

目次 CONTENTS

	名稱	內容	頁碼
第 1 章 數列與等差級數	1-1 等差數列	實力養成	1
		隨堂基礎卷	4
		每週一題	6
	1-2 等差級數	實力養成	7
		隨堂基礎卷	10
		每週一題	12
	1-3 等比數列	實力養成	15
		隨堂基礎卷	17
		每週一題	18
第 2 章 函數及其圖形	2-1 一次函數及函數圖形與應用	實力養成	24
		隨堂基礎卷	26
		每週一題	28
第 3 章 三角形的性質與 尺規作圖	3-1 內角與外角	實力養成	30
		隨堂基礎卷	32
		每週一題	33
	3-2 基本尺規作圖	實力養成	38
		隨堂基礎卷	40
		每週一題	41
	3-3 三角形全等	實力養成	44
		隨堂基礎卷	46
		每週一題	47
	3-4 全等三角形的應用	實力養成	49
		隨堂基礎卷	51
		每週一題	52
	3-5 三角形的邊角關係	實力養成	54
		隨堂基礎卷	56
		每週一題	57
第 4 章 平行與四邊形	4-1 平行線	實力養成	60
		隨堂基礎卷	62
		每週一題	63
	4-2 平行四邊形	實力養成	66
		隨堂基礎卷	68
		每週一題	69
	4-3 特殊的四邊形	實力養成	73
		隨堂基礎卷	75
		每週一題	

第 1 章 數列與等差級數

1-1 等差數列

實力養成 重點 1 數列的意義

▲ 可將數列寫成 $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$ ，其中 a_1, a_2, \dots, a_n 稱為數列的項， a_1 稱為首項， a_2 稱為第二項， \dots, a_n 稱為第 n 項或末項。

題型 1 找數列的規律

觀察數列的規律，完成下列空格：

- (1) 1, 1, 2, 3, 5, _____, 13, 21。
(2) 50, 47, 44, _____, 38, _____。

題型 3 找循環小數的規律

已知循環小數 $\frac{41}{333} = 0.123123\dots$ ，則小數點後第 10 位數字為_____。

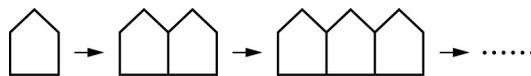
題型 2 找數列的第 n 項及項數

觀察數列 3, 6, 9, 12, 15, \dots , 300, 303，則

- (1) $a_1 =$ _____, $a_2 =$ _____, $a_{10} =$ _____, $a_{20} =$ _____。
(2) $a_n =$ _____, 246 是第_____項。

題型 4 找圖形的規律

書豪用吸管依序向右排出相連的五邊形，如下圖所示。



第 1 個 第 2 個 第 3 個
則排第 51 個圖形共需要_____根吸管。

強化練習

1. 觀察數列的規律，完成下列空格：

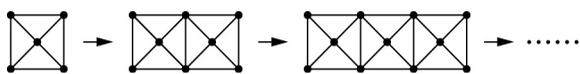
- (1) 1, 1, 2, 6, 24, _____, 720, 5040。
(2) 100, 95, 90, _____, 80, 75, _____, 65, 60。

2. 有一數列 1, 3, 5, 7, \dots , 199, 201，則：

- (1) $a_1 =$ _____, $a_2 =$ _____, $a_{10} =$ _____, $a_{20} =$ _____。
(2) $a_n =$ _____, 185 是第_____項。

3. 已知循環小數 $\frac{2}{11} = 0.181818\dots$ ，則小數點後第 16 位數字為_____。

4. 如下圖，第 1 個圖有 5 個交點，第 2 個圖有 8 個交點，第 3 個圖有 11 個交點， \dots ，依此規律，則第 11 個圖有_____個交點。



第 1 個 第 2 個 第 3 個

實力養成 重點 2 等差數列

- 數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中，若任何連續兩數，後項減前項的差均相同，則稱這個數列為等差數列，其公式為 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，其中 a_1 為首項， n 為項數， d 為公差。
- 等差數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中，已知第 m 項為 a_m ，公差為 d ，則 $a_n = a_m + (n-m)d$ 。

題型 1 求等差數列的公差

判斷下列是否為等差數列，若是等差數列，試寫出其公差。

(1) $-2, -2, -2, -2, -2$

答：_____。

(2) $1, 0, 1, 0, 1, 0$

答：_____。

題型 3 求等差數列的公差及第 n 項

已知等差數列 $10, 6, 2, \dots$ ，則：

(1) 公差 $d =$ _____， $a_4 =$ _____。

(2) 一般項 $a_n =$ _____。

(3) -72 是此等差數列中的項嗎？若是， -72 為此等差數列中的第幾項？

答：_____。

題型 2 求等差數列的值

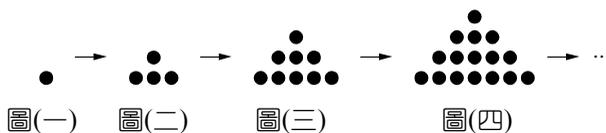
下列各小題的數列均為等差數列，試在空格中填入適當的數：

(1) $3, 5, 7, \underline{\hspace{2cm}}, 11, 13$ 。

(2) $5, 0, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}, -15, \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 4 圖形的規律

如下圖，若以此規則排列，則圖(二十)的最底層有_____個●。



強化練習

1. 判斷下列是否為等差數列，若是等差數列，試寫出其公差。

(1) $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$ 。 答：_____。

(2) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, 2$ 。 答：_____。

(3) $-3, 2, -1, 0, -1, 2, -3$ 。 答：_____。

2. 下列各小題的數列均為等差數列，試在空格中填入適當的數：

(1) _____, $4, 3, 2$, _____, _____, -1 。

(2) $3, 3$, _____, 3 , _____, $3, 3, 3$ 。

(3) 2 , _____, _____, 14 , _____, 22 。

3. 等差數列 2, 6, 10, 14, ……中,

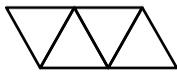
(1) $a_9 =$ _____。

(2) 一般項 $a_n =$ _____。

(3) 102 是此等差數列中的項嗎? 若是, 試寫出其項數。

答: _____。

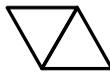
4. 體育館屋頂的棚架是由不鏽鋼條焊接成相連的三角形, 每一排的基本造型如圖(一), 它是利用三角形的穩固性以增加強度的典型實例。如果建築工人是以等長的鋼條依序焊接成如圖(二)。



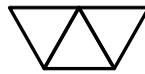
圖(一)



第 1 個圖



第 2 個圖



第 3 個圖



圖(二)

(1) 焊接第 12 個圖需要_____根鋼條。

(2) 第 30 個圖與第 20 個圖相差_____根鋼條。

一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- () 1. 若 $1, 1, 2, 3, 5, a$ 為有規律的數列，則 $a = ?$
- (A) 8
(B) 13
(C) 21
(D) 34
- () 2. 下列各數列中，何者不是等差數列？
- (A) $2, 4, 6, 8, 10$
(B) $1, -1, 1, -1, 1$
(C) $3, 3, 3, 3, 3$
(D) $5, 10, 15, 20, 25$
- () 3. 若 $4, a, b, c, d, e, 22$ 為等差數列，則下列何者正確？
- (A) $a = 6$
(B) $b = 9$
(C) $c = 12$
(D) $d = 16$
- () 4. 已知一等差數列的首項 a_1 為 -4 ，公差 d 為 3 ，則 47 是第幾項？
- (A) 16
(B) 17
(C) 18
(D) 19
- () 5. 已知一等差數列的首項 a_1 為 26 ，第 25 項 a_{25} 為 -22 ，則公差 $d = ?$
- (A) -2
(B) 2
(C) $-\frac{1}{6}$
(D) $\frac{1}{6}$

二、填充題：每格 5 分，共 55 分

1. 觀察下列數列的規律，並在空格中填入適當的數：

(1) $15, 12, \underline{\hspace{2cm}}, 6, 3, 0, \underline{\hspace{2cm}}$ 。

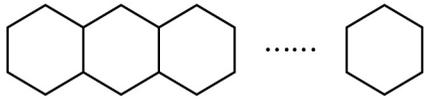
(2) $19, \underline{\hspace{2cm}}, 27, 31, 35, \underline{\hspace{2cm}}, 43$ 。

2. 某數列的一般項 $a_n = 3n - 2$ ，則第 15 項 $a_{15} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 若 $4, 7, 10, 13, \dots$ 是一等差數列，且 a_n 為第 n 項，則 $a_{12} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 已知一等差數列的首項為 8 ，公差為 2 ，則此等差數列的第 9 項為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 若一等差數列的首項為 -3 ，末項為 4 ，公差為 $\frac{1}{2}$ ，則這個等差數列共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 項。
6. 若 $1+3x, 6+2x, 5-2x$ 三數成等差數列，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
7. 在等差數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中，已知首項 $a_1 = 9$ ， $a_{11} = 69$ ，則 $a_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
8. 楠日公司的辦公區共有 10 排座位，每一排比前一排少 5 個座位。已知第一排共有 82 個座位，則最後一排有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個座位。

三、計算題：每題 10 分，共 20 分

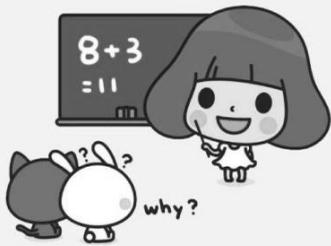
1. 下圖是用 116 根牙籤所排成的 n 個六邊形，則 $n = ?$



解：

2. 邱教練執行「 30 天鐵人訓練計畫」，第一天騎單車 10 公里，每一天比前一天多騎 3 公里，若邱教練有一天騎 73 公里，試問這是計畫的第幾天？

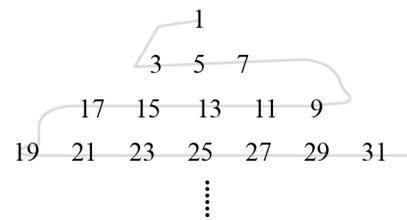
解：



每週一題



右圖為一個 S 形的神奇數列，第 1 列有 1 個數；第 1 列及第 2 列共有 2^2 個數；第 1 列到第 3 列共有 3^2 個數；第 1 列到第 n 列共有 n^2 個數，則：



- (1) 第 11 列從左數到右的第 3 個數為 A ，則在第 1 列到第 11 列中，比 A 小的數共有幾個？
- (2) A 的值為何？

解

- (1) 由題意可知，第 1 列到第 11 列共有 $11^2 = 121$ 個數，且從左到右，每列的個數依次增加 1，故在 121 個數中，比第 11 列第 3 個數小的數共有 118 個。
- (2) 將首項為 1，公差為 2 的等差數列 $1, 3, 5, \dots$ 與首項為 19，公差為 2 的等差數列 $19, 21, 23, \dots$ 合併，可得 S 形的神奇數列 $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, \dots$ 。故第 11 列從左到右的數為 $19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39$ ，即第 11 列從左到右的第 3 個數為 $A = 23$ 。

1-2 ➡ 等差級數

實力養成 重點 1 等差級數的和

1. 把數列 a_1, a_2, \dots, a_n 的各項依序相加，得出的式子 $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ 稱為**級數**。將等差數列各項依序相加得到的式子，稱為**等差級數**。
2. 等差級數的和：設公差為 d 的等差數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ，前 n 項的總和為 S_n ，則

$$S_n = \frac{\text{項數} \times (\text{首項} + \text{末項})}{2} = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}。$$

題型 1 求等差級數的和 I

計算等差級數 $(-12) + (-7) + (-2) + 3 + 8 + 13 + 18 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 3 找出級數的第 n 項並求其和

已知等差數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中， $a_1 = 1$ ， $a_2 = 4$ ，則前 20 項的和為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 5 由首、末兩項求和

在 40 和 110 之間插入 7 個數使其成一等差數列，則此 9 個數的和為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 7 由首項與公差求級數和

若一等差級數的首項為 53，公差為 -5 ，則此等差級數前 11 項的和為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 2 求等差級數的和 II

計算等差級數 $(-2) + (-4) + \dots + (-18) + (-20) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 4 由級數和、首項及末項求公差

已知一等差級數的和為 637，首項為 25，末項為 73，則此等差級數的公差 $d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 6 由首項與級數和求公差及末項

有一等差級數的首項為 6，若前 20 項的和是 880，則此等差級數的公差 $d = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 $a_{20} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 8 由前 n 項和求 n 及 a_n

已知 $2, 5, 8, 11, \dots$ 是等差數列，若前 n 項的和 $S_n = 187$ ，則 $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 9 求等差級數的部分和

有一等差級數 $46+42+38+\cdots$ ，則：

- (1) 從第_____項開始為負數。
- (2) 當 $m=$ _____時，前 m 項的和為最大，此時和為_____。

題型 11 等差級數和的應用

一等差級數共有 20 項，總和為 x 。若將各項均乘以 10，得到一新級數，則此新級數的總和為_____。

題型 10 等差級數和的應用問題

賓上賓電影院的座位擺放是：第 1 排有 25 個座位，第 2 排起，每一排都比前一排多 6 個座位，總共有 20 排，則：

- (1) 第 20 排共有_____個座位。
- (2) 此電影院共有_____個座位。

題型 12 等差級數和在平方數的應用

觀察右列的運算式： $1=1=1^2$

$$4=1+3=2^2$$

$$9=1+3+5=3^2$$

$$16=1+3+5+7=4^2$$

⋮

則 144 可以寫成_____個連續奇數的和。

強化練習

- (1) 等差級數 $(-5)+(-10)+(-15)+\cdots+(-100)=$ _____。
(2) 等差級數 $3+1+(-1)+\cdots+(-13)=$ _____。
- (1) 已知等差數列 a_1, a_2, \cdots, a_n 中， $a_1=2, a_2=4$ ，則前 14 項的和為_____。
(2) 已知等差數列 b_1, b_2, \cdots, b_n 中， $b_1=7, b_3=1$ ，則前 10 項的和為_____。
- 已知一等差級數的和為 860，首項為 5，末項為 81，則此等差級數的公差 $d=$ _____。
- 在 x 與 80 之間插入 10 個數，使 $x, a_1, a_2, \cdots, a_{10}, 80$ 成一等差數列，且各項的總和是 660，則 $x=$ _____。
- 有一等差級數的首項為 7，已知前 10 項的和是 205，則此等差級數的公差 $d=$ _____， $a_{10}=$ _____。

6. 若一等差級數的首項為 45，公差為 -3 ，則此等差級數前 16 項的和為_____。
7. 已知 $2, 6, 10, 14, \dots$ 是等差數列，若前 n 項的和 S_n 為 288，則 $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
8. 有一等差級數 $25 + 23 + 21 + \dots$ ，則：
- (1) 從第_____項開始為負數。
 - (2) 當 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 時，前 m 項的和為最大，此時和為_____。
9. 合宜表演廳作為成果發表會演出使用。已知廳內共有 2030 個座位，第 1 排有 14 個座位，且後面一排均比前一排多 4 個座位，則此表演廳共有_____排座位。
10. 一等差級數共有 40 項，總和為 x 。若將各項均乘以 5，得到一新級數，則此新級數的總和為_____。
11. 觀察右列的運算式，則 $1 + 3 + 5 + \dots + 39 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$1 = 1 = 1^2$$

$$4 = 1 + 3 = 2^2$$

$$9 = 1 + 3 + 5 = 3^2$$

$$16 = 1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$$

一、選擇題：每題 8 分，共 32 分

() 1. 下列何者為等差級數？

(A) $4+2+1+(-2)+(-4)$ (B) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}$

(C) $\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{9}-\frac{1}{27}$ (D) $\frac{3}{2}+1+\frac{1}{2}+0$

() 2. 已知一等差級數 $3+1+(-1)+(-3)+\cdots+(-201)$ ，則下列選項何者正確？(A) 公差為 2 (B) 第 20 項為 -37 (C) 和為 -9800 (D) 此數列共有 103 項() 3. 若等差級數 $8+11+14+\cdots$ 到第 n 項的和為 215，則 $n=?$

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

() 4. 已知一等差級數共十項，其總和為 500。若將各項均加 6 後得一新級數，則此新級數的和是多少？

(A) 506 (B) 560 (C) 1100 (D) 1010

二、填充題：每格 8 分，共 48 分

1. 若一等差級數前 n 項的和為 $\frac{n(3n+5)}{2}$ ，則前 9 項之和為_____。2. 已知一等差級數為 $9+14+19+\cdots$ ，則 $S_{10} =$ _____。3. 已知一等差級數的首項為 -4 ，末項為 56 ，和為 416 ，則項數 $n =$ _____。4. 設一等差級數的首項為 5 ，公差為 -2 ，則其前 14 項的和為_____。

5. 小娟訂定運動計劃，規劃每天都要進行仰臥起坐，且每一天的次數都要比前一天多 5 次。若第一天小娟做了 10 次仰臥起坐，則 5 天後她共做了_____次仰臥起坐。

6. 在 32 和 -10 之間插入 13 個數，使其成等差數列，則所插入 13 個數的和為_____。

三、計算題：每題 10 分，共 20 分

1. 將連續正奇數 $1+3+5+7+\cdots$ 加到第 n 項，欲使它的和超過 900，則至少要加到第幾項？

解：

2. 蘭宜活動中心共有 20 排座位，已知第一排有 15 個座位，從第二排起每一排都比前一排多 3 個座位。若某校希望讓 850 個學生於此活動中心參加講座，則此活動中心的座位是否足夠讓學生們皆有座位使用？

解：

1-3 ➡ 等比數列

實力養成 重點 1 等比數列

1. 數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中，若任何連續兩數，後項除以前項的比值均相同，則稱這個數列為等比數列，其公式為 $a_{n+1} = a_n \times r^{n-1}$ ，其中 a_1 為首項， n 為項數， r 為公比。
2. 等比數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中，已知第 m 項為 a_m ，公比為 r ，則 $a_n = a_m \times r^{(n-m)}$ 。

題型 1 求等比數列的公比

判斷下列是否為等比數列，若是等比數列，試寫出其公比。

(1) $-2, -2, -2, -2, -2$

答：_____。

(2) $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2$

答：_____。

題型 3 求等比數列的公比及第 n 項

已知等比數列 $27, 9, 3, \dots$ ，則：

(1) 公比 $r =$ _____， $a_5 =$ _____。

(2) 一般項 $a_n =$ _____。

- (3) $-\frac{1}{9}$ 是此等比數列中的項嗎？若是，
 $-\frac{1}{9}$ 為此等比數列中的第幾項？

答：_____。

題型 2 求等比數列的值

下列各小題的數列均為等比數列，試在空格中填入適當的數：

(1) $2, 4, 8, \underline{\hspace{2cm}}, 32, 64$ 。

(2) $5, -5, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}, 5, \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 4 等比數列的應用問題

已知一線上遊戲中的高等魔物有三顆頭，每當受到攻擊時，就會將每顆頭分裂成兩顆。則分裂 4 次頭部之後，此時怪物共有_____顆頭。

強化練習

1. 判斷下列是否為等比數列，若是等比數列，試寫出其公比。

(1) $2, 6, 18, 54, 162$

答：_____。

(2) $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \frac{1}{18}$

答：_____。

2. 下列各小題的數列均為等比數列，試在空格中填入適當的數：

(1) _____, 6, 6, 6, _____, _____, 6。

(2) -2, 4, _____, 16, _____, _____, -128, 256。

(3) 486, 324, _____, _____, 96, _____。

3. 等比數列 81, 54, 36, …… 中，

(1) $a_5 =$ _____。

(2) 一般項 $a_n =$ _____。

(3) $\frac{128}{27}$ 是等比數列中的項嗎？若是，試寫出其項數。

答： _____。

4. 在密閉的實驗中，某種細菌一開始有 100 隻。已知細菌進行分裂，每過一小時後會一分為二（即 1 隻變 2 隻），則至少 _____ 小時後此種細菌會超過 7000 隻。

實力養成 重點 2 等差中項與等比中項

1. 若 a, b, c 成等差數列時， b 為 a 與 c 的等差中項，且 $b = \frac{a+c}{2}$ 。
2. 若 c, d, e 成等比數列時， d 為 c 與 e 的等比中項，且 $d^2 = c \times e$ 。

題型 1 等差中項的問題 I

- (1) 若 12 與 -2 的等差中項為 x ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 若 $a, -12, b$ 三數成等差數列，則 $a+b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 3 等比中項的問題 I

- (1) 若 -4 與 -9 的等比中項為 x ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 若 a, b, c 三數為等比數列，且等比中項為 7，則 $a \times c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 2 等差中項的問題 II

- (1) 若 $2x+1$ 與 $3x-1$ 的等差中項為 10，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 若 x^2 與 $2x+1$ 的等差中項為 0，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 有一個三角形的三邊長 $x, y, 10$ 成等差數列，且三角形的周長為 24，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 4 等比中項的問題 II

- (1) 若 $2x+1$ 與 $x-3$ 的等比中項為 3，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 有一個三角形的三個內角 $60^\circ, x, y$ 成等比數列，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 度， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 度。

強化練習

- (1) 若 -17 與 27 的等差中項為 x ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
(2) 若 a, b, c 三數為等比數列，且等比中項為 9，則 $a \times c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (1) 若 $\frac{1-x}{2}$ 與 $\frac{7x+3}{2}$ 的等差中項為 16，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
(2) 若 $x-3$ 與 $3x+4$ 的等比中項為 4，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 若三角形的三邊長 $5x, \frac{y}{2}, 10$ 成等差數列，且三角形的周長為 45，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 若三角形的三邊長 $20, x, y$ 成等比數列，且三角形的周長為 60，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- () 1. 已知一等比數列 $3, 6, 12, 24, 48, \dots$ ，則此等比數列的公比 $r = ?$
- (A) 3
(B) 2
(C) 4
(D) 1
- () 2. 下列各數列中，何者不是等比數列？
- (A) $2, 4, 8, 16, 32$
(B) $5, 10, 15, 20, 25$
(C) $3, 3, 3, 3, 3$
(D) $1, -1, 1, -1, 1$
- () 3. 若兩數 a, b 的等差中項為 9，且 $3a+b, a-b$ 的等差中項為 14，則 $a-b = ?$
- (A) 4
(B) 1
(C) -1
(D) -4
- () 4. 若 a, b, c 為等比數列，且 $a \times c = 25$ ，則 $b = ?$
- (A) ± 5
(B) -5
(C) 5
(D) 25
- () 5. 若兩整數 a, b 的等比中項為 4，則 $a+b$ 的值可能為何？
- (A) 0
(B) 15
(C) 10
(D) -6

二、填充題：每格 5 分，共 55 分

1. 在空格中填入適當的數，使各數列成為等比數列：

(1) $5, -10, \underline{\hspace{2cm}}, -40, 80, \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $2187, 729, \underline{\hspace{2cm}}, 81, 9, 3, \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 已知一等比數列的首項為 3，公比為 -2 ，則此等比數列的第 6 項為_____。

3. 已知一等比數列的首項為 486，公比為 $\frac{1}{3}$ ，則此等比數列的第 5 項為_____。
4. 已知一等比數列的首項為 5，末項為 405，共 5 項，則此等比數列的公比為_____。
5. 若 a, b, c 三數成等差數列，若 $b=4$ ，則 $a+c=$ _____。
6. 若 x 為 5、80 等比中項，求 $x=$ _____。
7. 已知 a, c 的等差中項為 b ，且 $a+b+c=84$ ，則 $b=$ _____。
8. 已知 a, b, c 三數為等比數列，且等比中項為 9，則 $a \times c=$ _____。

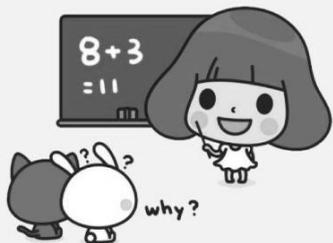
三、計算題：每題 10 分，共 20 分

1. 有一歌劇院的座位每排座位數量成等差數列，總共有 45 排，已知第 23 排有 30 個座位，請問整個歌劇院有多少個座位？

解：

2. 黃博士發現了一種細菌，已知這種細菌每經過一小時就會一分為三。若在某次實驗的培養皿中有 2 隻此細菌，則五小時後培養皿中會變成幾隻細菌？

解：



每週一題



依霖、陳平與浩南都在同一本書的第 1~25 頁，逐頁依序在每一頁上寫一個數字。已知三人從第 1~25 頁寫下的數字分別形成等差數列 a_1, a_2, \dots, a_{25} 與 b_1, b_2, \dots, b_{25} 與 c_1, c_2, \dots, c_{25} ，試根據以下三人的說法回答問題。

依霖：「我第 2 頁寫的數字是 5，第 24 頁寫的數字是 71。」

陳平：「我第 3 頁寫的數字，加上浩南第 23 頁寫的數字和是 19。」

浩南：「我第 3 頁寫的數字，加上陳平第 23 頁寫的數字和是 -3。」

- (1) 依霖在第 13 頁寫的數字是多少？
- (2) 陳平與浩南兩人在這 25 頁中寫的所有數字之和是多少？

解

(1) 由

依霖

(2) 由

陳平

及

浩南

得

依霖

陳平

浩南

第 2 章 函數及其圖形

2-1 一次函數及函數圖形與應用

實力養成 重點 1 變數與函數

1. 在一個關係式中，固定不變的數稱為**常數**，而會變動的數稱為**變數**。
2. **函數**：給定一個 x 值，都恰好能找到一個 y 值與它相對應，這種 x 與 y 的對應關係稱為 y 是 x 的函數。

題型 1 由列表觀察對應關係

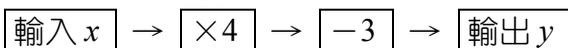
下表為中央氣象局記錄屏東縣某日 10 時到 15 時的氣溫，試問時刻是否為氣溫的函數？

時刻 (時)	10	11	12	13	14	15
氣溫 (°C)	20.9	23.2	25.3	26.4	25.3	24.8

答：_____。

題型 3 求函數關係式

有一式子的計算過程如下：

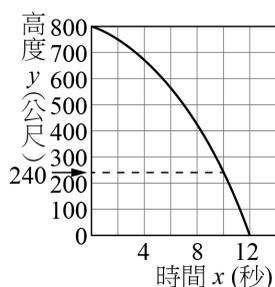


- (1) x 與 y 的關係式為_____。
- (2) y 是否為 x 的函數？

答：_____。

題型 5 由圖形觀察對應關係

阿明在距離地面 800 公尺處水平拋出一物體，該物體落下時，距離地面的高度 y (公尺) 與拋出該物體時間 x (秒) 的關係如上圖所示，則：



- (1) 拋出物體_____秒後落地。
- (2) 在第 10 秒時，該物體距離地面的高度為_____公尺。

題型 2 函數的對應關係

x 、 y 兩變數的關係如下，何者 y 不是 x 的函數？

(A)	x	1	2	3	4
	y	0	0	0	0

(B)	x	1	2	3	1
	y	-1	3	4	2

(C)	x	-1	0	1	2
	y	-1	0	1	2

(D)	x	1	2	3	4
	y	3	4	5	6

答：_____。

題型 4 判斷關係式的函數關係

小陳家與學校相距 20 公里，小陳由家中出發，以每小時 x 公里 ($x > 0$) 的速度前往學校， y 小時可到達，則 x 與 y 的關係式為_____。

題型 6 由表格觀察對應關係

波蜜果菜汁 1 瓶要 25 元，2 瓶要 50 元，3 瓶要 75 元，……，購買此種果菜汁所需的錢數 (元)，隨購買的瓶數 (瓶) 而變動。試依此在下表的空格中填入適當的數：

購買的瓶數 (瓶)	1	2	3	4
錢數 (元)	25	50	75	
購買的瓶數 (瓶)	5	6	7	8
錢數 (元)				

強化練習

1. 下表為國道在不同里程所規定的速限：

里程(公里)	126	132	145	160	180	200
速限(公里/小時)	90	90	100	110	110	110

根據上表，

- (1) 速限是否為里程的函數？答：_____。
- (2) 里程是否為速限的函數？答：_____。
2. 若 y 是 x 的函數，則下列表格哪些可能為 x 與 y 兩數量的對應關係？答：_____。
- 甲：

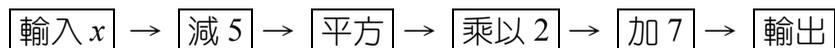
x	1	1	2	2	3	3	...
y	a	b	c	d	e	f	...

 乙：

x	1	2	3	4	5	6	...
y	a	b	c	d	e	f	...
- 丙：

x	1	2	3	4	5	6	...
y	a	a	a	b	b	b	...

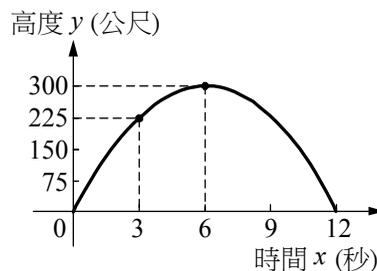
3. 有一式子的計算過程如下：



- (1) x 與 y 的關係式為_____。
- (2) 若輸入的數為 3 時，則輸出的數為_____。
4. 地面每上升 100 公尺，氣溫就下降 0.6°C 。若離地面 x 公尺處，溫度是 $y^{\circ}\text{C}$ ，則 y 是否為 x 的函數？答：_____。
5. 小真到一家 K 書中心去唸書，這家 K 書中心的收費標準為一入場先收場地使用費 20 元，並且每小時收 15 元，不滿 1 小時以 1 小時計算。試問：
- (1) 小真在這家 K 書中心唸書 3 小時，需付_____元。
- (2) 每給定一個時刻 x 值，只能確定一個錢數 y 值嗎？答：_____。

6. 右圖為砲彈發射後，依據各時間點砲彈距離地面的高度繪製而成的變化圖，則：

- (1) 發射 3 秒後，砲彈離地面的高度為_____公尺。
- (2) 砲彈飛行_____秒後落地。



7. 設正方形的邊長 x 公分時，面積為 y 平方公分。試依此完成下表：

邊長 x (公分)	2	3	5	6	7	9
面積 y (平方公分)						

1. **函數值**：若 y 是 x 的函數，給定一個值 a 後，從其對應關係中得到一個值與它對應時，則此 y 值稱此函數在 $x=a$ 時的函數值。
2. **一次函數**：函數 $y=ax+b$ ，其中 $a \neq 0$ ， $ax+b$ 是 x 的一次式，我們就稱為一次函數。
3. **常數函數**： $y=b$ 這樣的函數稱為常數函數。

題型 1 由函數關係求函數值

已知一次函數 $y=-x+7$ ，當 $x=-2$ 的函數值為_____。

題型 3 由函數值求一次函數 I

若一次函數 $y=ax+b$ 中，

x	0	2
y	0	4.6

x 與 y 的對應值如右表，則：

- (1) $a=_____$ ， $b=_____$ 。
- (2) $x=-5$ 時， $y=_____$ 。

題型 5 求常數函數的值

1. 已知常數函數 $y=a$ ，且 $x=1$ 及 $x=2$ 時的函數值皆為 10，則當 $x=-2$ 時的函數值為_____。
2. 已知常數函數 $y=5$ ，則當 $x=-2$ 及 $x=5$ 時的函數值相加為_____。

題型 2 由函數值反求給定值

若一次函數 $y=3x-5$ ，當 $x=a$ 時的函數值為 3，則 $a=_____$ 。

題型 4 由函數值求一次函數 II

已知一次函數 $y=-ax+b-1$ ，
當 $x=1$ 時， $y=-2$ ；當 $x=-1$ 時， $y=-6$ ，
則 $2a+b=_____$ 。

題型 6 相同的函數值

若兩個一次函數 $y=-7x+2$ 與 $y=3x-8$ 在 $x=a$ 時有相同的函數值，則 $a=_____$ 。

強化練習

1. 若一次函數 $y=2x-8$ ，當 $x=a$ 時的函數值為 6，則 $a=_____$ 。

2. 一次函數 $y=ax+b$ 中， x 與 y 的對應關係如右表，則
 $a=_____$ ， $b=_____$ ，且當 $x=-5$ 時， $y=_____$ 。

x	1	-3
y	-2	4

3. 已知一次函數 $y=ax+b+2$ ，當 $x=2$ 時， $y=6$ ；當 $x=-1$ 時， $y=-3$ ，則 $a+b=_____$ 。

4. 已知常數函數 $y=a$ ，且 $x=7$ 及 $x=-2$ 時的函數值皆為 2，當 $x=4$ 時的函數值為_____。

5. 已知常數函數 $y=-797$ ，則當 $x=99$ 及 $x=999$ 時的函數值相減為_____。

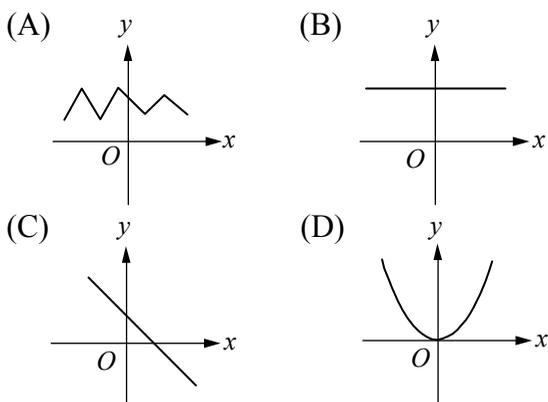
6. 若兩個一次函數 $y=-6x+5$ 與 $y=3x-13$ 在 $x=a$ 時有相同的函數值，則 $a=_____$ 。

實力養成 重點 3 函數的圖形

1. **函數圖形**：在坐標平面上，所有合於函數關係的點 (x, y) 所形成的圖形。
2. **一次函數圖形**： $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 的圖形是一條直線，與 y 軸交於 $(0, b)$ 。
3. **常數函數圖形**： $y = b$ 的圖形為通過 $(0, b)$ 的水平線。
4. **線型函數**：一次函數與常數函數合稱為線型函數。

題型 1 判斷常數函數圖形

下列圖形何者是常數函數圖形？



答：_____。

題型 3 通過某點的函數圖形

若一次函數 $y = 3x - k$ 的圖形通過 $(0, -5)$ ，則 $k =$ _____。

題型 5 過兩點求一次函數

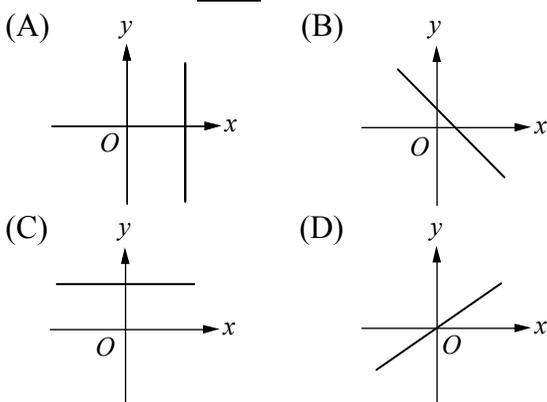
已知一次函數圖形通過 $(0, 5)$ 、 $(2, -2)$ 兩點，則此一次函數為 $y =$ _____。

題型 7 圖上的點求常數函數

已知常數函數的圖形通過 $(5, -\frac{3}{2})$ ，則此常數函數為 $y =$ _____。

題型 2 判斷函數圖形

下列圖形何者不是函數圖形？



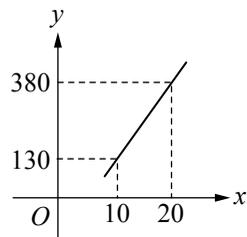
答：_____。

題型 4 函數圖形與兩軸的交點

一次函數 $y = -\frac{5}{2}x + 5$ 的圖形與 x 軸的交點坐標為 _____，與 y 軸的交點坐標為 _____。

題型 6 由圖形求函數關係

若一次函數 $y = ax + b$ 的圖形如右圖，則當 $x = 0$ 時，函數值為 _____。



題型 8 求兩函數圖形的交點

一次函數 $y = -2x - 3$ 與常數函數 $y = -3$ 圖形的交點坐標為 _____。

題型 9 函數圖形不通過的象限 I

若一次函數圖形通過 $(-2, 9)$ 及 $(10, 19)$ 兩點，則此函數圖形不通過第_____象限。

題型 11 函數的應用 I

若一次函數 $y = ax + b$ 的圖形通過 $A(2, 1)$ 、 $B(-3, -19)$ 兩點，則：

- (1) 此一次函數為 $y =$ _____。
- (2) 若此函數圖形與 x 軸交於 P 點、與 y 軸於 Q 點，則 P 點坐標為_____， Q 點坐標為_____。
- (3) 承(2)，若 O 為原點，則三角形 POQ 的面積為_____。

題型 13 從坐標判斷函數值

在坐標平面上，若一次函數的圖形通過 $(-1, 4)$ 、 $(0, 3)$ 、 $(1, 2)$ 、 $(2, 1)$ 、 $(4, -1)$ 五個點，則 $x = -1$ 、 0 、 4 時的函數值總和為_____。

強化練習

1. 下列哪些為一次函數？

(A) $y = |x| + 1$ (B) $y = x$ (C) $y = 2$ (D) $y = -x - 2$ (E) $y = \frac{2x+5}{3}$

答：_____。

2. 若一次函數 $y = -x + k$ 的圖形通過 $(0, 3)$ ，則 $k =$ _____。

題型 10 函數不通過的象限 II

若一次函數 $y = -3x + a$ 在坐標平面上的圖形為直線 L ，且 $a > 0$ ，則 L 不通過第_____象限。

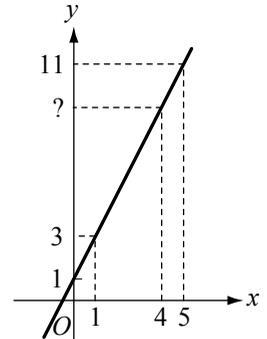
題型 12 函數的應用 II

木葉忍者村忍術考試結束後，由於同學的成績不理想，卡卡西老師決定用一次函數來調整分數。若只知道鳴人原來 40 分，調整後為 55 分；小櫻原來 44 分，調整後為 61 分。如果佐助原來 56 分，則調整後的分數為_____分。

3. 一次函數 $y = -\frac{3}{4}x - 3$ 的圖形與 x 軸的交點坐標為 _____，與 y 軸的交點坐標為 _____。

4. 若一次函數的圖形通過 $(2, -2)$ 、 $(-1, 4)$ 兩點，則此一元函數為 $y =$ _____。

5. 若一次函數 $y = ax + b$ 的圖形如右圖，已知 $x = 1$ 時， $y = 3$ ；
 $x = 5$ 時， $y = 11$ ；則 $x = 4$ 時， $y =$ _____。



6. 已知常數函數的圖形通過 $(-6, 3)$ ，則此常數函數為 $y =$ _____。

7. 一次函數 $y = 3x + 3$ 與常數函數 $y = 6$ 圖形的交點坐標為 _____。

8. 一次函數 $y = x - 1$ 的圖形會通過第 _____ 象限。

9. 若一次函數 $y = 3x - a$ 在坐標平面上的圖形為直線 L ，且 $a < 0$ ，則 L 不通過 第 _____ 象限。

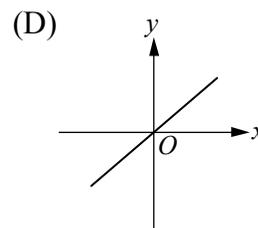
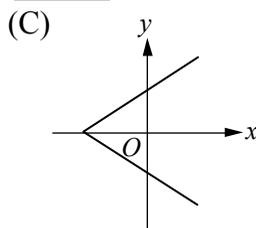
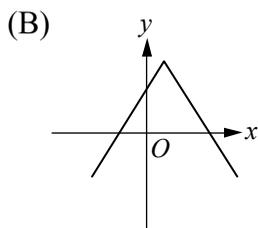
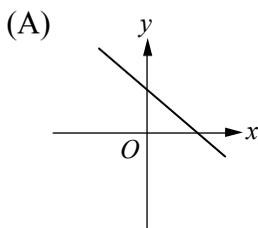
10. 若一次函數 $y = ax + b$ 的圖形通過 $(1, 5)$ 、 $(3, 9)$ 兩點，則此一次函數為 $y =$ _____；
其圖形與 x 軸、 y 軸所圍的區域面積為 _____。

11. 某次數學考試因全班成績太差，故老師決定以一次函數來調整分數，結果原來 40 分的變成 75 分；原來 32 分的變成 63 分。若某考生調整後的新分數為 90 分，則此考生原來考 _____ 分。

12. 在坐標平面上，若一次函數的圖形通過 $(-2, 4)$ 、 $(0, 3)$ 、 $(2, 2)$ 、 $(4, 1)$ 、 $(5, \frac{1}{2})$ 五個點，
則 $x = -2$ 、 0 、 2 、 5 時的函數值總和為 _____。

一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- () 1. 下列選項中，哪一個 y 不是 x 的函數？
 (A) $x=27y$
 (B) $2x+2y=36$
 (C) $|y|=x$
 (D) $|x|=y$
- () 2. 下列哪一個選項中的 y 是 x 的函數？
 (A) 小慧今年 y 歲，體重 x 公斤
 (B) x 表示星座獅子座， y 表示星座是獅子座的同學
 (C) x 表示 18°C ， y 表示今日出現 18°C 的時刻
 (D) $3x+2=y$
- () 3. 有一計算流程 $\boxed{\text{輸入 } x} \rightarrow \boxed{\text{乘以 } 3} \rightarrow \boxed{\text{減 } 50} \rightarrow \boxed{\text{乘以 } 5} \rightarrow \boxed{\text{輸出 } y}$ ，則 $x=10$ 時， $y=?$
 (A) 24
 (B) -100
 (C) -125
 (D) 100
- () 4. 若 x 為一數， y 為小於 x 的質數個數，例如： $x=2$ 時， $y=0$ ； $x=3$ 時， $y=1$ ，則 $x=15$ 時， $y=?$
 (A) 3
 (B) 4
 (C) 5
 (D) 6
- () 5. 已知 y 是 x 的函數，則下列各圖形中，哪一個 不可能是 此函數的圖形？



二、填充題：每格 5 分，共 55 分

- 已知一次函數 $y=4x-5$ ，當 $x=6$ 時函數值 $y=$ _____。
- 已知常數函數 $y=(a-8)x+b-5$ ，若 $x=0$ 時的函數值為 0，則 $a+b=$ _____。
- 獨 e 無二網咖的收費標準為每小時 15 元，不滿 1 小時以 1 小時計算，且規定入內要先點一杯 20 元的飲料。試問：
 - 若小明在這家網咖上網 3 個小時，則須付_____元。
 - 若阿娟在上午八點來到這家網咖，且只帶了 95 元，則她最晚可以在這家網咖待到幾點？

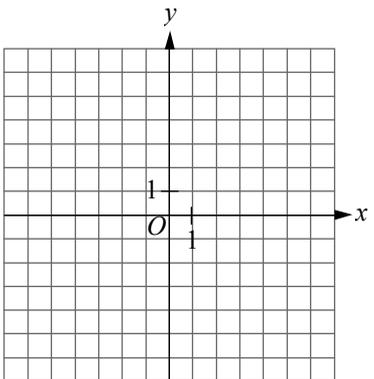
答：_____。

4. 在閏年中，以 x 表示月分， y 表示 x 月分的天數，即 y 是 x 的函數。例如：七月分有 31 天，也就是 $x=7$ 時的函數值為 31，則 $x=2$ 與 $x=9$ 時的函數值之和 = _____。
5. 已知兩個一次函數 $y=6x+k$ 與 $y=15x+1$ 在 $x=-\frac{1}{3}$ 時的函數值相同，則 $k=_____$ 。
6. 若一次函數 $y=3x+k$ 通過原點，則 $k=_____$ 。
7. 某能量飲於實體商店的價錢為每罐 25 元，已知以網購購買同商品的價格為每罐 18 元，但需支付一次運費 100 元，則當購買罐數在_____罐以上(含)時，以網購購買較為划算。
8. 若兩函數 $y=2x+6$ 與 $y=ax-18$ 的圖形交點在 x 軸上，則 $a=_____$ 。
9. 設常數函數的圖形通過點 $A(-7, 3)$ 、 $B(8, h)$ ，則 $h=_____$ 。
10. 設 $y=ax+b$ 為一次函數，且 $(-2, 2)$ 、 $(1, -7)$ 、 $(3, k)$ 三點都在此一次函數的圖形上，則 $k=_____$ 。

三、計算題：每題 10 分，共 20 分

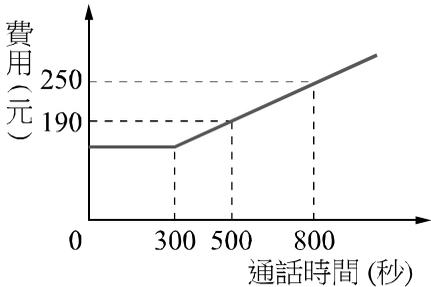
1. 在坐標平面上畫出一次函數 $y=2x+3$ 的圖形。

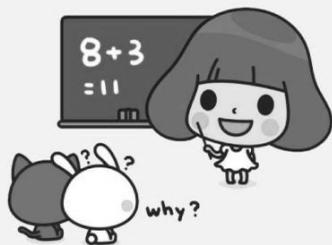
解：



2. 右圖是益通電信公司的通話費計算方式在 300 秒以內只須繳通話基本費，超過 300 秒的費用與通話時間成一次函數關係，試問通話 1200 秒需花多少元？

解：





每週一題



將十位數數字與個位數數字不同的兩位數 x ，依照以下規則運算：

- ① 將原數所有位數的數字由大到小依序重新排列後可得較大數，由小到大依序重新排列後則可得較小數。
- ② 將較大數減去較小數。
- ③ 以②所得之差的數字回到①繼續運算。

(若其差為一位數則在十位數數字補 0，使其成為兩位數)

如此運算下去可得一個循環，函數值 y_1 為達到循環所需的算式數量。

以 $x=72$ 為例：

$$72 - 27 = 45, 54 - 45 = 09, 90 - 09 = 81, 81 - 18 = 63, 63 - 36 = 27, \dots$$

由此可知 $x=72$ 時的函數值 $y_1=5$ 。

試問：

- (1) $x=36$ 時的函數值 y_1 是多少？
- (2) 若三位數 123 依照上述規則①~③運算，最終可得一定值，則此定值為何？
函數值 y_2 為達到定值所需的算式數量，則 $x=123$ 時的函數值 y_2 是多少？

解

(1) 3
(2) 3
05
05



每週一題



右圖為 Neko 宅急便，包裹長度與運費呈一次函數圖形，

x 為包裹長度， y 為包裹運費，試回答下列問題：

- (1) 求此一次函數。
- (2) 若一個 198 公分的包裹，則運費為多少錢？

解

(1) 設一次函數為

將 $(60, 130)$

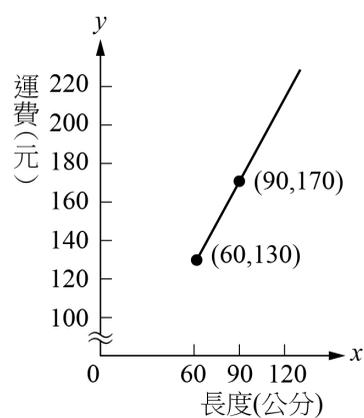
得

將 $(90, 170)$

將 $(60, 130)$

(2) 將 $x=198$

故運費為



第 3 章 三角形的性質與尺規作圖

3-1 內角與外角

實力養成 重點 1 內角和

- n 邊形的內角和 $= 180^\circ \times (n-2)$ 。
- 正 n 邊形的每一內角度數 $= \frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$ 。

題型 1 求內角

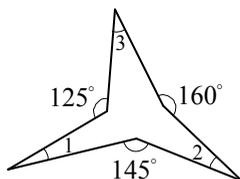
若一個三角形的三內角 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 分別為 x° 、 $(2x+40)^\circ$ 、 $(3x+20)^\circ$ ，則 $\angle C =$ _____ 度。

題型 3 多邊形的內角

- 正十八邊形的每一內角為 _____ 度，每一外角為 _____ 度。
- 若一正多邊形每個內角的度數均為 150° ，則此多邊形為 _____ 邊形。

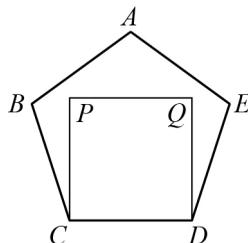
強化練習

- 如右圖， $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$ _____ 度。



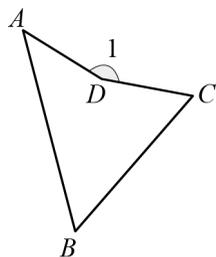
- 若一正多邊形每個內角的度數均為 135° ，則此多邊形為 _____ 邊形。

- 如右圖， $ABCDE$ 為正五邊形， $PCDQ$ 為正方形，則 $\angle BCP =$ _____ 度。



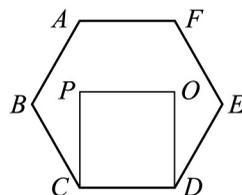
題型 2 三角形內角和應用

如右圖，已知 $\angle A + \angle B + \angle C = 160^\circ$ ，則 $\angle 1 =$ _____ 度。



題型 4 多邊形內角和的應用

如右圖， $ABCDEF$ 為正六邊形， $PCDO$ 為正方形，則 $\angle BCP =$ _____ 度。



實力養成 重點 2 補角、餘角與外角和

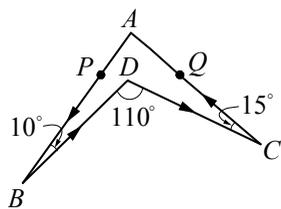
1. 餘角：如果兩個角的和是 90° ，此兩角互餘，其中一角是另一角的餘角。
2. 補角：如果兩個角的和是 180° ，此兩角互補，其中一角是另一角的補角。
3. 若兩直線交於一點，則其所形成的對頂角相等。
4. 三角形的外角性質：三角形的任一外角等於其兩個內對角的和。
5. 三角形的一組外角和是 360° 。

題型 1 求餘角、補角

- (1) 已知 $\angle A$ 與 $\angle B$ 互為餘角，
 $\angle A - \angle B = 20^\circ$ ，則 $\angle A =$ _____ 度，
 $\angle B =$ _____ 度。
- (2) 已知 $\angle A$ 與 $\angle B$ 互為補角，
 $3\angle A - 2\angle B = 70^\circ$ ，則 $\angle A =$ _____ 度，
 $\angle B =$ _____ 度。

題型 3 外角概念與外角定理

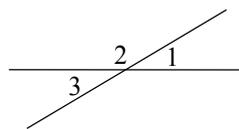
- (1) 如右圖，甲從 P 點走到 Q 點，其路線為 $P \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow Q$ ，則甲共轉了 _____ 度。



- (2) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B$ 的外角為 110° ，且 $\angle A - \angle C = 40^\circ$ ，則 $\angle C =$ _____ 度。

強化練習

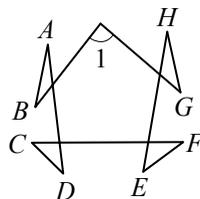
1. 如右圖，兩直線相交於一點。已知 $\angle 1 + \angle 3 = 60^\circ$ ，則 $\angle 2 =$ _____ 度。



2. 若 $\angle A$ 與 $\angle B$ 互為補角， $\angle A - \angle B = 60^\circ$ ，則 $\angle A =$ _____ 度， $\angle B =$ _____ 度。

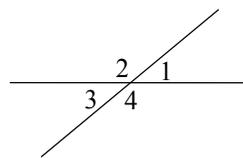
3. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle C$ 的外角為 100° ， $\angle A$ 比 $\angle B$ 的 2 倍多 10° ，則 $\angle B =$ _____ 度。

4. 一個蛙形圖案如右圖所示，若 $\angle 1 = 88^\circ$ ，則 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G + \angle H =$ _____ 度。



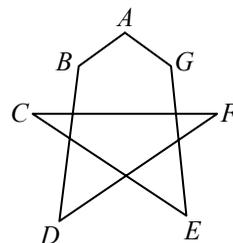
題型 2 對頂角相等的應用

如右圖，相異兩直線相交形成的四個角為 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 。
 若 $\angle 1 + \angle 3 = 80^\circ$ ，則 $\angle 2 =$ _____ 度， $\angle 4 =$ _____ 度。



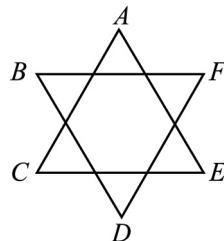
題型 4 多邊形的角度問題

如右圖，
 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G =$ _____ 度。



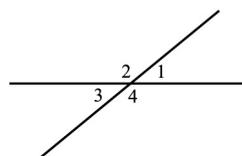
一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- () 1. 下列何者可作為三角形的三個外角？
 (A) 30° 、 60° 、 90° (B) 110° 、 120° 、 130°
 (C) 115° 、 90° 、 65° (D) 60° 、 60° 、 60°
- () 2. 如右圖，求 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$ 。
 (A) 540°
 (B) 360°
 (C) 270°
 (D) 180°
- () 3. 下列何者可為一銳角三角形的其中兩個內角度數？
 (A) 25° 、 55° (B) 30° 、 60° (C) 35° 、 40° (D) 45° 、 60°
- () 4. 從一個凸七邊形其中的一個頂點，最多可作出 a 條對角線；這些對角線將此七邊形分割成 b 個三角形；再利用每一個三角形的內角和為 180° ，可求得此七邊形的內角和為 c° 。試問下列哪一個選項是正確的？
 (A) $a=5$ (B) $b=5$ (C) $c=1080$ (D) $a \times 180 = c$
- () 5. 一隻企鵝往前走 1 公尺後會向右轉 20° ，然後再向前走 1 公尺後再右轉 20° ，之後一直以此方法前進，整個路徑恰好形成一個正 n 邊形，則 $n = ?$
 (A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18

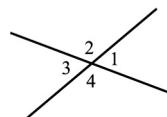


二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 如右圖，相異兩直線相交形成的四個角為 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 。
 若 $\angle 1 + \angle 3 = 80^\circ$ ，則 $\angle 2 =$ _____ 度。



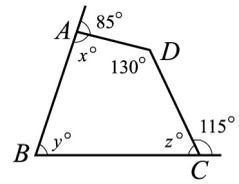
2. 如右圖，兩直線相交於一點，且 $\angle 2 = 2\angle 1$ ，則 $\angle 3$ 的餘角 = _____ 度。



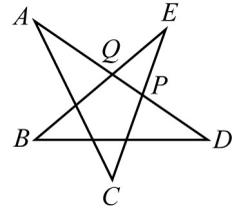
3. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle C$ 的外角為 120° ， $\angle A = 65^\circ$ ，則 $\angle B =$ _____ 度。

4. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 20^\circ$ ， $\angle B = 55^\circ$ ，則：
 (1) $\angle A$ 的外角 = _____ 度， $\angle C$ 的外角 = _____ 度。
 (2) $\triangle ABC$ 的一組外角和 = _____ 度。

5. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，若 $\angle D = 130^\circ$ ， $\angle A$ 、 $\angle C$ 的外角分別為 85° 、 115° ，則 $x + y - z =$ _____。

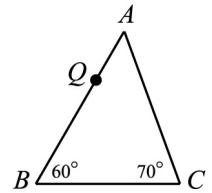


6. 如右圖，已知 $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， $\angle D = 35^\circ$ ，則 $\angle E =$ _____ 度。

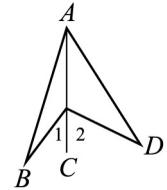


7. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle C$ 的外角 $= 140^\circ$ ，且 $\angle A - \angle B = 10^\circ$ ，則 $\angle B =$ _____ 度。

8. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 70^\circ$ ， Q 為 \overline{AB} 上一點。若小英沿著三角形的邊，從 A 經過 C ，再經過 B 到達 Q ，則她共轉了 _____ 度。



9. 如右圖，已知 $\angle BAD = 50^\circ$ ， $\angle B = 20^\circ$ ， $\angle D = 30^\circ$ ，則 $\angle 1 + \angle 2 =$ _____ 度。



10. 一個四邊形最多有 _____ 個鈍角。

11. 若一正多邊形的一內角為 140° ，則此正多邊形為正 _____ 邊形。

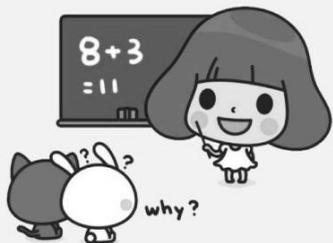
三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 若一正 n 邊形的一內角超過 135° ，則 n 的最小值為何？

解：

2. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 7s^\circ$ ， $\angle B = 3s^\circ$ ， $\angle C = 8s^\circ$ ，試計算 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的度數。

解：

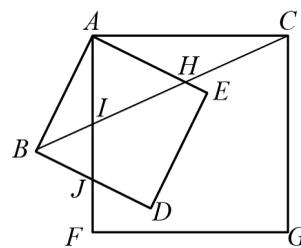


每週一題



如圖所示， $\triangle ABC$ 分別以 \overline{AB} 、 \overline{AC} 為邊長，作正方形 $ABDE$ 與 $AFGC$ ，其中 \overline{AE} 交 \overline{BC} 於 H ， \overline{AF} 分別與 \overline{BC} 、 \overline{BD} 交於 I 、 J 兩點。試回答下列問題：

- (1) 若 $\angle CAE = 25^\circ$ ，則 $\angle BJF = ?$
- (2) 承(1)，若 $\overline{AH} = \overline{HC}$ ，則 $\angle HIJ = ?$



解

(1) $\angle BJF = ?$

在 $\triangle ABC$ 中，
 $\angle B = ?$

(2) $\angle HIJ = ?$

在 $\triangle ABC$ 中，
 $\angle C = ?$

3-2 ➡ 基本尺規作圖

實力養成

重點

1

等線段、等角作圖

題型 1 等線段作圖

下圖是兩線段 a 、 b ，利用尺規作圖畫出下列各線段的長度：



(1) $a+b$

(2) $2a-b$

題型 3 等腰三角形的尺規作圖 I

右圖為 1 單位長的線段，利用尺規作圖畫出三邊長為 3、3、2 的等腰三角形。

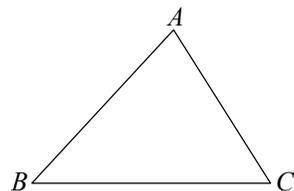


題型 2 等角作圖

如右圖，已知 $\triangle ABC$ ，利用尺規作圖畫出下列各角度：

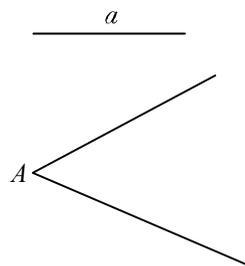
(1) $\angle A + \angle B - \angle C$

(2) $180^\circ - \angle A$



題型 4 等腰三角形的尺規作圖 II

如右圖，已知一線段長 a 及 $\angle A$ ，畫出底長為 a ，兩底角為 $\angle A$ 的等腰三角形。



強化練習

1. 右圖是兩線段 a 、 b ，利用尺規作圖畫出下列各線段長度：



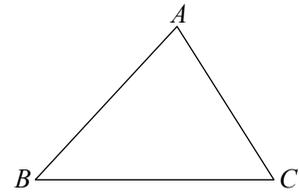
(1) $b-a$

(2) $2a+b$

2. 如右圖，已知 $\triangle ABC$ ，利用尺規作圖畫出下列各角度：

(1) $\angle A - \angle B$

(2) $2\angle A - \angle B - \angle C$



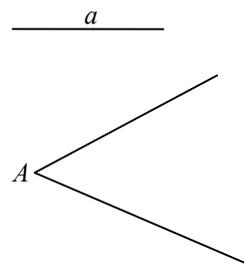
3. 如右圖，已知 \overline{AB} ，畫出以 \overline{AB} 為邊長的正三角形。



4. 如右圖，已知 1 單位長的線段，利用尺規作圖畫出三邊長為 2、2、3 的三角形。



5. 如右圖，已知一線段 a 及 $\angle A$ ，畫出兩腰長為 a ，頂角為 $\angle A$ 的等腰三角形。

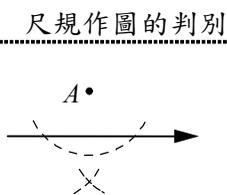


題型 1 尺規作圖的判別

右圖是哪一種尺規作圖的軌跡？

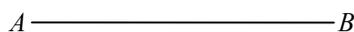
- (A) 垂線作圖
 (B) 中點作圖
 (C) 中垂線作圖
 (D) 等角作圖

答：_____。



題型 3 等分線段作圖

如下圖，已知 \overline{AB} ，在 \overline{AB} 上找三點 C 、 D 、 E ，使 $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EB}$ 。



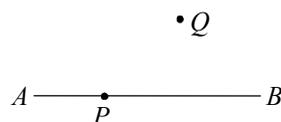
題型 5 求中垂線作圖次數

有一線段長 20 公分，若要利用中垂線作圖，從中作一線段長為 7.5 公分，則至少須作_____次中垂線作圖。

題型 2 過線上、外一點作垂線

如下圖，已知 \overline{AB} 、 \overline{AB} 上一點 P 及 \overline{AB} 外一點 Q ，利用尺規作圖完成下列作圖：

- (1) 通過 P 點作直線 $M \perp \overline{AB}$ 。
 (2) 通過 Q 點作直線 $N \perp \overline{AB}$ 。



題型 4 求等分線段作圖次數

- (1) 若要將一線段 16 等分，則須作_____次的中垂線作圖。
 (2) 小寶利用中垂線作圖，要將一線段分成 3 : 13，則小寶至少要作圖_____次。

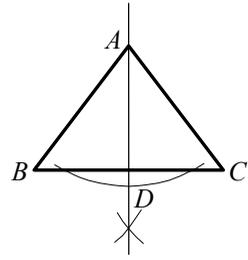
題型 6 \sqrt{n} 的尺規作圖

如右圖，已知 1 單位長的線段，1利用尺規作圖畫出長為 $\sqrt{3}$ 的線段。

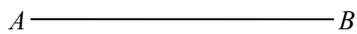
強化練習

1. 如右圖，小美利用尺規作圖，在 $\triangle ABC$ 作出 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，試問這是哪一種作圖？答：_____。

- (A) 過線上一點作 \overline{BC} 的垂線 (B) 過線外一點作 \overline{BC} 的垂線
(C) 作 $\angle A$ 的角平分線 (D) 作 \overline{BC} 的中垂線



2. 如下圖，已知 \overline{AB} ，在 \overline{AB} 上找一點 C ，使 $\overline{AC} = 3\overline{BC}$ 。



3. (1) 若想將一線段均分為 32 等分，則須作_____次中垂線作圖。

(2) 若要利用尺規作圖，將一線段分成 7 : 25 的兩段，則至少要作_____次的中垂線作圖。

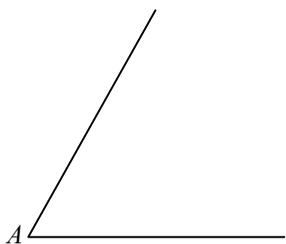
4. 已知一線段長 24 公分，若要將此線段分成 9 公分與 15 公分，則至少須作_____次的中垂線作圖。

5. 如右圖，已知 1 單位長的線段，利用尺規作圖畫出 $\sqrt{5}$ 的線段。 1

題型 1

角平分線作圖

如下圖，已知 $\angle A$ ，畫出 $\angle A$ 的角平分線。



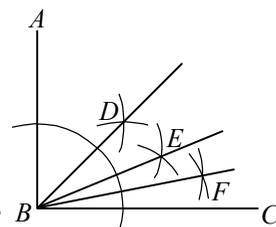
題型 2

角平分線作圖的應用

如右圖， $\angle ABC = 90^\circ$ ，在三次角平分線作圖之後，得到 \vec{BD} 、 \vec{BE} 及 \vec{BF} ，則：

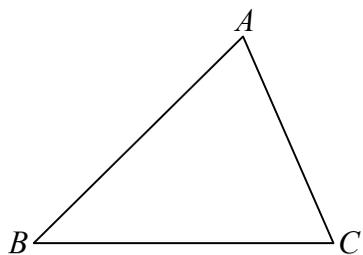
(1) $\angle EBC =$ _____ 度。

(2) $\angle DBF =$ _____ 度。



強化練習

1. 如下圖，已知 $\triangle ABC$ ，畫出 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的角平分線。

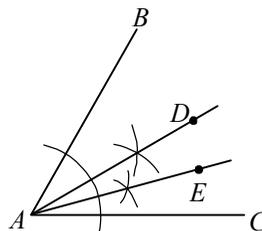


2. 如右圖，已知 $\angle BAC = 60^\circ$ ，在兩次角平分線作圖之後，得到 \vec{AD} 、 \vec{AE} ，則：

(1) $\angle DAC =$ _____ 度。

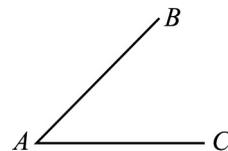
(2) $\angle EAC =$ _____ 度。

(3) $\angle BAE =$ _____ 度。



一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- () 1. 如右圖，利用尺規作圖，求作一角等於 $\angle BAC$ ，則其第一步驟為何？

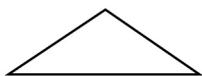


- (A) 以 A 為圓心，大於 \overline{AC} 為半徑畫弧
 (B) 以 B 為圓心，適當長為半徑畫弧
 (C) 以 C 為圓心，小於 \overline{AC} 為半徑畫弧
 (D) 以 A 為圓心，適當長為半徑畫弧
- () 2. 比較 $\angle ABC$ 、 $\angle DEF$ 的大小，將 $\angle ABC$ 移到 $\angle DEF$ 上，使頂點 B 與 E 重合， \overline{BA} 疊在 \overline{ED} 上。若 \overline{BC} 落在 $\angle DEF$ 的兩邊之內，則 $\angle ABC$ 與 $\angle DEF$ 的關係大小為何？
 (A) $\angle ABC > \angle DEF$
 (B) $\angle ABC = \angle DEF$
 (C) $\angle ABC < \angle DEF$
 (D) 無法比較
- () 3. 已知 $\overline{AB} = 5$ 公分，欲找 \overline{AB} 之中點，可以 A 、 B 為圓心， r 公分為半徑畫弧。若 r 是正整數，則 r 的最小值為何？
 (A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2
- () 4. 若欲測量排球上相異兩點的距離，則下列哪一個方法最正確？
 (A) 直接使用刻度尺來量
 (B) 用量角器來量
 (C) 用三角板來量
 (D) 先用圓規，再用刻度尺來量
- () 5. 下列哪一個角度不能用尺規作圖的方法三等分？
 (A) 45° (B) 90° (C) 125° (D) 135°

二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 試利用圓規檢驗下列何者是等腰三角形。

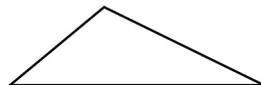
甲



乙



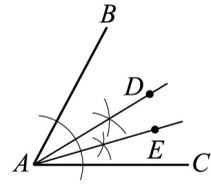
丙



答：_____。

2. 在同一平面上，一線段可作出_____條垂線，一線段可作出_____條中垂線。

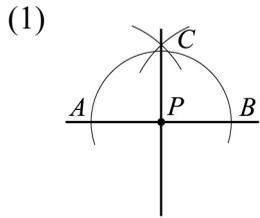
3. 如右圖，已知 $\angle BAC=60^\circ$ ，在兩次角平分線作圖之後，得到 \vec{AD} 、 \vec{AE} ，則：



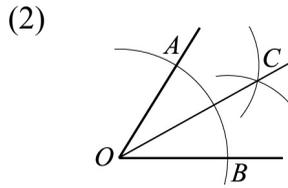
- (1) $\angle DAC=$ _____度。
- (2) $\angle EAC=$ _____度。
- (3) $\angle BAE=$ _____度。

4. 觀察下面的作圖，在空格中填入(A)、(B)、(C)或(D)。

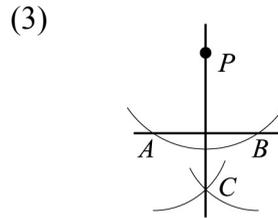
(A) 過線外一點作垂線 (B) 角平分線 (C) 過線上一點作垂線 (D) 中垂線



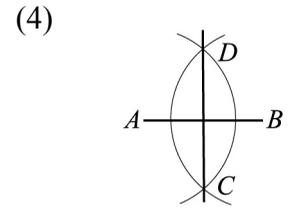
答：_____。



答：_____。



答：_____。



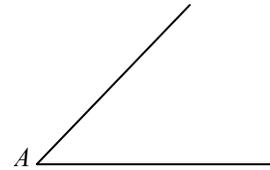
答：_____。

5. 欲將一線段分成兩部分，使其長度比為 3 : 5，則至少須作_____次中垂線作圖。
6. 已知一線段長 32 公分，若要將此線段分成 8 公分與 24 公分，則至少須作_____次中垂線作圖。
7. 欲將一個角分成八等分，則至少須作_____次角平分線作圖。

三、作圖題：每題 5 分，共 10 分

1. 已知 $\angle A$ ，畫一角使其等於 $\angle A$ 。

解：



2. 利用尺規作出一個 45° 的角。

解：

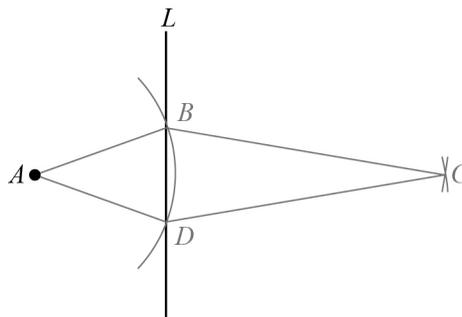


每週一題



如右圖所示，有一直線 L 與線外一點 A ，
依序用尺規作圖作法如下：

- ① 以 A 點為圓心，適當長為半徑畫弧，
交直線 L 於 B 、 D 兩點。
- ② 分別以 B 、 D 兩點為圓心，
 $2\overline{AB}$ 為半徑畫弧，兩弧交於 C 點。
- ③ 分別連接 \overline{AB} 、 \overline{AD} 、 \overline{BC} 、 \overline{CD} 。



試回答下列問題：

- (1) \overline{AC} 是否垂直平分 \overline{BD} ？
- (2) 若 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BD} = 2$ ，且設 \overline{AC} 與 \overline{BD} 交於 E 點，則 \overline{CE} 長度是否為 \overline{AE} 長度的 2 倍？

解

- (1) 因為 $\overline{AB} = \overline{AD}$ ，
所以 \overline{AC} 垂直平分 \overline{BD} 。
- (2) 由 (1) 可知 $\overline{AE} = \overline{CE}$ ，
所以 \overline{CE} 長度不是 \overline{AE} 長度的 2 倍。

3-3 ➡ 三角形全等

實力養成

重點

1

全等三角形的判別方法

1. *SSS* 全等性質：若兩個三角形的三邊對應相等，則此兩三角形必全等。
2. *SAS* 全等性質：若兩個三角形的兩邊和它們的夾角對應相等，則此兩三角形必全等。
3. *ASA* 全等性質：若兩個三角形的兩角和它們的夾邊對應相等，則此兩三角形必全等。
4. *AAS* 全等性質：若兩個三角形的兩角和其中一角的對邊對應相等，則此兩三角形必全等。
5. *RHS* 全等性質：若兩個直角三角形的斜邊和一股對應相等，則此兩三角形必全等。

註：在 *SSA* 及 *AAA* 條件之下，兩三角形不一定全等。

題型 1

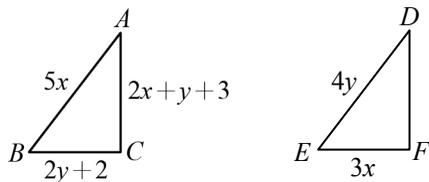
全等三角形應用 I

已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且 A 、 B 、 C 的對應頂點分別是 D 、 E 、 F 。若 $\overline{AB} = 3x+6$ ， $\overline{BC} = 16$ ， $\overline{AC} = 9$ ， $\overline{EF} = 6y-2$ ， $\overline{DE} = 15$ ，則 $x-y =$ _____。

題型 3

全等三角形應用 III

如下圖，若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，其中 A 、 B 、 C 的對應頂點分別是 D 、 E 、 F ，則：



- (1) $x =$ _____， $y =$ _____。
- (2) $\overline{DF} =$ _____。

題型 2

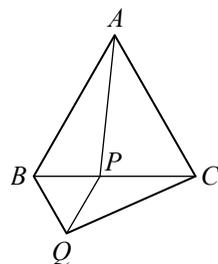
全等三角形應用 II

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所對應的邊長分別為 a 、 b 、 c ，且 $(a-5)^2 + (b-12)^2 + (c-13)^2 = 0$ 。若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，則 $\triangle DEF$ 的周長為 _____。

題型 4

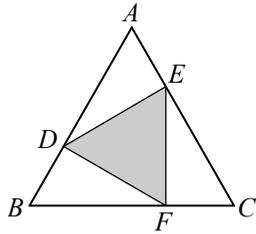
三角形全等性質判別

如右圖，若 $\triangle ABC$ 與 $\triangle BPQ$ 均為正三角形，則根據 _____ 全等性質，可以說明 $\triangle ABP \cong \triangle CBQ$ 。



題型 5 利用全等性質判別三角形

如右圖，若正 $\triangle ABC$ 的邊長為 6 公分，且 $\overline{DB} = \overline{FC} = \overline{AE} = 2$ 公分， $\angle ADE = 30^\circ$ ，則：



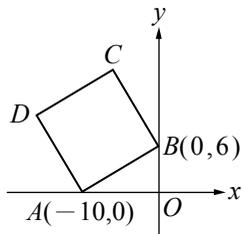
(1) $\triangle DEF$ 是否為正三角形？

答：_____。

(2) $\triangle BDF$ 的周長為_____公分。

題型 7 全等三角形的綜合應用

如右圖，坐標平面上，正方形 $ABCD$ 的兩個頂點 $A(-10, 0)$ 、 $B(0, 6)$ 分別在 x 軸、 y 軸上，則：



(1) C 點坐標為_____。

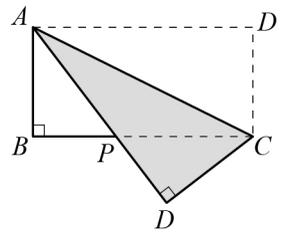
(2) 正方形 $ABCD$ 的面積為_____。

題型 6 SSA 條件

在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\angle B = \angle E$ ， $\overline{AC} = \overline{DF}$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，則 $\angle F =$ _____度。

題型 8 摺紙問題

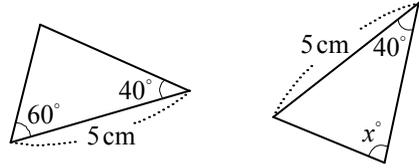
如右圖，將長方形 $ABCD$ 沿著對角線 \overline{AC} 對摺， \overline{AD} 與 \overline{BC} 交於 P 點，試說明 $\overline{AP} = \overline{CP}$ 。



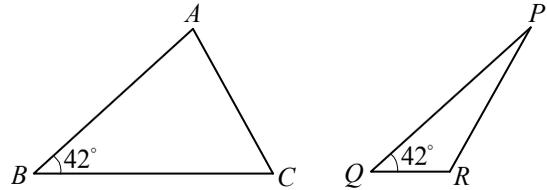
強化練習

- 已知 $\triangle ABC$ 中的 $\angle A$ 、 $\angle B$ 與 \overline{AB} ，若要作一三角形與 $\triangle ABC$ 全等，則可利用_____全等性質。
- 若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 D 、 E 、 F ，且 $\angle A = (3x + 4)^\circ$ ， $\angle B = (6x + 8)^\circ$ ， $\angle D = (6x - 17)^\circ$ ， $\angle F = 15x^\circ$ ，則 $\angle C =$ _____度。
- 若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 D 、 E 、 F ， $\overline{AB} = (5x - 4)$ 公分， $\overline{EF} = (4x + 2)$ 公分， $\overline{BC} = 22$ 公分，且 $\triangle DEF$ 的周長為 59 公分，則 $\overline{AC} =$ _____公分。

4. 已知右圖的兩個三角形全等，則 $x =$ _____。

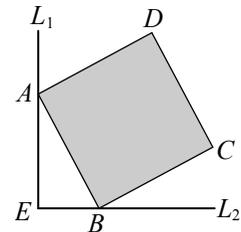


5. 如右圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{PQ}$ ， $\overline{AC} = \overline{PR}$ ， $\angle B = \angle Q = 42^\circ$ ，但兩三角形不全等，則 $\angle C + \angle R =$ _____ 度。

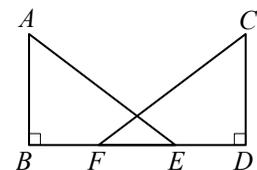


6. 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 D 、 E 、 F 。若 $\overline{AB} = 25$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\angle C = \angle F = 90^\circ$ ，則 $\overline{DF} =$ _____。

7. 如右圖，直線 L_1 垂直直線 L_2 於 E 點，四邊形 $ABCD$ 是一邊長為 17 公分的正方形，且 A 點在直線 L_1 上， B 點在直線 L_2 上。若 $\overline{BE} = 8$ 公分，則 D 點到直線 L_1 的距離是 _____ 公分， D 點到直線 L_2 的距離是 _____ 公分。

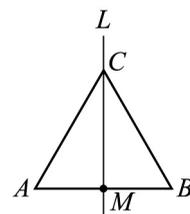


8. 如右圖，已知 $\overline{AB} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{AE} = \overline{CF}$ ， B 、 F 、 E 、 D 在同一直線上，試說明 $\overline{BF} = \overline{DE}$ 。



一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

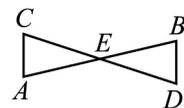
- () 1. 已知 $\triangle ABC$ 中的 $\angle A$ 、 $\angle B$ 和 \overline{AB} ，想作一個三角形與 $\triangle ABC$ 全等，須利用何種作圖？
(A) *SAS* (B) *ASA*
(C) *SSS* (D) *AAS*
- () 2. $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，若 $\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\overline{AC} = \overline{DF}$ ， $\angle B = \angle E$ ，則這兩個三角形關係為何？
(A) 必全等 (B) 必不全等
(C) 不一定全等 (D) 面積必相等
- () 3. $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，若 $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ，則再配合下列哪一個條件仍不一定能使兩三角形全等？
(A) $\overline{AB} = \overline{DE}$ (B) $\overline{BC} = \overline{EF}$
(C) $\overline{AC} = \overline{DF}$ (D) $\angle C = \angle F$
- () 4. 如右圖，已知 \overline{AB} 的中垂線 L 交 \overline{AB} 於 M ，則下列何者可用來說明 $\triangle AMC \cong \triangle BMC$ ？
(A) *SAS* 全等性質 (B) *SSS* 全等性質
(C) *RHS* 全等性質 (D) *AAS* 全等性質
- () 5. 兩直角三角形在下列哪一種條件下，不一定全等？
(A) 兩股對應相等
(B) 一斜邊及一股對應相等
(C) 一斜邊及一銳角對應相等
(D) 兩銳角對應相等



二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\overline{BC} = \overline{EF}$ ， $\overline{AC} = \overline{DF}$ ，則根據_____全等性質可得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且 $\angle C$ 的對應角為_____。
2. 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 中，若 $\angle A = \angle P$ ， $\angle C = \angle R$ ， $\overline{BC} = \overline{QR}$ ，則根據_____全等性質可得 $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ 。
3. 已知一直角三角形的斜邊長及一股長，則利用_____全等性質可作一三角形與此直角三角形全等。

4. 如右圖，已知 \overline{AB} 與 \overline{CD} 相交於 E 點， $\overline{AE} = \overline{EB}$ ， $\overline{CE} = \overline{ED}$ ， $\angle A = 78^\circ$ ， $\angle AEC = 32^\circ$ ，則根據_____全等性質可得 $\triangle AEC \cong \triangle BED$ ，且 $\angle D =$ _____度。



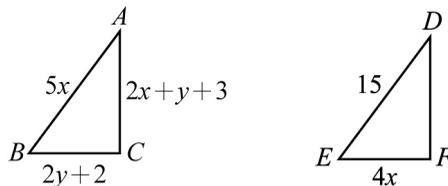
5. 若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別為 D 、 E 、 F ，且 $\overline{DE} = \overline{EF}$ ， $\angle A = 70^\circ$ ，則 $\angle E =$ _____度。

6. 若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別為 D 、 E 、 F 。若 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，則 $\overline{DF} =$ _____。

7. 如右圖，若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，其中 A 、 B 、 C 的對應頂點分別是 D 、 E 、 F ，則：

(1) $x =$ _____， $y =$ _____。

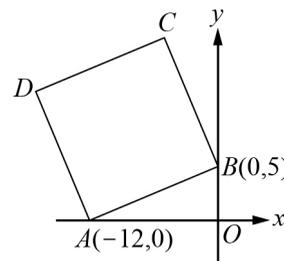
(2) $\overline{DF} =$ _____。



8. 如右圖，坐標平面上，正方形 $ABCD$ 的兩個頂點 $A(-12, 0)$ 、 $B(0, 5)$ 分別在 x 軸、 y 軸上，試求：

(1) C 點坐標為_____。

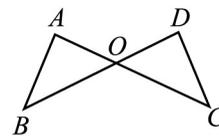
(2) 正方形 $ABCD$ 的面積為_____。



三、計算題：每題 5 分，共 10 分

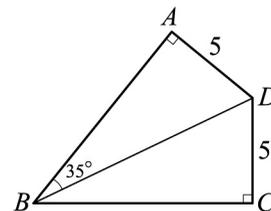
1. 如右圖， $\angle A = \angle D$ ， $\overline{AO} = \overline{DO}$ ，試說明 $\triangle ABO \cong \triangle DCO$ 。

解：



2. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ ， $\angle ABD = 35^\circ$ ， $\overline{AD} = \overline{CD} = 5$ 。請問 $\angle CDB$ 是多少度？

解：



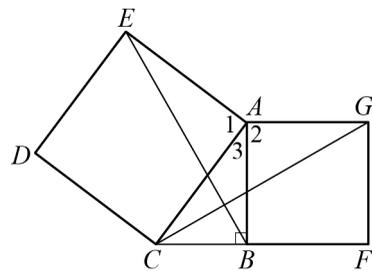


每週一題



如右圖， $\triangle ABC$ 為直角三角形， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 3$ ，以 \overline{AB} 、 \overline{AC} 為邊分別作正方形 $AEDC$ 和正方形 $ABFG$ ，則：

- (1) 試說明 $\triangle ABE \cong \triangle AGC$ 。
- (2) $\overline{BE} = ?$



解

- (1) 在 $\triangle ABE$ 與 $\triangle AGC$ 中，
 因為 $\triangle ABC$ 為直角三角形，
 所以 $\angle ABC = 90^\circ$ 。
 又 $\triangle AEDC$ 為正方形，
 得 $\angle CAE = 90^\circ$ 。
 (2) 由 (1) 可知 $\triangle ABE \cong \triangle AGC$ ，

3-4 ➡ 全等三角形的應用

實力養成

重點

1

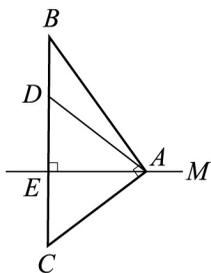
全等三角形性質的應用

題型 1 等腰三角形的性質 I

有一個等腰三角形的頂角度數等於其一個底角度數的 2 倍，則此三角形的頂角為 _____ 度。

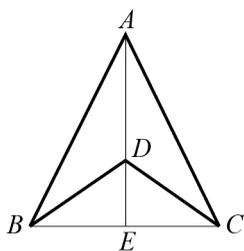
題型 3 中垂線性質

如右圖，直角 $\triangle ABC$ 中， D 為 \overline{BC} 上的一點，且 $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{AB} = 8$ 。若直線 M 垂直平分 \overline{CD} ，則 $\overline{AD} =$ _____， $\overline{BD} =$ _____。



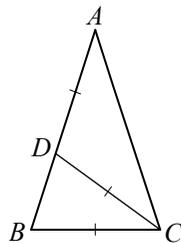
題型 5 中垂線判別性質

臺南市海安路上有一些街頭藝術，這次阿方想在一面寬 $\overline{BC} = 6$ m，高 $\overline{AE} = 6$ m的牆上加裝造型燈管，且燈管 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，燈管 $\overline{DB} = \overline{DC}$ ， $\overline{AD} = 4$ m，則共需要燈管長 _____ m。



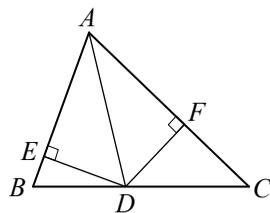
題型 2 等腰三角形的性質 II

如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，且 D 落在 \overline{AB} 上。已知 $\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BC}$ ，則 $\angle A =$ _____ 度。



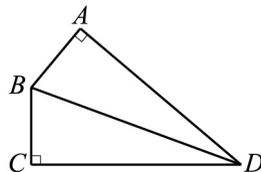
題型 4 角平分線性質

如右圖， $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 平分 $\angle BAC$ ，且 $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{DF} \perp \overline{AC}$ 。已知 $\overline{AB} = 22$ ， $\overline{AC} = 30$ 。若 $\triangle ABC$ 的面積為 286，則 $\overline{DE} =$ _____。



題型 6 角平分線判別性質

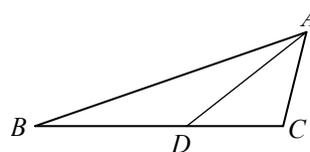
如右圖，已知 $\angle A = \angle C = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = \overline{BC}$ ， $\angle ABD = 70^\circ$ ，則 $\angle ADB =$ _____ 度， $\angle CDB =$ _____ 度。



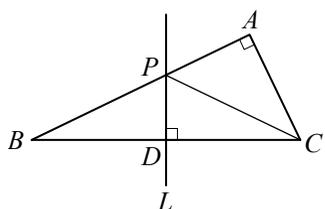
強化練習

1. 在一等腰三角形中，若一底角為 35° ，則其頂角為_____度。

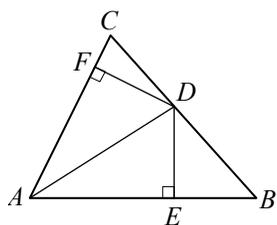
2. 如右圖，已知 $\angle C = 104^\circ$ ， $\overline{AC} = \overline{CD}$ ，
 $\overline{AD} = \overline{BD}$ ，則 $\angle ADC =$ _____度，
 $\angle B =$ _____度。



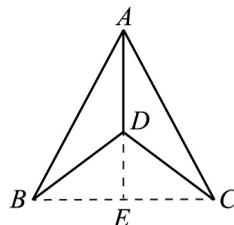
3. 如下圖(一)，直線 L 垂直平分 \overline{BC} 。若 $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{PC} = 5$ ， $\overline{AP} = 3$ ，則四邊形 $PDCA$ 的面積為_____。



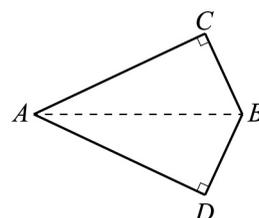
圖(一)



圖(二)



圖(三)



圖(四)

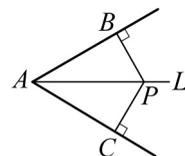
5. 如上圖(三)是小風設計的風箏，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 17$ ， $\overline{DB} = \overline{DC} = 10$ ， $\overline{BC} = 16$ ，則骨架 $\overline{AD} =$ _____。

6. 如上圖(四)，淘金者阿順認為與 B 地距離相等的 C 、 D 兩地有豐富的金礦，且 $\overline{AC} \perp \overline{BC}$ ，
 $\overline{AD} \perp \overline{BD}$ 。為了加快工作效率，阿順派兩支團隊分別從 A 地前進 C 、 D 兩地。已知
 $\angle CBA + \angle DBA = 130^\circ$ ，則 $\angle CAB =$ _____度， $\angle DAB =$ _____度。

一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

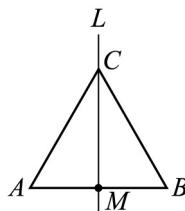
- () 1. 如右圖，已知 L 為 $\angle BAC$ 的角平分線， P 在 L 上，且 $\overline{PB} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{PC} \perp \overline{AC}$ ，則可根據哪一個全等性質說明 $\triangle ABP \cong \triangle ACP$ ？

(A) SAS (B) SSS (C) RHS (D) AAS



- () 2. 如右圖， $\overline{AC} = \overline{BC}$ ， L 為 $\angle C$ 的角平分線交 \overline{AB} 於 M ，則可用下列何種全等性質來說明 $\triangle AMC \cong \triangle BMC$ ？

(A) SAS (B) SSS (C) RHS (D) AAS

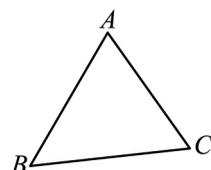


- () 3. 下列關於等腰三角形的敘述，何者錯誤？

(A) 等腰三角形頂角的平分線會垂直平分底邊
 (B) 等腰三角形的兩底角相等
 (C) 等腰三角形底角的平分線會垂直其所對應的邊
 (D) 等腰三角形兩腰上的高會相等

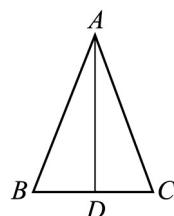
- () 4. 如右圖，小琪想利用尺規作圖，在 $\triangle ABC$ 內找到一點 P ，使得 P 點到 A 、 B 兩點等距離，且 P 點到 \overline{BC} 、 \overline{AC} 也等距離，則小琪可以下列哪一種方法求得？

(A) 作 \overline{BC} 與 \overline{AB} 中垂線的交點 (B) 作 $\angle A$ 與 $\angle B$ 平分線的交點
 (C) 作 \overline{BC} 中垂線與 $\angle B$ 平分線的交點 (D) 作 $\angle C$ 平分線與 \overline{AB} 中垂線的交點



- () 5. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。若 \overline{AD} 是 $\angle BAC$ 的角平分線，且 $AD = 10$ ， $BD = 4$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積是多少？

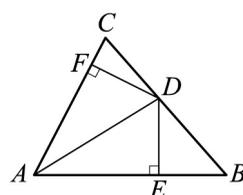
(A) 30 (B) 40 (C) 20 (D) 10



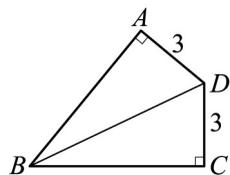
二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 如右圖， $\triangle ABC$ 中，已知 \overline{AD} 平分 $\angle BAC$ ， $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{DF} \perp \overline{AC}$ 。若 $\overline{AB} = 10$ 公分， $\overline{AC} = 8$ 公分， $\overline{DE} = 6$ 公分，則：

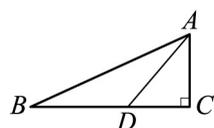
(1) $\overline{DF} =$ _____ 公分。
 (2) $\triangle ABC$ 的面積為 _____ 平方公分。



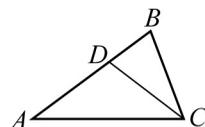
2. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ ， $\angle CDB = 65^\circ$ ， $\overline{AD} = \overline{CD} = 3$ ，則 $\angle ABD =$ _____ 度。



3. 如右圖，已知 $\angle C = 90^\circ$ ， D 點在 \overline{BC} 上，且 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 。若 $\angle B = 25^\circ$ ，則 $\angle BAD =$ _____ 度， $\angle DAC =$ _____ 度。

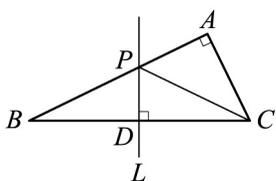


4. 如右圖，已知 $\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BC}$ ， $\angle BCD = 30^\circ$ ，
則 $\angle BDC =$ _____ 度， $\angle A =$ _____ 度。

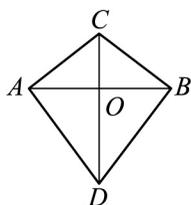


5. 如下圖(一)，直線 L 垂直平分 \overline{BC} 。若 $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{PC} = 5$ ， $\overline{AP} = 3$ ，則 $\triangle PBD$ 的面積為 _____。

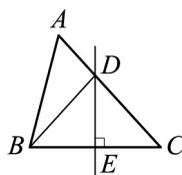
6. 如下圖(二)， \overline{CD} 為 \overline{AB} 的中垂線。若 $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{OC} = 9$ ， $\overline{OD} = 16$ ，則四邊形 $ADBC$ 的周長 = _____，面積 = _____。



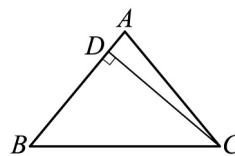
圖(一)



圖(二)



圖(三)

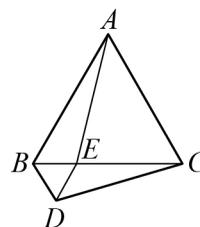


圖(四)

7. 如上圖(三)，直線 DE 是 \overline{BC} 的中垂線。如果 $\overline{AB} = 65$ ， $\overline{BC} = 75$ ， $\overline{AC} = 85$ ，則 $\triangle ABD$ 的周長 = _____。

8. 如上圖(四)， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 16$ ， $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ，則 $\overline{CD} =$ _____。

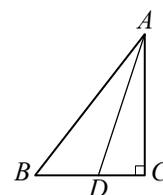
9. 如右圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle BDE$ 均為正三角形。若 $\overline{AB} = 12$ ，
 $\triangle ABE$ 的面積 = 18，則 $\triangle BDE$ 的面積 = _____。



三、計算題：每題 5 分，共 10 分

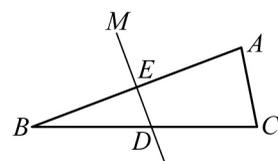
1. 右圖 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\overline{BC} = 6$ ， \overline{AD} 平分 $\angle BAC$ ，
則 $\overline{CD} = ?$

解：



2. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， M 為過 \overline{AB} 的直線，交 \overline{AB} 於 E ，交 \overline{BC} 於 D 。
已知 D 到 A 與到 B 的距離相等，且 $\overline{AE} = 12$ ， $\overline{DE} = 5$ ， $\overline{CD} = 11$ ，
 $\overline{AC} = 9$ ，求 $\triangle ABC$ 的周長。

解：





每週一題

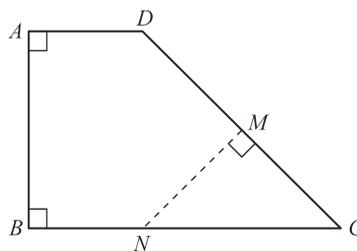


如右圖，有一個梯形公園 $ABCD$ ，其中 \overline{AD} 平行 \overline{BC} ， $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， B 、 C 相距 160 公尺。

若從 \overline{CD} 的中點 M 垂直 \overline{CD} 走向 \overline{BC} 上的 N 點，假設 $\overline{CN} = x$ 公尺，

試問：

- (1) 試以 x 表示此梯形公園的面積。
- (2) 若公園面積為 11000 平方公尺，求 x 的值。



解

(1) 連 \overline{MN} 。

所以 $\overline{MN} \perp \overline{BC}$ 。

又 $\overline{MN} \perp \overline{CD}$ 。

因為 $\angle C = 45^\circ$ 。

由上可知 $\triangle MNC$ 是等腰直角三角形。

則 $\overline{MN} = \overline{CN} = x$ 。

(2) 由 (1) 可知 $\triangle MNC$ 是等腰直角三角形。

所以 $\overline{MN} = \overline{CN} = x$ 。

又 $\overline{MN} \perp \overline{BC}$ 。

所以 $\overline{MN} = \overline{CN} = x$ 。

3-5 ➡ 三角形的邊角關係

實力養成

重點 1 邊角關係

1. 三角形中，任意兩邊之和大於第三邊。
2. (1) 一個三角形中，若有兩邊不相等，則大邊對大角，小邊對小角。
(2) 一個三角形中，若有兩角不相等，則大角對大邊，小角對小邊。

題型 1 任意三角形邊長關係

(1) 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 11$ ， $\overline{BC} = 25$ ， $\overline{CA} = y$ ，則 y 的範圍為

_____。

(2) 若三角形的三邊長為 12、19、 $x+2$ ，且 x 為整數，則符合條件的 x 值有_____個。

題型 3 大邊對大角

在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A = 60^\circ$ ，且 $\overline{AB} > \overline{AC}$ ，則 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小關係為

_____。

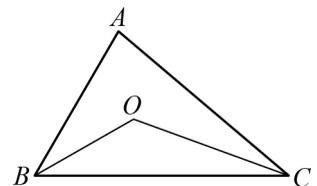
題型 2 等腰三角形邊長關係

若等腰 $\triangle ABC$ 的周長為 11，且三邊長皆為正整數，則 $\triangle ABC$ 的三邊長有可能是哪些？

題型 4 三角形邊角關係

如右圖， $\triangle ABC$ 中， \overline{BO} 、 \overline{CO} 分別為 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的角平分線，且

$\overline{AC} > \overline{AB}$ ，則 \overline{OC} _____ \overline{OB} 。(填 $>$ 、 $<$ 或 $=$)



強化練習

1. 若 4、9、 y 是三角形的三邊長， y 是整數，則 $y =$ _____。其中當 $y =$ _____ 時，此三角形為等腰三角形。

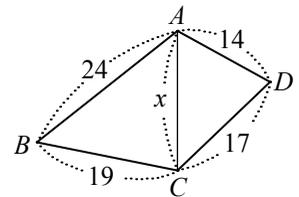
2. 在 $\triangle DEF$ 中，若 $\overline{DE} > \overline{EF} > \overline{DF}$ ，則 $\angle D$ 、 $\angle E$ 、 $\angle F$ 的大小關係為何？

答：_____。

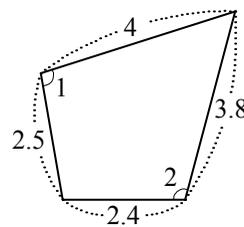
3. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A$ 的外角為 100° ， $\angle B$ 比 $\angle C$ 大 30° ，則 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的大小關係為何？

答：_____。

4. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{BC} = 19$ ， $\overline{CD} = 17$ ， $\overline{AD} = 14$ ， $\overline{AC} = x$ 。若 x 為整數，則 x 值共有 _____ 個。

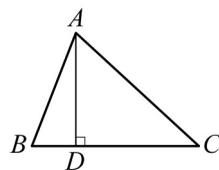


5. 如右圖，有一四邊形，其各邊長如圖所示，則 $\angle 1$ _____ $\angle 2$ 。(填 $>$ 、 $<$ 或 $=$)



一、選擇題：每題 6 分，共 30 分

- () 1. 下列哪一組不能成為三角形的三邊長？
 (A) $\sqrt{2}$ 、1、1 (B) 1、2、 $\sqrt{3}$
 (C) 2、5、2 (D) 0.6、0.9、1.4
- () 2. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，則下列四個選項中，哪一個是正確的？
 (A) $\overline{AB} > \overline{AC}$ (B) $\overline{AB} > \overline{BC}$
 (C) $\overline{AC} = \overline{BC}$ (D) $\overline{AB} = \overline{AC}$
- () 3. 如右圖，已知 $\overline{AB} < \overline{AC}$ ， D 在 \overline{BC} 上，且 \overline{AD} 為 \overline{BC} 上的高，試問下列哪一個敘述正確？
 (A) $\angle B < \angle C$
 (B) $\angle ADC < \angle B$
 (C) $\angle ADC < \angle C$
 (D) $\overline{AC} > \overline{AD}$
- () 4. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AC} = 4$ ，且 $\angle A$ 為最大角，則 \overline{BC} 可能為多少？
 (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14
- () 5. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} > \overline{AC}$ ，且 $\angle C = 60^\circ$ ，則下列何者正確？
 (A) $\angle B$ 為最大角
 (B) $\angle A$ 為最小角
 (C) \overline{AB} 為最大邊
 (D) \overline{BC} 為最大邊



二、填充題：每格 6 分，共 60 分

1. 直角 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A$ 為直角，則最大邊為_____。
2. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 75^\circ$ ， $\angle C = 55^\circ$ ，則 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的大小關係為_____。
3. 若 9、18、 x 是等腰三角形的三邊長，則 $x =$ _____。

4. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A = 90^\circ$ ，且 $\overline{AC} > \overline{AB}$ ，則：

(1) \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的大小關係為_____。

(2) $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小關係為_____。

5. 若 $\triangle ABC$ 的三邊長為 4、7、 a ，則 a 的範圍在_____與_____之間。

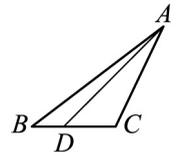
6. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A$ 的外角 $<$ $\angle B$ 的外角 $<$ $\angle C$ 的外角，則 $\triangle ABC$ 的三邊長大小關係為_____。

7. $\triangle ABC$ 中， $\angle C$ 為鈍角， D 為 \overline{BC} 上一點。請在下列的空格中，

適當填入「 $<$ 、 $>$ 、 $=$ 」：

(1) \overline{AD} _____ \overline{AC} 。

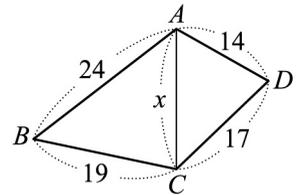
(2) \overline{AB} _____ \overline{AD} 。

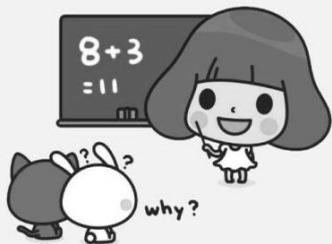


三、計算題：共 10 分

1. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{BC} = 19$ ， $\overline{CD} = 17$ ， $\overline{AD} = 14$ ， $\overline{AC} = x$ 。若 x 為正整數，則 x 可能的值共有幾個？

解：



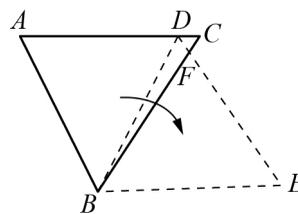


每週一題



如圖所示， $\triangle ABC$ 以 B 為圓心，順時針旋轉，使 A 點與 \overline{AC} 原位置上的 D 點重合，而 C 點與 E 點重合。試回答下列兩小題：

- (1) 若 $\overline{BF} > \overline{EF}$ ，比較 $\angle E$ 與 $\angle FBE$ 大小，並說明理由。
- (2) 承(1)，比較 \overline{AB} 、 \overline{AD} 大小，並說明理由。



解

(1) 在 $\triangle BFE$ 中，

$$\angle E < \angle BFE$$

(2) 依題意，

$$\overline{AB} = \overline{BD}$$

$$\overline{BC} = \overline{BE}$$

$$\angle ABC = \angle DBE$$

$$\Rightarrow \angle ABD = \angle CBE$$

$$\Rightarrow \angle ABD < \angle CBE$$

$$\Rightarrow \angle ABD < \angle DBE$$

$$\Rightarrow \angle ABD < \angle BDE$$

第 4 章 平行與四邊形

4-1 平行線

實力養成 重點 1 平行線的判別及相關性質

1. 平行線：

在平面上的兩條直線，如果都垂直於同一條直線，那麼這兩條直線稱為平行線，或稱這兩條直線互相平行。

2. 兩平行線之間的距離處處相等，而且永不相交。

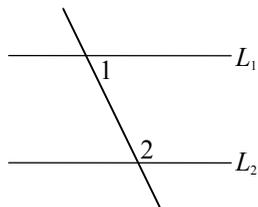
3. 若平行線被一直線所截，則：

- (1) 同位角相等。
- (2) 內錯角相等。
- (3) 同側內角互補。

4. 若兩直線被一直線所截，且它們的同位角相等、內錯角相等或同側內角互補，則此兩直線平行。

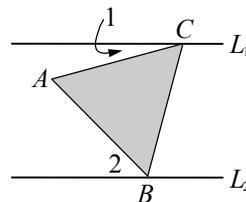
題型 1 同側內角互補

如右圖， $L_1 \parallel L_2$ 。若
 $\angle 1 = (3x + 22)^\circ$ ，
 $\angle 2 = (5x + 46)^\circ$ ，
 則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



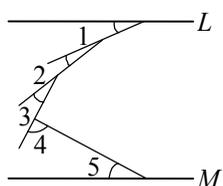
題型 2 同側內角互補的應用 I

如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ，
 $\triangle ABC$ 是正三角形。
 若 $\angle 1 = 15^\circ$ ，則 $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 度。



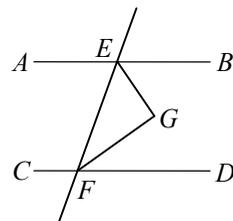
題型 3 同側內角互補的應用 II

如右圖，已知 $L \parallel M$ ，
 那麼 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 度。



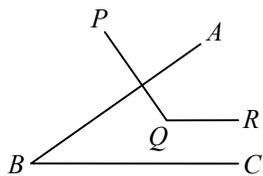
題型 4 同側內角截角平分線

如右圖， $\angle AEF = \angle EFD$ ， \overline{EG} 平分 $\angle BEF$ ， \overline{FG} 平分 $\angle EFD$ ，則 $\angle G = \underline{\hspace{2cm}}$ 度。



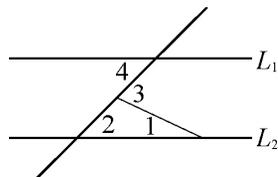
題型 5 同位角相等的應用

如右圖， $\overline{AB} \perp \overline{PQ}$ ， $\overline{QR} \parallel \overline{BC}$ 。若 $\angle PQR = 125^\circ$ ，則 $\angle ABC =$ _____ 度。



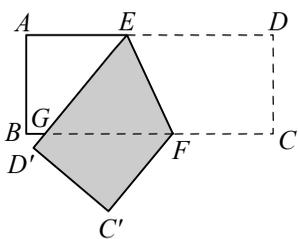
題型 7 內錯角相等

如右圖， $L_1 \parallel L_2$ ，且 $\angle 1 = 25^\circ$ ， $\angle 4 = 45^\circ$ ，則 $\angle 2 + \angle 3 =$ _____ 度。



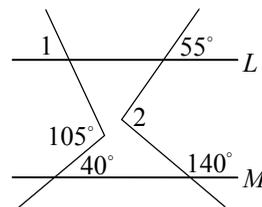
題型 9 摺紙問題

如右圖，將長方形 $ABCD$ 沿著 \overline{EF} 摺疊。若 $\angle EFG = 65^\circ$ ，則 $\angle EGF =$ _____ 度。



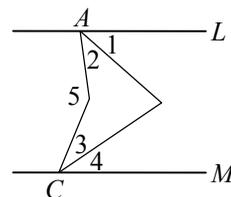
題型 6 同位角、同側內角的應用

如右圖，已知 $L \parallel M$ ，則 $\angle 1 =$ _____ 度， $\angle 2 =$ _____ 度。



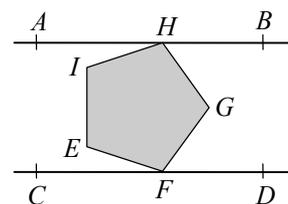
題型 8 內錯角的應用

如右圖， $L \parallel M$ 。若 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，且 $\angle 1 + \angle 4 = 75^\circ$ ，則 $\angle 5 =$ _____ 度。



題型 10 平行線與正五邊形的應用

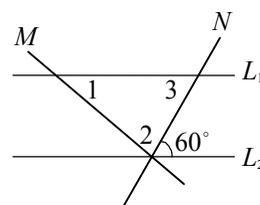
如右圖， \overleftrightarrow{AB} 平行於 \overleftrightarrow{CD} ，且正五邊形 $EFGHI$ 的頂點 H 、 F 分別在 \overleftrightarrow{AB} 、 \overleftrightarrow{CD} 上。若 $\angle GFD$ 的度數是 $\angle EFC$ 的 3 倍，則：



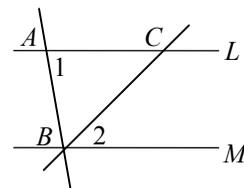
- (1) $\angle GFD =$ _____ 度。
- (2) $\angle AHI =$ _____ 度。

強化練習

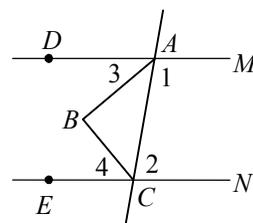
1. (1) 如右圖， $L_1 \parallel L_2$ ，直線 M 及直線 N 都是截線。已知 $\angle 1 = 40^\circ$ ，則：
 - ① $\angle 2 =$ _____ 度。
 - ② $\angle 3 =$ _____ 度。



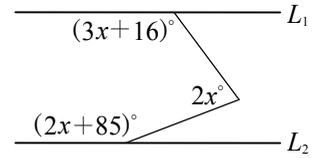
- (2) 如右圖，已知 $\angle 2 = \angle ACB$ ，且 $\angle 1 = 80^\circ$ ， $\angle 2 = 45^\circ$ ，則 $\angle ABC =$ _____ 度。



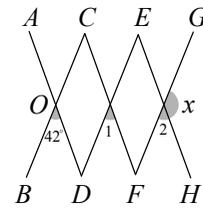
2. 如右圖，已知 $M \parallel N$ ，且 \overline{AB} 平分 $\angle DAC$ ， \overline{BC} 平分 $\angle ECA$ 。若 $\angle 1 = 100^\circ$ ，則 $\angle 4 - \angle 3 =$ _____ 度。



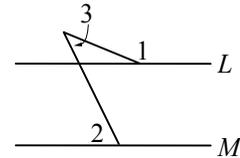
3. 如右圖， $L_1 \parallel L_2$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



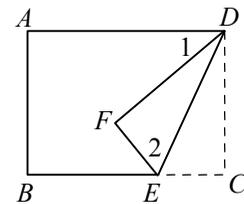
4. 如右圖， $\overline{AD} \parallel \overline{CF} \parallel \overline{EH}$ ， $\overline{BC} \parallel \overline{DE} \parallel \overline{FG}$ 。
若 $\angle BOD = 42^\circ$ ，則 $\angle x = \underline{\hspace{2cm}}$ 度。



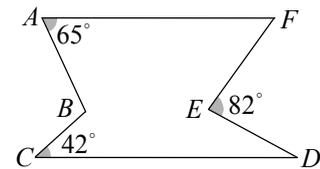
5. 如右圖， $L \parallel M$ 。若 $\angle 1 = 138^\circ$ ， $\angle 2 = 65^\circ$ ，
則 $\angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 度。



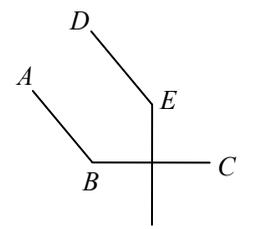
6. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為矩形，沿著 \overline{DE} 將 $\triangle CDE$ 向上摺，使得 C 點落在 F 點上。
若 $\angle 1 = 40^\circ$ ，則 $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 度。



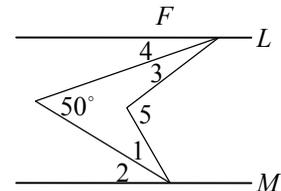
7. 如右圖， $\overline{AF} \parallel \overline{CD}$ ，則 $\angle ABC - \angle D - \angle F = \underline{\hspace{2cm}}$ 度。



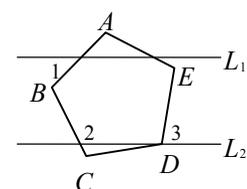
8. 如右圖， $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ， $\overline{BC} \perp \overline{EF}$ 。若 $\angle E = 140^\circ$ ，
則 $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$ 度。



9. 如右圖， $L \parallel M$ 。若 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，
則 $\angle 5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 度。

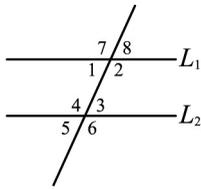


10. 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ， $ABCDE$ 為正五邊形。
若 $\angle 1 = 45^\circ$ ，則 $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 度， $\angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 度。

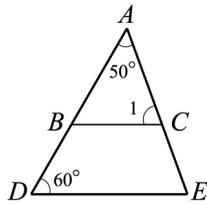


一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

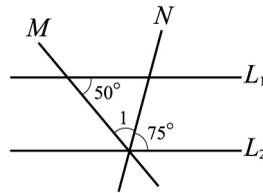
- () 1. 如下圖(一)，已知 $L_1 \parallel L_2$ ，且被一直線所截，則下列何者錯誤？
 (A) $\angle 8 = \angle 3$ (B) $\angle 1 = \angle 5$ (C) $\angle 4 = \angle 6$ (D) $\angle 2 = \angle 3$
- () 2. 如下圖(二)，在 $\triangle ADE$ 中，若 $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle D = 60^\circ$ ，且 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ ，則 $\angle 1$ 的度數為何？
 (A) 50° (B) 60° (C) 70° (D) 80°



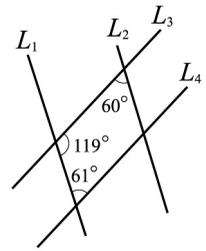
圖(一)



圖(二)

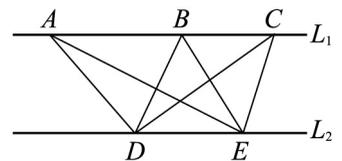


圖(三)



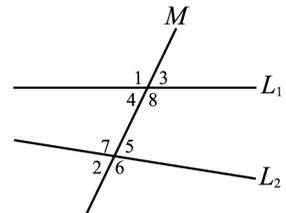
圖(四)

- () 3. 如上圖(三)，已知 $L_1 \parallel L_2$ ，且 M 、 N 都是 L_1 、 L_2 的截線，則 $\angle 1$ 的度數為何？
 (A) 45° (B) 50° (C) 55° (D) 60°
- () 4. 如上圖(四)，直線 L_1 與 L_2 是否平行？
 (A) 否，因為同側內角不互補 (B) 是，因為同側內角互補
 (C) 否，因為同側內角不相等 (D) 是，因為同側內角相等
- () 5. 如右圖，若 $L_1 \parallel L_2$ ，且 $\triangle ADE$ 、 $\triangle BDE$ 及 $\triangle CDE$ 的面積分別為 a 、 b 、 c ，則何者面積最大？
 (A) a (B) b (C) c (D) 一樣大

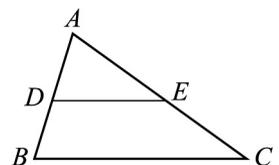


二、填充題：每格 5 分，共 65 分

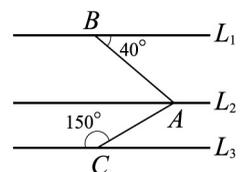
1. 如右圖，在 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、……、 $\angle 8$ 中，
 (1) $\angle 1$ 的同位角為 _____。
 (2) $\angle 8$ 的同側內角為 _____。
 (3) $\angle 5$ 的內錯角為 _____。



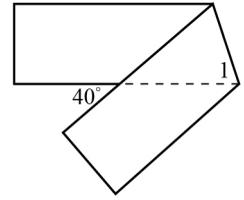
2. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 。若 $\angle B = 2\angle C = \angle A$ ，則 $\angle ADE =$ _____ 度。



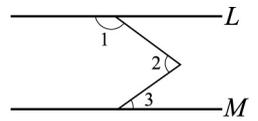
3. 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ ，則 $\angle BAC =$ _____ 度。



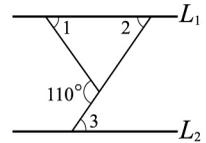
4. 如右圖，將一張長方形的紙條摺疊之後，則 $\angle 1 =$ _____ 度。



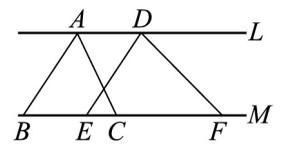
5. 如右圖，若直線 $L \parallel M$ ，且 $\angle 3 = 35^\circ$ ，則 $\angle 1 + \angle 2 =$ _____ 度。



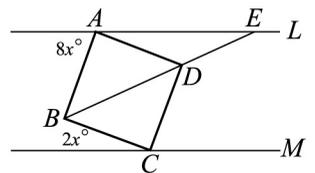
6. 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ， $\angle 1 = (4x - 5)^\circ$ ， $\angle 2 = (3x + 10)^\circ$ ，則 $x =$ _____， $\angle 3 =$ _____ 度。



7. 如右圖，直線 L 平行於直線 M 。若 $\overline{BC} = 9$ 公分， $\overline{EF} = 12$ 公分，且 $\triangle ABC$ 的面積為 36 平方公分，則 $\triangle DEF$ 的面積為 _____ 平方公分，且直線 L 與直線 M 之間的距離是 _____ 公分。



8. 如右圖， $L \parallel M$ ， A 在直線 L 上， C 在直線 M 上。四邊形 $ABCD$ 是正方形，且對角線 \overline{BD} 的延長線交直線 L 於 E 點，則 $x =$ _____， $\angle AEB =$ _____ 度。



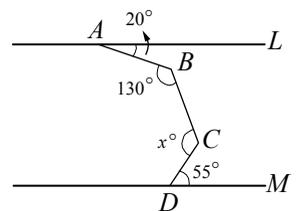
三、計算題：每題 5 分，共 10 分

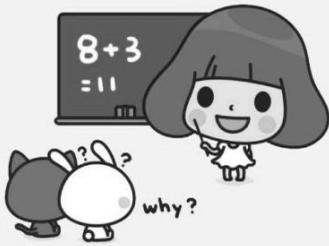
1. 已知 $\angle A = 60^\circ$ ，若 $\angle A$ 與 $\angle B$ 的兩邊互相平行，則 $\angle B = ?$

解：

2. 如右圖，若 $L \parallel M$ ，求 x 。

解：

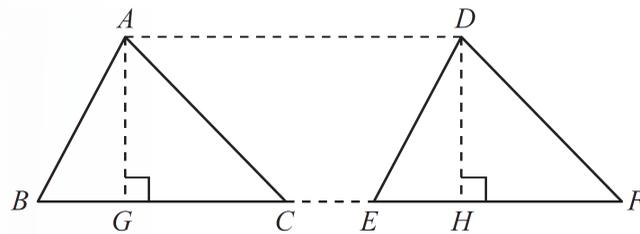




每週一題



如下圖，將 $\triangle ABC$ 沿 \overrightarrow{BC} 方向平移可得 $\triangle DEF$ ，已知 \overline{AG} 、 \overline{DH} 分別為 $\triangle ABC$ 、 $\triangle DEF$ 的高，且 $\overline{AG} = \overline{DH}$ 。



試回答以下問題：

- (1) 已知 \overline{AD} 與 \overline{AG} 垂直，請說明 \overline{AD} 與 \overrightarrow{BC} 平行。
- (2) 若 $\angle BAC = 60^\circ$ ， $\angle ACB = 40^\circ$ ，則 $\angle ADE = ?$

解

- (1) 因為 $\overline{AG} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{AG} \perp \overline{AD}$ ，
所以 $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ 。
又 $\overline{BC} \parallel \overrightarrow{BC}$ ，
所以 $\overline{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$ 。
- (2) 因為 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，
所以 $\angle DEF = \angle ACB = 40^\circ$ 。
又 $\overline{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$ ，
所以 $\angle ADE = \angle DEF = 40^\circ$ 。

4-2 ➡ 平行四邊形

實力養成

重點

1

平行四邊形的性質與判別

1. 平行四邊形：兩組對邊分別平行的四邊形。
2. 平行四邊形的性質：
 - (1) 平行四邊形的任一條對角線均可將它分成兩個全等的三角形。
 - (2) 平行四邊形的兩組對邊分別相等。
 - (3) 平行四邊形的兩組對角分別相等。
 - (4) 平行四邊形的兩對角線互相平分。
3. 平行四邊形的判別：

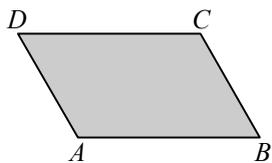
任一個四邊形只要符合以下四個條件其中之一，我們就稱為平行四邊形。

 - (1) 兩組對邊相等。
 - (2) 一組對邊平行且相等。
 - (3) 兩組對角相等。
 - (4) 兩對角線互相平分。

題型 1

平行四邊形對角相等 I

右圖 $\square ABCD$ 中，
若 $\angle A = (4x + 20)^\circ$ ，
 $\angle C = (5x - 5)^\circ$ ，
則 $\angle B =$ _____ 度。



題型 2

平行四邊形對角相等 II

- (1) $\square ABCD$ 中，若 $\angle A = 30^\circ$ ，則
 $3\angle B - 2\angle D =$ _____ 度。
- (2) $\square ABCD$ 中， $\angle B$ 的兩倍角與 $\angle D$ 互補，
則 $\angle C =$ _____ 度。

題型 3

平行四邊形對邊等長 I

- (1) $\square ABCD$ 中，已知其周長為 72 公分，
 \overline{AB} 比 \overline{AD} 的 3 倍多 4 公分，則 $\overline{CD} =$ _____ 公分。
- (2) $\square ABCD$ 中， $2\overline{AB} = 3\overline{AD}$ ，且
 $\overline{AB} - \overline{AD} = 4$ ，則平行四邊形 $ABCD$ 的
周長是 _____。

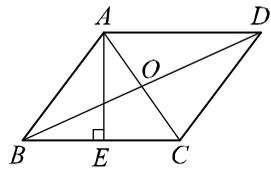
題型 4

平行四邊形對邊等長 II

- $\square ABCD$ 中，已知 $\overline{AD} = 3x + 2y$ ， $\overline{BC} = 5x - 3y$ ， $\overline{CD} = 2x + y + 2$ ， $\overline{AB} = 4x - 3y$ ，
則：
- (1) $x =$ _____， $y =$ _____。
 - (2) $\square ABCD$ 的周長為 _____。

題型 5 平行四邊形的對角線平分

如右圖， $\square ABCD$ 中，
已知 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ ，且
 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AE} = 8$ 。

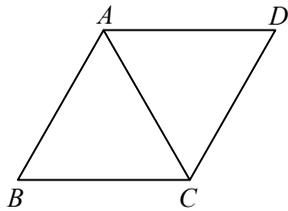


(1) 若 $\square ABCD$ 的周長
為 44，則 $\overline{AO} =$ _____。

(2) 若 $\square ABCD$ 的面積為 72，則 $\overline{BO} =$
_____。

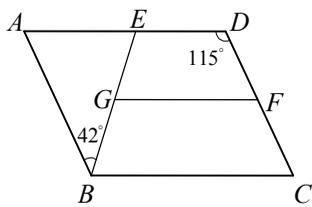
題型 7 平行四邊形的判別應用

如右圖，四邊形
 $ABCD$ 中，已知
 $\overline{AB} = \overline{BC} = 6$
公分，且 $\angle B =$
 $\angle CAD = 60^\circ$ ，則
此四邊形的面積
為 _____ 平方公分。



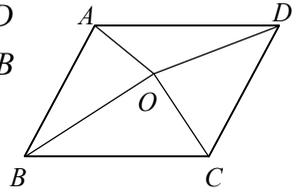
題型 9 平行四邊形截角問題

如右圖， $ABCD$
為平行四邊形。
若 $\overline{ED} \parallel \overline{GF}$ ，
且 $\angle D = 115^\circ$ ，
 $\angle ABE = 42^\circ$ ，
則 $\angle FGB =$ _____ 度。



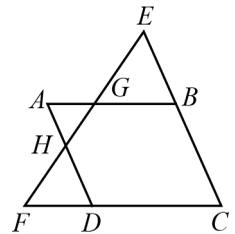
題型 6 平行四邊形的面積

如右圖， O 為 $\square ABCD$
內部的一點。若 $\triangle AOB$
面積為 9， $\triangle COD$
面積為 13， $\triangle AOD$
面積為 8，則 $\triangle BOC$ 面積為 _____。



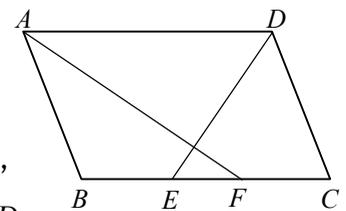
題型 8 三角形與平行四邊形綜合應用

如右圖， $\square ABCD$ 中，
 \overline{EF} 分別交 \overline{AB} 、 \overline{AD}
於 G 、 H 兩點。若 $\angle C$
 $= 66^\circ$ ， $\angle E = 58^\circ$ ，則
 $\angle BGH =$ _____ 度。



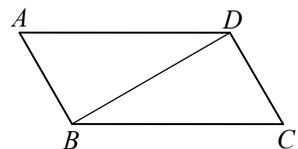
題型 10 平行四邊形截線問題

如右圖， $\square ABCD$
中， \overline{AF} 平分
 $\angle DAB$ ， \overline{DE} 平分
 $\angle ADC$ 。若 $\overline{BF} = 7$ ，
 $\overline{EF} = 3$ ，則 $\square ABCD$
的周長 = _____。



強化練習

1. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{AD} = \overline{BC}$ 。
若 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle CBD = 30^\circ$ ，則 $\angle CDB =$ _____ 度。



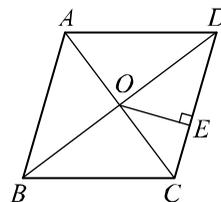
2. (1) $\square ABCD$ 中，兩對角線 \overline{AC} 與 \overline{BD} 相交於 O 點，且 $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ 。若 $\angle B$ 的 4
倍與 $\angle D$ 的 5 倍互補，則 $\angle A + \angle C =$ _____ 度。

(2) $\square ABCD$ 中， $\angle A$ 的 3 倍比 $\angle D$ 的 5 倍多 20° ，則 $\angle C - \angle B =$ _____ 度。

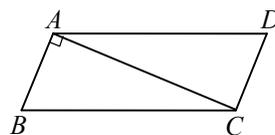
3. (1) $\square ABCD$ 中，已知其周長為 50 公分， \overline{BC} 比 \overline{AB} 的 3 倍少 7 公分，則 $\overline{CD} =$ _____ 公分。
 (2) $\square ABCD$ 中， $\overline{AD} : \overline{AB} = 4 : 3$ ，且 \overline{BC} 和 \overline{CD} 相差 16 公分，則 $\square ABCD$ 的周長為 _____ 公分。

4. $\square ABCD$ 中，若 $\overline{AB} = 3x+4$ ， $\overline{BC} = 5x+2$ ， $\overline{CD} = 5y+3$ ， $\overline{AD} = 6y+5$ ，則 $\square ABCD$ 的周長為 _____。

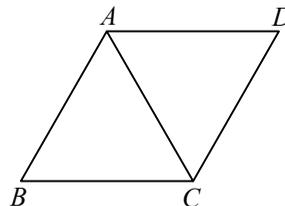
5. 如右圖，若 $\square ABCD$ 的對角線 $\overline{AC} : \overline{BD} = 3 : 4$ ， $\overline{DC} = 20$ ， $\overline{OE} = 9.6$ ，且 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ，則 $\overline{BD} =$ _____， $\overline{AC} =$ _____。



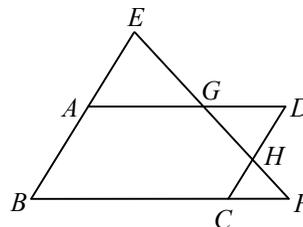
6. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\angle BAD = \angle BCD$ ，且 $\angle B = \angle D$ ， $\overline{AC} \perp \overline{AB}$ 。若 $\overline{AB} = 5$ cm， $\overline{BC} = 13$ cm，則四邊形 $ABCD$ 的面積為 _____ cm^2 。



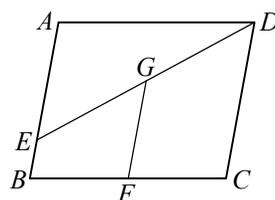
7. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 是由兩個正三角形 ABC 、 ACD 組成。若 $\overline{AC} = 10$ 公分，則四邊形 $ABCD$ 的面積為 _____ 平方公分。



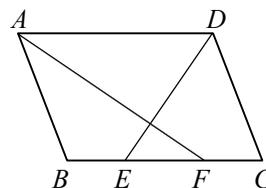
8. 如右圖， $\square ABCD$ 中， \overline{EF} 分別交 \overline{AD} 、 \overline{CD} 於 G 、 H 兩點。若 $\angle B = 58^\circ$ ， $\angle E = 75^\circ$ ，則 $\angle AGF =$ _____ 度。



9. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，若 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AD} = \overline{BC}$ ， $\overline{FG} \parallel \overline{AB}$ ，且 $\angle B = 80^\circ$ ， $\angle ADE = 30^\circ$ ，則 $\angle DGF =$ _____ 度。

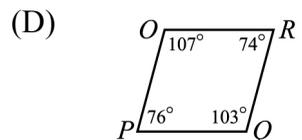
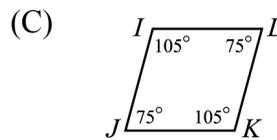
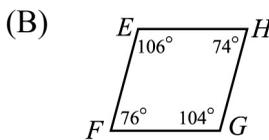
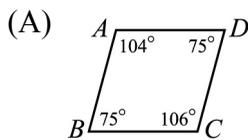


10. 如右圖， $\square ABCD$ 中， \overline{AF} 平分 $\angle DAB$ ， \overline{DE} 平分 $\angle ADC$ 。若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 17$ ，則 $\overline{EF} =$ _____。

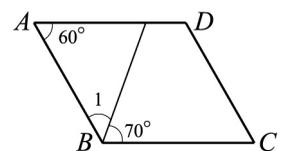
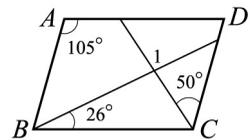


一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

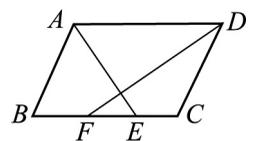
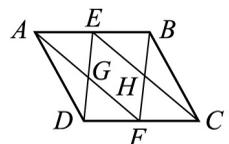
() 1. 試問下列四個四邊形中，哪一個是平行四邊形？

() 2. 平行四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = x+1$ ， $\overline{BC} = 2y+5$ ， $\overline{CD} = 3x-7$ ， $\overline{DA} = 4y-1$ ，則平行四邊形 $ABCD$ 的周長為多少？

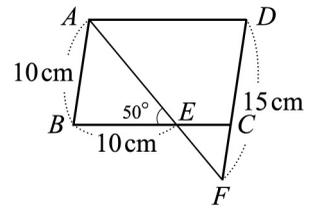
(A) 28 (B) 30 (C) 32 (D) 34

() 3. 若四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，則下列何者不一定成立？(A) $\angle A + \angle B = 180^\circ$ (B) $\angle B + \angle D = 180^\circ$ (C) $\angle A = \angle C$ (D) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ () 4. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，則 $\angle 1 = ?$ (A) 40° (B) 50° (C) 60° (D) 70° () 5. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形，則 $\angle 1 = ?$ (A) 79° (B) 89° (C) 99° (D) 109° 

二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 平行四邊形 $ABCD$ 中，若 $2\overline{AB} = 3\overline{AD}$ ，且 $\overline{CD} - \overline{BC} = 3$ ，則其周長為_____。2. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， \overline{AE} 平分 $\angle BAD$ ， \overline{DF} 平分 $\angle ADC$ 。若 $\angle B = 64^\circ$ ，則 $\angle BFD =$ _____度。3. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， E 、 F 分別為 \overline{AB} 及 \overline{CD} 的中點。已知四邊形 $EFGH$ 的面積為 36 cm^2 ，則 $\triangle ADE$ 的面積為_____ cm^2 。4. 平行四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\angle A = 2\angle B$ ，則 $\angle A =$ _____度， $\angle D =$ _____度。

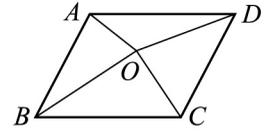
5. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 中，若 $\angle BEA = 50^\circ$ ，
 $\overline{AB} = \overline{BE} = 10$ cm， $\overline{DF} = 15$ cm，則：



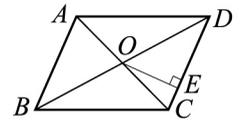
- (1) $\angle DFA =$ _____ 度。
 (2) $\overline{AD} =$ _____ cm。

6. 平行四邊形 $ABCD$ 中，若 $\angle B$ 的 2 倍與 $\angle D$ 的和是 120° ，則 $\angle A =$ _____ 度。

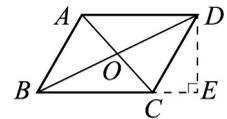
7. 如右圖， O 為平行四邊形 $ABCD$ 內部的一點。若 $\triangle AOB$ 面積為 13， $\triangle COD$ 面積為 15， $\triangle AOD$ 面積為 11，則 $\triangle BOC$ 面積為 _____。



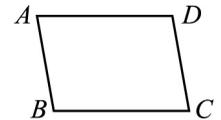
8. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 的周長為 70。若 $\overline{BC} = 25$ ， $\overline{OE} = 8$ ，則平行四邊形 $ABCD$ 的面積為 _____。



9. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} = 16$ ， $\overline{DE} = 10$ ，則 $\triangle AOB$ 的面積 = _____。



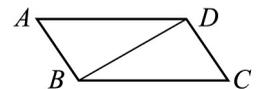
10. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， $\angle A = (5x - 6)^\circ$ ， $\angle C = (3x + 24)^\circ$ ，則：



- (1) $x =$ _____。
 (2) $\angle B =$ _____ 度。

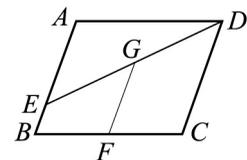
三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， $\angle A = 55^\circ$ ， $\angle CBD = 30^\circ$ ，求 $\angle CDB$ 的度數。

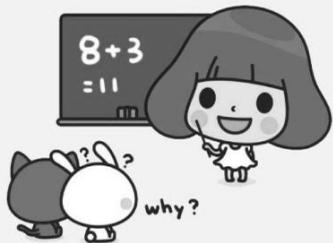


解：

2. 如右圖， $ABCD$ 為平行四邊形， $\overline{FG} \parallel \overline{AB}$ ， $\angle B = 70^\circ$ ， $\angle EDC = 45^\circ$ ，求 $\angle DGF$ 的度數。



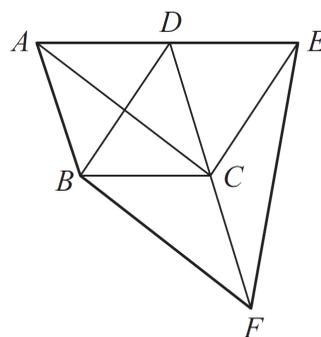
解：



每週一題



如右圖，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形， $\overline{BD} > \overline{CD}$ ，
且 $\overline{CE} \parallel \overline{BD}$ ， $A、D、E$ 三點在同一直線上，
 $\overline{BF} \parallel \overline{AC}$ ， $D、C、F$ 三點在同一直線上，則：



- (1) 判斷四邊形 $BCED$ 是否為平行四邊形？
- (2) 試比較 $\angle CFE$ 與 $\angle CEF$ 的大小。

解

(1) 因為 $ABCD$ 是平行四邊形，

且 $\overline{CE} \parallel \overline{BD}$ ，

所以 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 。

又 $\overline{BC} = \overline{DE}$ ，

故四邊形 $BCED$ 是平行四邊形。

(2) 由 (1) 可知 $BCED$ 是平行四邊形，

在此平行四邊形中，

因為 $\overline{BD} > \overline{CD}$ ，

所以 $\angle BDC > \angle BCD$ 。

故 $\angle CFE < \angle CEF$ 。

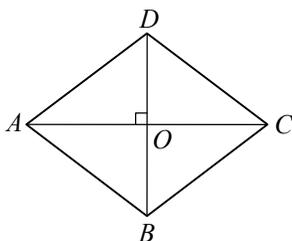
4-3 ➡ 特殊的四邊形

實力養成 重點 1 特殊的平行四邊形

1. 菱形的四邊相等、兩條對角線互相垂直平分，且菱形的面積等於兩條對角線乘積的一半。
2. 箏形的對角線互相垂直，且箏形的面積等於兩條對角線乘積的一半。
3. 長方形（矩形）的四個內角相等，兩條對角線等長且互相平分。
4. 正方形的四個內角、四邊均相等，且兩條對角線互相垂直平分及等長。

題型 1 菱形的性質

如右圖，已知四邊形 $ABCD$ 是菱形， O 是兩條對角線的交點。



若 $OA = 8$ 公分，
 $OD = 6$ 公分，則：

(1) $\frac{AC}{BD} = \frac{\quad}{\quad}$ 公分。

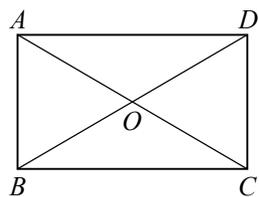
(2) 菱形 $ABCD$ 的周長為 \quad 公分。

(3) 菱形 $ABCD$ 的面積為 \quad 平方公分。

題型 3 矩形的性質

如右圖，已知四邊形 $ABCD$ 是矩形。若

$\frac{AB}{OA} = 8$ 公分，
則：



(1) $\frac{BD}{AD} = \frac{\quad}{\quad}$ 公分。

(2) 矩形 $ABCD$ 的面積為 \quad 平方公分。

題型 2 矩形的判別

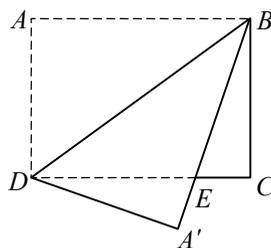
下列各敘述中，哪些是正確的？

- (A) 對角線等長的四邊形是矩形
(B) 有一個角是直角的平行四邊形是矩形
(C) 有三個角是直角的四邊形是矩形
(D) 兩組對邊分別相等的四邊形一定是矩形

答： \quad 。

題型 4 矩形性質的應用

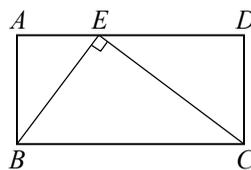
如右圖，在長方形 $ABCD$ 中，沿對角線 BD 摺疊，使 A 點落在 A' 點上。若 $\angle ADB = 55^\circ$ ，則 $\angle DEA' = \quad$ 度。



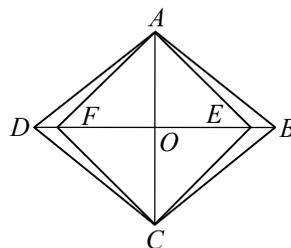
強化練習

1. 下列有關四邊形的敘述，何者不正確？**答**：_____。
- (A) 若一矩形的對角線互相垂直，則此矩形就是正方形
 (B) 平行四邊形的其中一角為直角，則此平行四邊形就是矩形
 (C) 若一菱形的對角線等長，則此菱形就是正方形
 (D) 若一平行四邊形的四邊等長，則此平行四邊形就是正方形

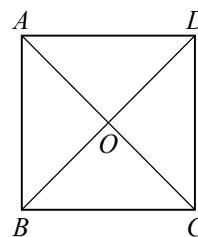
2. 如右圖，長方形 $ABCD$ 中， $\overline{BE} = 15$ 公分， $\overline{CE} = 20$ 公分，則長方形 $ABCD$ 的面積為 _____ 平方公分。



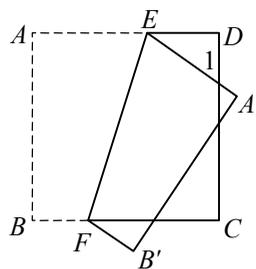
3. 如右圖，菱形 $ABCD$ 中，對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 相交於 O 點。若 $\overline{AO} = 4$ ， $\overline{BE} = \overline{DF} = 1$ ， $\overline{BD} = 10$ ，則四邊形 $AECF$ 面積為 _____。



4. 如右圖，正方形 $ABCD$ 中，兩條對角線相交於 O 點。若 $\overline{AC} = 10$ 公分，則：
- (1) $\angle AOB =$ _____ 度， $\angle OAB =$ _____ 度。
- (2) 正方形 $ABCD$ 的面積為 _____ 平方公分。



5. 如右圖， $ABCD$ 為正方形，沿 \overline{EF} 摺疊後， A 落在 A' 上， B 落在 B' 上。若 $\angle 1 = 56^\circ$ ，則 $\angle EFB' =$ _____ 度。



實力養成 重點 2 梯形的定義及相關性質

1. 梯形：一組對邊平行，而另一組對邊不平行的四邊形。而等腰梯形的兩腰相等。

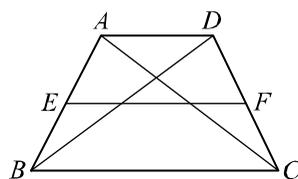
2. 梯形的性質：

(1) 梯形的兩腰中點連線平行於兩底，且其長等於兩底長和的一半

$$\Rightarrow \overline{EF} = \frac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2}$$

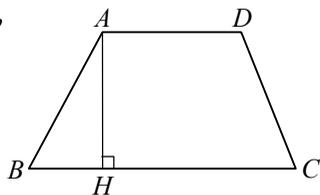
(2) 梯形面積 = $(\overline{AD} + \overline{BC}) \times \text{高} \div 2 = \overline{EF} \times \text{高}$ 。

(3) 過梯形一腰中點作一直線平行於底，則此直線必過另一腰的中點。



題型 1 求兩腰中點連線段長

如右圖， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 。若梯形 $ABCD$ 的面積為 54， $\overline{AH} = 6$ ，則梯形 $ABCD$ 兩腰中點連線段長為_____。

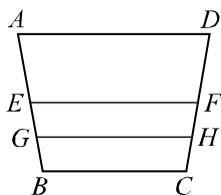


題型 2 利用梯形面積求兩底差

已知一梯形的面積為 312 平方公分，且高為 13 公分。若此梯形的上、下底之比為 3:5，則兩底長相差_____公分。

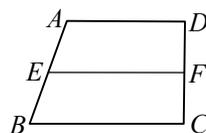
題型 3 梯形兩腰中點連線性質的應用 I

如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， E 、 F 分別為 \overline{AB} 、 \overline{CD} 的中點， G 、 H 分別為 \overline{BE} 、 \overline{CF} 的中點。若 $\overline{AD} = 16$ ， $\overline{BC} = 12$ ，則 $\overline{GH} + \overline{EF} =$ _____。



題型 4 梯形兩腰中點連線性質的應用 II

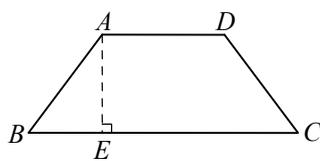
如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， \overline{EF} 為中線。若 $\overline{AD} = 15 \text{ cm}$ ， $\overline{BC} = 25 \text{ cm}$ ，則梯形 $AEFD$ 面積：梯形 $EBCF$ 面積 = _____。



題型 5 等腰梯形的應用 I

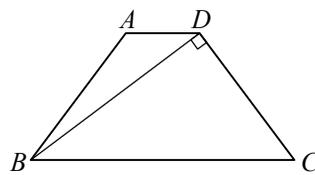
右圖等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 。若 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AD} = 10$ ， $\overline{AE} = 8$ ，則：

- (1) $\overline{CE} =$ _____。
- (2) 梯形 $ABCD$ 的面積為_____。



題型 6 等腰梯形的應用 II

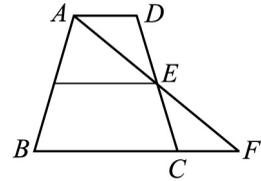
如右圖，梯形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{BD} \perp \overline{CD}$ 。若 $\overline{BC} = 25$ 公分， $\overline{AB} = \overline{CD} = 15$ 公分，則 $\overline{AD} =$ _____公分。



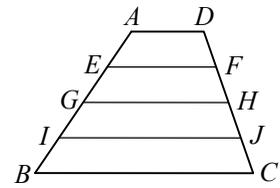
強化練習

1. 若梯形的兩腰中點連線段長 10 公分，高 8 公分，則梯形的面積為_____平方公分。

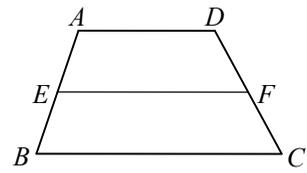
2. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， E 為 \overline{CD} 的中點， \overrightarrow{AE} 和 \overrightarrow{BC} 相交於 F 點。若 $\triangle ABF$ 的面積為 252 平方公分，且梯形 $ABCD$ 的高為 18 公分，則梯形 $ABCD$ 的兩腰中點連線段長為_____公分。



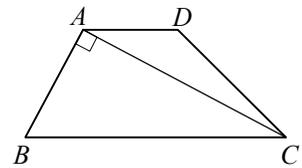
3. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{GH} \parallel \overline{IJ} \parallel \overline{BC}$ ，且 E, G, I 將 \overline{AB} 四等分， F, H, J 將 \overline{CD} 四等分。若 $\overline{GH} = 20$ 公分，則 $\overline{AD} + \overline{EF} + \overline{GH} + \overline{IJ} + \overline{BC} =$ _____公分。



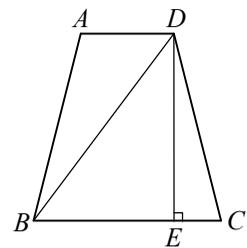
4. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， \overline{EF} 為兩腰中點連線。若 $\overline{AD} = 10$ ， $\overline{BC} = 18$ ，則梯形 $AEFD$ 面積：梯形 $EBCF$ 面積 = _____。



5. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AD} = 5$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，則梯形 $ABCD$ 的面積為_____。

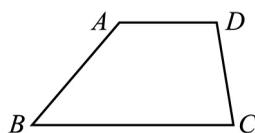


6. 如右圖，等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ ，且 $\overline{AD} = 16$ 公分， $\overline{BC} = 32$ 公分， $\overline{BD} = 40$ 公分，則 $\overline{DE} =$ _____公分。



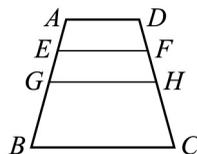
一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- () 1. 兩個完全一樣的梯形一定可合併成下列哪一種四邊形？
(A) 矩形 (B) 平行四邊形 (C) 菱形 (D) 梯形
- () 2. 若梯形面積為 72，且高為 8，則此梯形的兩腰中點連線段長為多少？
(A) 9 (B) 12 (C) 16 (D) 18
- () 3. 有一菱形的兩對角線分別為 10 公分和 24 公分，則此菱形的周長為多少公分？
(A) 120 (B) 52 (C) 60 (D) 34
- () 4. 若等腰梯形的周長為 24，且一腰長為 6，則兩腰中點連線段長為多少？
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9
- () 5. 如右圖，在梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AD} = 6$ ， $\overline{BC} = 11$ ， $\overline{CD} = 5$ ， $\angle B = 50^\circ$ ，則 $\angle D = ?$
(A) 100° (B) 115° (C) 120° (D) 130°

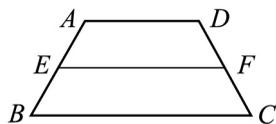


二、填充題：每格 5 分，共 65 分

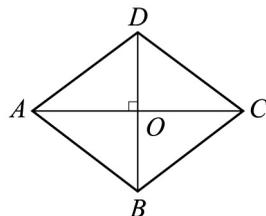
1. 如右圖， $ABCD$ 為梯形， G 、 H 為 \overline{AB} 、 \overline{CD} 的中點， E 、 F 為 \overline{AG} 、 \overline{DH} 的中點，且 $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{BC} = 8$ ，則 $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



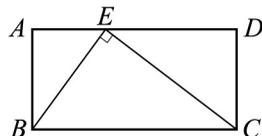
2. 已知一梯形的上底和高相等，且下底是高的兩倍，且面積為 24 平方公分，則此梯形的兩腰中點連線段長為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公分。
3. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， E 、 F 分別為 \overline{AB} 、 \overline{CD} 的中點。若 $\overline{AD} = 6$ cm， $\overline{BC} = 12$ cm，則：
(1) $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ cm。
(2) $\triangle ABC$ 面積： $\triangle ACD$ 面積 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



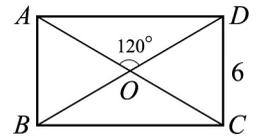
4. 如右圖，已知四邊形 $ABCD$ 是菱形， O 是兩條對角線的交點。
若 $\overline{AC} = 16$ 公分， $\overline{BD} = 12$ 公分，則：
(1) 菱形 $ABCD$ 的周長為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公分。
(2) 菱形 $ABCD$ 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方公分。



5. 如右圖，長方形 $ABCD$ 中， $\overline{BE} = 18$ 公分， $\overline{CE} = 20$ 公分，則長方形 $ABCD$ 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方公分。



6. 如右圖，矩形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{CD} = 6$ 公分，且兩條對角線的夾角是 120° ，則對角線為_____公分。



7. 根據四邊形的對角線特性，回答下列問題：

(A) 菱形 (B) 正方形 (C) 平行四邊形 (D) 矩形 (E) 等腰梯形

(1) 哪些四邊形的對角線均互相垂直？答：_____。

(2) 哪些四邊形的對角線均互相平分？答：_____。

(3) 哪些四邊形的對角線等長？答：_____。

8. 下列各敘述中，哪些是正確的？答：_____

(A) 對角線等長的四邊形是矩形

(B) 有一個角是直角的平行四邊形是矩形

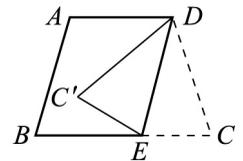
(C) 有三個角是直角的四邊形是矩形

(D) 兩組對邊分別相等的四邊形一定是矩形

(E) 有一組鄰邊相等的平行四邊形是菱形

9. 如右圖， $ABCD$ 為等腰梯形， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\angle A = 108^\circ$ 。

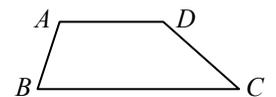
若將 C 點摺至 C' 點，使 $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ，則 $\angle C'DE =$ _____ 度。



三、計算題：每題 5 分，共 10 分

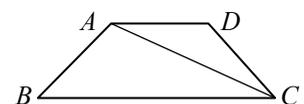
1. 右圖梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} = 9$ ， $\overline{BC} = 16$ ， $\overline{CD} = 7$ ， $\angle B = 75^\circ$ ，則 $\angle D = ?$

解：



2. 如右圖， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ 。若 $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{BC} = 16$ ， $\overline{AC} = 13$ ，則梯形 $ABCD$ 的面積為何？

解：

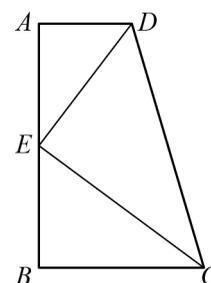




每週一題



如右圖， $ABCD$ 為梯形， $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{AD} = 9$ ， $\overline{BC} = 16$ ， E 為 \overline{AB} 中點， \overline{CE} 為 $\angle BCD$ 的角平分線， \overline{ED} 為 $\angle ADC$ 的角平分線，試回答下列問題：



- (1) 梯形 $ABCD$ 面積 = ?
- (2) $\overline{AD}^2 + \overline{AE}^2 + \overline{BE}^2 + \overline{BC}^2 = ?$

解

(1) 梯形

(2) 因為

又

得

故

即

所以

故

第四冊

第 1 章 數列與等差級數

1-1 等差數列

1 實力養成重點 1

題型① (1) 8 ; (2) 41 , 35

題型② (1) 3 , 6 , 30 , 60 ; (2) $3n$, 82

題型③ 1

題型④ 205

● 強化練習

1. (1) 120 ; (2) 85 , 70

2. (1) 1 , 3 , 19 , 39 ; (2) $2n-1$, 93

3. 8

4. 35

2 實力養成重點 2

題型① (1) 是 , 公差 = 0 ; (2) 不是

題型② (1) 9 ; (2) -5 , -10 , -20

題型③ (1) -4 , -2 ; (2) $-4n+14$; (3) 不是

題型④ 39

● 強化練習

1. (1) 是 , 公差 = 1 ; (2) 是 , 公差 = $\frac{1}{3}$; (3) 不是

2. (1) 5 , 1 , 0 ; (2) 3 , 3 ; (3) 6 , 10 , 18

3

3. (1) 34 ; (2) $4n-2$; (3) 是 , 第 26 項

4. (1) 25 ; (2) 20

4 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. A 2. B 3. D 4. C 5. A

二、填充題

1. (1) 9 , -3 ; (2) 23 , 39 2. 43

5 3. 37 4. 24 5. 15 6. -2 7. 21 8. 37

三、計算題

1. 觀察圖形可發現

排 1 個六邊形需要 6 根牙籤 ,

排 2 個六邊形需要 11 根牙籤 ,

排 3 個六邊形需要 16 根牙籤 , ……

如此可形成一首項 a_1 為 6 ,

公差 d 為 5 的等差數列

由題意可知 $a_n = 116$,

故 $116 = 6 + (n-1) \times 5 \Rightarrow n = 23$ ……………答

2. 第一天騎 10 公里 , 列為 $a_1 = 10$,

每一天比前一天多騎 3 公里 , 即公差 $d = 3$,

共騎 73 公里 ,

可依題意列式 $a_n = 10 + (n-1) \times 3 = 73$

$(n-1) \times 3 = 63$, $n-1 = 21$, $n = 22$ (天) ……………答

6 每週一題

(1) 由題意及觀察規律可知 ,

奇數列最左邊的數為該列最大的數 , 且越往右 ,

數越小 , 因此第 11 列比 A 小的數有 8 個 ,

故在第 1 列到第 11 列中 ,

比 a 小的數共有 $10^2 + 8 = 108$ (個)。

(2) 將首項 $a_1 = 1$, 公差 $d = 2$ 代入可得

$A = a_1 + 108d = 1 + 108 \times 2 = 217$

1-2 等差級數

7 實力養成重點 1

題型① 21

題型③ 590

題型⑤ 675

題型⑦ 308

題型② -110

題型④ 4

題型⑥ 4 , 82

題型⑧ 11 , 32

8 題型⑨ (1) 13 ; (2) 12 , 288

題型⑩ (1) 139 ; (2) 1640

題型⑪ $10x$

題型⑫ 12

● 強化練習

1. (1) -1050 ; (2) -45 2. (1) 210 ; (2) -65

3. 4 4. 30 5. 3 , 34 9 6. 360 7. 12 , 46

8. (1) 14 ; (2) 13 , 169 9. 29 10. $5x$ 11. 400

10 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. D 2. D 3. B 4. B

二、填充題

1. 144 2. 315 3. 16 4. -112 5. 100 6. 143

11 三、計算題

1. $a_1 = 1$, $d = 3 - 1 = 2$,

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} [2 + (n-1) \times 2] > 900$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} \times 2n > 900$$

$$\Rightarrow n^2 > 900$$

因為 $30^2 = 900$, 所以至少要加到第 31 項 …………… 答

2. 依題意得 $a_1 = 15$, $d = 3$, $n = 20$,

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2 \times 15 + (20-1) \times 3]$$

$$= 10 (30 + 57)$$

$$= 10 \times 87$$

$$= 870$$

則此活動中心的座位共有 870 個 ,

學生共有 850 個 , $870 > 850$,

故此活動中心的座位足夠學生們皆有座位使用

答 : 足夠

1-3 等比數列

12 實力養成重點 1

題型① (1) 是 , 公比 = 1 ; (2) 不是

題型② (1) 16 ; (2) 5 , -5 , -5

題型③ (1) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$; (2) $27 \times (\frac{1}{3})^{n-1}$; (3) 不是

題型④ 48

● 強化練習

1. (1) 是 , 公比 = 3 ; (2) 不是

13

2. (1) 6 , 6 , 6 ; (2) -8 , -32 , 64 ; (3) 216 , 144 , 64

3. (1) 16 ; (2) $81 \times (\frac{2}{3})^{n-1}$; (3) 是 , 第 8 項

4. 7

14 實力養成重點 2

題型① (1) 5 ; (2) -24

題型② (1) 4 ; (2) -1 ; (3) 6 , 8

題型③ (1) ±5 ; (2) 49

題型④ (1) 4 或 $-\frac{3}{2}$; (2) 60 , 60

● 強化練習

1. (1) 5 ; (2) 81

2. (1) 10 ; (2) 4 或 $-\frac{7}{3}$

3. 4 , 30

4. 20 , 20

15 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. B 2. B 3. D 4. A 5. C

二、填充題

1. (1) 20 , -160 ; (2) 243 , 1 2. -96

16 3. 6 4. ±3 5. 8 6. ±20 7. 28 8. 81

三、計算題

1. 假設第一排座位數量為 a_1 , 最後一排為 a_{45} ,

$$\text{總座位數量} = \frac{45(a_1 + a_{45})}{2},$$

且 a_{23} 為 a_1 、 a_{45} 的等差中項, 即 $\frac{a_1 + a_{45}}{2} = a_{23}$,

$$\frac{45(a_1 + a_{45})}{2} = 45 \times a_{23} = 45 \times 30 = 1350 \text{ (個)} \cdots \cdots \text{答}$$

2. 初始為 2 隻細菌, 列為 $a_1 = 2$,
每經過一小時就會一分為三, 即公比 $r = 3$,
則五小時後的細菌數

$$a_6 = 2 \times 3^{6-1} = 2 \times 3^5 = 2 \times 243 = 486 \text{ (隻)} \cdots \cdots \text{答}$$

17 每週一題

(1) 由依霖的說法可知

$$\begin{aligned} a_{13} &= \frac{1}{2} \times (a_1 + a_{25}) \\ &= \frac{1}{2} \times (a_2 + a_{24}) \\ &= \frac{1}{2} \times (5 + 71) \\ &= 38 \end{aligned}$$

(2) 由陳平與浩南兩人的說法可知

$$b_3 + c_{23} = 19, b_{23} + c_3 = -3,$$

$$\text{又 } b_1 + b_{25} = b_3 + b_{23}, c_1 + c_{25} = c_3 + c_{23},$$

$$\begin{aligned} \text{所求} &= \frac{(b_1 + b_{25}) \times 25}{2} + \frac{(c_1 + c_{25}) \times 25}{2} \\ &= \frac{(b_3 + b_{23}) \times 25}{2} + \frac{(c_3 + c_{23}) \times 25}{2} \\ &= \frac{(b_3 + b_{23} + c_3 + c_{23}) \times 25}{2} \\ &= \frac{[(b_3 + c_{23}) + (c_3 + b_{23})] \times 25}{2} \\ &= \frac{[19 + (-3)] \times 25}{2} \\ &= 200 \end{aligned}$$

故兩人所寫的數字之和為 200。

第 2 章 函數及其圖形**2-1 一次函數及函數圖形與應用****18 實力養成重點 1**

題型① 否

題型② (B)

題型③ (1) $y = 4x - 3$; (2) 是題型④ $xy = 20$

題型⑤ (1) 12 ; (2) 240

題型⑥

購買的瓶數(瓶)	1	2	3	4
錢數(元)	25	50	75	100
購買的瓶數(瓶)	5	6	7	8
錢數(元)	125	150	175	200

19 強化練習

1. (1) 是 ; (2) 否

2. 乙、丙

3. (1) $y = 2(x - 5)^2 + 7$; (2) 15

4. 是

5. (1) 65 ; (2) 是

6. (1) 225 ; (2) 12

7.

邊長 x (公分)	2	3	5	6	7	9
面積 y (平方公分)	4	9	25	36	49	81

20 實力養成重點 2

題型① 9

題型② $\frac{8}{3}$

題型③ (1) 2.3 , 0 ; (2) -11.5

題型④ -7

題型⑤ 1. 10 2. 10

題型⑥ 1

● 強化練習

1. 7 2. $-\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{2}$, 7 3. 1 4. 4 5. 0 6. 2**21 實力養成重點 3**

題型① (B)

題型② (A)

題型③ 5

題型④ (2, 0) , (0, 5)

題型⑤ $-\frac{7}{2}x + 5$

題型⑥ 120

題型⑦ $-\frac{3}{2}$

題型⑧ (0, -3)

22

題型⑨ 四

題型⑩ 三

題型⑪ (1) $4x - 7$; (2) $(\frac{7}{4}, 0)$ 、 $(0, -7)$; (3) $\frac{49}{8}$

題型⑫ 79

題型⑬ 6

● 強化練習

1. (B)(D)(E) 2. 3

23 3. (-4, 0) , (0, -3) 4. $-2x + 2$ 5. 9

6. 3 7. (1, 6) 8. 一、三、四 9. 四

10. $2x + 3$, $\frac{9}{4}$ 11. 50 12. $\frac{19}{2}$

24 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. C 2. D 3. B 4. D 5. C 6. C

二、填充題

1. 19 2. 13 3. (1) 65; (2) 下午一點

25 4. 59 5. -2 6. 0 7. 15 8. -6 9. 3

10. -13

三、計算題

1. 任取 $y=2x+3$ 的兩組解：

x	-1	0
y	1	3

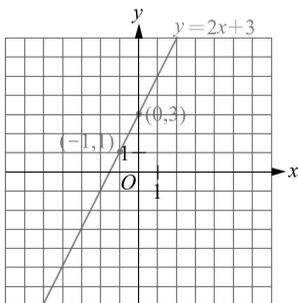
過 $(-1, 1)$ 和 $(0, 3)$

畫一直線，

即為一次函數

$y=2x+3$ 的圖形，

如右圖。



2. 設通話 x 秒時，費用為 y 元，
且 300 秒以後符合函數 $y=ax+b$ ，
將 $(500, 190)$ 和 $(800, 250)$ 代入，

$$\begin{cases} 190=500a+b \\ 250=800a+b \end{cases}$$

解得 $a=0.2, b=90$ ，

故 $y=0.2x+90$ 。

當 $x=1200$ 時， $y=0.2 \times 1200 + 90 = 330$ ，

故通話 1200 秒需花費 330 (元)……………答

26 每週一題

(1) $63-36=27, 72-27=45, 54-45=09,$
 $90-09=81, 81-18=63, \dots,$
故 $x=36$ 時的函數值 $y_1=5$ 。

(2) $321-123=198, 981-189=792,$
 $972-279=693, 963-369=594,$
 $954-459=495, 954-459=495, \dots,$
故定值為 495，
且 $x=123$ 時的函數值 $y_2=5$ 。

27 每週一題

(1) 設一次函數為 $y=ax+b$ ，
將 $(60, 130)$ 和 $(90, 170)$ 分別代入 $y=ax+b$ ，

$$\begin{cases} 130=60a+b \dots \textcircled{1} \\ 170=90a+b \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ 得 } 30a=40, a=\frac{4}{3},$$

$$\text{將 } a=\frac{4}{3} \text{ 代入 } \textcircled{1} \text{ 得 } 130=60 \times \frac{4}{3} + b$$

$$\Rightarrow 130=80+b, b=50,$$

$$\text{將 } a=\frac{4}{3}, b=50 \text{ 代入 } y=ax+b,$$

$$\text{得 } y=\frac{4}{3}x+50.$$

(2) 將 $x=198$ 代入 $y=\frac{4}{3}x+50$ ，

$$\text{得 } y=\frac{4}{3} \times 198 + 50 = 314,$$

故運費 314 元。

第 3 章 三角形的性質與尺規作圖

3-1 內角與外角

28 實力養成重點 1

題型 ① 80

題型 ② 160

題型 ③ (1) 160, 20; (2) 十二

題型 ④ 30

● 強化練習

1. 70 2. 八 3. 18

29 實力養成重點 2

題型 ① (1) 55, 35; (2) 86, 94

題型 ② 140, 140

題型 ③ (1) 405; (2) 35

題型 ④ 540

● 強化練習

1. 150 2. 120, 60 3. 30 4. 268

30 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. B 2. B 3. D 4. B 5. D

二、填充題

1. 140 2. 30 3. 55 4. (1) 160, 75; (2) 360

31 5. 100 6. 30 7. 65 8. 230 9. 100 10. 3

11. 九

三、計算題

1. $\frac{180 \times (n-2)}{n} > 135$

$$\Rightarrow 180n - 360 > 135n \Rightarrow 45n > 360 \Rightarrow n > 8$$

故 n 的最小值為 9……………答

2. $7s+3s+8s=180, 18s=180, s=10$

$$\angle A = 7 \times 10^\circ = 70^\circ$$

$$\angle B = 3 \times 10^\circ = 30^\circ$$

$$\angle C = 8 \times 10^\circ = 80^\circ$$

答： $\angle A=70^\circ, \angle B=30^\circ, \angle C=80^\circ$

32 每週一題

(1) $\angle BAJ=90^\circ - \angle JAE = \angle CAE=25^\circ$ ($\because ABDE$ 與 $AFGC$ 皆正方形)

在 $\triangle ABJ$ 中，由外角定理知

$$\angle BJF = \angle JBA + \angle BAJ = 90^\circ + 25^\circ = 115^\circ$$

(2) 因為 $\overline{AH} = \overline{HC}$ ，

所以 $\angle HCA = \angle HAC = 25^\circ$

在 $\triangle ACI$ 中，由外角定理知

$$\angle HIJ = \angle CAI + \angle ACI = 90^\circ + 25^\circ = 115^\circ$$

3-2 基本尺規作圖

33 實力養成重點 1

題型 ① (1)



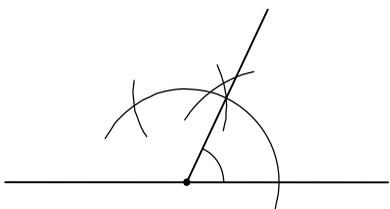
\overline{AC} 即為所求。

(2)

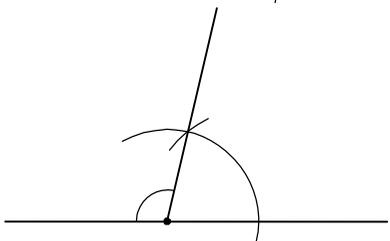


\overline{AD} 即為所求。

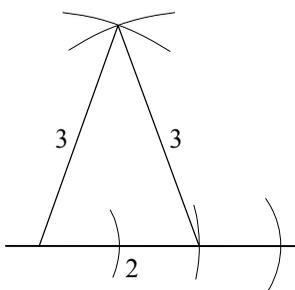
題型② (1)



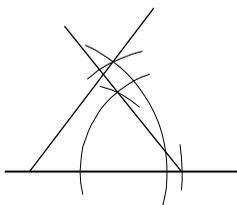
(2)



題型③



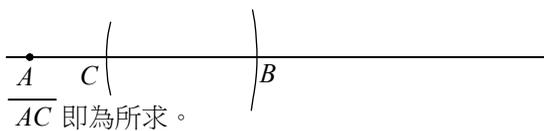
題型④



34

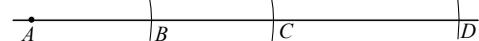
● 強化練習

1. (1)



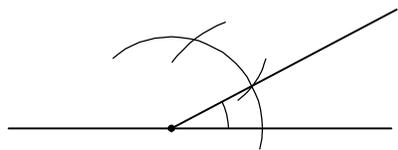
AC 即為所求。

(2)

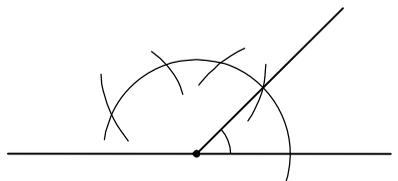


AD 即為所求。

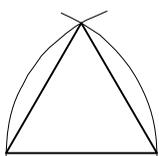
2. (1)



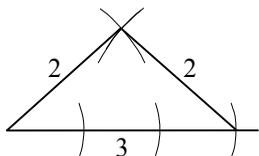
(2)



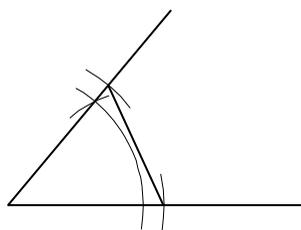
3.



4.



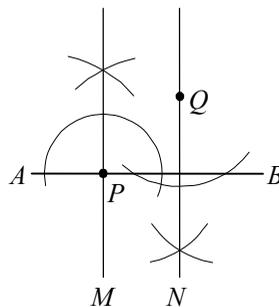
5.



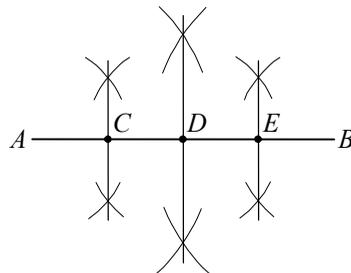
35 實力養成重點 2

題型① (A)

題型②



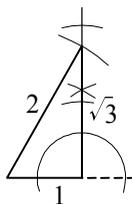
題型③



題型④ (1) 15 ; (2) 4

題型⑤ 3

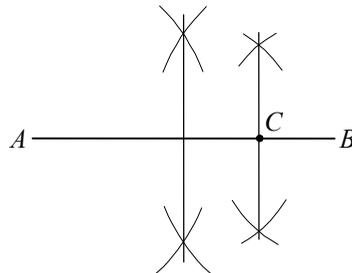
題型⑥



36 ● 強化練習

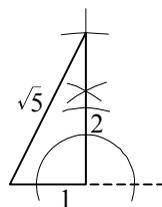
1. (B)

2.



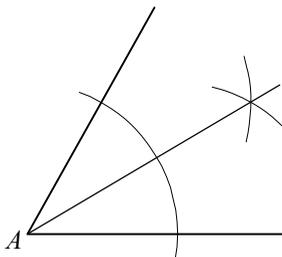
3. (1) 31 ; (2) 5 4. 3

5.



37 實力養成重點 3

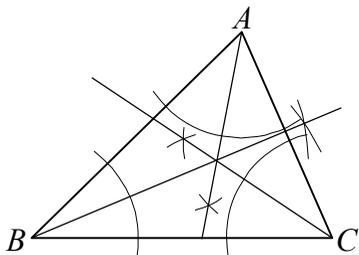
題型 1



題型 2 (1) 22.5 ; (2) 33.75

● 強化練習

1.



2. (1) 30 ; (2) 15 ; (3) 45

38 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. D 2. C 3. C 4. D 5. C

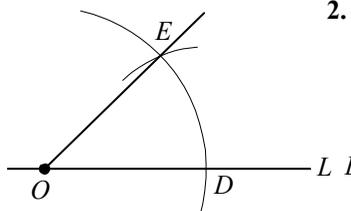
二、填充題

1. 甲 2. 無限多, 1 **39** 3. (1) 30 ; (2) 15 ; (3) 45

4. (1) (C) ; (2) (B) ; (3) (A) ; (4) (D) 5. 3 6. 2 7. 7

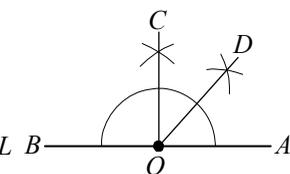
三、計算題

1.



$\angle EOD$ 即為所求

2.



$\angle AOD$ 即為所求

40 每週一題

(1) 因為由①可知 $\overline{AB} = \overline{AD}$,
由②可知 $\overline{BC} = 2\overline{AB} = \overline{DC}$,
所以四邊形 $ABCD$ 為等腰梯形,
故 AC 垂直平分 BD .

(2) 由直角 $\triangle ABE$ 可知,

$$\overline{AE} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BE}^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2} = \sqrt{8} .$$

同理, 由直角 $\triangle CBE$ 可知,

$$\begin{aligned} \overline{CE} &= \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{BE}^2} \\ &= \sqrt{(3 \times 2)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{35} . \end{aligned}$$

則 $2\overline{AE} = 2\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 8} = \sqrt{32} \neq \sqrt{35} = \overline{CE}$,
故 \overline{CE} 長度不是 \overline{AE} 長度的 2 倍。

3-3 三角形全等

41 實力養成重點 1

題型 1 0

題型 2 30

題型 3 (1) 4, 5 ; (2) 16

題型 4 SAS

42

題型 5 (1) 是 ; (2) $6 + 2\sqrt{3}$

題型 6 40 或 140

題型 7 (1) $(-6, 16)$; (2) 136

題型 8 在 $\triangle ABP$ 與 $\triangle CDP$ 中

$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$ (皆為長方形 $ABCD$ 的寬)

$\angle B = \angle D = 90^\circ$ (長方形 $ABCD$ 的內角)

$\angle APB = \angle CPD$ (對頂角相等)

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle CDP$ (AAS 全等性質)

$\therefore \overline{AP} = \overline{CP}$ (對應邊相等)

● 強化練習

1. ASA 2. 105 3. 16

43 4. 80 5. 180 6. 24 7. 15, 23

8. 在 $\triangle ABE$ 與 $\triangle CDF$ 中

$\therefore \overline{AB} \perp \overline{BD}$, $\overline{CD} \perp \overline{BD}$

$\therefore \angle ABE = \angle CDF = 90^\circ$

又 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$ (已知)

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (RHS 全等性質)

故 $\overline{BE} = \overline{DF}$.

利用等量減法公理得

$$\overline{BF} = \overline{BE} - \overline{EF} = \overline{DF} - \overline{EF} = \overline{DE} .$$

44 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. B 2. C 3. D 4. A 5. D

二、填充題

1. SSS, $\angle F$ 2. AAS 3. RHS **45** 4. SAS, 70

5. 40 6. 4 7. (1) 3, 5 ; (2) 14

8. (1) $(-5, 17)$; (2) 169

三、計算題

1. $\therefore \angle A = \angle D$, $\overline{AO} = \overline{DO}$,

$\angle AOB = \angle DOC$ (對頂角相等)

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle DCO$ (ASA 全等性質)

2. $\therefore \overline{AD} = \overline{CD}$, 且 $\angle A = \angle C = 90^\circ$, $\overline{BD} = \overline{BD}$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD$ (RHS 全等性質)

故 $\angle CDB = 90^\circ - \angle CBD = 90^\circ - \angle ABD$

$$= 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ .$$

46 每週一題

(1) 在 $\triangle ABE$ 與 $\triangle AGC$ 中,

因為四邊形 $AEDC$ 與四邊形 $ABFG$ 為正方形,

所以 $\overline{AC} = \overline{AE}$, $\overline{AB} = \overline{AG}$,

又 $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$, $\angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 3$,

得 $\angle EAB = \angle CAG$,

故 $\triangle ABE \cong \triangle AGC$ (SAS 全等性質) .

(2) 由 (1) 可知,

$$\overline{BE} = \overline{CG} = \sqrt{\overline{CF}^2 + \overline{FG}^2} = \sqrt{7^2 + 4^2} = \sqrt{65} .$$

3-4 全等三角形的應用

47 實力養成重點 1

- 題型① 90 題型② 36
 題型③ $6, \frac{14}{5}$ 題型④ 11
 題型⑤ $6\sqrt{5} + 2\sqrt{13}$ 題型⑥ 20, 20

48 強化練習

1. 110 2. 38, 19 3. 11 4. 4, 36 5. 9 6. 25, 25

49 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. D 2. A 3. C 4. D 5. B

二、填充題

1. (1) 6; (2) 54 2. 25 3. 25, 40 50 4. 75, 37.5
 5. 5 6. 70, 300 7. 150 8. 9.6 9. $3\sqrt{3}$

三、計算題

1. 作 $\overline{DE} \perp \overline{AB}$, 交 \overline{AB} 於 E 點,

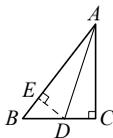
$$\overline{AB} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

$$\therefore \overline{AD} \text{ 平分 } \angle BAC \quad \therefore \text{令 } \overline{CD} = \overline{DE} = x$$

$$\triangle ABC \text{ 面積} = \triangle ACD \text{ 面積} + \triangle ABD \text{ 面積}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 8 \times x + \frac{1}{2} \times 10 \times x$$

$$\Rightarrow 24 = 9x \Rightarrow x = \frac{8}{3} \dots \dots \dots \text{答}$$



2. $\therefore D$ 到 A 與到 B 的距離相等

$\therefore D$ 在 \overline{AB} 的中垂線上

$\therefore M$ 為 \overline{AB} 的中垂線

$$\therefore \overline{BE} = \overline{AE} = 12, \overline{BD} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周長} = (12 + 12) + (13 + 11) + 9 = 24 + 24 + 9 = 57$$

答: 57

51 每週一題

- (1) 連接 \overline{DN} , 因為 $\overline{MN} \perp \overline{CD}$ 且 M 為 \overline{CD} 的中點,

所以 \overline{MN} 為 \overline{CD} 的中垂線,

$$\text{即 } \overline{DN} = \overline{CN} = x,$$

又 $\angle C = 45^\circ$, 所以 $\angle DNC = 180^\circ - 45^\circ \times 2 = 90^\circ$ 。

因為 \overline{AD} 平行 \overline{BC} , 所以 $\angle ADN = 90^\circ$ 。

由上述可知 $ABND$ 為矩形,

$$\overline{AD} = \overline{BN} = 160 - x, \overline{AB} = \overline{DN} = x,$$

$$\begin{aligned} \text{則梯形公園面積} &= \frac{(\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AB}}{2} \\ &= \frac{(160 - x + 160) \times x}{2} \\ &= \frac{320x - x^2}{2} \text{ (平方公尺)} \end{aligned}$$

- (2) 由題意可知 $\frac{320x - x^2}{2} = 11000$

$$x^2 - 320x + 22000 = 0, (x - 220)(x - 100) = 0$$

$$x = 220 \text{ (不合) 或 } 100$$

3-5 三角形的邊角關係

52 實力養成重點 1

- 題型① (1) $14 < y < 36$; (2) 23
 題型② (1, 5, 5)、(3, 4, 4)、(5, 3, 3)
 題型③ $\angle C > \angle A > \angle B$

題型④ $>$

53 強化練習

1. 6、7、8、9、10、11、12、9 2. $\angle F > \angle D > \angle E$
 3. $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$ 4. 25 5. $<$

54 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. C 2. A 3. D 4. C 5. D

二、填充題

1. \overline{BC} 2. $\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{AC}$ 3. 18

- 55 4. (1) $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$; (2) $\angle A > \angle B > \angle C$

5. 3, 11 6. $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$ 7. (1) $>$; (2) $>$

三、計算題

1. $\triangle ABC$ 中, $x + 19 > 24$ 且 $x < 24 + 19$,
 $\Rightarrow 5 < x < 43 \dots \dots \text{①}$

- $\triangle ACD$ 中, $x + 14 > 17$ 且 $x < 17 + 14$,
 $\Rightarrow 3 < x < 31 \dots \dots \text{②}$

$\therefore x$ 須同時滿足①、②

$$\therefore 5 < x < 31$$

$\therefore x$ 為正整數

$\therefore x$ 可能的值為 6、7、8、9、10、……、30,
 共有 25 個 $\dots \dots \dots$ 答

56 每週一題

- (1) 在 $\triangle BFE$ 中,

$$\therefore \overline{BF} > \overline{EF}$$

$\therefore \angle E > \angle FBE$ (大邊對大角)

- (2) 依題意,

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DBE$$

$$\therefore \angle C = \angle E$$

且 $\angle ABC = \angle DBE$

$$\Rightarrow \angle ABC - \angle DBF = \angle DBE - \angle DBF$$

$$\Rightarrow \angle ABD = \angle FBE \dots \dots \dots \text{①}$$

由(1)結果和①可推得 $\angle C = \angle E > \angle FBE = \angle ABD$

$$\Rightarrow \angle C > \angle ABD \dots \dots \dots \text{②}$$

在 $\triangle ABD$ 中, $\angle ADB = \angle C + \angle DBC$ (外角定理)

$$\Rightarrow \angle ADB > \angle C \dots \dots \dots \text{③}$$

由②、③可推得 $\angle ADB > \angle ABD$

故 $\overline{AB} > \overline{AD}$ 。

第 4 章 平行與四邊形

4-1 平行線

57 實力養成重點 1

- 題型① 14
 題型② 45
 題型③ 180
 題型④ 90

58 題型 5 35

題型 6 65, 95

題型 7 115

題型 8 150

題型 9 50

題型 10 (1) 54; (2) 18

• 強化練習 -----

1. (1) ① 80, 60; ② 55 2. 10 59 3. 37 4. 138
5. 23 6. 65 7. 25 8. 130 9. 100 10. 117, 81

60 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. D 2. C 3. C 4. A 5. D

二、填充題

1. (1) $\angle 7$; (2) $\angle 5$; (3) $\angle 4$ 2. 72 3. 70

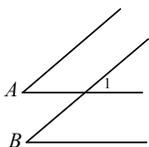
61 4. 70 5. 215 6. 15, 55 7. 48, 8 8. 9, 27

三、計算題

1. (1) $\because \angle A$ 與 $\angle 1$ 為同位角

$$\therefore \angle 1 = \angle A = 60^\circ$$

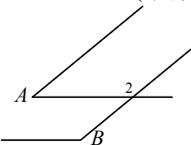
又 $\angle 1$ 與 $\angle B$ 為同位角, 故 $\angle B = \angle 1 = 60^\circ$



(2) $\because \angle A + \angle 2 = 180^\circ$ (同側內角互補)

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

又 $\angle 2 = \angle B$ (同位角相等), 故 $\angle B = 120^\circ$



答: 60° 或 120°

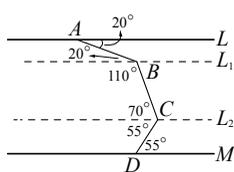
2. 過 B 、 C 兩點

分別作 $L_1 \parallel L_2 \parallel L \parallel M$,

如右圖,

可知 $x = 70 + 55 = 125$

答: 125



62 每週一題

(1) 因為 \overline{AG} 為 $\triangle ABC$ 的高

所以 \overline{AG} 與 \overline{BC} 垂直

又 \overline{AD} 與 \overline{AG} 垂直, 故 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 。

(2) 因為 $\triangle ABC$ 沿 \overline{BC} 方向平移得 $\triangle DEF$,

所以 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$,

又 $\angle BAC = \angle EDF = 60^\circ$, $\angle ACB = \angle DFE = 40^\circ$

故 $\angle DEF = 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ = 80^\circ$,

又因為 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, 故 $\angle ADE = \angle DEF = 80^\circ$ 。

4-2 平行四邊形

63 實力養成重點 1

題型 1 60

題型 2 (1) 150; (2) 120

題型 3 (1) 28; (2) 40

題型 4 (1) 5, 2; (2) 66

64 題型 5 (1) 5; (2) 8.5

題型 6 14

題型 7 $18\sqrt{3}$

題型 8 124

題型 9 107

題型 10 36

• 強化練習 -----

1. 90 2. (1) 320; (2) 50 65 3. (1) 8; (2) 224

4. 60 5. 32, 24 6. 60 7. $50\sqrt{3}$ 8. 133 9. 130

10. 7

66 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. C 2. C 3. B 4. B 5. C

二、填充題

1. 30 2. 148 3. 36 4. 120, 60

67 5. (1) 50; (2) 15 6. 140 7. 17 8. 160

9. 40 10. (1) 15; (2) 111

三、計算題

1. $\angle ADB = \angle CBD = 30^\circ$

因為 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, 所以 $\angle ABD = \angle CDB$

$$\angle CDB = \angle ABD = 180^\circ - \angle A - \angle ADB$$

$$= 180^\circ - 55^\circ - 30^\circ$$

$$= 95^\circ \dots\dots\dots \text{答}$$

2. $\angle A = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

$$\angle ADC = \angle ABC = 70^\circ$$

$$\angle ADE = 70^\circ - \angle EDC = 70^\circ - 45^\circ = 25^\circ$$

$$\therefore \angle DGF = \angle DEB$$

$$= \angle A + \angle ADE$$

$$= 110^\circ + 25^\circ$$

$$= 135^\circ \dots\dots\dots \text{答}$$

68 每週一題

(1) 因為四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形,

且 A 、 D 、 E 三點在同一直線上

所以 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$

又 $\overline{CE} \parallel \overline{BD}$,

故四邊形 $BCED$ 為平行四邊形。

(2) 由(1)同理可知,

四邊形 $ABFC$ 亦為平行四邊形,

在 $\triangle CFE$ 中,

因為 $\overline{CF} = \overline{AB} = \overline{DC}$, 且 $\overline{BD} > \overline{CD}$

所以 $\overline{CE} = \overline{BD} > \overline{CD} = \overline{CF}$

故 $\angle CFE > \angle CEF$ (大邊對大角性質)。

4-3 特殊的四邊形

69 實力養成重點 1

題型 1 (1) 16, 12; (2) 40; (3) 96

題型 2 (B)(C)

題型 3 (1) 16, $8\sqrt{3}$; (2) $64\sqrt{3}$

題型 4 70

70 • 強化練習 -----

1. (D) 2. 300 3. 32 4. (1) 90, 45; (2) 50 5. 107

71 實力養成重點 2

題型① 9 題型② 12 題型③ 27
 題型④ 7:9 題型⑤ (1) 16; (2) 128 題型⑥ 7

72 • 強化練習 -----

1. 80 2. 14 3. 100 4. 3:4 5. 36 6. 32

73 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. B 2. A 3. B 4. A 5. A

二、填充題

1. 5 2. 6 3. (1) 9; (2) 2:1 4. (1) 40; (2) 96

5. 360 **74** 6. 12

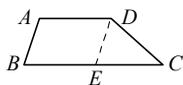
7. (1) (A)(B); (2) (A)(B)(C)(D); (3) (B)(D)(E)

8. (B)(C)(E) 9. 36

三、計算題

1. 過 D 點作 $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$,

交 \overline{BC} 於 E 點,



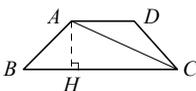
則 $\overline{BE} = 9$, $\overline{CE} = 16 - 9 = 7 = \overline{CD}$

$\therefore \angle CDE = \angle CED = \angle B = 75^\circ$

$\Rightarrow \angle ADC = \angle ADE + \angle CDE = 75^\circ + 75^\circ = 150^\circ \dots$ 答

2. 作 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 交 \overline{BC} 於 H 點,

則 $\overline{CH} = 16 - \frac{16-8}{2} = 12$



$\therefore \overline{AH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$

梯形 $ABCD$ 面積 $= \frac{1}{2} \times 5 \times (8 + 16) = 60$

答: 60

75 每週一題

(1) 梯形 $ABCD$ 面積 $= (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AB} \div 2$
 $= (9 + 16) \times 24 \div 2$
 $= 300$ 。

(2) 因為 $ABCD$ 為梯形, 且 $\angle A = \angle B = 90^\circ$,

所以 $\angle BCD + \angle ADC = 180^\circ$ 。

又 \overline{CE} 為 $\angle BCD$ 的角平分線,

\overline{ED} 為 $\angle ADC$ 的角平分線,

得 $\angle ADE = \angle EDC$, $\angle BCE = \angle ECD$ 。

$\angle ADE + \angle EDC + \angle BCE + \angle ECD = 180^\circ$,

$\Rightarrow \angle EDC + \angle ECD = 90^\circ$,

$\Rightarrow \angle DEC = 90^\circ$ 。

故 $\overline{AD}^2 + \overline{AE}^2 + \overline{BE}^2 + \overline{BC}^2$

$= \overline{DE}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{CD}^2$

$= (16 - 9)^2 + 24^2$

$= 49 + 576$

$= 625$

筆

記

欄

