallel M_2$ ，則 $a = ?$ (15分)

- (A) 132 (B) 138
(C) 142 (D) 148

若 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，則 $L_1 \parallel L_2$ ，若 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ，則 $M_1 \parallel M_2$
得 $\angle 2 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 38^\circ = 142^\circ = \angle 3$ ，故選 (C)。



- ③ 請根據右圖回答下面的問題。(每小題 10 分，共 30 分)

- (1) (B) 若 $\angle 1 = \angle 2$ ，則下列何者成立？

- (A) $L_1 \parallel L_2$ (B) $M_1 \parallel M_2$ (C) $L_1 \perp L_2$ (D) $M_1 \perp M_2$

同位角相等， $M_1 \parallel M_2$

- (2) (A) 若 $\angle 1 = \angle 3$ ，則下列何者成立？

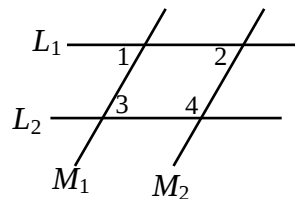
- (A) $L_1 \parallel L_2$ (B) $M_1 \parallel M_2$ (C) $L_1 \perp L_2$ (D) $M_1 \perp M_2$

內錯角相等， $L_1 \parallel L_2$ 。

- (3) (B) 若 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ，則下列何者成立？

- (A) $L_1 \parallel L_2$ (B) $M_1 \parallel M_2$ (C) $L_1 \perp L_2$ (D) $M_1 \perp M_2$

同側內角互補， $M_1 \parallel M_2$ 。



- ④ 請根據右圖回答下面的問題。(每小題 10 分，共 40 分)

- (1) (A) 若 $\angle 1 = \angle 2$ ，則下列何者成立？

- (A) $L_1 \parallel L_2$ (B) $M_1 \parallel M_2$ (C) $M_1 \parallel M_3$ (D) $M_2 \parallel M_3$

同位角相等， $L_1 \parallel L_2$ 。

- (2) (B) 若 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，則下列何者成立？

- (A) $L_1 \parallel L_2$ (B) $M_1 \parallel M_2$ (C) $M_1 \parallel M_3$ (D) $M_2 \parallel M_3$

同側內角互補， $M_1 \parallel M_2$ 。

- (3) (D) 若 $\angle 4 = \angle 5$ ，則下列何者成立？

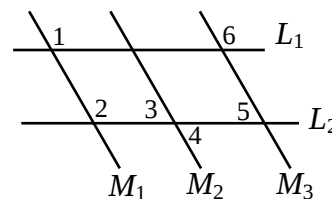
- (A) $L_1 \parallel L_2$ (B) $M_1 \parallel M_2$ (C) $M_1 \parallel M_3$ (D) $M_2 \parallel M_3$

內錯角相等， $M_2 \parallel M_3$

- (4) (C) 若 $\angle 1 = \angle 6$ ，則下列何者成立？

- (A) $L_1 \parallel L_2$ (B) $M_1 \parallel M_2$ (C) $M_1 \parallel M_3$ (D) $M_2 \parallel M_3$

同位角相等， $M_1 \parallel M_3$





- ① 如右圖 (一)，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle ABC = 55^\circ$ ， $\angle C = 63^\circ$ ，利用尺規作圖作出通過 B 點且平行 $\overline{AC}$ 的直線 L ，如右圖 (二)，回答下面的問題。(每小題 20 分，共 40 分)

(1) (A) 上述是利用哪一種尺規作圖的方法？

(A) 等角作圖

(B) 等線段作圖

(C) 中垂線作圖

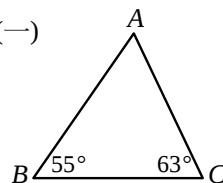
(D) 角平分線作圖

做 $\angle DBE = \angle A$ ，

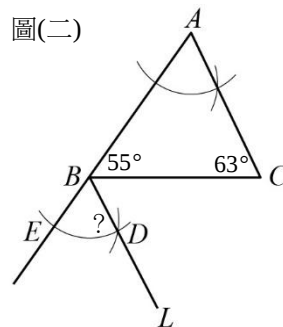
利用同位角相等

使 $L \parallel \overline{AC}$ ，故選 (A)。

圖(一)



圖(二)



(2) (B) $\angle DBE = ?$

(A) 60°

(B) 62°

(C) 64°

(D) 66°

$\angle DBE = \angle A = 180^\circ - \angle ABC - \angle C = 180^\circ - 55^\circ - 63^\circ = 62^\circ$ ，

故選 (B)。

- ② (C) 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = 56^\circ$ ， $\angle C = 38^\circ$ ，

利用尺規作圖作出通過 P 點且平行 $\overline{AB}$ 的直線 L ，

試問 $\angle CPD = ?$ (20 分)

(A) 82°

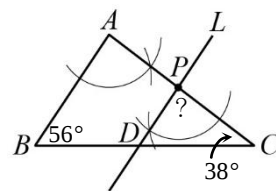
(B) 84°

(C) 86°

(D) 88°

$\angle CPD = \angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 56^\circ - 38^\circ = 86^\circ$ ，

故選 (C)。



- ③ (B) 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 85^\circ$ ， $\angle C = 38^\circ$ ，

利用尺規作圖作出通過 P 點且平行 $\overline{BC}$ 的直線 L ，

試問 $\angle APD = ?$ (20 分)

(A) 47°

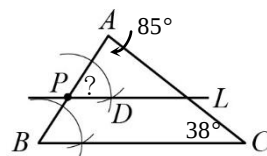
(B) 57°

(C) 63°

(D) 65°

$\angle APD = \angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - 85^\circ - 38^\circ = 57^\circ$ ，

故選 (B)。



- ④ (D) 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = 38^\circ$ ， $\angle C = 69^\circ$ ，

利用尺規作圖作出通過 P 點且平行 $\overline{AC}$ 的直線 L ，

試問 $\angle BPD = ?$ (20 分)

(A) 69°

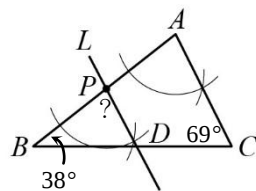
(B) 71°

(C) 72°

(D) 73°

$\angle BPD = \angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 38^\circ - 69^\circ = 73^\circ$ ，

故選 (D)。



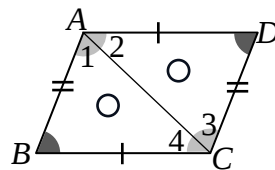


概念 ① 平行四邊形的性質

1 平行四邊形的性質：① 一條對角線可將 $\square$ 分成兩個全等三角形。

② 兩組對邊分別相等，兩組對角也分別相等。

例 右圖平行四邊形 $ABCD$ 中， $\angle 1 = \angle 3$ ， $\overline{AC} = \overline{AC}$ ， $\angle 2 = \angle 4$ ，所以 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (ASA 全等)，故 $\angle B = \angle D$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{AD} = \overline{CB}$ 且 $\angle BAD = \angle DCB$ 。



概念 ② 平行四邊形對邊相等與對角相等的應用 (I) 【 $\because \Rightarrow$ 因為； $\therefore \Rightarrow$ 所以】

例 如概念①的 $\square ABCD$ 中，若 $\angle B = 69^\circ$ ， $\overline{AB} = 2x - 4$ ， $\overline{CD} = x + 1$ ，求 $\angle D$ 度數與 $\overline{AB}$ 長度。

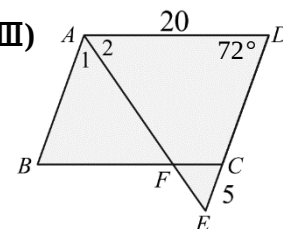
解 (1) $\angle D = \angle B = 69^\circ$ 。(2) $\because \overline{AB} = \overline{CD} \therefore 2x - 4 = x + 1 \Rightarrow x = 5$ ，故 $\overline{AB} = 2 \times 5 - 4 = 6$ 。



概念 ③、概念 ④ 平行四邊形對邊相等與對角相等的應用 (II)、(III)

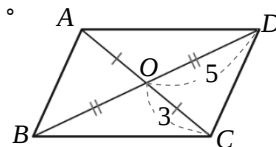
例 如右圖， $\square ABCD$ 中，若 $\angle D = 72^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{AD} = 20$ ， $\overline{CE} = 5$ ，求 $\angle E$ 的度數與 $\overline{AB}$ 的長度。

解 (1) $\because \angle E = \angle 1$ (平行線截角性質) $\therefore \angle E = \angle 2 = (180^\circ - 72^\circ) \div 2 = 54^\circ$ 。
(2) $\because \angle E = \angle 2 = 54^\circ \therefore \overline{DE} = \overline{AD} = 20$ ，故 $\overline{AB} = \overline{CD} = 20 - 5 = 15$ 。



概念 ⑤ 平行四邊形的對角線性質：平行四邊形的對角線互相平分。

例 如右圖， $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，若 $\overline{OC} = 3$ ， $\overline{OD} = 5$ ，則 (1) $\overline{AC} = 2\overline{OC} = 6$ ；(2) $\overline{BD} = 2\overline{OD} = 10$ 。



概念 ⑥ 平行四邊形中的面積關係：兩對角線將平行四邊形分成 4 個等面積的三角形。

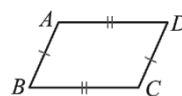
例 如概念⑤的 $\square ABCD$ 中，若 $\square ABCD$ 的面積 = 24，

則 $\triangle AOB$ 的面積 = $\triangle AOD$ 的面積 = $\triangle COD$ 的面積 = $\triangle BOC$ 的面積 = $24 \times \frac{1}{4} = 6$ 。



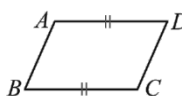
概念 ⑦ 平行四邊形的判別 (I)：兩組對邊分別相等

1 平行四邊形的判別性質 (I)：四邊形的兩組對邊若分別相等，則為平行四邊形。



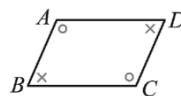
概念 ⑧ 平行四邊形的判別 (II)：一組對邊平行且相等

1 平行四邊形的判別性質 (II)：有一組對邊平行且相等的四邊形是平行四邊形。



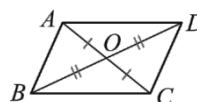
概念 ⑨ 平行四邊形的判別 (III)：兩組對角分別相等

1 平行四邊形的判別性質 (III)：兩組對角分別相等的四邊形，是平行四邊形。



概念 ⑩ 平行四邊形的判別 (IV)：對角線互相平分

1 平行四邊形的判別性質 (IV)：兩組對角線互相平分的四邊形，是平行四邊形。



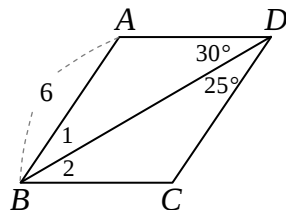


- ① (A) 如右圖， $\overline{BD}$ 為平行四邊形的對角線， $\overline{AB} = 6$ ， $\angle A = 125^\circ$ ，

$\angle ADB = 30^\circ$ ， $\angle BDC = 25^\circ$ ，則下列敘述何者錯誤？(20 分)

- (A) $\angle 1 = \angle ADB = 30^\circ$ (B) $\angle ABC = \angle ADC = 55^\circ$
(C) $\angle C = 180^\circ - \angle ADC = 125^\circ$ (D) $\overline{CD} = \overline{AB} = 6$

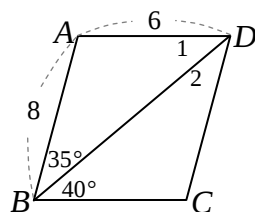
(A) $\angle 1 = \angle BDC = 25^\circ$ ，故選 (A)。



- ② (D) 如右圖， $\overline{BD}$ 為平行四邊形的對角線，請根據圖中的數據，判斷下列敘述何者錯誤？(20 分)

- (A) $\angle 1 = \angle DBC = 40^\circ$ (B) $\angle ADC = \angle ABC = 75^\circ$
(C) $\angle A = 180^\circ - \angle ABC = 105^\circ$ (D) $\overline{BC} = \overline{AB} = 8$

(D) $\overline{BC} = \overline{AD} = 6$ ，故選 (D)。

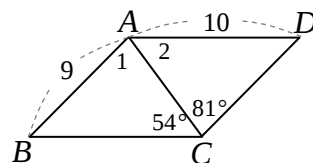


- ③ (C) 如右圖， $\overline{AC}$ 為平行四邊形的對角線，請根據圖中的數據，判斷下列敘述何者正確？(20 分)

- (A) $\angle 1 = \angle ACB = 54^\circ$ (B) $\angle 2 = \angle ACD = 81^\circ$
(C) $\angle BAD = \angle BCD = 135^\circ$ (D) $\overline{BC} = \overline{AB} = 9$

(A) $\angle 1 = \angle ACD = 81^\circ$ ；(B) $\angle 2 = \angle ACB = 54^\circ$ ；

(C) $\angle BAD = \angle BCD = 54^\circ + 81^\circ = 135^\circ$ ；(D) $\overline{BC} = \overline{AD} = 10$ ，故選 (C)。

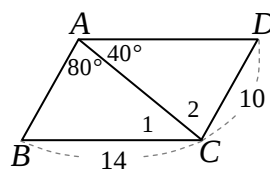


- ④ (B) 如右圖， $\overline{AC}$ 為平行四邊形的對角線，請根據圖中的數據，判斷下列敘述何者正確？(20 分)

- (A) $\angle 1 = 60^\circ$ (B) $\angle 2 = 80^\circ$
(C) $\angle BCD = 100^\circ$ (D) $\overline{AD} = 10$

(A) $\angle 1 = \angle DAC = 40^\circ$ ；(B) $\angle 2 = \angle BAC = 80^\circ$ ；

(C) $\angle BCD = \angle BAD = 80^\circ + 40^\circ = 120^\circ$ ；(D) $\overline{AD} = \overline{BC} = 14$ ，故選 (B)。

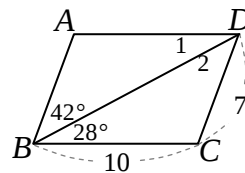


- ⑤ (D) 如右圖， $\overline{BD}$ 為平行四邊形的對角線，請根據圖中的數據，判斷下列敘述何者正確？(20 分)

- (A) $\angle 1 = 42^\circ$ (B) $\angle 2 = 28^\circ$
(C) $\angle ADC = 60^\circ$ (D) $\overline{AB} = 7$

(A) $\angle 1 = \angle DBC = 28^\circ$ ；(B) $\angle 2 = \angle ABD = 42^\circ$ ；

(C) $\angle ADC = \angle ABC = 42^\circ + 28^\circ = 70^\circ$ ；(D) $\overline{AB} = \overline{CD} = 7$ ，故選 (D)。

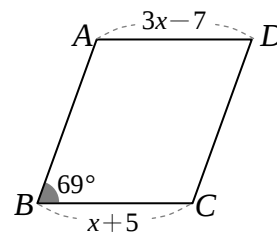




- ① 右圖 $\square ABCD$ 中，若 $\angle B = 69^\circ$ ， $\overline{AD} = 3x - 7$ ， $\overline{BC} = x + 5$ ，回答下列問題。

(1) (D) 下列敘述何者正確？(10分)

- (A) $\angle D = 69^\circ$ (B) $\overline{AD} = \overline{BC}$
(C) $\overline{AB} = \overline{CD}$ (D) 以上皆正確



(2) (D) 求 $x = ?$ (10分)

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

$\because \overline{AD} = \overline{BC} \therefore 3x - 7 = x + 5 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$ ，故選 (D)。

(3) (A) 承(2)，求 $\overline{BC} = ?$ (10分)

- (A) 11 (B) 10 (C) 9 (D) 8

$\overline{BC} = x + 5 = 6 + 5 = 11$ ，故選 (A)。

- ② 右圖 $\square ABCD$ 中，若 $\overline{AB} = x + 6$ ， $\overline{CD} = 4x - 3$ ，回答下列問題。

(1) (B) 求 $x = ?$ (15分)

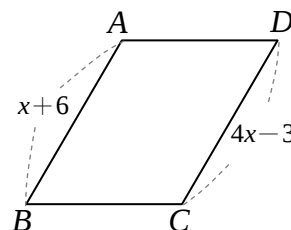
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

$4x - 3 = x + 6 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$ ，故選 (B)。

(2) (C) 承(1)，求 $\overline{AB} = ?$ (10分)

- (A) 11 (B) 10 (C) 9 (D) 8

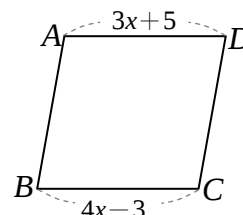
$\overline{AB} = x + 6 = 3 + 6 = 9$ ，故選 (C)。



- ③ (A) 右圖 $\square ABCD$ 中，若 $\overline{AD} = 3x + 5$ ， $\overline{BC} = 4x - 3$ ，則 $\overline{AD} = ?$ (15分)

- (A) 29 (B) 26 (C) 23 (D) 20

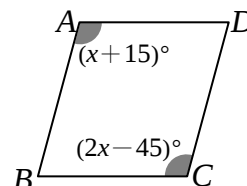
$4x - 3 = 3x + 5 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow \overline{AD} = 3 \times 8 + 5 = 29$ ，故選 (A)。



- ④ (B) 右圖 $\square ABCD$ 中，若 $\angle A = (x + 15)^\circ$ ， $\angle C = (2x - 45)^\circ$ ，則 $\angle A = ?$ (15分)

- (A) 70° (B) 75° (C) 78° (D) 80°

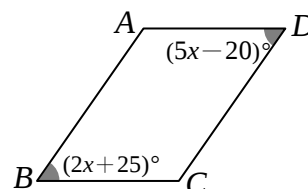
$2x - 45 = x + 15 \Rightarrow x = 60 \Rightarrow \angle A = (60 + 15)^\circ = 75^\circ$ ，故選 (B)。



- ⑤ (D) 右圖 $\square ABCD$ 中，若 $\angle B = (2x + 25)^\circ$ ， $\angle D = (5x - 20)^\circ$ ，則 $\angle B = ?$ (15分)

- (A) 45° (B) 48° (C) 50° (D) 55°

$5x - 20 = 2x + 25 \Rightarrow 3x = 45 \Rightarrow x = 15$
 $\Rightarrow \angle B = (2 \times 15 + 25)^\circ = 55^\circ$ ，故選 (D)。





Nani

基礎特訓班

4-2 平行四邊形

概念

3 平行四邊形對邊相等與對角相等的應用(II)

____ 班 ____ 號

姓名

- 1 右圖 $\square ABCD$ 中，已知 $\angle D = 72^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 10$ ，回答下列問題。

- (1) (C) $\angle ABC = ?$

(每小題 10 分，共 40 分)

- (A) 60° (B) 64° (C) 72° (D) 80°

$\angle ABC = \angle D = 72^\circ$ (平行四邊形對角相等)，故選 (C)。

- (2) (B) $\angle 2 = ?$

- (A) 30° (B) 36° (C) 40° (D) 42°

$\angle 1 + \angle 2 = 72^\circ \Rightarrow \angle 1 = \angle 2 = 36^\circ$ ，故選 (B)。

- (3) (B) $\angle 3 = ?$

- (A) 30° (B) 36° (C) 40° (D) 42°

$\angle 3 = \angle 2 = 36^\circ$ (內錯角相等)，故選 (B)。

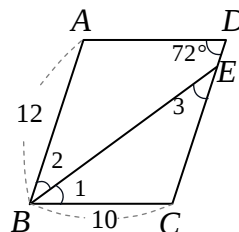
- (4) (A) $\overline{CE}$ 和 $\overline{DE}$ 的長度分別為多少？

- (A) $\overline{CE} = 10$ ， $\overline{DE} = 2$ (B) $\overline{CE} = 9$ ， $\overline{DE} = 3$

- (C) $\overline{CE} = 8$ ， $\overline{DE} = 4$ (D) $\overline{CE} = 10$ ， $\overline{DE} = 3$

$\because \angle 1 = \angle 3 = 36^\circ \therefore \overline{CE} = \overline{BC} = 10$ ，

又 $\overline{CD} = \overline{AB} = 12$ ，則 $\overline{DE} = \overline{CD} - \overline{CE} = 12 - 10 = 2$ ，故選 (A)。



- 2 右圖 $\square ABCD$ 中，已知 $\angle C = 120^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{AD} = 28$ ， $\overline{CD} = 18$ ，回答下列問題。

- (1) (C) $\angle 2 = ?$

(每小題 10 分，共 30 分)

- (A) 50° (B) 55° (C) 60° (D) 65°

$\angle 1 + \angle 2 = 120^\circ$ ，因為 $\angle 1 = \angle 2$ ，所以 $\angle 2 = 60^\circ$ ，故選 (C)。

- (2) (C) $\angle 3 = ?$

- (A) 50° (B) 55° (C) 60° (D) 65°

$\angle 3 = \angle 2 = 60^\circ$ (內錯角相等)，故選 (C)。

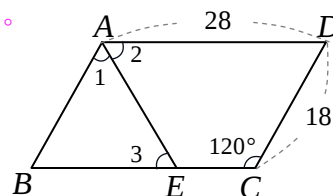
- (3) (A) $\overline{BE}$ 和 $\overline{EC}$ 的長度分別為多少？

- (A) $\overline{BE} = 18$ ， $\overline{EC} = 10$ (B) $\overline{BE} = 20$ ， $\overline{EC} = 8$

- (C) $\overline{BE} = 16$ ， $\overline{EC} = 12$ (D) $\overline{BE} = 18$ ， $\overline{EC} = 8$

$\because \angle 1 = \angle 3 = 60^\circ \therefore \overline{BE} = \overline{AB} = \overline{CD} = 18$ ，

又 $\overline{BC} = \overline{AD} = 28$ ，則 $\overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 28 - 18 = 10$ ，故選 (A)。



- 3 右圖 $\square ABCD$ 中，已知 $\angle C = 114^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{BC} = 17$ ， $\overline{CD} = 10$ ，回答下列問題。

- (1) (D) $\angle 3 = ?$

(每小題 15 分，共 30 分)

- (A) 38° (B) 36° (C) 34° (D) 33°

$\because \angle ABC = 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ \therefore \angle 1 = \angle 2 = 33^\circ$

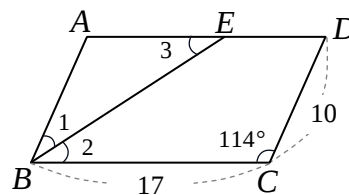
則 $\angle 3 = \angle 2 = 33^\circ$ (內錯角相等)，故選 (D)。

- (2) (D) $\overline{ED}$ 的長度 = ?

- (A) 10 (B) 9 (C) 8 (D) 7

$\because \angle 1 = \angle 3 = 33^\circ \therefore \overline{AE} = \overline{AB} = \overline{CD} = 10$ ，

又 $\overline{AD} = \overline{BC} = 17$ ，則 $\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 17 - 10 = 7$ ，故選 (D)。





Nani

基礎特訓班

4-2 平行四邊形

概念 4 平行四邊形對邊相等與對角相等的應用(III)

____ 班 ____ 號

姓名

1 右圖 $\square ABCD$ 中，已知 $\angle D = 72^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{AD} = 9$ ， $\overline{CE} = 2$ ，回答下列問題。

(1) (**D**) 下列敘述何者正確？

(每小題 10 分，共 40 分)

- (A) $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ (B) $\angle E = \angle 1$ (內錯角相等)
(C) $\overline{AD} = \overline{DE}$ (D) 以上皆正確

(2) (**C**) $\angle 2 = ?$

- (A) 36° (B) 48° (C) 54° (D) 56°

$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$ ，又 $\angle 1 = \angle 2$ ，所以 $\angle 1 = \angle 2 = 54^\circ$ ，故選 (C)。

(3) (**B**) $\angle E = ?$

- (A) 60° (B) 54° (C) 44° (D) 36°

$\therefore \overline{AB} \parallel \overline{DE} \therefore \angle E = \angle 1 = 54^\circ$ (內錯角相等)，故選 (B)。

(4) (**A**) $\overline{DE}$ 和 $\overline{CD}$ 的長度分別為多少？

- (A) $\overline{DE} = 9$ ， $\overline{CD} = 7$ (B) $\overline{DE} = 10$ ， $\overline{CD} = 8$
(C) $\overline{DE} = 11$ ， $\overline{CD} = 9$ (D) $\overline{DE} = 13$ ， $\overline{CD} = 11$

$\therefore \angle E = \angle 1 = \angle 2 = 54^\circ \therefore \overline{DE} = \overline{AD} = 9$ ，則 $\overline{CD} = \overline{DE} - \overline{CE} = 9 - 2 = 7$ ，故選 (A)。

2 右圖 $\square ABCD$ 中，已知 $\angle BCD = 120^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{AD} = 14$ ， $\overline{CE} = 5$ ，回答下列問題。

(1) (**C**) $\angle 2 = ?$

(每小題 10 分，共 30 分)

- (A) 50° (B) 55° (C) 60° (D) 65°

$\angle 1 + \angle 2 = 120^\circ$ ，因為 $\angle 1 = \angle 2$ ，所以 $\angle 2 = 60^\circ$ ，故選 (C)。

(2) (**C**) $\angle E = ?$

- (A) 50° (B) 55° (C) 60° (D) 65°

因為 $\angle E = \angle 1$ (內錯角相等) 且 $\angle 1 = \angle 2 = 60^\circ$ ，所以 $\angle E = 60^\circ$ ，故選 (C)。

(3) (**B**) $\overline{DE}$ 和 $\overline{CD}$ 的長度分別為多少？

- (A) $\overline{DE} = 12$ ， $\overline{CD} = 7$ (B) $\overline{DE} = 14$ ， $\overline{CD} = 9$
(C) $\overline{DE} = 16$ ， $\overline{CD} = 11$ (D) $\overline{DE} = 19$ ， $\overline{CD} = 14$

$\therefore \angle E = \angle 2 = 60^\circ \therefore \overline{DE} = \overline{AD} = 14$ ，則 $\overline{CD} = \overline{DE} - \overline{CE} = 14 - 5 = 9$ ，故選 (B)。

3 右圖 $\square ABCD$ 中，已知 $\angle C = 114^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{BC} = 34$ ， $\overline{DE} = 14$ ，回答下列問題。

(1) (**A**) $\angle E = ?$

(每小題 15 分，共 30 分)

- (A) 33° (B) 34° (C) 36° (D) 38°

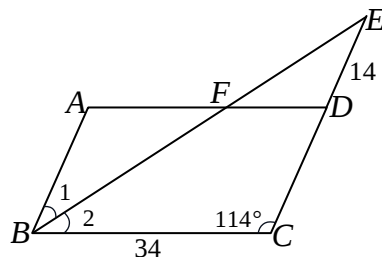
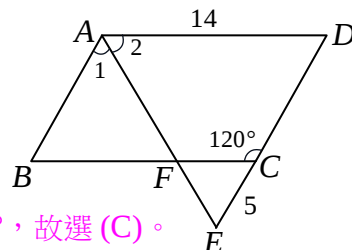
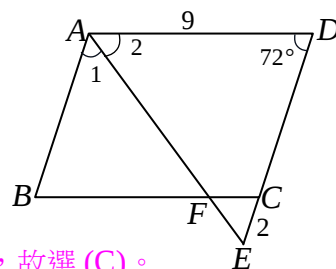
$\therefore \angle ABC = 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ \therefore \angle 1 = \angle 2 = 33^\circ$

則 $\angle E = \angle 1 = 33^\circ$ (內錯角相等)，故選 (A)。

(2) (**D**) $\overline{CD}$ 的長度 = ?

- (A) 17 (B) 18 (C) 19 (D) 20

$\therefore \angle E = \angle 1 = \angle 2 = 33^\circ \therefore \overline{CE} = \overline{BC} = 34$ ，則 $\overline{CD} = \overline{CE} - \overline{DE} = 34 - 14 = 20$ ，故選 (D)。





Nani

基礎特訓班

4-2 平行四邊形

概念 5 平行四邊形的對角線性質

____ 班 ____ 號

姓名

1 右圖 $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，回答下列問題。(每小題 12 分，共 36 分)

(1) (D) 下列敘述何者正確？

- (A) $\angle 1 = \angle 3$ (內錯角相等) (B) $\angle 2 = \angle 4$ (內錯角相等)
(C) $\overline{AB} = \overline{CD}$ ($\square$ 對邊相等) (D) 以上皆正確

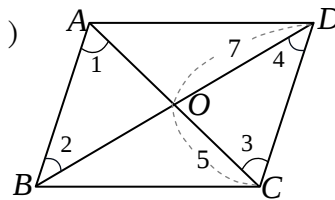
(2) (D) 下列敘述何者正確？

- (A) $\triangle AOB \cong \triangle COD$ (B) $\overline{OA} = \overline{OC}$
(C) $\overline{OB} = \overline{OD}$ (D) 以上皆正確

(3) (A) 求 $\overline{AC} + \overline{BD} = ?$

- (A) 24 (B) 26 (C) 28 (D) 30

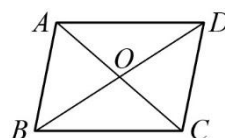
$$\overline{AC} + \overline{BD} = 2\overline{OC} + 2\overline{OD} = 10 + 14 = 24, \text{ 故選 (A).}$$



2 (B) 右圖 $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，若 $\overline{OC} = 9$ ， $\overline{OD} = 10$ ，則 $\overline{AC} + \overline{BD} = ?$

- (A) 36 (B) 38 (C) 44 (D) 48

$$\overline{AC} + \overline{BD} = 2\overline{OC} + 2\overline{OD} = 18 + 20 = 38, \text{ 故選 (B).}$$

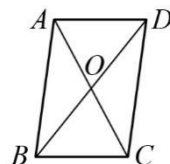


(16 分)

3 (B) 右圖 $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，若 $\overline{OC} = 15$ ， $\overline{OD} = 17$ ，則 $\overline{AC} + \overline{BD} = ?$

- (A) 60 (B) 64 (C) 68 (D) 72

$$\overline{AC} + \overline{BD} = 2\overline{OC} + 2\overline{OD} = 30 + 34 = 64, \text{ 故選 (B).}$$

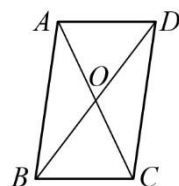


(16 分)

4 (C) 右圖 $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，若 $\overline{AC} = 14$ ， $\overline{BD} = 16$ ，則 $\overline{OC} + \overline{OD} = ?$

- (A) 14 (B) 14.5 (C) 15 (D) 15.5

$$\overline{OC} + \overline{OD} = \frac{1}{2}\overline{AC} + \frac{1}{2}\overline{BD} = 7 + 8 = 15, \text{ 故選 (C).}$$

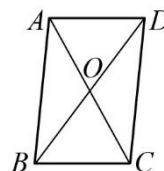


(16 分)

5 (A) 右圖 $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，若 $\overline{AC} = 38$ ， $\overline{BD} = 42$ ，則 $\overline{OA} + \overline{OB} = ?$

- (A) 40 (B) 40.5 (C) 41 (D) 41.5

$$\overline{OA} + \overline{OB} = \frac{1}{2}\overline{AC} + \frac{1}{2}\overline{BD} = 19 + 21 = 40, \text{ 故選 (A).}$$

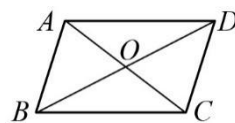


(16 分)



- 1 (D) 右圖 $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，則下列敘述何者正確？(15 分)

- (A) $\triangle AOB$ 面積 = $\triangle COD$ 面積 (B) $\triangle AOD$ 面積 = $\triangle COB$ 面積
(C) $\triangle AOB$ 面積 = $\triangle COB$ 面積 (D) 以上皆正確

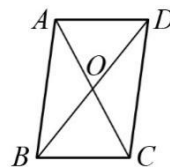


- 2 (A) 右圖 $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，若 $\square ABCD$ 的面積 = 40，則 $\triangle AOB$ 面積 = ?

- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16

$$\triangle AOB \text{ 面積} = \square ABCD \text{ 面積} \times \frac{1}{4} = 40 \times \frac{1}{4} = 10,$$

故選 (A)。



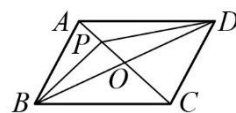
(15 分)

- 3 (D) 右圖 $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點， P 為 $\overline{AO}$ 之中點 ($\overline{AP} = \overline{OP}$)，下列敘述何者正確？(15 分)

- (A) $\triangle ABO$ 面積 = $\frac{1}{4} \square ABCD$ 面積 (B) $\triangle APB$ 面積 = $\triangle OPB$ 面積
(C) $\triangle APD$ 面積 = $\triangle OPD$ 面積 (D) 以上皆正確

(B) $\overline{AP} = \overline{OP}$ ，所以 $\triangle APB$ 面積 = $\triangle OPB$ 面積 (等底同高)。

(C) $\overline{AP} = \overline{OP}$ ，所以 $\triangle APD$ 面積 = $\triangle OPD$ 面積 (等底同高)。



- 4 (D) 承 3，下列敘述何者正確？(15 分)

- (A) $\triangle APB$ 面積 = $\frac{1}{2} \triangle ABO$ 面積 (B) $\triangle OPB$ 面積 = $\frac{1}{8} \square ABCD$ 面積

- (C) $\triangle BPD$ 面積 = $\frac{1}{4} \square ABCD$ 面積 (D) 以上皆正確

(A)、(B) $\triangle APB$ 面積 = $\triangle OPB$ 面積，

所以 $\triangle OPB$ 面積 = $\frac{1}{2} \triangle ABO$ 面積 = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \square ABCD$ 面積 = $\frac{1}{8} \square ABCD$ 面積，

(C) $\triangle OPB$ 面積 = $\frac{1}{8} \square ABCD$ 面積 = $\triangle OPD$ 面積，所以 $\triangle BPD$ 面積 = $\frac{1}{4} \square ABCD$ 面積。

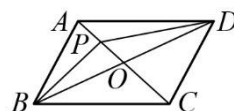
- 5 (C) 右圖 $\square ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，若 $\square ABCD$ 的面積 = 80，則 $\triangle APB$ 面積 = ?

- (A) 20 (B) 15 (C) 10 (D) 8

(20 分)

$$\triangle APB \text{ 面積} = \frac{1}{8} \square ABCD \text{ 面積} = \frac{1}{8} \times 80 = 10,$$

故選 (C)。



- 6 (B) 承 5，求 $\triangle BPD$ 面積 = ?

- (A) 30 (B) 20 (C) 18 (D) 16

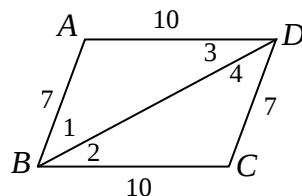
(20 分)

$$\triangle BPD \text{ 面積} = \frac{1}{4} \square ABCD \text{ 面積} = \frac{1}{4} \times 80 = 20, \text{ 故選 (B)。}$$



- ① (D) 右圖四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{CD} = 7$ ， $\overline{AD} = \overline{BC} = 10$ ，則下列敘述何者正確？ (15 分)

- (A) $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ (SSS 全等) (B) $\angle 1 = \angle 4$ (對應角相等)
(C) $\angle 2 = \angle 3$ (對應角相等) (D) 以上皆正確



- ② (D) 承①，下列敘述何者正確？ (15 分)

- (A) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ (內錯角 $\angle 1$ 、 $\angle 4$ 相等) (B) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ (內錯角 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 相等)
(C) 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形 (D) 以上皆正確

- ③ (A) 下列哪一個選項的四個邊可以形成平行四邊形？ (15 分)

- (A) 8 cm、8 cm、9 cm、9 cm
(B) 5 cm、5 cm、6 cm、8 cm
(C) 6 cm、6 cm、6 cm、12 cm
(D) 4 cm、5 cm、5 cm、6 cm

- ④ (B) 下列哪一個選項的四個邊可以形成平行四邊形？ (15 分)

- (A) 6 cm、8 cm、8 cm、9 cm
(B) 5 cm、6 cm、5 cm、6 cm
(C) 7 cm、7 cm、10 cm、12 cm
(D) 6 cm、8 cm、6 cm、10 cm

- ⑤ (C) 品謙測量一個平行四邊形的邊長後，從最上面的邊開始，依順時針方向將四個邊長記錄下來，如果他的記錄是正確的，下列哪一個選項可能是品謙測量記錄的結果？ (20 分)

- (A) 6 cm、6 cm、8 cm、8 cm
(B) 5 cm、6 cm、6 cm、5 cm
(C) 7 cm、10 cm、7 cm、10 cm
(D) 9 cm、9 cm、8 cm、8 cm

平行四邊形的兩組對邊分別等長，依順時針方向將四個邊長記錄，第 1 個和第 3 個等長，第 2 個和第 4 個等長，故選 (C)。

- ⑥ (B) 芝璇測量一個平行四邊形的邊長後，從最上面的邊開始，依順時針方向將四個邊長記錄下來，如果他的記錄是正確的，下列哪一個選項不可能是芝璇測量記錄的結果？ (20 分)

- (A) 4 cm、7 cm、4 cm、7 cm
(B) 8 cm、8 cm、10 cm、10 cm
(C) 3 cm、5 cm、3 cm、5 cm
(D) 9 cm、12 cm、9 cm、12 cm



- ① (D) 右圖四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AD} = \overline{BC}$ ，且 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，下列

何者不是 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ (SAS 全等) 的條件之一？(20 分)

(A) $\overline{AD} = \overline{BC}$ (已知條件)

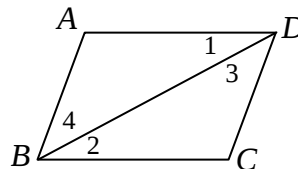
(B) $\angle 1 = \angle 2$ (內錯角相等)

(C) $\overline{BD} = \overline{BD}$ (公用邊)

(D) $\overline{AB} = \overline{CD}$ (對邊相等)

(D) 選項：

$\overline{AB} = \overline{CD}$ 不是已知條件，
四邊形 $ABCD$ 在未確定是
平行四邊形之前，
不能認定 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 。



- ② (D) 承 ①，下列敘述何者正確？(20 分)

(A) $\angle 3 = \angle 4$ (對應角相等)

(B) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ (內錯角 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 相等)

(C) 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形

(D) 以上皆正確

- ③ (D) 右圖 $\square ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{CD} = 8$ ，且 $\overline{BE} = \overline{DF} = 2$ ，下列敘述何者正確？

(A) $\overline{AE} \parallel \overline{CF}$

(B) $\overline{AE} = \overline{CF} = 6$

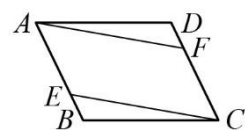
(C) 四邊形 $AECF$ 為平行四邊形

(D) 以上皆正確

(A) 因為四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，所以 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，因此 $\overline{AE} \parallel \overline{CF}$ 。

(B) $\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 8 - 2 = 6$ ， $\overline{CF} = \overline{CD} - \overline{DF} = 8 - 2 = 6$ 。

(C) 四邊形 $AECF$ 有一組對邊平行且相等，故四邊形 $AECF$ 為平行四邊形。



(20 分)

- ④ (A) 如右圖，在 $\square ABCD$ 中， $\overline{BE} = 3$ ， $\overline{AB} = 16$ 。若 $AECF$ 是平行四邊形，則 $\overline{CF} = ?$

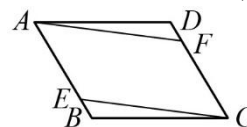
(A) 13

(B) 14

(C) 15

(D) 16

$\overline{CF} = \overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 16 - 3 = 13$ ，故選 (A)。



(20 分)

- ⑤ (B) 如右圖，在 $\square ABCD$ 中， $\overline{CD} = 25$ ， $\overline{DF} = 13$ 。若 $AECF$ 是平行四邊形，則 $\overline{AE} = ?$

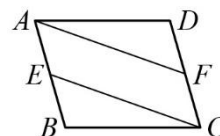
(A) 11

(B) 12

(C) 13

(D) 14

$\overline{AE} = \overline{CF} = \overline{CD} - \overline{DF} = 25 - 13 = 12$ ，故選 (B)。



(20 分)



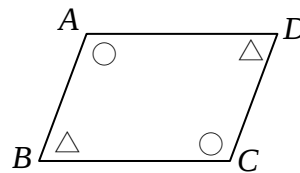
- 1 (D) 右圖四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$ ，則下列敘述何者正確？(20 分)

(A) $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ (同側內角互補)

(B) $\angle A + \angle D = 180^\circ$ ， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ (同側內角互補)

(C) 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形

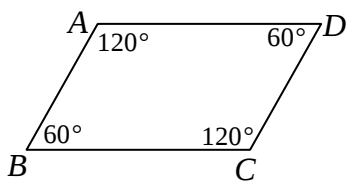
(D) 以上皆正確



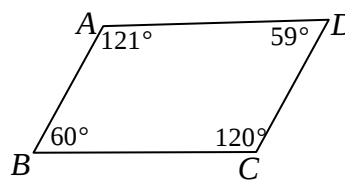
- 2 下面各題若是平行四邊形的，在 () 內畫 $\bigcirc$ ，不是平行四邊形的，在 () 內打 $\times$ 。

(每小題 10 分，共 40 分)

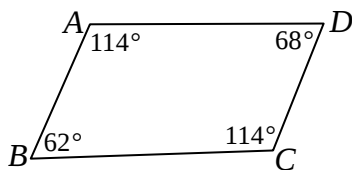
(1) ($\bigcirc$)



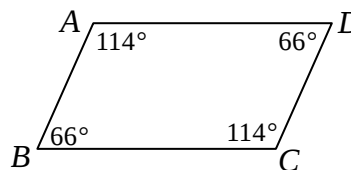
(2) ($\times$)



(3) ($\times$)



(4) ($\bigcirc$)



- 3 (C) 品謙測量一個平行四邊形 4 個角的角度後，從左上角開始，依順時針方向將 4 個角的角度記錄下來，如果他的記錄是正確的，下列哪一個選項可能是品謙測量記錄的結果？

(A) 40° 、 140° 、 60° 、 120°

(20 分)

(B) 80° 、 80° 、 100° 、 100°

(C) 70° 、 110° 、 70° 、 110°

(D) 80° 、 80° 、 80° 、 120°

平行四邊形的兩組對角分別相等，且相鄰的兩角互補，依順時針方向將四個角記錄，第 1 個角和第 3 個角的角度一樣，第 2 個和第 4 個角的角度一樣，故選 (C)。

- 4 (B) 芝璇測量一個平行四邊形 4 個角的角度後，從左上角開始，依順時針方向將 4 個角的角度記錄下來，如果他的記錄是正確的，下列哪一個選項不可能是芝璇測量記錄的結果？

(A) 60° 、 120° 、 60° 、 120°

(20 分)

(B) 75° 、 75° 、 105° 、 105°

(C) 80° 、 100° 、 80° 、 100°

(D) 135° 、 45° 、 135° 、 45°



- ① (A) 右圖四邊形 $ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，若 $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ ，則下列何者不是 $\triangle AOD \cong \triangle COB$ (SAS 全等) 的條件之一？(10 分)

(A) $\overline{AD} = \overline{BC}$ (對邊相等)

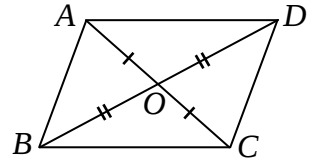
(B) $\overline{OA} = \overline{OC}$ (已知條件)

(C) $\angle AOD = \angle COB$ (對頂角相等)

(D) $\overline{OB} = \overline{OD}$ (已知條件)

(A) 選項：

$\overline{AD} = \overline{BC}$ 不是已知條件，
四邊形 $ABCD$ 在未確定是
平行四邊形之前，
不能認定 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 。



- ② (D) 承①，下列敘述何者正確？(10 分)

(A) $\angle ADO = \angle CBO$ (對應角相等)， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ (內錯角 $\angle ADO$ 、 $\angle CBO$ 相等)

(B) $\overline{AD} = \overline{BC}$ (對應邊相等)

(C) 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形 (一組對應邊 $\overline{AD} = \overline{BC}$ ，且 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$)

(D) 以上皆正確

- ③ (C) 右圖四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{OA} = \overline{OC} = 4$ ， $\overline{OB} = \overline{OD} = 5$ ，且 $\overline{CD} = 6$ ， $\overline{AD} = 7$ ，則 $\overline{AB} = ?$ (20 分)

(A) 4

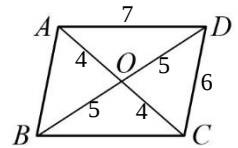
(B) 5

(C) 6

(D) 7

因為 $\overline{OA} = \overline{OC} = 4$ ， $\overline{OB} = \overline{OD} = 5$ ，

所以四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，故 $\overline{AB} = \overline{CD} = 6$ ，故選 (C)。



- ④ (B) 右圖四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ ，則 $\angle 1 + \angle 2 = ?$ (20 分)

(A) 97°

(B) 83°

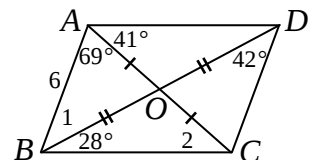
(C) 70°

(D) 69°

因為 $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ ，所以四邊形 $ABCD$ 為 $\square$ ，

則 $\angle 1 = \angle BDC = 42^\circ$ ， $\angle 2 = \angle CAD = 41^\circ$ ，

因此 $\angle 1 + \angle 2 = 42^\circ + 41^\circ = 83^\circ$ ，故選 (B)。



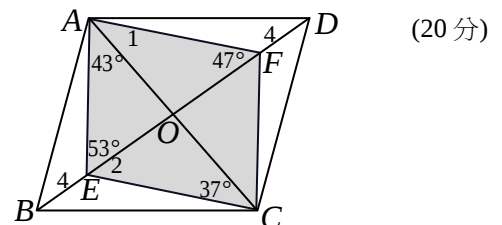
- ⑤ (D) 在右圖的平行四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{BD} = 22$ ， $\overline{BE} = \overline{DF} = 4$ ，則下列敘述何者正確？

(A) $\overline{OA} = \overline{OC}$

(B) $\overline{OB} = \overline{OD} = 11$ ， $\overline{OE} = \overline{OF} = 7$

(C) 四邊形 $AECF$ 為平行四邊形

(D) 以上皆正確



因為四邊形 $ABCD$ 為 $\square$ ，所以 $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OB} = \overline{OD} = 22 \div 2 = 11$ ，

又 $\overline{BE} = \overline{DF} = 4$ ，因此 $\overline{OE} = \overline{OB} - \overline{BE} = \overline{OD} - \overline{DF} = \overline{OF} = 11 - 4 = 7$ ，

則四邊形 $AECF$ 為平行四邊形 (對角線互相平分)，故選 (D)。

- ⑥ (A) 承⑤，求 $\angle 1 + \angle 2 = ?$ (20 分)

(A) 84°

(B) 90°

(C) 96°

(D) 100°

$\angle 1 = \angle ECO = 37^\circ$ ， $\angle 2 = \angle AFO = 47^\circ$ ，因此 $\angle 1 + \angle 2 = 37^\circ + 47^\circ = 84^\circ$ ，故選 (A)。

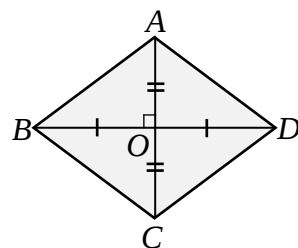


概念 ① 菱形的對角線性質：

1 菱形的定義：四邊等長的四邊形，如右圖， $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 。

2 菱形的對角線性質：菱形的兩條對角線互相垂直且平分，
兩條對角線皆為圖形的對稱軸。

例 右圖為菱形，所以兩條對角線互相垂直平分， O 為對角線交點，
則 $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ ， $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD = 90^\circ$ 。

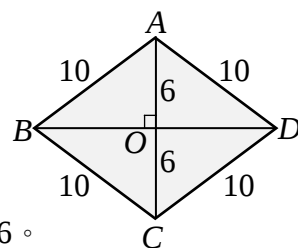


概念 ② 菱形對角線性質的應用

例 右圖菱形 $ABCD$ 中，兩對角線交於 O 點，菱形的任意一個邊長為 10，且 $\overline{AC} = 12$ ，求 $\overline{BD} = ?$

解 $\because$ 菱形的兩條對角線互相垂直平分

$$\therefore \overline{BD} = 2\overline{BO} = 2\sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AO}^2} = 2\sqrt{10^2 - 6^2} = 2\sqrt{64} = 2 \times 8 = 16。$$



概念 ③ 菱形的面積 = 兩條對角線乘積的一半

例 如概念 ② 的菱形 $ABCD$ ，若 $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BD} = 16$ ，則菱形 $ABCD$ 的面積 $= \frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 96$ 。



概念 ④ 箏形的對角線性質與面積

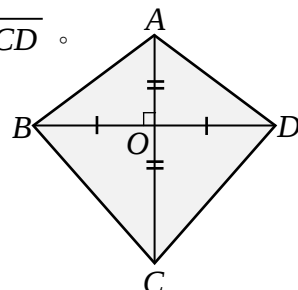
1 箏形的定義：兩組鄰邊等長的四邊形，如右圖， $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{BC} = \overline{CD}$ 。

2 箏形的對角線性質：箏形的兩條對角線互相垂直，其中一條對角線為圖形的對稱軸，且(垂直)平分另一條對角線。

例 右圖為箏形，所以兩條對角線互相垂直， O 為對角線交點，
則 $\overline{OB} = \overline{OD}$ ， $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD = 90^\circ$ 。

3 箏形的面積 = 兩條對角線乘積的一半。

例 右圖為箏形，兩條對角線長度分別為 $\overline{AC} = 15$ ， $\overline{BD} = 16$ ，其面積 $= \frac{1}{2} \times 15 \times 16 = 120$ 。

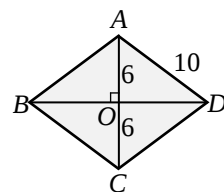


概念 ⑤ 菱形的判別性質：若一個四邊形的對角線互相垂直平分，則此四邊形為菱形。

例 右圖的四邊形 $ABCD$ 中，若 $\overline{OA} = \overline{OC} = 6$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ ，
且 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{AD} = 10$ ，求 $\overline{AB} = ?$ $\overline{BC} = ?$ $\overline{CD} = ?$ $\overline{BD} = ?$

解 $\because \overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ ，且 $\overline{AC} \perp \overline{BD} \therefore$ 四邊形 $ABCD$ 為菱形，

$$\text{則 } \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD} = 10, \overline{BD} = 2\overline{BO} = 2\sqrt{10^2 - 6^2} = 2\sqrt{64} = 2 \times 8 = 16。$$



概念 ⑥ 矩形的對角線性質與應用 【矩形(長方形)定義：四個角都是直角的四邊形】

若平行四邊形的 4 個邊長固定，當平行四邊形為矩形時，此四邊形的面積最大。

例 立翔有 30 公分和 40 公分的竹條各 2 支，要組合成平行四邊形，則此四邊形面積最大為何？

解 平行四邊形為矩形時，此四邊形的面積最大，等於 $30 \times 40 = 1200$ (平方公分)

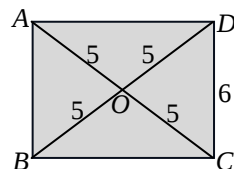
**概念 7 矩形的判別性質：對角線互相平分且等長**

例 右圖的四邊形 $ABCD$ 中，若 $\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OD} = 5$ ， $\overline{CD} = 6$ ，
求 $\overline{AB} = ?$ $\overline{AD} = ?$ $\overline{BC} = ?$

解 $\because \overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OD} \therefore \overline{AC} = \overline{BD}$

因此，四邊形 $ABCD$ 為矩形（對角線互相平分且等長的四邊形為矩形），

則 $\overline{AB} = \overline{CD} = 6$ ， $\overline{AD} = \sqrt{(5 \times 2)^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ 。

**概念 8 正方形的對角線性質：對角線互相垂直平分且等長**

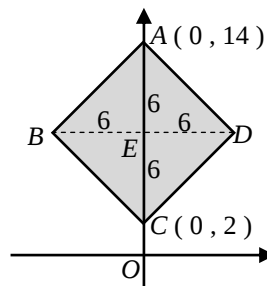
例 右圖的坐標平面上有一正方形 $ABCD$ ，已知 $A(0, 14)$ ， $C(0, 2)$ ，
求 E 點、 B 點、 D 點的坐標。

解 $\because$ 正方形的對角線互相垂直平分且等長， $\overline{AC}$ 在 y 軸上，

$\therefore E$ 點、 B 點、 D 點的 y 坐標相同， $\overline{BD} = \overline{AC}$ ，

且 $\overline{BE} = \overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \overline{AE} = \overline{CE} = \frac{1}{2} \times (14 - 2) = 6$ ，

則 E 點、 B 點、 D 點的 y 坐標 $= 2 + 6 = 8$ ，因此 $E(0, 8)$ ， $B(-6, 8)$ ， $D(6, 8)$ 。

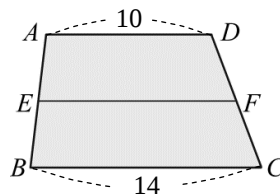
**概念 9 梯形的兩腰中點性質【梯形的定義：一組對邊平行】**

1 梯形的兩腰中點連線性質：(1) 梯形的兩腰中點連線平行於上底和下底。

(2) 兩腰中點連線的長 $= \frac{1}{2} \times (\text{上底} + \text{下底})$ 。

例 右圖的梯形 $ABCD$ 中， $\overline{EF}$ 為兩腰中點的連線，則：

$\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{EF} = \frac{1}{2} \times (10 + 14) = 12$ 。

**概念 10 等腰梯形的底角性質：【等腰梯形定義：兩腰相等的梯形，稱為等腰梯形】**

1 等腰梯形的底角性質：

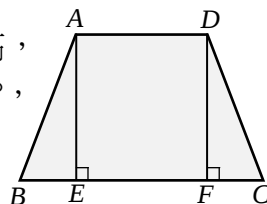
(1) 等腰梯形的兩個底角相等。

右圖的梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ， $\overline{AE}$ 和 $\overline{DF}$ 為梯形的高，
則 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCF$ 中， $\because \overline{AB} = \overline{DC}$ ， $\overline{AE} = \overline{DF}$ ， $\angle AEB = \angle DFC = 90^\circ$ ，
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF$ (RHS 全等性質)，故 $\angle B = \angle C$ (對應角相等)。

(2) 若梯形的兩個底角相等，則此梯形為等腰梯形。

右圖的梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\angle B = \angle C$ ， $\overline{AE}$ 和 $\overline{DF}$ 為梯形的高，
則 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCF$ 中， $\because \angle B = \angle C$ ， $\angle AEB = \angle DFC = 90^\circ$ ， $\overline{AE} = \overline{DF}$ ，

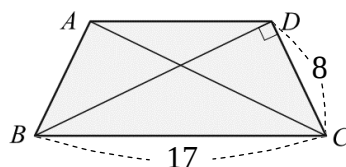
$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF$ (AAS 全等性質)，則 $\overline{AB} = \overline{DC}$ (對應邊相等)，故此梯形為等腰梯形。

**概念 11 等腰梯形的兩對角線等長**

右圖為等腰梯形， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中，
 $\because \overline{AB} = \overline{DC}$ ， $\angle ABC = \angle DCB$ (底角相等)， $\overline{BC} = \overline{BC}$ (公用邊)，
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，故 $\overline{AC} = \overline{BD}$ (對應邊相等)。

例 右圖的等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{CD} = 8$ ， $\overline{BC} = 17$ ， $\angle BDC = 90^\circ$ ，

則： $\overline{AC} = \overline{BD} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ 。





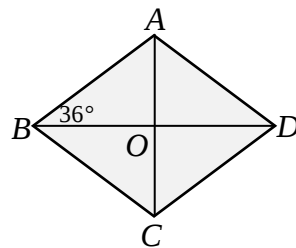
- ① (C) 右圖的菱形 $ABCD$ 中， O 為對角線交點， $\overline{AC} = 10$ ， $\angle ABO = 36^\circ$ ，求 $\angle BAO = ?$ (20 分)

(A) 36° (B) 44° (C) 54° (D) 64°

$\because$ 菱形的兩條對角線互相垂直平分

$\therefore \angle AOB = 90^\circ$

則 $\angle BAO = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$ ，故選 (C)。



- ② (B) 承①， $\overline{OA} = ?$ (20 分)

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8

$\overline{OA} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$ ，故選 (B)。

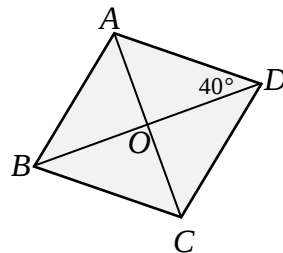
- ③ (A) 右圖的菱形 $ABCD$ 中， O 為對角線交點，已知 $\angle ADO = 40^\circ$ ，求 $\angle DAO = ?$ (20 分)

(A) 50° (B) 45° (C) 40° (D) 30°

$\because$ 菱形的兩條對角線互相垂直平分

$\therefore \angle AOD = 90^\circ$

則 $\angle DAO = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ ，故選 (A)。

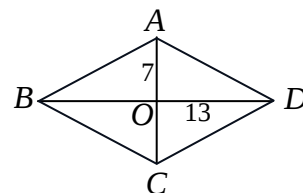


- ④ (D) 右圖的菱形 $ABCD$ 中， O 為對角線交點，已知 $\overline{OA} = 7$ ， $\overline{OD} = 13$ ，則 $\overline{AC} + \overline{BD} = ?$

(A) 20 (B) 32 (C) 36 (D) 40

(20 分)

$\overline{AC} + \overline{BD} = 2 \overline{OA} + 2 \overline{OD} = 14 + 26 = 40$ ，故選 (D)。

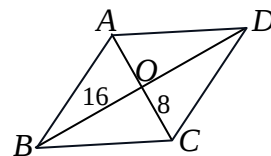


- ⑤ (A) 右圖的菱形 $ABCD$ 中， O 為對角線交點，已知 $\overline{OB} = 16$ ， $\overline{OC} = 8$ ，則 $\overline{AC} + \overline{BD} = ?$

(A) 48 (B) 44 (C) 42 (D) 40

(20 分)

$\overline{AC} + \overline{BD} = 2 \overline{OC} + 2 \overline{OB} = 16 + 32 = 48$ ，故選 (A)。





Nani

基礎特訓班

4-3 特殊的四邊形

概念 2 菱形對角線性質的應用

____ 班 ____ 號

姓名

- ① 如右圖，菱形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AO} = 4$ ， $\overline{BD} = 6$ ，回答下列問題。(每小題 10 分，共 30 分)

(1) (C) $\overline{BO} = ?$ $\overline{BO} = \overline{BD} \div 2 = 6 \div 2 = 3$ ，故選 (C)。

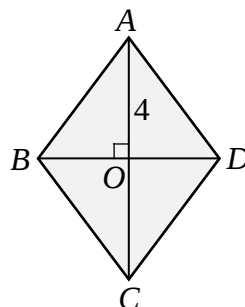
(A) 2 (B) 2.5 (C) 3 (D) 4

(2) (B) $\overline{AB} = ?$ $\overline{AB} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ ，故選 (B)。

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8

(3) (A) 菱形 $ABCD$ 的周長 = ? 周長 = $\overline{AB} \times 4 = 5 \times 4 = 20$ ，故選 (A)。

(A) 20 (B) 24 (C) 28 (D) 32



- ② 如右圖，菱形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = 17$ ， $\overline{BD} = 30$ ，回答下列問題。(每小題 10 分，共 30 分)

(1) (D) $\overline{BO} = ?$ $\overline{BO} = \overline{BD} \div 2 = 30 \div 2 = 15$ ，故選 (D)。

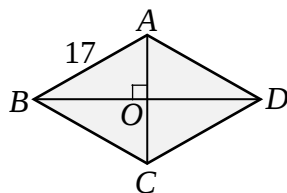
(A) 8.5 (B) 12 (C) 13 (D) 15

(2) (B) $\overline{AO} = ?$ $\overline{AO} = \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{64} = 8$ ，故選 (B)。

(A) 10 (B) 8 (C) 7 (D) 6

(3) (C) $\overline{AC} = ?$ $\overline{AC} = \overline{AO} \times 2 = 8 \times 2 = 16$ ，故選 (C)。

(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 20



- ③ 如右圖，菱形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{BD} = 10$ ， $\overline{AC} = 24$ ，回答下列問題。(每小題 10 分，共 20 分)

(1) (C) $\overline{BC} = ?$

(A) 8.5 (B) 12 (C) 13 (D) 15

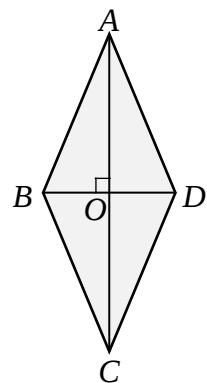
$\overline{BO} = \overline{BD} \div 2 = 10 \div 2 = 5$ ， $\overline{CO} = \overline{AC} \div 2 = 24 \div 2 = 12$ ，

$\overline{BC} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$ ，故選 (C)。

(2) (B) 菱形 $ABCD$ 的周長 = ?

(A) 60 (B) 52 (C) 48 (D) 36

周長 = $\overline{BC} \times 4 = 13 \times 4 = 52$ ，故選 (B)。



- ④ 如右圖，菱形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{BD} = 48$ ， $\overline{AC} = 14$ ，回答下列問題。(每小題 10 分，共 20 分)

(1) (A) $\overline{AD} = ?$

(A) 25 (B) 26 (C) 28 (D) 30

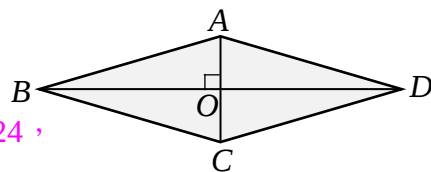
$\overline{AO} = \overline{AC} \div 2 = 14 \div 2 = 7$ ， $\overline{OD} = \overline{BD} \div 2 = 48 \div 2 = 24$ ，

$\overline{AD} = \sqrt{7^2 + 24^2} = \sqrt{625} = 25$ ，故選 (A)。

(2) (D) 菱形 $ABCD$ 的周長 = ?

(A) 120 (B) 112 (C) 104 (D) 100

周長 = $\overline{AD} \times 4 = 25 \times 4 = 100$ ，故選 (D)。





① 如右圖，菱形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BD} = 16$ ，回答下列問題。(每小題 10 分，共 30 分)

(1) (**B**) $\overline{AO} = ?$ $\overline{AO} = \overline{AC} \div 2 = 12 \div 2 = 6$ ，故選 (B)。

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10

(2) (**C**) $\overline{OD} = ?$ $\overline{OD} = \overline{BD} \div 2 = 16 \div 2 = 8$ ，故選 (C)。

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10

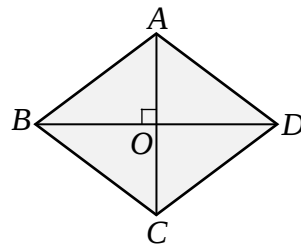
(3) (**D**) 下列敘述何者正確？

(A) $\triangle AOD$ 的面積 $= \overline{AO} \times \overline{OD} \div 2 = 24$

(B) 菱形 $ABCD$ 的面積 $= \triangle AOD$ 的面積 $\times 4 = 96$

(C) 菱形 $ABCD$ 的面積 $= \overline{AC} \times \overline{BD} \div 2$

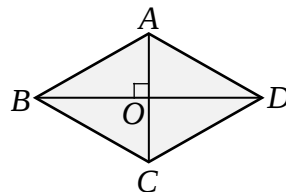
(D) 以上皆正確



② (**A**) 如右圖，菱形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AC} = 16$ ， $\overline{BD} = 30$ ，則菱形 $ABCD$ 的面積 $= ?$ (20 分)

(A) 240 (B) 320 (C) 360 (D) 480

菱形 $ABCD$ 的面積 $= \overline{AC} \times \overline{BD} \div 2 = 16 \times 30 \div 2 = 240$ ，
故選 (A)。

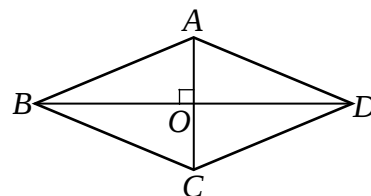


③ (**C**) 如右圖，已知菱形 $ABCD$ 的面積 $= 120$ ， $\overline{AC} = 10$ ，則 $\overline{BD} = ?$ (20 分)

(A) 18 (B) 20 (C) 24 (D) 30

菱形 $ABCD$ 的面積 $= \overline{AC} \times \overline{BD} \div 2$
 $= 10 \times \overline{BD} \div 2 = 120$ ，

則 $\overline{BD} = 24$ ，故選 (C)。



④ 如右圖，菱形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = 25$ ， $\overline{AC} = 14$ ，回答下列問題。(每小題 15 分，共 30 分)

(1) (**C**) $\overline{BD} = ?$

(A) 24 (B) 32 (C) 48 (D) 50

$\overline{AO} = \overline{AC} \div 2 = 14 \div 2 = 7$ ，

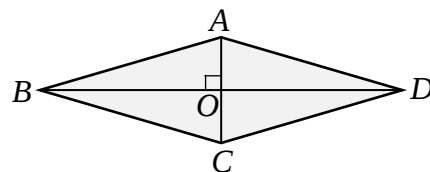
$\overline{BO} = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{576} = 24$ ， $\overline{BD} = \overline{BO} \times 2 = 24 \times 2 = 48$ ，

故選 (C)。

(2) (**D**) 菱形 $ABCD$ 的面積 $= ?$

(A) 240 (B) 264 (C) 288 (D) 336

菱形 $ABCD$ 的面積 $= \overline{AC} \times \overline{BD} \div 2 = 14 \times 48 \div 2 = 336$ ，故選 (D)。





- 1 如右圖，箏形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{OB} = \overline{OD} = 4$ ， $\overline{OA} = 3$ ， $\overline{OC} = 6$ ，請回答下列問題。

(1) (B) $\triangle AOB$ 的面積 = ?

(每小題 10 分，共 30 分)

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 12

$\triangle AOB$ 的面積 $= 4 \times 3 \div 2 = 6$ ，故選 (B)。

(2) (A) $\triangle BOC$ 的面積 = ?

(A) 12 (B) 18 (C) 20 (D) 24

$\triangle BOC$ 的面積 $= 4 \times 6 \div 2 = 12$ ，故選 (A)。

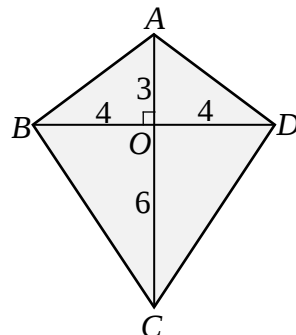
(3) (D) 下列敘述何者正確？

(A) $\triangle ABD$ 的面積 $= \triangle AOB$ 的面積 $\times 2 = 12$

(B) $\triangle BCD$ 的面積 $= \triangle BOC$ 的面積 $\times 2 = 24$

(C) 箏形 $ABCD$ 的面積 $= \overline{AC} \times \overline{BD} \div 2 = 9 \times 8 \div 2 = 36$

(D) 以上皆正確



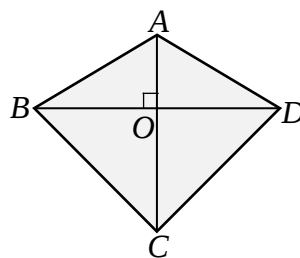
- 2 (C) 如右圖，箏形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AC} = 16$ ， $\overline{BD} = 20$ ，

則箏形 $ABCD$ 的面積 = ? (10 分)

(A) 320 (B) 240 (C) 160 (D) 120

箏形 $ABCD$ 的面積 $= \overline{AC} \times \overline{BD} \div 2 = 16 \times 20 \div 2 = 160$ ，

故選 (C)。



- 3 如右圖，已知箏形 $ABCD$ 的面積 $= 360$ ， $\overline{OA} = 12$ ，請回答下列問題。(每小題 15 分，共 30 分)

(1) (D) $\overline{AC} = ?$

(A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 24

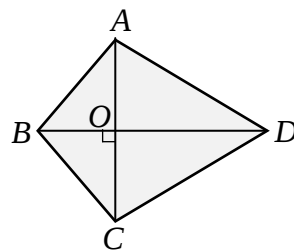
$\overline{AC} = \overline{OA} \times 2 = 12 \times 2 = 24$ ，故選 (D)。

(2) (B) $\overline{BD} = ?$

(A) 24 (B) 30 (C) 40 (D) 60

箏形 $ABCD$ 的面積 $= \overline{AC} \times \overline{BD} \div 2 = 24 \times \overline{BD} \div 2 = 360$ ，

則 $\overline{BD} = 30$ ，故選 (B)。



- 4 如右圖，已知箏形 $ABCD$ 的面積 $= 40$ ， $\overline{AC} = 10$ ，請回答下列問題。(每小題 15 分，共 30 分)

(1) (C) $\overline{BD} = ?$

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 10

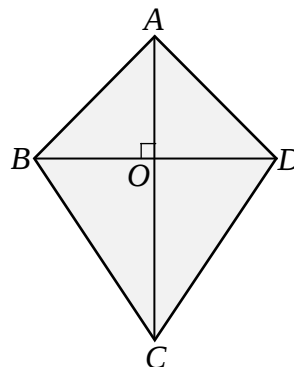
箏形 $ABCD$ 的面積 $= \overline{AC} \times \overline{BD} \div 2 = 10 \times \overline{BD} \div 2 = 40$ ，

則 $\overline{BD} = 8$ ，故選 (C)。

(2) (B) $\overline{BO} = ?$

(A) 3 (B) 4 (C) 4.5 (D) 5

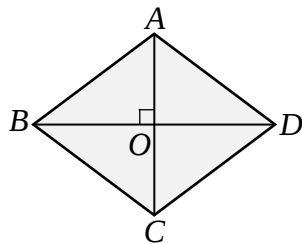
$\overline{BO} = \overline{BD} \div 2 = 8 \div 2 = 4$ ，故選 (B)。





- 1 (D) 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中， O 為兩條對角線交點，已知 $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ ，且 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ，則下列敘述何者正確。(20 分)

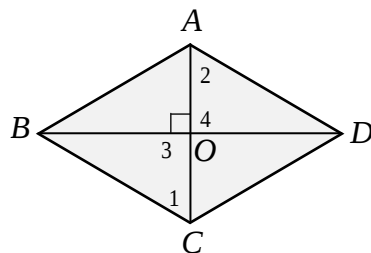
- (A) $\triangle ABO \cong \triangle CBO \cong \triangle CDO \cong \triangle ADO$
 (B) $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$
 (C) 四邊形 $ABCD$ 為菱形
 (D) 以上皆正確



- 2 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{OA} = \overline{OC}$ ，請回答下列問題。

- (1) (B) 下列敘述何者不是 $\triangle BOC \cong \triangle DOA$ 的條件之一？ (每小題 20 分，共 40 分)

- (A) $\because \overline{AD} \parallel \overline{BC} \therefore \angle 1 = \angle 2$ (內錯角相等)
 (B) $\overline{AD} = \overline{BC}$ (對邊相等) (B) 根據條件無法得知
 (C) $\overline{OA} = \overline{OC}$ (已知條件) $\overline{AD}$ 和 $\overline{BC}$ 對邊相等，
 (D) $\angle 3 = \angle 4$ (對頂角相等) 故選 (B)。



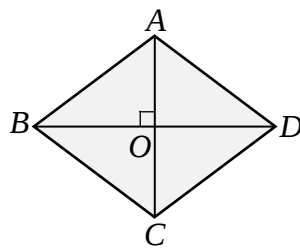
- (2) (D) 承 (1)，下列敘述何者正確。

- (A) $\overline{OB} = \overline{OD}$ (對應邊相等)
 (B) $\overline{AB} = \sqrt{\overline{OB}^2 + \overline{OA}^2} = \sqrt{\overline{OD}^2 + \overline{OA}^2} = \overline{AD} = \overline{BC} = \overline{CD}$
 (C) 四邊形 $ABCD$ 為菱形
 (D) 以上皆正確

- 3 (A) 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{AB} = 9$ ，則四邊形 $ABCD$ 的周長 = ? (20 分)

- (A) 36 (B) 38 (C) 40 (D) 56

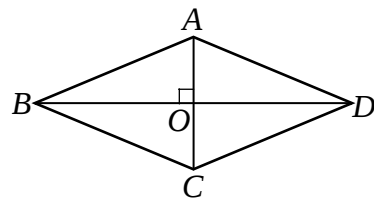
根據條件可求得 $\triangle BOC \cong \triangle DOA$ ，所以 $\overline{OB} = \overline{OD}$ ，
 所以四邊形 $ABCD$ 為菱形 (對角線互相垂直且平分)，
 因此四邊形 $ABCD$ 的周長 $= 9 \times 4 = 36$ ，故選 (A)。



- 4 (C) 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ，若 $\triangle ABO \cong \triangle CDO$ ， $\overline{AB} = 13$ ，則四邊形 $ABCD$ 的周長 = ? (20 分)

- (A) 39 (B) 48 (C) 52 (D) 78

根據條件可知 $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ ，且 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ，
 所以四邊形 $ABCD$ 為菱形 (對角線互相垂直且平分)，
 故四邊形 $ABCD$ 的周長 $= 13 \times 4 = 52$ ，故選 (C)。





- ① (D) 芝璇用 4 公分和 8 公分的竹籤組成下面 4 個平行四邊形，每個平行四邊形的兩組對邊長度分別是 4 公分、4 公分和 8 公分、8 公分，哪一個面積最大？(20 分)



相同對應邊長組合的平行四邊形，底相同

當此平行四邊形為矩形(長方形)時，高的長最大，此時面積會最大，故選 (D)。

- ② (C) 芝璇用 5 公分和 7 公分的竹籤組成下面 4 個平行四邊形，每個平行四邊形的兩組對邊長度分別是 5 公分、5 公分和 7 公分、7 公分，哪一個面積最大？(20 分)



- ③ (B) 品謙用兩支 6 公分和兩支 10 公分的竹籤組成一個平行四邊形，則此平行四邊形的最大面積 = ? (20 分)

(A) 30 cm^2 (B) 60 cm^2 (C) 90 cm^2 (D) 120 cm^2

最大面積為長方形，面積 = $6 \times 10 = 60$ ，故選 (B)。

- ④ (C) 立翔用兩支 10 公分和兩支 20 公分的竹籤組成一個平行四邊形，則此平行四邊形的最大面積 = ? (20 分)

(A) 100 cm^2 (B) 120 cm^2 (C) 200 cm^2 (D) 400 cm^2

最大面積為長方形，面積 = $10 \times 20 = 200$ ，故選 (C)。

- ⑤ (C) 立翔用兩支 12 公分和兩支 20 公分的竹籤組成一個平行四邊形，已知平行四邊形的兩組對角相等，則這兩組對角的角度為多少時，此平行四邊形的面積會最大？(20 分)

(A) 60° 、 60° 和 120° 、 120°
 (B) 75° 、 75° 和 105° 、 105°
 (C) 90° 、 90° 和 90° 、 90°
 (D) 不論角度為何，面積都一樣大

最大面積為長方形，四個角都是 90° ，故選 (C)。



Nani

基礎特訓班

4-3 特殊的四邊形

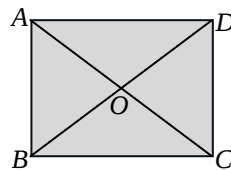
概念

7 矩形的判別性質：對角線互相平分且等長

____ 班 ____ 號

姓名

- ① 右圖四邊形 $ABCD$ 中，已知兩對角線互相平分且等長，
即 $\overline{AC} = \overline{BD}$ ， $\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OD}$ ，請回答下列問題。



- (1) (A) 由對角線互相平分可知，此四邊形為平行四邊形。

品謙用 SSS 全等性質說明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 時，過程如下：

$\triangle ABC$ 與 $\triangle DCB$ 中，

因為 $\overline{AC} = \overline{BD}$ (已知條件)， $\overline{BC} = \overline{CB}$ (公用邊)， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (SSS 全等性質)

品謙的說明過程中， $\overline{AB} = \overline{DC}$ 是利用了平行四邊形的哪一種性質？(20 分)

- (A) 對邊等長 (B) 對角線平分 (C) 對角相等 (D) 以上皆非

- (2) (D) 承 (1)，下列敘述何者正確？(20 分)

(A) $\angle ABC = \angle DCB$ (對應角相等)，且 $\angle ABC + \angle DCB = 180^\circ$ ($\square$ 同側內角互補)

(B) 由 (A) 選項可知， $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$

(C) 四邊形 $ABCD$ 為長方形

(D) 以上皆正確

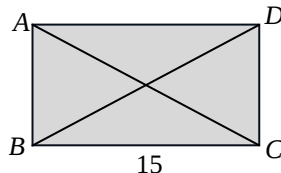
- ② (B) 右圖的四邊形 $ABCD$ 中，對角線 $\overline{AC} = \overline{BD} = 17$ 且互相平分， $\overline{BC} = 15$ ，則 $\overline{AB} = ?$

- (A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 10

因為四邊形 $ABCD$ 的對角線平分且等長，

因此，四邊形 $ABCD$ 為長方形，

則 $\overline{AB} = \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{64} = 8$ ，故選 (B)。



(20 分)

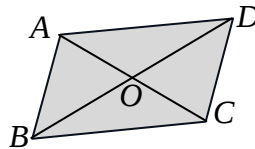
- ③ (B) 如圖(一)的 $\square ABCD$ 中， $\overline{AC} = 10$ ， $\overline{BD} = 14$ ，在 $\overleftrightarrow{AC}$ 上取兩點 E 、 F ，如圖(二)，使得 $\overline{AE} = \overline{CF} = a$ ，則四邊形 $EBFD$ 會是長方形，那麼 $a = ?$ (20 分)

- (A) 1 (B) 2

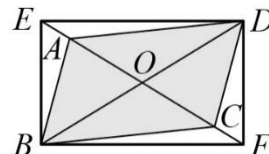
- (C) 3 (D) 4

讓對角線平分且等長， $14 - 10 = 4$ ，

$4 \div 2 = 2$ ，因此 $a = 2$ ，故選 (B)。



圖(一)



圖(二)

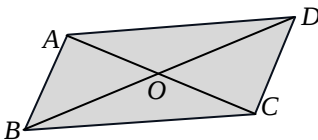
- ④ (C) 如圖(一)的 $\square ABCD$ 中， $\overline{AC} = 27$ ， $\overline{BD} = 39$ ，在 $\overleftrightarrow{AC}$ 上取兩點 E 、 F ，如圖(二)，使得 $\overline{AE} = \overline{CF} = a$ ，則四邊形 $EBFD$ 會是長方形，那麼 $a = ?$ (20 分)

- (A) 4 (B) 5

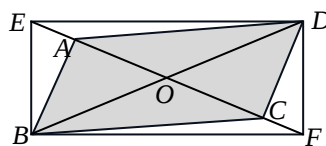
- (C) 6 (D) 7

讓對角線平分且等長， $39 - 27 = 12$ ，

$12 \div 2 = 6$ ，因此 $a = 6$ ，故選 (C)。



圖(一)



圖(二)



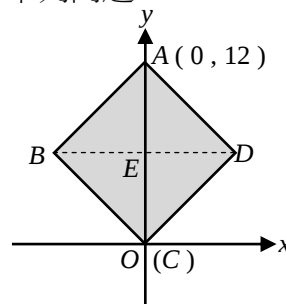
- 1 右圖的坐標平面上有一正方形 $ABCD$ ，已知 $A(0, 12)$ ， $C(0, 0)$ ，回答下列問題。

- (1) (**A**) E 點的坐標為何？(15分)

(A) $(0, 6)$ (B) $(0, 7)$ (C) $(6, 0)$ (D) $(7, 0)$

$$\overline{AE} = \overline{CE} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6, \text{ 所以 } E \text{ 點的 } y \text{ 坐標} = 6,$$

又 E 點的 x 坐標 $= 0$ ，因此 E 點的坐標為 $(0, 6)$ ，故選 (A)。



- (2) (**B**) D 點的坐標為何？(15分)

(A) $(7, 6)$ (B) $(6, 6)$ (C) $(6, 7)$ (D) $(7, 7)$

D 點的 y 坐標 $= E$ 點的 y 坐標 $= 6$ ，

又正方形的對角線互相垂直平分且等長，所以 $\overline{DE} = \overline{AE} = 6$ ，因此 D 點的 x 坐標 $= 6$ ，則 D 點的坐標為 $(6, 6)$ ，故選 (B)。

- (3) (**D**) B 點的坐標為何？(20分)

(A) $(-6, 7)$ (B) $(7, -6)$ (C) $(6, -6)$ (D) $(-6, 6)$

B 點的 y 坐標 $= E$ 點的 y 坐標 $= 6$ ，

又正方形的對角線互相垂直平分且等長，所以 $\overline{BE} = \overline{AE} = 6$ ，因此 B 點的 x 坐標 $= -6$ ，則 B 點的坐標為 $(-6, 6)$ ，故選 (D)。

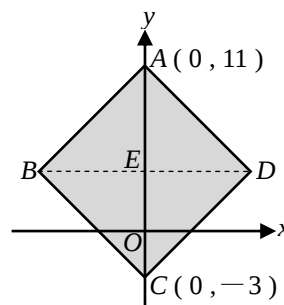
- 2 右圖的坐標平面上有一正方形 $ABCD$ ，已知 $A(0, 11)$ ， $C(0, -3)$ ，回答下列問題。

- (1) (**A**) E 點的坐標為何？(15分)

(A) $(0, 4)$ (B) $(0, 5)$ (C) $(0, 6)$ (D) $(0, 7)$

$$\overline{AE} = \overline{CE} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times [11 - (-3)] = \frac{1}{2} \times 14 = 7,$$

所以 E 點的 y 坐標 $= 11 - 7 = 4$ ，又 E 點的 x 坐標 $= 0$ ，因此 E 點的坐標為 $(0, 4)$ ，故選 (A)。



- (2) (**C**) D 點的坐標為何？(15分)

(A) $(7, 6)$ (B) $(7, 5)$ (C) $(7, 4)$ (D) $(6, 4)$

D 點的 y 坐標 $= E$ 點的 y 坐標 $= 4$ ，

又 $\overline{DE} = \overline{AE} = 7$ ，因此 D 點的 x 坐標 $= 7$ ，則 D 點的坐標為 $(7, 4)$ ，故選 (C)。

- (3) (**B**) B 點的坐標為何？(20分)

(A) $(-7, 6)$ (B) $(-7, 4)$ (C) $(-6, 5)$ (D) $(-6, 4)$

B 點的 y 坐標 $= E$ 點的 y 坐標 $= 4$ ，

B 點的 x 坐標 $= D$ 點的 x 坐標的相反數 $= -7$ ，則 B 點的坐標為 $(-7, 4)$ ，故選 (B)。



Nani

基礎特訓班

4-3 特殊的四邊形

概念 9 梯形的兩腰中點性質

____ 班 ____ 號

姓名

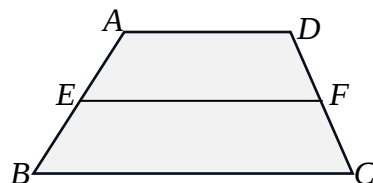
- 1 (D) 右圖的梯形 $ABCD$ 中， $\overline{EF}$ 為兩腰中點的連線，則下列敘述何者正確？(20 分)

(A) $\overline{AD} \parallel \overline{EF}$

(B) $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$

(C) $\overline{EF} = \frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC})$

(D) 以上皆正確



- 2 (C) 右圖的梯形 $ABCD$ 中， $\overline{EF}$ 為兩腰中點的連線，若 $\overline{AD} = 10$ ， $\overline{BC} = 20$ ，則 $\overline{EF} = ?$

(A) 12

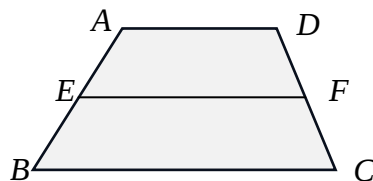
(B) 14

(C) 15

(D) 16

(20 分)

$\overline{EF} = \frac{1}{2} \times (10 + 20) = 15$ ，故選 (C)。



- 3 (B) 右圖的梯形 $ABCD$ 中， $\overline{EF}$ 為兩腰中點的連線，若 $\overline{AD} = 24$ ， $\overline{BC} = 40$ ，則 $\overline{EF} = ?$

(A) 30

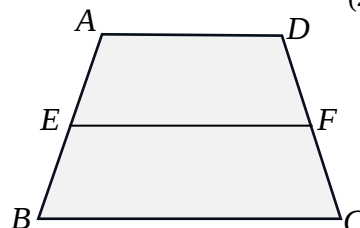
(B) 32

(C) 34

(D) 36

(20 分)

$\overline{EF} = \frac{1}{2} \times (24 + 40) = 32$ ，故選 (B)。



- 4 (A) 右圖的梯形 $ABCD$ 中， $\overline{EF}$ 為兩腰中點的連線，若 $\overline{AD} = 23$ ， $\overline{EF} = 34$ ，則 $\overline{BC} = ?$

(A) 45

(B) 43

(C) 41

(D) 39

(20 分)

$\overline{EF} = \frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) = \frac{1}{2} \times (23 + \overline{BC}) = 34$ ，

$23 + \overline{BC} = 68$ ， $\overline{BC} = 45$ ，故選 (A)。



- 5 (B) 右圖的梯形 $ABCD$ 中， $\overline{EF}$ 為兩腰中點的連線，若 $\overline{EF} = 25$ ， $\overline{BC} = 36$ ，則 $\overline{AD} = ?$

(A) 12

(B) 14

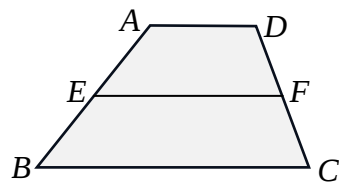
(C) 15

(D) 16

(20 分)

$\overline{EF} = \frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) = \frac{1}{2} \times (\overline{AD} + 36) = 25$ ，

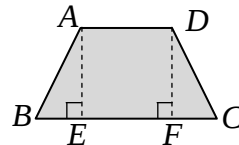
$\overline{AD} + 36 = 50$ ， $\overline{AD} = 14$ ，故選 (B)。





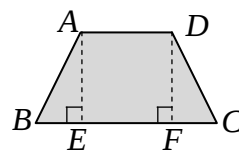
- 1 (D) 右圖梯形 $ABCD$ 中, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AE}$ 和 $\overline{DF}$ 為梯形的高, 則下列何者正確? (10分)

- (A) $\because \angle AEB = \angle DFC = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AE} = \overline{DF} \therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF$ (RHS 全等)
 (B) $\overline{BE} = \overline{FC}$ (對應邊相等)
 (C) $\angle AEB = \angle DFC$ (對應角相等)
 (D) 以上皆正確



- 2 (D) 右圖梯形 $ABCD$ 中, $\angle B = \angle C$, $\overline{AE}$ 和 $\overline{DF}$ 為梯形的高, 則下列敘述何者正確? (10分)

- (A) $\because \angle AEB = \angle DFC = 90^\circ$, $\angle B = \angle C$, $\overline{AE} = \overline{DF} \therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF$ (AAS 全等)
 (B) $\overline{AB} = \overline{DC}$ (對應邊相等)
 (C) $\overline{BE} = \overline{CF}$ (對應邊相等)
 (D) 以上皆正確



- 3 右圖的梯形, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AE}$ 和 $\overline{DF}$ 為梯形的高, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AD} = \overline{AE} = 4$, 則:

- (1) (C) $\overline{BE} + \overline{FC} = ?$ (10分)

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6

$\overline{BE} + \overline{FC} = \overline{BC} - \overline{EF} = 8 - 4 = 4$, 故選 (C)。

- (2) (A) $\overline{BE} = ?$ (15分)

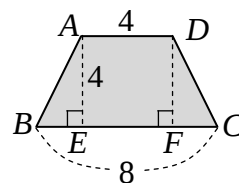
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6

依題意為等腰梯形, 則 $\overline{BE} = \overline{FC}$, 又 $\overline{BE} + \overline{FC} = 4$, 所以 $\overline{BE} = 2$, 故選 (A)。

- (3) (A) $\overline{AB} = ?$ (15分)

- (A) $2\sqrt{5}$ (B) $3\sqrt{5}$ (C) 5 (D) $5\sqrt{2}$

$\overline{AB} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$, 故選 (A)。



- 4 右圖的梯形, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\angle B = \angle C$, $\overline{AE}$ 和 $\overline{DF}$ 為梯形的高, $\overline{AB} = 13$, $\overline{AE} = 12$, 則:

- (1) (C) $\overline{BE} = ?$ (15分)

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 8

$\overline{BE} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5$, 故選 (C)。

- (2) (B) $\overline{BE} + \overline{FC} = ?$ (10分)

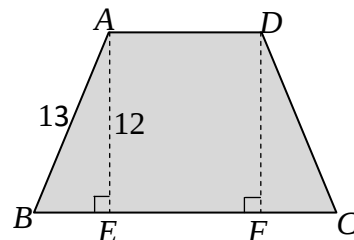
- (A) 16 (B) 10 (C) 8 (D) 6

依題意為等腰梯形, 則 $\overline{BE} = \overline{FC}$, 所以 $\overline{BE} + \overline{FC} = 5 \times 2 = 10$, 故選 (B)。

- (3) (A) 若 $\overline{AD} = 10$, 則 $\overline{BC} = ?$ (15分)

- (A) 20 (B) 19 (C) 18 (D) 16

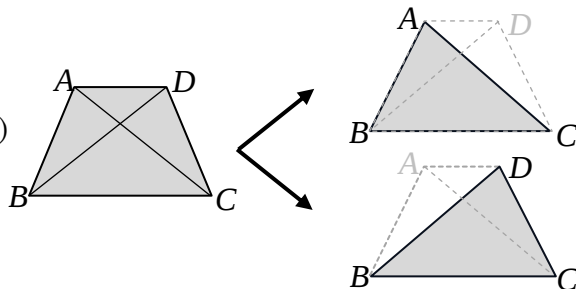
因為 $\overline{EF} = \overline{AD} = 10$, 所以 $\overline{BC} = (\overline{BE} + \overline{FC}) + \overline{EF} = 10 + 10 = 20$, 故選 (A)。





- ① (D) 右圖為等腰梯形， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ，下列何者是 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (SAS 全等) 的條件之一？(20 分)

- (A) $\overline{AB} = \overline{DC}$ (已知條件)
 (B) $\angle ABC = \angle DCB$ (等腰梯形的兩底角相等)
 (C) $\overline{BC} = \overline{BC}$ (公用邊)
 (D) 以上皆是



- ② (C) 承①，若 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 13$ ， $\overline{AC} = 12$ ，則 $\overline{BD} = ?$ (20 分)

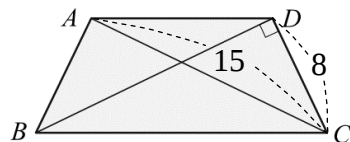
- (A) 8 (B) 11 (C) 12 (D) 13

$\overline{BD} = \overline{AC} = 12$ (對應邊等長)，即等腰梯形對角線等長，故選 (C)。

- ③ (A) 右圖的等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{CD} = 8$ ， $\overline{AC} = 15$ ， $\angle BDC = 90^\circ$ ，則 $\overline{BC} = ?$ (20 分)

- (A) 17 (B) 18 (C) 20 (D) 21

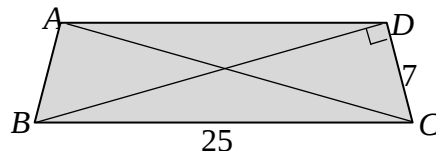
$\overline{BD} = \overline{AC} = 15$ (等腰梯形對角線等長)，
 所以 $\overline{BC} = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$ ，故選 (A)。



- ④ (D) 右圖的等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{BC} = 25$ ， $\overline{CD} = 7$ ， $\angle BDC = 90^\circ$ ，則 $\overline{AC} = ?$ (20 分)

- (A) 21 (B) 22 (C) 23 (D) 24

$\overline{AC} = \overline{BD} = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{576} = 24$ ，故選 (D)。



- ⑤ (C) 右圖的等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AC} = 8$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\angle BDC = 90^\circ$ ，則 $\overline{CD} = ?$ (20 分)

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

$\overline{BD} = \overline{AC} = 8$ ，
 所以 $\overline{CD} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$ ，故選 (C)。

