



# B4 1-1 數列



## 概念 1 認識數列



數列：\_\_\_\_\_。

說明：

### 數列的簡記

■ 項：數列中的每一個數叫做\_\_\_\_\_。

■ 項數：\_\_\_\_\_。

(1) 數列中第一個數字稱為第\_\_\_\_\_項  
(\_\_\_\_\_)，記為\_\_\_\_\_。

(2) 數列中第二個數稱為第\_\_\_\_\_項，  
記為\_\_\_\_\_。

(3) 數列中第  $n$  個數稱為第\_\_\_\_\_項，  
記為\_\_\_\_\_。

(4) 數列中最後一項稱為\_\_\_\_\_，  
記為\_\_\_\_\_。

說明：右圖為大樂透開獎號碼



(1) 請依開獎順序寫成數列：  
\_\_\_\_\_。

(2) 首 項  $a_1 = \underline{\quad}$  ;  $\underline{\quad}$

第 2 項  $a_2 = \underline{\quad}$  ;  $\underline{\quad}$

第 3 項  $a_3 = \underline{\quad}$  ;  $\underline{\quad}$

末 項  $a_n = \underline{\quad}$  ;  $\underline{\quad}$

項 數  $n = \underline{\quad}$  。

★無論有沒有規律、有沒有重複，  
只要一些數字排成一列，就可以  
稱為\_\_\_\_\_。

★數列的關鍵  
是\_\_\_\_\_。

★一些數字擠成一堆，可以稱他們  
為數列嗎？

★第二項  $a_2$  是否可以寫成  $a2$  ?  
或  $a^2$  ?

★第二項  $a_2$  是否可以寫成  $b_2$  ?



## 牛刀小試 1

1. 有一個數列如下：

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55,

則此數列的

第 1 項  $a_1 = \underline{\quad}$ ，第 2 項  $a_2 = \underline{\quad}$ ，

第 3 項  $a_3 = \underline{\quad}$ ，第 10 項  $a_{10} = \underline{\quad}$ 。

2. 已知  $\sqrt{3} = 1.73205080756\cdots$ 。若取前 10  
個數字形成一個數列如下：

1, 7, 3, 2, 0, 5, 0, 8, 0, 7

則此數列的

第 1 項  $a_1 = \underline{\quad}$ ，第 5 項  $a_5 = \underline{\quad}$ ，

第 10 項  $a_{10} = \underline{\quad}$ 。

3.  $\sqrt{2} = 1.4142135623730\cdots$ 。若取前  
10 個數字形成一個新數列如下：

1, 4, 1, 4, 2, 1, 3, 5, 6, 2

則此新數列的

第 1 項  $a_1 = \underline{\quad}$ ，第 2 項  $a_2 = \underline{\quad}$ ，

第 3 項  $a_3 = \underline{\quad}$ ，第 10 項  $a_{10} = \underline{\quad}$ 。

4. 圓周率為  $3.1415926535897932\cdots$ 。

若取前 10 個數字形成一個新數列如下：

3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3

則此新數列的

第 1 項  $a_1 = \underline{\quad}$ ，第 2 項  $a_2 = \underline{\quad}$ ，

第 3 項  $a_3 = \underline{\quad}$ ，第 10 項  $a_{10} = \underline{\quad}$ 。



# 例題 1 找出數列的規律



觀察下列規律，並在空格中填入適當的數。

- (1) 13, 25, 37, \_\_\_\_\_, 61, \_\_\_\_\_。
- (2) 16, 11, 6, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, -14。
- (3) 5, \_\_\_\_\_, 20, 40, 80, \_\_\_\_\_。
- (4) \_\_\_\_\_, 128, \_\_\_\_\_, 32, 16, 8, \_\_\_\_\_。
- (5) 1, 1, 2, 3, 5, \_\_\_\_\_, 13, \_\_\_\_\_, 34。

★ 已知一規律數列的前三項是

1, 2, 4, 請寫出下一項

1, 2, 4, \_\_\_\_\_。

1, 2, 4, \_\_\_\_\_。

想一想：

還有其他的答案嗎？



## 牛刀小試 2

1. 觀察下列數列的規律，並在空格中填入適當的數：

- (1) 1, 6, 11, 16, \_\_\_\_\_, 26。
- (2) 15, 11, 7, \_\_\_\_\_, -1。
- (3) 2, 6, 18, \_\_\_\_\_, 162。

2. 觀察下列數列的規律，並在空格中填入適當的數：

- (1) 21, 15, 9, 3, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_。
- (2) 9, \_\_\_\_\_, 17, 21, \_\_\_\_\_。
- (3) 4, 4, 8, 12, 20, 32, \_\_\_\_\_。

3. 觀察下列數列的規律，並在空格中填入適當的數：

- (1) 2, 5, 8, \_\_\_\_\_, 14。
- (2)  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ , \_\_\_\_\_,  $\frac{1}{6}$ 。
- (3) 1, 2, 4, \_\_\_\_\_, 11。

4. 觀察下列數列的規律，並在空格中填入適當的數：

- (1) 21, 14, 7, 0, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_。
- (2) 1, 4, 16, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, 1024。
- (3) -1, 1, -1, \_\_\_\_\_, -1。



## 例題 ② 循環小數的規律



將分數  $\frac{271}{333}$  化為小數後到  $\frac{271}{333} = 0.813813813\dots$ 。若將小數點後的數字依序

排成數列  $8, 1, 3, 8, 1, 3, \dots$ ，則：

- (1) 此數列的首項  $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 2 項  $a_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 3 項  $a_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；  
 第 4 項  $a_4 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 5 項  $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 6 項  $a_6 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；  
 第 7 項  $a_7 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 8 項  $a_8 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 9 項  $a_9 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。  
 (2) 此數列的第 31 項  $a_{31} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 42 項  $a_{42} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；第 60 項  $a_{60} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

★此數列有何規律？



## 牛刀小試 3

1. 已知數列  $1, 3, 8, 1, 3, 8, 1, 3, 8, \dots$ ，  
 設此數列為  $a_n$ ，  
 則  $a_{14} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $a_{24} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 已知數列  $1, 4, 5, 2, 1, 4, 5, 2, \dots$ ，設  
 此數列為  $b_n$ ，  
 則  $b_{26} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b_{35} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 已知  $\frac{15}{101} = 0.14851485\dots$ ，將小數點後  
 的數字依序排成數列  $1, 4, 8, 5, 1, 4, 8,$   
 $5, 1, 4, 8, 5, \dots$ ，設此數列為  $c_n$ ，則  
 $c_{23} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c_{40} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 已知  $\frac{5}{13} = 0.384615384615\dots$ ，將小數  
 點以後的數字依序排成數列  $3, 8, 4, 6,$   
 $1, 5, 3, 8, 4, 6, 1, 5, \dots$ ，設此數列為  
 $d_n$ ，則  $d_{17} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $d_{33} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



### 例題 3 圖形的規律



用等長的牙籤，依圖 1~圖 4 的規律排出相連的正方形。回答下列問題：

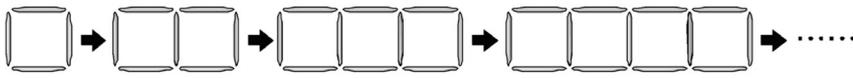


圖 1

圖 2

圖 3

圖 4

- (1) 請你算算看圖 1 要幾根牙籤？
- (2) 請你算算看圖 2 要幾根牙籤？
- (3) 請你算算看圖 3 要幾根牙籤？
- (4) 請你算算看圖 4 要幾根牙籤？
- (5) 說說看你是怎麼算的？
- (6) 你發現有什麼規律呢？

- (1) 如果要排出圖 7，需要幾根牙籤？
- (2) 如果排出圖  $n$  需要 37 根牙籤，則  $n = ?$
- (3) 是否剛好可用 65 根牙籤排出若干個相連且完整的正方形？



### 牛刀小試 4

1. 倩蓉用竹筷子依序排出下列圖形，則：



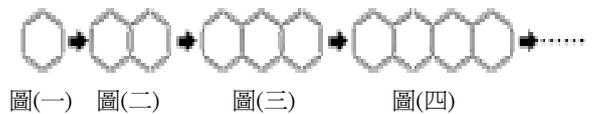
圖(一)

圖(二)

圖(三)

- (1) 圖(一)需要\_\_\_\_\_根竹筷子。  
圖(二)需要\_\_\_\_\_根竹筷子。  
圖(三)需要\_\_\_\_\_根竹筷子。  
圖(四)需要\_\_\_\_\_根竹筷子。
- (2) 圖(七)需要\_\_\_\_\_根竹筷子。
- (3) 你發現什麼規律？
- (4) 若圖( $m$ )需要 21 根竹筷子，則  
 $m =$ \_\_\_\_\_。

2. 小文用竹筷子依序排出下列圖形，則：



圖(一)

圖(二)

圖(三)

圖(四)

- (1) 圖(一)需要\_\_\_\_\_根竹筷子。  
圖(二)需要\_\_\_\_\_根竹筷子。  
圖(三)需要\_\_\_\_\_根竹筷子。  
圖(四)需要\_\_\_\_\_根竹筷子。
- (2) 圖(七)需要\_\_\_\_\_根竹筷子。
- (3) 你發現什麼規律？
- (4) 若圖( $m$ )需要 51 根竹筷子，則  
 $m =$ \_\_\_\_\_。



等差數列：

■公差：

說明：

2, 5, 8, 11, 14, 17

↓舉例

例 1. 體重刻度 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 是等差數列嗎？如果是，公差多少？

例 2. 溫度計 25, 20, 15, 10, 5, 0, -5 是等差數列嗎？如果是，公差多少？

例 3. 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7 是等差數列嗎？如果是，公差多少？

★公差可以是正數、負數或 0。



### 牛刀小試 5

1. 判斷下列數列是否為等差數列，是的話在

內打「✓」，並找出公差  $d$ 。

(1)  8, 6, 4, 2, 0, -2, -4

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  -1, -1, -1, -1, -1

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3)  1, 2, 4, 7, 11, 16, 22

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4)  3, 30, 300, 3000, 30000

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 判斷下列數列是否為等差數列，是的話在

內打「✓」，並找出公差  $d$ 。

(1)  2, 4, 6, 8, 10, ,

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  2, 4, 8, 16, 32, ,

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3)  2, 2, 2, 2, 2

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4)   $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}$

$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



## 例題 4 認識等差數列



- ① (1) 若等差數列的首項為 3，公差為 4，寫出此等差數列的前 5 項。
- (2) 若等差數列的首項為 20，公差為  $-3$ ，寫出此等差數列的前 5 項。
- ② 填入適當的數，使其成為等差數列。
- (1)  $5, 1, -3, \underline{\hspace{1cm}}, -11, \underline{\hspace{1cm}}$ 。
- (2)  $3\sqrt{5}, 6\sqrt{5}, 9\sqrt{5}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$ 。

- (1) 如果等差數列是  
 $\underline{\hspace{1cm}}, 2, 5, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$   
 請問：首項是多少？
- 公差是多少？
- (2) 如果等差數列是  
 $\underline{\hspace{1cm}}, 2, \underline{\hspace{1cm}}, 6, \underline{\hspace{1cm}}$   
 請問：首項是多少？
- 公差是多少？

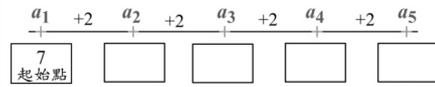


## 牛刀小試 6

1. (1) 已知一等差數列的首項  $a_1$  為 5，公差  $d$  為 2，請寫出前五項。
- (2) 已知一等差數列的首項  $a_1$  為 19，公差  $d$  為  $-3$ ，請寫出前五項。
2. 請在下列空格中填入適當的數，使各數列成為等差數列：
- (1)  $9, 17, 25, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$ 。
- (2)  $77, \underline{\hspace{1cm}}, 55, \underline{\hspace{1cm}}, 33$ 。
- (3)  $\sqrt{5}, 2\sqrt{5}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$ 。
3. 請在下列空格中填入適當的數，使各數列成為等差數列：
- (1)  $\underline{\hspace{1cm}}, 1, -3, \underline{\hspace{1cm}}, -11$ 。
- (2)  $\underline{\hspace{1cm}}, 14, \underline{\hspace{1cm}}, 0, \underline{\hspace{1cm}}$ 。

等差數列的第  $n$  項

$$a_n = \underline{\hspace{2cm}}。$$

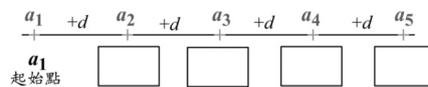


$$a_2 = 7 + \underline{\hspace{1cm}}$$

$$a_3 = 7 + \underline{\hspace{1cm}}$$

$$a_4 = 7 + \underline{\hspace{1cm}}$$

$$a_n = 7 + \underline{\hspace{1cm}}$$



$$a_2 = a_1 + \underline{\hspace{1cm}}$$

$$a_3 = a_1 + \underline{\hspace{1cm}}$$

$$a_4 = a_1 + \underline{\hspace{1cm}}$$

$$a_n = a_1 + \underline{\hspace{1cm}}$$

★ 想一想：

每一項要「加」多少才會等於下一項？

每一項要「加」幾次才會等於某一項？

★ 由左邊的式子，可知

首項  $a_1 = \underline{\hspace{1cm}}$ ；公差  $d = \underline{\hspace{1cm}}$ 

(1)  $a_5 =$

(2)  $a_{10} =$



## 牛刀小試 7

1. 已知一等差數列的首項  $a_1$  為 17，公差  $d$  為 5，則  $a_9 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 已知一等差數列的首項  $a_1$  為 -1，公差  $d$  為 4，則  $a_{11} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 已知一等差數列的首項  $a_1$  為 30，公差  $d$  為 -3，則  $a_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 已知一等差數列的首項  $a_1 = 8$ ，公差  $d = -3$ ，則  $a_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



## 例題 5 等差數列的第 $n$ 項



已知  $3, 7, 11, 15, \dots, 83$  為等差數列，則：

- (1) 首項  $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；公差  $d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 此數列的第 7 項  $a_7 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 43 是第幾項？
- (4) 此等差數列共有幾項？

★ 想一想

32 是此等差數列其中一項嗎？



## 牛刀小試 8

1.  $1, 4, 7, \dots, 37$  是等差數列，則

- (1) 首項  $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；公差  $d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 此數列的第 8 項  $a_8 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 28 是第          項。

3. 已知  $25, 23, 21, \dots, 3$  為等差數列，則：

- (1) 15 是第          項。
- (2) 此等差數列共有          項。

2. 已知  $1, 6, \dots, 101$  為等差數列，則

- (1) 首項  $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；公差  $d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 此數列的第 8 項  $a_8 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 51 是第          項。

4. 已知  $41, 37, 33, \dots, 1$  為等差數列，則：

- (1) 21 是第          項。
- (2) 此等差數列共有          項。



## 例題 6 等差數列的第 $n$ 項應用



1 到 100 的整數中，3 的倍數共有幾個？

首項 = \_\_\_\_\_，末項 = \_\_\_\_\_，公差 = \_\_\_\_\_

★思路：



### 牛刀小試 9

1.  $6, 12, 18, 24, \dots, 90$ 。

(1) 首項  $a_1 =$  \_\_\_\_\_，公差  $d =$  \_\_\_\_\_。

(2) 第 8 項  $a_8 =$  \_\_\_\_\_。

(3) 90 是第 \_\_\_\_\_ 項。

2.  $4, 8, 12, 16, \dots, 84$ 。

(1) 首項  $a_1 =$  \_\_\_\_\_，公差  $d =$  \_\_\_\_\_。

(2) 第 8 項  $a_8 =$  \_\_\_\_\_。

(3) 84 是第 \_\_\_\_\_ 項。

3. 自 1 到 100 的整數中，6 的倍數共有幾個？

4. 自 1 到 100 的整數中，7 的倍數共有幾個？



## 等比數列

## ■ 公比

說明：

3, 6, 12, 24, 48, 96

## ↓ 舉例

例 1. 2, 4, 6, 8, 10 是等比數列嗎？如果是，公比是多少？

例 2. 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7 是等比數列嗎？如果是，公比是多少？

例 3. -7, 7, -7, 7, -7, 7, -7 是等比數列嗎？如果是，公比是多少？

★ 公比可以是 0 嗎？

★ 等差數列的首項可以是 0 嗎？  
等比數列的首項可以是 0 嗎？

## 牛刀小試 10

1. 下列哪些數列為等比數列？

答：\_\_\_\_\_。

(A) 1, 2, 3, 4, 5

(B) 1, 2, 4, 6, 8

(C) 4, 4, 4, 4, 4

(D) -3, 3, -3, 3, -3

(E) 1, 3, 6, 12, 36

(F) 5, 10, 20, 40, 60

2. 判斷下列數列是否為等比數列，是的話在

 內打「✓」，並找出公比  $r$ 。(1)  2, 4, 6, 8, 10 $r =$  \_\_\_\_\_。(2)  2, 2, 2, 2, 2 $r =$  \_\_\_\_\_。(3)  2, -2, 2, -2, 2, \_\_\_\_\_, $r =$  \_\_\_\_\_。(4)  0, 2, 0, 2, 0, 2。 $r =$  \_\_\_\_\_。(5)  -2, 4, -8, 16, -32。 $r =$  \_\_\_\_\_。



## 例題 7 認識等比數列



- ① (1) 若等比數列的首項為3，公比為2，寫出此等比數列的前5項。  
 (2) 若等比數列的首項為2，公比為-3，寫出此等比數列的前5項。
- ② 填入適當的數，使其成為等比數列。
- (1) 5, 10, \_\_\_\_\_, 40, \_\_\_\_\_。
- (2) 162, 54, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, 2。
- (3) 5, -15, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, 405。

- (1) 如果等比數列是  
 \_\_\_\_\_、3、6、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_  
 請問：首項是多少？  
 公比是多少？
- (2) 如果等比數列是  
 \_\_\_\_\_、5、\_\_\_\_\_、20、\_\_\_\_\_  
 請問：首項是多少？  
 公比是多少？

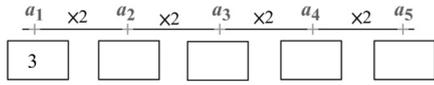


## 牛刀小試 11

1. (1) 已知一等比數列的首項為2，公比為3，寫出此等比數列的前5項。
- (2) 已知一等比數列的首項  $a_1$  為3，公比為-2，寫出此等比數列的前5項。
2. 在空格中填入適當的數，使各數列成為等比數列：
- (1) 1, 3, 9, 27 \_\_\_\_\_。
- (2) 48, 24, 12, 6, \_\_\_\_\_。
- (3) 1, \_\_\_\_\_, 4, -8, \_\_\_\_\_。
3. 在空格中填入適當的數，使各數列成為等比數列：
- (1) \_\_\_\_\_, 6, 18, \_\_\_\_\_。
- (2) \_\_\_\_\_, 27, \_\_\_\_\_, 3。

等比數列的第  $n$  項

$$a_n = \underline{\hspace{2cm}}。$$

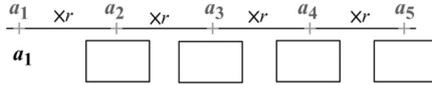


$$a_2 = 3 \times \underline{\hspace{1cm}}$$

$$a_3 = 3 \times \underline{\hspace{1cm}}$$

$$a_4 = 3 \times \underline{\hspace{1cm}}$$

$$a_n = 3 \times \underline{\hspace{1cm}}$$



$$a_2 = a_1 \times \underline{\hspace{1cm}}$$

$$a_3 = a_1 \times \underline{\hspace{1cm}}$$

$$a_4 = a_1 \times \underline{\hspace{1cm}}$$

$$a_n = a_1 \times \underline{\hspace{1cm}}$$

★ 想一想：

每一項要「乘」多少才會等於下一項？

每一項要「乘」幾次才會等於某一項？

★ 由左邊的式子，可知

首項  $a_1 = \underline{\hspace{1cm}}$ ；公比  $r = \underline{\hspace{1cm}}$ 

(1)  $a_5 = \underline{\hspace{1cm}}$

(2)  $a_7 = \underline{\hspace{1cm}}$



## 牛刀小試 12

1. (1) 已知一等比數列的首項  $a_1$  為 5，公比為 1，則  $a_5 = \underline{\hspace{1cm}}$ 。(2) 已知一等比數列的首項  $a_1$  為 5，公比為 2，則  $a_4 = \underline{\hspace{1cm}}$ 。(3) 已知一等比數列的首項  $a_1$  為 2，公比為 3，則  $a_5 = \underline{\hspace{1cm}}$ 。2. (1) 已知一等比數列的首項  $a_1$  為 5，公比為  $-1$ ，則  $a_5 = \underline{\hspace{1cm}}$ 。(2) 已知一等比數列的首項  $a_1$  為 5，公比為  $-2$ ，則  $a_4 = \underline{\hspace{1cm}}$ 。(3) 已知一等比數列的首項  $a_1$  為 2，公比為  $-3$ ，則  $a_5 = \underline{\hspace{1cm}}$ 。



## 例題 8 等比數列的第 $n$ 項



已知一等比數列  $3, 6, 12, 24, \dots$ ，則：

- (1) 首項  $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；公比  $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 第 7 項  $a_7 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 192 是第幾項？

★想一想

196 是此等比數列其中一項嗎？



## 牛刀小試 13

1. 有一等比數列  $1, 2, 4, \dots$ ，

- (1) 首項  $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$
- (2) 公比  $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 第 6 項  $a_6 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 已知一等比數列的首項  $a_1$  為 1，

公比為 3，則第 5 項  $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 有一等比數列  $2, -6, 18, \dots$ ，

- (1) 首項  $a_1 = \underline{\hspace{2cm}}$
- (2) 公比  $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 第 6 項  $a_6 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 已知一等比數列的首項  $a_1$  為 3，

公比為  $-2$ ，則第 6 項  $a_6 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



等差中項：三數成等差數列時，

說明：

↓舉例

(1) 3 與 9 的等差中項是 = \_\_\_\_\_。

(2) 填入適當的數，使數列成爲等差數列：  
\_\_\_\_, 4, \_\_\_\_\_, 10, \_\_\_\_\_。

★ 若 3,  $x$  的等差中項是 6, 則

$x =$  \_\_\_\_\_



### 牛刀小試 14

1. (1) 若 28 與 14 的等差中項為  $x$ ，  
則  $x =$  \_\_\_\_\_。

(2) 若 15 與  $-7$  的等差中項為  $x$ ，  
則  $x =$  \_\_\_\_\_。

2. (1) 若兩數 7、 $x$  的等差中項為 15，  
則  $x =$  \_\_\_\_\_。[提示：7, 15,  $x$ ]

(2) 若兩數 13、 $y$  的等差中項為 19，  
則  $y =$  \_\_\_\_\_。[提示：13, 19,  $y$ ]

3. 在下列各空格中填入適當的數，使數列成爲等差數列。

(1) \_\_\_\_\_, 4, \_\_\_\_\_, 10, \_\_\_\_\_。

(2) \_\_\_\_\_, 27, \_\_\_\_\_, 13, \_\_\_\_\_。



等比中項：三數成等比數列時，

說明：

↓舉例

- (1) 3 與 12 的等比中項 是\_\_\_\_\_。
- (2) 填入適當的數，使數列成爲等比數列：  
 \_\_\_\_\_, 3, \_\_\_\_\_, 27, \_\_\_\_\_。(已知公比是正數)

★ 若 2,  $x$  的等比中項是 8, 則  
 $x =$ \_\_\_\_\_



### 牛刀小試 15

1. (1) 若 4、9 的等比中項為  $x$ ，  
 則  $x =$ \_\_\_\_\_。
- (2) 若 12、3 的等比中項為  $x$ ，  
 則  $x =$ \_\_\_\_\_。
2. (1) 若  $a, b, c$  三數為等比數列，且等比中  
 項為 4，則  $a \times c =$ \_\_\_\_\_。
- (2) 若  $e, f, g$  三數為等比數列，且等比中  
 項為 11，則  $e \times g =$ \_\_\_\_\_。
3. (1) 2、 $x$  兩數的等比中項為 8，  
 則  $x =$ \_\_\_\_\_。〔提示：2, 8,  $x$ 〕
- (2) 60、 $y$  兩數的等比中項為 30，  
 則  $y =$ \_\_\_\_\_。〔提示：60, 30,  $y$ 〕



牛刀小試 1

- 1, 1, 2, 55
- 1, 0, 7
- 1, 4, 1, 2
- 3, 1, 4, 3

牛刀小試 2

- 21, 3, 54
- (1) -3, -9  
(2) 13, 25  
(3) 52
- (1) 11 (2)  $\frac{1}{5}$  (3) 7
- (1) -7, -14  
(2) 64, 256  
(3) 1

牛刀小試 3

- 3, 8
- 4, 5
- 8, 5
- 1, 4

牛刀小試 4

- (1) 3, 5, 7, 9  
(2) 15  
(3) 每個圖片都跟前一個圖片多 2  
(4) 10
- (1) 6, 11, 16, 21  
(2) 36  
(3) 每個圖片都跟前一個圖片多 5  
(4) 10

牛刀小試 5

- (1)  ,  $d = -2$  。  
(2)  ,  $d = 0$  。  
(3)   
(4)
- (1)  ,  $d = 2$  。  
(2)   
(3)  ,  $d = 0$  。  
(4)

牛刀小試 6

- (1) 5, 7, 9, 11, 13  
(2) 19, 16, 13, 10, 7
- (1) 33, 41  
(2) 66, 44  
(3)  $3\sqrt{5}$  ,  $4\sqrt{5}$
- (1) 5, -7  
(2) 21, 7, -7

牛刀小試 7

- 57
- 39
- 3
- 19

牛刀小試 8

- (1) 1, 3  
(2) 22  
(3) 10
- (1) 1, 5  
(2) 36  
(3) 11
- (1) 6  
(2) 12
- (1) 6 個  
(2) 11 個

牛刀小試 9

- (1) 6, 6 (2) 48 (3) 15
- (1) 4, 4 (2) 32 (3) 21
- 16
- 14

牛刀小試 10

- C、D
- (1)   
(2)  ,  $r = 1$   
(3)  ,  $r = -1$   
(4)  ,  
(5)  ,  $r = -2$

牛刀小試 11

- (1) 2, 6, 18, 54, 162  
(2) 3, -6, 12, -24, 48
- (1) 81  
(2) 3  
(3) -2, 16
- (1) 2, 54  
(2) 81, 9

牛刀小試 12

- (1) 5  
(2) 40  
(3) 162
- (1) 5  
(2) -40  
(3) 162

牛刀小試 13

- (1) 1 (2) 2 (3) 32
- (1) 2 (2) -3 (3) -486
- 81
- 96

牛刀小試 14

- (1) 21  
(2) 4
- (1) 23  
(2) 25  
(1) 1, 7, 13  
(2) 34, 20, 6

牛刀小試 15

- (1)  $\pm 6$   
(2)  $\pm 6$
- (1) 16  
(2) 121
- (1) 32  
(2) 15



# B4 1-2 等差級數



概念

## ① 級數和等差級數



① 將一個「數列」的每一項用「+」號連接起來，稱為\_\_\_\_\_。

② 將一個「等差數列」的每一項用「+」連接起來，稱為\_\_\_\_\_。

【例】

(1) 1, 1, 2, 3, 5, 8 稱為 \_\_\_\_\_ ,  
1+1+2+3+5+8 稱為\_\_\_\_\_。

(2) 1, 3, 5, 7, 9 稱為 \_\_\_\_\_ ,  
1+3+5+7+9 稱為 \_\_\_\_\_。

★ 1-2-5-8 是不是級數？  
為什麼？



## 牛刀小試 2

1. (1) 1, 1, 2, 3, 5, 8 稱為\_\_\_\_\_。

(2) 1+1+2+3+5+8 稱為\_\_\_\_\_。

2. (1) 1, 3, 5, 7, 9, 11 稱為\_\_\_\_\_。

(2) 1+3+5+7+9+11 稱為\_\_\_\_\_。



❶ 等差數列：1, 3, 5, 7, 9, 11。

❷ 等差級數：1+3+5+7+9+11。

一共有\_\_\_\_\_項， $1+3+5+7+9+11=_____$ 。

❸ 等差數列： $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 。

等差級數： $a_1+a_2+a_3+\dots+a_n=$

$$S_1=$$

$$S_2=$$

$$S_3=$$

$$\vdots$$

$$S_n=$$

★等差級數：

$$1+3+5+7+9+11。$$

$$S_1=$$

$$S_2=$$

$$S_3=$$

$$S_4=$$

$$S_5=$$

$$S_6=$$



## 牛刀小試 2

1. 若等差級數為  $2+4+6+8+10$ ，則

$$S_1=$$

$$S_2=$$

$$S_3=$$

$$S_4=$$

$$S_5=$$

2. 若等差級數為  $b_1+b_2+b_3+b_4+\dots+b_n$ ，則

$$S_1=$$

$$S_2=$$

$$S_3=$$

$$S_4=$$

$$S_n=$$

3. 若等差數列為 1, 4, 7, 10, 13，則

(1)  $1+4=S_{\square}$ ， $\square=_____$ 。

(2)  $1+4+7=S_{\square}$ ， $\square=_____$ 。

(3)  $1+4+7+10=S_{\square}$ ， $\square=_____$ 。

(4)  $1+4+7+10+13=S_{\square}$ ， $\square=_____$ 。

4. 若等差數列為  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, a_n$ ，則

(1)  $a_1+a_2=S_{\square}$ ， $\square=_____$ 。

(2)  $a_1+a_2+a_3=S_{\square}$ ， $\square=_____$ 。

(3)  $a_1+a_2+a_3+a_4=S_{\square}$ ， $\square=_____$ 。

(4)  $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=S_{\square}$ ， $\square=_____$ 。

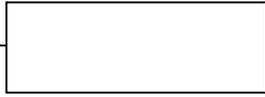
(5)  $a_1+a_2+a_3+\dots+a_n=S_{\square}$ ， $\square=_____$ 。



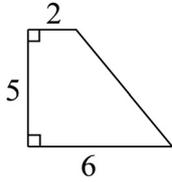
# 溫故知新 ① 梯形面積



梯形面積公式

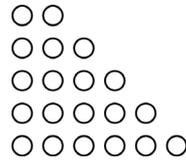


①



梯形面積 = \_\_\_\_\_

②



一共有多少個圓圈？

③ 等差級數

$$2 + 3 + 4 + 5 + 6$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

等差級數求和可以用梯形面積公式。

上底就是 \_\_\_\_\_，

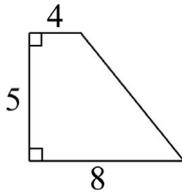
下底就是 \_\_\_\_\_，

高就是 \_\_\_\_\_。

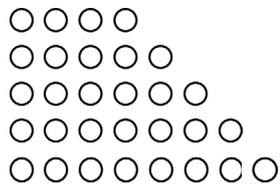


## 牛刀小試 ③

1. (1) 梯形面積 = \_\_\_\_\_。



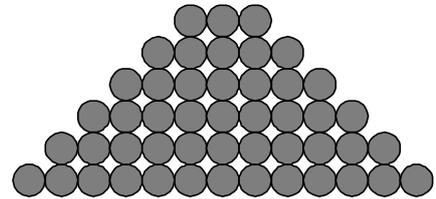
(2) 一共有多少個圓圈？ \_\_\_\_\_ 個。



(3) 等差級數  $4 + 5 + 6 + 7 + 8 =$

梯形面積 = \_\_\_\_\_。

2. 右圖中，灰色球共有 \_\_\_\_\_ 顆。





# 例題 ① 等差級數求和 1



①  $2+4+6+8+10+12+14+16=?$

首項 = \_\_\_\_\_，末項 = \_\_\_\_\_，項數 = \_\_\_\_\_

梯形面積公式 =  $\frac{(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高}}{2} =$  \_\_\_\_\_

②  $2+4+6+\dots+16=?$

首項 = \_\_\_\_\_，末項 = \_\_\_\_\_，項數 = \_\_\_\_\_

梯形面積公式 = \_\_\_\_\_

等差級數的和 = \_\_\_\_\_



## 牛刀小試 4

1. 求下列等差級數的和

(1)  $1+5+9+13+17+21+25=?$

首項 = \_\_\_\_\_；末項 = \_\_\_\_\_，  
項數 = \_\_\_\_\_。

(2)  $8+16+24+32+40+48=?$

首項 = \_\_\_\_\_；末項 = \_\_\_\_\_，  
項數 = \_\_\_\_\_。

2. 求下列等差級數的和

(1)  $1+5+9+\dots+25=?$

首項 = \_\_\_\_\_，末項 = \_\_\_\_\_，  
項數 = \_\_\_\_\_。

(2)  $8+16+24+\dots+48=?$

首項 = \_\_\_\_\_；末項 = \_\_\_\_\_，  
項數 = \_\_\_\_\_。



## 例題 ② 等差級數求和 2



①  $1+4+7+10+13+16+19=$  \_\_\_\_\_  
 首項 = \_\_\_\_\_，末項 = \_\_\_\_\_，項數 = \_\_\_\_\_  
 梯形面積公式 = \_\_\_\_\_  
 等差級數的和 = \_\_\_\_\_

②  $1+4+7+\cdots+19=$  \_\_\_\_\_  
 首項 = \_\_\_\_\_，末項 = \_\_\_\_\_，項數 = \_\_\_\_\_  
 梯形面積公式 = \_\_\_\_\_  
 等差級數的和 = \_\_\_\_\_



## 牛刀小試 5

1. 求下列等差級數的和

(1)  $2+5+8+11+14+17+20+23$   
 $=$  \_\_\_\_\_。  
 首項 = \_\_\_\_\_；末項 = \_\_\_\_\_，  
 項數 = \_\_\_\_\_。

(2)  $4+7+10+13+16+19+22+25$   
 $=$  \_\_\_\_\_。  
 首項 = \_\_\_\_\_；末項 = \_\_\_\_\_，  
 項數 = \_\_\_\_\_。

2. 求下列等差級數的和

(1)  $2+5+8+\cdots+26=$  \_\_\_\_\_。  
 首項 = \_\_\_\_\_；末項 = \_\_\_\_\_，  
 項數 = \_\_\_\_\_。

(2)  $4+7+10+\cdots+25=$  \_\_\_\_\_。  
 首項 = \_\_\_\_\_；末項 = \_\_\_\_\_，  
 項數 = \_\_\_\_\_。



### 例題 ③ 等差級數求和 3



①  $2+5+8+\cdots+65=?$

②  $3+8+13+\cdots+103=?$



### 牛刀小試 6

1. 求下列等差級數的和

(1)  $2+4+\cdots+32=$ \_\_\_\_\_。

首項 = \_\_\_\_\_；末項 = \_\_\_\_\_，  
項數 = \_\_\_\_\_。

(2)  $2+6+10+\cdots+42=$ \_\_\_\_\_。

首項 = \_\_\_\_\_；末項 = \_\_\_\_\_，  
項數 = \_\_\_\_\_。

2. 求下列等差級數的和

(1)  $3+5+\cdots+33=$ \_\_\_\_\_。

首項 = \_\_\_\_\_；末項 = \_\_\_\_\_，  
項數 = \_\_\_\_\_。

(2)  $3+6+9+\cdots+33=$ \_\_\_\_\_。

首項 = \_\_\_\_\_；末項 = \_\_\_\_\_，  
項數 = \_\_\_\_\_。



## 例題 4 等差級數求和 4



❶  $(-25)+(-23)+(-21)+\cdots+(-7)=?$

❷  $58+51+44+\cdots+(-12)=?$



## 牛刀小試 7

1. 求下列等差級數的和

(1)  $(-27)+(-19)+(-11)+(-3)+5$   
 $+13+21=?$

(2)  $(-23)+(-17)+(-11)+(-5)+1$   
 $+7+13=?$

2. 求下列等差級數的和

(1)  $(-27)+(-19)+\cdots+21=?$

(2)  $(-23)+(-17)+\cdots+13=?$



## 例題 5 等差級數求和 5



① 求 1 到 100 中所有 7 的倍數的和。

\_\_\_\_\_

梯形面積公式 = \_\_\_\_\_

上底是 \_\_\_\_\_，下底是 \_\_\_\_\_，高是 \_\_\_\_\_

總和是 \_\_\_\_\_



### 牛刀小試 8

1. (1) 1 到 100 的整數中，所有 6 的倍數的  
總和為 = \_\_\_\_\_。

2. (1) 1 到 50 的整數中，所有 3 的倍數的總  
和 = \_\_\_\_\_。

(2) 在 1~200 的整數中，所有 9 的倍數的  
總和為 = \_\_\_\_\_。

(2) 1 到 100 的整數中，所有 7 的倍數的  
總和 = \_\_\_\_\_。



概念

### ③ 已知首項和公差，求前 $n$ 項的和



有一等差級數的首項是 3，公差是 4，求前 10 項的和？

梯形面積公式 = \_\_\_\_\_

上底是 \_\_\_\_\_，下底是 \_\_\_\_\_，高是 \_\_\_\_\_

等差級數的和 = \_\_\_\_\_



### 牛刀小試 9

1. (1) 若一等差級數的首項為 2，公差為 3，  
則此等差級數前 8 項的和為何？

2. (1) 若一等差數列的首項為 25，公差為  
-2，則此等差級數前 20 項的和為  
何？

(2) 若一等差級數的首項為 3，公差為 5，  
則此等差級數前 10 項的和為何？

(2) 若一等差級數的首項為 -2，公差為  
-3，則此等差級數前 10 項的和為  
何？



概念

## ④ 已知首項和前 $n$ 項的和，求公差



有一等差級數的首項是 7，前 8 項的和為 140，則公差是多少？

梯形面積公式 = \_\_\_\_\_

上底是 \_\_\_\_\_，下底是 \_\_\_\_\_，高是 \_\_\_\_\_

面積是 \_\_\_\_\_

可以列出式子：



### 牛刀小試 10

1. (1) 已知一等差級數的首項為 11，前 8 項的和為 144，則公差為 \_\_\_\_\_。

2. (1) 已知一等差級數的首項為  $(-4)$ ，前 7 項的和為 35，則公差為 \_\_\_\_\_。

(2) 已知一等差級數的首項為 2，前 9 項的和為 198，則公差為 \_\_\_\_\_。

(2) 已知一等差級數的首項為 29，前 8 項的和為 176，則公差為 \_\_\_\_\_。



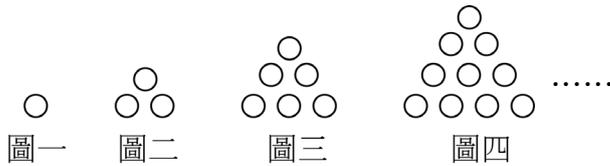
已知等差級數  $47 + 44 + 41 + \dots$  求：

- ① 從第幾項開始為負數？
  
- ② 若前  $n$  項的和為最大，則  $n = ?$



## 牛刀小試 11

1. 有一等差級數  $42 + 37 + 32 + \dots$ ，則前 \_\_\_\_\_ 項的和為最大，此時和 \_\_\_\_\_。
  
2. 有一等差級數  $65 + 59 + 53 + \dots$ ，則前 \_\_\_\_\_ 項的和為最大，此時和為 \_\_\_\_\_。
  
3. 有一等差級數的首項為 78，公差為  $-4$ ，則從第 \_\_\_\_\_ 項開始的數為負數，且此級數的和最大為 \_\_\_\_\_。
  
4. 有一等差級數的首項為  $-82$ ，公差為 6，則從第 \_\_\_\_\_ 項開始的數為正數，且此級數的和最小為 \_\_\_\_\_。



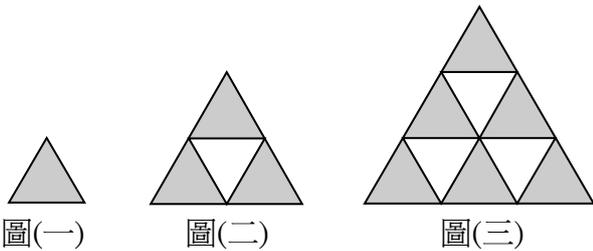
依照上面圖形的規則，回答下面的問題。

- (1) 請畫出圖五
- (2) 請問：圖五共有幾個圓圈？
- (3) 請問：圖十共有幾個圓圈？
- (4) 請問：圖 N 共有幾個圓圈？



## 牛刀小試 12

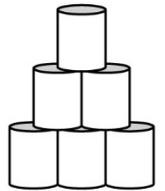
1.



觀察圖(一)、圖(二)、圖(三)中，灰色三角形排列的方式。若依此規則繼續排列，則：

- (1) 圖(五)一共需要幾張灰色三角形？
- (2) 圖(十)一共需要幾張灰色三角形？
- (3) 第幾個圖排了 78 張灰色三角形？

2. 小美在美術課時，利用空奶粉罐堆疊如右的造型。已知最上層有 1 罐，第二層有 2 罐，……



依序每一層比上一層多 1 罐。

- (1) 疊 5 層，一共需要幾罐奶粉？
- (2) 疊 10 層，一共需要幾罐奶粉？
- (3) 若總共疊了 66 罐奶粉，則共疊幾層？



牛刀小試 1

- (1) 數列  
(2) 級數
- (1) 等差數列  
(2) 等差級數

牛刀小試 2

- $S_1=2, S_2=6, S_3=12, S_4=20,$   
 $S_5=30$
- $S_1=b_1$   
 $S_2=b_1+b_2$   
 $S_3=b_1+b_2+b_3$   
 $S_4=b_1+b_2+b_3+b_4$   
 $S_n=b_1+b_2+b_3+b_4+\cdots+b_n$
- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4
- (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (5)  $n$

牛刀小試 3

- (1) 30 (2) 30 (3) 30
- $\frac{(3+13)\times 6}{2}=48$

牛刀小試 4

- (1) 91、1、25、7  
(2) 168、8、48、6
- (1) 91、1、25、7  
(2) 168、8、48、6

牛刀小試 5

- (1) 100、2、23、8  
(2) 116、4、25、8
- (1) 126、2、26、9  
(2) 116、4、25、8

牛刀小試 6

- (1) 272、2、32、16  
(2) 242、2、42、11
- (1) 288、3、33、16  
(2) 198、3、33、11

牛刀小試 7

- (1)  $\frac{[(-27)+21]\times 7}{2}=-21$   
(2)  $\frac{[(-23)+13]\times 7}{2}=-35$
- (1) -21  
(2) -35

牛刀小試 8

- (1) 816 (2) 2277
- (1) 408 (2) 735

牛刀小試 9

- (1) 100 (2) 255
- (1) 120 (2) -155

牛刀小試 10

- (1) 2 (2) 5
- (1) 3 (2) -2

牛刀小試 11

- 9、198
- 11、385
- 21、800
- 15、-602

牛刀小試 12

- (1) 15 (2) 55 (3) 12
- (1) 15 (2) 55 (3) 11



# B4 2-1 一次函數



## 概念 ① 認識函數



下表為蘭花國中 808 班 10 位同學的座號和星座。

座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
星座	射手	摩羯	天蠍	摩羯	牡羊	水瓶	射手	射手	處女	金牛

請回答下列問題：

- (1) 這 10 位同學是否每個人「恰有」一個星座？
- (2) 這 10 位同學是否有人「沒有」星座？
- (3) 這 10 位同學是否有人有「兩個星座」？

☆ 這 10 位同學每人的座號都恰好對應到一個星座，

我們說  是  的函數。

☆ 也就是說，這 10 位同學你只要給我座號，我就可以知道他的星座，

我們說  是  的函數。

① 「恰有」的意思：

\_\_\_\_\_

② 如果知道某位同學是射手座，是否可以確定他是誰呢？

\_\_\_\_\_

③ 所以，我們說：



## 牛刀小試 1

1. 大象請學生喝飲料，以下是 8 年 8 班 1~8 號學生點的飲料，請回答下列問題

座號(號)	1	2	3	4	5	6	7	8
飲料品項	紅茶	奶茶	可樂	綠茶	紅茶	可樂	綠茶	奶茶

(1) 這 8 位同學每人的座號是否都「恰好」對應到一個飲料嗎？答：\_\_\_\_\_。

(2) 2 號點的飲料是\_\_\_\_\_。

5 號點的飲料是\_\_\_\_\_。

(3) 也就是說，這 8 位同學只要知道座號，就可以確定他點的飲料品項，

★我們說\_\_\_\_\_是\_\_\_\_\_的函數。

2. 下表是 8 年 8 班 1~8 號學生的體重，

座號(號)	1	2	3	4	5	6	7	8
體重(公斤)	48	64	57	62	53	58	64	45

(1) 這 8 位同學每人的座號是否都「恰好」對應到一個體重嗎？\_\_\_\_\_

(2) 2 號的體重是\_\_\_\_\_公斤，

7 號的體重是\_\_\_\_\_公斤

(3) 也就是說，這 8 位同學只要知道座號，就可以確定他的體重是幾公斤，

★我們說\_\_\_\_\_是\_\_\_\_\_的函數。



# 例題 1 認識函數 1



2022 年為平年(2 月只有 28 天)，下表為 2022 年 12 個月分對應的天數。

月分	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
天數	31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31

請回答下列問題：

- (1) 如果給你一個 2022 年的月分，你能不能知道這個月有幾天呢？
- (2) 有沒有哪一個月分有 2 種天數呢？
- (3) 每個月分都有 1 個對應的天數，也只有 1 個天數與月分對應，我們說  是  的函數。

① 哪些月分有 31 天？

\_\_\_\_\_

② 如果我們說某個月有 30 天，你可以確定是哪個月分嗎？

\_\_\_\_\_

③ 所以，我們說：



## 牛刀小試 2

1. 下表是神田國中 10 個田徑隊隊員 100 公尺所跑秒數紀錄表：

編號	1	2	3	4	5
秒數	14.1	13.8	14	12.8	14.2
編號	6	7	8	9	10
秒數	13	13.4	13.9	14.6	14.1

(1) 對於每一個編號是否都能「恰好」對應到一個 100 公尺所跑的秒數嗎？

答：\_\_\_\_\_。

(2) 2 號的秒數是\_\_\_\_\_秒。

4 號的秒數是\_\_\_\_\_秒。

(3) 也就是說，這 10 位同學只要知道編號，就可以確定他的秒數，

★我們說\_\_\_\_\_是\_\_\_\_\_的函數。

2. 下表是 2020 年(閏年 2 月有 29 日)每個月分對應的天數，則：

月分(月)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
天數(天)	31	29	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31

(1) 一個月分是不是恰好對應到一個天數？

答：\_\_\_\_\_。

(2) 2020 年 3 月，可以確定是\_\_\_\_\_天。

(3) 由(1)和(2)可知

★我們說\_\_\_\_\_是\_\_\_\_\_的函數。

(請填入月分或天數)



## 例題 ② 認識函數 2



已知 1 個包子 10 元，下表為買包子的「個數」和「總金額」的關係：

包子個數(個)	1	2	3	4	5	6	7	8		
總金額(元)	10	20	30	40	50				90	100

- 請完成上表。
- (1) 給你包子個數，你能求出總金額嗎？  
(2) 買 3 個包子，是否會有 2 種不同的價格？  
(3) 我們說  是  的函數。
- (1) 如果知道總金額 150 元，你能求出包子個數嗎？  
(2) 總金額 150 元，可以買 15 個包子，也可以買 16 個包子嗎？  
(3) 我們說  是的  函數。



## 牛刀小試 3

1. 已知一杯紅茶 15 元，下表為紅茶的「個數」和「總金額」的關係：

個數(杯)	1	2	3	4	5			
總金額(元)	15	30	45			90	105	120

- 請完成上表。
- 知道紅茶杯數，你能求出總金額嗎？  
答：\_\_\_\_\_。
- 假設買 3 杯紅茶，會有兩種價格嗎？  
答：\_\_\_\_\_。  
我們說 \_\_\_\_\_ 是 \_\_\_\_\_ 的函數。
- 知道總金額，你能求出紅茶杯數嗎？  
答：\_\_\_\_\_。  
我們說 \_\_\_\_\_ 是 \_\_\_\_\_ 的函數。

2. 大象從今日起每天存 20 元，下表為存款「天數」和「存款金額」的關係：

天數(天)	1	2	3	4	5	
存款金額(元)	20	40	60			120

- 請完成上表。
- 知道天數，你能求出大象存了多少嗎？  
答：\_\_\_\_\_。
- 存了 20 天，可以確定大象存了 \_\_\_\_\_ 元。  
我們說 \_\_\_\_\_ 是 \_\_\_\_\_ 的函數
- 知道存款金額，你能求出大象存了幾天？  
答：\_\_\_\_\_。  
我們說 \_\_\_\_\_ 是 \_\_\_\_\_ 的函數。



## 概念 ② 函數的定義



已知：下表為蘭花國中 808 班學生座號 1 到 10 的段考數學成績，假設座號為  $x$ ，分數為  $y$ 。

座號 ( $x$ )	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
分數 ( $y$ ) 分	60	85	85	70	75	50	95	95	85	85

- 對於這 10 位學生，如果給你座號，你可以知道分數，而且每個人只有 1 個分數，我們說  是  的函數。
- 如果知道某位同學考 85 分，是否可以確定他的座號？  
所以，我們說  是  的函數。

☆函數的定義



## 牛刀小試 4

1. 下表為大象速食店，「餐點總類」和「價錢」的關係：

餐點總類	漢堡	吐司	義大利麵	蔥油餅	蛋餅	煎餃	雞腿
價錢 (元)	60	50	100	50	50	60	100

- 若只能選擇一種餐點，你能確定此餐點的價錢嗎？答：。  
因為每一種餐點只有  個價錢  
因此，我們說  是  的函數。
- 付 50 元買餐點，你能確定是買哪一種餐點嗎？答：。  
因為一個價錢對應到好幾種餐點。  
因此，我們說  不是  的函數。

2. 下表是 8 年 8 班 1~8 號學生的體重：

座號(號)	1	2	3	4	5	6	7	8
身高 (公分)	173	175	176	176	172	170	174	176

- 如果給你座號，你可以確定他的身高嗎？答：。  
因為每個座號只有  個身高（數字），  
因此，我們說  是  的函數。
- 身高 176 公分的同學，你能知道一定是哪一位同學嗎？答：。  
因為一個身高對應到好多座號。  
因此，我們說  不是  的函數。



### 例題 3 認識函數 3



① 已知： $y=2x$ ，

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8
$y$	2	4	6	8	10	12	14	16

(1)  $y$  是不是  $x$  的函數？\_\_\_\_\_

(2)  $x$  是不是  $y$  的函數？\_\_\_\_\_

② 已知  $xy=20$ ，( $x, y$  都不等於 0)

$x$	1	2	4	5	10	20
$y$	20	10	5	4	2	1

(1)  $y$  是不是  $x$  的函數？\_\_\_\_\_

(2)  $x$  是不是  $y$  的函數？\_\_\_\_\_

☆複習

(1)  $y=2x$ ，我們說  
 $x$  和  $y$  成\_\_\_\_\_比。  
(填「正」或「反」)

(2)  $xy=20$ ，我們說  
 $x$  和  $y$  成\_\_\_\_\_比。  
(填「正」或「反」)



### 牛刀小試 5

1.  $y=3x$

$x$	1	2	3	4	5			
$y$	3	6	9			18	21	24

(1) 請完成上表。

(2)  $y$  是不是  $x$  的函數？\_\_\_\_\_為什麼？\_\_\_\_\_

(3)  $x$  是不是  $y$  的函數？\_\_\_\_\_為什麼？\_\_\_\_\_

2.  $xy=100$

$x$	1	2			10
$y$	100	50	25	20	

(1) 請完成上表。

(2)  $y$  是不是  $x$  的函數？\_\_\_\_\_為什麼？\_\_\_\_\_

(3)  $x$  是不是  $y$  的函數？\_\_\_\_\_為什麼？\_\_\_\_\_



已知： $y=x+2$ ，

$x$	1	2	3	4	5	6			9
$y$	3	4					9	10	

- (1) 請先完成上表。
- (2) 對於每一個  $x$  都恰有一個  $y$  與它對應，  
我們說          是          的函數。  
因為  $x$  的最高次是一次，我們把  $y=x+2$   
叫做                        。
- (3) 你可以多寫幾個一次函數嗎？



## 牛刀小試 6

1.  $y=x+3$

$x$	1	2	3	4	5			
$y$	4	5				9	10	11

- (1) 請完成上表。
- (2) 對於每一個  $x$  都恰有一個  $y$  與它對應，  
我們說         是          的函數。
- (3) 因為  $x$  的最高次是     次，我們把  
 $y=x+3$  叫做                        。

2.  $y=2x+1$

$x$	1	2	3	4	5			
$y$	3	5				13	15	17

- (1) 請完成上表。
- (2) 對於每一個  $x$  都恰有一個  $y$  與它對  
應，我們說         是          的函  
數。
- (3) 因為  $x$  的最高次是     次，我們把  
 $y=2x+1$  叫做                        。



已知：蘭花國中 808 班座號 1 到 10 的同學相約到板橋寫作業，公車學生票每人 12 元。若座號為  $x$ ，票價為  $y$  元，則可整理成下表：

座號 ( $x$ )	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
票價 ( $y$ ) 元	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12

- 不管座號幾號，每個人的票價  $y=12$ ，我們說  是  的函數。
- 不管  $x$  是多少， $y=12$ ，這種式子與  $x$  無關， $y$  都等於一個常數 12，我們說這種函數叫做\_\_\_\_\_。
- 生活中有很多常數函數的例子，請舉出 2 個。



## 牛刀小試 7

- 蘭花國中 808 班座號 1 到 6 的同學相約去吃到飽餐廳吃飯，價格是 1 人 399 元。若座號為  $x$ ，價格為  $y$  元，則可整理成下表：

座號 ( $x$ )	1	2	3	4	5	6
價格 ( $y$ ) 元	399	399	399	399	399	399

- 不管座號幾號，每個人的價格  $y=399$ ，我們說\_\_\_\_\_是\_\_\_\_\_的函數。
- 不管  $x$  是多少， $y=399$ ，這種式子與  $x$  無關， $y$  都等於一個常數 399，我們說這種函數叫做\_\_\_\_\_。

- 下表為  $x$  和  $y$  的關係表：

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8
$y$	20	20	20	20	20	20	20	20

- 不管  $x$  是多少， $y=20$ ，這種式子與  $x$  無關， $y$  都等於一個常數 20，我們說這種函數叫做\_\_\_\_\_。
- 當  $x=10$ ，請問  $y=_____$ 。



## 概念 5 函數值



意義：若  $y$  是  $x$  的函數，給 1 個  $x$  就可以得到 1 個  $y$  跟他對應，  
這時候的  $y$  就稱為\_\_\_\_\_。

舉例：①  $y=2x$ ，當  $x=1$  時，函數值  $y=_____$ ；

當  $x=2$  時，函數值  $y=_____$ ；

當  $x=3$  時，函數值  $y=_____$ 。

②  $xy=20$ ，當  $x=1$  時，函數值  $y=_____$ ；

當  $x=2$  時，函數值  $y=_____$ ；

當  $x=3$  時，函數值  $y=_____$ 。

③  $y=12$ ，當  $x=1$  時，函數值  $y=_____$ ；

當  $x=2$  時，函數值  $y=_____$ ；

當  $x=3$  時，函數值  $y=_____$ 。

☆不管  $x$  是多少，函數值  $y$  都是 12，這個函數叫做\_\_\_\_\_。



## 牛刀小試 8

1. 若函數為  $y=3x$ ，

(1) 當  $x=1$  時，函數值  $y=_____$ 。

(2) 當  $x=2$  時，函數值  $y=_____$ 。

2. 若函數為  $xy=30$ ，

(1) 當  $x=5$  時，函數值  $y=_____$ 。

(2) 當  $x=6$  時，函數值  $y=_____$ 。

3. 若函數為  $y=5$ ，

(1) 當  $x=3$  時，函數值  $y=_____$ 。

(2) 當  $x=4$  時，函數值  $y=_____$ 。

☆ 不管  $x$  是多少，函數值  $y$  都是 5，  
這個函數叫做\_\_\_\_\_。

4. (1) 若函數為  $y=-4x-1$

當  $x=5$  時，函數值  $y=_____$ 。

(2) 若函數為  $y=2(x+8)$

當  $x=0$  時，函數值  $y=_____$ 。

(3) 若函數為  $y=\frac{3}{2}x$

當  $x=-1$  時，函數值  $y=_____$ 。

(4) 若函數為  $y=2(x+1)$

當  $x=3$  時，函數值  $y=_____$ 。



## 例題 4 由函數關係求函數值



測量溫度常用攝氏 ( $^{\circ}\text{C}$ ) 或華氏 ( $^{\circ}\text{F}$ )，而且華氏度數  $= \frac{9}{5} \times$  攝氏度數  $+ 32$ 。  
 如果以  $x$  代表攝氏度數， $y$  代表華氏度數，  
 則我們可以從題目中得到：

$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

- (1) 請問  $y$  是不是  $x$  的函數？\_\_\_\_\_
- (2) 當  $x=0$  時，函數值  $y=$ \_\_\_\_\_。
- 當  $x=25$  時，函數值  $y=$ \_\_\_\_\_。
- 當  $x=100$  時，函數值  $y=$ \_\_\_\_\_。



## 牛刀小試 9

1. 小成與小仁到合作社買飲料，  
小成買的飲料金額比小仁多 5 元。  
 若小仁的飲料錢為  $x$  元，  
小成的飲料錢為  $y$  元。
- (1)  $y$  是  $x$  的函數嗎？答：\_\_\_\_\_。
- (2) 當  $x=5$  時，函數值  $y=$ \_\_\_\_\_。  
 [提示：小仁是 5 元，小成是？]
- (3) 當  $x=6$  時，函數值  $y=$ \_\_\_\_\_。
- (4) 寫寫看，小成 ( $y$ ) 和小仁 ( $x$ ) 買的飲料金額關係式是\_\_\_\_\_。
2. 某虛擬網站中，  
 每 1 元新臺幣可兌換 10 個  $i$  幣。  
 若小朋友用  $x$  元的新臺幣去兌換成  $y$  個  $i$  幣。
- (1)  $y$  是  $x$  的函數嗎？答：\_\_\_\_\_。
- (2) 當  $x=5$  時，函數值  $y=$ \_\_\_\_\_。
- (3) 當  $x=6$  時，函數值  $y=$ \_\_\_\_\_。
- (4) 寫寫看， $i$  幣 ( $y$ ) 和新臺幣 ( $x$ ) 兌換的關係式是\_\_\_\_\_。



# B4 2-2 函數圖型及其應用



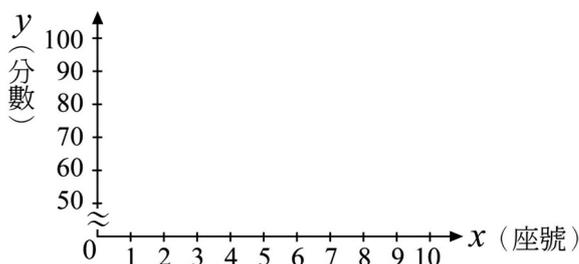
## 概念 ① 函數圖形〈個別資料〉



已知：下表為蘭花國中 808 班 10 位同學的段考數學成績，假設座號為  $x$ ，分數為  $y$ ，可整理得到下表。

座號 ( $x$ )	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
分數 ( $y$ )	60	85	85	70	75	50	95	95	85	85

請在座標平面上畫出此函數圖形

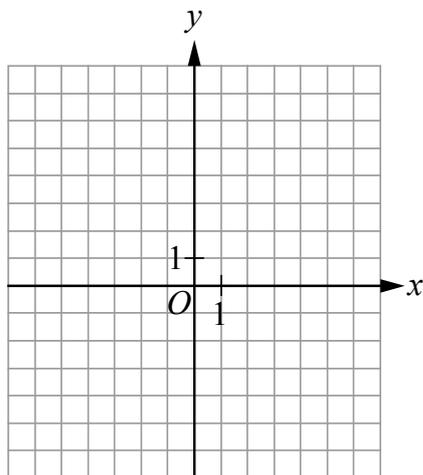


## 牛刀小試 ①

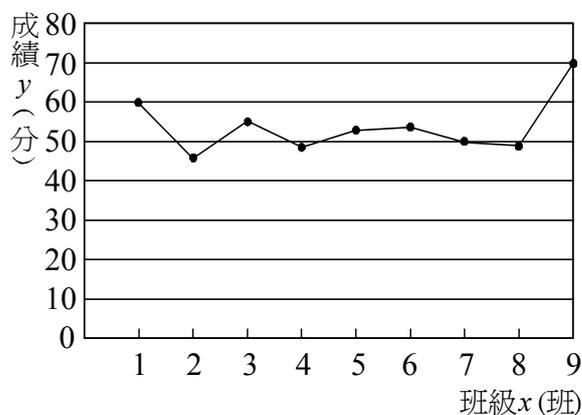
1. 下表為水管破裂後，每分鐘漏出的水量：

時間 ( $x$ 分)	1	2	3	4	5	6
水量 ( $y$ 公升)	1	2	3	4	5	6

- 請寫出表格中各數對  $(x, y)$ 。
- 若時間為  $x$ ，水量為  $y$ ，在坐標平面上畫出此函數圖形。



2.

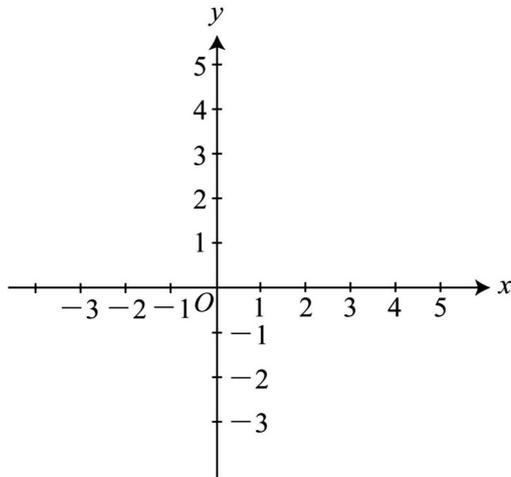


上圖是某國中一年級第一次段考各班數學平均成績  $y$  (分) 與班級  $x$  (班) 的關係圖。

- $y$  是  $x$  的函數嗎？答：\_\_\_\_\_。
- 當  $x=1$  時，函數值  $y=$ \_\_\_\_\_。
- 當  $x=9$  時，函數值  $y=$ \_\_\_\_\_。



畫出  $y=x+2$  的圖形



① 至少畫幾個點就夠了?

\_\_\_\_\_

為什麼?

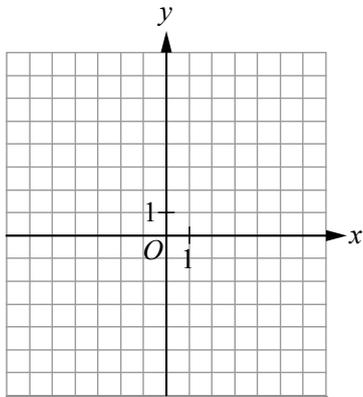
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

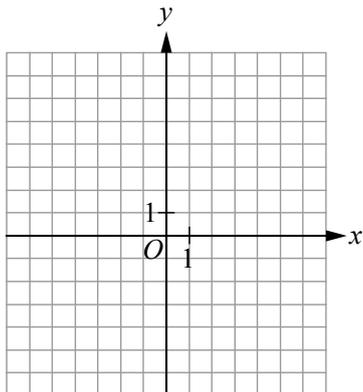


## 牛刀小試 2

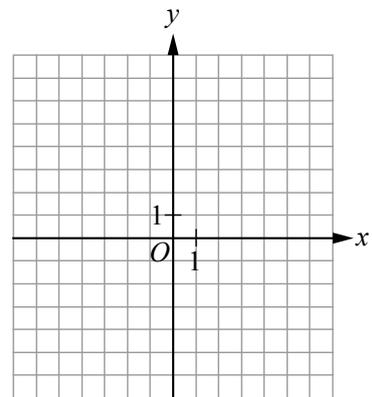
1. 在坐標平面上畫出一次函數  $y=x+3$  的圖形。



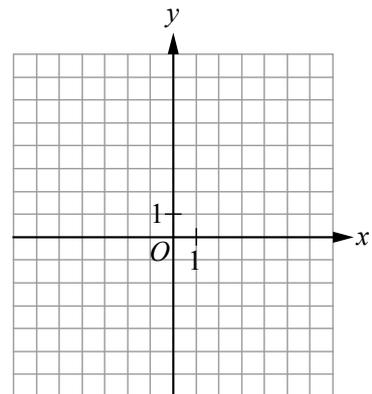
2. 在坐標平面上畫出一次函數  $y=-x+3$  的圖形。



3. 在坐標平面上畫出一次函數  $y=2x+1$  的圖形。

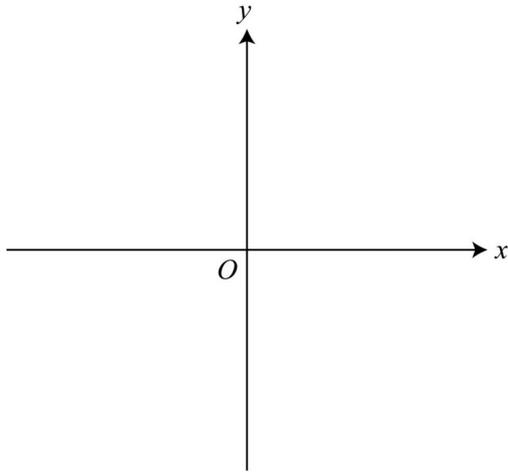


4. 在坐標平面上畫出一次函數  $y=-2x+1$  的圖形。





畫出  $y=12$  的圖形

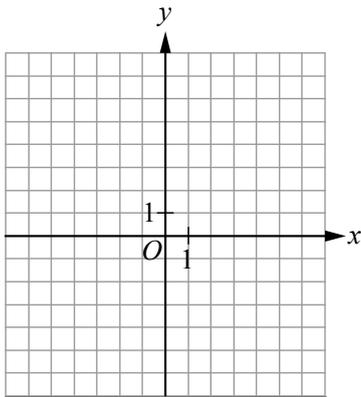


① 不管  $x$  是多少，函數值  $y$  都是\_\_\_\_\_，  
 稱為\_\_\_\_\_，  
 圖形是一條  
 \_\_\_\_\_。

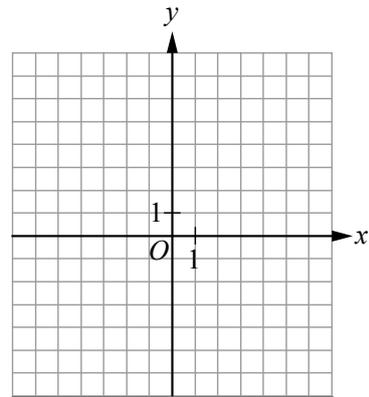


牛刀小試 3

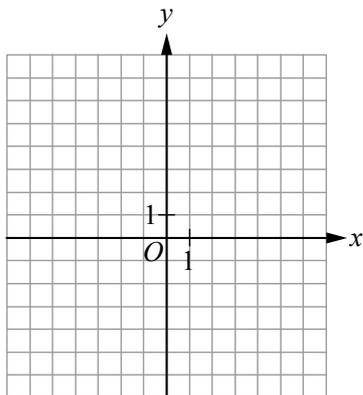
1. 在坐標平面上畫出常數函數  $y=4$  的圖形。



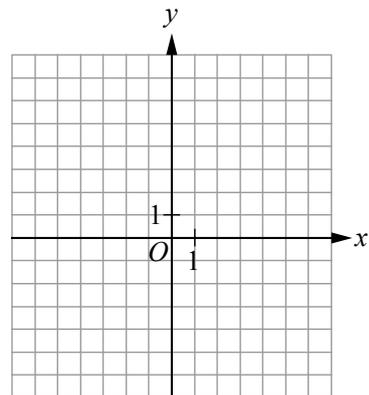
3. 在坐標平面上畫出常數函數  $y=-2$  的圖形。



2. 在坐標平面上畫出常數函數  $y=2.5$  的圖形。



4. 在坐標平面上畫出常數函數  $y=-5$  的圖形。





# 例題 ① 兩點求函數 1



已知函數  $y=ax+b$  的圖形是通過  $(0, 2)$  和  $(1, 3)$  的直線，  
求此函數為何？

☆要求的是  $a, b$ ？

還是  $x, y$ ？



## 牛刀小試 4

1. (1) 若一次函數  $y=ax+b$  的圖形通過  $(2, 5)$ 、 $(5, 11)$  兩點，  
則此一次函數為\_\_\_\_\_。

2. (1) 下表為一次函數  $y=ax+b$  的兩組

$x$	0	1
$y$	2	5

$x$  與  $y$  的對應值，

則此一次函數為\_\_\_\_\_。

(2) 若一次函數  $y=ax+b$  的圖形通過  $(0, -5)$ 、 $(4, 7)$  兩點，  
則此一次函數為\_\_\_\_\_。

(2) 下表為一次函數  $y=ax+b$  的兩組

$x$	2	6
$y$	0	2

$x$  與  $y$  的對應值，

則此一次函數為\_\_\_\_\_。



## 例題 ② 兩點求函數 2



已知函數  $y = ax + b$  的圖形是通過  $(0, 3)$  和  $(1, 3)$  的直線，  
求此函數為何？

☆ 你可以很快看出他是常數函數嗎？



### 牛刀小試 5

1. (1) 已知圖形通過  $(3, -2)$ ， $(5, -2)$ ，  
此函數為\_\_\_\_\_。

2. (1) 已知常數函數的圖形通過  $(0, 3)$ ，此  
函數為  $y =$ \_\_\_\_\_。

(2) 若常數函數的圖形通過  $(-1, 7)$ 、  
 $(9, 7)$  兩點，則此函數為\_\_\_\_\_。

(2) 已知常數函數的圖形通過  $(1, -1)$ ，此  
函數為  $y =$ \_\_\_\_\_。



# 解 答 篇

## B4 2-1

### 牛刀小試 1

1. (1)是 (2)奶茶、紅茶 (3)飲料品項、座號  
2. (1)是 (2) 64、64 (3)體重、座號

### 牛刀小試 2

1. (1)是 (2) 13.8、12.8 (3)秒數、編號  
2. (1)是 (2) 31 (3)天數、月分

### 牛刀小試 3

1. (1)

個數 (杯)	1	2	3	4	5	6	7	8
總金額 (元)	15	30	45	60	75	90	105	120

- (2)能 (3)不會、總金額、杯數 (4)能、杯數、總金額

2. (1)

天數(天)	1	2	3	4	5	6
存款金額(元)	20	40	60	80	100	120

- (2)能 (3) 400、存款金額、天數 (4)能、天數、存款金額

### 牛刀小試 4

1. (1)能、一個、價錢、餐點 (2)不能、餐點、價錢  
2. (1)能、一個、身高、座號 (2)不能、座號、身高

### 牛刀小試 5

1. (1)

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	3	6	9	12	15	18	21	24

- (2)是、一個  $x$  對到一個  $y$  (3)是、一個  $y$  對到一個  $x$

2. (1)

x	1	2	4	5	10
y	100	50	25	20	10

- (2)是、一個  $x$  對到一個  $y$  (3)是、一個  $y$  對到一個  $x$

### 牛刀小試 6

1. (1)

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	4	5	6	7	8	9	10	11

- (2)  $y \cdot x$  (3) 1、一次函數

2. (1)

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	3	5	7	9	11	13	15	17

- (2)  $y \cdot x$  (3) 1、一次函數

### 牛刀小試 7

1. (1)價錢  $y$ 、座號  $x$  (2)常數函數  
2. (1)常數函數 (2) 20

### 牛刀小試 8

1. (1) 3 (2) 6  
2. (1) 6 (2) 5  
3. (1) 5 (2) 5、常數函數  
4. (1) -21 (2) 16 (3)  $-\frac{3}{2}$  (4) 8

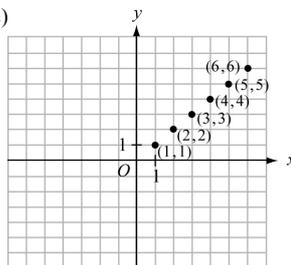
### 牛刀小試 9

1. (1)是 (2) 10 (3) 11 (4)  $y=x+5$   
2. (1)是 (2) 50 (3) 60 (4)  $y=10x$

## B4 2-1

### 牛刀小試 1

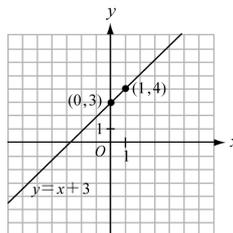
1. (1) (1, 1)、(2, 2)、(3, 3)、(4, 4)、(5, 5)、(6, 6)  
(2)



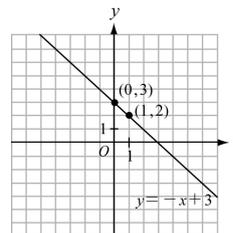
2. 是、60、70

### 牛刀小試 2

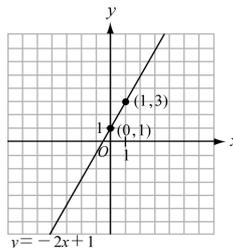
- 1.



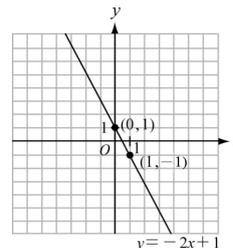
- 2.



- 3.

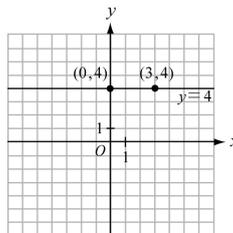


- 4.

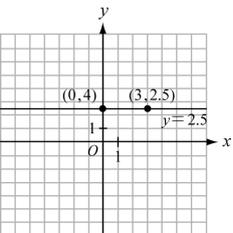


### 牛刀小試 3

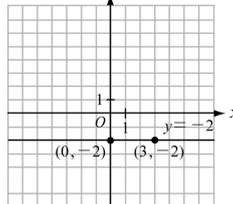
- 1.



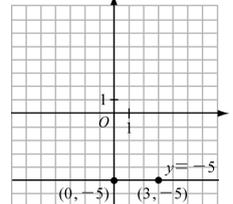
- 2.



- 3.



- 4.



### 牛刀小試 4

1. (1)  $y=2x+1$  (2)  $y=3x-5$   
2. (1)  $y=3x+2$  (2)  $y=0.5x-1$  (或  $y=\frac{1}{2}x-1$ )

### 牛刀小試 5

1. (1)  $y=-2$  (2)  $y=7$   
2. (1)  $y=3$  (2)  $y=-1$



# B4 3-1 內角與外角



## 溫故知新 ① 角的標示



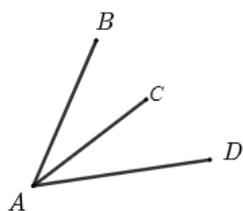
①  $\angle B$  有幾種可能？

② 如何標示才不會搞混呢？



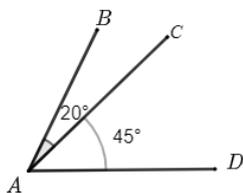
## 牛刀小試 ①

1. (1) 右圖有 \_\_\_\_\_ 個角。  
 (2) 分別為 \_\_\_\_\_



2. 右圖中

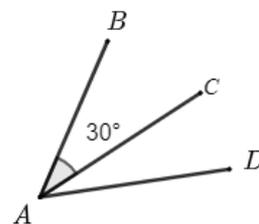
- (1)  $\angle BAC =$  \_\_\_\_\_ $^{\circ}$   
 (2)  $\angle CAD =$  \_\_\_\_\_ $^{\circ}$   
 (3)  $\angle BAD =$  \_\_\_\_\_ $^{\circ}$



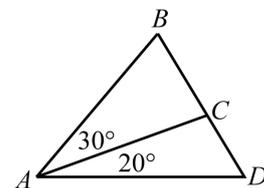
3. 觀察下列的 30 度角，想想看  
 角的兩邊越長，角的度數會越大嗎？



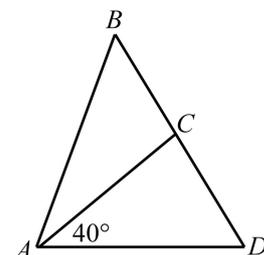
4. 若  $\angle BAD = 50^{\circ}$ ，  
 則  $\angle CAD =$  \_\_\_\_\_ $^{\circ}$ 。



5. 右圖  $\angle BAD =$  \_\_\_\_\_ $^{\circ}$ 。



6. 若  $\angle BAD = 70^{\circ}$ ， $\angle BAC =$  \_\_\_\_\_ $^{\circ}$ 。





## 溫故知新 ② 角的分類



① 銳角

② 直角

③ 鈍角

④ 平角

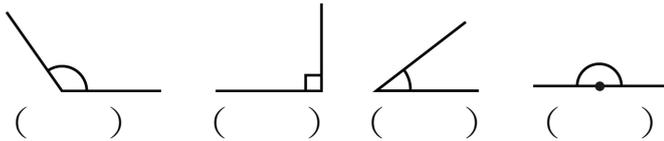
⑤ 周角

★寒流來了，天氣很冷怎麼辦？



### 牛刀小試 2

1. 判斷下列各角是銳角、直角、鈍角、平角



2. 把下面的各角的度數分別填入適當的位置中

$40^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $360^\circ$ ,  $127^\circ$ ,  
 $4^\circ$ ,  $88^\circ$ ,  $105^\circ$

(1) 銳角：\_\_\_\_\_。

(2) 鈍角：\_\_\_\_\_。

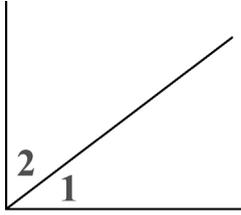
(3) 直角：\_\_\_\_\_。

(4) 平角：\_\_\_\_\_。

(5) 周角：\_\_\_\_\_。



## ① 餘角



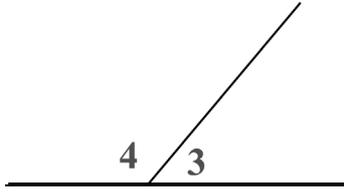
如果  $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$

我們說  $\angle 1$  是  $\angle 2$  的\_\_\_\_\_。

$\angle 2$  是  $\angle 1$  的\_\_\_\_\_。

$\angle 1$  和  $\angle 2$ \_\_\_\_\_。

## ② 補角



如果  $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$

我們說  $\angle 3$  是  $\angle 4$  的\_\_\_\_\_。

$\angle 4$  是  $\angle 3$  的\_\_\_\_\_。

$\angle 3$  和  $\angle 4$ \_\_\_\_\_。

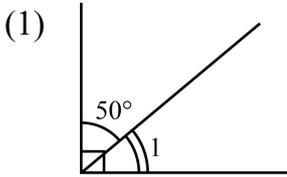
## ★ 餘角 (互餘)

補角 (互補)

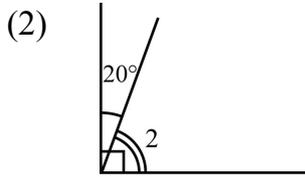


## 牛刀小試 ③

## 1. 求下列角的度數

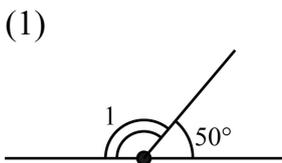


$\angle 1 =$  \_\_\_\_\_。

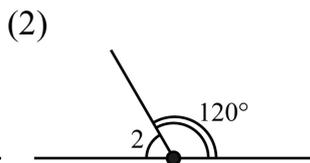


$\angle 2 =$  \_\_\_\_\_。

## 2. 求下列角的度數



$\angle 1 =$  \_\_\_\_\_。



$\angle 2 =$  \_\_\_\_\_。

## 3. 在下列空格中填入適當的答案：

(1)  $156^\circ$  的補角是\_\_\_\_\_。

$42^\circ$  的餘角是\_\_\_\_\_。

$52^\circ$  的補角是\_\_\_\_\_。

(2)  $137^\circ$  的補角是\_\_\_\_\_。

$33^\circ$  的餘角是\_\_\_\_\_。

$19^\circ$  的餘角是\_\_\_\_\_。

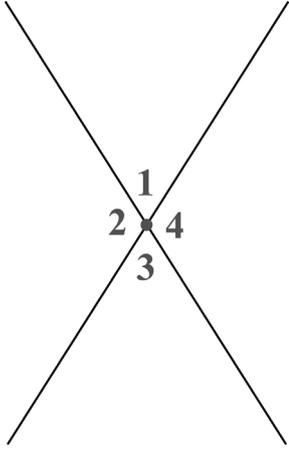
4. 已知  $\angle A = 55^\circ$ 

(1)  $\angle A$  和  $\angle B$  互補， $\angle B =$ \_\_\_\_\_。

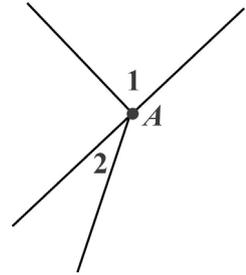
(2)  $\angle A$  和  $\angle C$  互餘， $\angle C =$ \_\_\_\_\_。



兩條直線相交於一點可以形成\_\_\_\_\_。



☆對頂角會\_\_\_\_\_  
為什麼？



$\angle 1$  和  $\angle 2$  頂點都是  $A$  點他們是不是對頂角？

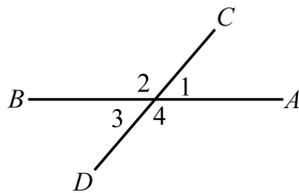


牛刀小試 4

1. 如圖  $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$  相交於一點，

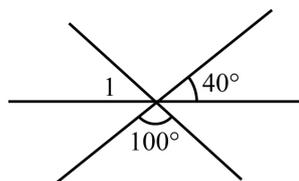
且  $\angle 1 = 50^\circ$ ，則  $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



2. 如右圖，已知三直線相交於一點，

則  $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



3. 如圖  $\overline{AB}$ ， $\overline{CD}$ ， $\overline{EF}$  相交於一點。

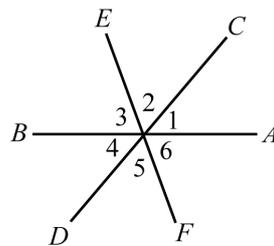
(1)  $\angle 1 = 50^\circ$ ，則

$\angle 1$  的對頂角是\_\_\_\_\_，角度是\_\_\_\_\_。

(2)  $\angle 2 = 60^\circ$ ，則：

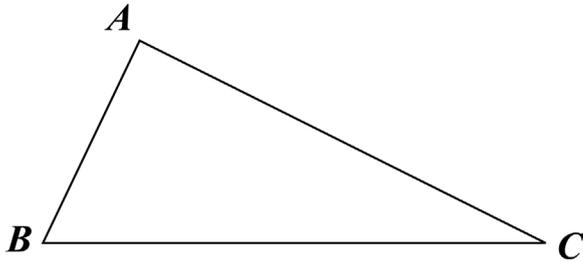
$\angle 2$  的對頂角是\_\_\_\_\_，角度是\_\_\_\_\_。

(3)  $\angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。





三角形內角和是\_\_\_\_\_度

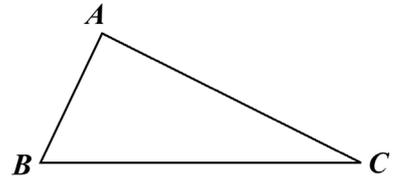


內角和就是\_\_\_\_\_

☆已知：

$\angle A = 3x^\circ$ ， $\angle B = 2x^\circ$ ， $\angle C = x^\circ$ ，求 $\angle A$ ， $\angle B$ 和 $\angle C$ 的度數。

★爲什麼三角形的內角和是 180 度？



## 牛刀小試 5

1.  $\triangle ABC$  中，若  $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，

則  $\angle C =$ \_\_\_\_\_。

2.  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle A = 2x^\circ$ ， $\angle B = 4x^\circ$ ，

$\angle C = 3x^\circ$ ，則  $x =$ \_\_\_\_\_。

3.  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle A = 2x^\circ$ ， $\angle B = 3x^\circ$ ，

$\angle C = x^\circ$ ，則  $x =$ \_\_\_\_\_， $\angle A =$ \_\_\_\_\_。

4.  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle A = (x + 11)^\circ$ ，

$\angle B = (2x + 3)^\circ$ ， $\angle C = (3x - 14)^\circ$ ，則

$\angle A =$ \_\_\_\_\_， $\angle B =$ \_\_\_\_\_，

$\angle C =$ \_\_\_\_\_。

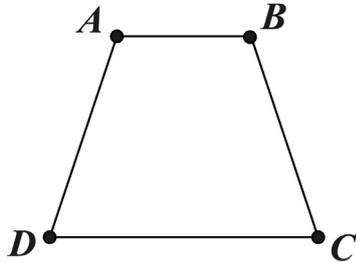
5.  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle A = (2x - 9)^\circ$ ，

$\angle B = 4x^\circ$ ， $\angle C = (3x + 9)^\circ$ ，則

$x =$ \_\_\_\_\_， $\angle A =$ \_\_\_\_\_。



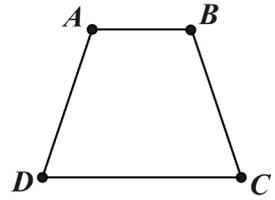
四邊形的內角和是\_\_\_\_\_度



☆還有沒有別的算法？

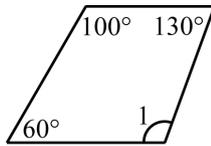
☆關鍵

★四邊形如何命名？



## 牛刀小試 6

1.  $\angle 1 =$  \_\_\_\_\_ $^{\circ}$ .

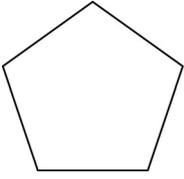
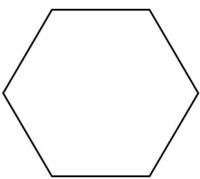
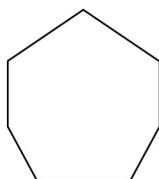


2. 四邊形  $ABCD$  中，已知  $\angle A = 2x^{\circ}$ ，  
 $\angle B = 4x^{\circ}$ ， $\angle C = 3x^{\circ}$ ， $\angle D = 9x^{\circ}$ ，  
則  $x =$  \_\_\_\_\_， $\angle C =$  \_\_\_\_\_ $^{\circ}$ 。

3. 四邊形  $ABCD$  中，已知  $\angle A = 2x^{\circ}$ ，  
 $\angle B = 3x^{\circ}$ ， $\angle C = x^{\circ}$ ， $\angle D = 6x^{\circ}$ ，  
則  $x =$  \_\_\_\_\_， $\angle A =$  \_\_\_\_\_ $^{\circ}$ 。

4. 四邊形  $ABCD$  中，已知  $\angle A = (6x - 10)^{\circ}$ ，  
 $\angle B = (8x + 5)^{\circ}$ ， $\angle C = (13x - 5)^{\circ}$ ，  
 $\angle D = (9x + 10)^{\circ}$ ；則  $x =$  \_\_\_\_\_ $^{\circ}$ 。

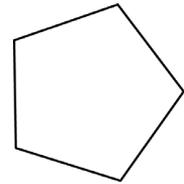
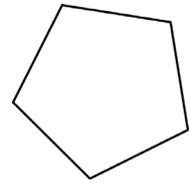


$n=5$ (五邊形)	$n=6$ (六邊形)	$n=7$ (七邊形)
		

☆我們發現：\_\_\_\_\_。

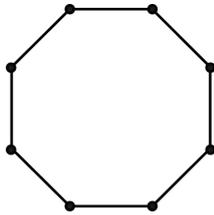
☆  $n$  邊形的內角和：\_\_\_\_\_。

★五邊形內角和還有別的算法嗎？

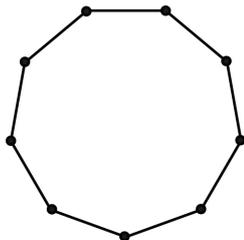


## 牛刀小試 7

1. 八邊形內角和 = \_\_\_\_\_。



2. 九邊形內角和 = \_\_\_\_\_。



3. 十邊形內角和 = \_\_\_\_\_。

4. 十二邊形內角和 = \_\_\_\_\_。



# 例題 1 蝴蝶形



$\angle A + \angle B = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$

①  $\angle 1$  和  $\angle 2$  是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

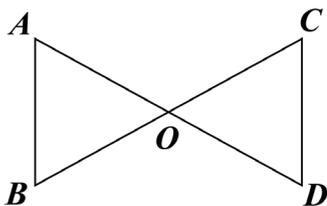
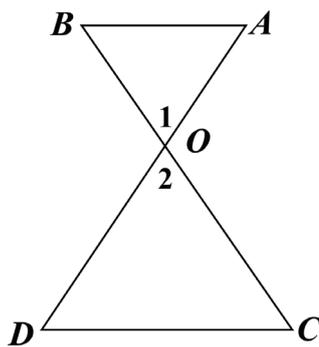
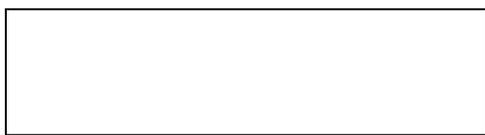
$\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

②  $\angle A + \angle B + \angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\angle C + \angle D + \angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

③  $\angle A + \angle B + \angle 1 = \angle C + \angle D + \angle 2$

⇒



★想一想

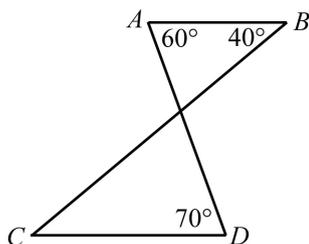
$\angle A$  一定等於  $\angle C$  嗎？

$\angle B$  一定等於  $\angle D$  嗎？

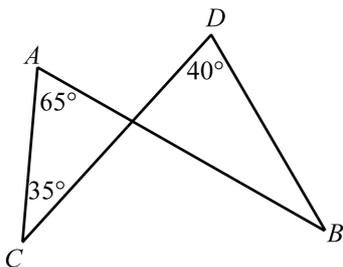


## 牛刀小試 8

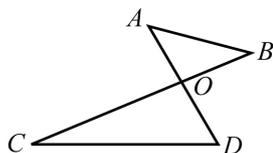
1. 如圖  $\overline{AD}$  與  $\overline{BC}$  交於  $O$  點，則  $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



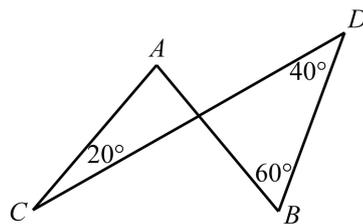
2. 如圖  $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$  交於  $O$  點，則  $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



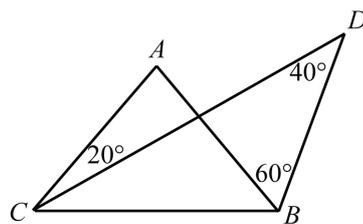
3. 如圖， $\overline{AD}$  與  $\overline{BC}$  交於  $O$  點，已知  $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle C = 23^\circ$ ， $\angle D = 59^\circ$ ，則  $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



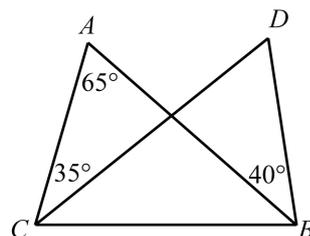
4. 如圖  $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$  交於  $O$  點，則  $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

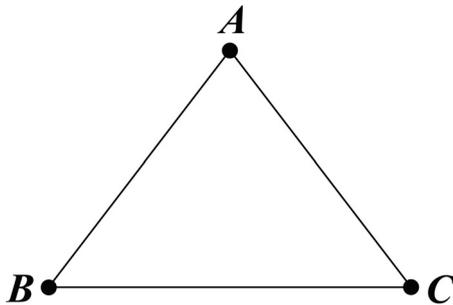


5. 如圖  $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



6. 如圖  $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

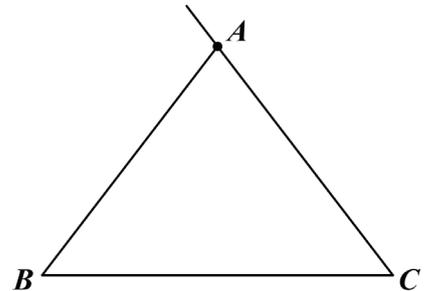




內角是\_\_\_\_\_。

外角是\_\_\_\_\_。

★1 個內角和它的外角加起來是\_\_\_\_\_。



$\angle A + \angle 1 = \underline{\quad}$ 。



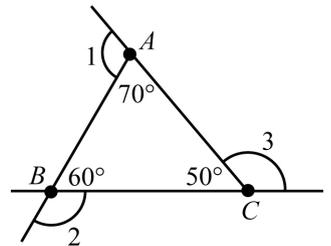
牛刀小試 9

1. 如右圖，若 $\triangle ABC$ 的三個內角是 $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 50^\circ$

(1)  $\angle A$  的外角  $\angle 1 = \underline{\quad}$ 。

(2)  $\angle B$  的外角  $\angle 2 = \underline{\quad}$ 。

(3)  $\angle C$  的外角  $\angle 3 = \underline{\quad}$ 。



2. 若 $\triangle ABC$ 的三個內角分別為 $\angle A = 20^\circ$ ， $\angle B = 55^\circ$ ， $\angle C = 105^\circ$ ，則

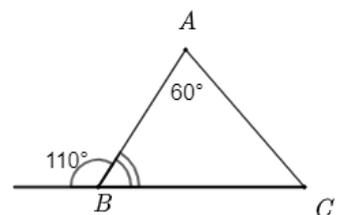
$\angle A$  外角 = \_\_\_\_\_， $\angle B$  外角 = \_\_\_\_\_， $\angle C$  外角 = \_\_\_\_\_。

3. 若 $\triangle ABC$ 的三個內角分別為 $\angle A = 110^\circ$ ， $\angle B = 36^\circ$ ， $\angle C = 34^\circ$ ，則

$\angle A$  外角 = \_\_\_\_\_， $\angle B$  外角 = \_\_\_\_\_， $\angle C$  外角 = \_\_\_\_\_。

4.  $\triangle ABC$  中如圖若 $\angle B$  外角為  $110^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ 。

(1)  $\angle B = \underline{\quad}$ 。 (2)  $\angle C = \underline{\quad}$ 。





假設 $\triangle ABC$ 是一個 $\triangle$ 公園，翔鼎從 $P$ 點沿著 $\triangle$ 公園繞一圈，又回到 $P$ 點，請問他轉了幾度？

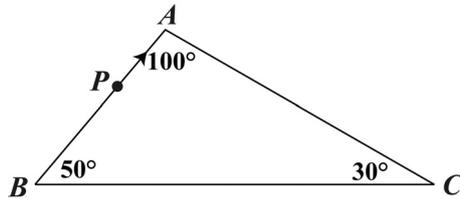
①他到 $A$ 點轉 $100^\circ$ 還是 $80^\circ$ ？

②轉的角度其實就是\_\_\_\_\_。

③到 $C$ 點轉了\_\_\_\_\_度。

④到 $B$ 點轉了幾度？\_\_\_\_\_度。

⑤三角形的外角和是\_\_\_\_\_度。



★外角和為什麼是 $360^\circ$ ？



牛刀小試 10

1. 如右圖， $\triangle ABC$ 中

(1)  $\angle A$ 的外角是\_\_\_\_\_， $\angle B$ 的外角是\_\_\_\_\_。

$\angle C$ 的外角是\_\_\_\_\_。

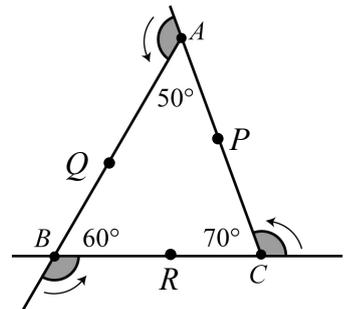
(2) 三角形的外角和 =  $\angle A$ 的外角 +  $\angle B$ 的外角 +  $\angle C$ 的外角

= \_\_\_\_\_。

(3) 從 $P$ 點經 $A$ 點到 $Q$ 點，轉的角是\_\_\_\_\_（填內角或外角），轉了\_\_\_\_\_度。

(4) 從 $Q$ 點經 $B$ 點到 $R$ 點，轉的角是\_\_\_\_\_（填內角或外角），轉了\_\_\_\_\_度。

(5) 從 $R$ 點經 $C$ 點到 $P$ 點，轉的角是\_\_\_\_\_（填內角或外角），轉了\_\_\_\_\_度。



2.  $\triangle ABC$ 中，

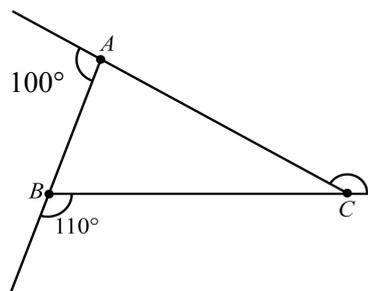
(1) 若 $\angle A$ 的外角是 $130^\circ$ ， $\angle B$ 的外角是 $120^\circ$ ，則 $\angle C$ 的外角是\_\_\_\_\_。

(2) 若 $\angle A$ 的外角是 $100^\circ$ ， $\angle B$ 的外角是 $110^\circ$ ，則 $\angle C$ 的外角是\_\_\_\_\_。

3. 如右圖， $\triangle ABC$ 中

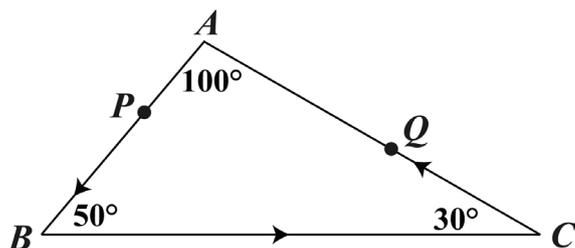
(1)  $\angle C$ 的外角 = \_\_\_\_\_。

(2)  $\angle C =$  \_\_\_\_\_。





## 例題 ② 外角和應用



從  $P$  經過  $B$  到  $C$  再到  $Q$  一共轉了\_\_\_\_\_度。

☆還有沒有別的方法？

★轉的角度其實就是

\_\_\_\_\_。



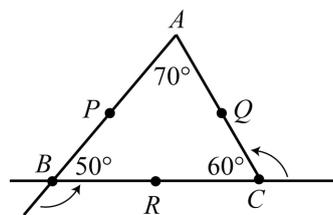
### 牛刀小試 11

1. 如右圖小文從  $P$  點出發，沿  $P \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow Q$  路線走。

(1) 從  $P$  點經過  $B$  點轉向  $R$  點，在  $B$  點轉了\_\_\_\_\_度。

(2) 從  $R$  點經過  $C$  點轉向  $Q$  點，在  $C$  點轉了\_\_\_\_\_度。

(3) 從  $P$  點經過  $B$  點、 $R$  點、 $C$  點到  $Q$  點，轉彎 2 次，一共轉了\_\_\_\_\_度。

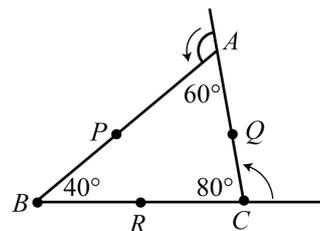


2. 如右圖小文從  $R$  點出發沿  $R \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow P$  路線走。

(1) 從  $R$  點經過  $C$  點轉向  $Q$  點，在  $C$  點轉了\_\_\_\_\_度。

(2) 從  $Q$  點經過  $A$  點轉向  $P$  點，在  $A$  點轉了\_\_\_\_\_度。

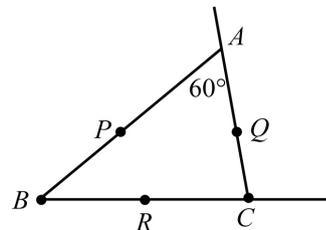
(3) 從  $R$  點經過  $C$  點、 $Q$  點、 $A$  點到  $P$  點，轉彎 2 次，一共轉了\_\_\_\_\_度。



3. 如右圖

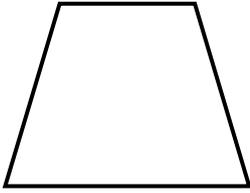
(1) 小文從  $Q$  點出發經過  $A$  點轉向  $P$  點，在  $A$  點轉了\_\_\_\_\_度。

(2) 小文從  $P$  點經過  $B$  點、 $R$  點、 $C$  點到  $Q$  點，經過 2 次轉彎，一共轉了\_\_\_\_\_度。

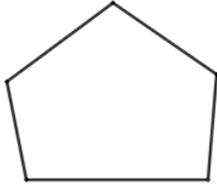




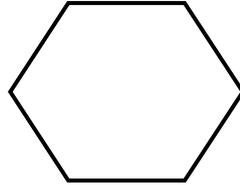
四邊形



五邊形



六邊形



★  $n$  邊形的外角和一定是 \_\_\_\_\_ 度。

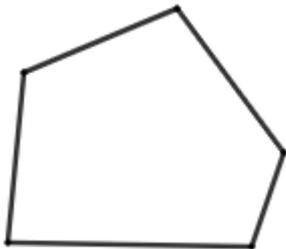
為什麼？

$n$  邊形外角和一定是 \_\_\_\_\_ 度。

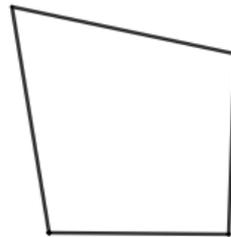


牛刀小試 12

- (1) 畫出五邊形的一組外角
- (2) 五邊形的外角和 = \_\_\_\_\_ 。



- (1) 畫出四邊形的一組外角
- (2) 四邊形的外角和 = \_\_\_\_\_ 。





### 例題 ③ 正 $n$ 邊形



正 $n$ 邊形	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$	$n=7$	$n=8$
外角和						
每一外角						
每一內角						
內角和						

★正 10 邊形

① 外角和 = \_\_\_\_\_

② 每一個外角 = \_\_\_\_\_

③ 每一個內角 = \_\_\_\_\_

④ 內角和 = \_\_\_\_\_



### 牛刀小試 13

1. 正十二邊形中

(1) 外角和 = \_\_\_\_\_。

(2) 每一外角 = \_\_\_\_\_。

(3) 每一內角 = \_\_\_\_\_。

(4) 內角和 = \_\_\_\_\_。

2. 正十八邊形中

(1) 外角和 = \_\_\_\_\_。

(2) 每一外角 = \_\_\_\_\_。

(3) 每一內角 = \_\_\_\_\_。

(4) 內角和 = \_\_\_\_\_。

3. (1) 有一正多邊形，每一外角是 60 度，  
則是正 \_\_\_\_\_ 邊形。

(2) 有一正多邊形，每一外角是 90 度，  
則是正 \_\_\_\_\_ 邊形。

4. 有一正多邊形，每一內角是  $120^\circ$

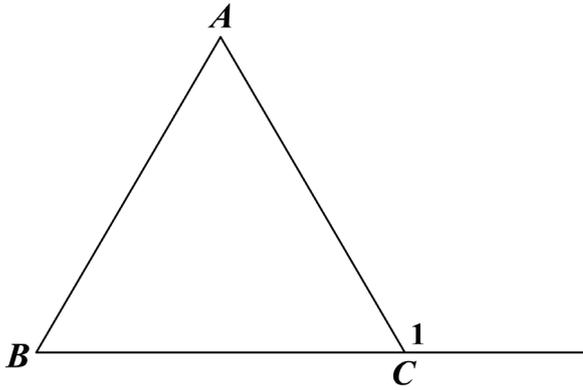
(1) 每一外角是 \_\_\_\_\_。

(2) 是正 \_\_\_\_\_ 邊形。

5. 有一正多邊形，每一內角是  $140^\circ$

(1) 每一外角是 \_\_\_\_\_。

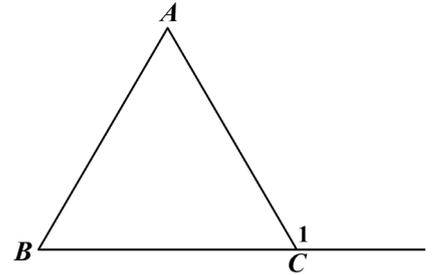
(2) 是正 \_\_\_\_\_ 邊形。



已知：△ABC，∠1 是∠C 的外角，

則∠1 =

★內對角



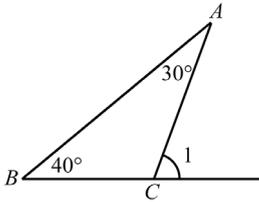
∠1 = \_\_\_\_\_

★ △的一個外角等於



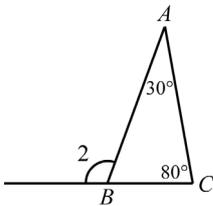
牛刀小試 14

1.



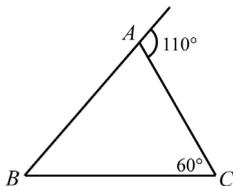
∠C 的外角 ∠1 = \_\_\_\_\_ °

2.



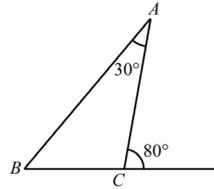
∠B 的外角 ∠2 = \_\_\_\_\_ °

3.



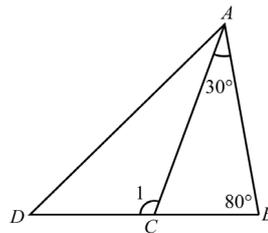
∠B = \_\_\_\_\_ °

4.



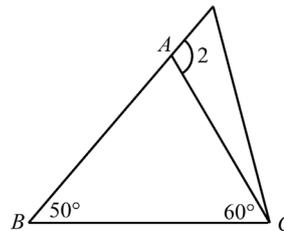
∠B = \_\_\_\_\_ °

5.



∠1 = \_\_\_\_\_ °

6.



∠2 = \_\_\_\_\_ °

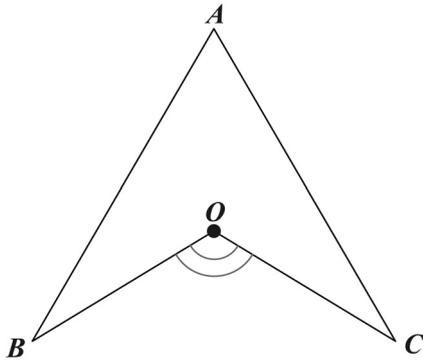


# 例題 4 飛鏢、魚尾巴



$\angle BOC =$

為什麼？

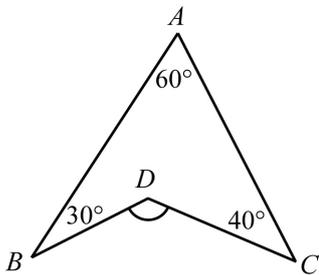


★外角性質

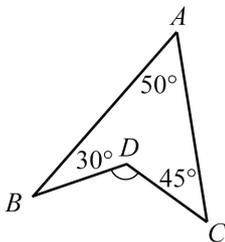


## 牛刀小試 15

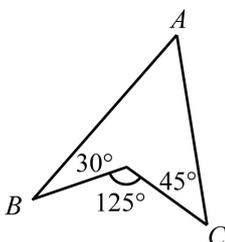
1.  $\angle BDC =$  \_\_\_\_\_ °



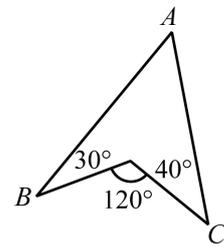
2.  $\angle BDC =$  \_\_\_\_\_ °



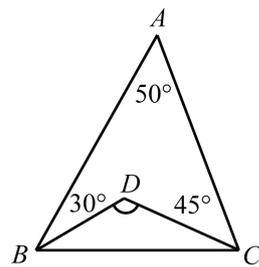
3.  $\angle A =$  \_\_\_\_\_ °



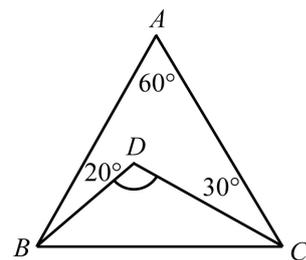
4.  $\angle A =$  \_\_\_\_\_ °



5.  $\angle BDC =$  \_\_\_\_\_ °



6.  $\angle BDC =$  \_\_\_\_\_ °

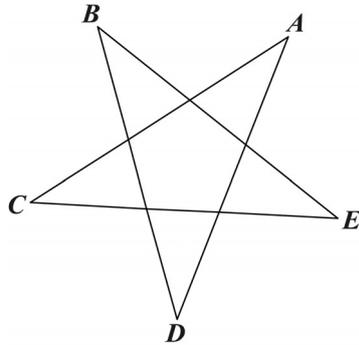
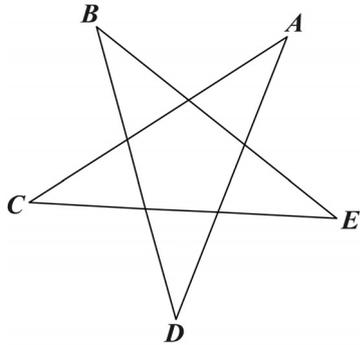




# 例題 5 星形



求  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E =$



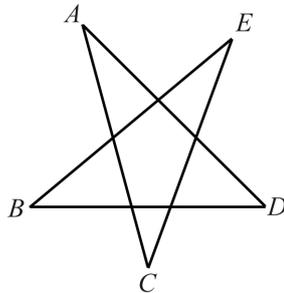
★蝴蝶形

★飛鏢形

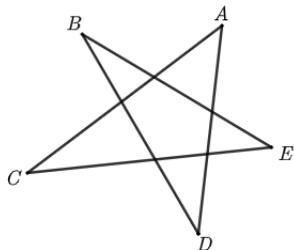


## 牛刀小試 16

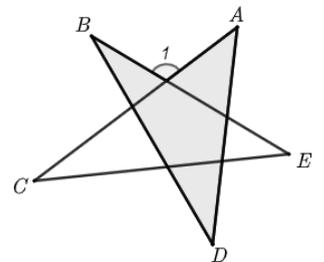
1. 如右圖已知  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle B = 40^\circ$ ,  
 $\angle C = 45^\circ$ ,  $\angle D = 35^\circ$ , 則  $\angle E =$  \_\_\_\_\_ 度。



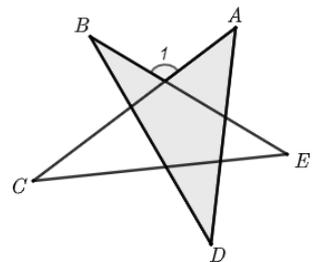
2. 如右圖, 已知  $\angle A = 50^\circ$ ,  $\angle B = 30^\circ$ ,  
 $\angle C = 25^\circ$ ,  $\angle D = 40^\circ$ , 則  $\angle E =$  \_\_\_\_\_ 度。



3. 如右圖, 已知  $\angle A = 50^\circ$ ,  $\angle B = 20^\circ$ ,  
 $\angle C = 25^\circ$ ,  $\angle D = 30^\circ$ , 則  $\angle 1 =$  \_\_\_\_\_ 度。



4. 如右圖, 已知  $\angle A = 40^\circ$ ,  $\angle B = 30^\circ$ ,  
 $\angle C = 30^\circ$ ,  $\angle D = 35^\circ$ , 則  $\angle 1 =$  \_\_\_\_\_ 度。





牛刀小試 1

- (1) 3  
(2)  $\angle BAC$ ,  $\angle CAD$ ,  $\angle BAD$
- (1)  $20^\circ$  (2)  $45^\circ$  (3)  $65^\circ$
- 不會, 角的度數和角的兩邊沒有關係
- $20^\circ$
- $50^\circ$
- $30^\circ$

牛刀小試 2

- 鈍角, 直角, 銳角, 平角
- (1)  $40^\circ$ ,  $4^\circ$ ,  $88^\circ$   
(2)  $135^\circ$ ,  $127^\circ$ ,  $105^\circ$   
(3)  $90^\circ$   
(4)  $180^\circ$   
(5)  $360^\circ$

牛刀小試 3

- (1)  $40^\circ$  (2)  $70^\circ$
- (1)  $130^\circ$  (2)  $60^\circ$
- (1)  $24^\circ$ ,  $48^\circ$ ,  $128^\circ$   
(2)  $43^\circ$ ,  $57^\circ$ ,  $71^\circ$
- (1)  $125^\circ$   
(2)  $35^\circ$

牛刀小試 4

- $130^\circ$ ,  $50^\circ$ ,  $130^\circ$
- $40^\circ$
- (1)  $\angle 4$ ,  $50^\circ$   
(2)  $\angle 5$ ,  $60^\circ$   
(3)  $70^\circ$

牛刀小試 5

- $70^\circ$
- $20^\circ$
- $30^\circ$ ,  $60^\circ$
- $41^\circ$ ,  $63^\circ$ ,  $76^\circ$
- $20^\circ$ ,  $31^\circ$

牛刀小試 6

- $70^\circ$
- $20^\circ$ ,  $60^\circ$
- $30^\circ$ ,  $60^\circ$
- $10^\circ$

牛刀小試 7

- $1080^\circ$
- $1260^\circ$
- $1440^\circ$
- $1800^\circ$

牛刀小試 8

- $30^\circ$
- $60^\circ$
- $37^\circ$
- $80^\circ$
- $80^\circ$
- $60^\circ$

牛刀小試 9

- (1)  $110^\circ$  (2)  $120^\circ$  (3)  $130^\circ$
- $160^\circ$ ,  $125^\circ$ ,  $75^\circ$
- $70^\circ$ ,  $144^\circ$ ,  $146^\circ$
- (1)  $70^\circ$  (2)  $50^\circ$

牛刀小試 10

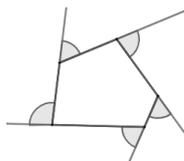
- (1)  $130^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $110^\circ$   
(2)  $360^\circ$   
(3) 外角, 130  
(4) 外角, 120  
(5) 外角, 110
- (1)  $110^\circ$  (2)  $150^\circ$
- (1)  $150^\circ$  (2)  $30^\circ$

牛刀小試 11

- (1) 130 (2) 120 (3) 250
- (1) 100 (2) 120 (3) 220
- (1) 120 (2) 240

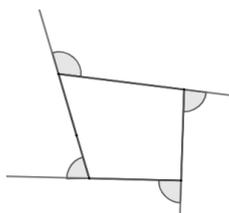
牛刀小試 12

- (1)



(2)  $360^\circ$

- (1)



(2)  $360^\circ$

牛刀小試 13

- (1)  $360^\circ$  (2)  $30^\circ$  (3)  $150^\circ$   
(4)  $1800^\circ$
- (1)  $360^\circ$  (2)  $20^\circ$  (3)  $160^\circ$   
(4)  $2880^\circ$
- (1) 六 (2) 四
- (1)  $60^\circ$  (2) 六
- (1)  $40^\circ$  (2) 九

牛刀小試 14

- $70^\circ$
- $110^\circ$
- $50^\circ$
- $50^\circ$
- $110^\circ$
- $110^\circ$

牛刀小試 15

- $130^\circ$
- $125^\circ$
- $50^\circ$
- $50^\circ$
- $125^\circ$
- $110^\circ$

牛刀小試 16

- $30^\circ$
- $35^\circ$
- $100^\circ$
- $105^\circ$



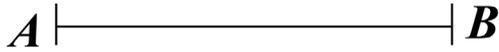
# B4 3-2 基本尺規作圖



## 概念 ① 等線段作圖



已知：



利用尺規作圖畫  $\overline{CD}$  使得  $\overline{CD} = \overline{AB}$ 。

〈請先看影片，再把圖形畫在下面。〉

★尺規作圖的

尺是\_\_\_\_\_。

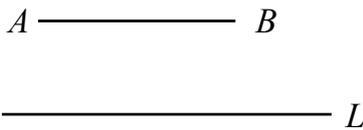
規是\_\_\_\_\_。

★作圖的痕跡請保留



## 牛刀小試 ①

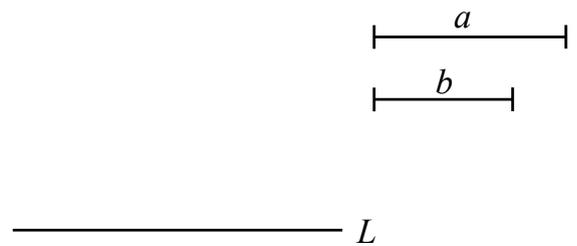
1. (1) 已知  $\overline{AB}$  畫出  $\overline{CD}$ ，使  $\overline{CD} = \overline{AB}$



(2) 畫出  $\overline{CE}$ ， $\overline{CE} = 2\overline{AB}$



2. 如圖，已知兩線段長分別為  $a$ 、 $b$ 。畫出  $\overline{GH}$  使得  $\overline{GH} = a + b$



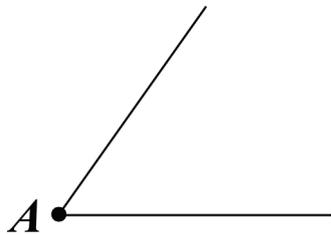


# 概念 ② 等角作圖



已知： $\angle A$

請在下面畫出 $\angle B$ ，使得 $\angle B = \angle A$ 。



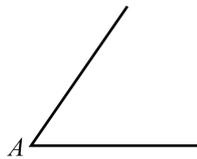
★怎麼畫 $\angle A$ 的2倍？



## 牛刀小試 ②

1. 如圖，已知 $\angle A$

(1) 畫出一角， $\angle B$  使得 $\angle B = \angle A$

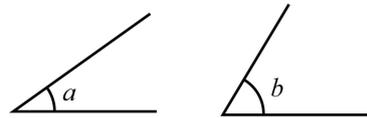


\_\_\_\_\_  $L$

(2) 畫出一角 $\angle B$ ，使得 $\angle B = 2\angle A$

\_\_\_\_\_  $L$

2. 畫出一角 $\angle C$ ，使得 $\angle C = a + b$

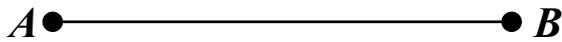


\_\_\_\_\_  $L$



已知： $\overline{AB}$

請在右方利用尺規作圖畫出 $\overline{AB}$ 的中垂線。

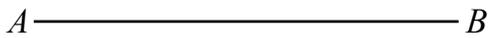


★什麼是中垂線？

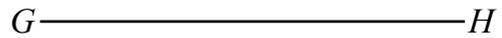


## 牛刀小試 ③

1. 已知 $\overline{AB}$ ，求作 $\overline{AB}$ 的垂直平分線 $\overline{CD}$ 。



3. 已知 $\overline{GH}$ ，求作將 $\overline{GH}$ 4等分的直線。

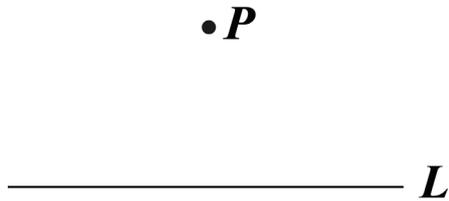


2. 已知 $\overline{EF}$ ，求作將 $\overline{EF}$ 2等分的直線。



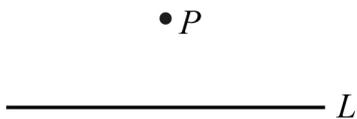


已知：一直線  $L$ ，及  $L$  外一點  $P$ ，利用尺規作圖畫出一直線通過  $P$  點，而且和  $L$  垂直。

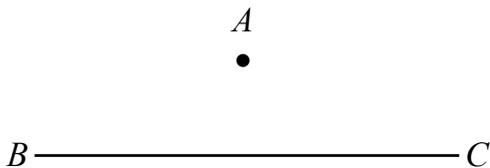


## 牛刀小試 4

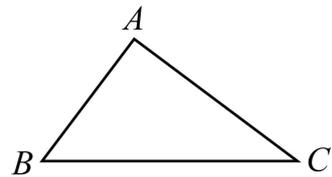
1. 如下圖，已知點  $P$  在直線  $L$  外，利用尺規作圖作出過  $P$  點，且與直線  $L$  垂直的直線。



2. 如下圖，已知點  $A$  在  $\overline{BC}$  外，利用尺規作圖作出過  $A$  點，且與  $\overline{BC}$  垂直的直線。



3. 如下圖，已知  $\triangle ABC$ ，利用尺規作圖作出過  $A$  點，且與  $\overline{BC}$  垂直的直線。





已知：一直線  $L$ ，及  $L$  外一點  $P$ ，利用尺規作圖畫出一直線通過  $P$  點，而且和  $L$  垂直。

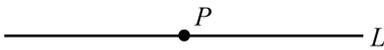


★通過  $B$  點畫垂線。

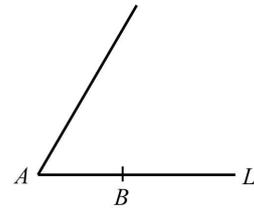


## 牛刀小試 5

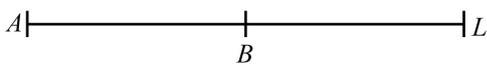
1. 如下圖，已知點  $B$  在直線  $L$  上，利用尺規作圖作出過  $B$  點，且與直線  $L$  垂直的直線。



3. 如下圖，已知  $\overline{AB}$ ，利用尺規作圖作出一個直角  $\triangle ABC$ ，並使得  $\angle B = 90^\circ$ 。



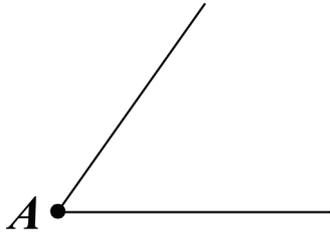
2. 如下圖，已知點  $B$  在直線  $L$  外，利用尺規作圖作出過  $B$  點，且與直線  $L$  垂直的直線，使得  $\angle B = 90^\circ$ 。





已知： $\angle A$

請利用尺規作圖，畫出 $\angle A$ 的角平分線。



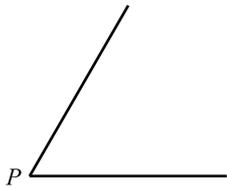
★角平分線，其實是在畫

\_\_\_\_\_形。

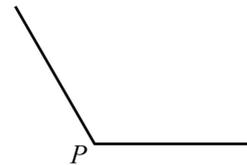


## 牛刀小試 6

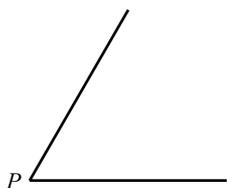
1. 如圖，已知 $\angle P$ ，畫出 $\angle P$ 的角平分線 $\overrightarrow{PQ}$ 。



3. 如圖，已知 $\angle P=120^\circ$ ，畫出 $\angle 1$ 使得 $\angle 1=60^\circ$ 。



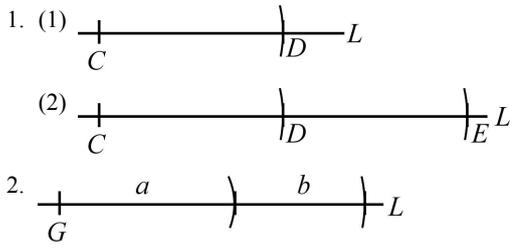
2. 如圖，已知 $\angle P=60^\circ$ ，畫出 $\angle P$ 的角平分線 $\overrightarrow{PE}$ ，將 $\angle P$ 分成2等分。



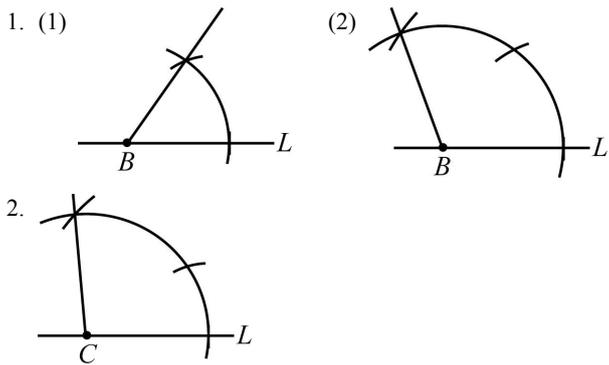


# 解答篇

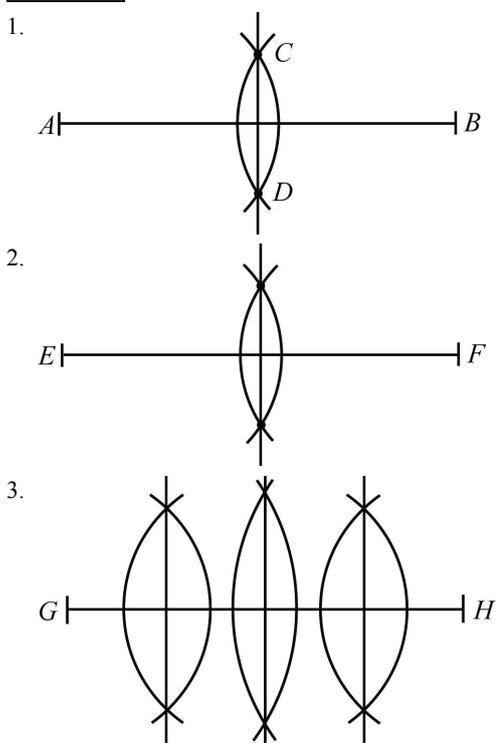
## 牛刀小試 1



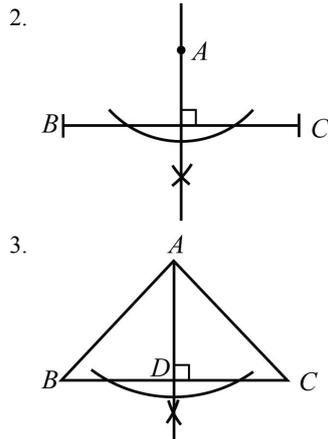
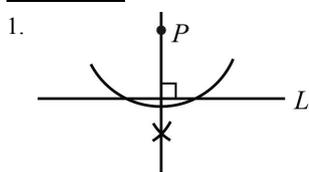
## 牛刀小試 2



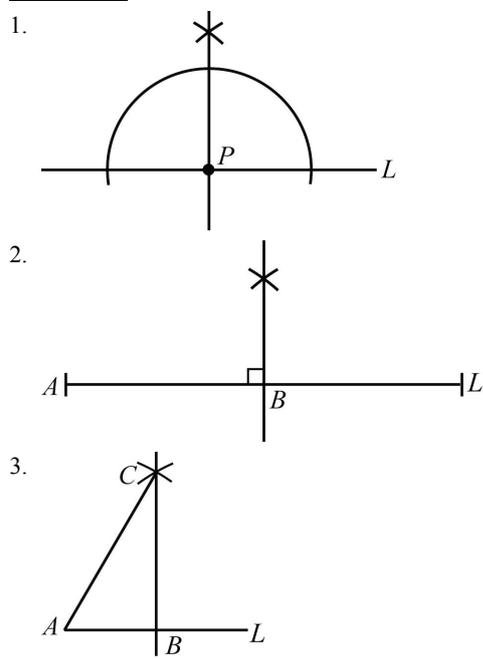
## 牛刀小試 3



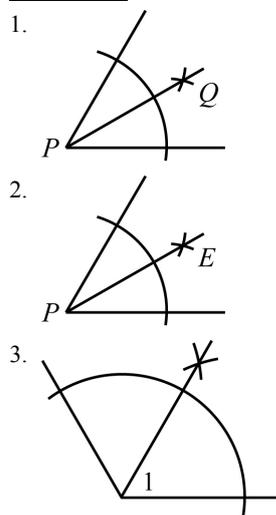
## 牛刀小試 4



## 牛刀小試 5



## 牛刀小試 6





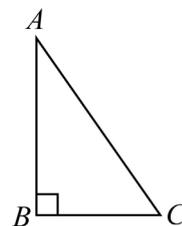
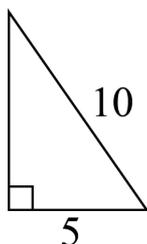
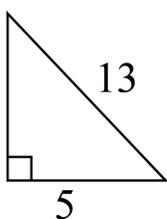
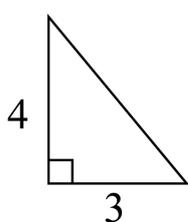
# B4 3-3 三角形全等



## 溫故知新 ① 畢氏定理



①



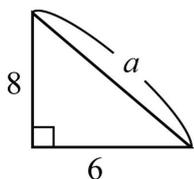
★①斜邊是\_\_\_\_\_。

② $\angle$ \_\_\_\_ +  $\angle$ \_\_\_\_ =  $90^\circ$ 。



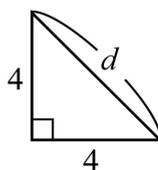
## 牛刀小試 ①

1.



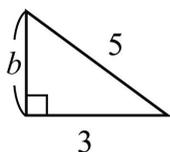
$a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4.



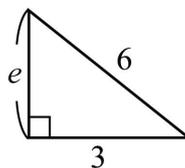
$d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2.



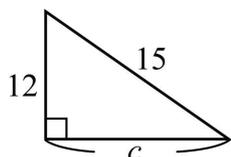
$b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5.



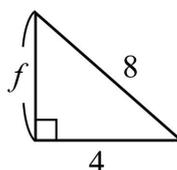
$e = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3.



$c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6.



$f = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

畢氏數常用，請背下來



# 概念

## ① 全等△的表示法與性質



① 全等三角形：\_\_\_\_\_。

全等符號：\_\_\_\_\_。

② 對應頂點就是\_\_\_\_\_的頂點。

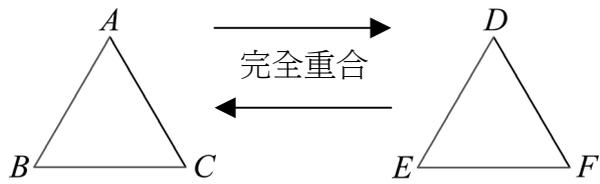
對應邊就是\_\_\_\_\_的邊。

對應角就是\_\_\_\_\_的角。

③ 全等△性質

重合的邊會\_\_\_\_\_。

重合的角會\_\_\_\_\_。



$\triangle ABC \cong \triangle$  \_\_\_\_\_

①  $\overline{AB} = \underline{\hspace{1cm}}$ ,  $\overline{BC} = \underline{\hspace{1cm}}$ ,  $\overline{AC} = \underline{\hspace{1cm}}$

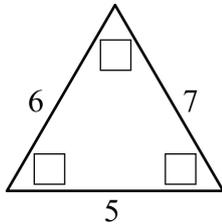
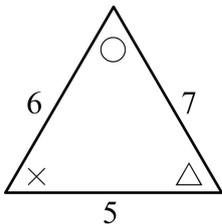
②  $\angle A = \underline{\hspace{1cm}}$ ,  $\angle B = \underline{\hspace{1cm}}$ ,  $\angle C = \underline{\hspace{1cm}}$



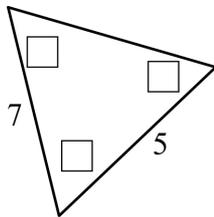
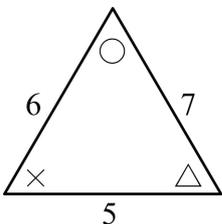
## 牛刀小試 2

1. 將下列對應角標上相同符號

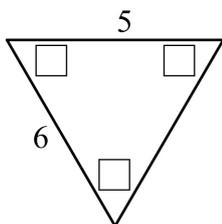
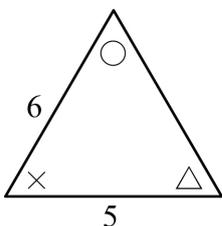
(1)



(2)

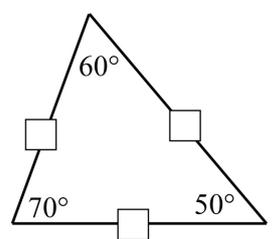
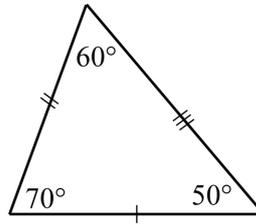


(3)

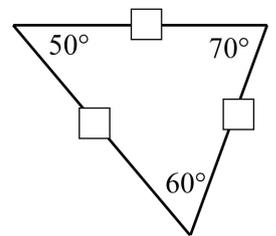
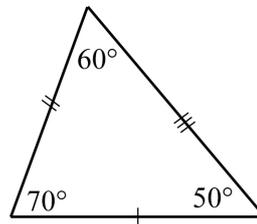


2. 將下列對應邊標上相同符號

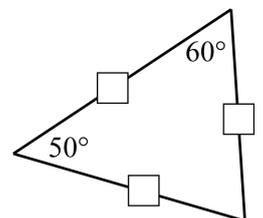
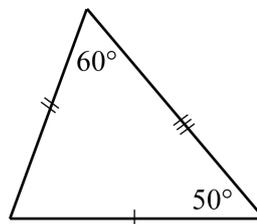
(1)



(2)



(3)





# 例題 ① 全等三角形 ( 對應角相等 )

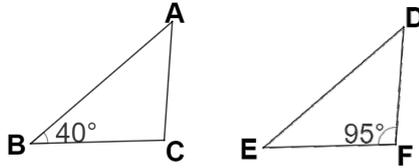


①  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的對應點是  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。

(1)  $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3)  $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



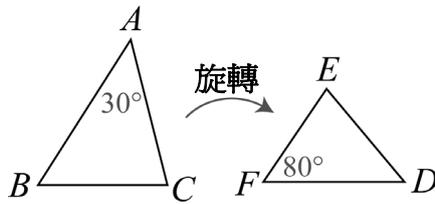
Q：如何找出對應角？

②  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的對應點是  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。

(1)  $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

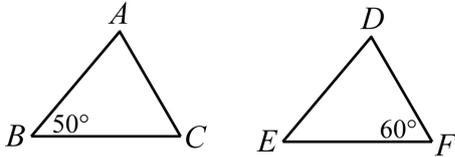
(3)  $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



## 牛刀小試 3

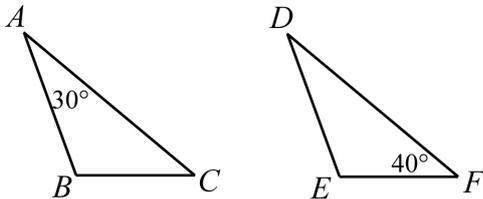
1.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的對應點是  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。

$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\angle E = \underline{\hspace{2cm}}$



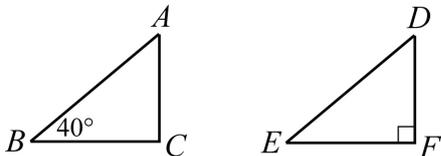
2.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的對應點是  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。

$\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$ ；



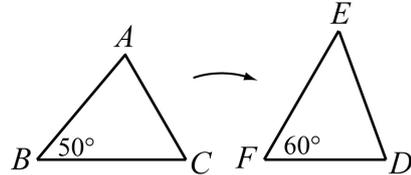
3.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的對應點是  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。

$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\angle E = \underline{\hspace{2cm}}$



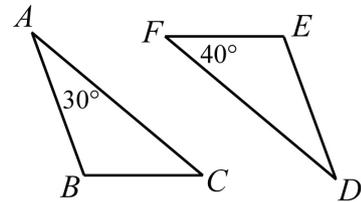
4.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的對應點是  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。

$\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\angle E = \underline{\hspace{2cm}}$



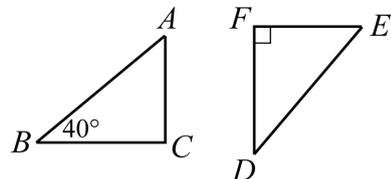
5.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的對應點是  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。

$\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\angle E = \underline{\hspace{2cm}}$



6.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的對應點是  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。

$\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\angle E = \underline{\hspace{2cm}}$



提示：由對頂點找出角

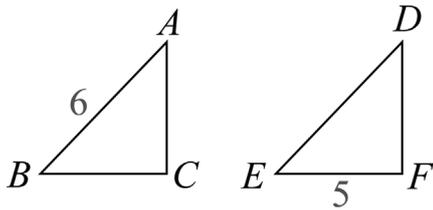


## 例題 ② 全等三角形 (對應邊相等)



$\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的對應點是  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。

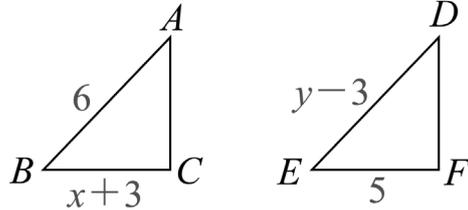
①



(1)  $\overline{EF} =$

(2)  $\overline{AC} =$

②



(1)  $x =$

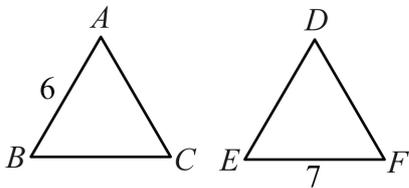
(2)  $y =$



### 牛刀小試 4

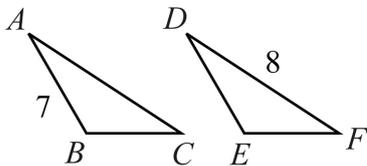
1.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的對應點是  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。

$\overline{BC} =$  \_\_\_\_\_ ;  $\overline{DE} =$  \_\_\_\_\_



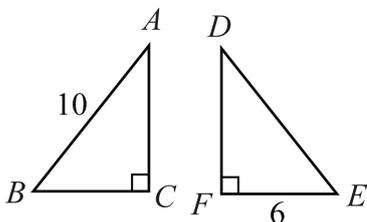
2.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的對應點是  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。

$\overline{AC} =$  \_\_\_\_\_ ;  $\overline{DE} =$  \_\_\_\_\_



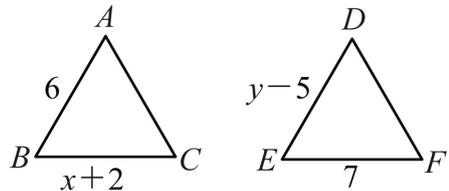
3.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的對應點是  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。

$\overline{DE} =$  \_\_\_\_\_ ;  $\overline{BC} =$  \_\_\_\_\_ ;  $\overline{AC} =$  \_\_\_\_\_



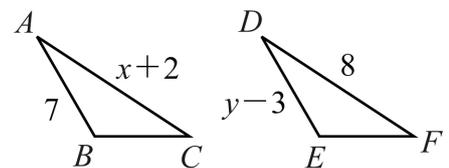
4.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的對應點是  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。

$x =$  \_\_\_\_\_ ;  $y =$  \_\_\_\_\_



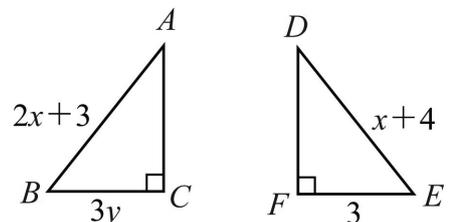
5.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的對應點是  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。

$x =$  \_\_\_\_\_ ;  $y =$  \_\_\_\_\_



6.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的對應點是  $D$ 、 $E$ 、 $F$ 。

$x =$  \_\_\_\_\_ ;  $y =$  \_\_\_\_\_





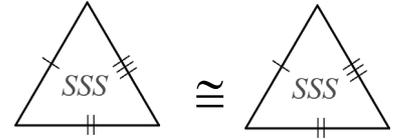
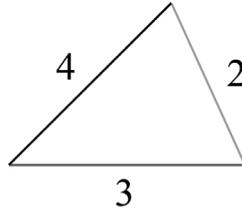
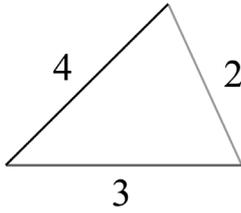
# 概念

## ②

# SSS 全等性質



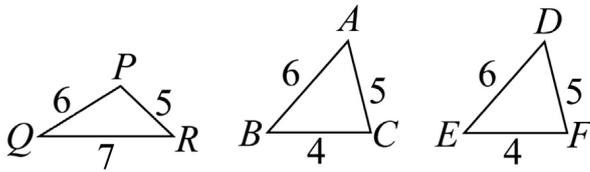
SSS 全等：\_\_\_\_\_的二個 $\triangle$ ，保證全等。



「S」代表。

「A」代表。

例題：哪二個 $\triangle$ 全等？



$\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中

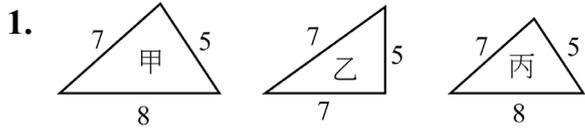
① \_\_\_\_\_ = 6    ② \_\_\_\_\_ = 5    ③ \_\_\_\_\_ = 4

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$  ( \_\_\_\_\_ 全等 )

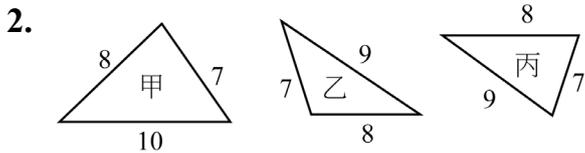


## 牛刀小試 5

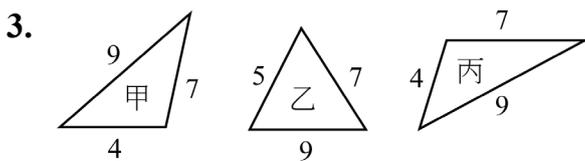
找出全等 $\triangle$ ，並寫出全等性質。



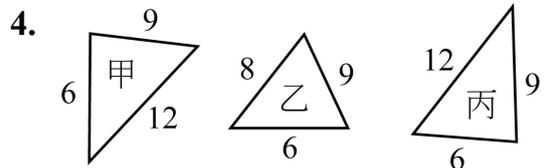
$\square \cong \square$  ( \_\_\_\_\_ 全等 )



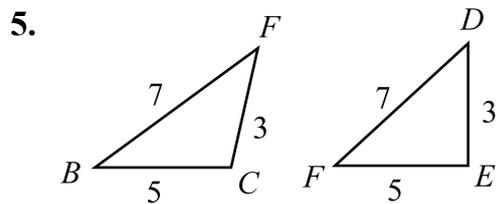
$\square \cong \square$  ( \_\_\_\_\_ 全等 )



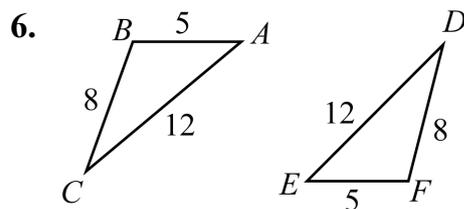
$\square \cong \square$  ( \_\_\_\_\_ 全等 )



$\square \cong \square$  ( \_\_\_\_\_ 全等 )



$\square \cong \square$  ( \_\_\_\_\_ 全等 )



$\square \cong \square$  ( \_\_\_\_\_ 全等 )

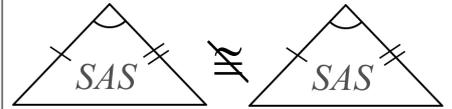
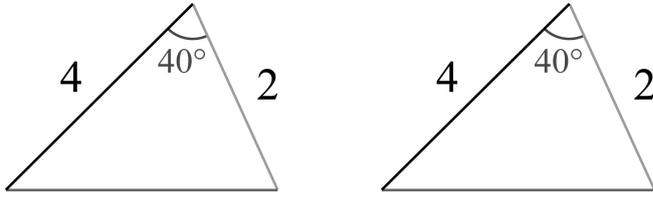


# 概念

## ③ SAS 全等性質

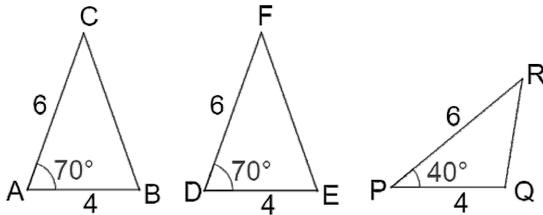


SAS 全等：\_\_\_\_\_ 的二個 $\triangle$ ，保證全等。



SAS 的關鍵是

例題：哪二個 $\triangle$ 全等？



$\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中

① \_\_\_\_\_ = 6    ② \_\_\_\_\_ =  $70^\circ$     ③ \_\_\_\_\_ = 4

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$  ( \_\_\_\_\_ 全等)



## 牛刀小試 6

找出全等 $\triangle$ ，並寫出全等性質

1.   
  $\cong$   ( \_\_\_\_\_ 全等)

2.   
  $\cong$   ( \_\_\_\_\_ 全等)

3.   
  $\cong$   ( \_\_\_\_\_ 全等)

4.   
  $\cong$   ( \_\_\_\_\_ 全等)

5.   
 $\triangle ABC \cong \triangle$  \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ 全等)

6.   
 $\triangle ABC \cong \triangle$  \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ 全等)



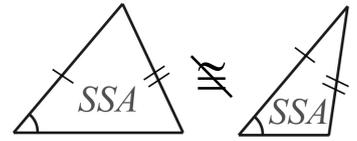
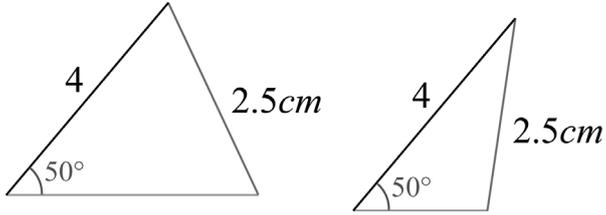
# 概念

## ④ SSA 不一定全等



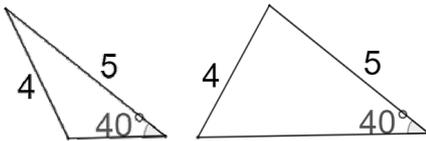
SSA 全等：\_\_\_\_\_ 的二個△\_\_\_\_\_ 全等

思考



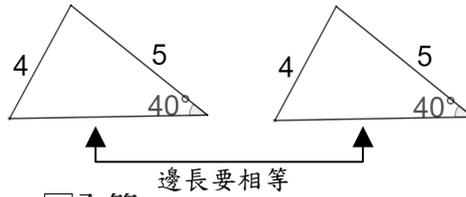
例題：

①



- 全等
- 不一定全等

②

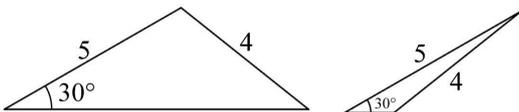


- 全等
- 不一定全等



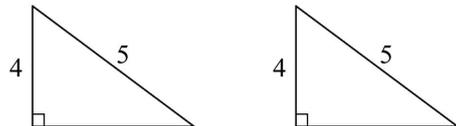
## 牛刀小試 7

1.



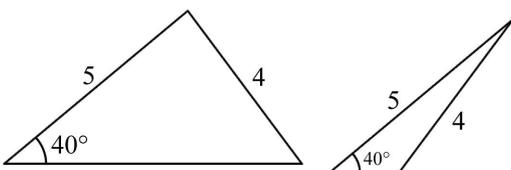
- 全等
- 不一定全等

3.



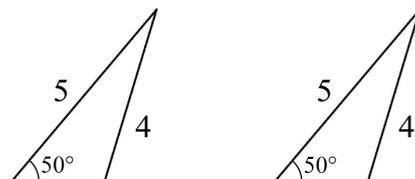
- 全等
- 不一定全等

2.



- 全等
- 不一定全等

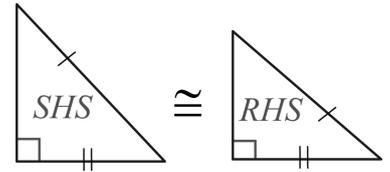
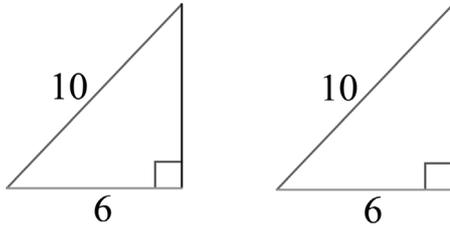
4.



- 全等
- 不一定全等



RHS 全等：\_\_\_\_\_的二個直角 $\triangle$ ，保證全等

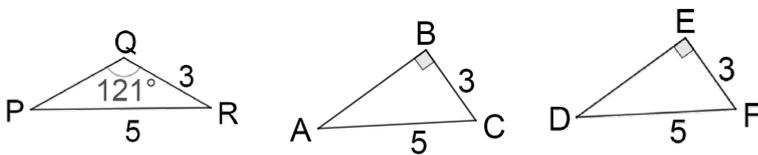


RHS 的關鍵是



RHS 為什麼會全等？

例題：哪二個 $\triangle$ 全等？



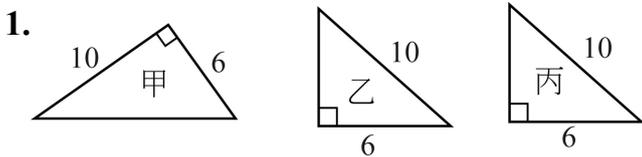
$\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中

① \_\_\_\_\_ =  $90^\circ$     ② \_\_\_\_\_ = 5    ③ \_\_\_\_\_ = 3

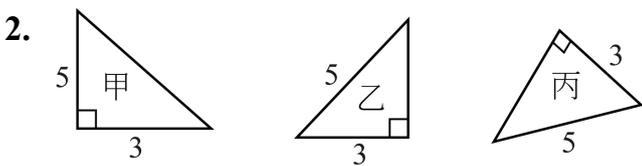
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$  ( \_\_\_\_\_ 全等 )



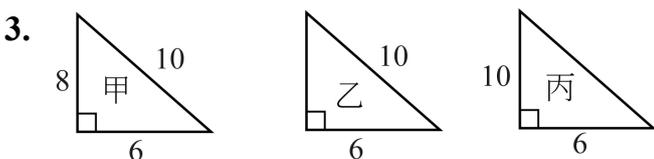
牛刀小試 8



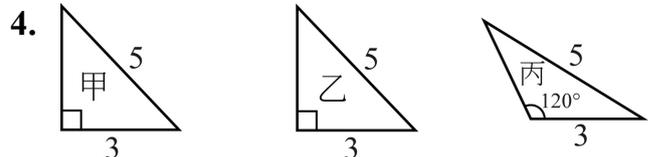
$\square \cong \square$  ( \_\_\_\_\_ 全等 )



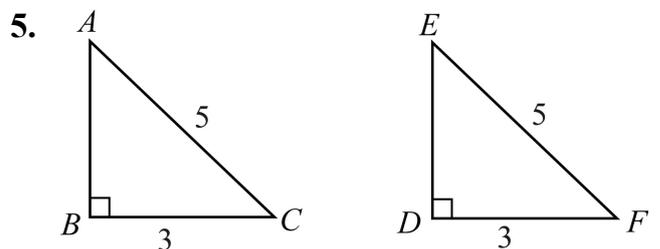
$\square \cong \square$  ( \_\_\_\_\_ 全等 )



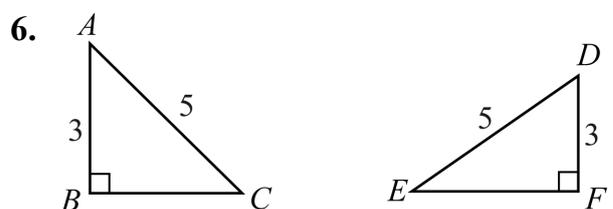
$\square \cong \square$  ( \_\_\_\_\_ 全等 )



$\square \cong \square$  ( \_\_\_\_\_ 全等 )



$\triangle ABC \cong \triangle$  \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ 全等 )



$\triangle ABC \cong \triangle$  \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ 全等 )

提示：把所有的邊寫出來再找對應

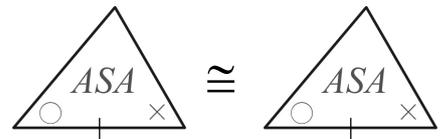
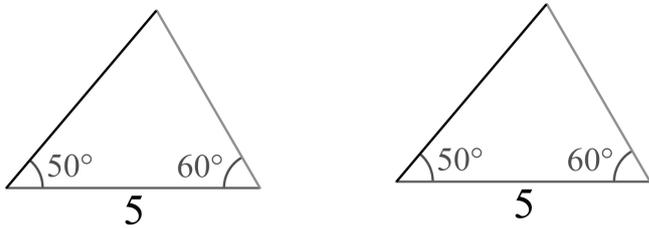


# 概念

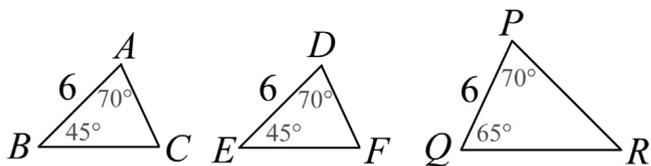
## ⑥ ASA 全等性質



RHS 全等：有 \_\_\_\_\_ 的二個  $\triangle$ ，保證全等



例題：哪二個  $\triangle$  全等？



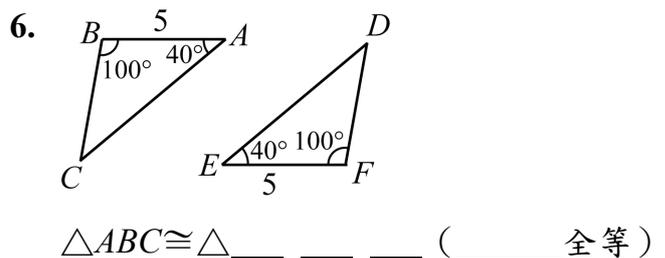
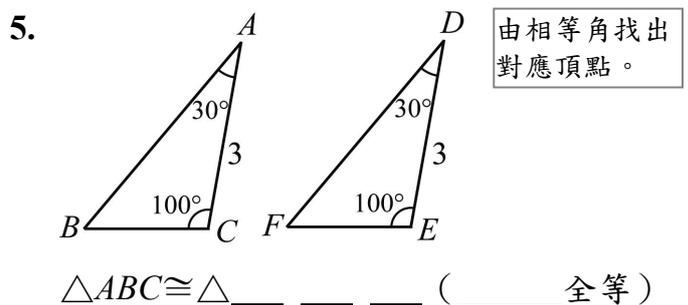
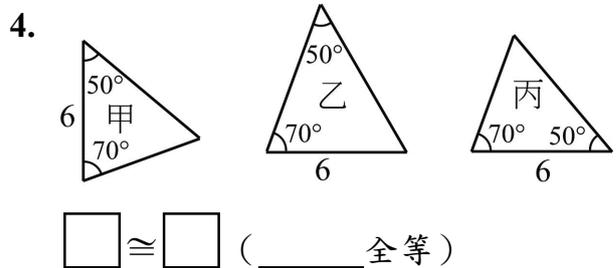
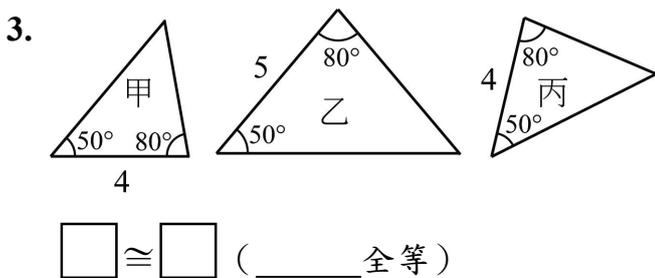
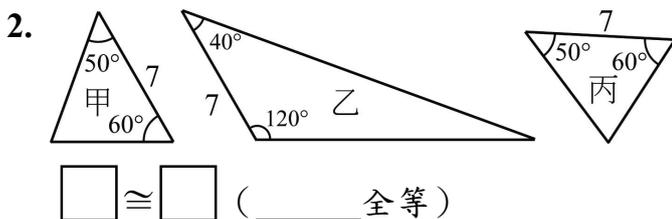
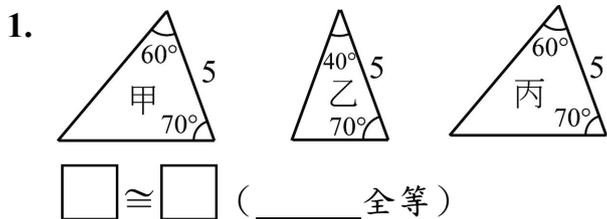
$\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中

① \_\_\_\_\_ =  $45^\circ$     ② \_\_\_\_\_ = 6    ③ \_\_\_\_\_ =  $70^\circ$

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$  ( \_\_\_\_\_ 全等 )



## 牛刀小試 9





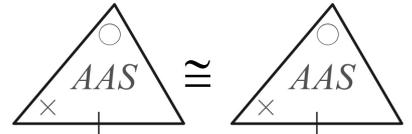
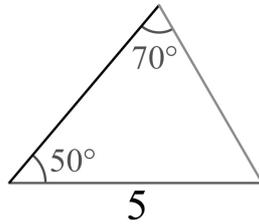
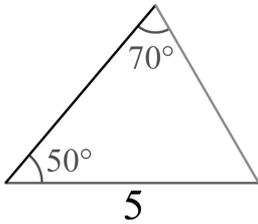
# 概念

## 7

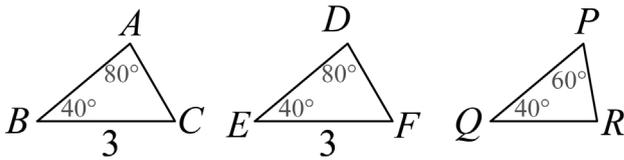
### AAS 全等性質



AAS 全等：\_\_\_\_\_的二個 $\triangle$ ，保證全等



例題：哪二個 $\triangle$ 全等？



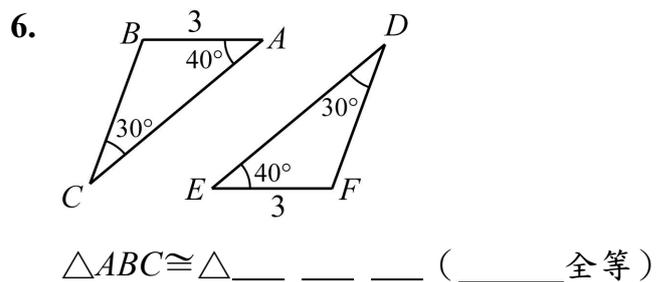
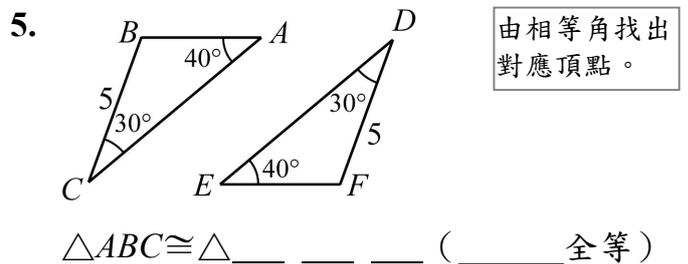
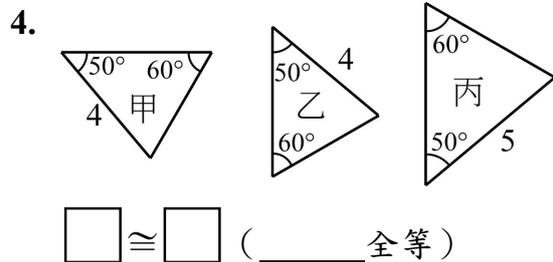
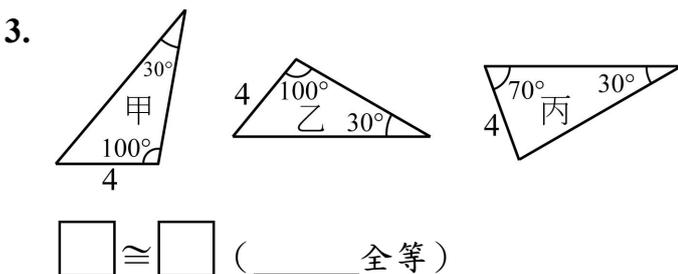
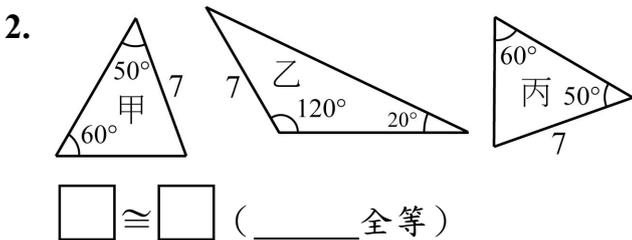
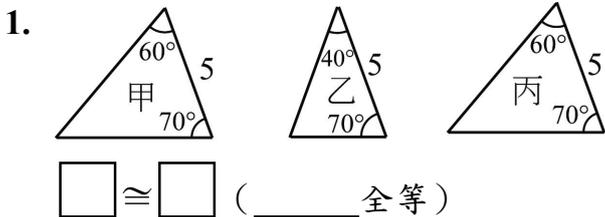
$\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中

- ① \_\_\_\_\_ =  $80^\circ$     ② \_\_\_\_\_ =  $40^\circ$     ③ \_\_\_\_\_ = 3

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$  ( \_\_\_\_\_ 全等 )



### 牛刀小試 10





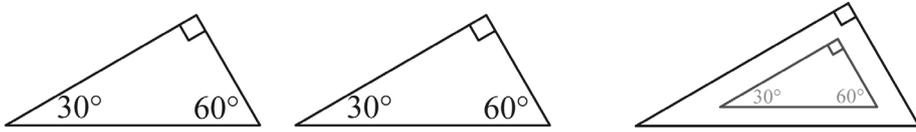
# 概念

## ⑧ AAA 不一定全等

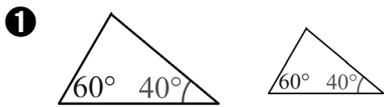


AAA 全等：\_\_\_\_\_的二個△\_\_\_\_\_全等

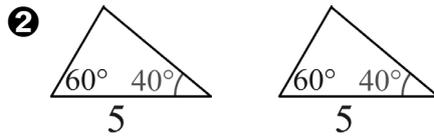
思考



例題：

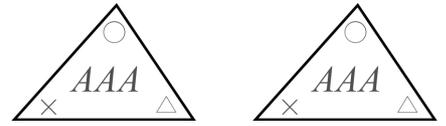


- (1)  全等  
 (2) \_\_\_\_\_ 全等性質



- (1)  全等  
 (2) \_\_\_\_\_ 全等性質

★ 不一定全等

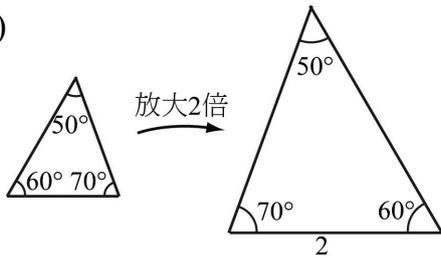


★ AAA 在什麼情況下一定會全等？



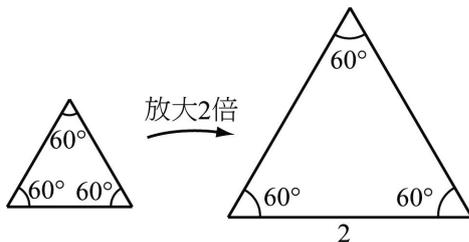
### 牛刀小試 11

1. (1)



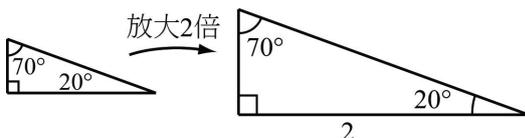
- 全等 (\_\_\_\_\_ 全等)  
 不全等

(2)



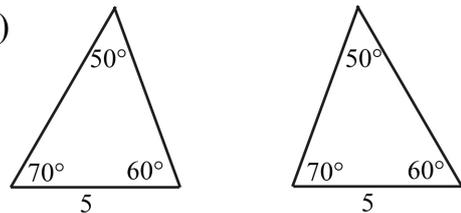
- 全等 (\_\_\_\_\_ 全等)  
 不全等

(3)



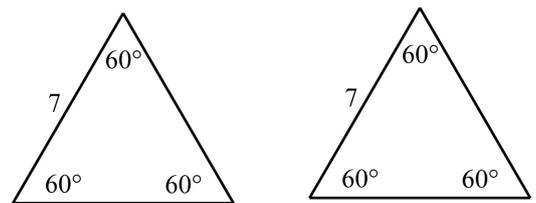
- 全等 (\_\_\_\_\_ 全等)  
 不全等

2. (1)



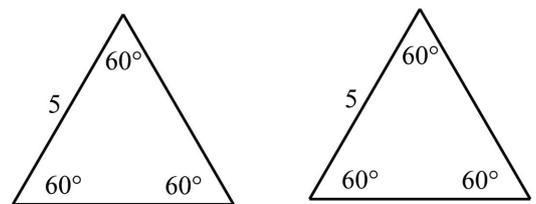
- 全等 (\_\_\_\_\_ 全等)  
 不全等

(2)



- 全等 (\_\_\_\_\_ 全等)  
 不全等

(3)



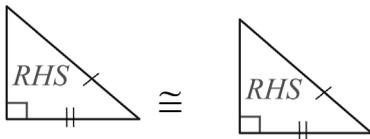
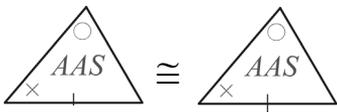
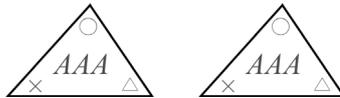
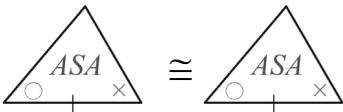
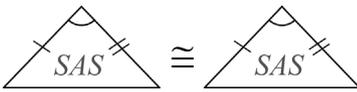
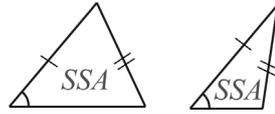
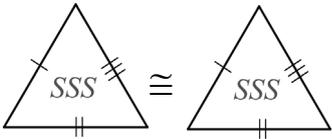
- 全等 (\_\_\_\_\_ 全等)  
 不全等



### 例題 ③ $\triangle$ 的全等性質 (統整)



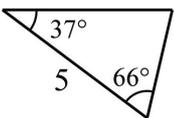
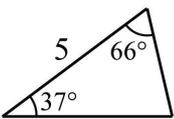
只要檢查兩個 $\triangle$ 的哪三個條件，就能保證兩個是不是 $\triangle$ 全等



### 牛刀小試 12

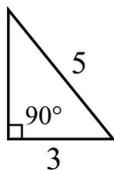
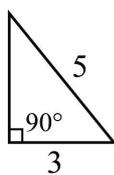
1. 請依據題目所給之條件，判斷所引用的全等性質。

①



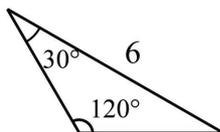
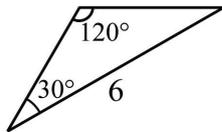
① \_\_\_\_\_ 全等

②



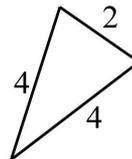
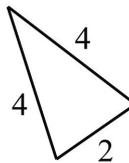
② \_\_\_\_\_ 全等

③



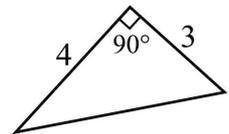
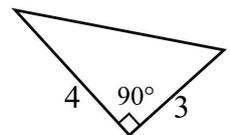
③ \_\_\_\_\_ 全等

④



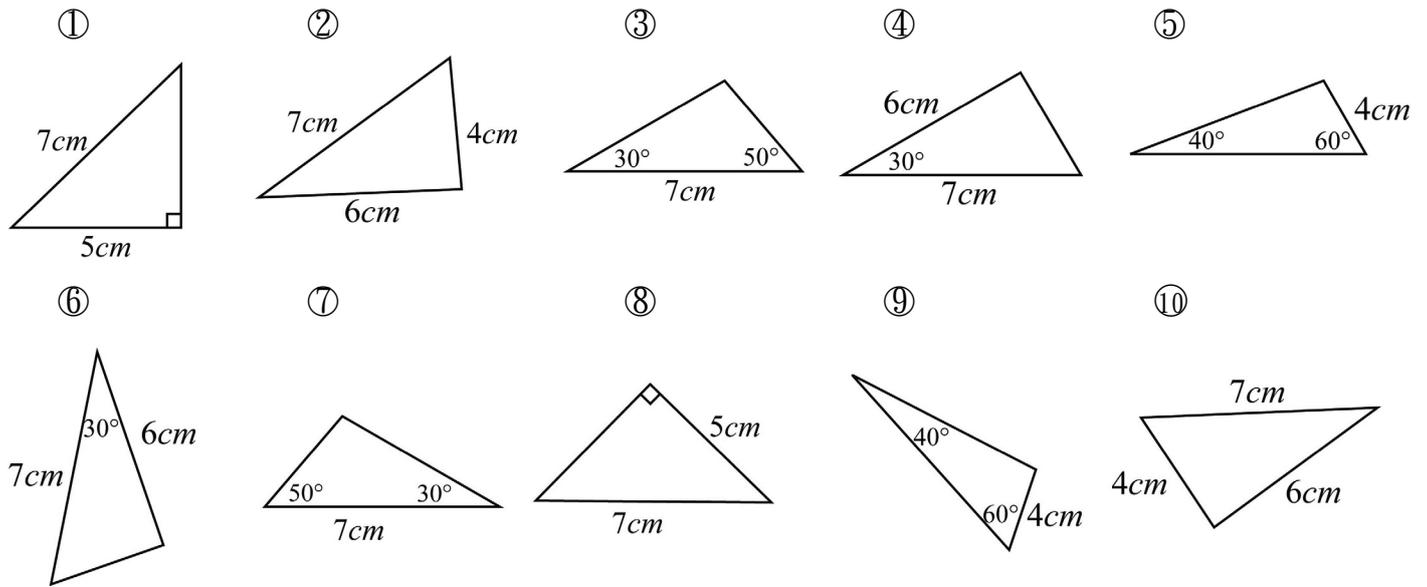
④ \_\_\_\_\_ 全等

⑤



⑤ \_\_\_\_\_ 全等

2. 下圖①~⑩的三角形中，共有五組全等三角形，請找出來並說明所根據的全等性質：



則：

①和\_\_\_\_\_全等，根據\_\_\_\_\_全等性質；②和\_\_\_\_\_全等，根據\_\_\_\_\_全等性質；  
 ③和\_\_\_\_\_全等，根據\_\_\_\_\_全等性質；④和\_\_\_\_\_全等，根據\_\_\_\_\_全等性質；  
 ⑤和\_\_\_\_\_全等，根據\_\_\_\_\_全等性質。



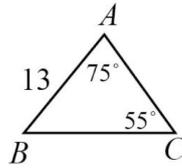
# 例題 4 $\triangle$ 的全等性質



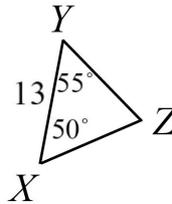
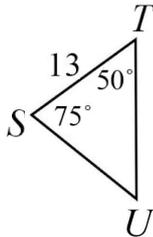
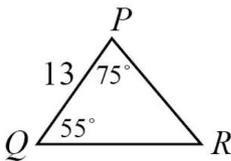
下圖中與  $\triangle ABC$  全等的三角形有\_\_\_\_\_，

① 與  $\angle C$  互為對應角的是\_\_\_\_\_，

② 與  $\overline{AC}$  互為對應邊的是\_\_\_\_\_。



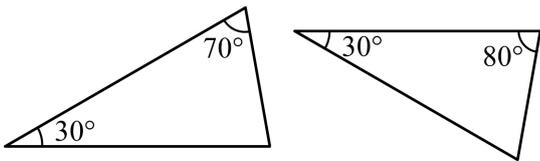
全等三角形最重要的就是對應，如何找對應？



## 牛刀小試 13

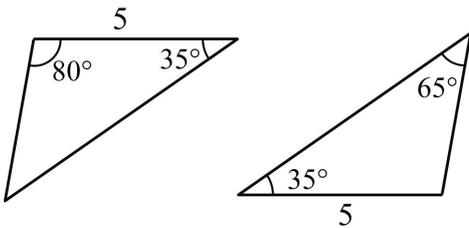
下列  $\triangle$  是否全等。

1.



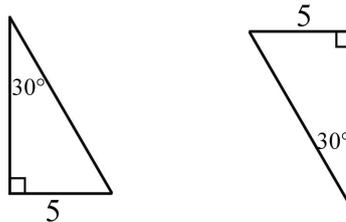
全等     不全等

2.



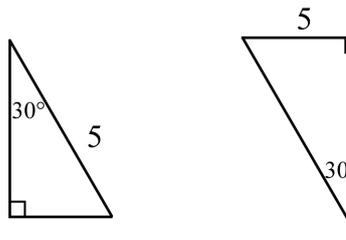
全等     不全等

3.



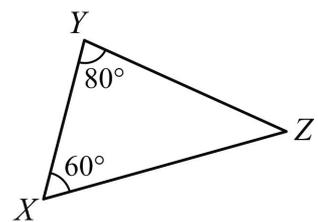
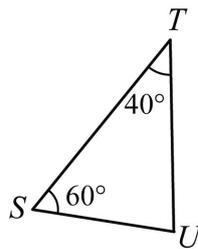
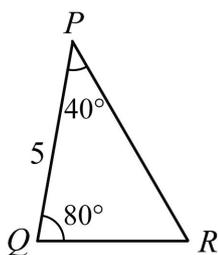
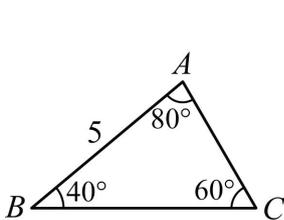
全等     不全等

4.



全等     不全等

5. 下圖中與  $\triangle ABC$  全等的三角形有\_\_\_\_\_，在這些三角形中，與  $\angle C$  互為對應角的是\_\_\_\_\_，與  $\overline{AC}$  互為對應邊的是\_\_\_\_\_。

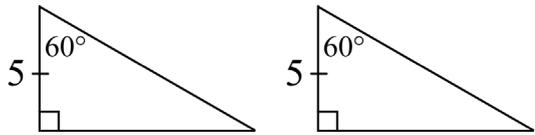




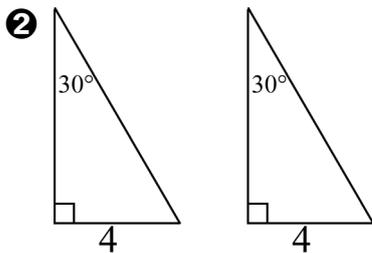
# 例題 5 直角△的全等性質



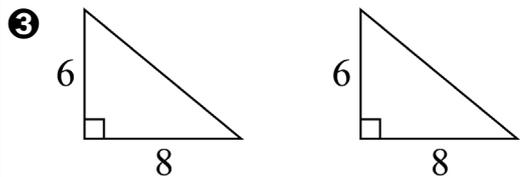
例題：①



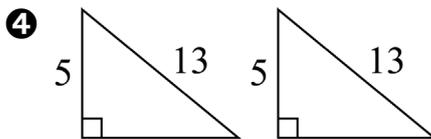
- (1)  全等 (\_\_\_\_ 全等)  
 不全等



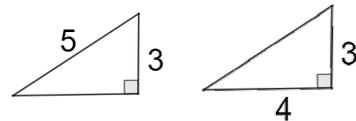
- (2)  全等 (\_\_\_\_ 全等)  
 不全等



- (3)  全等 (\_\_\_\_ 全等)  
 不全等



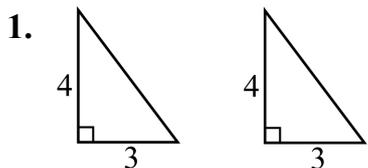
- (4)  全等 (\_\_\_\_ 全等)  
 不全等



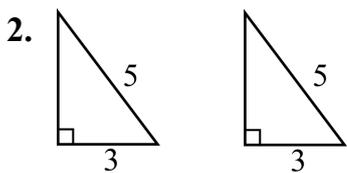
兩個直角△全等嗎?



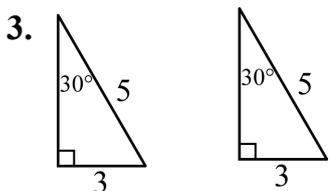
## 牛刀小試 14



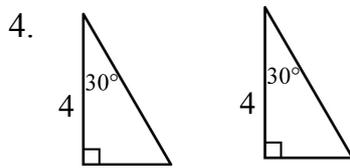
- 全等 (\_\_\_\_ 全等)  
 不全等



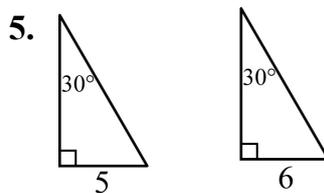
- 全等 (\_\_\_\_ 全等)  
 不全等



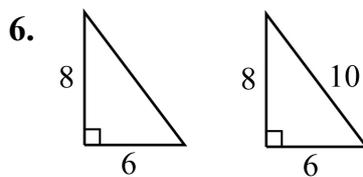
- 全等 (\_\_\_\_ 全等)  
 不全等



- 全等 (\_\_\_\_ 全等)  
 不全等



- 全等 (\_\_\_\_ 全等)  
 不全等



- 全等 (\_\_\_\_ 全等)  
 不全等

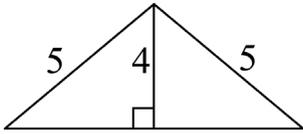


# 例題 ⑥ 共用邊和對頂角



共用邊

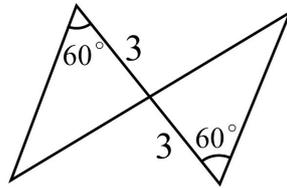
①



- (1)  全等 (\_\_\_\_ 全等)  
 不全等

共用角

②

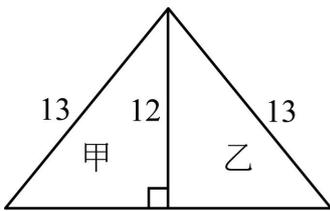


- (2)  全等 (\_\_\_\_ 全等)  
 不全等



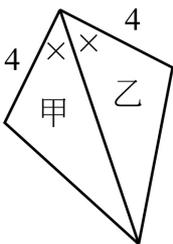
## 牛刀小試 15

1. (1)



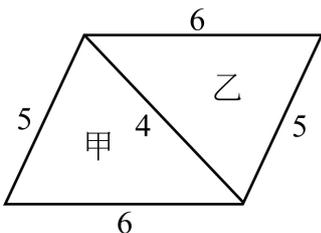
- 全等 (\_\_\_\_ 全等)  
 不全等

(2)



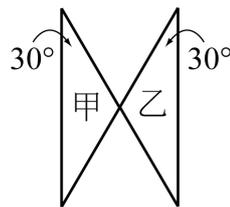
- 全等 (\_\_\_\_ 全等)  
 不全等

(3)



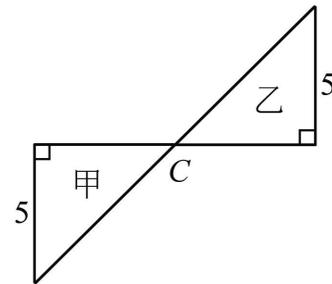
- 全等 (\_\_\_\_ 全等)  
 不全等

2. (1)



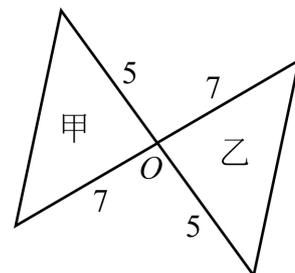
- 全等 (\_\_\_\_ 全等)  
 不全等

(2)



- 全等 (\_\_\_\_ 全等)  
 不全等

(3)



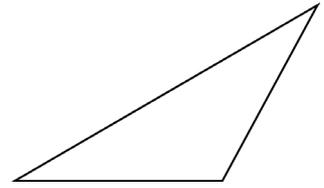
- 全等 (\_\_\_\_ 全等)  
 不全等



## 例題 7 全等 $\triangle$ 的尺規作圖

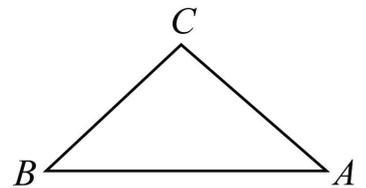


請運用你學過的尺規作圖和全等性質，作一個和右圖全等的三角形。



## 牛刀小試 16

請運用你學過的尺規作圖和全等性質，作一個和上圖全等的三角形。

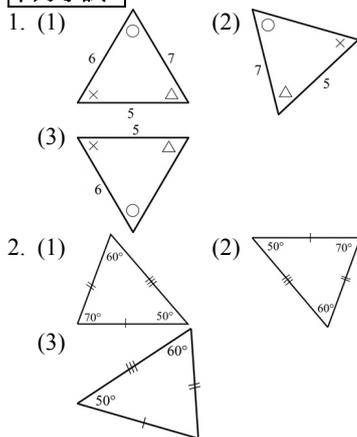




牛刀小試 1

1. 10
2. 4
3. 9
4.  $4\sqrt{2}$
5.  $3\sqrt{3}$
6.  $4\sqrt{3}$

牛刀小試 2



牛刀小試 3

1.  $\angle A=70^\circ, \angle C=60^\circ, \angle E=50^\circ$
2.  $\angle B=110^\circ, \angle C=40^\circ, \angle D=30^\circ$
3.  $\angle A=50^\circ, \angle C=90^\circ, \angle E=40^\circ$
4.  $\angle C=60^\circ, \angle D=70^\circ, \angle E=50^\circ$
5.  $\angle C=40^\circ, \angle D=30^\circ, \angle E=110^\circ$
6.  $\angle C=90^\circ, \angle D=50^\circ, \angle E=40^\circ$

牛刀小試 4

1.  $\overline{BC} = 7, \overline{DE} = 6$
2.  $\overline{AC} = 8, \overline{DE} = 7$
3.  $\overline{DE} = 10, \overline{BC} = 6, \overline{AC} = 8$
4.  $x=5, y=11$
5.  $x=6, y=10$
6.  $x=1, y=1$

牛刀小試 5

1. 甲  $\cong$  丙 (SSS)
2. 乙  $\cong$  丙 (SSS)
3. 甲  $\cong$  丙 (SSS)
4. 甲  $\cong$  丙 (SSS)
5.  $\triangle ABC \cong \triangle DFE$  (SSS)
6.  $\triangle ABC \cong \triangle EFD$  (SSS)

牛刀小試 6

1. 甲  $\cong$  丙 (SAS)
2. 乙  $\cong$  丙 (SAS)
3. 甲  $\cong$  丙 (SAS)
4. 甲  $\cong$  丙 (SAS)
5.  $\triangle ABC \cong \triangle DFE$  (SAS)
6.  $\triangle ABC \cong \triangle EFD$  (SAS)

牛刀小試 7

1.  不一定全等
2.  不一定全等
3.  全等
4.  全等

牛刀小試 8

1. 乙  $\cong$  丙 (RHS)
2. 乙  $\cong$  丙 (RHS)
3. 甲  $\cong$  乙 (RHS)
4. 甲  $\cong$  乙 (RHS)
5.  $\triangle ABC \cong \triangle EDF$  (RHS)
6.  $\triangle ABC \cong \triangle DFE$  (RHS)

牛刀小試 9

1. 甲  $\cong$  丙 (ASA)
2. 甲  $\cong$  丙 (ASA)
3. 甲  $\cong$  丙 (ASA)
4. 甲  $\cong$  丙 (ASA)
5.  $\triangle ABC \cong \triangle DFE$  (ASA)
6.  $\triangle ABC \cong \triangle EFD$  (ASA)

牛刀小試 10

1. 甲  $\cong$  丙 (AAS)
2. 甲  $\cong$  丙 (AAS)
3. 甲  $\cong$  乙 (AAS)
4. 甲  $\cong$  乙 (AAS)
5.  $\triangle ABC \cong \triangle EFD$  (AAS)
6.  $\triangle ABC \cong \triangle EFD$  (AAS)

牛刀小試 11

1.  不全等
2.  不全等
3.  不全等
4.  全等 (AAS)
5.  全等 (AAS)
6.  全等 (AAS)

牛刀小試 12

1. ①ASA ②RHS ③AAS  
④SSS ⑤SAS
2. ①和⑧RHS  
②和⑩SSS  
③和⑦ASA  
④和⑥SAS  
⑤和⑨AAS

牛刀小試 13

1.  不全等
2.  全等
3.  全等
4.  不全等
5.  $\overline{QPR}, \angle R, \overline{QR}$

牛刀小試 14

1.  全等
2.  全等
3.  全等
4.  全等
5.  不全等
6.  全等

牛刀小試 15

1. (1)  全等 (RHS)  
(2)  全等 (SAS)  
(3)  全等 (SSS)
2. (1)  不全等  
(2)  全等 (AAS)  
(3)  全等 (SAS)

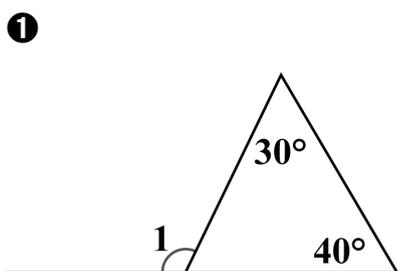
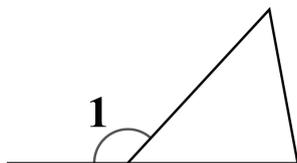
牛刀小試 16

略

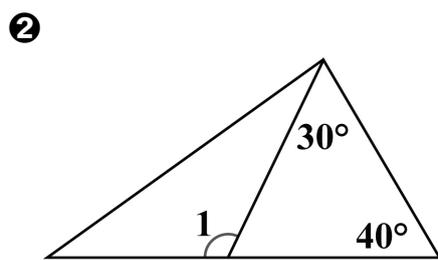


## 溫故知新 ① 外角定理

外角定理



$\angle 1 =$  \_\_\_\_\_

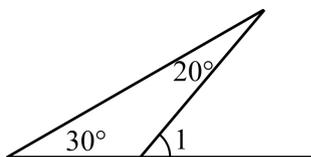


$\angle 1 =$  \_\_\_\_\_



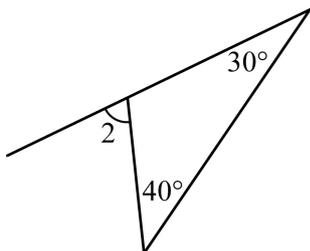
## 牛刀小試 ①

1. (1)



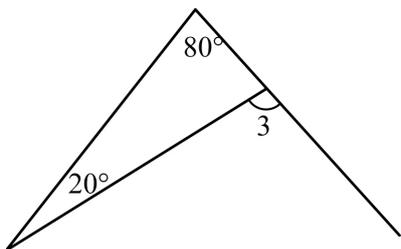
$\angle 1 =$  \_\_\_\_\_

(2)



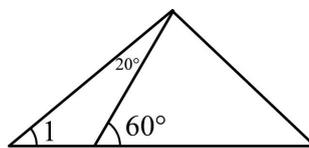
$\angle 2 =$  \_\_\_\_\_

(3)



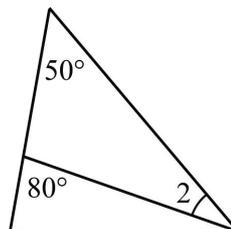
$\angle 3 =$  \_\_\_\_\_

2. (1)



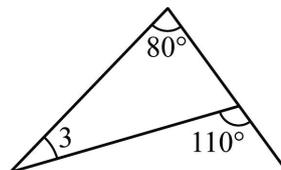
$\angle 1 =$  \_\_\_\_\_

(2)



$\angle 2 =$  \_\_\_\_\_

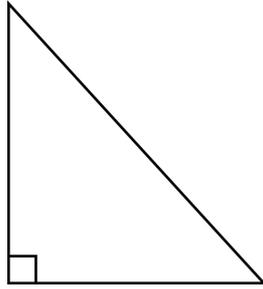
(3)



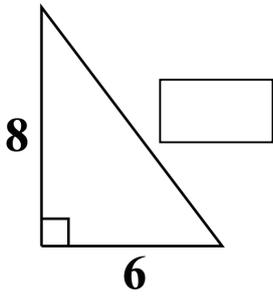
$\angle 3 =$  \_\_\_\_\_



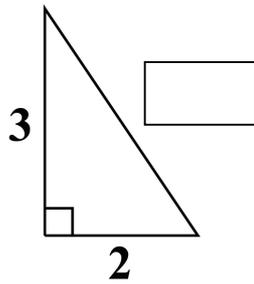
畢氏定理



①

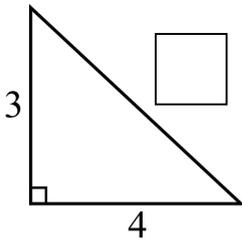


②

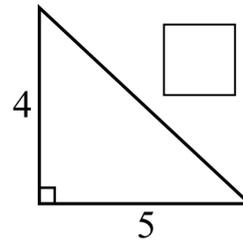


牛刀小試 ②

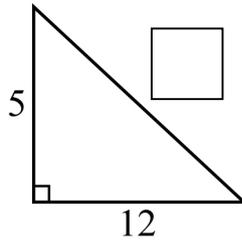
1. (1)



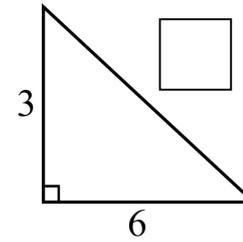
2. (1)



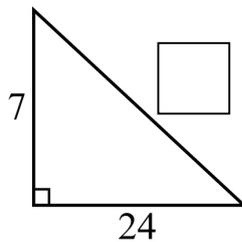
(2)



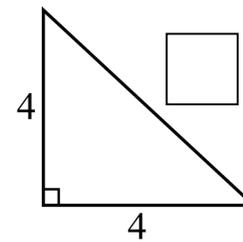
(2)



(3)



(3)

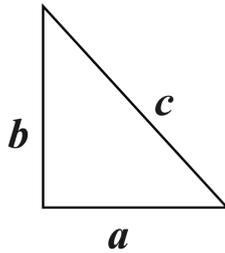




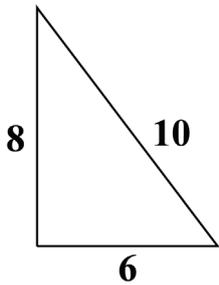
# ① 直角△的判別



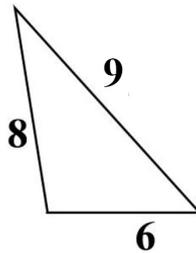
三角形中，若\_\_\_\_\_，  
則此三角形保證是直角三角形。



① 是 不是 直角△

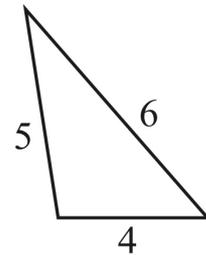
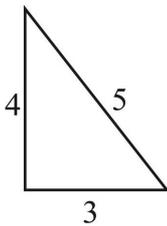


② 是 不是 直角△

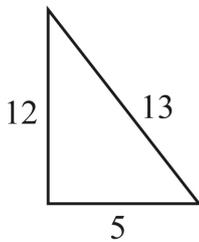


## 牛刀小試 3

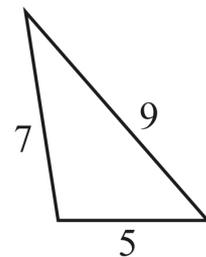
(1) 是 不是 直角△



(2) 是 不是 直角△



(4) 是 不是 直角△



(3) 是 不是 直角△



# 概念

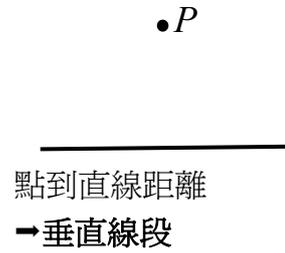
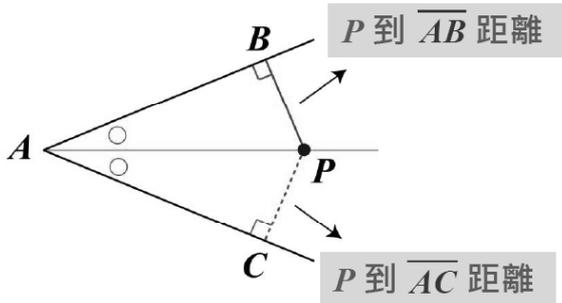
## 2

### 認識角平分線的定義與性質



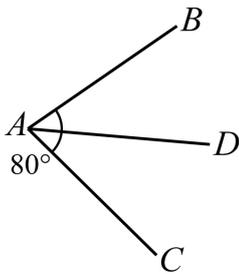
角平分線：\_\_\_\_\_

性質：角平分線上任意一點到角的\_\_\_\_\_距離相等。

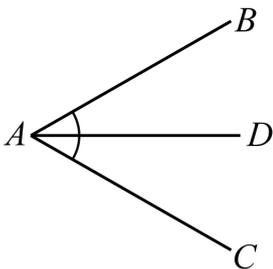


### 牛刀小試 4

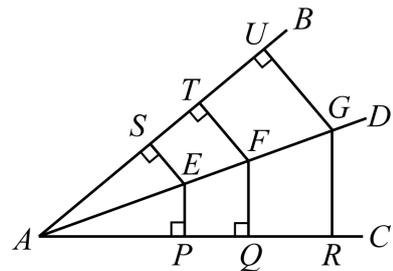
1.  $\overrightarrow{AD}$  是  $\angle BAC$  的角平分線，  
若  $\angle BAC = 80^\circ$ ，則  $\angle BAD = \underline{\hspace{2cm}}$ ，  
 $\angle DAC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



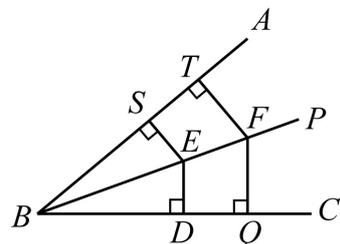
2.  $\overrightarrow{AD}$  是  $\angle BAC$  的角平分線，  
若  $\angle BAD = 30^\circ$ ，則  $\angle BAC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



3. 如圖  $\overrightarrow{AD}$  是  $\angle BAC$  的角平分線， $E$ 、 $F$ 、 $G$  是  $\overrightarrow{AD}$  上的 3 個點，且  $\overline{ES} = 3$ ， $\overline{FT} = 5$ ， $\overline{GU} = 6$ ，則  $\overline{EP} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{FQ} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{GR} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



4. 如圖  $\overrightarrow{AP}$  是  $\angle ABC$  的角平分線， $E$ 、 $F$  是  $\overrightarrow{AP}$  上的 2 個點，且  $\overline{ED} = 2$ ， $\overline{FQ} = 4$ ， $\overline{BD} = 3$ ，則  $\overline{BS} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{ES} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{FT} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

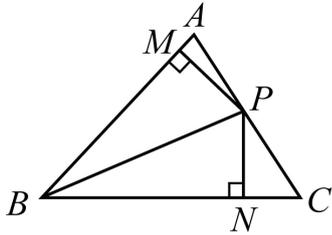




# 例題 ① 角平分線上任意一點到兩邊距離相等

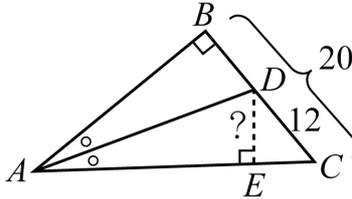


$\overline{BP}$  為  $\angle ABC$  的角平分線，  
 $\overline{PM} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{PN} \perp \overline{BC}$ ，  
 若  $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{PM} = 2$

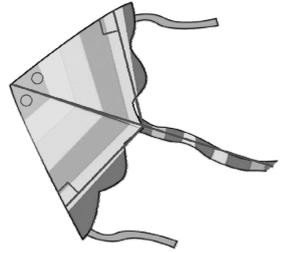


- ①  $\overline{PN} =$
- ②  $\triangle APB$  面積 =

$\overline{AD}$  為  $\angle BAC$  的角平分線，  
 $\overline{BC} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ，  
 若  $\overline{BC} = 20$ ， $\overline{CD} = 8$

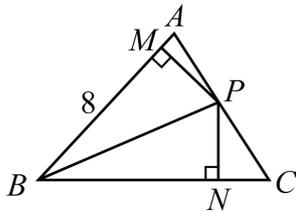


①  $D$  到  $\overline{AC}$  的距離 =

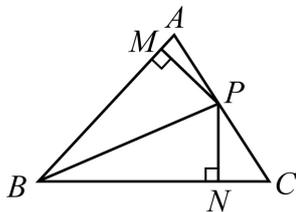


## 牛刀小試 5

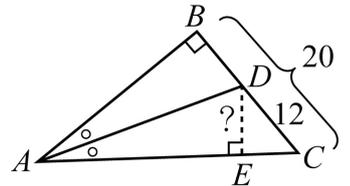
1.  $\overline{BP}$  為  $\angle ABC$  的角平分線， $\overline{PM} \perp \overline{AB}$ ，  
 $\overline{PN} \perp \overline{BC}$ ，若  $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{PM} = 3$ 。  
 (1)  $\overline{PN} =$  \_\_\_\_\_。  
 (2)  $\triangle APB$  面積 = \_\_\_\_\_。



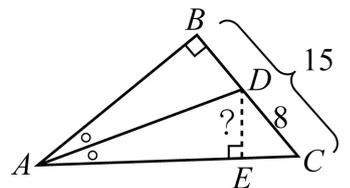
2.  $\overline{BP}$  為  $\angle ABC$  的角平分線， $\overline{PM} \perp \overline{AB}$ ，  
 $\overline{PN} \perp \overline{BC}$ ，若  $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{PM} = 4$ 。  
 (1)  $\overline{PN} =$  \_\_\_\_\_。  
 (2)  $\triangle APB$  面積 = \_\_\_\_\_。



3.  $\overline{AD}$  為  $\angle BAC$  的角平分線， $\overline{BC} \perp \overline{AB}$ ，  
 $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ，若  $\overline{BC} = 20$ ， $\overline{CD} = 12$ 。  
 則  $D$  到  $\overline{AC}$  的距離 = \_\_\_\_\_。



4.  $\overline{AD}$  為  $\angle BAC$  的角平分線， $\overline{BC} \perp \overline{AB}$ ，  
 $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ，若  $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{CD} = 8$ 。  
 則  $D$  到  $\overline{AC}$  的距離 = \_\_\_\_\_。



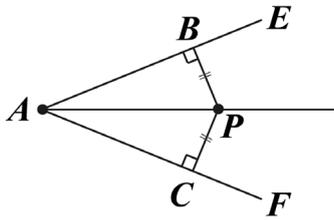


# 概念

## ③ 角平分線的判別性質



到角二邊等距離的點，必在角的\_\_\_\_\_線上。



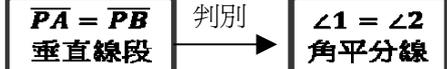
$\triangle ABP$  和  $\triangle ACP$  中

- ① \_\_\_\_\_。
- ② \_\_\_\_\_。
- ③ \_\_\_\_\_。

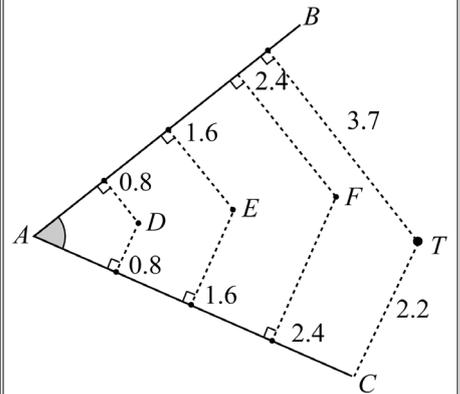
$\triangle ABP \cong \triangle ACP$  (\_\_\_\_\_全等)

$\therefore \angle BAP = \angle CAP$  (對應角相等)

因此  $\overline{AP}$  是  $\angle EAF$  的角平分線，故  $P$  點在  $\angle EAF$  的\_\_\_\_\_線上。

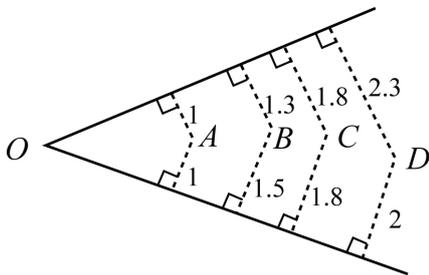


哪些點在  $\angle A$  的角平分線上？

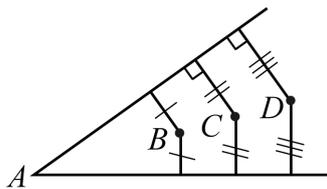


## 牛刀小試 6

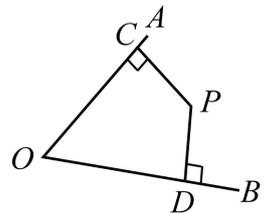
1. 哪些點在  $\angle D$  的角平分線上。



2. 如右圖中  $B$ 、 $C$ 、 $D$  三點到  $\angle A$  二邊的距離一樣長，可知  $B$ 、 $C$ 、 $D$  三點都在  $\angle A$  的\_\_\_\_\_線上。

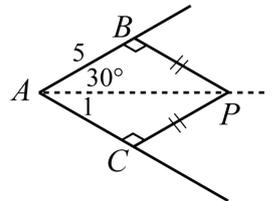


3. 如圖  $\overline{PC} \perp \overline{OA}$ ， $\overline{PD} \perp \overline{OB}$ ， $PC = 3$ ，當  $PD =$ \_\_\_\_\_時， $P$  在  $\angle AOB$  的角平分線上。



4. 如右圖  $\overline{PB} = \overline{PC}$

- (1)  $\overline{AP}$  是  $\angle A$  的\_\_\_\_\_線。
- (2)  $\angle 1 =$ \_\_\_\_\_。
- (3)  $\triangle ABP \cong \triangle$ \_\_\_\_\_。
- (4)  $\overline{AC} =$ \_\_\_\_\_。





## 例題 ② 角平分線的判別



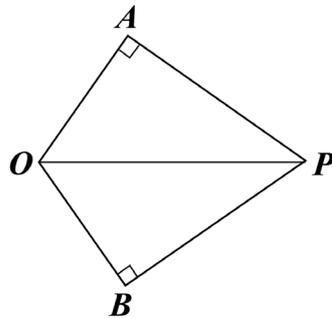
到角二邊等距離的點，必在角的\_\_\_\_\_線上。

如右圖，已知  $\overline{PA} \perp \overline{OA}$ ， $\overline{PB} \perp \overline{OB}$ ， $\overline{PA} = \overline{PB}$ ，

且  $\angle AOB = 110^\circ$ ，則：

①  $\overline{PO}$  是  $\angle AOB$  的\_\_\_\_\_線。

②  $\angle AOP =$ \_\_\_\_\_度。



## 牛刀小試 7

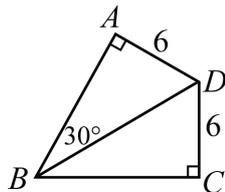
1. 如右圖，四邊形  $ABCD$  中，已知

$\overline{AD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ ，且

$\overline{CD} = \overline{AD} = 6$ ， $\angle ABD = 30^\circ$ ，則

(1)  $\angle DBC =$ \_\_\_\_\_。

(2)  $\angle BDC =$ \_\_\_\_\_。



2. 如右圖， $\triangle ABC$  中， $D$  在  $\overline{BC}$  上，

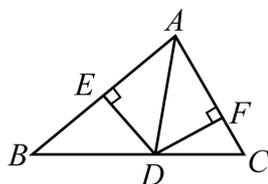
$\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{DF} \perp \overline{AC}$ ，且  $\overline{DE} = \overline{DF}$ ，

若  $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，則

(1)  $\angle A =$ \_\_\_\_\_。

(2)  $\angle DAF =$ \_\_\_\_\_。

(3)  $\angle ADF =$ \_\_\_\_\_。



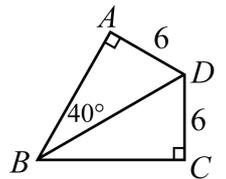
3. 如右圖，四邊形  $ABCD$  中，已知

$\overline{AD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ ，且

$\overline{CD} = \overline{AD} = 6$ ， $\angle ABD = 40^\circ$ ，則

(1)  $\angle DBC =$ \_\_\_\_\_。

(2)  $\angle BDC =$ \_\_\_\_\_。



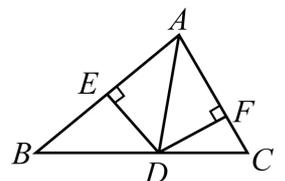
4. 如右圖， $\triangle ABC$  中， $D$  在  $\overline{BC}$  上，

$\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{DF} \perp \overline{AC}$ ，且  $\overline{DE} = \overline{DF}$ ，

若  $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle DAC = 30^\circ$ ，則

(1)  $\angle BAC =$ \_\_\_\_\_。

(2)  $\angle C =$ \_\_\_\_\_。





# 概念

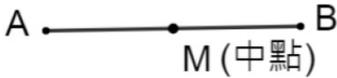
## 4 垂直平分線的定義和性質



垂直平分線：通過一條線段\_\_\_\_\_點，且和此線段\_\_\_\_\_的直線。又稱（\_\_\_\_\_線）

性質：垂直平分線上任意一點到線段的\_\_\_\_\_距離相等。

$\overline{AB}$  的垂直平分線  $L$



$\triangle PAM$  和  $\triangle PBM$

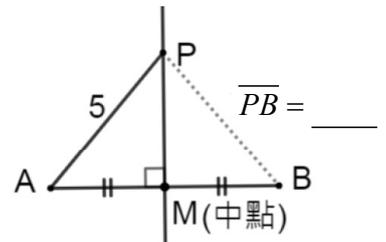
① \_\_\_\_\_ (直線  $L$  是  $\overline{AB}$  的中垂線)

② \_\_\_\_\_ (直線  $L$  是  $\overline{AB}$  的中垂線)

③ \_\_\_\_\_ (公用邊\_\_\_\_\_)

$\triangle PAM \cong \triangle PBM$  (\_\_\_\_\_全等)

所以  $\overline{PA} = \underline{\hspace{2cm}}$  (對應邊相等)

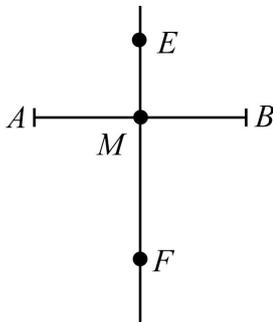


### 牛刀小試 8

1. 直線  $\overleftrightarrow{EF}$  是  $\overline{AB}$  的中垂線若  $\overline{AB} = 12$ 。

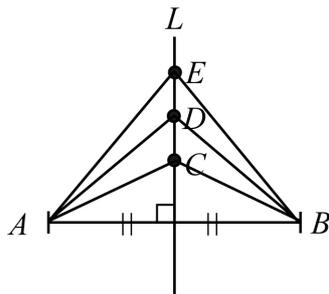
(1)  $\overline{AM} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $\angle EMA = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



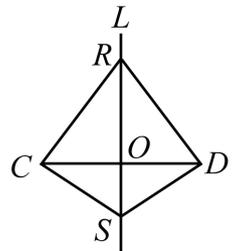
2. 直線  $L$  是  $\overline{AB}$  的垂直平分線，線上有 3 個點，已知  $\overline{AC} = 3$ ， $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{AE} = 5$ ，則

$\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{BE} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



3. 如右圖，直線  $L$  為  $\overline{CD}$  的垂直平分線， $R$ 、 $S$  兩點都在  $L$  上。已知  $\overline{CR} = 5$ ， $\overline{CO} = 3$ ，

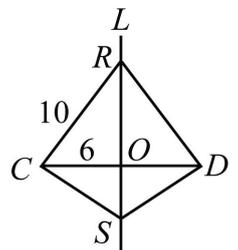
則  $\overline{RD} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{DO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{RO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



4. 如右圖，直線  $L$  為  $\overline{CD}$  的垂直平分線， $R$ 、 $S$  兩點都在  $L$  上。已知  $\overline{CR} = 10$ ，

$\overline{CO} = 6$ ，則  $\overline{RD} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{DO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\overline{RO} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



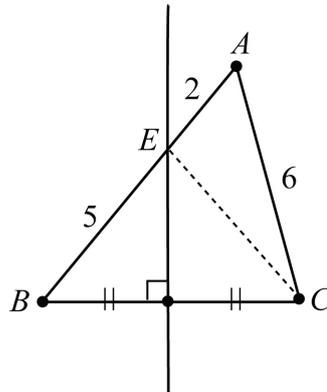


### 例題 3 中垂線性質的應用



如圖，直線  $L$  為  $\overline{BC}$  的垂直平分線，若  $\overline{BE} = 5$ ， $\overline{AE} = 2$ ， $\overline{AC} = 6$ 。

- (1)  $\overline{EC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。  
 (2)  $\triangle AEC$  周長 =  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



想一想：

若  $\overline{AB} = 7$

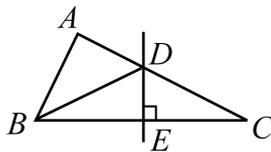
則  $\overline{AE} + \overline{EC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



### 牛刀小試 9

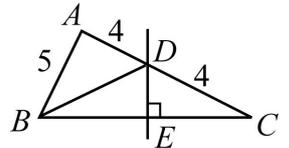
1. 如右圖  $\overline{DE}$  是  $\overline{BC}$  的垂直平分線。

已知  $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{CD} = 5$ ，  
 則  $\triangle ABD$  的周長 =  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



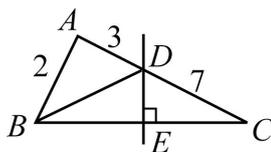
3. 如右圖  $\overline{DE}$  是  $\overline{BC}$  的垂直平分線。

已知  $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{CD} = 4$ ，  
 則  $\triangle ABD$  的周長 =  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



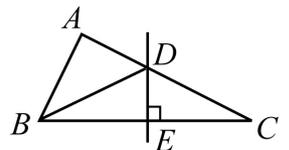
2. 如右圖  $\overline{DE}$  是  $\overline{BC}$  的垂直平分線。

已知  $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{CD} = 7$ ，  
 則  $\triangle ABD$  的周長 =  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



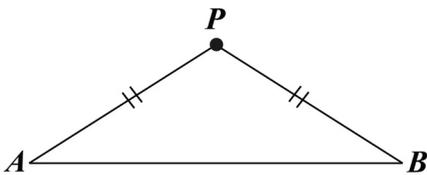
4. 如右圖  $\overline{DE}$  是  $\overline{BC}$  的垂直平分線。

已知  $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AC} = 10$ ，  
 則  $\triangle ABD$  的周長 =  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。





到線段兩端點等距的點必在線段的\_\_\_\_\_線上。



過  $P$  點作  $\overline{PM} \perp \overline{AB}$  於  $M$

$\triangle PAM$  和  $\triangle PBM$

- ① \_\_\_\_\_
- ② \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_)
- ③ \_\_\_\_\_ (公用邊)

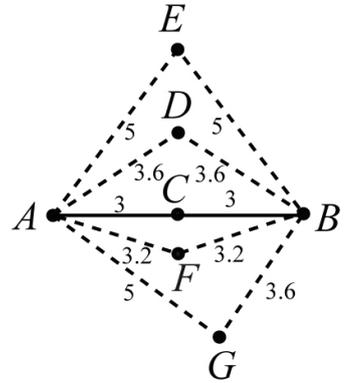
$\triangle PAM \cong \triangle PBM$  (\_\_\_\_全等)

所以  $\overline{AM} = \underline{\hspace{2cm}}$  (對應邊相等)

因為  $\overline{PM} \perp \overline{AB}$ ，且  $\overline{AM} = \overline{BM}$

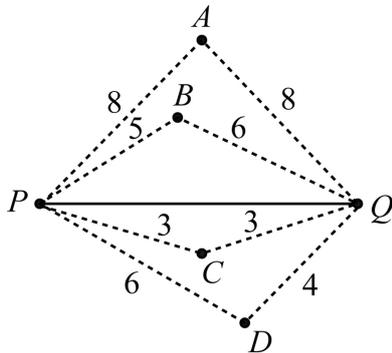
所以  $\overline{PM}$  是\_\_\_\_\_線，  
故  $P$  點在  $\overline{AB}$  的垂直平分線上。

如圖，哪些點在  $\overline{AB}$  的垂直平分線上？

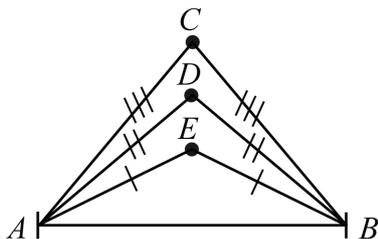


牛刀小試 10

1. 哪些點在  $\overline{PQ}$  的垂直平分線上？

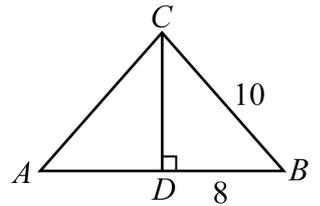


2. 如圖  $\overline{AB}$  上有  $C$ 、 $D$ 、 $E$  三點，且  $\overline{AC} = \overline{BC}$ ， $\overline{AD} = \overline{BD}$ ， $\overline{AE} = \overline{BE}$ ，則  $C$ 、 $D$ 、 $E$  三個點都在  $\overline{AB}$  的\_\_\_\_\_線上。



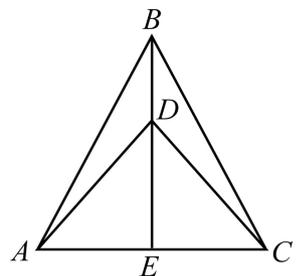
3. 如圖  $B$  點在  $\overline{AC}$  上一點， $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ ，且  $\overline{AD} = \overline{BC}$ 。

- (1)  $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2)  $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3)  $\overline{BD}$  是  $\overline{AC}$  上的\_\_\_\_\_線。



4. 已知  $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{BD} = \overline{CD}$ ， $\overline{BE} = 8$ ， $\overline{BC} = 10$ 。

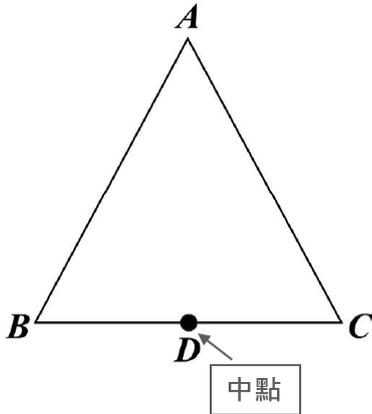
- (1)  $\overline{BE}$  是  $\overline{AC}$  的\_\_\_\_\_線。
- (2)  $\overline{AE} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。





等腰△：\_\_\_\_\_。

等腰△兩個底角\_\_\_\_\_。



$D$  是  $\overline{BC}$  中點，連  $\overline{AD}$

$\triangle ABD$  和  $\triangle ACD$  中

① \_\_\_\_\_

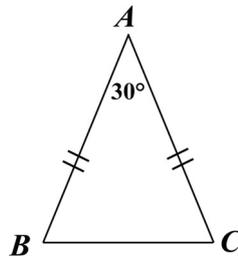
② \_\_\_\_\_ ( $D$  是  $\overline{BC}$  中點)

③ \_\_\_\_\_ (共用邊)

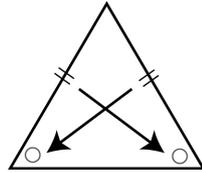
$\triangle ABD \cong \triangle ACD$  (\_\_\_\_全等)

$\angle B =$  \_\_\_\_\_ (對應角相等)

例題： $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，若  $\angle A = 30^\circ$ ，  
則  $\angle B = ?$

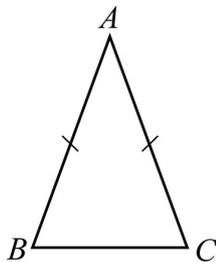


★等邊對等角

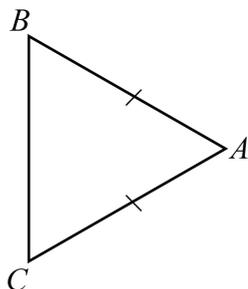


## 牛刀小試 11

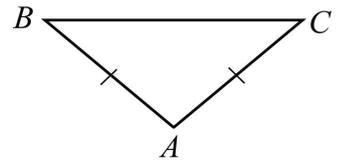
1.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，若  $\angle A = 40^\circ$ ，則  
 $\angle B =$  \_\_\_\_\_。



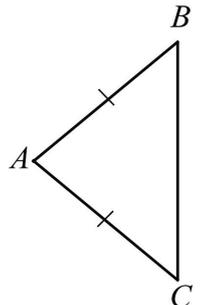
2.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，若  $\angle A = 60^\circ$ ，則  
 $\angle C =$  \_\_\_\_\_。



3.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，若  $\angle B = 40^\circ$ ，則  
 $\angle A =$  \_\_\_\_\_。



4.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，若  $\angle C = 50^\circ$ ，則  
 $\angle A =$  \_\_\_\_\_。





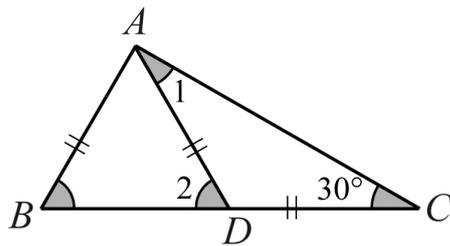
# 例題 4 等腰△的性質



如圖△ABC中，已知D為BC上一點，若 $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD}$ 且 $\angle C = 30^\circ$ ，則：

①  $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$

②  $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

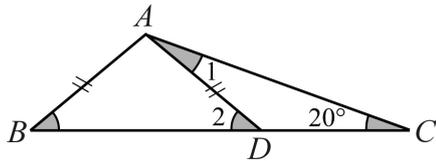


## 牛刀小試 12

1. 如圖△ABC中，已知D為BC上一點，若 $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD}$ ，且 $\angle C = 20^\circ$ ，則：

(1)  $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

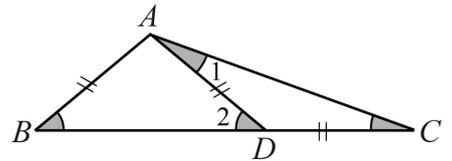
(2)  $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



3. 如圖△ABC中，已知D為BC上一點，若 $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD}$ ，且 $\angle B = 40^\circ$ ，則：

(1)  $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

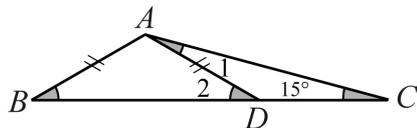
(2)  $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



2. 如圖△ABC中，已知D為BC上一點，若 $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD}$ ，且 $\angle C = 15^\circ$ ，則：

(1)  $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

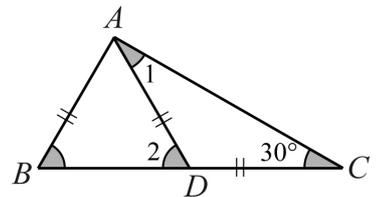
(2)  $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



4. 如圖△ABC中，已知D為BC上一點，若 $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD}$ ，且 $\angle B = 60^\circ$ ，則：

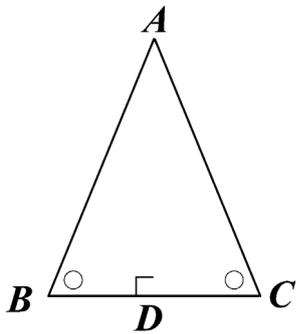
(1)  $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。





兩角相等的△，必為\_\_\_\_\_△。



作  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

$\triangle ABD$  和  $\triangle ACD$  中

① \_\_\_\_\_

② \_\_\_\_\_ ( $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ )

③ \_\_\_\_\_ (共用邊)

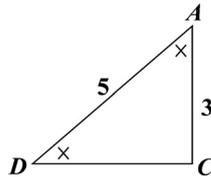
$\triangle ABD \cong \triangle ACD$  (\_\_\_\_全等)

$\overline{AB} =$  \_\_\_\_\_ (對應角相等)

故  $\triangle ABC$  是等腰△

例題：△ACD 中若  $\angle A = \angle D$ ，

則  $\overline{CD} =$  \_\_\_\_\_。



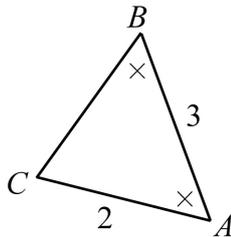
★△ABC 的三內角相等表示

△ABC 是什麼△？

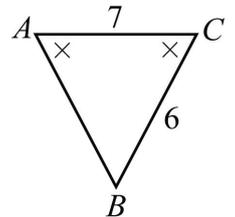


牛刀小試 13

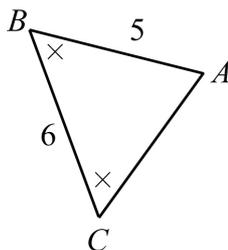
1. △ABC 中，若  $\angle A = \angle B$ ， $\overline{AC} = 2$ ， $\overline{AB} = 3$ ，則  $\overline{BC} =$  \_\_\_\_\_。



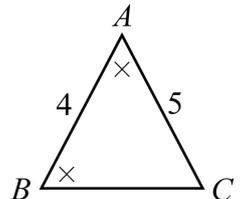
3. △ABC 中，若  $\angle A = \angle C$ ， $\overline{AC} = 7$ ， $\overline{BC} = 6$ ，則  $\overline{AB} =$  \_\_\_\_\_。



2. △ABC 中，若  $\angle B = \angle C$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ，則  $\overline{AC} =$  \_\_\_\_\_。



4. △ABC 中，若  $\angle A = \angle B$ ， $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{AB} = 4$ ，則  $\overline{BC} =$  \_\_\_\_\_。

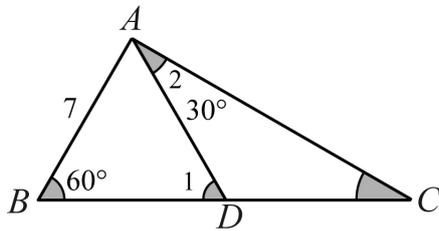




# 例題 5 等腰△的判別

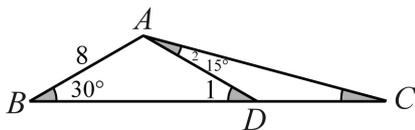


如圖在 $\triangle ABD$ 中，已知 $\angle B = \angle 1 = 60^\circ$   $\angle 2 = 30^\circ$ ，若 $\overline{AB} = 7$  求 $\overline{CD} = ?$

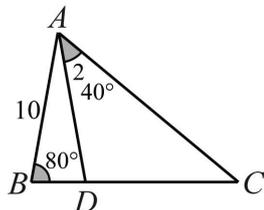


## 牛刀小試 14

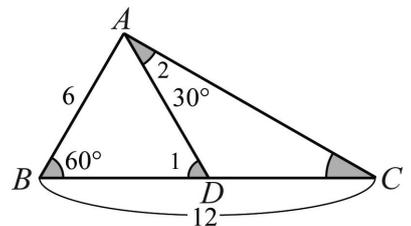
1. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = \angle 1 = 30^\circ$ ， $\angle 2 = 15^\circ$ ，若 $\overline{AB} = 8$ ，求
- $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
  - $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
  - $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



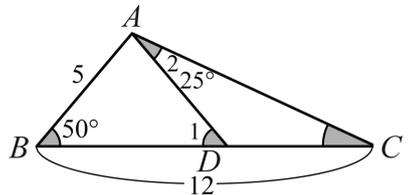
2. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = \angle ADB = 80^\circ$ ， $\angle 2 = 40^\circ$ ，若 $\overline{AB} = 10$ ，求
- $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
  - $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
  - $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



3. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = \angle 1 = 60^\circ$ ， $\angle 2 = 30^\circ$ ，若 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 12$ ，求
- $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
  - $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
  - $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



4. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = \angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2 = 25^\circ$ ，若 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 12$ ，求
- $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
  - $\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
  - $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

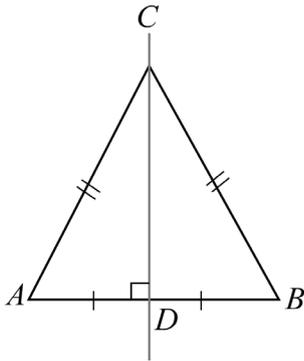




頂角平分線會\_\_\_\_\_底邊。

底邊中垂線會\_\_\_\_\_頂角。

對稱軸

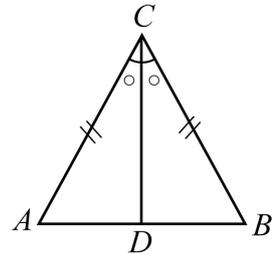


頂角\_\_\_\_\_

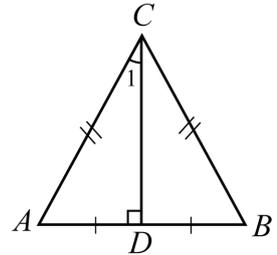
底邊上的\_\_\_\_\_

底邊上的\_\_\_\_\_

等腰 $\triangle ABC$ ， $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{CD}$ 平分 $\angle ACB$ ，則  
 $\overline{BD} =$ \_\_\_\_\_

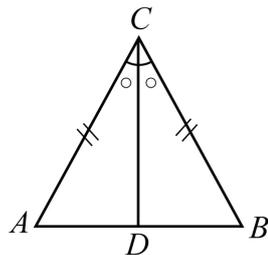


等腰 $\triangle ABC$ ， $\angle C = 80^\circ$ ， $\overline{BC}$ 的垂直平分線通過A點  
 $\angle 1 =$ \_\_\_\_\_

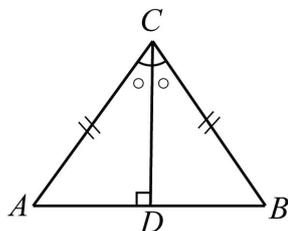


牛刀小試 15

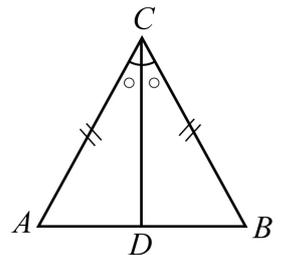
1. 等腰 $\triangle ABC$ ， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{CD}$ 平分 $\angle ACB$ ，則 $\overline{BD} =$ \_\_\_\_\_。



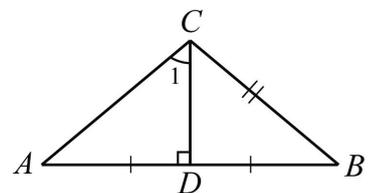
2. 等腰 $\triangle ABC$ ， $\angle ACB = 70^\circ$ ， $\overline{BC}$ 的垂直平分線通過A點，則 $\angle 1 =$ \_\_\_\_\_。



3. 等腰 $\triangle ABC$ ， $\overline{AB} = 18$ ， $\overline{CD}$ 平分 $\angle ACB$ ，則 $\overline{BD} =$ \_\_\_\_\_。



4. 等腰 $\triangle ABC$ ， $\angle ACB = 100^\circ$ ， $\overline{BC}$ 的垂直平分線通過A點，則 $\angle 1 =$ \_\_\_\_\_。





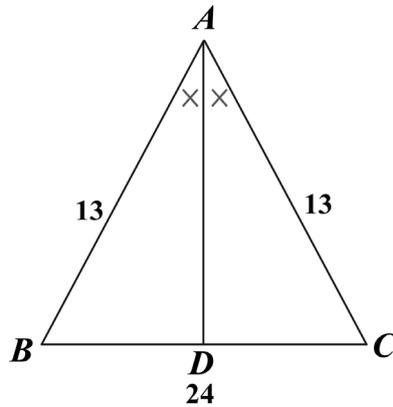
# 例題 ⑥ 等腰△面積計算



等腰 $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 24$ ，頂角平分線 $\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於 $D$ 點。

問 ①  $\overline{BC}$ 上的高 = ?

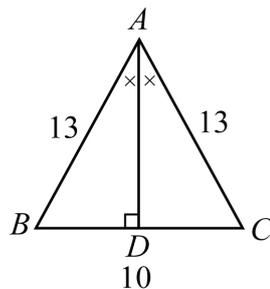
②  $\triangle ABC$ 面積?



## 牛刀小試 16

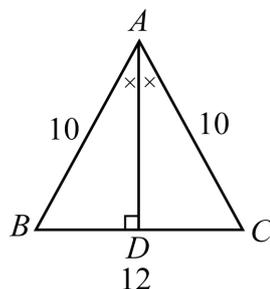
1. 等腰 $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ，頂角平分線 $\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於 $D$ 點，問：

- (1)  $\overline{BC}$ 上的高?
- (2)  $\triangle ABC$ 面積?



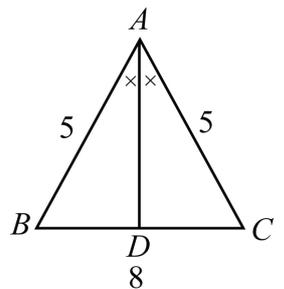
2. 等腰 $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ，頂角平分線 $\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於 $D$ 點，問：

- (1)  $\overline{BC}$ 上的高?
- (2)  $\triangle ABC$ 面積?



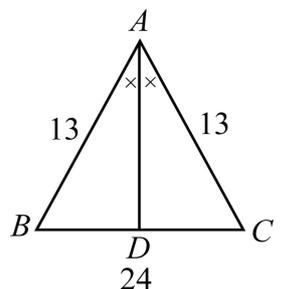
3. 等腰 $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 8$ ，頂角平分線 $\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於 $D$ 點，問：

- (1)  $\overline{BC}$ 上的高?
- (2)  $\triangle ABC$ 面積?



4. 等腰 $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 15$ ， $\overline{BC} = 24$ ，頂角平分線 $\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於 $D$ 點，問：

- (1)  $\overline{BC}$ 上的高?
- (2)  $\triangle ABC$ 面積?



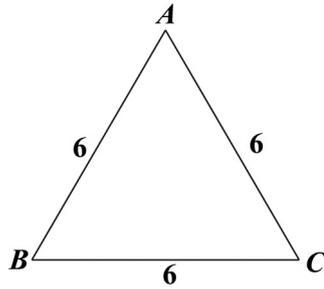


## 例題 7 正△面積計算



一正三角形邊長為 6，則

① 高 = ?



② 面積 = ?



### 牛刀小試 17

1. 若正三角形  $ABC$  的邊長為 4，則  $\triangle ABC$  的高為\_\_\_\_\_，面積為\_\_\_\_\_。
2. 若正三角形  $ABC$  的邊長為 8，則  $\triangle ABC$  的高為\_\_\_\_\_，面積為\_\_\_\_\_。
3. 若正三角形  $ABC$  的邊長為 10，則  $\triangle ABC$  的高為\_\_\_\_\_，面積為\_\_\_\_\_。
4. 若正三角形  $ABC$  的邊長為 12，則  $\triangle ABC$  的高為\_\_\_\_\_，面積為\_\_\_\_\_。



# 解 答 篇

## 牛刀小試 1

- (1)  $\angle 1 = 50^\circ$  (2)  $\angle 2 = 70^\circ$ ,  $\angle 3 = 100^\circ$
- (1)  $\angle 1 = 40^\circ$  (2)  $\angle 2 = 30^\circ$ ,  $\angle 3 = 30^\circ$

## 牛刀小試 2

- (1) 5 (2) 13 (3) 25
- (1)  $\sqrt{41}$  (2)  $3\sqrt{5}$  (3)  $4\sqrt{2}$

## 牛刀小試 3

- (1) 是 (2) 是
- (1) 不是 (2) 不是

## 牛刀小試 4

- $\angle BAD = 40^\circ$ ,  $\angle DAC = 40^\circ$
- $60^\circ$
- 3, 5, 6
- 3, 2, 4

## 牛刀小試 5

- (1) 3 (2) 12
- (1) 4 (2) 24
- 8
- 7

## 牛刀小試 6

- A, C
- 角平分
- 3
- (1) 角平分 (2)  $30^\circ$  (3)  $\triangle ACP$  (4) 5

## 牛刀小試 7

- (1)  $30^\circ$  (2)  $60^\circ$
- (1)  $80^\circ$  (2)  $40^\circ$  (3)  $50^\circ$
- (1)  $40^\circ$  (2)  $50^\circ$
- (1)  $60^\circ$  (2)  $80^\circ$

## 牛刀小試 8

- (1) 6 (2)  $90^\circ$
- 3, 4, 5
- 5, 3, 4
- (1) 10, 6, 8

## 牛刀小試 9

- 20
- 12
- 13
- 12

## 牛刀小試 10

- A, C
- 垂直平分
- (1) 10, (2) 8, (3) 垂直平分
- (1) 垂直平分 (2) 6, 10

## 牛刀小試 11

- $70^\circ$
- $60^\circ$
- $100^\circ$
- $80^\circ$

## 牛刀小試 12

- (1)  $20^\circ$  (2)  $40^\circ$  (3)  $40^\circ$
- (1)  $15^\circ$  (2)  $30^\circ$  (3)  $30^\circ$
- (1)  $40^\circ$  (2)  $20^\circ$
- (1)  $60^\circ$  (2)  $30^\circ$

## 牛刀小試 13

- 2
- 5
- 6
- 5

## 牛刀小試 14

- (1)  $15^\circ$  (2) 8 (3) 8
- (1)  $40^\circ$  (2) 10 (3) 10
- (1)  $30^\circ$  (2) 6 (3) 6
- (1)  $25^\circ$  (2) 5 (3) 7

## 牛刀小試 15

- 6
- $35^\circ$
- 9
- $50^\circ$

## 牛刀小試 16

- (1) 12 (2) 60
- (1) 8 (2) 48
- (1) 3 (2) 12
- (1) 5 (2) 60

## 牛刀小試 17

- $2\sqrt{3}$ ,  $4\sqrt{3}$
- $4\sqrt{3}$ ,  $16\sqrt{3}$
- $5\sqrt{3}$ ,  $25\sqrt{3}$
- $6\sqrt{3}$ ,  $36\sqrt{3}$



# B4 3-5 三角形邊角關係

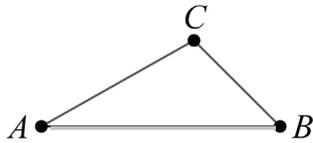


概念

## ① 三線段構成三角形的條件



■平面上兩點之間最短距離就是\_\_\_\_\_距離。



$$\begin{array}{l} \overline{AC} + \overline{BC} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \overline{AB} \\ \overline{AC} + \overline{AB} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \overline{BC} \\ \overline{AB} + \overline{BC} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \overline{AC} \end{array}$$

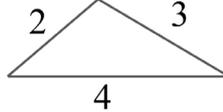
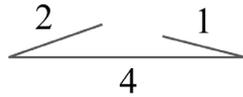
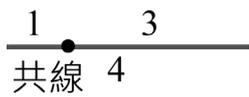
◎三角形任意二邊長和會\_\_\_\_\_第三邊的長。

例題：下列哪些線段可以拼成三角形？

① 1、3、4

② 2、4、1

③ 2、3、4



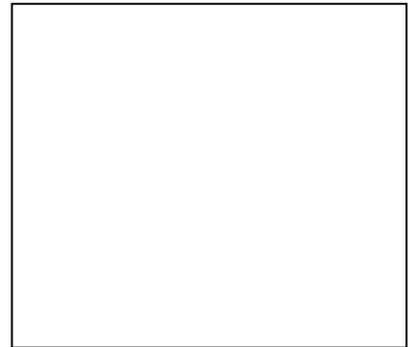
由②中

$$2 + 4 > 1$$

二邊長和 > 第三邊

為何無法拼成△

★要拼成△，則三邊長的關鍵條件是



## 牛刀小試 ①

下列哪些線段可以拼成△？

1. (1) 8, 8, 16

(2) 6, 8, 10

(3) 2, 5, 1

2. (1) 8, 8, 17

(2) 9, 8, 17

(3) 10, 8, 17

3. (1) 6, 4, 2

(2) 4, 4, 6

(3) 1, 4, 2

4. (1) 3, 7, 10

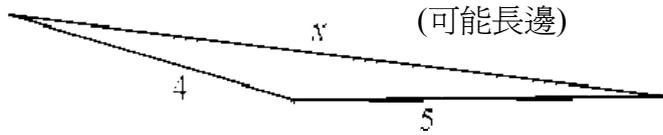
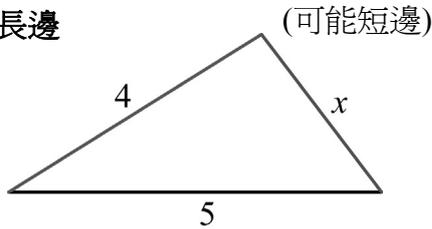
(2) 5, 5, 10

(3) 4, 8, 10



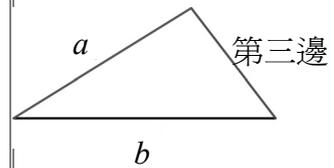
① 若三角形的二邊是 4 和 5，則第三邊長度  $x$  的範圍為何？

△較短的兩邊和會\_\_\_\_\_最長邊



② 若第三邊邊長是整數，求  $x = ?$

拼成△的關鍵



要拼成△，第三邊長範圍是

\_\_\_\_\_ < 第三邊 < \_\_\_\_\_



牛刀小試 2

1. 若三角形二邊長為 3、7，試求第三邊長度  $x$  的範圍？

3. 若三角形二邊長為 2、13

(1) 試求第三邊長度  $m$  的範圍？

(2) 若第三邊邊長是整數，則  $m = ?$

2. 若三角形二邊長為 4、8，試求第三邊長度  $y$  的範圍？

4. 若三角形二邊長為 2、14

(1) 試求第三邊長度  $n$  的範圍？

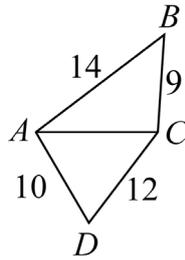
(2) 若第三邊邊長是整數，則  $n = ?$



# 例題 ① 四邊形分成兩個△

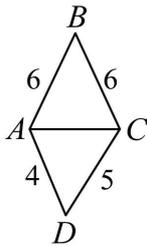


如圖，已知  $\overline{AB} = 14$ ， $\overline{BC} = 9$ ， $\overline{CD} = 12$ ， $\overline{AD} = 10$ ，若  $\overline{AC}$  為整數，則  $\overline{AC}$  的最大值與最小值分別為多少？

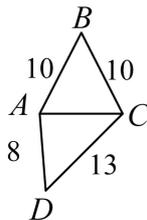


## 牛刀小試 ③

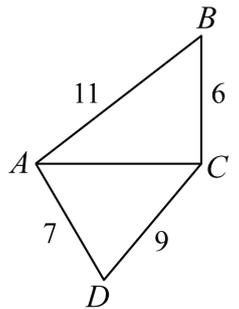
1. 如圖，若  $\overline{AC}$  為整數，則  $\overline{AC}$  的最大值為何？



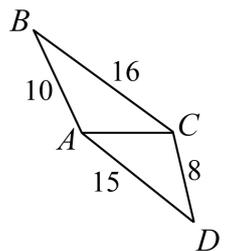
2. 如圖，若  $\overline{AC}$  為整數，則  $\overline{AC}$  的最大值為何？

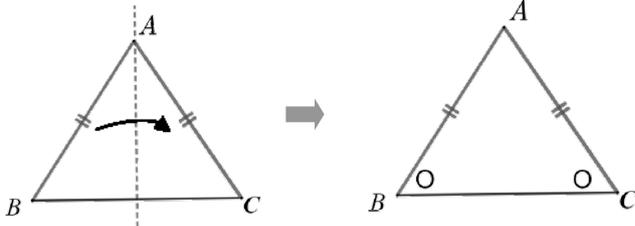


3. 如圖，若  $\overline{AC}$  為整數，則  $\overline{AC}$  的最小值與最大值分別為多少？



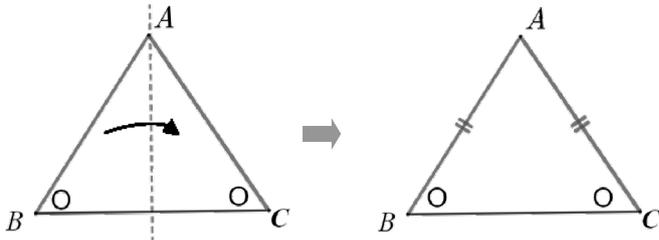
4. 如圖，若  $\overline{AC}$  為整數，則  $\overline{AC}$  的最小值與最大值分別為多少？





若  $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，則  $\angle B = \angle C$

表示：當二邊相等，它們所對的角必相等。

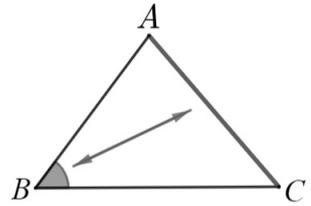


若  $\angle B = \angle C$ ， $\overline{AB} = \overline{AC}$

表示：當二邊相等，它們所對的邊必相等。

◎我們說

★對角與對邊



★ $\angle B$  的對邊是 \_\_\_\_\_

$\overline{AC}$  的對角是 \_\_\_\_\_

我們說

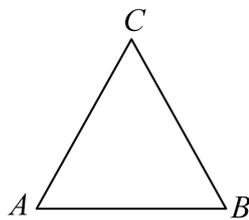
$\angle B$  對 \_\_\_\_\_

$\overline{AC}$  對 \_\_\_\_\_

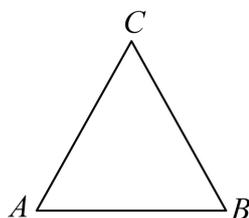


#### 牛刀小試 4

1. 直角 $\triangle ABC$ 中，已知  $\overline{CA} = \overline{CB}$ ，  
則  $\angle A$  \_\_\_\_\_  $\angle B$ 。



2.  $\triangle ABC$ 中，已知  $\angle A = \angle B$ 。  
則  $\overline{AC}$  \_\_\_\_\_  $\overline{BC}$ 。

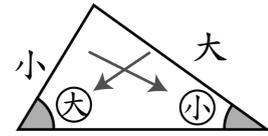
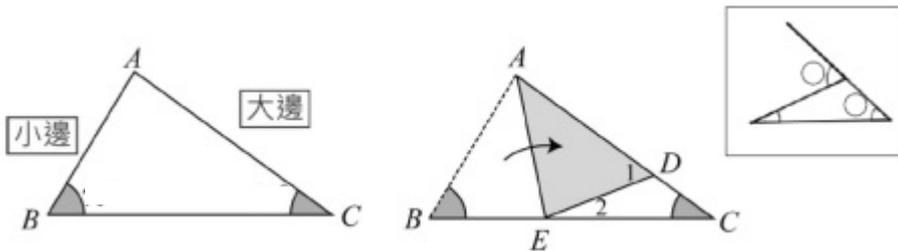


3.  $\triangle ABC$ 中，已知  $\overline{BC} = \overline{AB}$   
則  $\angle A =$  \_\_\_\_\_。

4.  $\triangle ABC$ 中，已知  $\angle C = \angle A$ ，  
則  $\overline{AB} =$  \_\_\_\_\_。



問題：△ABC 中，若  $\overline{AC} > \overline{AB}$ ，則  $\angle B$  \_\_\_\_\_  $\angle C$  哪個角比較大？



在同一△中  
若二邊不相等  
大邊所對的角比較\_\_\_\_\_。  
小邊所對的角比較\_\_\_\_\_。  
我們說

在同一△中

**直觀**  $\overline{AB}$  所對的角是\_\_\_\_\_。  
 $\overline{AC}$  所對的角是\_\_\_\_\_。  
若  $\overline{AC}$  \_\_\_\_\_  $\overline{AB}$   
則  $\angle B$  \_\_\_\_\_  $\angle C$

**證明** ①將  $\overline{AB}$  摺疊到  $\overline{AC}$  上  
則  $\angle B$  \_\_\_\_\_  $\angle 1$

②△ABC 中  
 $\therefore \angle 1 = \angle C + \angle$  \_\_\_\_\_  
 $\therefore \angle 1$  \_\_\_\_\_  $\angle C$   
因此  $\angle B$  \_\_\_\_\_  $\angle C$



## 牛刀小試 5

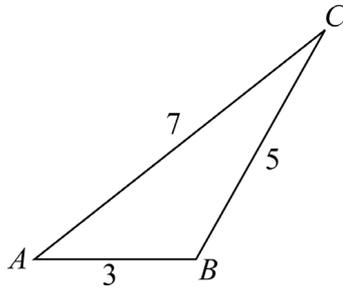
- △ABC 中，已知  $\overline{AC} > \overline{BC}$ ，則  $\angle A$  與  $\angle B$  的大小關係為何？
- △ABC 中，已知  $\overline{AC} < \overline{AB}$ ，則  $\angle B$  與  $\angle C$  的大小關係為何？
- △ABC 中，已知  $\overline{BC} > \overline{AB}$ ，則  $\angle A$  與  $\angle C$  的大小關係為何？
- △ABC 中，已知  $\overline{BC} = \overline{AB}$ ，則  $\angle A$  與  $\angle C$  的大小關係為何？



## 例題 ② 在同一 $\triangle$ 中，大邊對大角



在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 7$ ，  
試判斷 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小關係。



## 牛刀小試 6

1.  $\triangle ABC$  中，已知 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 7$ ，  
 $\overline{AC} = 9$ ，試比較 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小。

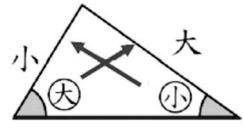
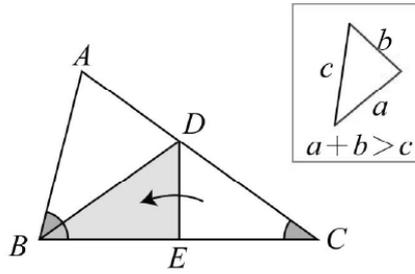
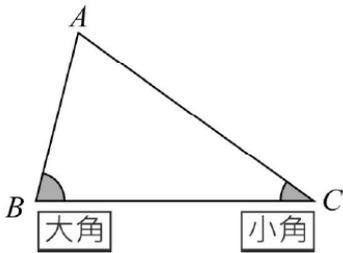
2.  $\triangle ABC$  中，已知 $\overline{AB} = 13$ ， $\overline{BC} = 12$ ，  
 $\overline{AC} = 5$ ，試比較 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小。

3.  $\triangle ABC$  中，已知 $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{BC} = 13$ ，  
 $\overline{AC} = 10$ ，試比較 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小。

4.  $\triangle ABC$  中，已知 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 8$ ，  
 $\overline{AC} = 6$ ，試比較 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小。



問題：△ABC 中，若  $\angle B > \angle C$ ，則  $\overline{AC}$  和  $\overline{AB}$  哪個邊比較長？



在同一△中  
若二邊不相等  
大角所對的邊比較\_\_\_\_\_。  
小角所對的邊比較\_\_\_\_\_。

我們說

在同一△中

**直觀** 已知  $\angle B > \angle C$

$\angle B$  所對的邊是\_\_\_\_\_。

$\angle C$  所對的邊是\_\_\_\_\_。

$\overline{AC}$  \_\_\_\_\_  $\overline{AB}$

**推理** ① 將 C 點沿  $\overline{BC}$  摺疊到 B 點上

② △ABC 中

$\overline{AD} + \overline{BD}$  \_\_\_\_\_  $\overline{AB}$

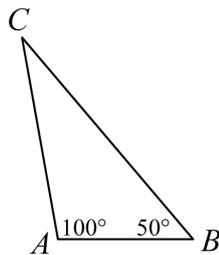
$\overline{AD} + \overline{CD}$  \_\_\_\_\_  $\overline{AB}$

$\overline{AC}$  \_\_\_\_\_  $\overline{AB}$



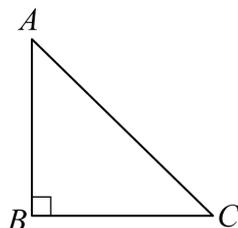
## 牛刀小試 7

1. △ABC 中，已知  $\angle A > \angle B$ ，  
則  $\overline{BC}$  \_\_\_\_\_  $\overline{AC}$ 。



3. △ABC 中，已知  $\angle A > \angle C$ ，  
則  $\overline{BC}$  \_\_\_\_\_  $\overline{AB}$ 。

2. △ABC 中，已知  $\angle B > \angle C$ ，  
則  $\overline{AC}$  \_\_\_\_\_  $\overline{AB}$ 。



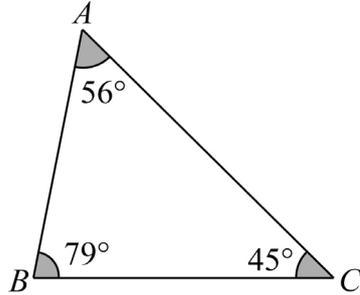
4. △ABC 中，已知  $\angle A < \angle C$ ，  
則  $\overline{BC}$  \_\_\_\_\_  $\overline{AB}$ 。



### 例題 ③ 在同一 $\triangle$ ，大角對大邊



$\triangle ABC$  中，已知  $\angle A = 56^\circ$ ， $\angle B = 79^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ，  
試判斷  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$  的大小。



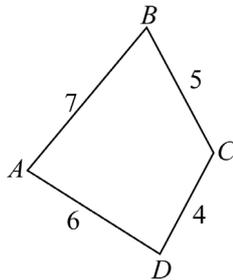
### 牛刀小試 8

- $\triangle ABC$  中，已知  $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 70^\circ$ ，試比較  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$  和  $\overline{AC}$  的大小。
- $\triangle ABC$  中，已知  $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 50^\circ$ ， $\angle C = 80^\circ$ ，試比較  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$  和  $\overline{AC}$  的大小。
- $\triangle ABC$  中，已知  $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，試比較  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$  和  $\overline{AC}$  的大小。
- $\triangle ABC$  中，已知  $\angle A = \angle B$ ， $\angle C$  是最大角，試比較  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$  和  $\overline{AC}$  的大小。

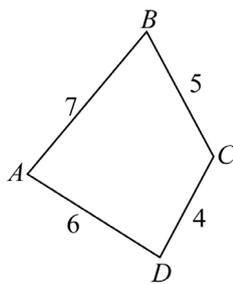
**例題****4**  $\triangle$ 大邊對大角與遞移律

如圖，已知  $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{CD} = 4$ ， $\overline{AD} = 6$ ，則

①  $\angle BAD$  \_\_\_\_\_  $\angle BCD$



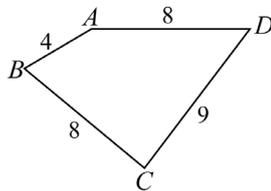
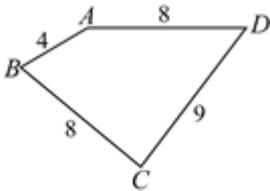
②  $\angle ABC$  \_\_\_\_\_  $\angle ADC$

**牛刀小試 9**

1. 如圖

(1)  $\angle BAD$  \_\_\_\_\_  $\angle BCD$

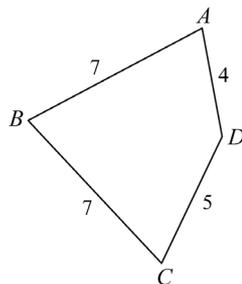
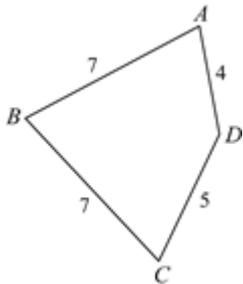
(2)  $\angle ABC$  \_\_\_\_\_  $\angle ADC$



2. 如圖

(1)  $\angle BAD$  \_\_\_\_\_  $\angle BCD$

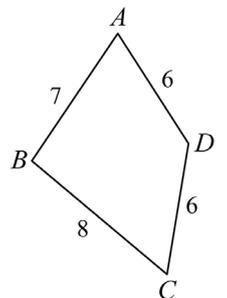
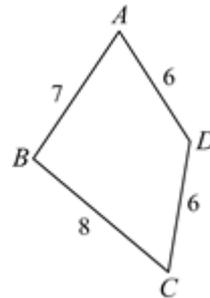
(2)  $\angle ABC$  \_\_\_\_\_  $\angle ADC$



3. 如圖

(1)  $\angle BAD$  \_\_\_\_\_  $\angle BCD$

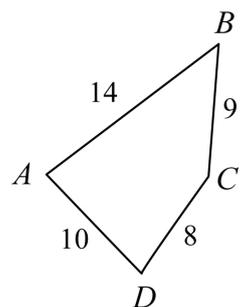
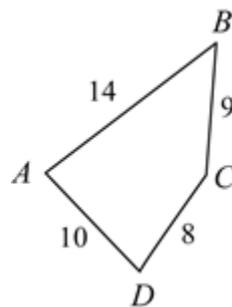
(2)  $\angle ABC$  \_\_\_\_\_  $\angle ADC$



4. 如圖

(1)  $\angle BAD$  \_\_\_\_\_  $\angle BCD$

(2)  $\angle ABC$  \_\_\_\_\_  $\angle ADC$





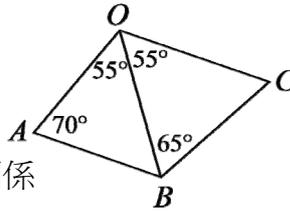
# 例題 5 $\triangle$ 大角對大邊與遞移律



如右圖，已知  $\angle AOB = \angle BOC = 55^\circ$ ，

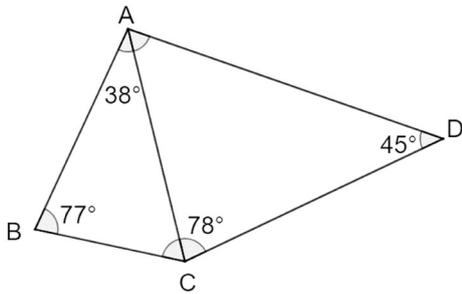
$\angle A = 70^\circ$ ， $\angle OBC = 65^\circ$ ，則：

- 1  $\angle ABO =$  \_\_\_\_\_ 度， $\angle BCO =$  \_\_\_\_\_ 度。
- 2  $\triangle ABO$  中， $\overline{AB}$ 、 $\overline{OA}$  與  $\overline{OB}$  中三邊長大小關係
- 3  $\triangle BCO$  中， $\overline{OC}$ 、 $\overline{BC}$  與  $\overline{OB}$  中三邊長大小關係
- 4  $\overline{OA}$ 、 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{OC}$  四邊中，最長邊為 \_\_\_\_\_。



## 牛刀小試 10

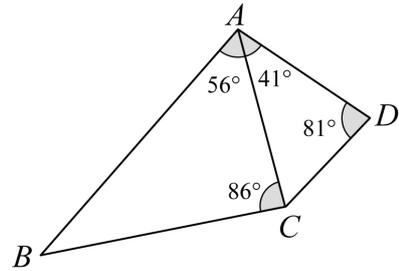
1.



如圖

- (1)  $\angle ACB =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle CAD =$  \_\_\_\_\_
- (2)  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}$  \_\_\_\_\_  $\overline{AC}$
- (3)  $\triangle ADC$  中， $\overline{AC}$  \_\_\_\_\_  $\overline{AD}$
- (4)  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{AD}$  四個邊中  
最長邊是 \_\_\_\_\_。

2.



如圖

- (1)  $\angle ABC =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle ACD =$  \_\_\_\_\_
- (2)  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}$  \_\_\_\_\_  $\overline{AC}$
- (3)  $\triangle ADC$  中， $\overline{AC}$  \_\_\_\_\_  $\overline{AD}$
- (4)  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{AD}$  四個邊中  
最長邊是 \_\_\_\_\_。





# B4-4-1 平行線



概念

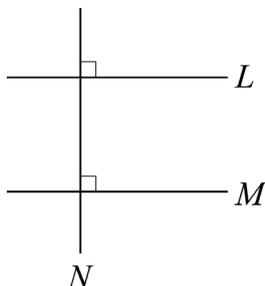
## ① 平行的意義



① 圖示：若  $L$  和  $M$  都和  $N$  **垂直** 我們說

$L$  和  $M$

{ 寫成符號  $\Rightarrow$  若  $L \perp N$  則   
 $M \perp N$

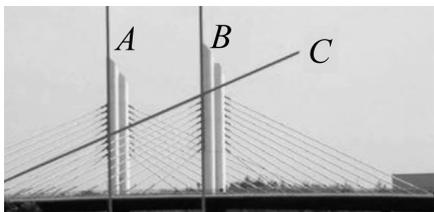


② 定義：若平面上兩條直線都垂直於同一直線，則這兩條直線稱為\_\_\_\_\_。



## 牛刀小試 1

1.



地面

(1) 因為

柱子  $A$  和地面  垂直  平行，

柱子  $B$  和地面  垂直  平行，

所以，可以確定  $A$  柱子和  $B$  柱子

互相\_\_\_\_\_。

(2) 因為

柱子  $B$  和地面  有  沒有 垂直

鋼索  $C$  和地面  有  沒有 垂直

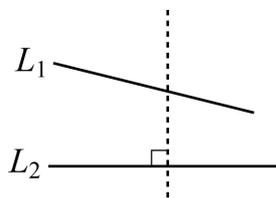
所以，可以確定柱子  $B$  和鋼索  $C$

有  沒有 互相平行。

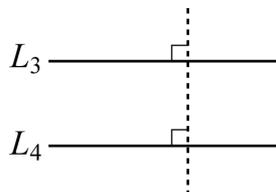
(3) 請你再寫一次，在同一平面上，二條

直線要在什麼情況下才會互相平行？

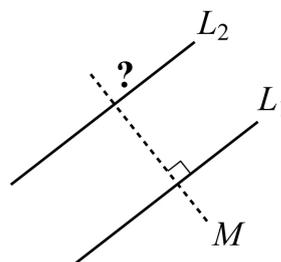
2. (1)  $L_1$  和  $L_2$   有  沒有 平行。



(2)  $L_3$  和  $L_4$   有  沒有 平行。



3. 若要畫出一條和  $L_1$  平行的直線  $L_2$  表示這條直線  $L_2$  要和  $M$  \_\_\_\_\_。

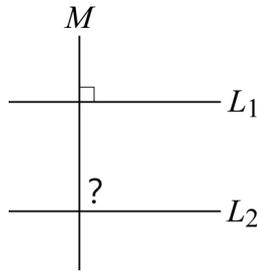




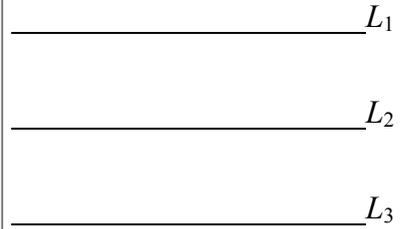
# 例題 1 平行線的性質



$L_1 // L_2$ ，而且  $M \perp L_1$ ，請問： $M$  和  $L_2$  會垂直嗎？為什麼？



☆

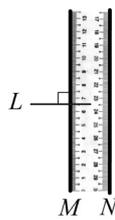


若  $L_1 // L_2$  而且  $L_2 // L_3$  那麼  $L_1$  和  $L_3$  會平行嗎？為什麼？



## 牛刀小試 2

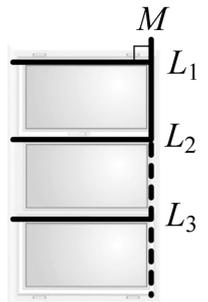
1. (1) 尺的二邊互相平行，即  $M // N$ ，  
若一條直線  $L$  垂直  $M$   
則  $L$  也會垂直  $N$  嗎？\_\_\_\_\_



- (2) 在平面上  
兩條互相平行的直線  $M$  和  $N$ ，  
用數學符號記為  $M \underline{\hspace{1cm}} N$ 。  
若一直線  $L$  和直線  $M$  垂直，  
用數學符號記為  $L \underline{\hspace{1cm}} M$ 。  
則這一條直線  $L$  也會垂直  $N$ ，  
用數學符號記為  $L \underline{\hspace{1cm}} N$ 。

- (3) 在平面上  $M // N$ ，  
若  $L \perp M$ ，則  $L \underline{\hspace{1cm}} N$ 。

2. (1) 在平面上直線  $L_1$  和直線  $L_2$  互相平行，直線  $L_2$  和直線  $L_3$  互相平行，則直線  $L$  和直線  $L_3$  會互相平行嗎？\_\_\_\_\_

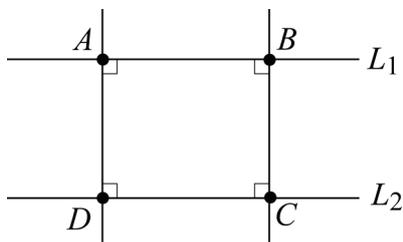


- (2) 由(1)中將直線  $M$  延伸想想看，  
 $L_1 // L_2$ ，表示當  $M \perp L_1$ ，則  $M \underline{\hspace{1cm}} L_2$ 。  
 $L_2 // L_3$ ，表示當  $M \perp L_2$ ，則  $M \underline{\hspace{1cm}} L_3$ 。  
我們發現  $M \perp L_1, M \perp L_2, M \perp L_3$  兩條線都和同一直線垂直，表示這三條線  $L_1 \underline{\hspace{1cm}} L_2 \underline{\hspace{1cm}} L_3$ 。
- (3) 在平面上  $L_1 // L_2$  且  $L_2 // L_3$ ，  
則  $L_1 \underline{\hspace{1cm}} L_3$ 。



① 兩條平行線之間的距離處處相等。

$L_1 // L_2$



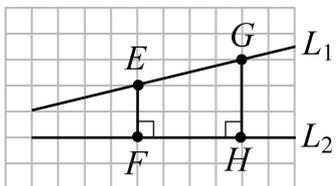
☆兩條鐵軌會不會相交？

② 平行的兩直線永不相交。



牛刀小試 3

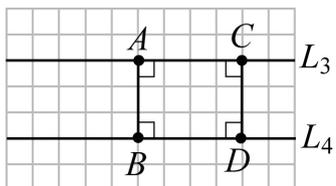
1. (1)



數數看，在平面上  $L_1$  和  $L_2$  不平行，  
則  $E$ 、 $F$  點間的距離  $\overline{EF} =$  \_\_\_\_\_。

$G$ 、 $H$  點間的距離  $\overline{GH} =$  \_\_\_\_\_。

(2)



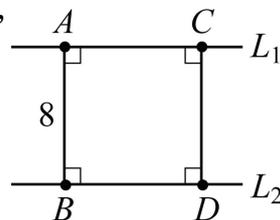
數數看，在平面上  $L_3 // L_4$ ，  
則  $A$ 、 $B$  點間的距離  $\overline{AB} =$  \_\_\_\_\_。

$C$ 、 $D$  點間的距離  $\overline{CD} =$  \_\_\_\_\_。

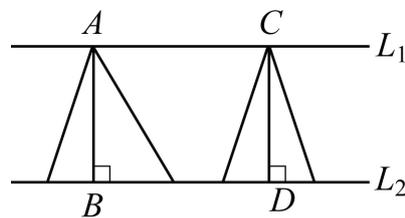
(3) 發現平行線間的距離是不是相等？

\_\_\_\_\_。

2. 已知  $L_1 // L_2$ ，若  $\overline{AB} = 8$ ，  
則  $\overline{CD} =$  \_\_\_\_\_。



3. 已知  $L_1 // L_2$



若  $\overline{AB} = 6$ ，則  $\overline{CD} =$  \_\_\_\_\_。

表示二個  $\triangle$  的高是不是相等？

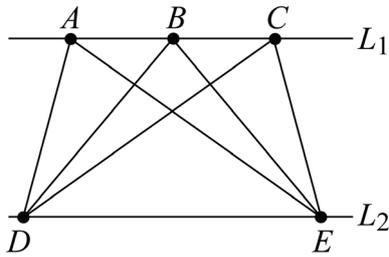
\_\_\_\_\_。



# 例題 ② 平行線高相等



- ① 若以  $\overline{DE}$  當成底，請畫出  $\triangle ADE$ 、 $\triangle BDE$ 、 $\triangle CDE$  的高



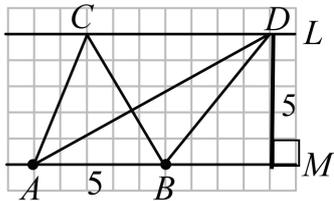
- ② 這三個 $\triangle$ 的高會\_\_\_\_\_為什麼？

- ③ 如果 $\triangle ADE$ 的面積是6，則  
 $\triangle BDE$ 的面積是\_\_\_\_\_。  
 $\triangle CDE$ 的面積是\_\_\_\_\_。



## 牛刀小試 4

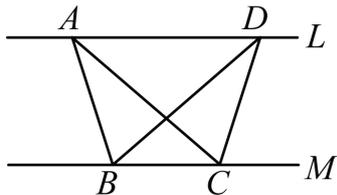
1. 下圖中  $L \parallel M$



$\triangle ABC$  和  $\triangle ABD$  中

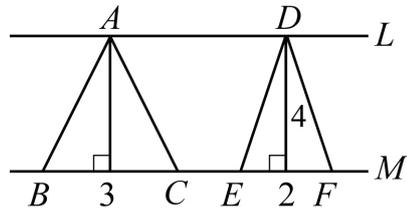
- (1) 底都是\_\_\_\_\_。
- (2) 因為  $L \parallel M$ ，所以高都是\_\_\_\_\_。
- (3)  $\triangle ABC$  面積和  $\triangle ABD$  面積是否相等？為什麼？

2. 下圖中  $L \parallel M$



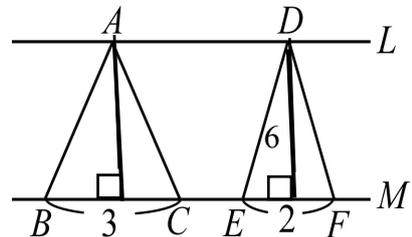
若  $\triangle ABC$  面積 = 8，(請畫出 $\triangle$ 的高)  
 則  $\triangle BDC$  面積 = \_\_\_\_\_。

3. 下圖中  $L \parallel M$



- (1)  $\triangle ABC$  的高 = \_\_\_\_\_。
- (2)  $\triangle ABC$  的面積 = \_\_\_\_\_。
- (3)  $\triangle DEF$  的面積 = \_\_\_\_\_。

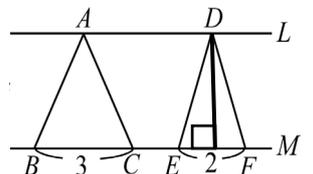
4. 下圖中  $L \parallel M$



- (1)  $\triangle ABC$  的高 = \_\_\_\_\_。
- (2)  $\triangle ABC$  的面積 = \_\_\_\_\_。
- (3)  $\triangle DEF$  的面積 = \_\_\_\_\_。

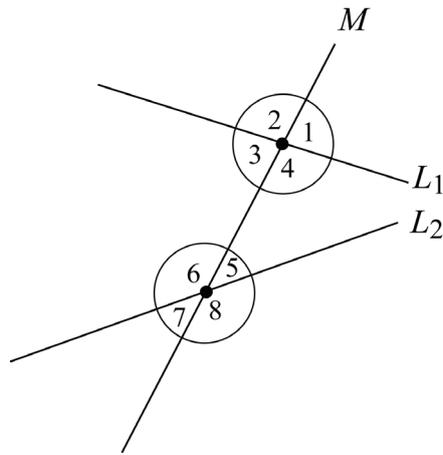
5. 右圖中  $L \parallel M$ ，

若  $\triangle DEF$  的面積是 10，  
 則  $\triangle ABC$  面積 = \_\_\_\_\_。





- ❶ 若  $L_1$  和  $L_2$  被直線  $M$  所截，則  $M$  稱為\_\_\_\_\_。  
 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\dots$   $\angle 7$ 、 $\angle 8$  稱為\_\_\_\_\_。



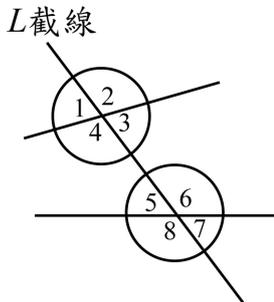
☆  $L_1$  和  $L_2$  一定要平行，才有同位角、內錯角、同側內角嗎？

- ❷ 截角有 3 種  
 (1) 同位角  
 (2) 內錯角  
 (3) 同側內角



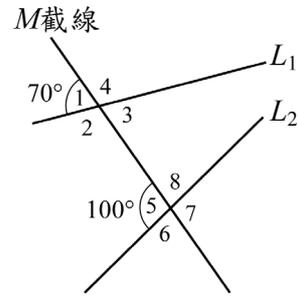
## 牛刀小試 5

1.



- (1)  $\angle 2$  的同位角是\_\_\_\_\_。  
 (2)  $\angle 3$  的內錯角是\_\_\_\_\_。  
 (3)  $\angle 6$  的同側內角是\_\_\_\_\_。  
 (4)  $\angle 3$  和  $\angle 6$  是\_\_\_\_\_角。  
 (5)  $\angle 3$  和  $\angle 5$  是\_\_\_\_\_角。  
 (6)  $\angle 3$  和  $\angle 7$  是\_\_\_\_\_角。

2.



- (1)  $\angle 2 =$  \_\_\_\_\_。 $\angle 3 =$  \_\_\_\_\_。 $\angle 4 =$  \_\_\_\_\_。  
 $\angle 6 =$  \_\_\_\_\_。 $\angle 7 =$  \_\_\_\_\_。 $\angle 8 =$  \_\_\_\_\_。  
 (2)  $\angle 8$  的同位角是\_\_\_\_\_。  
 (3)  $\angle 2$  的內錯角是\_\_\_\_\_。  
 (4)  $\angle 2$  的同側內角是\_\_\_\_\_。  
 (5)  $\angle 3$  的同位角是\_\_\_\_\_。  
 $\angle 3$  和的同位角度數相等嗎？\_\_\_\_\_。  
 (6)  $\angle 5$  的內錯角是\_\_\_\_\_。  
 (7)  $\angle 8$  的同側內角是\_\_\_\_\_。  
 (8) 觀察：兩條直線沒有平行情況下，每個截角的同位角和內錯角有沒有相等？\_\_\_\_\_。

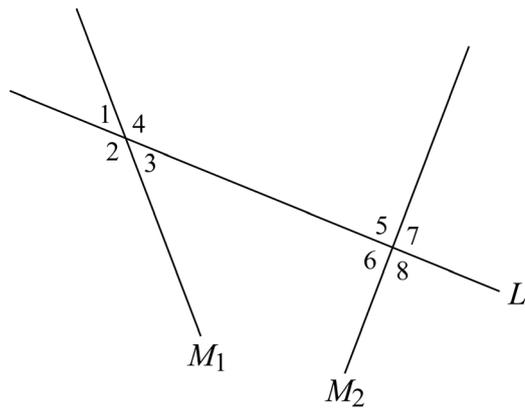


### 例題 3 認識截角



找出

- ① 同位角
- ② 內錯角
- ③ 同側內角

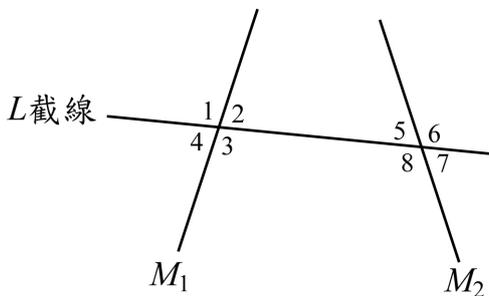


☆  $\angle 1$  和  $\angle 3$  是 \_\_\_\_\_ 角。



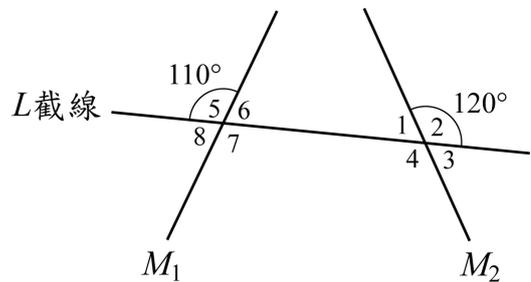
### 牛刀小試 6

1.



- (1)  $\angle 2$  的同位角是 \_\_\_\_\_。
- (2)  $\angle 3$  的內錯角是 \_\_\_\_\_。
- (3)  $\angle 8$  的同側內角是 \_\_\_\_\_。
- (4)  $\angle 3$  和  $\angle 7$  是 \_\_\_\_\_ 角。
- (5)  $\angle 3$  和  $\angle 5$  是 \_\_\_\_\_ 角。
- (6)  $\angle 3$  和  $\angle 8$  是 \_\_\_\_\_ 角。

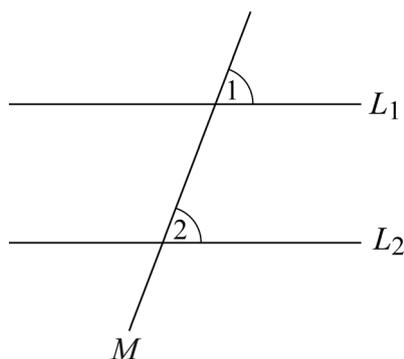
2.



- (1)  $\angle 1 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$   $\angle 3 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$   $\angle 4 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ 。  
 $\angle 6 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$   $\angle 7 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$   $\angle 8 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ 。
- (2)  $\angle 8$  的同位角是 \_\_\_\_\_。
- (3)  $\angle 1$  的內錯角是 \_\_\_\_\_。
- (4)  $\angle 6$  的同側內角是 \_\_\_\_\_。
- (5)  $\angle 3$  的同位角是 \_\_\_\_\_。
- (6)  $\angle 4$  的內錯角是 \_\_\_\_\_。
- (7)  $\angle 7$  的同側內角是 \_\_\_\_\_。  
 $\angle 7 + \angle 4 =$  \_\_\_\_\_ 度
- (8) 觀察：兩條直線沒有平行情況下，  
 $\angle 6$ 、 $\angle 7$  和它們的同側內角分別相加有沒有 180 度？ \_\_\_\_\_。



若  $L_1 // L_2$ ，則所截出同位角



☆如何找出同位角？

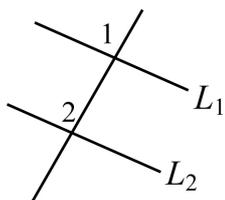


## 牛刀小試 7

1. 已知  $L_1 // L_2$

(1)  $\angle 1$  和  $\angle 2$  是\_\_\_\_\_角，  
因為  $L_1 // L_2$ ，所以同位角\_\_\_\_\_。

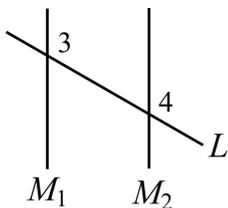
(2) 若  $\angle 1 = 95^\circ$ ，則  $\angle 2 =$ \_\_\_\_\_。



2. 已知  $M_1 // M_2$

(1)  $\angle 3$  和  $\angle 4$  是\_\_\_\_\_角，  
因為\_\_\_\_\_，所以同位角相等。

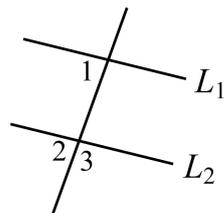
(2) 若  $\angle 3 = 108^\circ$ ，則  $\angle 4 =$ \_\_\_\_\_。



3.  $L_1 // L_2$ ，若  $\angle 1 = 95^\circ$ ，則

(1)  $\angle 2 =$ \_\_\_\_\_。

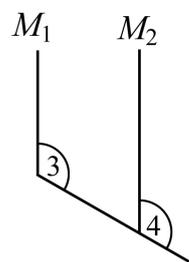
(2)  $\angle 3 =$ \_\_\_\_\_。



4.  $M_1 // M_2$ ，若  $\angle 3 = 110^\circ$ ，則

$\angle 3$  和  $\angle 4$  是\_\_\_\_\_角，  
所以  $\angle 4 =$ \_\_\_\_\_。

(可參考第 1 題(1)的圖)

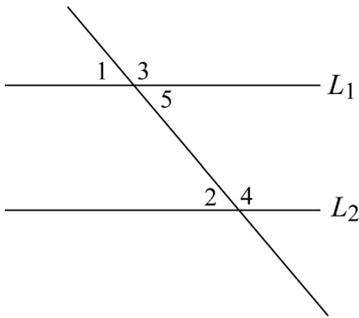




# 例題 4 同位角的計算



1



若  $L_1 // L_2$ ,  $\angle 1 = 50^\circ$

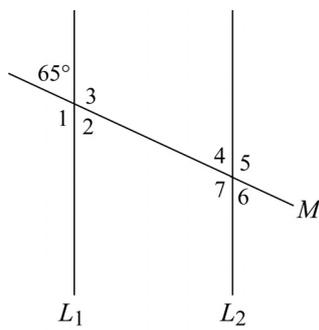
則  $\angle 2 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

$\angle 3 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

$\angle 4 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

$\angle 5 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

2



若  $L_1 // L_2$ , 則

$\angle 1 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

$\angle 2 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

$\angle 3 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

$\angle 4 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

$\angle 5 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

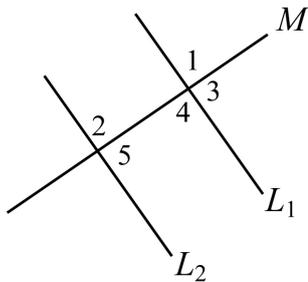
$\angle 6 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

$\angle 7 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



## 牛刀小試 8

1. 若  $L_1 // L_2$ , 且  $\angle 1 = 95^\circ$ 。



(1)  $\angle 2 =$  \_\_\_\_\_,  $\angle 3 =$  \_\_\_\_\_

(2)  $\angle 4 =$  \_\_\_\_\_,  $\angle 5 =$  \_\_\_\_\_

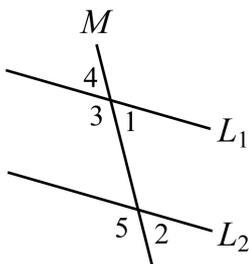
2. 若  $L_1 // L_2$ , 且  $\angle 1 = 80^\circ$ 。

(1)  $\angle 2 =$  \_\_\_\_\_,

(2)  $\angle 3 =$  \_\_\_\_\_,

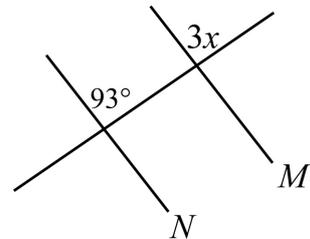
(3)  $\angle 4 =$  \_\_\_\_\_,

(4)  $\angle 5 =$  \_\_\_\_\_



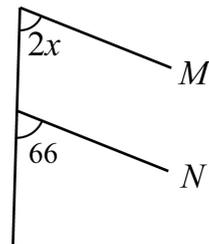
3.  $M // N$ , 計算下列各值

(1)  $x =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



(2)  $x =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

(可參考第 2 題的圖)





若  $L_1 // L_2$  則所截出的內錯角\_\_\_\_\_

①  $\angle 1$  和  $\angle 2$  是\_\_\_\_\_角

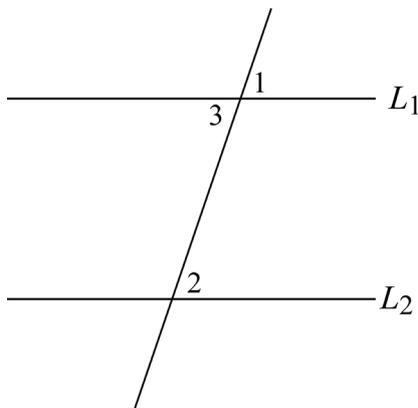
$\Rightarrow$  \_\_\_\_\_。

②  $\angle 1$  和  $\angle 3$  是\_\_\_\_\_角

$\Rightarrow$  \_\_\_\_\_。

③  $\angle 2$  和  $\angle 3$  是\_\_\_\_\_角

$\Rightarrow$  \_\_\_\_\_。



☆如何找出內錯角？



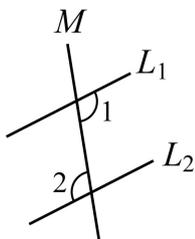
## 牛刀小試 9

1. 已知  $L_1 // L_2$

(1)  $\angle 1$  和  $\angle 2$  是\_\_\_\_\_角，

因為  $L_1 // L_2$ ，所以內錯角\_\_\_\_\_。

(2) 若  $\angle 1 = 120^\circ$ ，則  $\angle 2 =$ \_\_\_\_\_。

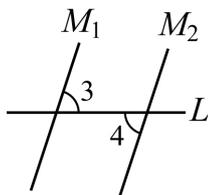


2. 已知  $M_1 // M_2$

(1)  $\angle 3$  和  $\angle 4$  是\_\_\_\_\_角，

因為\_\_\_\_\_，所以內錯角相等。

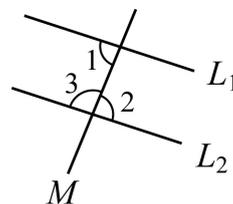
(2) 若  $\angle 3 = 60^\circ$ ，則  $\angle 4 =$ \_\_\_\_\_。



3.  $L_1 // L_2$  若  $\angle 1 = 92^\circ$ ，則

(1)  $\angle 2 =$ \_\_\_\_\_。

(2)  $\angle 3 =$ \_\_\_\_\_。

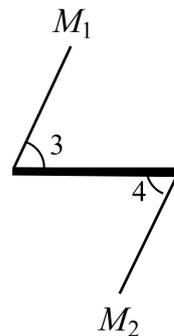


4.  $M_1 // M_2$  若  $\angle 3 = 65^\circ$ ，則

$\angle 3$  和  $\angle 4$  是\_\_\_\_\_角，

所以  $\angle 4 =$ \_\_\_\_\_。

(可參考第 2 題的圖)

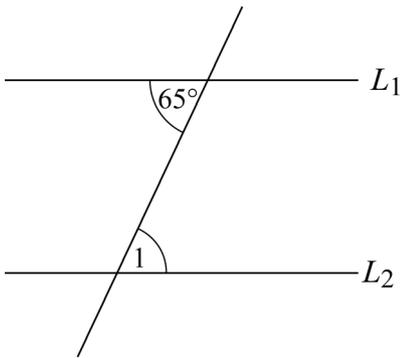




# 例題 5 內錯角的計算

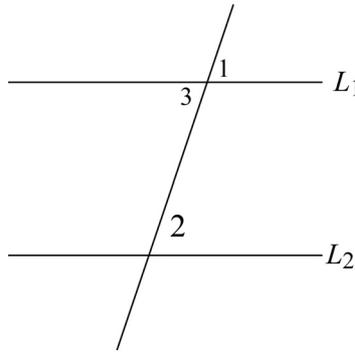


1



若  $L_1 // L_2$ , 則  $\angle 1 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

2



若  $L_1 // L_2$ , 則  $\angle 2 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

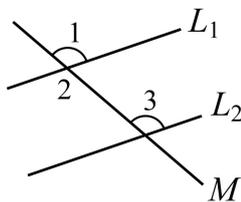


## 牛刀小試 10

1. 若  $L_1 // L_2$ , 且  $\angle 1 = 123^\circ$

(1)  $\angle 2 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

(2)  $\angle 3 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



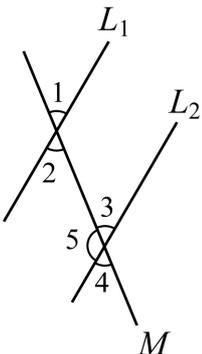
2. 若  $L_1 // L_2$ , 且  $\angle 1 = 53^\circ$

(1)  $\angle 2 =$  \_\_\_\_\_

(2)  $\angle 3 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

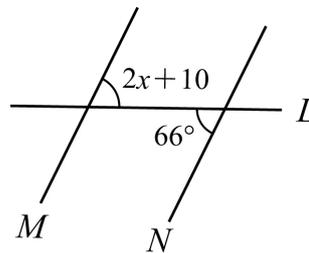
(3)  $\angle 4 =$  \_\_\_\_\_

(4)  $\angle 5 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



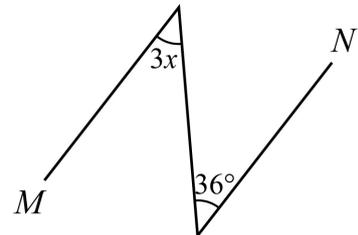
3.  $M // N$ , 計算下列各值

(1)  $x =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



(2)  $x =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

(可參考第 2 題的圖)





若  $L_1 \parallel L_2$ ，則所截出的同側內角\_\_\_\_\_。

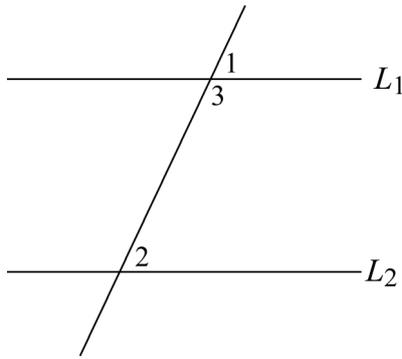
①  $\angle 1$  和  $\angle 2$  是\_\_\_\_\_角

$\Rightarrow$  \_\_\_\_\_。

②  $\angle 1$  和  $\angle 3$  是\_\_\_\_\_角

$\Rightarrow$  \_\_\_\_\_。

③ 從①和②可以得到：



☆如何找出同側內角？



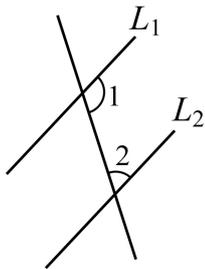
## 牛刀小試 11

1. 已知  $L_1 \parallel L_2$

(1)  $\angle 1$  和  $\angle 2$  是\_\_\_\_\_角，

因為  $L_1 \parallel L_2$ ，所以同側內角\_\_\_\_\_。

(2) 若  $\angle 1 = 120^\circ$ ，則  $\angle 2 =$ \_\_\_\_\_。

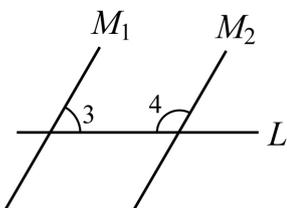


2. 已知  $M_1 \parallel M_2$

(1)  $\angle 3$  和  $\angle 4$  是\_\_\_\_\_角，

因為\_\_\_\_\_，所以內錯角相等。

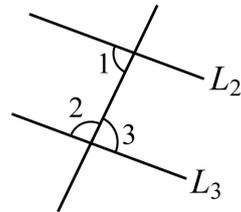
(2) 若  $\angle 3 = 60^\circ$ ，則  $\angle 4 =$ \_\_\_\_\_。



3.  $L_1 \parallel L_2$  若  $\angle 1 = 85^\circ$ ，則

(1)  $\angle 2 =$ \_\_\_\_\_。

(2)  $\angle 3 =$ \_\_\_\_\_。

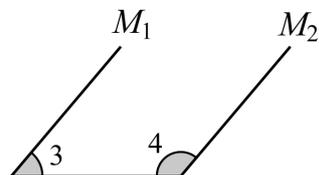


4.  $M_1 \parallel M_2$  若  $\angle 3 = 50^\circ$ ，則

$\angle 3$  和  $\angle 4$  是\_\_\_\_\_角，

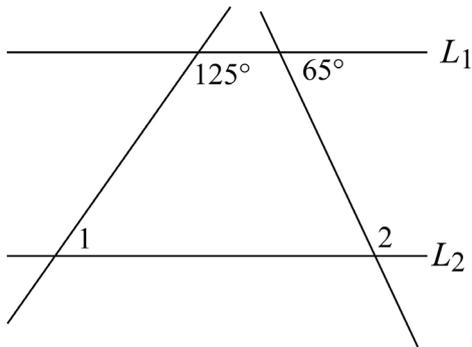
所以  $\angle 4 =$ \_\_\_\_\_。

(可參考第 2 題的圖)





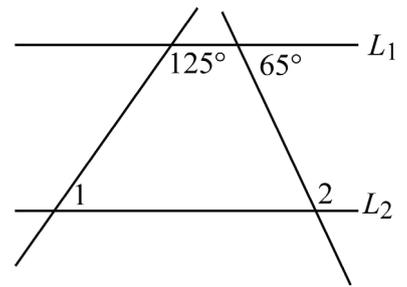
# 例題 6 同側內角的計算



已知： $L_1 // L_2$ ，則  $\angle 1 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ 。

$\angle 2 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ 。

☆有沒有別的方法？



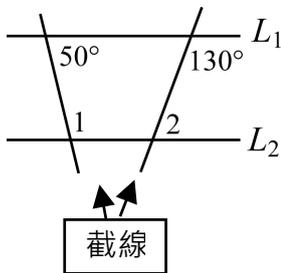
## 牛刀小試 12

1.  $L_1 // L_2$ ，則

$\angle 1 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ 。

$\angle 2 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ 。

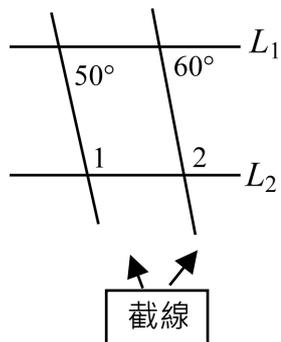
(一次只看一條截線)



2.  $L_1 // L_2$ ，則

$\angle 1 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ 。

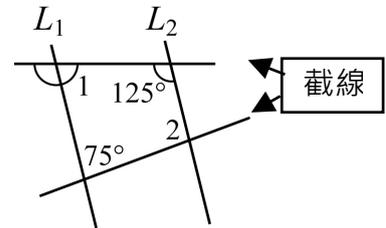
$\angle 2 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ 。



3.  $L_1 // L_2$ ，則

$\angle 1 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ 。

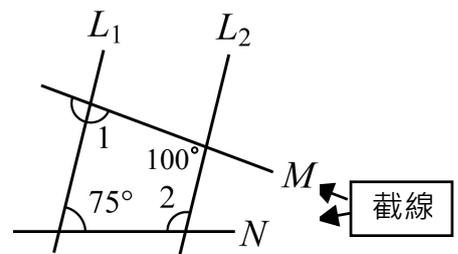
$\angle 2 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ 。



4.  $L_1 // L_2$ ，則

$\angle 1 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ 。

$\angle 2 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ 。

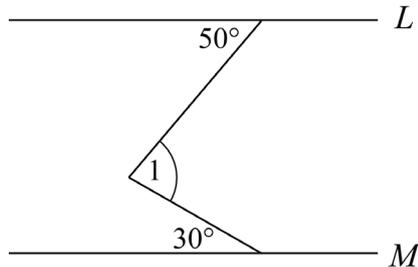




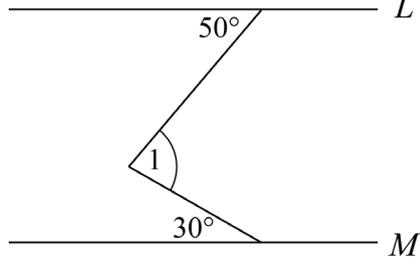
# 例題 7 平行線間角度問題



〈方法一〉



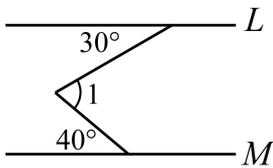
〈方法二〉



## 牛刀小試 13

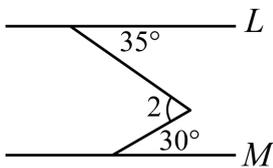
1.  $L // M$

$\angle 1 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$



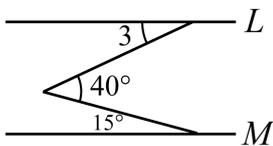
2.  $L // M$

$\angle 2 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$



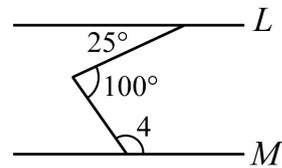
3.  $L // M$

$\angle 3 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$



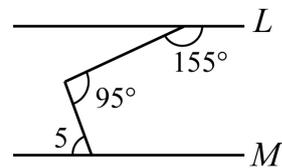
4.  $L // M$

$\angle 4 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$



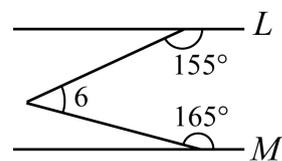
5.  $L // M$

$\angle 5 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$



6.  $L // M$

$\angle 6 =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$



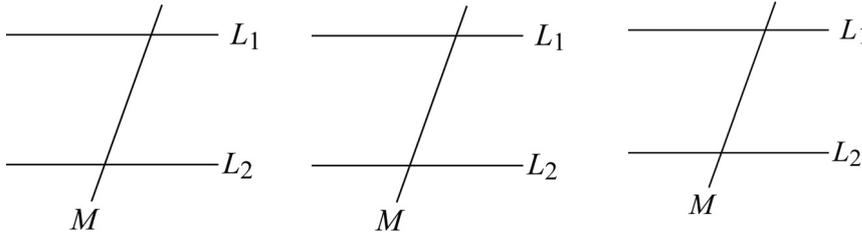


如何判別兩條直線是否平行？

① 定義 \_\_\_\_\_  $L_1$

\_\_\_\_\_  $L_2$

② (1)同位角是否相等 (2)內錯角是否相等 (3)同側內角是否互補



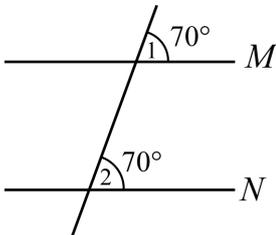
☆整理



### 牛刀小試 14

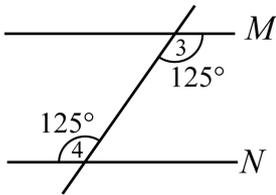
1.  $M$  和  $N$   平行  不平行

因為 \_\_\_\_\_。



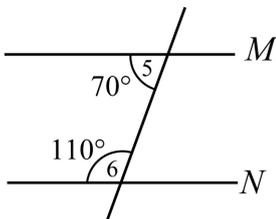
2.  $M$  和  $N$   平行  不平行

因為 \_\_\_\_\_。



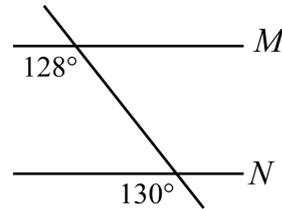
3.  $M$  和  $N$   平行  不平行

因為 \_\_\_\_\_。



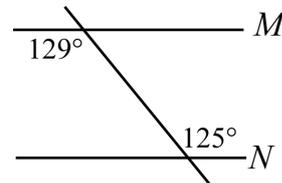
4.  $M$  和  $N$   平行  不平行

因為 \_\_\_\_\_。



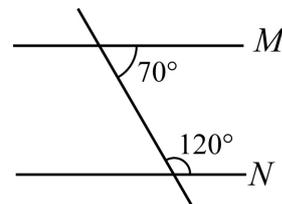
5.  $M$  和  $N$   平行  不平行

因為 \_\_\_\_\_。



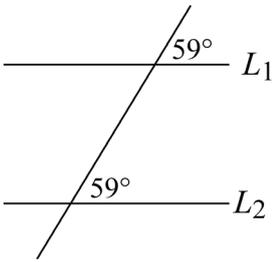
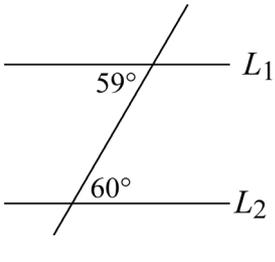
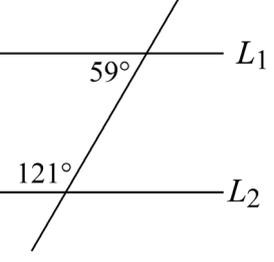
6.  $M$  和  $N$   平行  不平行

因為 \_\_\_\_\_。





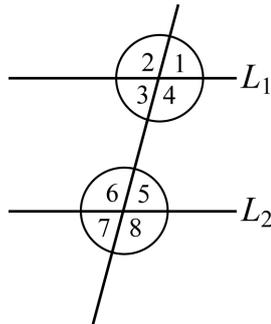
# 例題 8 判斷 $L_1$ 和 $L_2$ 是否平行？

<p><b>1</b></p>  <p><input type="checkbox"/> 平行 <input type="checkbox"/> 不平行 為什麼？</p>	<p><b>2</b></p>  <p><input type="checkbox"/> 平行 <input type="checkbox"/> 不平行 為什麼？</p>	<p><b>3</b></p>  <p><input type="checkbox"/> 平行 <input type="checkbox"/> 不平行 為什麼？</p>
--	--	---



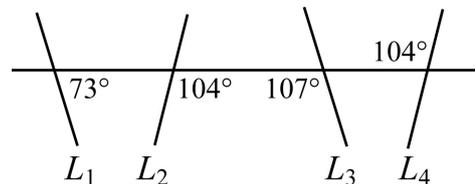
## 牛刀小試 15

1. 哪幾個條件可以說明二條線平行？

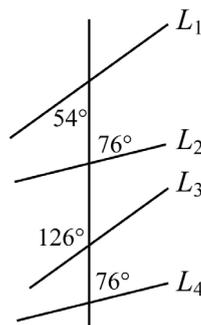


- $\angle 2 = \angle 6$   
因為  $\angle 2$  和  $\angle 6$  是\_\_\_\_\_角。
- $\angle 3 = \angle 5$   
因為  $\angle 3$  和  $\angle 5$  是\_\_\_\_\_角。
- $\angle 4 = \angle 5$   
因為  $\angle 4$  和  $\angle 5$  是\_\_\_\_\_角。
- $\angle 3 = \angle 7$   
因為  $\angle 3$  和  $\angle 7$  是\_\_\_\_\_角。
- $\angle 1 = \angle 3$   
因為  $\angle 1$  和  $\angle 3$  是\_\_\_\_\_角。
- $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$   
因為  $\angle 3$  和  $\angle 6$  是\_\_\_\_\_角。
- $\angle 4 + \angle 8 = 180^\circ$   
因為  $\angle 4$  和  $\angle 8$  是\_\_\_\_\_角。

2. (1)  $L_1$  和 \_\_\_\_\_ 平行，因為\_\_\_\_\_。
- (2)  $L_2$  和 \_\_\_\_\_ 平行，因為\_\_\_\_\_。

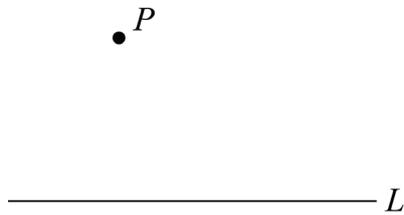


3. (1)  $L_1$  和 \_\_\_\_\_ 平行，  
因為\_\_\_\_\_角相等。
- (2)  $L_2$  和 \_\_\_\_\_ 平行，  
因為\_\_\_\_\_角相等。



**例題****9****通過  $P$  點，作一直線平行  $L$** 

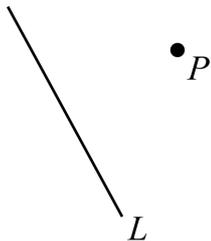
為什麼你畫出來的直線會和  $L$  平行？



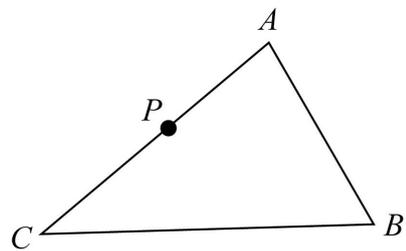
☆試試看有沒有其他方法？

**牛刀小試 16**

1. 通過  $P$  點，作一直線平行  $L$ 。



2. 通過  $P$  點，作一直線平行  $\overline{BC}$ 。





牛刀小試 1

- (1) 垂直, 垂直, 平行  
 ⑤  
 (2) 有, 沒有, 沒有  
 (3) 二條直線要垂直於同一條直線。
- (1) 沒有  
 (2) 有
- 要互相垂直

牛刀小試 2

- (1) 會  
 (2) //,  $\perp$ ,  $\perp$   
 (3)  $\perp$
- (1) 會  
 (2)  $\perp$ ,  $\perp$ , //, //  
 (3) //

牛刀小試 3

- (1) 2, 3  
 (2) 3, 3  
 (3) 是
- 8
- 6, 是

牛刀小試 4

- (1) 5  
 (2) 5  
 (3) 是, 因為同底等高, 所以面積相同
- 8
- (1) 4  
 (2) 6  
 (3) 4
- (1) 6  
 (2) 9  
 (3) 6
- 15

牛刀小試 5

- (1)  $\angle 6$   
 (2)  $\angle 5$   
 (3)  $\angle 3$   
 (4) 同側內  
 (5) 內錯  
 (6) 同位
- (1)  $110^\circ$ ,  $70^\circ$ ,  $110^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $100^\circ$ ,  $80^\circ$   
 (2)  $\angle 4$   
 (3)  $\angle 8$   
 (4)  $\angle 5$   
 (5)  $\angle 7$ , 不相等  
 (6)  $\angle 3$   
 (7)  $\angle 3$   
 (8) 不相等

牛刀小試 6

- (1)  $\angle 6$   
 (2)  $\angle 5$   
 (3)  $\angle 3$   
 (4) 同位  
 (5) 內錯  
 (6) 同側內
- (1)  $60^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $70^\circ$ ,  $110^\circ$ ,  $70^\circ$   
 (2)  $\angle 4$   
 (3)  $\angle 7$   
 (4)  $\angle 1$   
 (5)  $\angle 7$   
 (6)  $\angle 6$   
 (7)  $230^\circ$   
 (8) 沒有

牛刀小試 7

- (1) 同位, 相等  
 (2)  $95^\circ$
- (1) 同位,  $M_1 // M_2$   
 (2)  $108^\circ$
- (1)  $95^\circ$   
 (2)  $85^\circ$
- 同位,  $110^\circ$

牛刀小試 8

- (1)  $95^\circ$ ,  $85^\circ$   
 (2)  $95^\circ$ ,  $85^\circ$
- (1)  $80^\circ$   
 (2)  $100^\circ$   
 (3)  $80^\circ$   
 (4)  $100^\circ$
- (1)  $x=31$   
 (2)  $x=33$

牛刀小試 9

- (1) 內錯, 相等  
 (2)  $120^\circ$
- (1) 內錯,  $M_1 // M_2$   
 (2)  $60^\circ$
- (1)  $92^\circ$   
 (2)  $88^\circ$
- 內錯,  $65^\circ$

牛刀小試 10

- (1)  $123^\circ$   
 (2)  $123^\circ$
- (1)  $53^\circ$   
 (2)  $53^\circ$   
 (3)  $53^\circ$   
 (4)  $127^\circ$
- (1)  $x=28^\circ$   
 (2)  $x=12^\circ$

牛刀小試 11

- (1) 同側內, 互補 (加起來是  $180^\circ$ )  
 (2)  $60^\circ$
- (1) 同側內,  $M_1 // M_2$   
 (2)  $120^\circ$
- (1)  $95^\circ$   
 (2)  $85^\circ$
- 同側內,  $130^\circ$

牛刀小試 12

- $\angle 1 = 130^\circ$ ,  $\angle 2 = 50^\circ$
- $\angle 1 = 130^\circ$ ,  $\angle 2 = 120^\circ$
- $\angle 1 = 55^\circ$ ,  $\angle 2 = 105^\circ$
- $\angle 1 = 80^\circ$ ,  $\angle 2 = 105^\circ$

牛刀小試 13

- $70^\circ$
- $65^\circ$
- $25^\circ$
- $105^\circ$
- $70^\circ$
- $40^\circ$

牛刀小試 14

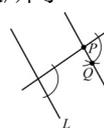
- 平行, 同位角相等
- 平行, 內錯角相等
- 平行, 同側內角互補 (或同側內角相加等於  $180^\circ$ )
- 不平行, 同位角不相等
- 不平行, 內錯角不相等
- 不平行, 同側內角不互補 (或同側內相加不是  $180^\circ$ )

牛刀小試 15

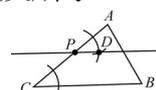
- $\angle 2 = \angle 6$ , 同位。  
  $\angle 3 = \angle 5$ , 內錯。  
  $\angle 4 = \angle 5$ , 同側內。  
  $\angle 3 = \angle 7$ , 同位。  
  $\angle 1 = \angle 3$ , 對頂。  
  $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$ , 同側內。  
  $\angle 4 + \angle 8 = 180^\circ$ , 同位。
- (1)  $L_3$ , 同側內角互補  
 (2)  $L_4$ , 內錯角相等
- (1)  $L_3$ , 同側內角互補  
 (2)  $L_4$ , 同位角相等

牛刀小試 16

- 直線  $\overline{PQ}$  及所求



- 直線  $\overline{PD}$  及所求





# B4 4-2 平行四邊形



## 溫故知新 ① 四邊形



① 命名：

② (1) 頂點：\_\_\_\_\_。

(2) 角：\_\_\_\_\_。

(3) 邊：\_\_\_\_\_。

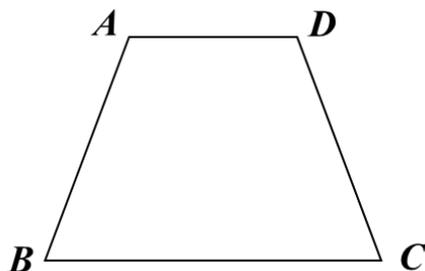
③ (1) 對邊：\_\_\_\_\_。

(2) 鄰邊：\_\_\_\_\_。

④ (1) 對角：\_\_\_\_\_。

(2) 鄰角：\_\_\_\_\_。

⑤ 對角線：\_\_\_\_\_。

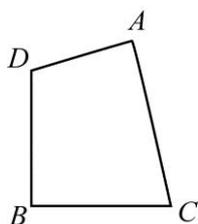


★筆記



## 牛刀小試 ①

1. (1) 如圖，四邊形由 A 點順時針方向可命名為\_\_\_\_\_。



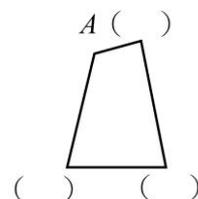
(2)  $\angle A$  的對角是\_\_\_\_\_。

$\angle A$  的鄰角是\_\_\_\_\_。

(3)  $\overline{BD}$  的鄰邊是\_\_\_\_\_。  
對邊是\_\_\_\_\_。

(4) 對角線是\_\_\_\_\_。

2. (1) 如圖為四邊形 ABCD 請協助標示頂點。  
(寫出一種即可)



(2)  $\angle A$  和  $\angle C$  是\_\_\_\_\_。

$\angle C$  和  $\angle D$  是\_\_\_\_\_。

(3)  $\overline{AD}$  和  $\overline{BC}$  是\_\_\_\_\_。

$\overline{AD}$  和  $\overline{AB}$  是\_\_\_\_\_。

(4)  $\overline{AC}$  是四邊形的\_\_\_\_\_。

$\overline{BD}$  是四邊形的\_\_\_\_\_。



① 平行：請畫出平行線。

② 平行四邊形：請在下方空白處，任意畫出一個平行四邊形。

③ 平行四邊形的意義。

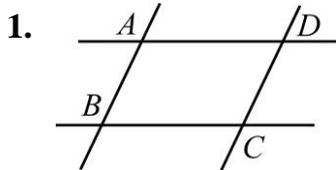
④ 平行四邊形的符號。

☆你發現什麼？

☆生活中常見的平行四邊形

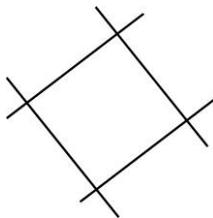


## 牛刀小試 2



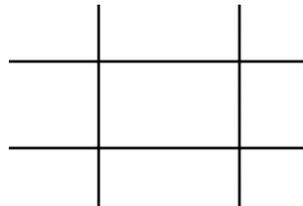
- (1) 如圖，二組平行線相疊就是\_\_\_\_\_。
- (2) 上圖讀作\_\_\_\_\_。
- (3) 用符號記為\_\_\_\_\_。

2. 將二組平行線相疊且讓每邊長度都相等



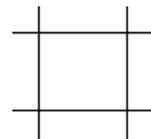
- (1) 上圖中，四個邊相等的是\_\_\_\_\_。
- (2) 發現，菱形就是四個邊相等的\_\_\_\_\_。

3. 將二組平行線相疊且擺正



- (1) 上圖中，四個角都  $90^\circ$  的是\_\_\_\_\_。
- (2) 發現，長方形就是四個角都  $90^\circ$  的\_\_\_\_\_。

4. 若將二組平行線相疊擺正且讓每邊相等

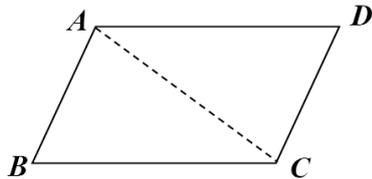


- (1) 上圖是\_\_\_\_\_。
- (2) 發現，正方形就是四個角是  $90^\circ$ ，且邊長一樣長的\_\_\_\_\_。

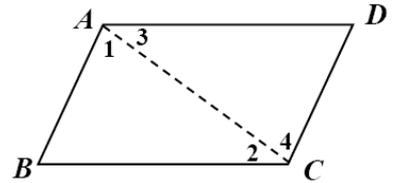
5. 由第 2、3、4 題發現，哪些常見四邊形也是平行四邊形家族的成員？



$\overline{AC}$  是  $\square ABCD$  的對角線如果沿著  $\overline{AC}$  剪下來，可以發現，  
兩個  $\triangle$  完全重疊在一起（全等）  
寫成數學符號：\_\_\_\_\_。

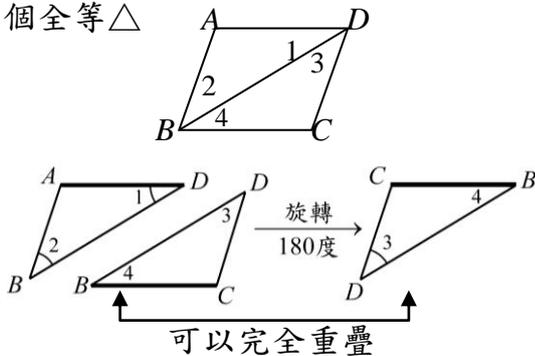


☆想一想為什麼？

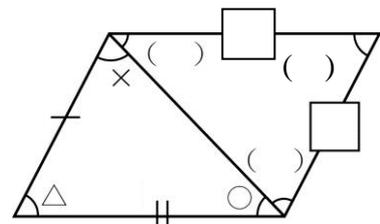
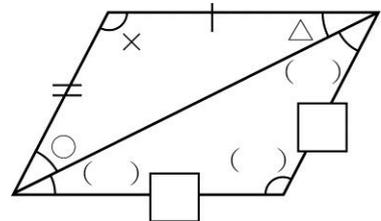


牛刀小試 3

1. 由上，我們換另一條對角線是否能切成 2 個全等  $\triangle$



2. 由第 1 題中，發現任一條對角線可以將平行  $\square$  平分成 2 個 \_\_\_\_\_  $\triangle$ 。  
3. 請把相同的邊和相同的角標示相同符號。



- (1) 表示  $\triangle ABD$  和  $\triangle CDB$  \_\_\_\_\_。  
(2) 因此記為  $\triangle ABD \square \triangle CDB$   
(3)  $\overline{AD}$  和 \_\_\_\_\_ 重疊  $\Rightarrow \overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。  
(4)  $\overline{AB}$  和 \_\_\_\_\_ 重疊  $\Rightarrow \overline{AB} =$  \_\_\_\_\_。  
(5)  $\angle 1$  和 \_\_\_\_\_ 重疊  $\Rightarrow \angle 1 =$  \_\_\_\_\_。  
(6)  $\angle 2$  和 \_\_\_\_\_ 重疊  $\Rightarrow \angle 2 =$  \_\_\_\_\_。

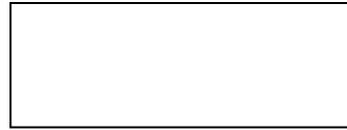
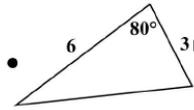
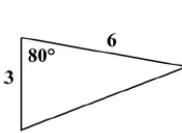
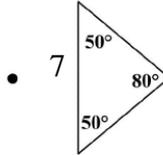
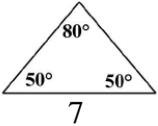
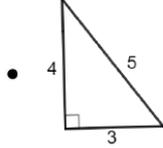
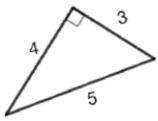


# 例題 ① 平行四邊形可以切成 2 個全等三角形



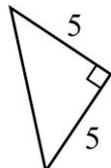
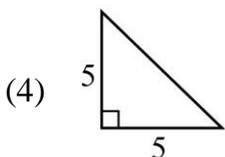
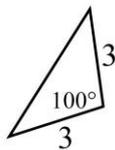
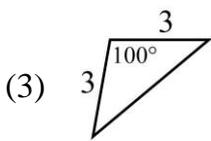
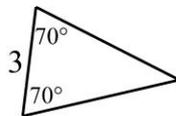
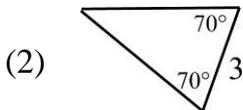
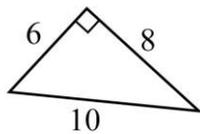
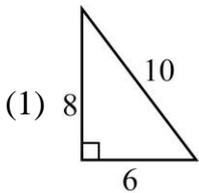
請問：哪 2 個  $\triangle$  可以接成平行四邊形，請你連連看，並畫出最後拚出平行四邊形的樣子。

★筆記



## 牛刀小試 4

1. 一條對角線可以將平行四邊形  $\square$  平分成 2 個 \_\_\_\_\_  $\triangle$ 。
2. 將下列的 2 個 \_\_\_\_\_  $\triangle$  拼成平行四邊形  $\square$  並畫出圖形。

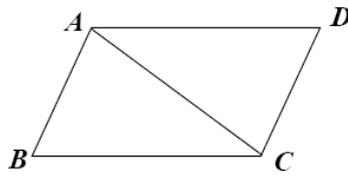




① 還記得之前提過：

平行四邊形  $ABCD$  的對角線  $\overline{AC}$

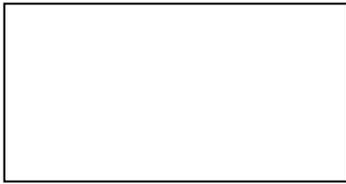
可以把四邊形切成 2 個 \_\_\_\_\_ 三角形。



☆想一想為什麼？

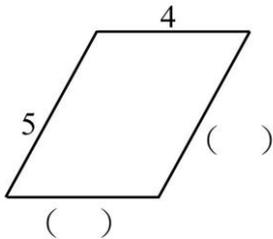
② 因為  $\triangle ABC$  和  $\triangle ACD$

\_\_\_\_\_ 所以我們可以得到



牛刀小試 5

1. 寫出平行  $\square$  的括號內的邊長



2. 平行  $\square$  的三邊長是 4、7、4，  
請問第四邊長是 \_\_\_\_\_。

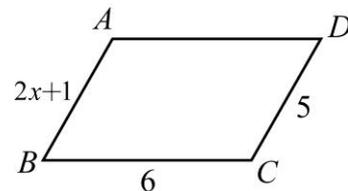
3. 下列哪一組長度以 **逆時針方向** 連接  
起來可以組成平行  $\square$ ？**答**：\_\_\_\_\_

- (A) 5、5、5、6
- (B) 5、5、6、6
- (C) 5、6、5、6
- (D) 5、6、7、8

4. 已知  $ABCD$  是平行  $\square$ ，則

(1)  $x =$  \_\_\_\_\_。

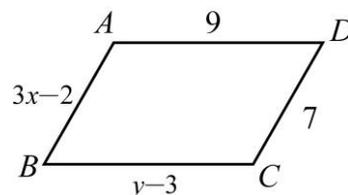
(2)  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。



5. 已知  $ABCD$  是平行  $\square$

(1)  $x =$  \_\_\_\_\_

(2)  $y =$  \_\_\_\_\_



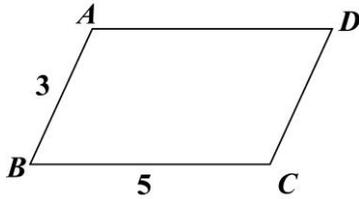


## 例題 ② 平行四邊形對邊相等



已知  $ABCD$  是平行四邊形

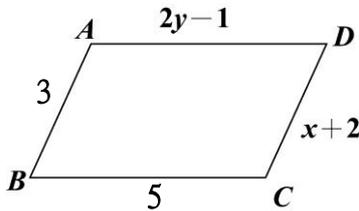
①



$$\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$$

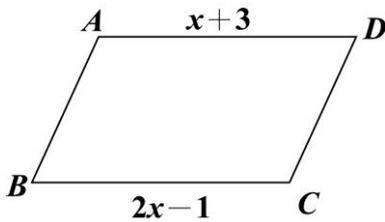
②



$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

③



$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

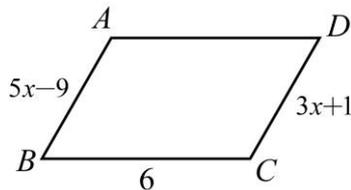
★筆記



## 牛刀小試 6

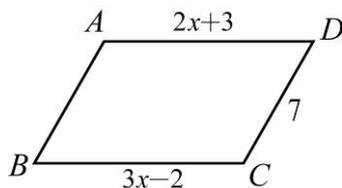
1. 已知  $ABCD$  是平行  $\square$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$



2. 已知  $ABCD$  是平行  $\square$

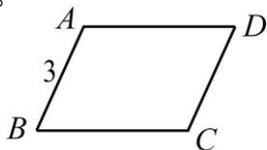
$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$



3. 已知  $ABCD$  是平行  $\square$

$$\overline{AB} = 3, \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD} = 14,$$

$$\text{則 } \overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

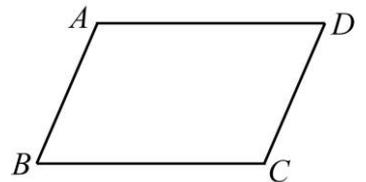


4. 已知  $ABCD$  是平行  $\square$

$$\text{若 } \overline{AB} + \overline{CD} = 20, \overline{BC} + \overline{AD} = 30,$$

$$\text{則 } \overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

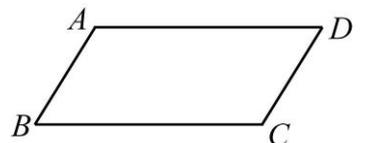
$$\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}.$$



5. 已知  $ABCD$  是平行  $\square$ ,  $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ ,

$$\text{且 } \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AD} + \overline{CD} = 24,$$

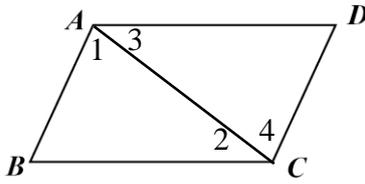
$$\text{則 } \overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}.$$





❶ 還記得之前提過：

$\square ABCD$  的對角線  $\overline{AC}$  可以把  
平行四邊形切成 2 個 \_\_\_\_\_  
三角形。



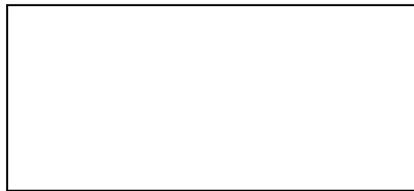
❷ 因為  $\triangle ABC$  和  $\triangle DCA$  \_\_\_\_\_  
所以我們可以得到

$\angle 1 =$  \_\_\_\_\_

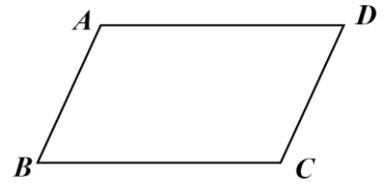
$\angle 2 =$  \_\_\_\_\_

$\angle B =$  \_\_\_\_\_

$\Rightarrow$



☆



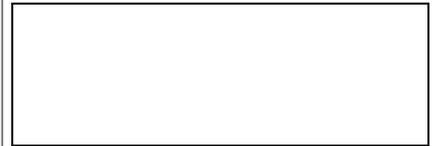
已知： $ABCD$  是平行四邊形

$\angle A =$  \_\_\_\_\_

$\angle B =$  \_\_\_\_\_

$\angle A + \angle B =$  \_\_\_\_\_

$\angle B + \angle C =$  \_\_\_\_\_



## 牛刀小試 7

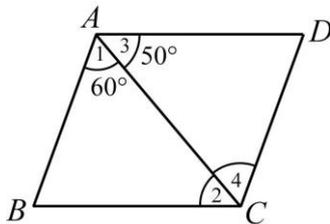
1. 已知  $\square ABCD$

$\angle 2 =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$

$\angle 4 =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$

$\angle B =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$

$\angle D =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$



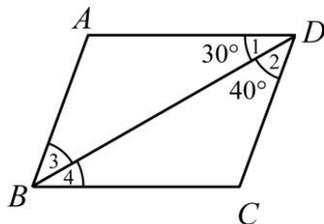
2. 已知  $\square ABCD$

$\angle 3 =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$

$\angle 4 =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$

$\angle A =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$

$\angle C =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$



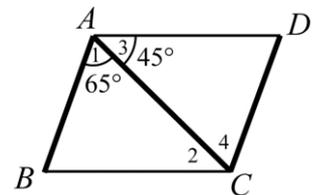
3. 已知  $\square ABCD$

$\angle 2 =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$

$\angle 4 =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$

$\angle B =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$

$\angle D =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$

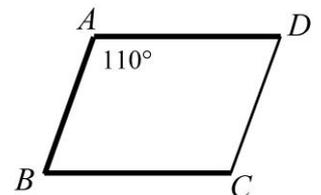


4. 已知  $\square ABCD$

(1)  $\angle B =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$

(2)  $\angle C =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$

(3)  $\angle D =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$

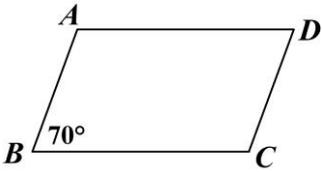




# 例題 ③ 平行四邊形對角相等

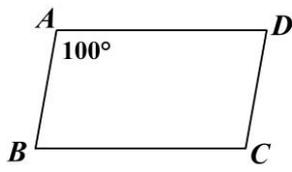


①



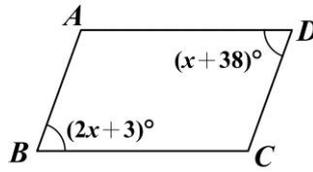
$\angle A =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle C =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle D =$  \_\_\_\_\_

②



$\angle B =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle C =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle D =$  \_\_\_\_\_

③



$x =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle A =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle B =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle C =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle D =$  \_\_\_\_\_

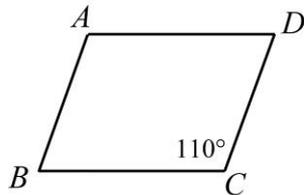
★筆記



## 牛刀小試 8

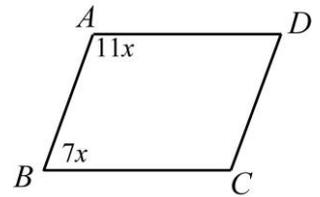
1. 已知  $\square ABCD$

$\angle A =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle B =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle D =$  \_\_\_\_\_



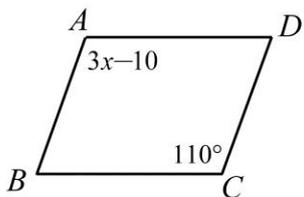
4. 已知  $\square ABCD$

$x =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle A =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle C =$  \_\_\_\_\_

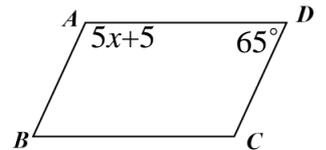


2. 已知  $\square ABCD$

$x =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle B =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle D =$  \_\_\_\_\_

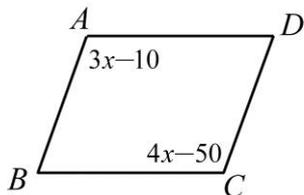


5. (1)  $\angle A =$  \_\_\_\_\_  
(2)  $x =$  \_\_\_\_\_



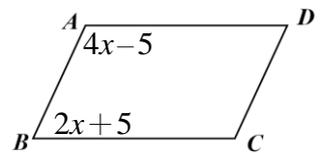
3. 已知  $\square ABCD$

$x =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle B =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle C =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle D =$  \_\_\_\_\_



6. 如圖， $\angle A = (4x - 5)^\circ$ ， $\angle B = (2x + 5)^\circ$

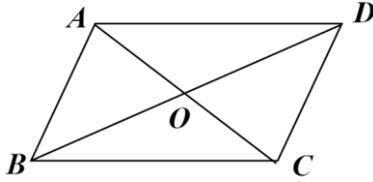
$x =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle B =$  \_\_\_\_\_  
 $\angle C =$  \_\_\_\_\_





若  $ABCD$  是平行四邊形，試問：

① 圖中有幾組三角形全等 $\triangle$ ？



② 請問左右兩個小 $\triangle$ 會全等嗎？為什麼？

☆你發現了什麼？

⇒

全等 $\triangle$



### 牛刀小試 9

1. 若  $ABCD$  是平行四邊形

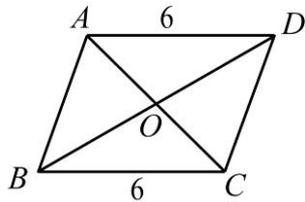
(1)  $\triangle AOB \cong \triangle$  \_\_\_\_\_

$\triangle BOC \cong \triangle$  \_\_\_\_\_

(2) 因此  $\overline{AO} =$  \_\_\_\_\_,  $\overline{BO} =$  \_\_\_\_\_。

(3) 若  $\overline{AO} = 3$ , 則  $\overline{CO} =$  \_\_\_\_\_。

若  $\overline{BO} = 5$ , 則  $\overline{DO} =$  \_\_\_\_\_。

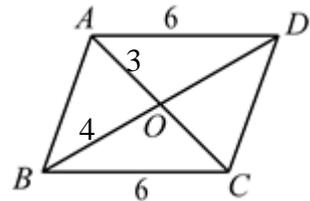


2. 下圖為平行四邊形  $ABCD$

(1)  $\overline{CO} =$  \_\_\_\_\_,  $\overline{DO} =$  \_\_\_\_\_。

(2) 對角線  $\overline{AC} =$  \_\_\_\_\_,  $\overline{BD} =$  \_\_\_\_\_。

(3) 平行四邊形的對角線有一樣長嗎？

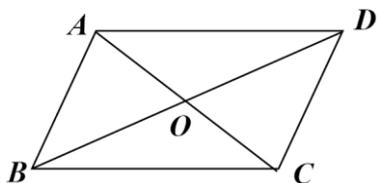




# 例題 4 平行四邊形對角線互相平分



① 對角線互相平分是什麼意思？



② 若  $\overline{AO} = 3$

$$\overline{BO} = 4$$

則(1)  $\overline{CO} =$  \_\_\_\_\_

(2)  $\overline{DO} =$  \_\_\_\_\_

(3) 兩對角線的長度和 = \_\_\_\_\_

★筆記



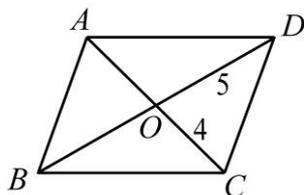
## 牛刀小試 10

1. 右圖是  $\square ABCD$ ，若  $\overline{CO} = 4$ ，

$\overline{DO} = 5$ ，則  $\overline{AO} =$  \_\_\_\_\_，

$\overline{BO} =$  \_\_\_\_\_。

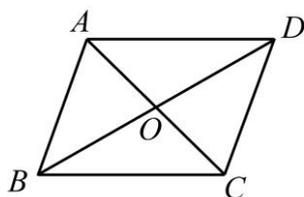
兩條對角線長度和 \_\_\_\_\_。



2. 右圖是  $\square ABCD$ ，若  $\overline{AC} = 12$ ，

$\overline{BD} = 14$ ，則  $\overline{AO} =$  \_\_\_\_\_，

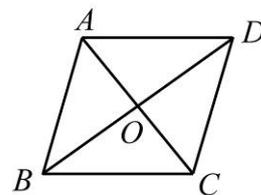
$\overline{DO} =$  \_\_\_\_\_。



3. 右圖是  $\square ABCD$ ，

若  $\overline{AO} = 7x - 1$ ， $\overline{CO} = 6x + 5$ ，則

$x =$  \_\_\_\_\_。



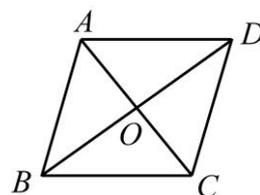
4. 右圖是  $\square ABCD$ ，

若  $\overline{AO} = 2x - 1$ ， $\overline{CO} = 3x - 5$ ，

$\overline{BO} = 5y - 1$ ， $\overline{DO} = 3y + 7$ ，

則  $x =$  \_\_\_\_\_。

$y =$  \_\_\_\_\_。



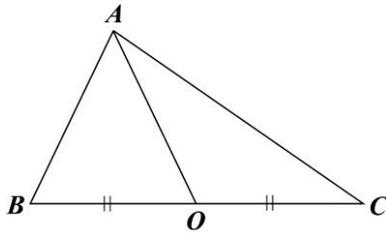


若  $\overline{BO} = \overline{CO}$ ，則

①  $\triangle ABO$  和  $\triangle ACO$  是否全等？

② 畫出  $\triangle ABO$  和  $\triangle ACO$  的高

③ 你發現了什麼？

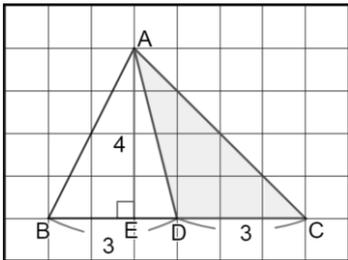


★筆記



### 牛刀小試 11

1. 如圖， $\overline{BD} = \overline{CD} = 3$



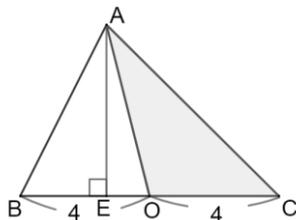
(1)  $\triangle ABD$  中，高是\_\_\_\_\_，底是\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_，  
面積是\_\_\_\_\_。

(2)  $\triangle ACD$  中，高是\_\_\_\_\_，底是\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_，  
面積是\_\_\_\_\_。

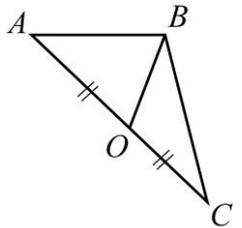
(3) 由(1)(2)發現  $\triangle ABD$  和  $\triangle ACD$  面積  
 相等  不相等。  
因為高都\_\_\_\_\_，底都\_\_\_\_\_，  
我們說\_\_\_\_\_底\_\_\_\_\_高，所以面積相等。

2. 如圖， $\overline{BO} = \overline{CO} = 4$ ，

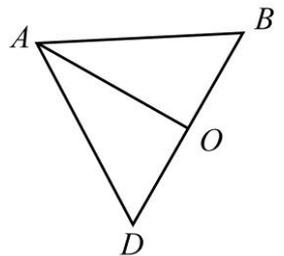
若  $\triangle ABO$  面積是 6，  
則  $\triangle ACO$  面積  
= \_\_\_\_\_。



3. 如圖， $\overline{AO} = \overline{CO}$ ，若  $\triangle BCO$  面積 = 5，  
則  $\triangle ABO$  面積 = \_\_\_\_\_。



4. 已知  $\overline{BO} = \overline{DO}$ ，若  $\triangle ABD$  面積 = 12，  
則  $\triangle ADO$  面積 = \_\_\_\_\_。





# 概念 7 平行四邊形中的面積關係



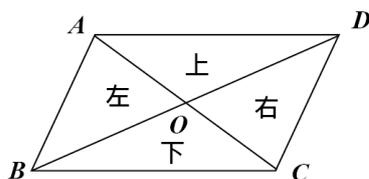
若  $ABCD$  是平行四邊形，兩對角線交於  $O$  點。

① 上、下、左、右四個小 $\triangle$ 中，  
哪些會全等呢？

② 上和左的兩個小 $\triangle$ 會全等嗎？為什麼？

③ 上和左的兩個小 $\triangle$ 面積會相等嗎？為什麼？

④ 上、下、左、右四個小 $\triangle$ 的\_\_\_\_\_會相等。

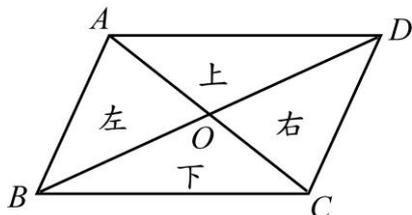


★筆記



## 牛刀小試 12

1. 若  $ABCD$  是平行四邊形，兩對角線交於  $O$  點。



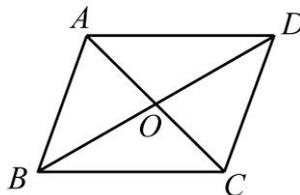
(1) 上、下、左、右四個小 $\triangle$ 中，哪些會全等呢？

(2) 右和下的兩個小 $\triangle$ 會全等嗎？為什麼？

(3) 右和下的兩個小 $\triangle$ 面積會相等嗎？為什麼？

(4) 上、下、左、右四個小 $\triangle$ 中，哪些面積會相等？

2.  $ABCD$  是平行四邊形，兩對角線交於  $O$  點。



(1) 若  $\triangle ADO$  面積 = 4，

則  $\triangle ABO$  面積 = \_\_\_\_\_，

$\triangle CDO$  面積 = \_\_\_\_\_，

$\triangle BCO$  面積 = \_\_\_\_\_。

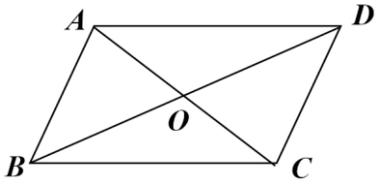
(2) 若  $\square ABCD$  面積 = 24，

則  $\triangle ABO$  面積 = \_\_\_\_\_，

$\triangle BCD$  面積 = \_\_\_\_\_。



# 例題 5 平行四邊形中的面積關係



若  $\square ABCD$  面積 = 12

求 ①  $\triangle ABO$  面積 = \_\_\_\_\_

②  $\triangle ADO$  面積 = \_\_\_\_\_

③  $\triangle ABD$  面積 = \_\_\_\_\_

④  $\triangle BCD$  面積 = \_\_\_\_\_

★筆記

回想

全等

面積

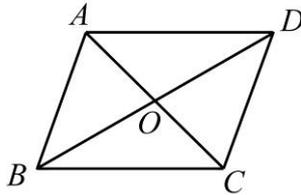


## 牛刀小試 13

1. 若  $\square ABCD$  面積是 20。

(1)  $\triangle ABO$  面積 = \_\_\_\_\_

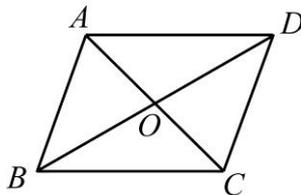
(2)  $\triangle BCD$  面積 = \_\_\_\_\_



2. 若  $\square ABCD$  中， $\triangle ABC$  面積 = 18。

(1)  $\triangle ABO$  面積 = \_\_\_\_\_

(2)  $\square ABCD$  面積 = \_\_\_\_\_

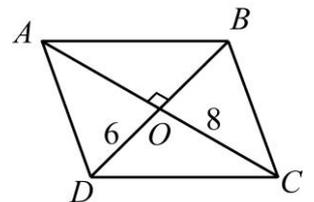


3. 右圖為平行  $\square$ ，已知  $\overline{DO} = 6$ ， $\overline{CO} = 8$ ，  
且  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 。

(1)  $\overline{AC} =$  \_\_\_\_\_  $\overline{BD} =$  \_\_\_\_\_

(2)  $\triangle CDO$  面積 = \_\_\_\_\_

(3)  $\square ABCD$  面積 = \_\_\_\_\_

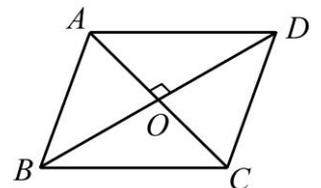


4. 右圖為平行  $\square$ ，已知  $\overline{AC} = 10$ ， $\overline{BD} = 8$ ，  
且  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 。

(1)  $\overline{AO} =$  \_\_\_\_\_  $\overline{DO} =$  \_\_\_\_\_

(2)  $\triangle ADO$  面積 = \_\_\_\_\_

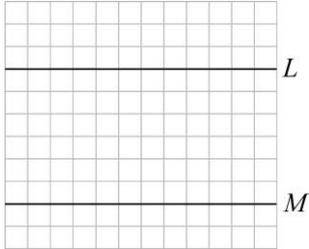
(3)  $\square ABCD$  面積 = \_\_\_\_\_





請用不同方法畫出平行四邊形

## ① L//M

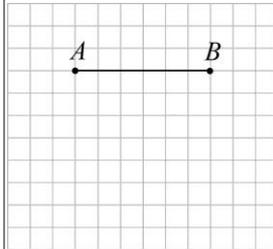


為什麼是平行四邊形？

## ② L//M



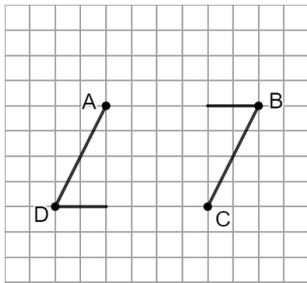
為什麼是平行四邊形？

③ 畫  $\square ABCD$ 

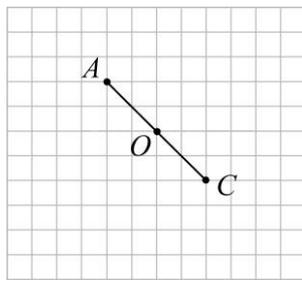
為什麼是平行四邊形？

## ◎整理

如何判斷一個四邊形是不是平行四邊形？

④  $\angle B = \angle D$ 

為什麼是平行四邊形？

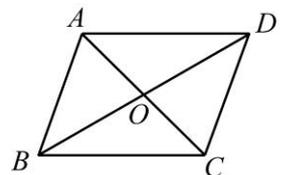
⑤  $\overline{AO} = \overline{CO}$ 

為什麼是平行四邊形？



## 牛刀小試 14

- 四邊形  $ABCD$  若  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，  
且  $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{DC} = 8$ ，  
則  $ABCD$  是否是平行  $\square$ ？  
 是  否
- 四邊形  $ABCD$  若  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，  
且  $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{BC} = 8$ ，  
則  $ABCD$  是否是平行  $\square$ ？  
 是  否
- 四邊形的長度依  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{AD}$   
如下，哪些是平行四邊形？  
 2、6、5、5     4、6、8、10  
 5、3、5、3     3、3、8、8  
 5、5、5、5     6、4、4、6
- 四邊形的角度依  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ ，  
如下，哪些是平行四邊形？  
  $130^\circ$ 、 $50^\circ$ 、 $50^\circ$ 、 $130^\circ$   
  $75^\circ$ 、 $105^\circ$ 、 $75^\circ$ 、 $105^\circ$   
  $90^\circ$ 、 $90^\circ$ 、 $90^\circ$ 、 $90^\circ$   
  $60^\circ$ 、 $70^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $70^\circ$   
  $100^\circ$ 、 $90^\circ$ 、 $100^\circ$ 、 $90^\circ$   
  $95^\circ$ 、 $85^\circ$ 、 $95^\circ$ 、 $85^\circ$
- 何者是平行  $\square$  中， $\overline{AO}$ 、 $\overline{BO}$ 、 $\overline{CO}$ 、 $\overline{DO}$   
的長度  
 5、6、5、6  
 5、5、5、5  
 5、5、3、3



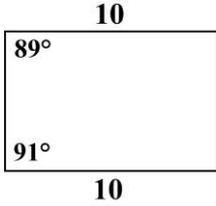


# 例題 6 平行四邊形判別性質

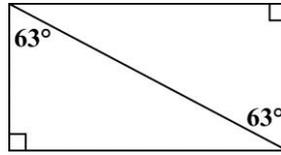


根據圖形所給的條件，勾選出所有的平行四邊形，並說明理由。

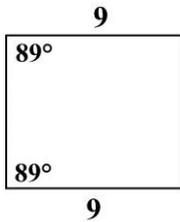
★筆記



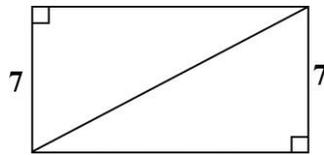
理由：\_\_\_\_\_。



理由：\_\_\_\_\_。



理由：\_\_\_\_\_。

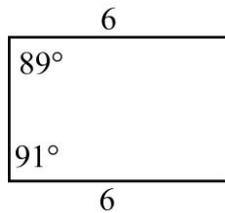


理由：\_\_\_\_\_。

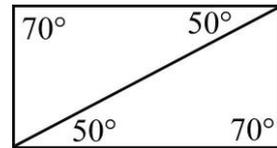


## 牛刀小試 15

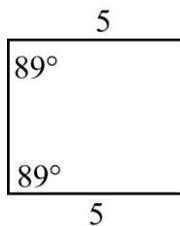
1. 根據題目給的條件中，勾選所有平行四邊形並說明理由。

 A


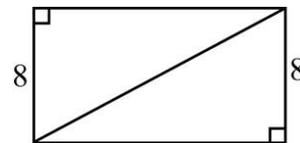
理由：\_\_\_\_\_

 B


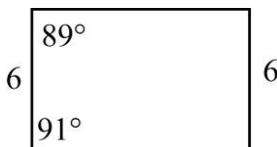
理由：\_\_\_\_\_

 C


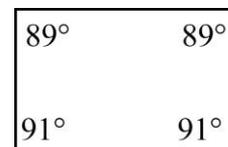
理由：\_\_\_\_\_

 D


理由：\_\_\_\_\_

 E


理由：\_\_\_\_\_

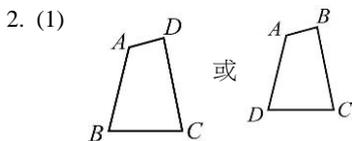
 F


理由：\_\_\_\_\_



牛刀小試 1

- (1) 四邊形  $ACBD$
- $\angle B$ ,  $\angle C$  和  $\angle D$
- $\overline{AD}$  和  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AC}$
- $\overline{AB}$ ,  $\overline{CD}$



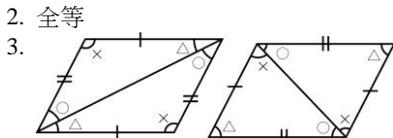
- (2) 對角, 鄰角
- (3) 對邊, 鄰邊
- (4) 對角線, 對角線

牛刀小試 2

- (1) 平行四邊形
- (2) 平行四邊形  $ABCD$
- (3)  $\square ABCD$
- (1) 菱形
- (2) 平行四邊形
- (1) 長方形
- (2) 平行四邊形
- (1) 正方形
- (2) 平行四邊形
- 菱形、長方形、正方形

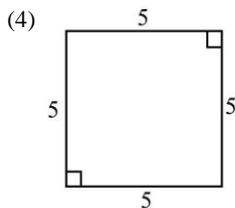
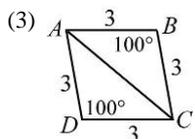
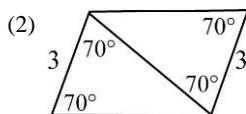
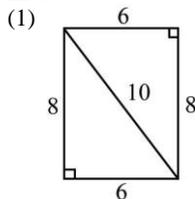
牛刀小試 3

- (1) 全等
- $\cong$
- $\overline{BC}$ ,  $\overline{BC}$
- $\overline{CD}$ ,  $\overline{CD}$
- $\angle 4$ ,  $\angle 4$
- $\angle 3$ ,  $\angle 3$

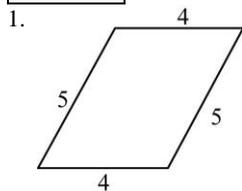


牛刀小試 4

- 全等
- 全等



牛刀小試 5



- 7
- (C)
- (1) 2
- (2) 6
- (1) 3
- (2) 12

牛刀小試 6

- 5
- 5
- 4
- 10, 15
- 8

牛刀小試 7

- $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 70^\circ$
- $40^\circ, 30^\circ, 110^\circ, 110^\circ$
- $45^\circ, 65^\circ, 70^\circ, 70^\circ$
- (1)  $70^\circ$
- (2)  $110^\circ$
- (3)  $70^\circ$

牛刀小試 8

- $110^\circ, 70^\circ, 70^\circ$
- $40^\circ, 70^\circ, 70^\circ$
- $40^\circ, 70^\circ, 110^\circ, 70^\circ$
- $10^\circ, 110^\circ, 110^\circ$
- (1)  $115^\circ$
- (2)  $22^\circ$
- $30^\circ, 65^\circ, 115^\circ$

牛刀小試 9

- (1)  $\overline{COD}$ ,  $\overline{DOA}$
- (2)  $\overline{CO}$ ,  $\overline{DO}$
- 3, 5
- (1) 3, 4
- (2) 6, 8
- 不一定

牛刀小試 10

- 4, 5, 18
- 6, 7
- 6
- 4, 4

牛刀小試 11

- (1)  $\overline{AE}$ ,  $\overline{BD}$ , 3, 6
- (2)  $\overline{AE}$ ,  $\overline{CD}$ , 3, 6
- 相等  
相同 (或相等), 相同 (或相等),  
相同 (等), 同 (等)
- 6
- 5
- 6

牛刀小試 12

- (1) 上  $\cong$  下, 左  $\cong$  右
- 不一定 (無法重疊)
- 會 (等底同高)
- 上面積 = 下面積 = 左面積 = 右面積
- (1) 4, 4, 4
- (2) 6, 12

牛刀小試 13

- (1) 5
- (2) 10
- (1) 9
- (2) 36
- (1) 16, 12
- (2) 24, 96
- (1) 5, 4
- (2) 10
- (3) 40

牛刀小試 14

- 是
- 否
- 5, 3, 5, 3  
 5, 5, 5, 5
- $75^\circ, 105, 75^\circ, 105^\circ$   
  $90^\circ, 90^\circ, 90^\circ, 90^\circ$   
  $95^\circ, 85^\circ, 95^\circ, 85^\circ$
- 5, 6, 5, 6  
 5, 5, 5, 5

牛刀小試 15

- A  一組對邊平行且等長。  
B  二個  $\triangle$  全等 (AAS)。  
C  一組對邊不平行。  
(同側內角相加要 180 度)
- D  二個  $\triangle$  全等 (RHS)。  
E  一組對邊平行, 另一組對邊等長  
但不確定是否平行,  
因此可能是等腰梯形。
- F  有一組對邊不平行。



# B4 4-3 特殊的四邊形



## 溫故知新 ① 平行四邊形的判別



如何判別一個四邊形是不是平行四邊形？

① **定義**：兩雙對邊分別\_\_\_\_\_，就是平行四邊形。

② **判別性質**：

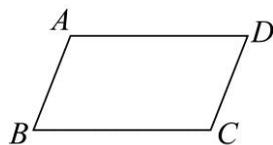
(1) 兩雙對邊分別\_\_\_\_\_，就是平行四邊形。

(2) 一雙對邊\_\_\_\_\_，就是平行四邊形。

(3) 兩雙對角分別\_\_\_\_\_，就是平行四邊形。

(4) 對角線\_\_\_\_\_，就是平行四邊形。

若  $ABCD$  是平行四邊形



① 對邊

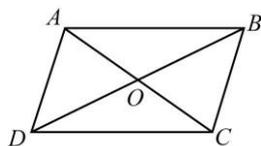
② 對角

③ 對角線



## 牛刀小試 ①

1. 平行四邊形的判別。



(1) 若  $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，\_\_\_\_\_，  
則四邊形  $ABCD$  就是平行四邊形。

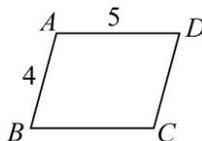
(2) 若  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，\_\_\_\_\_，  
則四邊形  $ABCD$  就是平行四邊形。

(3) 若  $\angle A = \angle C$ ，\_\_\_\_\_，  
則四邊形  $ABCD$  就是平行四邊形。

(4) 若  $\overline{OA} = \overline{OC}$ ，\_\_\_\_\_，  
則四邊形  $ABCD$  就是平行四邊形。

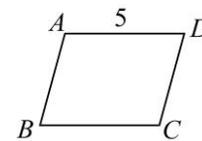
2. 在空格中填入適當答案，使四邊形成為平行四邊形。

(1) 若  $\overline{CD} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，  
且  $\overline{BC} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，



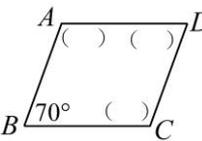
則四邊形  $ABCD$  就是平行四邊形。

(2) 若  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，  
且  $\overline{BC} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，



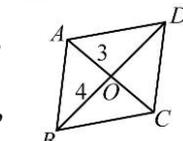
則四邊形  $ABCD$  就是平行四邊形。

(3) 若  $\angle D = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，  
且  $\angle A = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，



則四邊形  $ABCD$  就是平行四邊形。

(4) 若  $\overline{OC} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，  
且  $\overline{OD} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，



則四邊形  $ABCD$  就是平行四邊形。



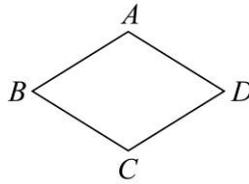
# 概念

## ① 菱形的意義



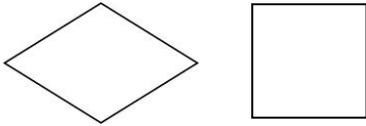
① 什麼是菱形？

的四邊形，就是 。



筆記

② 菱形和正方形有何不同？



③ 菱形和平行四邊形有何不同？

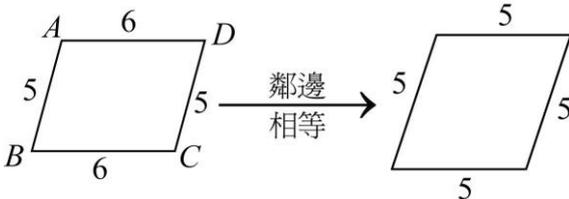
### 整理

- ① 菱形是特別的\_\_\_\_\_。
- ② \_\_\_\_\_是特別的菱形。



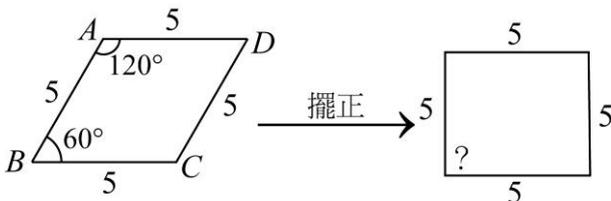
## 牛刀小試 2

1. 如何讓平行四邊形變成菱形？



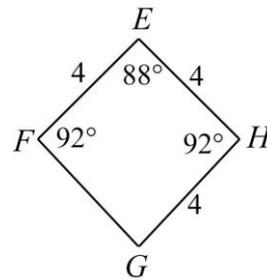
發現：讓平行四邊形的\_\_\_\_\_相等  
就是菱形，因此\_\_\_\_\_  
就是特別的平行四邊形。

2. 如何讓菱形變成正方形？



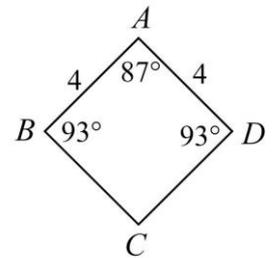
發現：將菱形擺正，角度變成\_\_\_\_\_度  
就是正方形，因此\_\_\_\_\_就是特  
別的菱形。

3. 根據給定的邊長與角度觀察下列是什麼形？



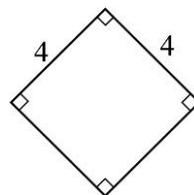
(圖一)

(1) 答：\_\_\_\_\_



(圖二)

(2) 答：\_\_\_\_\_



(圖三)

(3) 答：\_\_\_\_\_

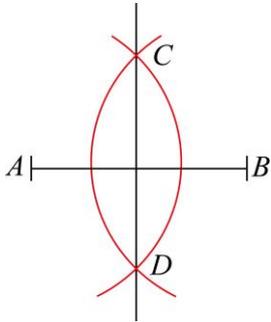


# 概念

## ② 菱形的對角線互相垂直平分



① 你記得「中垂線作圖」嗎？



② 因為  $ABCD$  是 \_\_\_\_\_ 形，也是平行四邊形的一種，所以對角線互相

有沒有其他做法？

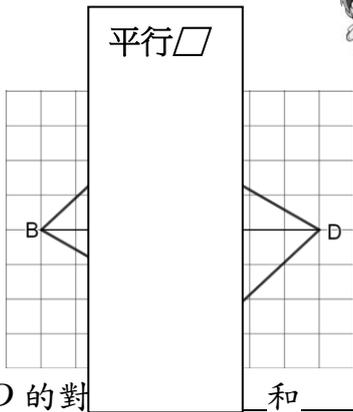
③ 因為  $\overleftrightarrow{CD}$  是  $\overline{AB}$  的中垂線，所以  $\overleftrightarrow{CD}$  和  $\overline{AB}$  互相

請你連接  $\overline{AC}$ 、 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{BD}$   
請問： $ABCD$  是 \_\_\_\_\_ 形，為什麼？

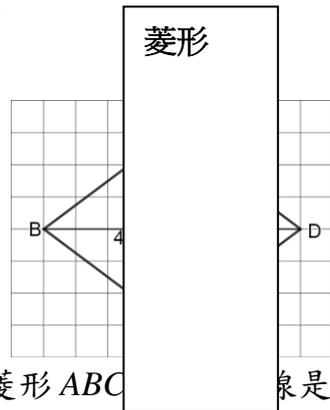
④ 由 2 和 3 可知，菱形的 2 條對角線互相



### 牛刀小試 3



對角線擺正



1. (1)  $\square ABCD$  的對角線是 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_。

(2) 平行四邊形對角線有沒有互相平分？

\_\_\_\_\_。  
 $\overline{CO} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，  
 $\overline{DO} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(3)  $\overline{AC} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{BD} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。  
因此，平行四邊形對角線有沒有等長？

\_\_\_\_\_。  
(4) 平行四邊形對角線有沒有互相垂直？

\_\_\_\_\_。

2. (1) 菱形  $ABCD$  的對角線是 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_。

(2) 菱形對角線有沒有互相平分？

\_\_\_\_\_。  
 $\overline{CO} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，  
 $\overline{DO} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(3)  $\overline{AC} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\overline{BD} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。  
因此，菱形對角線有沒有等長？

\_\_\_\_\_。  
(4) 菱形對角線有沒有互相垂直？

\_\_\_\_\_。

3. 請你寫出平行四邊形和菱形對角線的特性

(1) 平行四邊形的對角線  互相平分  一樣長  互相垂直

(2) 菱形的對角線  互相平分  一樣長  互相垂直

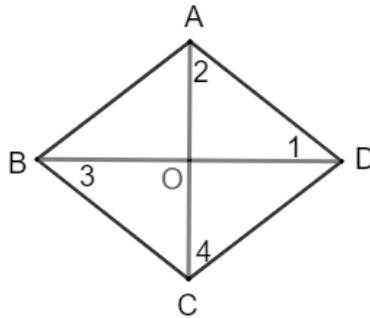


# 例題 1 菱形的對角線互相垂直平分



若  $ABCD$  是菱形， $\angle 1 = 38^\circ$ 。

①  $\angle 2 =$  \_\_\_\_\_，為什麼？



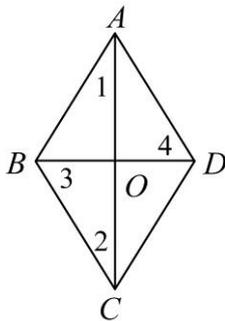
②  $\angle 3 =$  \_\_\_\_\_，為什麼？

③  $\angle 4 =$  \_\_\_\_\_，為什麼？



## 牛刀小試 4

1. 已知  $ABCD$  是菱形， $\angle 1 = 32^\circ$ 。



(1)  $\angle 2 =$  \_\_\_\_\_，為什麼？

答：\_\_\_\_\_。

(2)  $\angle 3 =$  \_\_\_\_\_，為什麼？

答：\_\_\_\_\_。

(3)  $\angle 4 =$  \_\_\_\_\_，為什麼？

答：\_\_\_\_\_。

2. 已知右圖是菱形。

$\angle 1 =$  \_\_\_\_\_，

$\angle 2 =$  \_\_\_\_\_，

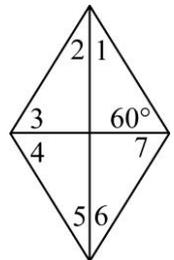
$\angle 3 =$  \_\_\_\_\_，

$\angle 4 =$  \_\_\_\_\_，

$\angle 5 =$  \_\_\_\_\_，

$\angle 6 =$  \_\_\_\_\_，

$\angle 7 =$  \_\_\_\_\_。



由(2)中發現：

菱形的二條對角線不只互相平分和垂直，也平分每個內角。

將上面發現在框框中寫一次



## 例題 ② 應用畢氏定理求對角線



已知： $ABCD$  是菱形，對角線  $\overline{AC}$  和  $\overline{BD}$  交於  $O$  點，

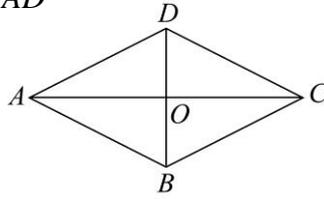
若  $\overline{AC} = 16$ ， $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$

①  $\overline{AO} =$  \_\_\_\_\_

②  $\overline{CO} =$  \_\_\_\_\_

③  $\overline{AD} = 10$ ，求  $\overline{DO} =$  \_\_\_\_\_ (提示：畢氏定理)

④  $\overline{BO} =$  \_\_\_\_\_  $\Rightarrow \overline{BD} =$  \_\_\_\_\_



## 牛刀小試 5

1. 菱形  $ABCD$  中，已知  $\overline{AC} = 8$ ，

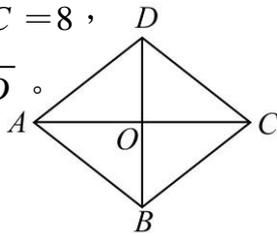
$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 。

(1)  $\overline{AO} =$  \_\_\_\_\_，

$\overline{CO} =$  \_\_\_\_\_。

(2) 若  $\overline{AD} = 5$ ，則  $\overline{DO} =$  \_\_\_\_\_，

$\overline{BO} =$  \_\_\_\_\_， $\overline{BD} =$  \_\_\_\_\_。



2. 菱形  $ABCD$  中， $\overline{BD} = 16$ ， $\overline{AC} = 12$

(1)  $\overline{BO} =$  \_\_\_\_\_，

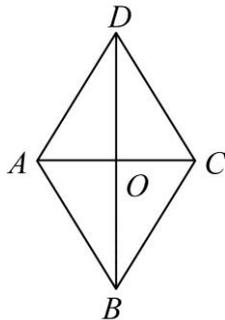
$\overline{DO} =$  \_\_\_\_\_。

(2)  $\overline{AO} =$  \_\_\_\_\_，

$\overline{CO} =$  \_\_\_\_\_。

(3)  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。

菱形的周長 = \_\_\_\_\_。



3. 菱形  $ABCD$  中，已知  $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{BD} = 6$ ，

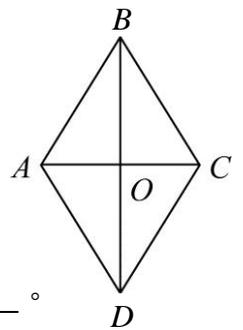
則

(1)  $\overline{AO} =$  \_\_\_\_\_。

(2)  $\overline{DO} =$  \_\_\_\_\_。

(3)  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。

(4) 菱形的周長 = \_\_\_\_\_。



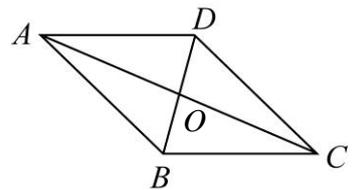
4. 菱形  $ABCD$  中， $\overline{AC} = 24$ ， $\overline{BD} = 10$

(1)  $\overline{AO} =$  \_\_\_\_\_。

$\overline{BO} =$  \_\_\_\_\_。

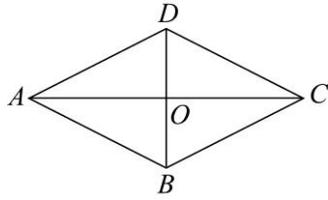
$\overline{AB} =$  \_\_\_\_\_。

(2) 菱形的周長 = \_\_\_\_\_。





已知： $ABCD$  是菱形， $\overline{AC}$  和  $\overline{BD}$  是對角線。



請問：圖中四個小 $\triangle$

( $\triangle ABO$ ,  $\triangle BCO$ ,  $\triangle CDO$ ,  $\triangle ADO$ )

會\_\_\_\_\_，為什麼？

〈例〉若菱形  $ABCD$  面積 = 12，

則  $\triangle ABO$  面積 = ? 為什麼？

菱形的對角線

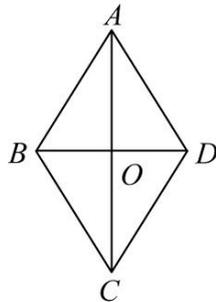


### 牛刀小試 6

1. 若菱形  $ABCD$  面積 = 20，則

$\triangle ABD$  面積 = \_\_\_\_\_。

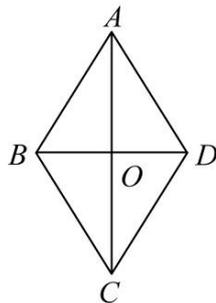
$\triangle ABO$  面積 = \_\_\_\_\_。



2. 若  $\triangle ABD$  面積 = 12，則

$\triangle ABO$  面積 = \_\_\_\_\_。

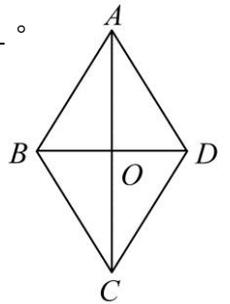
菱形  $ABCD$  面積 = \_\_\_\_\_。



3. 若  $\triangle ABO$  面積 = 8，則

$\triangle ABD$  面積 = \_\_\_\_\_。

菱形  $ABCD$  面積 = \_\_\_\_\_。

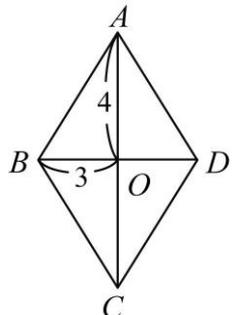


4. 若菱形  $ABCD$  中， $\overline{AO} = 3$ ， $\overline{BO} = 4$ 。

$\triangle ABO$  面積 = \_\_\_\_\_。

$\triangle ABD$  面積 = \_\_\_\_\_。

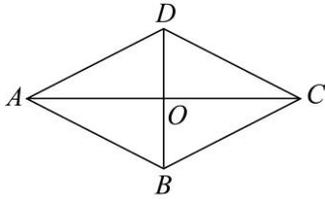
菱形  $ABCD$  面積 = \_\_\_\_\_。





若  $ABCD$  是菱形， $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{BD} = 8$ ，  
則菱形  $ABCD$  面積是多少？

☆有沒有別的方法？

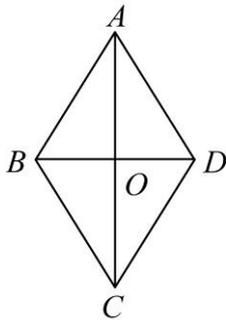


菱形的面積

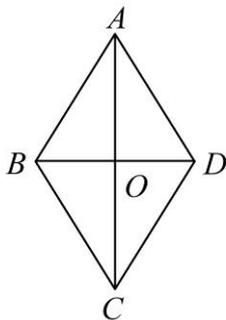


## 牛刀小試 7

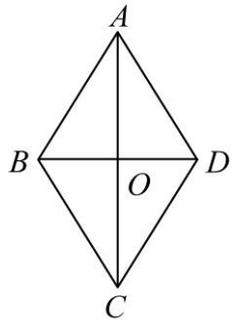
1. 菱形  $ABCD$  中， $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BD} = 10$ ，  
則菱形  $ABCD$  面積 = ？



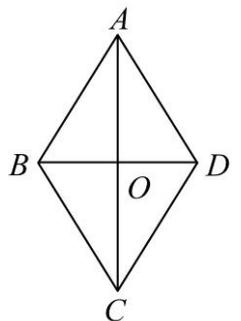
2. 菱形  $ABCD$  中， $\overline{AC} = 16$ ， $\overline{BD} = 12$ ，  
則菱形  $ABCD$  面積 = ？



3. 菱形  $ABCD$  面積 = 120，若  $\overline{BD} = 10$ ，  
則  $\overline{AC} = ?$



4. 菱形  $ABCD$  面積 = 130，若， $\overline{AC} = 26$ ，  
則  $\overline{BD} = ?$

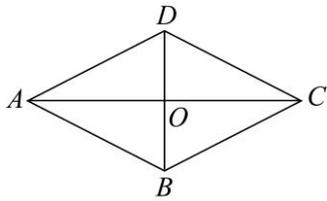




# 例題 3 菱形的面積

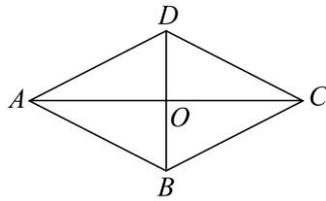


1



若  $ABCD$  是菱形， $\overline{AC} = 6$ ，  
 $\overline{BD} = 12$ ，求  $ABCD$  面積？

2 已知： $ABCD$  是菱形

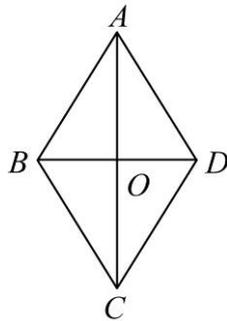


- (1) 若  $\triangle ABO$  面積是 3，  
則  $\triangle CDO$  面積 = \_\_\_\_\_，  
菱形  $ABCD$  面積 = \_\_\_\_\_。
- (2) 菱形  $ABCD$  面積是 20，  
則  $\triangle BCO$  面積 = \_\_\_\_\_，  
 $\triangle ABO$  面積 = \_\_\_\_\_。

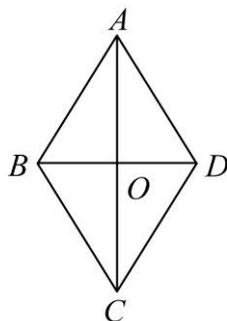


## 牛刀小試 8

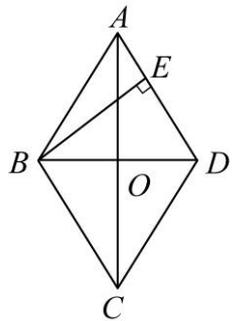
1. 菱形  $ABCD$  中周長是 40， $\overline{BD} = 12$ ，  
則(1)  $\overline{AO} =$  \_\_\_\_\_。  
(2) 菱形  $ABCD$  面積 = \_\_\_\_\_。



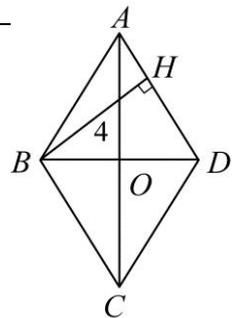
2. 菱形  $ABCD$  中周長是 20， $\overline{AC} = 8$ ，  
則(1)  $\overline{AO} =$  \_\_\_\_\_。  
(2)  $\overline{BO} =$  \_\_\_\_\_。  
(3) 菱形  $ABCD$  面積 = \_\_\_\_\_。



3. 菱形  $ABCD$  中， $\overline{BE} \perp \overline{AD}$ ， $\overline{AB} = 8$ ，則  
(1)  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。  
(2) 若  $\overline{BE} = 5$ ，則  $\triangle ABD$  面積 = \_\_\_\_\_。  
(3) 菱形  $ABCD$  面積 = \_\_\_\_\_。

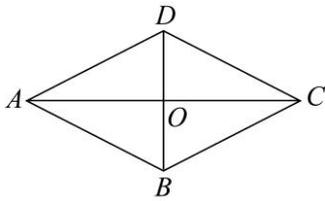


4. 菱形  $ABCD$  周長是 20，且  $\overline{BH} \perp \overline{AD}$ ，則  
(1)  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。  
(2) 若  $\overline{BH} = 4$ ，則  $\triangle ABD$  面積 = \_\_\_\_\_。  
(3) 菱形  $ABCD$  面積 = \_\_\_\_\_。





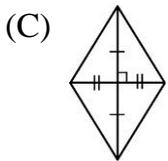
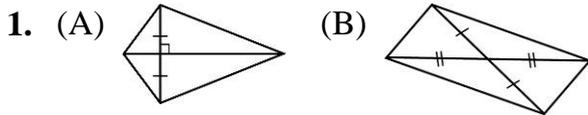
1 由定義來判別\_\_\_\_\_是菱形。



2 由對角線來判別對角線互相\_\_\_\_\_就是菱形，為什麼？



## 牛刀小試 9

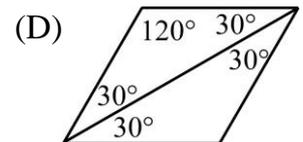
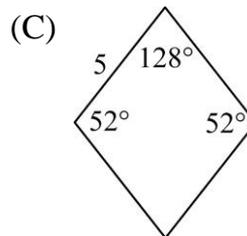
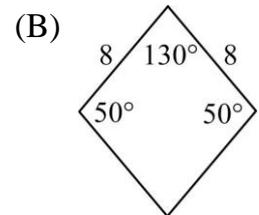
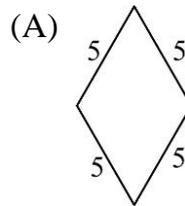


(1) 由圖(A)對角線互相垂直就是菱形嗎？答：\_\_\_\_\_。

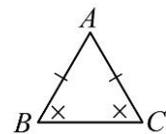
(2) 由圖(B)對角線互相平分就是菱形嗎？答：\_\_\_\_\_。

(3) 由圖(C)對角線要互相\_\_\_\_\_才是菱形。

2. 由定義來看，只要四邊一樣長就是菱形，下列何者為菱形？



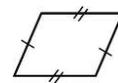
提示①



兩角相等

⇓  
兩邊相等

提示②



平行四邊形

對邊相等



# 例題 4 運用垂直平分線畫菱形



1 請在下面空白畫一個菱形。

☆有沒有其他方法？

問題：(1)你畫得像嗎？  
(2)多嘗試幾次發現了什麼？

2 利用菱形的對角線互相垂直平分來畫畫看。

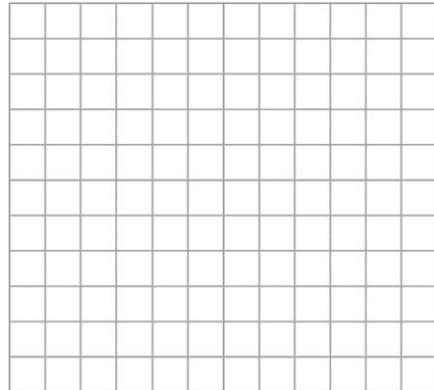


## 牛刀小試 10

1. (1) 請畫出對角線是 12 和 16 的菱形。



2. 請畫出對角線是 6 和 8 的菱形。



(2) 請問菱形邊長為何？



# 概念 6 箏形



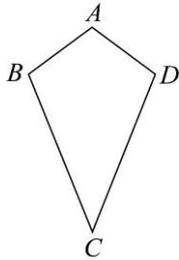
## 1 什麼是箏形？

兩組\_\_\_\_\_邊相等的四邊形，  
就是\_\_\_\_\_。  
(很像\_\_\_\_\_)

## 2 若(1) $\overline{AB} = \overline{AD}$

(2)  $\overline{BC} = \overline{CD}$

則  $ABCD$  是\_\_\_\_\_



## 3 箏形的對角線

若  $ABCD$  是箏形

$$\overline{AB} = \overline{AD}$$

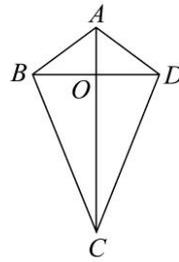
$$\overline{BC} = \overline{CD}$$

請說明：

(1)  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$

(2)  $\triangle ABO \cong \triangle ADO$

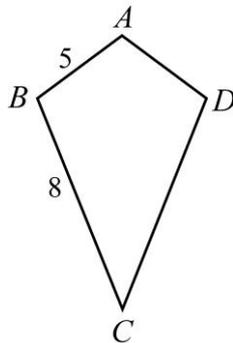
(3)  $\overline{AC}$  是  $\overline{BD}$  的垂直平分線。



## 牛刀小試 11

### 1. 如圖是箏形，則

$$\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}.$$



### 2. 如圖是箏形，若 $\angle 1 = 30^\circ$ ， $\angle C = 50^\circ$ ，則

(1)  $\angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

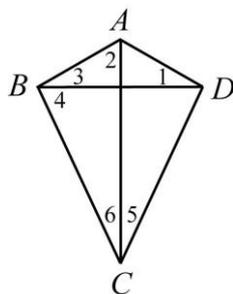
(2)  $\angle 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

$\angle 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

(3)  $\angle 3$  和  $\angle 4$  的度數相同嗎？

答：\_\_\_\_\_。

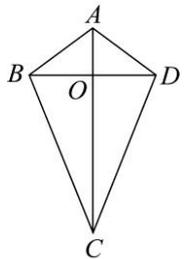


### 3. 箏形 $ABCD$ ， $\triangle ABO$ 面積是 6， $\triangle COD$ 面積是 9，則

(1)  $\triangle ADO$  面積 = \_\_\_\_\_。

(2)  $\triangle BOC$  面積 = \_\_\_\_\_。

菱形  $ABCD$  面積 = \_\_\_\_\_。



### 4. 如圖箏形 $ABCD$ 中，若 $\overline{BD} = 24$ ，則

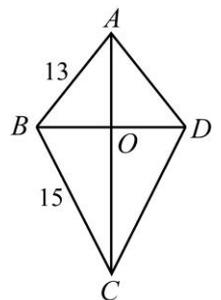
(1)  $\overline{BO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\overline{DO} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2)  $\overline{AO} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\overline{CO} = \underline{\hspace{2cm}}$

$\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$  (畢氏定理)



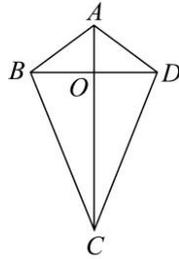


# 例題 5 箏形的面積



箏形  $ABCD$  中，若  $\overline{BD} = 8$ ， $\overline{AC} = 13$ ，則此箏形面積多少？

〈方法一〉

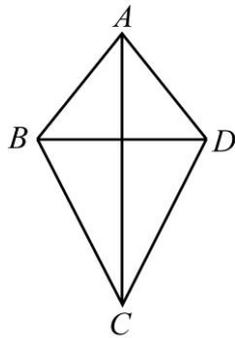


〈方法二〉

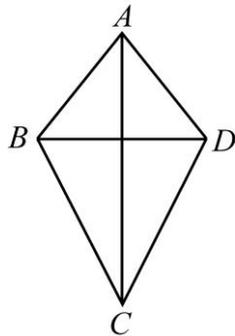


## 牛刀小試 12

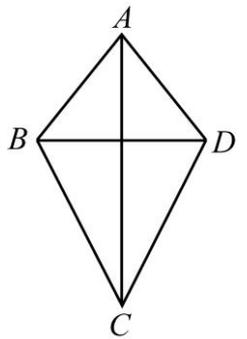
1. 箏形  $ABCD$  中，若  $\overline{BD} = 5$ ， $\overline{AC} = 12$ ，則箏形面積為何？



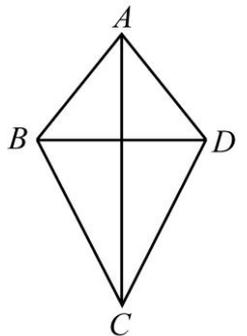
2. 箏形  $ABCD$  中，若  $\overline{BD} = 6$ ， $\overline{AC} = 10$ ，則箏形面積為何？



3. 箏形  $ABCD$  面積是 30，若  $\overline{BD} = 5$ ，則  $\overline{AC} = ?$



4. 箏形  $ABCD$  面積是 40，若  $\overline{BD} = 5$ ，則  $\overline{AC} = ?$





① 定義：\_\_\_\_\_的四邊形就是矩形。

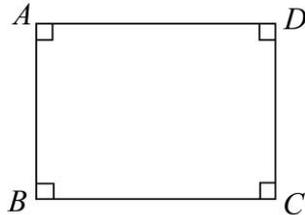
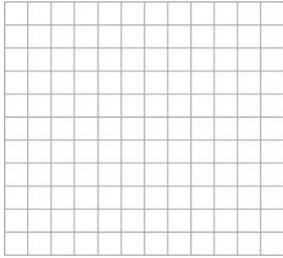
④ (1) 矩形的周長 = \_\_\_\_\_

(2) 矩形的面積 = \_\_\_\_\_

② 矩形就是 。

⑤ 矩形是不是平行四邊形？  
為什麼？

③ 請畫一個矩形。



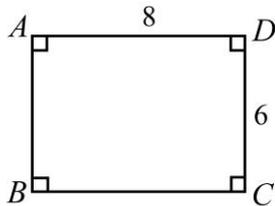
## 牛刀小試 13

1. 矩形  $ABCD$  中， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{CD} = 6$ 。

(1) 周長 = \_\_\_\_\_。

(2) 面積 = \_\_\_\_\_。

(3)  $\overline{AC} =$  \_\_\_\_\_。

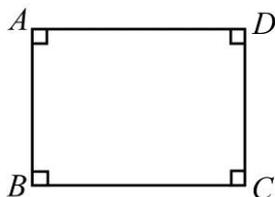


2. 矩形  $ABCD$  中， $\overline{BD} = 5$ ， $\overline{CD} = 3$ 。

(1)  $\overline{BC} =$  \_\_\_\_\_。

(2) 周長 = \_\_\_\_\_。

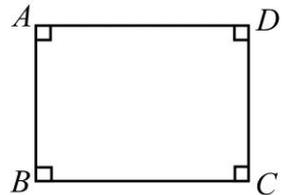
(3) 面積 = \_\_\_\_\_。



3. 矩形  $ABCD$  中， $\overline{AD} = 8$ ，面積 = 48。

(1)  $\overline{CD} =$  \_\_\_\_\_。

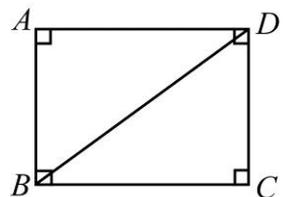
(2)  $\overline{AC} =$  \_\_\_\_\_。



4. 矩形  $ABCD$  中， $\overline{AD} = 12$ ，周長 = 34。

(1)  $\overline{CD} =$  \_\_\_\_\_。

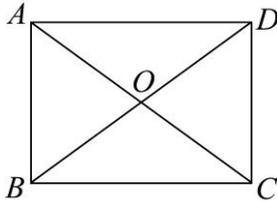
(2) 面積 = \_\_\_\_\_。





①矩形的對角線  而且  。

②為什麼？



(1) 因為矩形是\_\_\_\_\_形，所以對角線  ，

也就是說  $\overline{AO} =$  \_\_\_\_\_

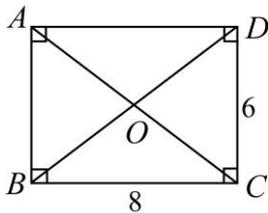
$\overline{BO} =$  \_\_\_\_\_

(2)  $\overline{AC}$  和  $\overline{BD}$  會相等嗎？



## 牛刀小試 14

1. 矩形  $ABCD$  中，

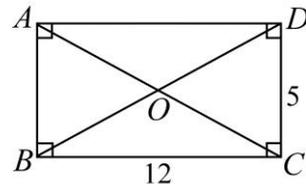


(1)  $\overline{BD} =$  \_\_\_\_\_ ,  $\overline{AC} =$  \_\_\_\_\_ 。

(2)  $\overline{BO} =$  \_\_\_\_\_ ,  $\overline{DO} =$  \_\_\_\_\_ ,

$\overline{CO} =$  \_\_\_\_\_ ,  $\overline{AO} =$  \_\_\_\_\_ 。

2. 矩形  $ABCD$  中， $\overline{CD} = 5$  ,  $\overline{BC} = 12$  。



(1)  $\overline{BD} =$  \_\_\_\_\_ ,  $\overline{AC} =$  \_\_\_\_\_ 。

(2)  $\overline{AO} =$  \_\_\_\_\_ ,  $\overline{BO} =$  \_\_\_\_\_ ,

$\overline{CO} =$  \_\_\_\_\_ ,  $\overline{DO} =$  \_\_\_\_\_ 。



① 定義：  而且  的四邊形就是正方形。

② (1) 正方形是不是平行四邊形？為什麼？

(2) 正方形是不是菱形？為什麼？

(3) 正方形是不是矩形？為什麼？

③ 正方形的對角線互相 、 而且 ，為什麼？



## 牛刀小試 15

1. 如圖正方形  $ABCD$ ，

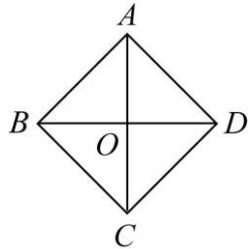
若  $\overline{AC} = 4$

(1)  $\overline{BD} =$  \_\_\_\_\_。

(2)  $\overline{AO} =$  \_\_\_\_\_，

$\overline{DO} =$  \_\_\_\_\_，

則  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。

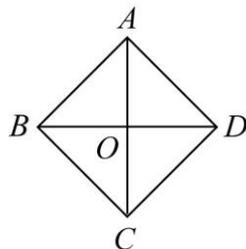


2. 如圖正方形  $ABCD$ ，若  $\overline{AC} = 8$

$\overline{AO} =$  \_\_\_\_\_，

$\overline{DO} =$  \_\_\_\_\_，

則  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。



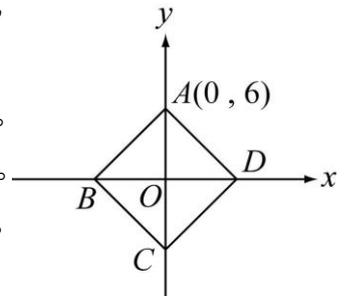
3. 如圖正方形  $ABCD$ ，

若  $A(0, 6)$ ，則

$C$  點坐標 \_\_\_\_\_。

$D$  點坐標 \_\_\_\_\_。

$B$  點坐標 \_\_\_\_\_。



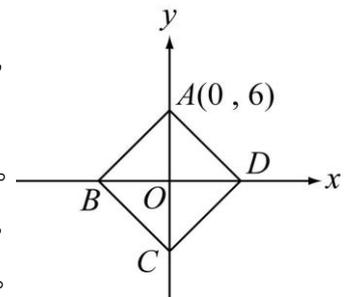
4. 如圖正方形  $ABCD$ ，

若  $B(-5, 0)$ ，則

$D$  點坐標 \_\_\_\_\_。

$A$  點坐標 \_\_\_\_\_。

$C$  點坐標 \_\_\_\_\_。



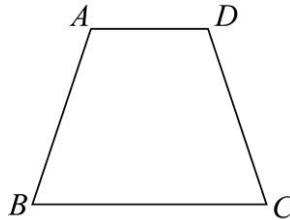


# 概念 10 梯形



① 定義：恰有 1 雙對邊  的四邊形（另一雙對邊一定 ）

② 圖示



③ 梯形面積公式 = ，為什麼公式長這樣？

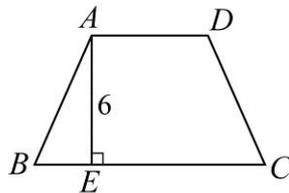


## 牛刀小試 16

1. 如圖梯形  $ABCD$  中  $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ ，

$$\overline{AD} = 5, \overline{BC} = 8, \overline{AE} = 6,$$

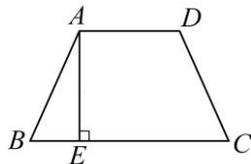
則梯形  $ABCD$  面積 = 。



2. 如圖梯形  $ABCD$  中  $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ ，

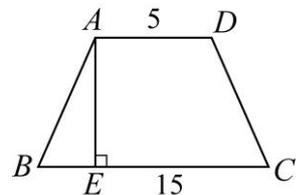
$$\overline{AD} = 3, \overline{BC} = 7, \overline{AE} = 4,$$

則梯形  $ABCD$  面積 = 。



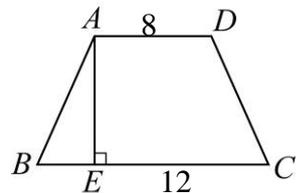
3. 如圖，梯形  $ABCD$  面積 = 30，

$$\text{則 } \overline{AE} = \text{_____}。$$



4. 如圖，梯形  $ABCD$  面積 = 40，

$$\text{則 } \overline{AE} = \text{_____}。$$

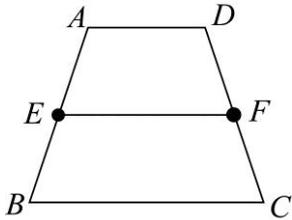




# 概念 11 梯形的兩腰中點連線段長



1



2 若  $\overline{AD} = 5$ ,  $\overline{BC} = 7$ , 則  $\overline{EF} = ?$

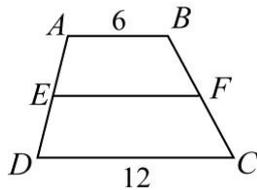
3 若  $\overline{EF} = 6$ ,  $\overline{AD} = 3$ ,  $\overline{BC} = ?$

若  $ABCD$  是梯形,  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$   
 $E$ 、 $F$  分別是兩腰  $\overline{AB}$  和  $\overline{CD}$   
 中點, 則  $\overline{EF} = \boxed{\phantom{000}}$ ,  
 為什麼?

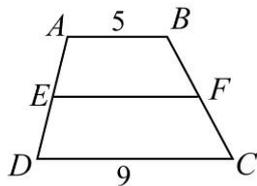


## 牛刀小試 17

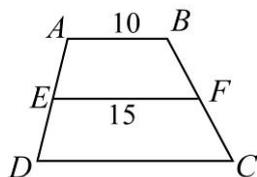
1. 如右圖, 在梯形  $ABCD$  中, 已知  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ,  $E$ 、 $F$  分別為  $\overline{AD}$ ,  $\overline{BC}$  的中點。若  $\overline{AB} = 6$ ,  $\overline{CD} = 12$ , 則  $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



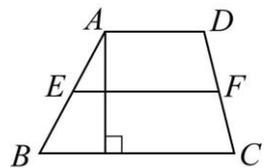
2. 如右圖, 梯形  $ABCD$  中, 已知  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ,  $E$ 、 $F$  分別為  $\overline{AD}$ ,  $\overline{BC}$  的中點。若  $\overline{AB} = 5$ ,  $\overline{CD} = 9$ , 則  $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



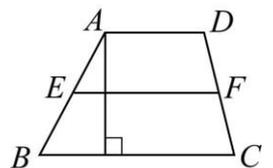
3. 如右圖, 梯形  $ABCD$  中, 已知  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ,  $E$ 、 $F$  分別為  $\overline{AD}$ ,  $\overline{BC}$  的中點。若  $\overline{AB} = 10$ ,  $\overline{EF} = 15$ , 則  $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



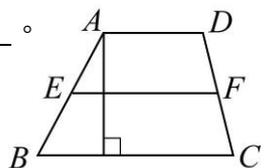
4. 梯形  $ABCD$  中, 兩腰中點連線段  $\overline{EF} = 5$ , 若高為 4, 則  
 (1)  $\overline{AD} + \overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。  
 (2) 梯形  $ABCD$  的面積 =  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



5. 梯形  $ABCD$  中, 兩腰中點連線段  $\overline{EF} = 8$ , 若高為 5, 則  
 (1)  $\overline{AD} + \overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。  
 (2) 梯形  $ABCD$  的面積 =  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

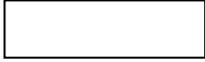


6. 下圖中, 梯形  $ABCD$  面積是 30, 高為 6,  
 (1)  $\overline{AD} + \overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。  
 (2)  $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。





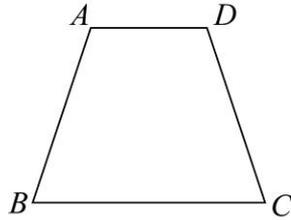
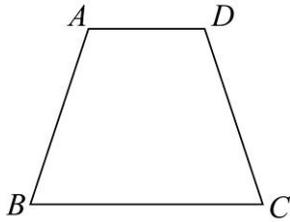
❶ 定義：兩腰相等的梯形稱為  。



❷ 等腰梯形兩底角  。

為什麼？

❸ 圖示：



若①

②

則  $ABCD$  是等腰梯形。

$\angle B$  和  $\angle C$  是  。

為什麼？



## 牛刀小試 18

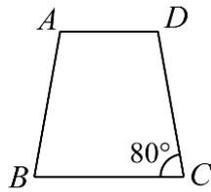
1. 如圖，等腰梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，

$\overline{AB} = \overline{CD}$ 。若  $\angle C = 80^\circ$ ，

則(1)  $\angle B =$   度，

(2)  $\angle A =$   度，

$\angle D =$   度。

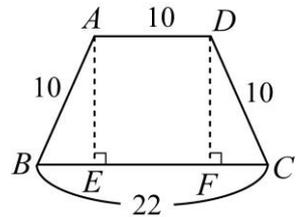


3. 等腰梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，

$\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{BC} = 22$ 。

(1)  $\overline{EF} =$   。

(2)  $\overline{BE} = \overline{CF} =$   。



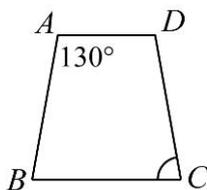
2. 如圖，等腰梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，

$\overline{AB} = \overline{CD}$ 。若  $\angle A = 130^\circ$ ，

則(1)  $\angle D =$   度。

(2)  $\angle B =$   度，

$\angle C =$   度。



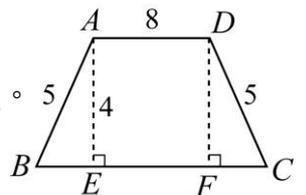
4. 等腰梯形  $ABCD$ ， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，

$\overline{AD} = 8$ 。

(1)  $\overline{BE} = \overline{CF} =$   。

(2)  $\overline{EF} =$   。

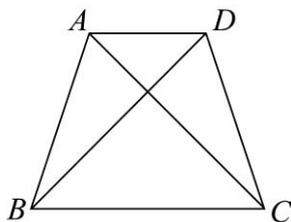
(3)  $\overline{BC} =$   。





已知：等腰梯形  $ABCD$  中  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

說明： $\overline{AC} = \overline{BD}$

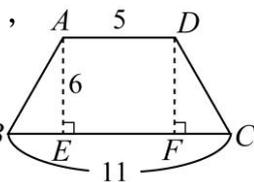


☆對角線等長的四邊形有  
些？



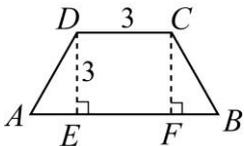
牛刀小試 19

1. 如圖，等腰梯形  $ABCD$  中，  
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ，  
 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 。若  $\overline{AD} = 5$ ，  
 $\overline{BC} = 11$ ， $\overline{AE} = 6$ 。



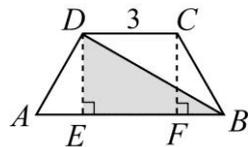
- (1)  $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2)  $\overline{BE} = \overline{CF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 連  $\overline{AC}$ ， $\triangle AEC$  中， $\overline{EC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，  
則對角線  $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (4)  $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 如圖，等腰梯形  $ABCD$  中，  
 $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$ ， $\overline{DA} = \overline{CB}$ ， $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ 。  
若  $\overline{CD} = 3$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{DE} = 3$ 。



- (1)  $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2)  $\overline{AE} = \overline{BF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 連  $\overline{BD}$ ， $\triangle DEB$  中， $\overline{EB} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，  
則對角線  $\overline{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (4)  $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

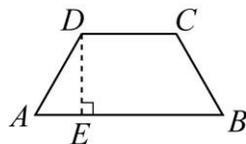
3. 如圖等腰梯形  $ABCD$  中，  
 $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$ ， $\overline{DA} = \overline{CB}$ ，  
 $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{CF} \perp \overline{AB}$ 。



若  $\overline{CD} = 3$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BD} = 5$

- (1)  $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2)  $\overline{AE} = \overline{BF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3)  $\triangle DEB$  中， $\overline{EB} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，  
 $\overline{DE} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 如圖，等腰梯形  $ABCD$  中，  
 $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$ ， $\overline{DA} = \overline{CB}$ ，  
 $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ 。



若  $\overline{CD} = 9$ ， $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{DE} = 5$ ，則  
對角線  $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



對的打「✓」錯的或不一定的打「x」。

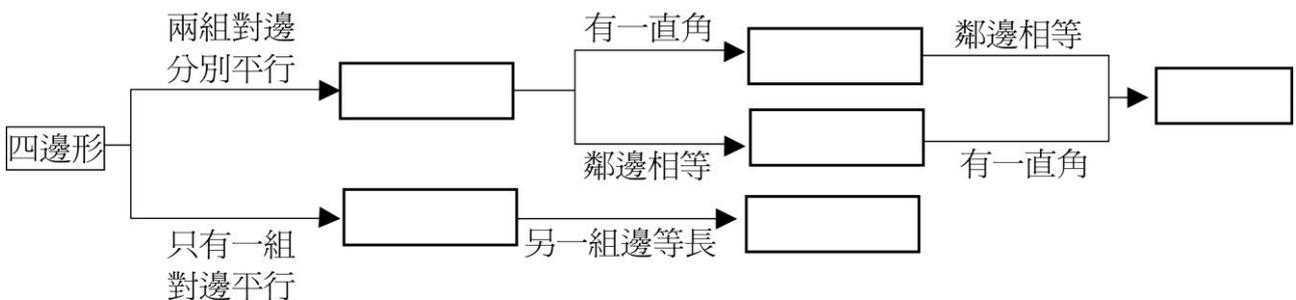
對角線性質	平行四邊形	菱形	箏形	矩形	正方形	梯形	等腰梯形
互相平分							
互相垂直							
一樣長							



## 牛刀小試 20

下列圖形各具有那些性質？（在空格打「✓」）

性質 \ 圖形	平行四邊形	長方形	菱形	正方形	鳶形
對邊平行					
對邊等長					
對角線等長					
對角線互相平分					
對角線互相垂直					
四角皆為直角					





# 解 答 篇

## 牛刀小試 1

- (1)  $\overline{AD} = \overline{BC}$   
(2)  $\overline{AB} = \overline{CD}$  (或  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ )  
(3)  $\angle B = \angle D$   
(4)  $\overline{OB} = \overline{OD}$
- (1)  $\overline{AB}$ , 4,  $\overline{AD}$ , 5  
(2)  $\overline{AD}$ , 5  
(3)  $\angle B$ ,  $70^\circ$ ,  $\angle C$ ,  $110^\circ$   
(4)  $\overline{OA}$ , 3,  $\overline{OB}$ , 4

## 牛刀小試 2

- (1) 鄰邊, 菱形 (2) 90, 正方形
- (1) 平行  $\square$   
(2) 菱形  
(3) 正方形

## 牛刀小試 3

- (1)  $\overline{AC}$ ,  $\overline{BD}$   
(2) 有,  $\overline{OA}$ , 3,  $\overline{OB}$ , 4  
(3) 6, 8, 不一定 (4) 沒有
- (1)  $\overline{AC}$ ,  $\overline{BD}$   
(2) 有,  $\overline{OA}$ , 3,  $\overline{OB}$ , 4  
(3) 6, 8, 不一定  
(4) 有
- (1)  互相平分  
(2)  互相平分,  互相垂直。

## 牛刀小試 4

- (1)  $32^\circ$ , 因為  $\overline{AB} = \overline{BC}$   
(2)  $58^\circ$ , 因為  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ,  
所以  $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$   
(3)  $58^\circ$ , 因為  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ,  
所以  $\angle 3$  和  $\angle 4$  內錯角相等。
- (1)  $30^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 60^\circ, 30^\circ, 30^\circ, 60^\circ$   
(2) 略

## 牛刀小試 5

- (1) 4, 4 (2) 3, 3, 6
- (1) 8, 8 (2) 6, 6  
(3) 10, 40
- (1) 2 (2) 3  
(3)  $\sqrt{13}$  (4)  $4\sqrt{13}$
- 12, 5, 13, 52

## 牛刀小試 6

- 10, 5
- 6, 24
- 16, 32
- 6, 12, 24

## 牛刀小試 7

- 60
- 96
- 24
- 10

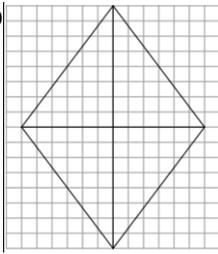
## 牛刀小試 8

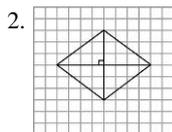
- (1) 8 (2) 96  
(2) (1) 4 (2) 3  
(3) 24
- (1) 8 (2) 20  
(3) 40
- (1) 5 (2) 10  
(3) 20

## 牛刀小試 9

- (1) 不是 (2) 不是  
(3) 垂直平分
- (A)(B)(D)

## 牛刀小試 10

- (1)  (2) 10



## 牛刀小試 11

- 5, 8
- (1)  $30^\circ, 60^\circ$  (2)  $25^\circ, 25^\circ, 65^\circ$   
(3) 不一樣
- (1) 6 (2) 9, 30
- (1) 12, 12 (2) 5, 9, 14

## 牛刀小試 12

- 30
- 30
- 12
- 16

## 牛刀小試 13

- (1) 28 (2) 48  
(3) 10
- (1) 4 (2) 14  
(3) 12
- (1) 6 (2) 10
- (1) 5 (2) 60

## 牛刀小試 14

- (1) 10, 10 (2) 5, 5, 5, 5
- (1) 13, 13 (2) 6.5, 6.5, 6.5, 6.5

## 牛刀小試 15

- (1) 4 (2) 2, 2,  $2\sqrt{2}$
- (1) 4, 4,  $4\sqrt{2}$  (2)  $16\sqrt{2}, 32$
- (0, -6), (6, 0), (-6, 0)

- (5, 0), (0, 5), (0, -5)

## 牛刀小試 16

- 39
- 20
- 3
- 4

## 牛刀小試 17

- 9
- 7
- 20
- 10, 20
- 16, 40
- (1) 10 (2) 5

## 牛刀小試 18

- (1) 80 (2) 100, 100
- 130, 50, 50
- (1) 10 (2) 6
- (1) 3 (2) 8  
(3) 14

## 牛刀小試 19

- (1) 5 (2) 3  
(3) 8, 10 (4) 10
- (1) 3 (2) 1  
(3) 4, 5 (4) 5
- (1) 3 (2) 1  
(3) 4, 3
- 13

## 牛刀小試 20

圖形	平行四邊形	長方形	菱形	正方形	鸚形
性質					
對邊平行	✓	✓	✓	✓	
對邊等長	✓	✓	✓	✓	
對角線等長		✓		✓	
對角線互相平分	✓	✓	✓	✓	
對角線互相垂直			✓	✓	✓
四角皆為直角		✓		✓	

