

目次 CONTENTS

	名稱	內容	頁碼
第 1 章 數列與等差級數	1-1 等差數列	實力養成	1
		隨堂基礎卷	4
		每週一題	6
	1-2 等差級數	實力養成	7
		隨堂基礎卷	10
		每週一題	17
	1-3 等比數列	實力養成	12
		隨堂基礎卷	15
		每週一題	18
第 2 章 函數及其圖形	2-1 一次函數及函數圖形與應用	實力養成	24
		隨堂基礎卷	26
		每週一題	28
第 3 章 三角形的性質與 尺規作圖	3-1 內角與外角	實力養成	30
		隨堂基礎卷	32
		每週一題	33
	3-2 基本尺規作圖	實力養成	38
		隨堂基礎卷	40
		每週一題	41
	3-3 三角形全等	實力養成	44
		隨堂基礎卷	46
		每週一題	47
	3-4 全等三角形的應用	實力養成	49
		隨堂基礎卷	51
		每週一題	52
	3-5 三角形的邊角關係	實力養成	54
		隨堂基礎卷	56
		每週一題	57
第 4 章 平行與四邊形	4-1 平行線	實力養成	60
		隨堂基礎卷	62
		每週一題	63
	4-2 平行四邊形	實力養成	66
		隨堂基礎卷	68
		每週一題	69
	4-3 特殊的四邊形	實力養成	73
		隨堂基礎卷	75
		每週一題	

第 1 章 數列與等差級數

1-1 等差數列

實力養成 重點 1 數列的意義

▲ 可將數列寫成 $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$ ，其中 a_1, a_2, \dots, a_n 稱為數列的項， a_1 稱為首項， a_2 稱為第二項， \dots, a_n 稱為第 n 項或末項。

題型 1 找數列的規律

觀察數列的規律，完成下列空格：

- (1) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21。
(2) 50, 47, 44, 41, 38, 35。

題型 3 找循環小數的規律

已知循環小數 $\frac{41}{333} = 0.123123\dots$ ，則小數點後第 10 位數字為 1。

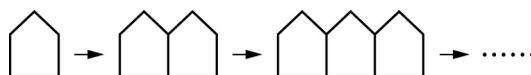
題型 2 找數列的第 n 項及項數

觀察數列 3, 6, 9, 12, 15, \dots , 300, 303，則

- (1) $a_1 = \underline{3}$ ， $a_2 = \underline{6}$ ， $a_{10} = \underline{30}$ ，
 $a_{20} = \underline{60}$ 。
(2) $a_n = \underline{3n}$ ，246 是第 82 項。

題型 4 找圖形的規律

書豪用吸管依序向右排出相連的五邊形，如下圖所示。



第 1 個 第 2 個 第 3 個
則排第 51 個圖形共需要 205 根吸管。

強化練習

1. 觀察數列的規律，完成下列空格：

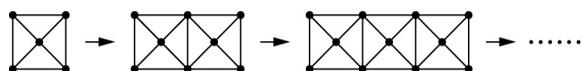
- (1) 1, 1, 2, 6, 24, 120, 720, 5040。
(2) 100, 95, 90, 85, 80, 75, 70, 65, 60。

2. 有一數列 1, 3, 5, 7, \dots , 199, 201，則：

- (1) $a_1 = \underline{1}$ ， $a_2 = \underline{3}$ ， $a_{10} = \underline{19}$ ， $a_{20} = \underline{39}$ 。
(2) $a_n = \underline{2n-1}$ ，185 是第 93 項。

3. 已知循環小數 $\frac{2}{11} = 0.181818\dots$ ，則小數點後第 16 位數字為 8。

4. 如下圖，第 1 個圖有 5 個交點，第 2 個圖有 8 個交點，第 3 個圖有 11 個交點， \dots ，依此規律，則第 11 個圖有 35 個交點。



第 1 個 第 2 個 第 3 個

實力養成 重點 2 等差數列

- 數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中，若任何連續兩數，後項減前項的差均相同，則稱這個數列為等差數列，其公式為 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，其中 a_1 為首項， n 為項數， d 為公差。
- 等差數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中，已知第 m 項為 a_m ，公差為 d ，則 $a_n = a_m + (n-m)d$ 。

題型 1 求等差數列的公差

判斷下列是否為等差數列，若是等差數列，試寫出其公差。

(1) $-2, -2, -2, -2, -2$

答：是，公差 = 0。

(2) $1, 0, 1, 0, 1, 0$

答：不是。

題型 3 求等差數列的公差及第 n 項

已知等差數列 $10, 6, 2, \dots$ ，則：

(1) 公差 $d = -4$ ， $a_4 = -2$ 。

(2) 一般項 $a_n = -4n + 14$ 。

(3) -72 是此等差數列中的項嗎？若是， -72 為此等差數列中的第幾項？

答：不是。

題型 2 求等差數列的值

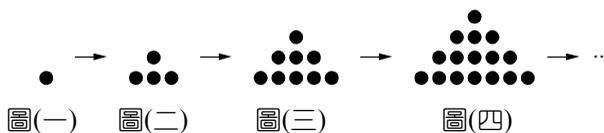
下列各小題的數列均為等差數列，試在空格中填入適當的數：

(1) $3, 5, 7, \underline{9}, 11, 13$ 。

(2) $5, 0, \underline{-5}, \underline{-10}, -15, \underline{-20}$ 。

題型 4 圖形的規律

如下圖，若以此規則排列，則圖(二十)的最底層有 39 個●。



強化練習

1. 判斷下列是否為等差數列，若是等差數列，試寫出其公差。

(1) $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$ 。 答：是，公差 = 1。

(2) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, 2$ 。 答：是，公差 = $\frac{1}{3}$ 。

(3) $-3, 2, -1, 0, -1, 2, -3$ 。 答：不是。

2. 下列各小題的數列均為等差數列，試在空格中填入適當的數：

(1) $\underline{5}, 4, 3, 2, \underline{1}, \underline{0}, -1$ 。

(2) $3, 3, \underline{3}, 3, \underline{3}, 3, 3, 3$ 。

(3) $2, \underline{6}, \underline{10}, 14, \underline{18}, 22$ 。

3. 等差數列 2, 6, 10, 14, ……中,

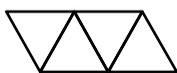
(1) $a_9 = \underline{34}$ 。

(2) 一般項 $a_n = \underline{4n-2}$ 。

(3) 102 是此等差數列中的項嗎? 若是, 試寫出其項數。

答: 是, 第 26 項。

4. 體育館屋頂的棚架是由不鏽鋼條焊接成相連的三角形, 每一排的基本造型如圖(一), 它是利用三角形的穩固性以增加強度的典型實例。如果建築工人是以等長的鋼條依序焊接成如圖(二)。



圖(一)



第 1 個圖



第 2 個圖



第 3 個圖



圖(二)

(1) 焊接第 12 個圖需要 25 根鋼條。

(2) 第 30 個圖與第 20 個圖相差 20 根鋼條。

一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- (A) 1. 若 $1, 1, 2, 3, 5, a$ 為有規律的數列，則 $a = ?$
 (A) 8
 (B) 13
 (C) 21
 (D) 34
- (B) 2. 下列各數列中，何者不是等差數列？
 (A) $2, 4, 6, 8, 10$
 (B) $1, -1, 1, -1, 1$
 (C) $3, 3, 3, 3, 3$
 (D) $5, 10, 15, 20, 25$
- (D) 3. 若 $4, a, b, c, d, e, 22$ 為等差數列，則下列何者正確？
 (A) $a = 6$
 (B) $b = 9$
 (C) $c = 12$
 (D) $d = 16$
- (C) 4. 已知一等差數列的首項 a_1 為 -4 ，公差 d 為 3 ，則 47 是第幾項？
 (A) 16
 (B) 17
 (C) 18
 (D) 19
- (A) 5. 已知一等差數列的首項 a_1 為 26 ，第 25 項 a_{25} 為 -22 ，則公差 $d = ?$
 (A) -2
 (B) 2
 (C) $-\frac{1}{6}$
 (D) $\frac{1}{6}$

二、填充題：每格 5 分，共 55 分

1. 觀察下列數列的規律，並在空格中填入適當的數：

(1) $15, 12, \underline{9}, 6, 3, 0, \underline{-3}$ 。

(2) $19, \underline{23}, 27, 31, 35, \underline{39}, 43$ 。

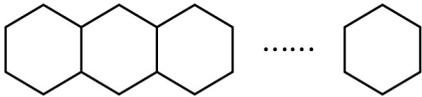
2. 某數列的一般項 $a_n = 3n - 2$ ，則第 15 項 $a_{15} = \underline{43}$ 。

3. 若 $4, 7, 10, 13, \dots$ 是一等差數列，且 a_n 為第 n 項，則 $a_{12} = \underline{37}$ 。

4. 已知一等差數列的首項為 8，公差為 2，則此等差數列的第 9 項為 24。
5. 若一等差數列的首項為 -3，末項為 4，公差為 $\frac{1}{2}$ ，則這個等差數列共有 15 項。
6. 若 $1+3x, 6+2x, 5-2x$ 三數成等差數列，則 $x =$ -2。
7. 在等差數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中，已知首項 $a_1=9, a_{11}=69$ ，則 $a_3 =$ 21。
8. 楠日公司的辦公區共有 10 排座位，每一排比前一排少 5 個座位。已知第一排共有 82 個座位，則最後一排有 37 個座位。

三、計算題：每題 10 分，共 20 分

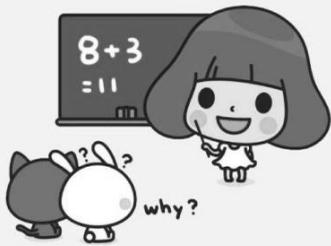
1. 下圖是用 116 根牙籤所排成的 n 個六邊形，則 $n = ?$



解：觀察圖形可發現排 1 個六邊形需要 6 根牙籤，
 排 2 個六邊形需要 11 根牙籤，
 排 3 個六邊形需要 16 根牙籤，……
 如此可形成一首項 a_1 為 6，公差 d 為 5 的等差數列
 由題意可知 $a_n = 116$
 故 $116 = 6 + (n-1) \times 5$
 $\Rightarrow n = 23$
答：23

2. 邱教練執行「30 天鐵人訓練計畫」，第一天騎單車 10 公里，每一天比前一天多騎 3 公里，若邱教練有一天騎 73 公里，試問這是計畫的第幾天？

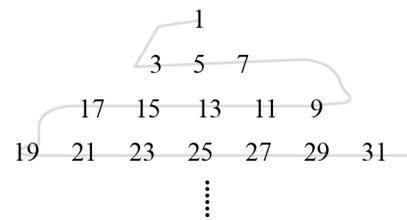
解：第一天騎 10 公里，列為 $a_1 = 10$ ，
 每一天比前一天多騎 3 公里，即公差 $d = 3$ ，
 共騎 73 公里，可依題意列式
 $a_n = 10 + (n-1) \times 3 = 73$
 $(n-1) \times 3 = 63, n-1 = 21, n = 22$
答：22 天



每週一題



右圖為一個 S 形的神奇數列，第 1 列有 1 個數；第 1 列及第 2 列共有 2^2 個數；第 1 列到第 3 列共有 3^2 個數；第 1 列到第 n 列共有 n^2 個數，則：



- (1) 第 11 列從左數到右的第 3 個數為 A ，則在第 1 列到第 11 列中，比 A 小的數共有幾個？
- (2) A 的值為何？

解

- (1) 由題意及觀察規律可知，奇數列最左邊的數為該列最大的數，且越往右，數越小，因此第 11 列比 A 小的數有 8 個，故在第 1 列到第 11 列中，比 a 小的數共有 $10^2 + 8 = 108$ (個)。
- (2) 將首項 $a_1 = 1$ ，公差 $d = 2$ 代入可得

$$\begin{aligned} A &= a_1 + 108d \\ &= 1 + 108 \times 2 \\ &= 217 \end{aligned}$$

分數	評分指引
3	解題策略正確，能清楚表達解題過程且答案正確。
2	第(1)小題回答正確，第(2)小題列式正確但答案計算錯誤。
1	只正確計算第(1)小題，第(2)小題空白。
0	只有答案或與題目無關；策略模糊不清或錯誤。

1-2 ➡ 等差級數

實力養成 重點 1 等差級數的和

1. 把數列 a_1, a_2, \dots, a_n 的各項依序相加，得出的式子 $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ 稱為**級數**。將等差數列各項依序相加得到的式子，稱為**等差級數**。
2. 等差級數的和：設公差為 d 的等差數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ，前 n 項的總和為 S_n ，則

$$S_n = \frac{\text{項數} \times (\text{首項} + \text{末項})}{2} = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}。$$

題型 1 求等差級數的和 I

計算等差級數 $(-12) + (-7) + (-2) + 3 + 8 + 13 + 18 = \underline{21}$ 。

題型 3 找出級數的第 n 項並求其和

已知等差數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中， $a_1 = 1$ ， $a_2 = 4$ ，則前 20 項的和為 590。

題型 5 由首、末兩項求和

在 40 和 110 之間插入 7 個數使其成一等差數列，則此 9 個數的和為 675。

題型 7 由首項與公差求級數和

若一等差級數的首項為 53，公差為 -5 ，則此等差級數前 11 項的和為 308。

題型 2 求等差級數的和 II

計算等差級數 $(-2) + (-4) + \dots + (-18) + (-20) = \underline{-110}$ 。

題型 4 由級數和、首項及末項求公差

已知一等差級數的和為 637，首項為 25，末項為 73，則此等差級數的公差 $d = \underline{4}$ 。

題型 6 由首項與級數和求公差及末項

有一等差級數的首項為 6，若前 20 項的和是 880，則此等差級數的公差 $d = \underline{4}$ ，
 $a_{20} = \underline{82}$ 。

題型 8 由前 n 項和求 n 及 a_n

已知 $2, 5, 8, 11, \dots$ 是等差數列，若前 n 項的和 $S_n = 187$ ，則 $n = \underline{11}$ ，
 $a_n = \underline{32}$ 。

題型 9 求等差級數的部分和

有一等差級數 $46+42+38+\cdots$ ，則：

- (1) 從第 13 項開始為負數。
- (2) 當 $m = \underline{12}$ 時，前 m 項的和為最大，此時和為 288。

題型 11 等差級數和的應用

一等差級數共有 20 項，總和為 x 。若將各項均乘以 10，得到一新級數，則此新級數的總和為 $10x$ 。

題型 10 等差級數和的應用問題

賓上賓電影院的座位擺放是：第 1 排有 25 個座位，第 2 排起，每一排都比前一排多 6 個座位，總共有 20 排，則：

- (1) 第 20 排共有 139 個座位。
- (2) 此電影院共有 1640 個座位。

題型 12 等差級數和在平方數的應用

觀察右列的運算式： $1=1=1^2$

$$4=1+3=2^2$$

$$9=1+3+5=3^2$$

$$16=1+3+5+7=4^2$$

⋮

則 144 可以寫成 12 個連續奇數的和。

強化練習

- (1) 等差級數 $(-5)+(-10)+(-15)+\cdots+(-100) = \underline{-1050}$ 。
(2) 等差級數 $3+1+(-1)+\cdots+(-13) = \underline{-45}$ 。
- (1) 已知等差數列 a_1, a_2, \cdots, a_n 中， $a_1=2, a_2=4$ ，則前 14 項的和為 210。
(2) 已知等差數列 b_1, b_2, \cdots, b_n 中， $b_1=7, b_3=1$ ，則前 10 項的和為 -65。
- 已知一等差級數的和為 860，首項為 5，末項為 81，則此等差級數的公差 $d = \underline{4}$ 。
- 在 x 與 80 之間插入 10 個數，使 $x, a_1, a_2, \cdots, a_{10}, 80$ 成一等差數列，且各項的總和是 660，則 $x = \underline{30}$ 。
- 有一等差級數的首項為 7，已知前 10 項的和是 205，則此等差級數的公差 $d = \underline{3}$ ， $a_{10} = \underline{34}$ 。
- 若一等差級數的首項為 45，公差為 -3，則此等差級數前 16 項的和為 360。

7. 已知 $2, 6, 10, 14, \dots$ 是等差數列，若前 n 項的和 S_n 為 288，則 $n = \underline{12}$ ， $a_n = \underline{46}$ 。

8. 有一等差級數 $25 + 23 + 21 + \dots$ ，則：

(1) 從第 $\underline{14}$ 項開始為負數。

(2) 當 $m = \underline{13}$ 時，前 m 項的和為最大，此時和為 $\underline{169}$ 。

9. 合宜表演廳作為成果發表會演出使用。已知廳內共有 2030 個座位，第 1 排有 14 個座位，且後面一排均比前一排多 4 個座位，則此表演廳共有 $\underline{29}$ 排座位。

10. 一等差級數共有 40 項，總和為 x 。若將各項均乘以 5，得到一新級數，則此新級數的總和為 $\underline{5x}$ 。

11. 觀察右列的運算式，則 $1 + 3 + 5 + \dots + 39 = \underline{400}$ 。

$$1 = 1 = 1^2$$

$$4 = 1 + 3 = 2^2$$

$$9 = 1 + 3 + 5 = 3^2$$

$$16 = 1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$$

一、選擇題：每題 8 分，共 32 分

(D) 1. 下列何者為等差級數？

(A) $4+2+1+(-2)+(-4)$ (B) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}$

(C) $\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{9}-\frac{1}{27}$ (D) $\frac{3}{2}+1+\frac{1}{2}+0$

(D) 2. 已知一等差級數 $3+1+(-1)+(-3)+\cdots+(-201)$ ，則下列選項何者正確？(A) 公差為 2 (B) 第 20 項為 -37 (C) 和為 -9800 (D) 此數列共有 103 項(B) 3. 若等差級數 $8+11+14+\cdots$ 到第 n 項的和為 215，則 $n=?$

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

(B) 4. 已知一等差級數共十項，其總和為 500。若將各項均加 6 後得一新級數，則此新級數的和是多少？

(A) 506 (B) 560 (C) 1100 (D) 1010

二、填充題：每格 8 分，共 48 分

1. 若一等差級數前 n 項的和為 $\frac{n(3n+5)}{2}$ ，則前 9 項之和為 144。2. 已知一等差級數為 $9+14+19+\cdots$ ，則 $S_{10}=\underline{315}$ 。3. 已知一等差級數的首項為 -4 ，末項為 56，和為 416，則項數 $n=\underline{16}$ 。4. 設一等差級數的首項為 5，公差為 -2 ，則其前 14 項的和為 -112。5. 小娟訂定運動計劃，規劃每天都要進行仰臥起坐，且每一天的次數都要比前一天多 5 次。若第一天小娟做了 10 次仰臥起坐，則 5 天後她共做了 100 次仰臥起坐。6. 在 32 和 -10 之間插入 13 個數，使其成等差數列，則所插入 13 個數的和為 143。

三、計算題：每題 10 分，共 20 分

1. 將連續正奇數 $1+3+5+7+\cdots$ 加到第 n 項，欲使它的和超過 900，則至少要加到第幾項？

解 : $a_1=1, d=3-1=2,$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} [2 + (n-1) \times 2] > 900$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} \times 2n > 900$$

$$\Rightarrow n^2 > 900$$

因為 $30^2=900$ ，所以至少要加到第 31 項。

答 : 第 31 項

2. 蘭宜活動中心共有 20 排座位，已知第一排有 15 個座位，從第二排起每一排都比前一排多 3 個座位。若某校希望讓 850 個學生於此活動中心參加講座，則此活動中心的座位是否足夠讓學生們皆有座位使用？

解 : 依題意得 $a_1=15, d=3, n=20,$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2 \times 15 + (20-1) \times 3] = 10(30+57) = 10 \times 87 = 870,$$

則此活動中心的座位共有 870 個，

學生共有 850 個， $870 > 850$ ，

故此活動中心的座位足夠學生們皆有座位使用。

答 : 足夠

1-3 ➡ 等比數列

實力養成 重點 1 等比數列

- 數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中，若任何連續兩數，後項除以前項的比值均相同，則稱這個數列為等比數列，其公式為 $a_{n+1} = a_n \times r^{n-1}$ ，其中 a_1 為首項， n 為項數， r 為公比。
- 等比數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中，已知第 m 項為 a_m ，公比為 r ，則 $a_n = a_m \times r^{(n-m)}$ 。

題型 1 求等比數列的公比

判斷下列是否為等比數列，若是等比數列，試寫出其公比。

(1) $-2, -2, -2, -2, -2$

答：是，公比 = 1。

(2) $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2$

答：不是。

題型 3 求等比數列的公比及第 n 項

已知等比數列 $27, 9, 3, \dots$ ，則：

(1) 公比 $r = \frac{1}{3}$ ， $a_5 = \frac{1}{3}$ 。

(2) 一般項 $a_n = 27 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ 。

- (3) $-\frac{1}{9}$ 是此等比數列中的項嗎？若是，
 $-\frac{1}{9}$ 為此等比數列中的第幾項？

答：不是。

題型 2 求等比數列的值

下列各小題的數列均為等比數列，試在空格中填入適當的數：

(1) $2, 4, 8, \underline{16}, 32, 64$ 。

(2) $5, -5, \underline{5}, \underline{-5}, 5, \underline{-5}$ 。

題型 4 等比數列的應用問題

已知一線上遊戲中的高等魔物有三顆頭，每當受到攻擊時，就會將每顆頭分裂成兩顆。則分裂 4 次頭部之後，此時怪物共有 48 顆頭。

強化練習

1. 判斷下列是否為等比數列，若是等比數列，試寫出其公比。

(1) $2, 6, 18, 54, 162$

答：是，公比 = 3。

(2) $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \frac{1}{18}$

答：不是。

2. 下列各小題的數列均為等比數列，試在空格中填入適當的數：

(1) 6 , 6, 6, 6, 6 , 6 , 6。

(2) -2, 4, -8 , 16, -32 , 64 , -128, 256。

(3) 486, 324, 216 , 144 , 96, 64 。

3. 等比數列 81, 54, 36, ……中，

(1) $a_5 =$ 16 。

(2) 一般項 $a_n =$ $81 \times (\frac{2}{3})^{n-1}$ 。

(3) $\frac{128}{27}$ 是等比數列中的項嗎？若是，試寫出其項數。

答： 是，第 8 項 。

4. 在密閉的實驗中，某種細菌一開始有 100 隻。已知細菌進行分裂，每過一小時後會一分為二（即 1 隻變 2 隻），則至少 7 小時後此種細菌會超過 7000 隻。

實力養成 重點 2 等差中項與等比中項

1. 若 a, b, c 成等差數列時， b 為 a 與 c 的等差中項，且 $b = \frac{a+c}{2}$ 。
2. 若 c, d, e 成等比數列時， d 為 c 與 e 的等比中項，且 $d^2 = c \times e$ 。

題型 1 等差中項的問題 I

- (1) 若 12 與 -2 的等差中項為 x ，則 $x = \underline{5}$ 。
- (2) 若 $a, -12, b$ 三數成等差數列，則 $a+b = \underline{-24}$ 。

題型 3 等比中項的問題 I

- (1) 若 -4 與 -9 的等比中項為 x ，則 $x = \underline{\pm 5}$ 。
- (2) 若 a, b, c 三數為等比數列，且等比中項為 7，則 $a \times c = \underline{49}$ 。

題型 2 等差中項的問題 II

- (1) 若 $2x+1$ 與 $3x-1$ 的等差中項為 10，則 $x = \underline{4}$ 。
- (2) 若 x^2 與 $2x+1$ 的等差中項為 0，則 $x = \underline{-1}$ 。
- (3) 有一個三角形的三邊長 $x, y, 10$ 成等差數列，且三角形的周長為 24，則 $x = \underline{6}$ ， $y = \underline{8}$ 。

題型 4 等比中項的問題 II

- (1) 若 $2x+1$ 與 $x-3$ 的等比中項為 3，則 $x = \underline{4 \text{ 或 } -\frac{3}{2}}$ 。
- (2) 有一個三角形的三個內角 $60^\circ, x, y$ 成等比數列，則 $x = \underline{60}$ 度， $y = \underline{60}$ 度。

強化練習

- (1) 若 -17 與 27 的等差中項為 x ，則 $x = \underline{5}$ 。
(2) 若 a, b, c 三數為等比數列，且等比中項為 9，則 $a \times c = \underline{81}$ 。
- (1) 若 $\frac{1-x}{2}$ 與 $\frac{7x+3}{2}$ 的等差中項為 16，則 $x = \underline{10}$ 。
(2) 若 $x-3$ 與 $3x+4$ 的等比中項為 4，則 $x = \underline{4 \text{ 或 } -\frac{7}{3}}$ 。
- 若三角形的三邊長 $5x, \frac{y}{2}, 10$ 成等差數列，且三角形的周長為 45，則 $x = \underline{4}$ ， $y = \underline{30}$ 。
- 若三角形的三邊長 $20, x, y$ 成等比數列，且三角形的周長為 60，則 $x = \underline{20}$ ， $y = \underline{20}$ 。

一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- (B) 1. 已知一等比數列 $3, 6, 12, 24, 48, \dots$ ，則此等比數列的公比 $r = ?$
- (A) 3
(B) 2
(C) 4
(D) 1
- (B) 2. 下列各數列中，何者不是等比數列？
- (A) $2, 4, 8, 16, 32$
(B) $5, 10, 15, 20, 25$
(C) $3, 3, 3, 3, 3$
(D) $1, -1, 1, -1, 1$
- (D) 3. 若兩數 a, b 的等差中項為 9，且 $3a+b, a-b$ 的等差中項為 14，則 $a-b = ?$
- (A) 4
(B) 1
(C) -1
(D) -4
- (A) 4. 若 a, b, c 為等比數列，且 $a \times c = 25$ ，則 $b = ?$
- (A) ± 5
(B) -5
(C) 5
(D) 25
- (C) 5. 若兩整數 a, b 的等比中項為 4，則 $a+b$ 的值可能為何？
- (A) 0
(B) 15
(C) 10
(D) -6

二、填充題：每格 5 分，共 55 分

1. 在空格中填入適當的數，使各數列成為等比數列：

(1) $5, -10, \underline{20}, -40, 80, \underline{-160}$ 。

(2) $2187, 729, \underline{243}, 81, 9, 3, \underline{1}$ 。

2. 已知一等比數列的首項為 3，公比為 -2 ，則此等比數列的第 6 項為 -96 。

3. 已知一等比數列的首項為 486，公比為 $\frac{1}{3}$ ，則此等比數列的第 5 項為 6。
4. 已知一等比數列的首項為 5，末項為 405，共 5 項，則此等比數列的公比為 ± 3 。
5. 若 a, b, c 三數成等差數列，若 $b=4$ ，則 $a+c=$ 8。
6. 若 x 為 5、80 等比中項，求 $x=$ ± 20 。
7. 已知 a, c 的等差中項為 b ，且 $a+b+c=84$ ，則 $b=$ 28。
8. 已知 a, b, c 三數為等比數列，且等比中項為 9，則 $a \times c=$ 81。

三、計算題：每題 10 分，共 20 分

1. 有一歌劇院的座位每排座位數量成等差數列，總共有 45 排，已知第 23 排有 30 個座位，請問整個歌劇院有多少個座位？

解： 假設第一排座位數量為 a_1 ，最後一排為 a_{45} ，總座位數量為 $\frac{45(a_1+a_{45})}{2}$ ，

且 a_{23} 為 a_1, a_{45} 的等差中項，即 $\frac{a_1+a_{45}}{2}=a_{23}$ ，

$$\frac{45(a_1+a_{45})}{2}=45 \times a_{23}=45 \times 30=1350 \text{ (個)}$$

答： 1350 個

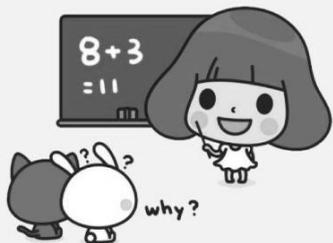
2. 黃博士發現了一種細菌，已知這種細菌每經過一小時就會一分為三。若在某次實驗的培養皿中有 2 隻此細菌，則五小時後培養皿中會變成幾隻細菌？

解： 初始為 2 隻細菌，列為 $a_1=2$ ，

每經過一小時就會一分為三，即公比 $r=3$ ，

$$\text{則五小時後的細菌數 } a_6=2 \times 3^{6-1}=2 \times 3^5=2 \times 243=486 \text{ (隻)}$$

答： 486 隻



每週一題



依霖、陳平與浩南都在同一本書的第 1~25 頁，逐頁依序在每一頁上寫一個數字。已知三人從第 1~25 頁寫下的數字分別形成等差數列 a_1, a_2, \dots, a_{25} 與 b_1, b_2, \dots, b_{25} 與 c_1, c_2, \dots, c_{25} ，試根據以下三人的說法回答問題。

依霖：「我第 2 頁寫的數字是 5，第 24 頁寫的數字是 71。」

陳平：「我第 3 頁寫的數字，加上浩南第 23 頁寫的數字和是 19。」

浩南：「我第 3 頁寫的數字，加上陳平第 23 頁寫的數字和是 -3。」

- (1) 依霖在第 13 頁寫的數字是多少？
- (2) 陳平與浩南兩人在這 25 頁中寫的所有數字之和是多少？

解

- (1) 由依霖的說法可知

$$a_{13} = \frac{1}{2} \times (a_1 + a_{25}) = \frac{1}{2} \times (a_2 + a_{24}) = \frac{1}{2} \times (5 + 71) = 38。$$

- (2) 由陳平與浩南兩人的說法可知 $b_3 + c_{23} = 19$ 、 $b_{23} + c_3 = -3$ ，
又 $b_1 + b_{25} = b_3 + b_{23}$ 、 $c_1 + c_{25} = c_3 + c_{23}$ ，

$$\begin{aligned} \text{所求} &= \frac{(b_1 + b_{25}) \times 25}{2} + \frac{(c_1 + c_{25}) \times 25}{2} \\ &= \frac{(b_3 + b_{23}) \times 25}{2} + \frac{(c_3 + c_{23}) \times 25}{2} \\ &= \frac{(b_3 + b_{23} + c_3 + c_{23}) \times 25}{2} = \frac{[(b_3 + c_{23}) + (c_3 + b_{23})] \times 25}{2} \\ &= \frac{[19 + (-3)] \times 25}{2} = 200 \end{aligned}$$

故兩人所寫的數字之和為 200。

分數	評分規準
3	概念正確且求解過程合理，答案正確。
2	正確利用等差中項的概念求解，但僅正確完整求出第(1)或(2)題答案。
1	正確利用等差中項的概念求解，但無法正確完整求出任何一題答案。
0	只有答案或與題目無關；策略不清或錯誤。

第 2 章 函數及其圖形

2-1 一次函數及函數圖形與應用

實力養成 重點 1 變數與函數

1. 在一個關係式中，固定不變的數稱為**常數**，而會變動的數稱為**變數**。
2. **函數**：給定一個 x 值，都恰好能找到一個 y 值與它相對應，這種 x 與 y 的對應關係稱為 y 是 x 的函數。

題型 1 由列表觀察對應關係

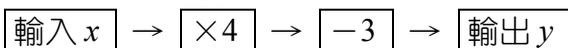
下表為中央氣象局記錄屏東縣某日 10 時到 15 時的氣溫，試問時刻是否為氣溫的函數？

時刻 (時)	10	11	12	13	14	15
氣溫 (°C)	20.9	23.2	25.3	26.4	25.3	24.8

答：否。

題型 3 求函數關係式

有一式子的計算過程如下：

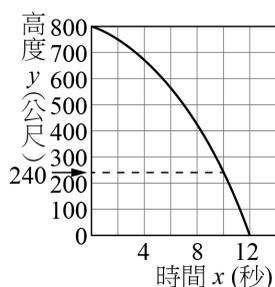


- (1) x 與 y 的關係式為 $y=4x-3$ 。
- (2) y 是否為 x 的函數？

答：是。

題型 5 由圖形觀察對應關係

阿明在距離地面 800 公尺處水平拋出一物體，該物體落下時，距離地面的高度 y (公尺) 與拋出該物體時間 x (秒) 的關係如上圖所示，則：



- (1) 拋出物體 12 秒後落地。
- (2) 在第 10 秒時，該物體距離地面的高度為 240 公尺。

題型 2 函數的對應關係

x 、 y 兩變數的關係如下，何者 y 不是 x 的函數？

(A)	x	1	2	3	4
	y	0	0	0	0

(B)	x	1	2	3	1
	y	-1	3	4	2

(C)	x	-1	0	1	2
	y	-1	0	1	2

(D)	x	1	2	3	4
	y	3	4	5	6

答：(B)。

題型 4 判斷關係式的函數關係

小陳家與學校相距 20 公里，小陳由家中出發，以每小時 x 公里 ($x > 0$) 的速度前往學校， y 小時可到達，則 x 與 y 的關係式為

$xy=20$ 。

題型 6 由表格觀察對應關係

波蜜果菜汁 1 瓶要 25 元，2 瓶要 50 元，3 瓶要 75 元，……，購買此種果菜汁所需的錢數 (元)，隨購買的瓶數 (瓶) 而變動。試依此在下表的空格中填入適當的數：

購買的瓶數 (瓶)	1	2	3	4
錢數 (元)	25	50	75	100
購買的瓶數 (瓶)	5	6	7	8
錢數 (元)	125	150	175	200

強化練習

1. 下表為國道在不同里程所規定的速限：

里程(公里)	126	132	145	160	180	200
速限(公里/小時)	90	90	100	110	110	110

根據上表，

- (1) 速限是否為里程的函數？答： 是 。
- (2) 里程是否為速限的函數？答： 否 。

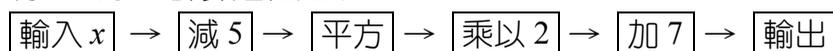
2. 若 y 是 x 的函數，則下列表格哪些可能為 x 與 y 兩數量的對應關係？答： 乙、丙 。

甲：	x	1	1	2	2	3	3	...
	y	a	b	c	d	e	f	...

乙：	x	1	2	3	4	5	6	...
	y	a	b	c	d	e	f	...

丙：	x	1	2	3	4	5	6	...
	y	a	a	a	b	b	b	...

3. 有一式子的計算過程如下：



- (1) x 與 y 的關係式為 $y=2(x-5)^2+7$ 。
- (2) 若輸入的數為 3 時，則輸出的數為 15 。

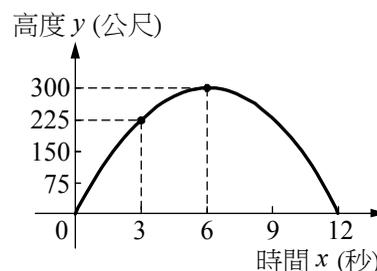
4. 地面每上升 100 公尺，氣溫就下降 0.6°C 。若離地面 x 公尺處，溫度是 $y^{\circ}\text{C}$ ，則 y 是否為 x 的函數？答： 是 。

5. 小真到一家 K 書中心去唸書，這家 K 書中心的收費標準為一入場先收場地使用費 20 元，並且每小時收 15 元，不滿 1 小時以 1 小時計算。試問：

- (1) 小真在這家 K 書中心唸書 3 小時，需付 65 元。
- (2) 每給定一個時刻 x 值，只能確定一個錢數 y 值嗎？答： 是 。

6. 右圖為砲彈發射後，依據各時間點砲彈距離地面的高度繪製而成的變化圖，則：

- (1) 發射 3 秒後，砲彈離地面的高度為 225 公尺。
- (2) 砲彈飛行 12 秒後落地。



7. 設正方形的邊長 x 公分時，面積為 y 平方公分。試依此完成下表：

邊長 x (公分)	2	3	5	6	7	9
面積 y (平方公分)	4	9	25	36	49	81

1. 函數值：若 y 是 x 的函數，給定一個值 a 後，從其對應關係中得到一個值與它對應時，則此 y 值稱此函數在 $x=a$ 時的函數值。
2. 一次函數：函數 $y=ax+b$ ，其中 $a \neq 0$ ， $ax+b$ 是 x 的一次式，我們就稱為一次函數。
3. 常數函數： $y=b$ 這樣的函數稱為常數函數。

題型 1 由函數關係求函數值

已知一次函數 $y=-x+7$ ，當 $x=-2$ 的函數值為 9。

題型 3 由函數值求一次函數 I

若一次函數 $y=ax+b$ 中，

x	0	2
y	0	4.6

x 與 y 的對應值如右表，則：

- (1) $a = \underline{2.3}$ ， $b = \underline{0}$ 。
- (2) $x = -5$ 時， $y = \underline{-11.5}$ 。

題型 5 求常數函數的值

1. 已知常數函數 $y=a$ ，且 $x=1$ 及 $x=2$ 時的函數值皆為 10，則當 $x=-2$ 時的函數值為 10。
2. 已知常數函數 $y=5$ ，則當 $x=-2$ 及 $x=5$ 時的函數值相加為 10。

題型 2 由函數值反求給定值

若一次函數 $y=3x-5$ ，當 $x=a$ 時的函數值為 3，則 $a = \underline{\frac{8}{3}}$ 。

題型 4 由函數值求一次函數 II

已知一次函數 $y=-ax+b-1$ ，
當 $x=1$ 時， $y=-2$ ；當 $x=-1$ 時， $y=-6$ ，
則 $2a+b = \underline{-7}$ 。

題型 6 相同的函數值

若兩個一次函數 $y=-7x+2$ 與 $y=3x-8$ 在 $x=a$ 時有相同的函數值，則 $a = \underline{1}$ 。

強化練習

1. 若一次函數 $y=2x-8$ ，當 $x=a$ 時的函數值為 6，則 $a = \underline{7}$ 。

2. 一次函數 $y=ax+b$ 中， x 與 y 的對應關係如右表，則
 $a = \underline{-\frac{3}{2}}$ ， $b = \underline{-\frac{1}{2}}$ ，且當 $x=-5$ 時， $y = \underline{7}$ 。

x	1	-3
y	-2	4

3. 已知一次函數 $y=ax+b+2$ ，當 $x=2$ 時， $y=6$ ；當 $x=-1$ 時， $y=-3$ ，則 $a+b = \underline{1}$ 。

4. 已知常數函數 $y=a$ ，且 $x=7$ 及 $x=-2$ 時的函數值皆為 2，當 $x=4$ 時的函數值為 4。

5. 已知常數函數 $y=-797$ ，則當 $x=99$ 及 $x=999$ 時的函數值相減為 0。

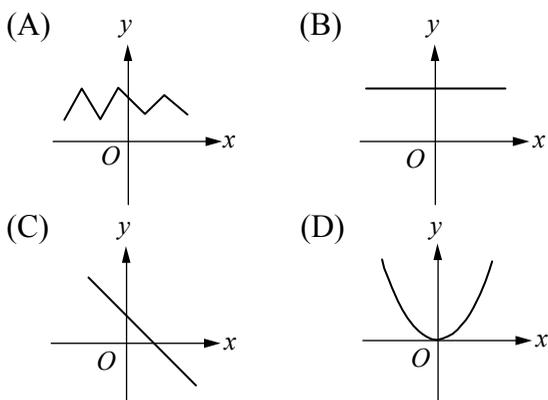
6. 若兩個一次函數 $y=-6x+5$ 與 $y=3x-13$ 在 $x=a$ 時有相同的函數值，則 $a = \underline{2}$ 。

實力養成 重點 3 函數的圖形

1. 函數圖形：在坐標平面上，所有合於函數關係的點 (x, y) 所形成的圖形。
2. 一次函數圖形： $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 的圖形是一條直線，與 y 軸交於 $(0, b)$ 。
3. 常數函數圖形： $y = b$ 的圖形為通過 $(0, b)$ 的水平線。
4. 線型函數：一次函數與常數函數合稱為線型函數。

題型 1 判斷常數函數圖形

下列圖形何者是常數函數圖形？



答：(B)。

題型 3 通過某點的函數圖形

若一次函數 $y = 3x - k$ 的圖形通過 $(0, -5)$ ，則 $k = 5$ 。

題型 5 過兩點求一次函數

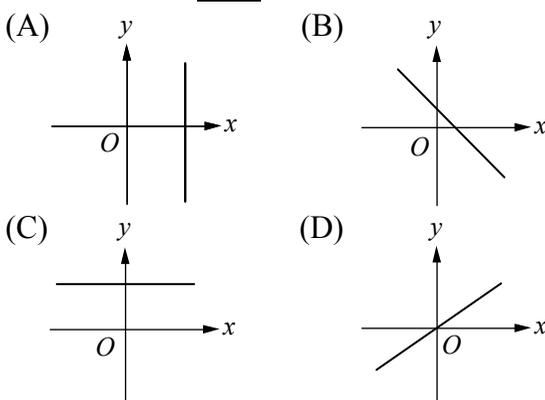
已知一次函數圖形通過 $(0, 5)$ 、 $(2, -2)$ 兩點，則此一次函數為 $y = -\frac{7}{2}x + 5$ 。

題型 7 圖上的點求常數函數

已知常數函數的圖形通過 $(5, -\frac{3}{2})$ ，則此常數函數為 $y = -\frac{3}{2}$ 。

題型 2 判斷函數圖形

下列圖形何者不是函數圖形？



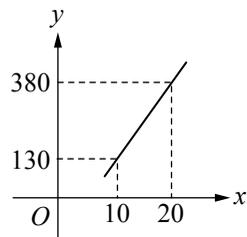
答：(A)。

題型 4 函數圖形與兩軸的交點

一次函數 $y = -\frac{5}{2}x + 5$ 的圖形與 x 軸的交點坐標為 $(2, 0)$ ，與 y 軸的交點坐標為 $(0, 5)$ 。

題型 6 由圖形求函數關係

若一次函數 $y = ax + b$ 的圖形如右圖，則當 $x = 0$ 時，函數值為 120。



題型 8 求兩函數圖形的交點

一次函數 $y = -2x - 3$ 與常數函數 $y = -3$ 圖形的交點坐標為 $(0, -3)$ 。

題型 9 函數圖形不通過的象限 I

若一次函數圖形通過 $(-2, 9)$ 及 $(10, 19)$ 兩點，則此函數圖形不通過第 四 象限。

題型 11 函數的應用 I

若一次函數 $y = ax + b$ 的圖形通過 $A(2, 1)$ 、 $B(-3, -19)$ 兩點，則：

- (1) 此一次函數為 $y = \underline{4x - 7}$ 。
- (2) 若此函數圖形與 x 軸交於 P 點、與 y 軸於 Q 點，則 P 點坐標為 $(\underline{\frac{7}{4}}, 0)$ ， Q 點坐標為 $(0, \underline{-7})$ 。
- (3) 承(2)，若 O 為原點，則三角形 POQ 的面積為 $\underline{\frac{49}{8}}$ 。

題型 13 從坐標判斷函數值

在坐標平面上，若一次函數的圖形通過 $(-1, 4)$ 、 $(0, 3)$ 、 $(1, 2)$ 、 $(2, 1)$ 、 $(4, -1)$ 五個點，則 $x = -1$ 、 0 、 4 時的函數值總和為 6。

強化練習

1. 下列哪些為一次函數？

(A) $y = |x| + 1$ (B) $y = x$ (C) $y = 2$ (D) $y = -x - 2$ (E) $y = \frac{2x + 5}{3}$

答： (B)(D)(E)。

2. 若一次函數 $y = -x + k$ 的圖形通過 $(0, 3)$ ，則 $k = \underline{3}$ 。

題型 10 函數不通過的象限 II

若一次函數 $y = -3x + a$ 在坐標平面上的圖形為直線 L ，且 $a > 0$ ，則 L 不通過第 三 象限。

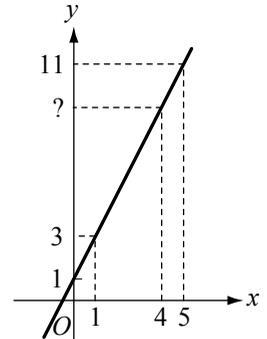
題型 12 函數的應用 II

木葉忍者村忍術考試結束後，由於同學的成績不理想，卡卡西老師決定用一次函數來調整分數。若只知道鳴人原來 40 分，調整後為 55 分；小櫻原來 44 分，調整後為 61 分。如果佐助原來 56 分，則調整後的分數為 79 分。

3. 一次函數 $y = -\frac{3}{4}x - 3$ 的圖形與 x 軸的交點坐標為 $(-4, 0)$ ，與 y 軸的交點坐標為 $(0, -3)$ 。

4. 若一次函數的圖形通過 $(2, -2)$ 、 $(-1, 4)$ 兩點，則此一元函數為 $y =$ $-2x + 2$ 。

5. 若一次函數 $y = ax + b$ 的圖形如右圖，已知 $x = 1$ 時， $y = 3$ ；
 $x = 5$ 時， $y = 11$ ；則 $x = 4$ 時， $y =$ 9 。



6. 已知常數函數的圖形通過 $(-6, 3)$ ，則此常數函數為 $y =$ 3 。

7. 一次函數 $y = 3x + 3$ 與常數函數 $y = 6$ 圖形的交點坐標為 $(1, 6)$ 。

8. 一次函數 $y = x - 1$ 的圖形會通過第 $一、三、四$ 象限。

9. 若一次函數 $y = 3x - a$ 在坐標平面上的圖形為直線 L ，且 $a < 0$ ，則 L 不通過 第 $四$ 象限。

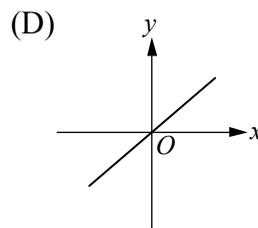
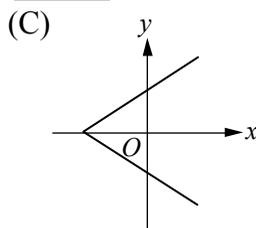
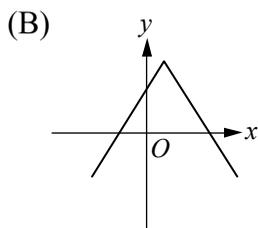
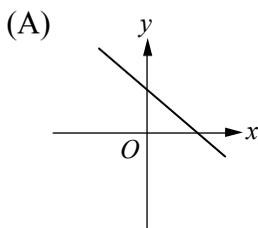
10. 若一次函數 $y = ax + b$ 的圖形通過 $(1, 5)$ 、 $(3, 9)$ 兩點，則此一次函數為 $y =$ $2x + 3$ ；
其圖形與 x 軸、 y 軸所圍的區域面積為 $\frac{9}{4}$ 。

11. 某次數學考試因全班成績太差，故老師決定以一次函數來調整分數，結果原來 40 分的變成 75 分；原來 32 分的變成 63 分。若某考生調整後的新分數為 90 分，則此考生原來考 50 分。

12. 在坐標平面上，若一次函數的圖形通過 $(-2, 4)$ 、 $(0, 3)$ 、 $(2, 2)$ 、 $(4, 1)$ 、 $(5, \frac{1}{2})$ 五個點，
則 $x = -2$ 、 0 、 2 、 5 時的函數值總和為 $\frac{19}{2}$ 。

一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- (C) 1. 下列選項中，哪一個 y 不是 x 的函數？
 (A) $x=27y$
 (B) $2x+2y=36$
 (C) $|y|=x$
 (D) $|x|=y$
- (D) 2. 下列哪一個選項中的 y 是 x 的函數？
 (A) 小慧今年 y 歲，體重 x 公斤
 (B) x 表示星座獅子座， y 表示星座是獅子座的同學
 (C) x 表示 18°C ， y 表示今日出現 18°C 的時刻
 (D) $3x+2=y$
- (B) 3. 有一計算流程 $\boxed{\text{輸入 } x} \rightarrow \boxed{\text{乘以 } 3} \rightarrow \boxed{\text{減 } 50} \rightarrow \boxed{\text{乘以 } 5} \rightarrow \boxed{\text{輸出 } y}$ ，則 $x=10$ 時， $y=?$
 (A) 24
 (B) -100
 (C) -125
 (D) 100
- (D) 4. 若 x 為一數， y 為小於 x 的質數個數，例如： $x=2$ 時， $y=0$ ； $x=3$ 時， $y=1$ ，則 $x=15$ 時， $y=?$
 (A) 3
 (B) 4
 (C) 5
 (D) 6
- (C) 5. 已知 y 是 x 的函數，則下列各圖形中，哪一個 不可能是 此函數的圖形？



二、填充題：每格 5 分，共 55 分

- 已知一次函數 $y=4x-5$ ，當 $x=6$ 時函數值 $y=$ 19。
- 已知常數函數 $y=(a-8)x+b-5$ ，若 $x=0$ 時的函數值為 0，則 $a+b=$ 13。
- 獨 e 無二網咖的收費標準為每小時 15 元，不滿 1 小時以 1 小時計算，且規定入內要先點一杯 20 元的飲料。試問：
 - 若小明在這家網咖上網 3 個小時，則須付 65 元。
 - 若阿娟在上午八點來到這家網咖，且只帶了 95 元，則她最晚可以在這家網咖待到幾點？

答：下午一點。

4. 在閏年中，以 x 表示月分， y 表示 x 月分的天數，即 y 是 x 的函數。例如：七月分有 31 天，也就是 $x=7$ 時的函數值為 31，則 $x=2$ 與 $x=9$ 時的函數值之和 = 59。
5. 已知兩個一次函數 $y=6x+k$ 與 $y=15x+1$ 在 $x=-\frac{1}{3}$ 時的函數值相同，則 $k=$ -2。
6. 若一次函數 $y=3x+k$ 通過原點，則 $k=$ 0。
7. 某能量飲於實體商店的價錢為每罐 25 元，已知以網購購買同商品的價格為每罐 18 元，但需支付一次運費 100 元，則當購買罐數在 15 罐以上(含)時，以網購購買較為划算。
8. 若兩函數 $y=2x+6$ 與 $y=ax-18$ 的圖形交點在 x 軸上，則 $a=$ -6。
9. 設常數函數的圖形通過點 $A(-7, 3)$ 、 $B(8, h)$ ，則 $h=$ 3。
10. 設 $y=ax+b$ 為一次函數，且 $(-2, 2)$ 、 $(1, -7)$ 、 $(3, k)$ 三點都在此一次函數的圖形上，則 $k=$ -13。

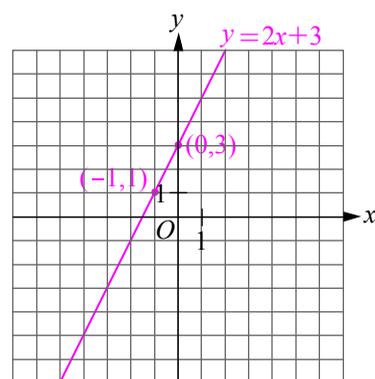
三、計算題：每題 10 分，共 20 分

1. 在坐標平面上畫出一次函數 $y=2x+3$ 的圖形。

解：任取 $y=2x+3$ 的兩組解：

x	-1	0
y	1	3

過 $(-1, 1)$ 和 $(0, 3)$ 畫一直線，
即為一次函數 $y=2x+3$ 的圖形，如右圖。



2. 右圖是益通電信公司的通話費計算方式在 300 秒以內只須繳通話基本費，超過 300 秒的費用與通話時間成一次函數關係，試問通話 1200 秒需花多少元？

解：設通話 x 秒時，費用為 y 元，

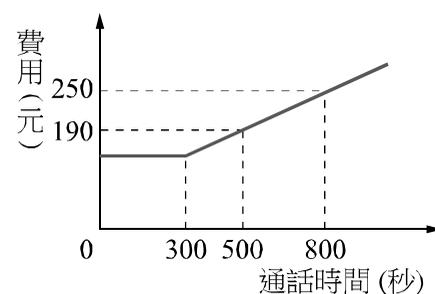
且 300 秒以後符合函數 $y=ax+b$ ，
將 $(500, 190)$ 和 $(800, 250)$ 代入，

$$\text{得聯立方程式} \begin{cases} 190 = 500a + b \\ 250 = 800a + b \end{cases}$$

解得 $a=0.2$ ， $b=90$ ，故 $y=0.2x+90$ 。

當 $x=1200$ 時， $y=0.2 \times 1200 + 90 = 330$ ，
故通話 1200 秒需花費 330 元。

答：330 元





每週一題



將十位數數字與個位數數字不同的兩位數 x ，依照以下規則運算：

- ① 將原數所有位數的數字由大到小依序重新排列後可得較大數，由小到大依序重新排列後則可得較小數。
- ② 將較大數減去較小數。
- ③ 以②所得之差的數字回到①繼續運算。

(若其差為一位數則在十位數數字補 0，使其成為兩位數)

如此運算下去可得一個循環，函數值 y_1 為達到循環所需的算式數量。

以 $x=72$ 為例：

$$72 - 27 = 45, 54 - 45 = 09, 90 - 09 = 81, 81 - 18 = 63, 63 - 36 = 27, \dots$$

由此可知 $x=72$ 時的函數值 $y_1=5$ 。

試問：

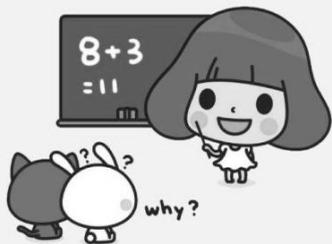
- (1) $x=36$ 時的函數值 y_1 是多少？
- (2) 若三位數 123 依照上述規則①~③運算，最終可得一定值，則此定值為何？
函數值 y_2 為達到定值所需的算式數量，則 $x=123$ 時的函數值 y_2 是多少？

解

(1) $63 - 36 = 27, 72 - 27 = 45, 54 - 45 = 09, 90 - 09 = 81, 81 - 18 = 63, \dots$
故 $x=36$ 時的函數值 $y_1=5$ 。

(2) $321 - 123 = 198, 981 - 189 = 792, 972 - 279 = 693, 963 - 369 = 594,$
 $954 - 459 = 495, 954 - 459 = 495, \dots$
故定值為 495，且 $x=123$ 時的函數值 $y_2=5$ 。

分數	評分指引
3	解題策略正確，完整列出所需的算式，並算出正確答案。
2	正確算出 $x=36$ 時的函數值 y_1 及(2)中所求的定值，但在計算函數值 y_2 時發生錯誤。
1	僅正確算出 $x=36$ 時的函數值 y_1 或(2)中所求的定值。
0	只有答案或與題目無關；策略不清或錯誤。



每週一題



右圖為 Neko 宅急便，包裹長度與運費呈一次函數圖形， x 為包裹長度， y 為包裹運費，試回答下列問題：

- (1) 求此一次函數。
- (2) 若一個 198 公分的包裹，則運費為多少錢？

解

- (1) 設一次函數為 $y=ax+b$ ，

將 $(60, 130)$ 和 $(90, 170)$ 分別代入 $y=ax+b$ ，

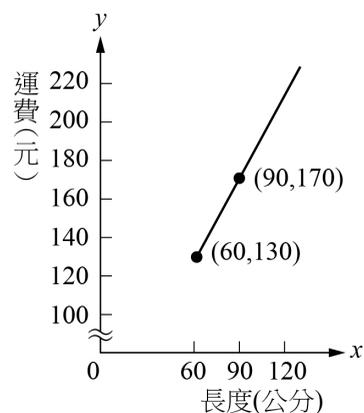
$$\begin{cases} 130=60a+b \dots \textcircled{1} \\ 170=90a+b \dots \textcircled{2} \end{cases}, \textcircled{2}-\textcircled{1} \text{ 得 } 30a=40, a=\frac{4}{3},$$

將 $a=\frac{4}{3}$ 代入 $\textcircled{1}$ 得 $130=60 \times \frac{4}{3} + b \Rightarrow 130=80+b, b=50$ ，

將 $a=\frac{4}{3}, b=50$ 代入 $y=ax+b$ ，得 $y=\frac{4}{3}x+50$ 。

- (2) 將 $x=198$ 代入 $y=\frac{4}{3}x+50$ ，得 $y=\frac{4}{3} \times 198+50=314$ ，

故運費 314 元。



分數	評分指引
3	解題策略正確，能清楚表達解題過程，且答案正確。
2	第(1)小題回答正確，第(2)小題計算錯誤。
1	第(1)小題回答正確，第(2)小題空白。
0	只有答案或與題目無關，策略模糊不清或錯誤。

第 3 章 三角形的性質與尺規作圖

3-1 內角與外角

實力養成 重點 1 內角和

- n 邊形的內角和 $= 180^\circ \times (n-2)$ 。
- 正 n 邊形的每一內角度數 $= \frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$ 。

題型 1 求內角

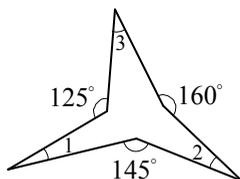
若一個三角形的三內角 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 分別為 x° 、 $(2x+40)^\circ$ 、 $(3x+20)^\circ$ ，則 $\angle C =$ 80 度。

題型 3 多邊形的內角

- 正十八邊形的每一內角為 160 度，每一外角為 20 度。
- 若一正多邊形每個內角的度數均為 150° ，則此多邊形為 十二 邊形。

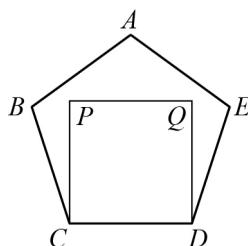
強化練習

- 如右圖， $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$ 70 度。



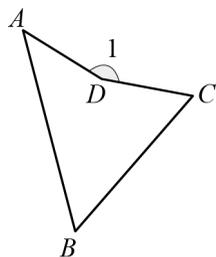
- 若一正多邊形每個內角的度數均為 135° ，則此多邊形為 八 邊形。

- 如右圖， $ABCDE$ 為正五邊形， $PCDQ$ 為正方形，則 $\angle BCP =$ 18 度。



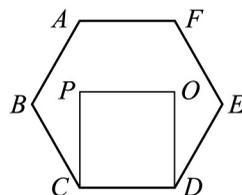
題型 2 三角形內角和應用

如右圖，已知 $\angle A + \angle B + \angle C = 160^\circ$ ，則 $\angle 1 =$ 160 度。



題型 4 多邊形內角和的應用

如右圖， $ABCDEF$ 為正六邊形， $PCDO$ 為正方形，則 $\angle BCP =$ 30 度。



實力養成 重點 2 補角、餘角與外角和

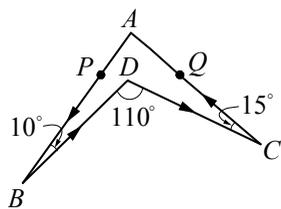
1. 餘角：如果兩個角的和是 90° ，此兩角互餘，其中一角是另一角的餘角。
2. 補角：如果兩個角的和是 180° ，此兩角互補，其中一角是另一角的補角。
3. 若兩直線交於一點，則其所形成的對頂角相等。
4. 三角形的外角性質：三角形的任一外角等於其兩個內對角的和。
5. 三角形的一組外角和是 360° 。

題型 1 求餘角、補角

- (1) 已知 $\angle A$ 與 $\angle B$ 互為餘角，
 $\angle A - \angle B = 20^\circ$ ，則 $\angle A =$ 55 度，
 $\angle B =$ 35 度。
- (2) 已知 $\angle A$ 與 $\angle B$ 互為補角，
 $3\angle A - 2\angle B = 70^\circ$ ，則 $\angle A =$ 86 度，
 $\angle B =$ 94 度。

題型 3 外角概念與外角定理

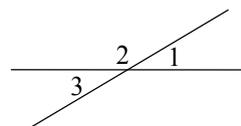
- (1) 如右圖，甲從 P 點走到 Q 點，其路線為 $P \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow Q$ ，則甲共轉了 405 度。



- (2) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B$ 的外角為 110° ，且 $\angle A - \angle C = 40^\circ$ ，則 $\angle C =$ 35 度。

強化練習

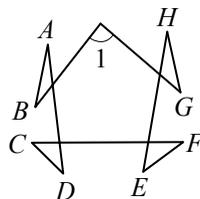
1. 如右圖，兩直線相交於一點。已知 $\angle 1 + \angle 3 = 60^\circ$ ，則 $\angle 2 =$ 150 度。



2. 若 $\angle A$ 與 $\angle B$ 互為補角， $\angle A - \angle B = 60^\circ$ ，則 $\angle A =$ 120 度， $\angle B =$ 60 度。

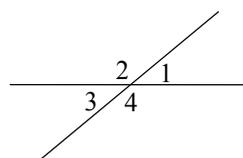
3. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle C$ 的外角為 100° ， $\angle A$ 比 $\angle B$ 的 2 倍多 10° ，則 $\angle B =$ 30 度。

4. 一個蛙形圖案如右圖所示，若 $\angle 1 = 88^\circ$ ，則 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G + \angle H =$ 268 度。



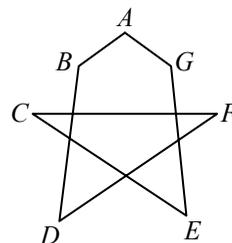
題型 2 對頂角相等的應用

如右圖，相異兩直線相交形成的四個角為 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 。
 若 $\angle 1 + \angle 3 = 80^\circ$ ，則 $\angle 2 =$ 140 度， $\angle 4 =$ 140 度。



題型 4 多邊形的角度問題

如右圖，
 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G =$ 540 度。



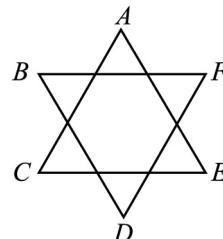
一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

(B) 1. 下列何者可作為三角形的三個外角？

- (A) 30° 、 60° 、 90° (B) 110° 、 120° 、 130°
 (C) 115° 、 90° 、 65° (D) 60° 、 60° 、 60°

(B) 2. 如右圖，求 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$ 。

- (A) 540°
 (B) 360°
 (C) 270°
 (D) 180°



(D) 3. 下列何者可為一銳角三角形的其中兩個內角度數？

- (A) 25° 、 55° (B) 30° 、 60° (C) 35° 、 40° (D) 45° 、 60°

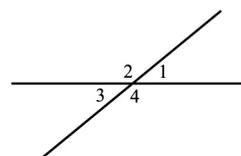
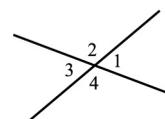
(B) 4. 從一個凸七邊形其中的一個頂點，最多可作出 a 條對角線；這些對角線將此七邊形分割成 b 個三角形；再利用每一個三角形的內角和為 180° ，可求得此七邊形的內角和為 c° 。試問下列哪一個選項是正確的？

- (A) $a=5$ (B) $b=5$ (C) $c=1080$ (D) $a \times 180 = c$

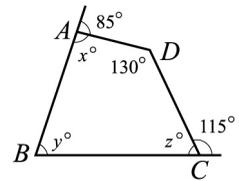
(D) 5. 一隻企鵝往前走 1 公尺後會向右轉 20° ，然後再向前走 1 公尺後再右轉 20° ，之後一直以此方法前進，整個路徑恰好形成一個正 n 邊形，則 $n = ?$

- (A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18

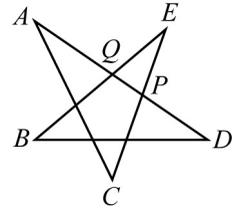
二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 如右圖，相異兩直線相交形成的四個角為 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 。若 $\angle 1 + \angle 3 = 80^\circ$ ，則 $\angle 2 =$ 140 度。2. 如右圖，兩直線相交於一點，且 $\angle 2 = 2\angle 1$ ，則 $\angle 3$ 的餘角 = 30 度。3. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle C$ 的外角為 120° ， $\angle A = 65^\circ$ ，則 $\angle B =$ 55 度。4. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 20^\circ$ ， $\angle B = 55^\circ$ ，則：(1) $\angle A$ 的外角 = 160 度， $\angle C$ 的外角 = 75 度。(2) $\triangle ABC$ 的一組外角和 = 360 度。

5. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，若 $\angle D=130^\circ$ ， $\angle A$ 、 $\angle C$ 的外角分別為 85° 、 115° ，則 $x+y-z=$ 100。

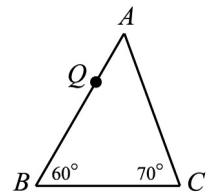


6. 如右圖，已知 $\angle A=30^\circ$ ， $\angle B=40^\circ$ ， $\angle C=45^\circ$ ， $\angle D=35^\circ$ ，則 $\angle E=$ 30 度。

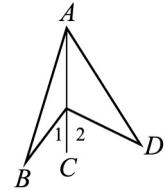


7. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle C$ 的外角 $=140^\circ$ ，且 $\angle A-\angle B=10^\circ$ ，則 $\angle B=$ 65 度。

8. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=60^\circ$ ， $\angle C=70^\circ$ ， Q 為 \overline{AB} 上一點。若小英沿著三角形的邊，從 A 經過 C ，再經過 B 到達 Q ，則她共轉了 230 度。



9. 如右圖，已知 $\angle BAD=50^\circ$ ， $\angle B=20^\circ$ ， $\angle D=30^\circ$ ，則 $\angle 1+\angle 2=$ 100 度。



10. 一個四邊形最多有 3 個鈍角。

11. 若一正多邊形的一內角為 140° ，則此正多邊形為正 九 邊形。

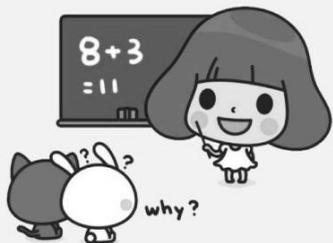
三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 若一正 n 邊形的一內角超過 135° ，則 n 的最小值為何？

解： $\frac{180 \times (n-2)}{n} > 135$
 $\Rightarrow 180n - 360 > 135n$
 $\Rightarrow 45n > 360$
 $\Rightarrow n > 8$
 故 n 的最小值為 9。
答： 9

2. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A=7s^\circ$ ， $\angle B=3s^\circ$ ， $\angle C=8s^\circ$ ，試計算 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的度數。

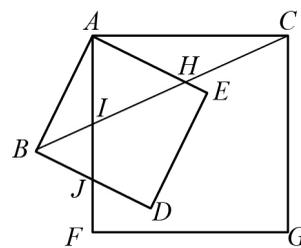
解： $7s+3s+8s=180$ ， $18s=180$ ， $s=10$
 $\angle A=7 \times 10^\circ=70^\circ$
 $\angle B=3 \times 10^\circ=30^\circ$
 $\angle C=8 \times 10^\circ=80^\circ$
答： $\angle A=70^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ， $\angle C=80^\circ$



每週一題



如圖所示， $\triangle ABC$ 分別以 \overline{AB} 、 \overline{AC} 為邊長，作正方形 $ABDE$ 與 $AFGC$ ，其中 \overline{AE} 交 \overline{BC} 於 H ， \overline{AF} 分別與 \overline{BC} 、 \overline{BD} 交於 I 、 J 兩點。試回答下列問題：



- (1) 若 $\angle CAE = 25^\circ$ ，則 $\angle BJF = ?$
- (2) 承(1)，若 $\overline{AH} = \overline{HC}$ ，則 $\angle HIJ = ?$

解

- (1) $\angle BAJ = 90^\circ - \angle JAE = \angle CAE = 25^\circ$ ($\because ABDE$ 與 $AFGC$ 皆正方形)

在 $\triangle ABJ$ 中，由外角定理知

$$\begin{aligned} \angle BJF &= \angle JBA + \angle BAJ \\ &= 90^\circ + 25^\circ = 115^\circ \end{aligned}$$

- (2) 因為 $\overline{AH} = \overline{HC}$ ，所以 $\angle HCA = \angle HAC = 25^\circ$

在 $\triangle ACI$ 中，由外角定理知

$$\begin{aligned} \angle HIJ &= \angle CAI + \angle ACI \\ &= 90^\circ + 25^\circ = 115^\circ \end{aligned}$$

分數	評分指引
3	解題策略正確，能清楚表達解題過程，且答案正確。
2	第(1)小題回答正確，第(2)小題能推理出 $\angle HCA = \angle HAC = 25^\circ$ 。
1	第(1)小題回答正確，第(2)小題空白。
0	只有答案或與題目無關，策略模糊不清或錯誤。

3-2 ➡ 基本尺規作圖

實力養成

重點

1

等線段、等角作圖

題型 1 等線段作圖

下圖是兩線段 a 、 b ，利用尺規作圖畫出下列各線段的長度：



(1) $a+b$



\overline{AC} 即為所求。

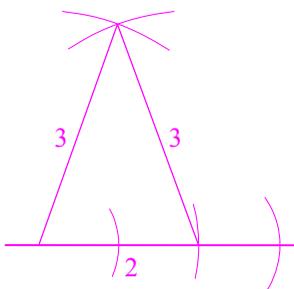
(2) $2a-b$



\overline{AD} 即為所求。

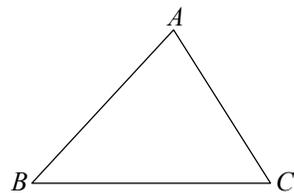
題型 3 等腰三角形的尺規作圖 I

右圖為 1 單位長的線段，利用尺規作圖畫出三邊長為 3、3、2 的等腰三角形。

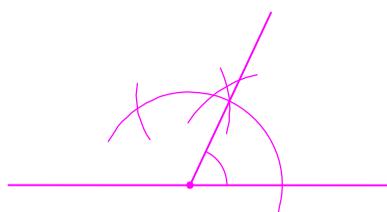


題型 2 等角作圖

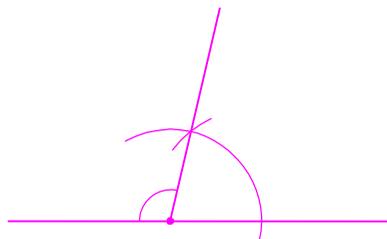
如右圖，已知 $\triangle ABC$ ，利用尺規作圖畫出下列各角度：



(1) $\angle A + \angle B - \angle C$

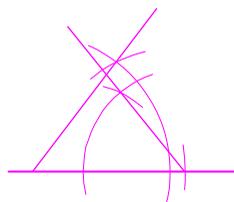
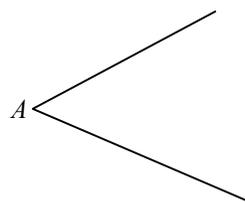


(2) $180^\circ - \angle A$



題型 4 等腰三角形的尺規作圖 II

如右圖，已知一線段長 a 及 $\angle A$ ，畫出底長為 a ，兩底角為 $\angle A$ 的等腰三角形。

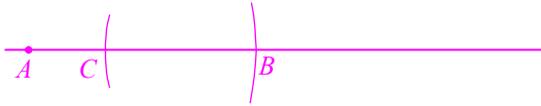


強化練習

1. 右圖是兩線段 a 、 b ，利用尺規作圖畫出下列各線段長度：



- (1) $b - a$



\overline{AC} 即為所求。

- (2) $2a + b$

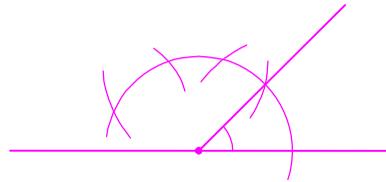
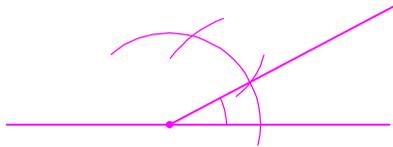
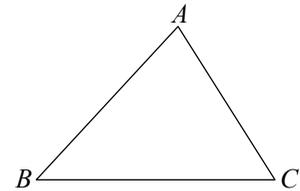


\overline{AD} 即為所求。

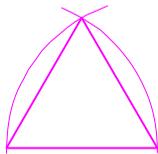
2. 如右圖，已知 $\triangle ABC$ ，利用尺規作圖畫出下列各角度：

- (1) $\angle A - \angle B$

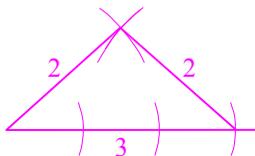
- (2) $2\angle A - \angle B - \angle C$



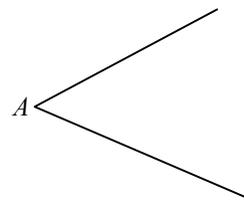
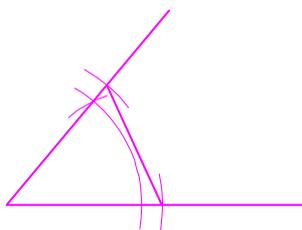
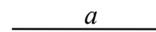
3. 如右圖，已知 \overline{AB} ，畫出以 \overline{AB} 為邊長的正三角形。



4. 如右圖，已知 1 單位長的線段，利用尺規作圖畫出三邊長為 2、2、3 的三角形。



5. 如右圖，已知一線段 a 及 $\angle A$ ，畫出兩腰長為 a ，頂角為 $\angle A$ 的等腰三角形。

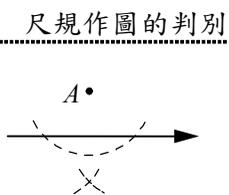


題型 1 尺規作圖的判別

右圖是哪一種尺規作圖的軌跡？

- (A) 垂線作圖
- (B) 中點作圖
- (C) 中垂線作圖
- (D) 等角作圖

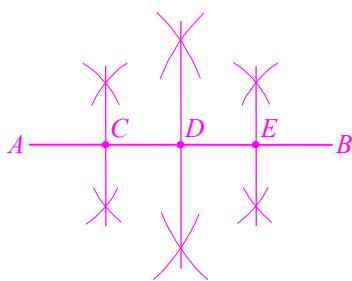
答： (A) 。



題型 3 等分線段作圖

如下圖，已知 \overline{AB} ，在 \overline{AB} 上找三點 C 、 D 、 E ，使 $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EB}$ 。

A ————— B



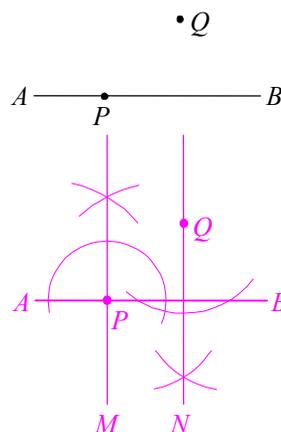
題型 5 求中垂線作圖次數

有一線段長 20 公分，若要利用中垂線作圖，從中作一線段長為 7.5 公分，則至少須作 3 次中垂線作圖。

題型 2 過線上、外一點作垂線

如下圖，已知 \overline{AB} 、 \overline{AB} 上一點 P 及 \overline{AB} 外一點 Q ，利用尺規作圖完成下列作圖：

- (1) 通過 P 點作直線 $M \perp \overline{AB}$ 。
- (2) 通過 Q 點作直線 $N \perp \overline{AB}$ 。

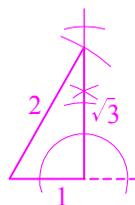


題型 4 求等分線段作圖次數

- (1) 若要將一線段 16 等分，則須作 15 次的中垂線作圖。
- (2) 小寶利用中垂線作圖，要將一線段分成 3 : 13，則小寶至少要作圖 4 次。

題型 6 \sqrt{n} 的尺規作圖

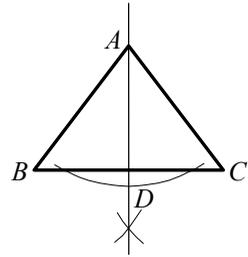
如右圖，已知 1 單位長的線段， 1 利用尺規作圖畫出長為 $\sqrt{3}$ 的線段。



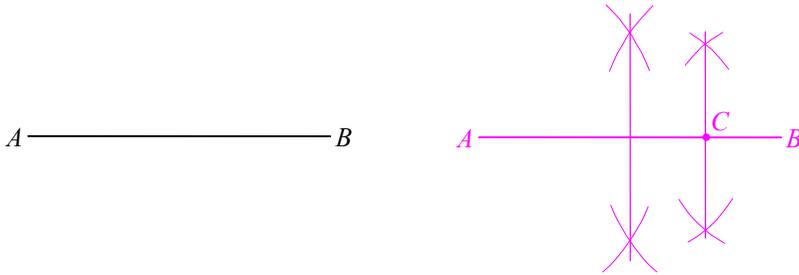
強化練習

1. 如右圖，小美利用尺規作圖，在 $\triangle ABC$ 作出 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，試問這是哪一種作圖？答： (B)。

- (A) 過線上一點作 \overline{BC} 的垂線 (B) 過線外一點作 \overline{BC} 的垂線
 (C) 作 $\angle A$ 的角平分線 (D) 作 \overline{BC} 的中垂線



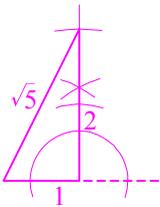
2. 如下圖，已知 \overline{AB} ，在 \overline{AB} 上找一點 C ，使 $\overline{AC} = 3\overline{BC}$ 。



3. (1) 若想將一線段均分為 32 等分，則須作 31 次中垂線作圖。
 (2) 若要利用尺規作圖，將一線段分成 7 : 25 的兩段，則至少要作 5 次的中垂線作圖。

4. 已知一線段長 24 公分，若要將此線段分成 9 公分與 15 公分，則至少須作 3 次的中垂線作圖。

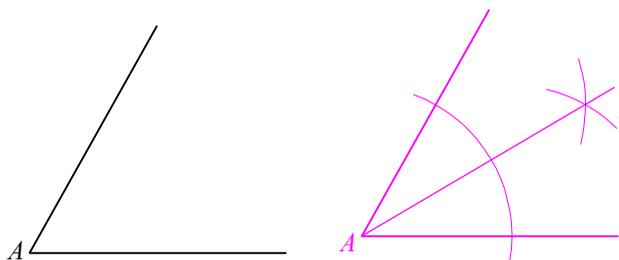
5. 如右圖，已知 1 單位長的線段，利用尺規作圖畫出 $\sqrt{5}$ 的線段。 1



實力養成 重點 3 角平分線作圖

題型 1 角平分線作圖

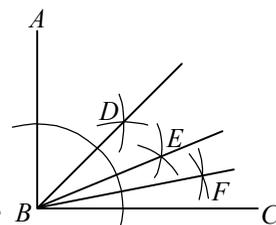
如下圖，已知 $\angle A$ ，畫出 $\angle A$ 的角平分線。



題型 2 角平分線作圖的應用

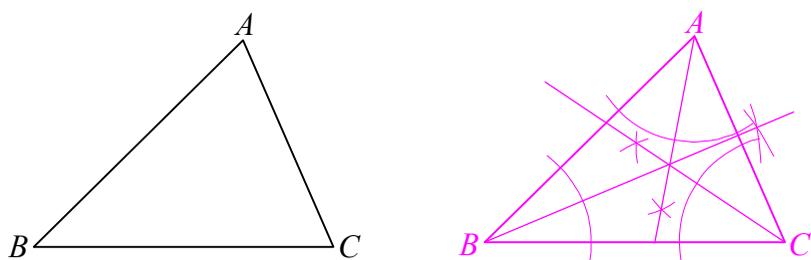
如右圖， $\angle ABC = 90^\circ$ ，在三次角平分線作圖之後，得到 \overrightarrow{BD} 、 \overrightarrow{BE} 及 \overrightarrow{BF} ，則：

- (1) $\angle EBC = \underline{22.5}$ 度。
- (2) $\angle DBF = \underline{33.75}$ 度。



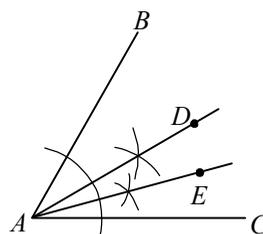
強化練習

1. 如下圖，已知 $\triangle ABC$ ，畫出 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的角平分線。



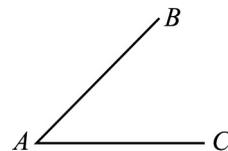
2. 如右圖，已知 $\angle BAC = 60^\circ$ ，在兩次角平分線作圖之後，得到 \overrightarrow{AD} 、 \overrightarrow{AE} ，則：

- (1) $\angle DAC = \underline{30}$ 度。
- (2) $\angle EAC = \underline{15}$ 度。
- (3) $\angle BAE = \underline{45}$ 度。



一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- (D) 1. 如右圖，利用尺規作圖，求作一角等於 $\angle BAC$ ，則其第一步驟為何？

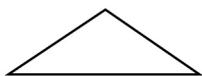


- (A) 以 A 為圓心，大於 \overline{AC} 為半徑畫弧
 (B) 以 B 為圓心，適當長為半徑畫弧
 (C) 以 C 為圓心，小於 \overline{AC} 為半徑畫弧
 (D) 以 A 為圓心，適當長為半徑畫弧
- (C) 2. 比較 $\angle ABC$ 、 $\angle DEF$ 的大小，將 $\angle ABC$ 移到 $\angle DEF$ 上，使頂點 B 與 E 重合， \overline{BA} 疊在 \overline{ED} 上。若 \overline{BC} 落在 $\angle DEF$ 的兩邊之內，則 $\angle ABC$ 與 $\angle DEF$ 的關係大小為何？
 (A) $\angle ABC > \angle DEF$
 (B) $\angle ABC = \angle DEF$
 (C) $\angle ABC < \angle DEF$
 (D) 無法比較
- (C) 3. 已知 $\overline{AB} = 5$ 公分，欲找 \overline{AB} 之中點，可以 A 、 B 為圓心， r 公分為半徑畫弧。若 r 是正整數，則 r 的最小值為何？
 (A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2
- (D) 4. 若欲測量排球上相異兩點的距離，則下列哪一個方法最正確？
 (A) 直接使用刻度尺來量
 (B) 用量角器來量
 (C) 用三角板來量
 (D) 先用圓規，再用刻度尺來量
- (C) 5. 下列哪一個角度不能用尺規作圖的方法三等分？
 (A) 45° (B) 90° (C) 125° (D) 135°

二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 試利用圓規檢驗下列何者是等腰三角形。

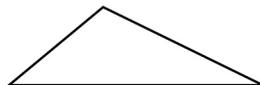
甲



乙



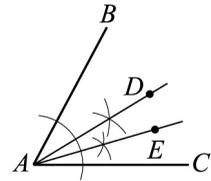
丙



答： 甲 。

2. 在同一平面上，一線段可作出 無限多 條垂線，一線段可作出 1 條中垂線。

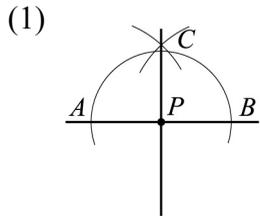
3. 如右圖，已知 $\angle BAC=60^\circ$ ，在兩次角平分線作圖之後，得到 \vec{AD} 、 \vec{AE} ，則：



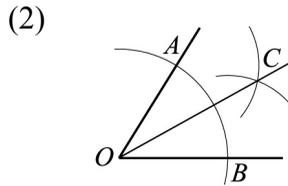
- (1) $\angle DAC =$ 30 度。
 (2) $\angle EAC =$ 15 度。
 (3) $\angle BAE =$ 45 度。

4. 觀察下面的作圖，在空格中填入(A)、(B)、(C)或(D)。

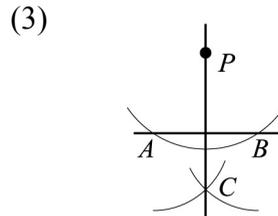
(A) 過線外一點作垂線 (B) 角平分線 (C) 過線上一點作垂線 (D) 中垂線



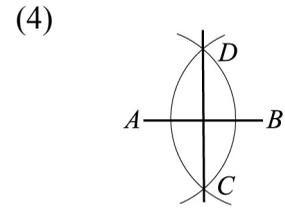
答： (C) 。



答： (B) 。



答： (A) 。



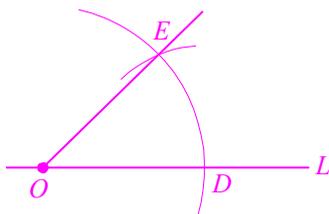
答： (D) 。

5. 欲將一線段分成兩部分，使其長度比為 3 : 5，則至少須作 3 次中垂線作圖。
 6. 已知一線段長 32 公分，若要將此線段分成 8 公分與 24 公分，則至少須作 2 次中垂線作圖。
 7. 欲將一個角分成八等分，則至少須作 7 次角平分線作圖。

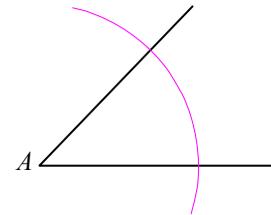
三、作圖題：每題 5 分，共 10 分

1. 已知 $\angle A$ ，畫一角使其等於 $\angle A$ 。

解：

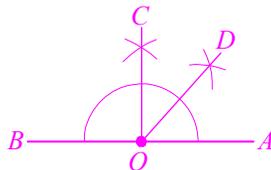


$\angle EOD$ 即為所求



2. 利用尺規作出一個 45° 的角。

解：



$\angle AOD$ 即為所求

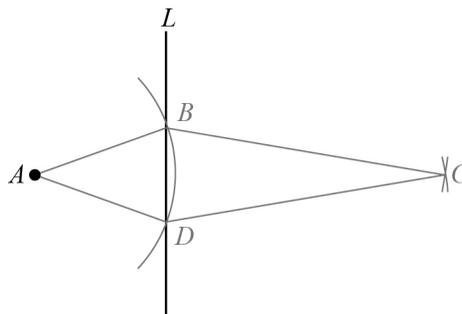


每週一題



如右圖所示，有一直線 L 與線外一點 A ，
依序用尺規作圖作法如下：

- ① 以 A 點為圓心，適當長為半徑畫弧，
交直線 L 於 B 、 D 兩點。
- ② 分別以 B 、 D 兩點為圓心，
 $2\overline{AB}$ 為半徑畫弧，兩弧交於 C 點。
- ③ 分別連接 \overline{AB} 、 \overline{AD} 、 \overline{BC} 、 \overline{CD} 。



試回答下列問題：

- (1) \overline{AC} 是否垂直平分 \overline{BD} ？
- (2) 若 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BD} = 2$ ，且設 \overline{AC} 與 \overline{BD} 交於 E 點，則 \overline{CE} 長度是否為 \overline{AE} 長度的 2 倍？

解

(1) 因為由①可知 $\overline{AB} = \overline{AD}$ ，由②可知 $\overline{BC} = 2\overline{AB} = \overline{DC}$ ，
所以四邊形 $ABCD$ 為箏形，故 \overline{AC} 垂直平分 \overline{BD} 。

(2) 由直角 $\triangle ABE$ 可知，

$$\overline{AE} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BE}^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2} = \sqrt{8}。$$

同理，由直角 $\triangle CBE$ 可知，

$$\overline{CE} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{BE}^2} = \sqrt{(3 \times 2)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2} = \sqrt{35}。$$

$$\text{則 } 2\overline{AE} = 2\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 8} = \sqrt{32} \neq \sqrt{35} = \overline{CE}，$$

故 \overline{CE} 長度不是 \overline{AE} 長度的 2 倍。

分數	評分規準
3	解題策略正確，能清楚表達解題過程，且答案皆正確。
2	正確說明 \overline{AC} 垂直平分 \overline{BD} ，並求出 \overline{CE} 或 \overline{AE} 的長度。
1	1. 僅正確說明 \overline{AC} 垂直平分 \overline{BD} 。 2. 僅正確求出 \overline{CE} 或 \overline{AE} 的長度。
0	只有答案或與題目無關；策略模糊不清或錯誤。

3-3 ➡ 三角形全等

實力養成

重點

1

全等三角形的判別方法

1. *SSS* 全等性質：若兩個三角形的三邊對應相等，則此兩三角形必全等。
2. *SAS* 全等性質：若兩個三角形的兩邊和它們的夾角對應相等，則此兩三角形必全等。
3. *ASA* 全等性質：若兩個三角形的兩角和它們的夾邊對應相等，則此兩三角形必全等。
4. *AAS* 全等性質：若兩個三角形的兩角和其中一角的對邊對應相等，則此兩三角形必全等。
5. *RHS* 全等性質：若兩個直角三角形的斜邊和一股對應相等，則此兩三角形必全等。

註：在 *SSA* 及 *AAA* 條件之下，兩三角形不一定全等。

題型 1

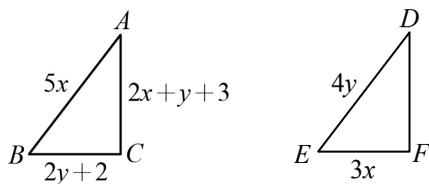
全等三角形應用 I

已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且 A 、 B 、 C 的對應頂點分別是 D 、 E 、 F 。若 $\overline{AB} = 3x+6$ ， $\overline{BC} = 16$ ， $\overline{AC} = 9$ ， $\overline{EF} = 6y-2$ ， $\overline{DE} = 15$ ，則 $x-y = \underline{0}$ 。

題型 3

全等三角形應用 III

如下圖，若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，其中 A 、 B 、 C 的對應頂點分別是 D 、 E 、 F ，則：



- (1) $x = \underline{4}$ ， $y = \underline{5}$ 。
- (2) $\overline{DF} = \underline{16}$ 。

題型 2

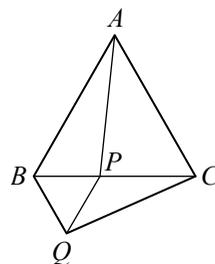
全等三角形應用 II

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所對應的邊長分別為 a 、 b 、 c ，且 $(a-5)^2 + (b-12)^2 + (c-13)^2 = 0$ 。若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，則 $\triangle DEF$ 的周長為 $\underline{30}$ 。

題型 4

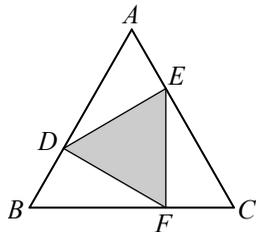
三角形全等性質判別

如右圖，若 $\triangle ABC$ 與 $\triangle BPQ$ 均為正三角形，則根據 SAS 全等性質，可以說明 $\triangle ABP \cong \triangle CBQ$ 。



題型 5 利用全等性質判別三角形

如右圖，若正 $\triangle ABC$ 的邊長為 6 公分，且 $\overline{DB} = \overline{FC} = \overline{AE} = 2$ 公分， $\angle ADE = 30^\circ$ ，則：



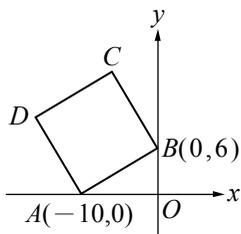
(1) $\triangle DEF$ 是否為正三角形？

答：是。

(2) $\triangle BDF$ 的周長為 $6 + 2\sqrt{3}$ 公分。

題型 7 全等三角形的綜合應用

如右圖，坐標平面上，正方形 $ABCD$ 的兩個頂點 $A(-10, 0)$ 、 $B(0, 6)$ 分別在 x 軸、 y 軸上，則：



(1) C 點坐標為 $(-6, 16)$ 。

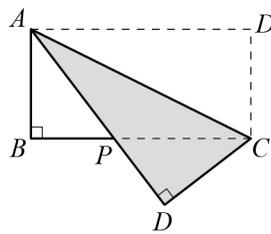
(2) 正方形 $ABCD$ 的面積為 136。

題型 6 SSA 條件

在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\angle B = \angle E$ ， $\overline{AC} = \overline{DF}$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，則 $\angle F =$ 40 或 140 度。

題型 8 摺紙問題

如右圖，將長方形 $ABCD$ 沿著對角線 \overline{AC} 對摺， \overline{AD} 與 \overline{BC} 交於 P 點，試說明 $\overline{AP} = \overline{CP}$ 。



在 $\triangle ABP$ 與 $\triangle CDP$ 中

$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$ (皆為長方形 $ABCD$ 的寬)

$\angle B = \angle D = 90^\circ$ (長方形 $ABCD$ 的內角)

$\angle APB = \angle CPD$ (對頂角相等)

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle CDP$ (AAS 全等性質)

$\therefore \overline{AP} = \overline{CP}$ (對應邊相等)

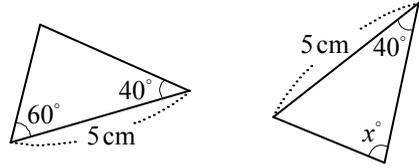
強化練習

1. 已知 $\triangle ABC$ 中的 $\angle A$ 、 $\angle B$ 與 \overline{AB} ，若要作一三角形與 $\triangle ABC$ 全等，則可利用 ASA 全等性質。

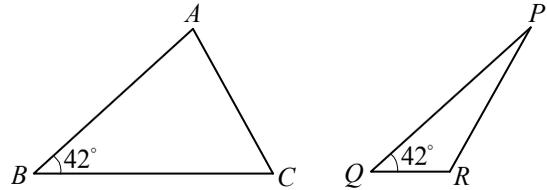
2. 若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 D 、 E 、 F ，且 $\angle A = (3x + 4)^\circ$ ， $\angle B = (6x + 8)^\circ$ ， $\angle D = (6x - 17)^\circ$ ， $\angle F = 15x^\circ$ ，則 $\angle C =$ 105 度。

3. 若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 D 、 E 、 F ， $\overline{AB} = (5x - 4)$ 公分， $\overline{EF} = (4x + 2)$ 公分， $\overline{BC} = 22$ 公分，且 $\triangle DEF$ 的周長為 59 公分，則 $\overline{AC} =$ 16 公分。

4. 已知右圖的兩個三角形全等，則 $x =$ 80 。

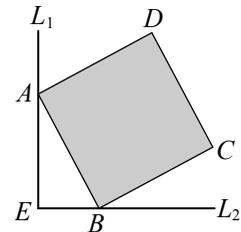


5. 如右圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{PQ}$ ， $\overline{AC} = \overline{PR}$ ， $\angle B = \angle Q = 42^\circ$ ，但兩三角形不全等，則 $\angle C + \angle R =$ 180 度。

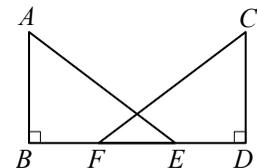


6. 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 D 、 E 、 F 。若 $\overline{AB} = 25$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\angle C = \angle F = 90^\circ$ ，則 $\overline{DF} =$ 24。

7. 如右圖，直線 L_1 垂直直線 L_2 於 E 點，四邊形 $ABCD$ 是一邊長為 17 公分的正方形，且 A 點在直線 L_1 上， B 點在直線 L_2 上。若 $\overline{BE} = 8$ 公分，則 D 點到直線 L_1 的距離是 15 公分， D 點到直線 L_2 的距離是 23 公分。



8. 如右圖，已知 $\overline{AB} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{AE} = \overline{CF}$ ， B 、 F 、 E 、 D 在同一直線上，試說明 $\overline{BF} = \overline{DE}$ 。



在 $\triangle ABE$ 與 $\triangle CDF$ 中

$\because \overline{AB} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{BD}$

$\therefore \angle ABE = \angle CDF = 90^\circ$

又 $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{AE} = \overline{CF}$ (已知)

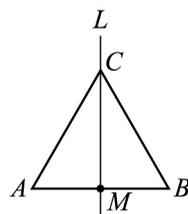
$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (RHS 全等性質)

故 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 。

利用等量減法公理得 $\overline{BF} = \overline{BE} - \overline{EF} = \overline{DF} - \overline{EF} = \overline{DE}$ 。

一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

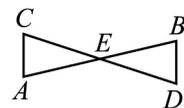
- (B) 1. 已知 $\triangle ABC$ 中的 $\angle A$ 、 $\angle B$ 和 \overline{AB} ，想作一個三角形與 $\triangle ABC$ 全等，須利用何種作圖？
(A) SAS (B) ASA
(C) SSS (D) AAS
- (C) 2. $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，若 $\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\overline{AC} = \overline{DF}$ ， $\angle B = \angle E$ ，則這兩個三角形關係為何？
(A) 必全等 (B) 必不全等
(C) 不一定全等 (D) 面積必相等
- (D) 3. $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，若 $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ，則再配合下列哪一個條件仍不一定能使兩三角形全等？
(A) $\overline{AB} = \overline{DE}$ (B) $\overline{BC} = \overline{EF}$
(C) $\overline{AC} = \overline{DF}$ (D) $\angle C = \angle F$
- (A) 4. 如右圖，已知 \overline{AB} 的中垂線 L 交 \overline{AB} 於 M ，則下列何者可用來說明 $\triangle AMC \cong \triangle BMC$ ？
(A) SAS 全等性質 (B) SSS 全等性質
(C) RHS 全等性質 (D) AAS 全等性質
- (D) 5. 兩直角三角形在下列哪一種條件下，不一定全等？
(A) 兩股對應相等
(B) 一斜邊及一股對應相等
(C) 一斜邊及一銳角對應相等
(D) 兩銳角對應相等



二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\overline{BC} = \overline{EF}$ ， $\overline{AC} = \overline{DF}$ ，則根據SSS全等性質可得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且 $\angle C$ 的對應角為 $\angle F$ 。
2. 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 中，若 $\angle A = \angle P$ ， $\angle C = \angle R$ ， $\overline{BC} = \overline{QR}$ ，則根據AAS全等性質可得 $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ 。
3. 已知一直角三角形的斜邊長及一股長，則利用RHS全等性質可作一三角形與此直角三角形全等。

4. 如右圖，已知 \overline{AB} 與 \overline{CD} 相交於 E 點， $\overline{AE} = \overline{EB}$ ， $\overline{CE} = \overline{ED}$ ， $\angle A = 78^\circ$ ， $\angle AEC = 32^\circ$ ，則根據 SAS 全等性質可得 $\triangle AEC \cong \triangle BED$ ，且 $\angle D =$ 70 度。



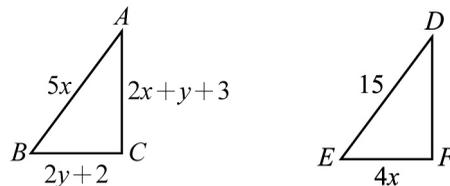
5. 若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別為 D 、 E 、 F ，且 $\overline{DE} = \overline{EF}$ ， $\angle A = 70^\circ$ ，則 $\angle E =$ 40 度。

6. 若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別為 D 、 E 、 F 。若 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，則 $\overline{DF} =$ 4。

7. 如右圖，若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，其中 A 、 B 、 C 的對應頂點分別是 D 、 E 、 F ，則：

(1) $x =$ 3， $y =$ 5。

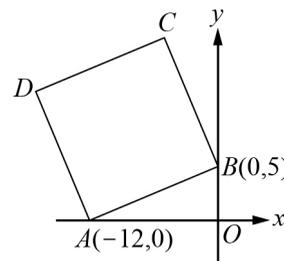
(2) $\overline{DF} =$ 14。



8. 如右圖，坐標平面上，正方形 $ABCD$ 的兩個頂點 $A(-12, 0)$ 、 $B(0, 5)$ 分別在 x 軸、 y 軸上，試求：

(1) C 點坐標為 $(-5, 17)$ 。

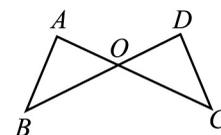
(2) 正方形 $ABCD$ 的面積為 169。



三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 如右圖， $\angle A = \angle D$ ， $\overline{AO} = \overline{DO}$ ，試說明 $\triangle ABO \cong \triangle DCO$ 。

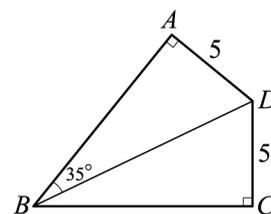
解： $\because \angle A = \angle D$ ， $\overline{AO} = \overline{DO}$ ， $\angle AOB = \angle DOC$ (對頂角相等)
 $\therefore \triangle ABO \cong \triangle DCO$ (ASA 全等性質)

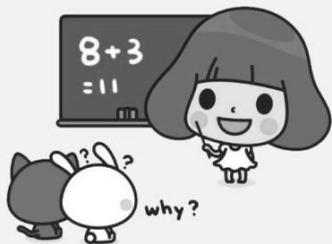


2. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ ， $\angle ABD = 35^\circ$ ， $\overline{AD} = \overline{CD} = 5$ 。請問 $\angle CDB$ 是多少度？

解： $\because \overline{AD} = \overline{CD}$ ，且 $\angle A = \angle C = 90^\circ$ ， $\overline{BD} = \overline{BD}$
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD$ (RHS 全等性質)
 故 $\angle CDB = 90^\circ - \angle CBD = 90^\circ - \angle ABD = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$ 。

答： 55°





每週一題



如右圖， $\triangle ABC$ 為直角三角形， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 3$ ，以 \overline{AB} 、 \overline{AC} 為邊分別作正方形 $AEDC$ 和正方形 $ABFG$ ，則：

(1) 試說明 $\triangle ABE \cong \triangle AGC$ 。

(2) $\overline{BE} = ?$

解

(1) 在 $\triangle ABE$ 與 $\triangle AGC$ 中，

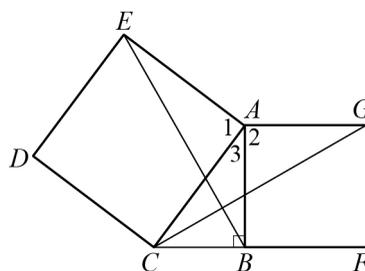
因為四邊形 $AEDC$ 與四邊形 $ABFG$ 為正方形，

所以 $\overline{AC} = \overline{AE}$ ， $\overline{AB} = \overline{AG}$ ，

又 $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ ， $\angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 3$ ，

得 $\angle EAB = \angle CAG$ ，故 $\triangle ABE \cong \triangle AGC$ (SAS 全等性質)。

(2) 由 (1) 可知， $\overline{BE} = \overline{CG} = \sqrt{\overline{CF}^2 + \overline{FG}^2} = \sqrt{7^2 + 4^2} = \sqrt{65}$ 。



分數	評分指引
3	解題策略正確，能清楚表達解題過程，且答案正確。
2	第(1)小題完整推論正確，且第(2)小題空白。
1	第(1)小題僅推論出 $\overline{AC} = \overline{AE}$ 、 $\overline{AB} = \overline{AG}$ ，但未完整證明，且第(2)小題空白。
0	1. 只有答案或與題目無關。 2. 策略模糊不清或錯誤。

3-4 ➡ 全等三角形的應用

實力養成

重點

1

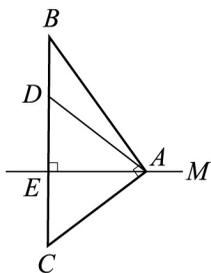
全等三角形性質的應用

題型 1 等腰三角形的性質 I

有一個等腰三角形的頂角度數等於其一個底角度數的 2 倍，則此三角形的頂角為 90 度。

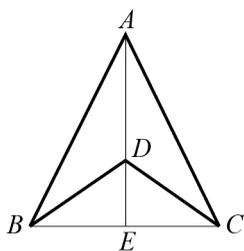
題型 3 中垂線性質

如右圖，直角 $\triangle ABC$ 中， D 為 \overline{BC} 上的一點，且 $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{AB} = 8$ 。若直線 M 垂直平分 \overline{CD} ，則 $\overline{AD} = \underline{6}$ ， $\overline{BD} = \underline{\frac{14}{5}}$ 。



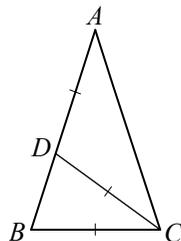
題型 5 中垂線判別性質

臺南市海安路上有一些街頭藝術，這次阿方想在一面寬 $\overline{BC} = 6$ m，高 $\overline{AE} = 6$ m的牆上加裝造型燈管，且燈管 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，燈管 $\overline{DB} = \overline{DC}$ ， $\overline{AD} = 4$ m，則共需要燈管長 $6\sqrt{5} + 2\sqrt{13}$ m。



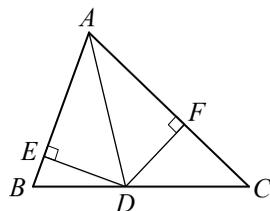
題型 2 等腰三角形的性質 II

如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，且 D 落在 \overline{AB} 上。已知 $\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BC}$ ，則 $\angle A = \underline{36}$ 度。



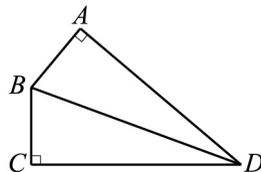
題型 4 角平分線性質

如右圖， $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 平分 $\angle BAC$ ，且 $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{DF} \perp \overline{AC}$ 。已知 $\overline{AB} = 22$ ， $\overline{AC} = 30$ 。若 $\triangle ABC$ 的面積為 286，則 $\overline{DE} = \underline{11}$ 。



題型 6 角平分線判別性質

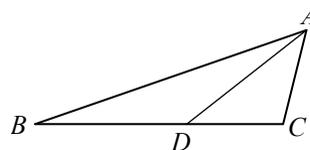
如右圖，已知 $\angle A = \angle C = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = \overline{BC}$ ， $\angle ABD = 70^\circ$ ，則 $\angle ADB = \underline{20}$ 度， $\angle CDB = \underline{20}$ 度。



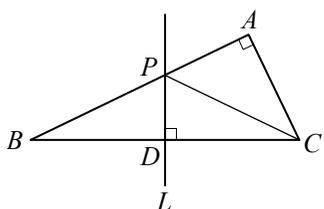
強化練習

1. 在一等腰三角形中，若一底角為 35° ，則其頂角為 110 度。

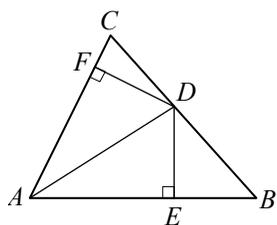
2. 如右圖，已知 $\angle C = 104^\circ$ ， $\overline{AC} = \overline{CD}$ ，
 $\overline{AD} = \overline{BD}$ ，則 $\angle ADC =$ 38 度，
 $\angle B =$ 19 度。



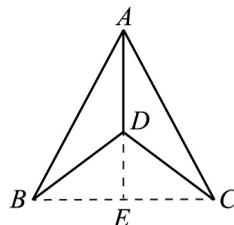
3. 如下圖(一)，直線 L 垂直平分 \overline{BC} 。若 $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{PC} = 5$ ， $\overline{AP} = 3$ ，則四邊形 $PDCA$ 的面積為 11。



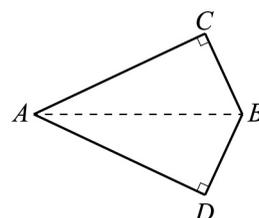
圖(一)



圖(二)



圖(三)



圖(四)

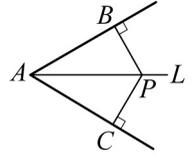
5. 如上圖(三)是小風設計的風箏，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 17$ ， $\overline{DB} = \overline{DC} = 10$ ， $\overline{BC} = 16$ ，則骨架 $\overline{AD} =$ 9。

6. 如上圖(四)，淘金者阿順認為與 B 地距離相等的 C 、 D 兩地有豐富的金礦，且 $\overline{AC} \perp \overline{BC}$ ，
 $\overline{AD} \perp \overline{BD}$ 。為了加快工作效率，阿順派兩支團隊分別從 A 地前進 C 、 D 兩地。已知
 $\angle CBA + \angle DBA = 130^\circ$ ，則 $\angle CAB =$ 25 度， $\angle DAB =$ 25 度。

一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

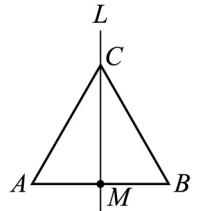
- (D) 1. 如右圖，已知 L 為 $\angle BAC$ 的角平分線， P 在 L 上，且 $\overline{PB} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{PC} \perp \overline{AC}$ ，則可根據哪一個全等性質說明 $\triangle ABP \cong \triangle ACP$ ？

(A) SAS (B) SSS (C) RHS (D) AAS



- (A) 2. 如右圖， $\overline{AC} = \overline{BC}$ ， L 為 $\angle C$ 的角平分線交 \overline{AB} 於 M ，則可用下列何種全等性質來說明 $\triangle AMC \cong \triangle BMC$ ？

(A) SAS (B) SSS (C) RHS (D) AAS

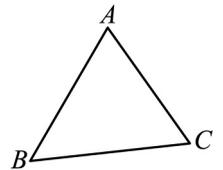


- (C) 3. 下列關於等腰三角形的敘述，何者錯誤？

(A) 等腰三角形頂角的平分線會垂直平分底邊
 (B) 等腰三角形的兩底角相等
 (C) 等腰三角形底角的平分線會垂直其所對應的邊
 (D) 等腰三角形兩腰上的高會相等

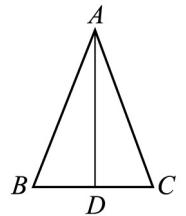
- (D) 4. 如右圖，小琪想利用尺規作圖，在 $\triangle ABC$ 內找到一點 P ，使得 P 點到 A 、 B 兩點等距離，且 P 點到 \overline{BC} 、 \overline{AC} 也等距離，則小琪可以下列哪一種方法求得？

(A) 作 \overline{BC} 與 \overline{AB} 中垂線的交點 (B) 作 $\angle A$ 與 $\angle B$ 平分線的交點
 (C) 作 \overline{BC} 中垂線與 $\angle B$ 平分線的交點 (D) 作 $\angle C$ 平分線與 \overline{AB} 中垂線的交點



- (B) 5. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。若 \overline{AD} 是 $\angle BAC$ 的角平分線，且 $AD = 10$ ， $BD = 4$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積是多少？

(A) 30 (B) 40 (C) 20 (D) 10

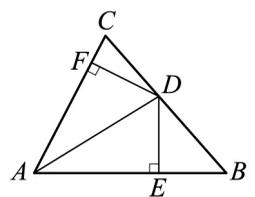


二、填充題：每格 5 分，共 65 分

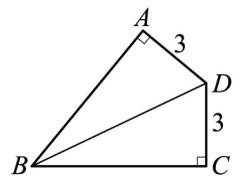
1. 如右圖， $\triangle ABC$ 中，已知 \overline{AD} 平分 $\angle BAC$ ， $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{DF} \perp \overline{AC}$ 。若 $\overline{AB} = 10$ 公分， $\overline{AC} = 8$ 公分， $\overline{DE} = 6$ 公分，則：

(1) $\overline{DF} =$ 6 公分。

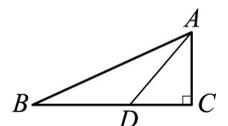
(2) $\triangle ABC$ 的面積為 54 平方公分。



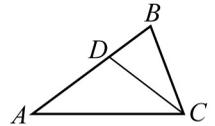
2. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ ， $\angle CDB = 65^\circ$ ， $\overline{AD} = \overline{CD} = 3$ ，則 $\angle ABD =$ 25 度。



3. 如右圖，已知 $\angle C = 90^\circ$ ， D 點在 \overline{BC} 上，且 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 。若 $\angle B = 25^\circ$ ，則 $\angle BAD =$ 25 度， $\angle DAC =$ 40 度。

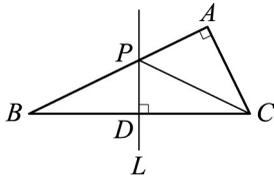


4. 如右圖，已知 $\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BC}$ ， $\angle BCD = 30^\circ$ ，
則 $\angle BDC =$ 75 度， $\angle A =$ 37.5 度。

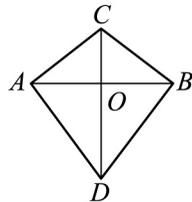


5. 如下圖(一)，直線 L 垂直平分 \overline{BC} 。若 $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{PC} = 5$ ， $\overline{AP} = 3$ ，則 $\triangle PBD$ 的面積為 5。

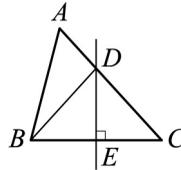
6. 如下圖(二)， \overline{CD} 為 \overline{AB} 的中垂線。若 $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{OC} = 9$ ， $\overline{OD} = 16$ ，則四邊形 $ADBC$ 的周長 = 70，面積 = 300。



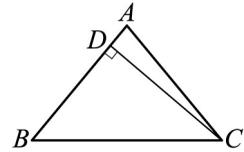
圖(一)



圖(二)



圖(三)

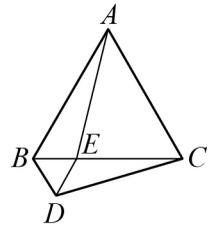


圖(四)

7. 如上圖(三)，直線 DE 是 \overline{BC} 的中垂線。如果 $\overline{AB} = 65$ ， $\overline{BC} = 75$ ， $\overline{AC} = 85$ ，則 $\triangle ABD$ 的周長 = 150。

8. 如上圖(四)， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 16$ ， $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ，則 $\overline{CD} =$ 9.6。

9. 如右圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle BDE$ 均為正三角形。若 $\overline{AB} = 12$ ，
 $\triangle ABE$ 的面積 = 18，則 $\triangle BDE$ 的面積 = $3\sqrt{3}$ 。

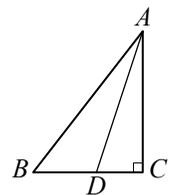
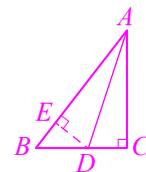


三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 右圖 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\overline{BC} = 6$ ， \overline{AD} 平分 $\angle BAC$ ，
則 $\overline{CD} = ?$

解：作 $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ，交 \overline{AB} 於 E 點， $\overline{AB} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ ，
 $\because \overline{AD}$ 平分 $\angle BAC \therefore \text{令 } \overline{CD} = \overline{DE} = x$
 $\triangle ABC$ 面積 = $\triangle ACD$ 面積 + $\triangle ABD$ 面積
 $\therefore \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 8 \times x + \frac{1}{2} \times 10 \times x \Rightarrow 24 = 9x \Rightarrow x = \frac{8}{3}$

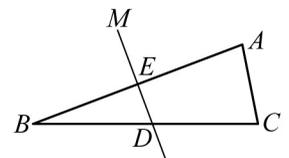
答： $\frac{8}{3}$



2. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， M 為過 \overline{AB} 的直線，交 \overline{AB} 於 E ，交 \overline{BC} 於 D 。
已知 D 到 A 與到 B 的距離相等，且 $\overline{AE} = 12$ ， $\overline{DE} = 5$ ， $\overline{CD} = 11$ ，
 $\overline{AC} = 9$ ，求 $\triangle ABC$ 的周長。

解： $\because D$ 到 A 與到 B 的距離相等 $\therefore D$ 在 \overline{AB} 的中垂線上
 $\therefore M$ 為 \overline{AB} 的中垂線 $\therefore \overline{BE} = \overline{AE} = 12$ ， $\overline{BD} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$
 $\therefore \triangle ABC$ 的周長 = $(12 + 12) + (13 + 11) + 9 = 24 + 24 + 9 = 57$

答： 57

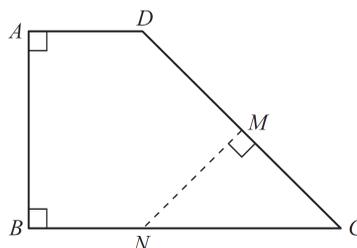




每週一題



如右圖，有一個梯形公園 $ABCD$ ，其中 \overline{AD} 平行 \overline{BC} ， $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， B 、 C 相距 160 公尺。若從 \overline{CD} 的中點 M 垂直 \overline{CD} 走向 \overline{BC} 上的 N 點，假設 $\overline{CN} = x$ 公尺，



試問：

- (1) 試以 x 表示此梯形公園的面積。
- (2) 若公園面積為 11000 平方公尺，求 x 的值。

解

- (1) 連接 \overline{DN} ，因為 $\overline{MN} \perp \overline{CD}$ 且 M 為 \overline{CD} 的中點，所以 \overline{MN} 為 \overline{CD} 的中垂線，即 $\overline{DN} = \overline{CN} = x$ ，又 $\angle C = 45^\circ$ ，所以 $\angle DNC = 180^\circ - 45^\circ \times 2 = 90^\circ$ 。因為 \overline{AD} 平行 \overline{BC} ，所以 $\angle ADN = 90^\circ$ 。

由上述可知 $ABND$ 為矩形， $\overline{AD} = \overline{BN} = 160 - x$ ， $\overline{AB} = \overline{DN} = x$ ，

$$\begin{aligned} \text{則梯形公園面積} &= \frac{(\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AB}}{2} \\ &= \frac{(160 - x + 160) \times x}{2} = \frac{320x - x^2}{2} \quad (\text{平方公尺}) \end{aligned}$$

- (2) 由題意可知 $\frac{320x - x^2}{2} = 11000$

$$x^2 - 320x + 22000 = 0$$

$$(x - 220)(x - 100) = 0$$

$$x = 220 \text{ (不合) 或 } x = 100$$

分數	評分標準
3	解題策略正確，完整列出所需的算式，並算出正確答案。
2	正確以 x 表示梯形公園的面積並完整說明其推論過程，但在計算(2)時計算錯誤或未判斷出不合的解。
1	僅正確以 x 表示梯形公園的面積。
0	只有答案或與題目無關；策略不清或錯誤。

3-5 ➡ 三角形的邊角關係

實力養成

重點 1 邊角關係

1. 三角形中，任意兩邊之和大於第三邊。
2. (1) 一個三角形中，若有兩邊不相等，則大邊對大角，小邊對小角。
(2) 一個三角形中，若有兩角不相等，則大角對大邊，小角對小邊。

題型 1 任意三角形邊長關係

- (1) 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 11$ ， $\overline{BC} = 25$ ， $\overline{CA} = y$ ，則 y 的範圍為
 $14 < y < 36$ 。

- (2) 若三角形的三邊長為 12、19、 $x+2$ ，且 x 為整數，則符合條件的 x 值有 23 個。

題型 3 大邊對大角

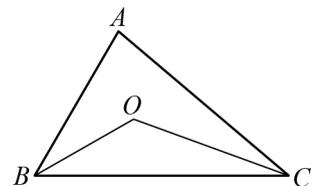
- 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A = 60^\circ$ ，且 $\overline{AB} > \overline{AC}$ ，則 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小關係為
 $\angle C > \angle A > \angle B$ 。

題型 2 等腰三角形邊長關係

- 若等腰 $\triangle ABC$ 的周長為 11，且三邊長皆為正整數，則 $\triangle ABC$ 的三邊長有可能是哪些？
 $(1, 5, 5)$ 、 $(3, 4, 4)$ 、 $(5, 3, 3)$

題型 4 三角形邊角關係

- 如右圖， $\triangle ABC$ 中， \overline{BO} 、 \overline{CO} 分別為 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的角平分線，且 $\overline{AC} > \overline{AB}$ ，則 \overline{OC} $>$ \overline{OB} 。(填 $>$ 、 $<$ 或 $=$)



強化練習

1. 若 4、9、 y 是三角形的三邊長， y 是整數，則 $y = \underline{6、7、8、9、10、11、12}$ 。其中當 $y = \underline{9}$ 時，此三角形為等腰三角形。

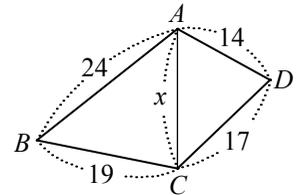
2. 在 $\triangle DEF$ 中，若 $\overline{DE} > \overline{EF} > \overline{DF}$ ，則 $\angle D$ 、 $\angle E$ 、 $\angle F$ 的大小關係為何？

答： $\underline{\angle F > \angle D > \angle E}$ 。

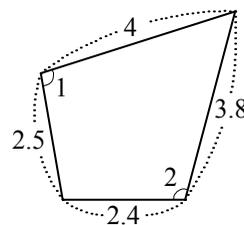
3. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A$ 的外角為 100° ， $\angle B$ 比 $\angle C$ 大 30° ，則 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的大小關係為何？

答： $\underline{\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}}$ 。

4. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{BC} = 19$ ， $\overline{CD} = 17$ ， $\overline{AD} = 14$ ， $\overline{AC} = x$ 。若 x 為整數，則 x 值共有 $\underline{25}$ 個。

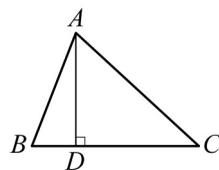


5. 如右圖，有一四邊形，其各邊長如圖所示，則 $\angle 1$ $\underline{<}$ $\angle 2$ 。(填 $>$ 、 $<$ 或 $=$)



一、選擇題：每題 6 分，共 30 分

- (C) 1. 下列哪一組不能成為三角形的三邊長？
 (A) $\sqrt{2}$ 、1、1 (B) 1、2、 $\sqrt{3}$
 (C) 2、5、2 (D) 0.6、0.9、1.4
- (A) 2. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A=70^\circ$ ， $\angle B=40^\circ$ ，則下列四個選項中，哪一個是正確的？
 (A) $\overline{AB} > \overline{AC}$ (B) $\overline{AB} > \overline{BC}$
 (C) $\overline{AC} = \overline{BC}$ (D) $\overline{AB} = \overline{AC}$
- (D) 3. 如右圖，已知 $\overline{AB} < \overline{AC}$ ， D 在 \overline{BC} 上，且 \overline{AD} 為 \overline{BC} 上的高，試問下列哪一個敘述正確？
 (A) $\angle B < \angle C$
 (B) $\angle ADC < \angle B$
 (C) $\angle ADC < \angle C$
 (D) $\overline{AC} > \overline{AD}$
- (C) 4. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AC} = 4$ ，且 $\angle A$ 為最大角，則 \overline{BC} 可能為多少？
 (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14
- (D) 5. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} > \overline{AC}$ ，且 $\angle C=60^\circ$ ，則下列何者正確？
 (A) $\angle B$ 為最大角
 (B) $\angle A$ 為最小角
 (C) \overline{AB} 為最大邊
 (D) \overline{BC} 為最大邊



二、填充題：每格 6 分，共 60 分

1. 直角 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A$ 為直角，則最大邊為 \overline{BC} 。
2. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A=75^\circ$ ， $\angle C=55^\circ$ ，則 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的大小關係為 $\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{AC}$ 。
3. 若 9、18、 x 是等腰三角形的三邊長，則 $x =$ 18。

4. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A = 90^\circ$ ，且 $\overline{AC} > \overline{AB}$ ，則：

(1) \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的大小關係為 $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$ 。

(2) $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的大小關係為 $\angle A > \angle B > \angle C$ 。

5. 若 $\triangle ABC$ 的三邊長為 4、7、 a ，則 a 的範圍在 3 與 11 之間。(兩答案對調亦可)

6. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A$ 的外角 $<$ $\angle B$ 的外角 $<$ $\angle C$ 的外角，則 $\triangle ABC$ 的三邊長大小關係為

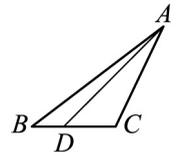
$\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$ 。

7. $\triangle ABC$ 中， $\angle C$ 為鈍角， D 為 \overline{BC} 上一點。請在下列的空格中，

適當填入「 $<$ 、 $>$ 、 $=$ 」：

(1) \overline{AD} $>$ \overline{AC} 。

(2) \overline{AB} $>$ \overline{AD} 。



三、計算題：共 10 分

1. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{BC} = 19$ ， $\overline{CD} = 17$ ， $\overline{AD} = 14$ ， $\overline{AC} = x$ 。若 x 為正整數，則 x 可能的值共有幾個？

解： $\triangle ABC$ 中， $x + 19 > 24$ 且 $x < 24 + 19$ ，

$$\Rightarrow 5 < x < 43 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$\triangle ACD$ 中， $x + 14 > 17$ 且 $x < 17 + 14$ ，

$$\Rightarrow 3 < x < 31 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

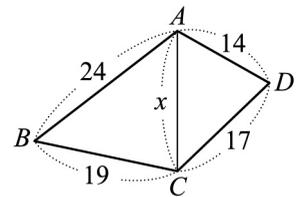
$\therefore x$ 須同時滿足 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$

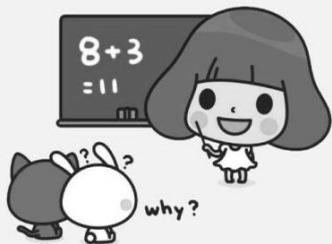
$$\therefore 5 < x < 31$$

$\therefore x$ 為正整數

$\therefore x$ 可能的值為 6、7、8、9、10、 \cdots 、30，共有 25 個

答： 25 個

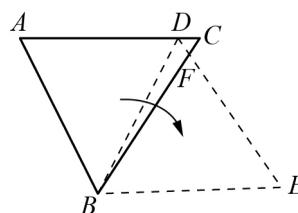




每週一題



如圖所示， $\triangle ABC$ 以 B 為圓心，順時針旋轉，使 A 點與 \overline{AC} 原位置上的 D 點重合，而 C 點與 E 點重合。試回答下列兩小題：



- (1) 若 $\overline{BF} > \overline{EF}$ ，比較 $\angle E$ 與 $\angle FBE$ 大小，並說明理由。
- (2) 承(1)，比較 \overline{AB} 、 \overline{AD} 大小，並說明理由。

解

- (1) 在 $\triangle BFE$ 中，
 $\because \overline{BF} > \overline{EF}$
 $\therefore \angle E > \angle FBE$ (大邊對大角)

- (2) 依題意，
 $\because \triangle ABC \cong \triangle DBE$
 $\therefore \angle C = \angle E$
 且 $\angle ABC = \angle DBE$
 $\Rightarrow \angle ABC - \angle DBF = \angle DBE - \angle DBF$
 $\Rightarrow \angle ABD = \angle FBE \dots \dots \textcircled{1}$

由(1)結果和 $\textcircled{1}$ 可推得 $\angle C = \angle E > \angle FBE = \angle ABD$
 $\Rightarrow \angle C > \angle ABD \dots \dots \textcircled{2}$

在 $\triangle ABD$ 中， $\angle ADB = \angle C + \angle DBC$ (外角定理)
 $\Rightarrow \angle ADB > \angle C \dots \dots \textcircled{3}$

由 $\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{3}$ 可推得 $\angle ADB > \angle ABD$
 故 $\overline{AB} > \overline{AD}$ 。

分數	評分指引
3	解題策略正確，能清楚表達解題過程，且答案正確。
2	第(1)小題回答正確，且第(2)小題僅推論出 $\angle ABD = \angle FBE$ ，未能求出最後答案。
1	第(1)小題回答正確，且第(2)小題空白。
0	1. 只有答案或與題目無關。 2. 策略模糊不清或錯誤。

第 4 章 平行與四邊形

4-1 平行線

實力養成 重點 1 平行線的判別及相關性質

1. 平行線：

在平面上的兩條直線，如果都垂直於同一條直線，那麼這兩條直線稱為平行線，或稱這兩條直線互相平行。

2. 兩平行線之間的距離處處相等，而且永不相交。

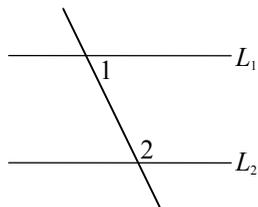
3. 若平行線被一直線所截，則：

- (1) 同位角相等。
- (2) 內錯角相等。
- (3) 同側內角互補。

4. 若兩直線被一直線所截，且它們的同位角相等、內錯角相等或同側內角互補，則此兩直線平行。

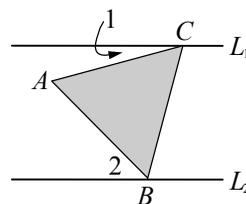
題型 1 同側內角互補

如右圖， $L_1 \parallel L_2$ 。若
 $\angle 1 = (3x + 22)^\circ$ ，
 $\angle 2 = (5x + 46)^\circ$ ，
 則 $x = \underline{14}$ 。



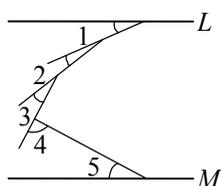
題型 2 同側內角互補的應用 I

如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ，
 $\triangle ABC$ 是正三角形。
 若 $\angle 1 = 15^\circ$ ，則 $\angle 2 = \underline{45}$ 度。



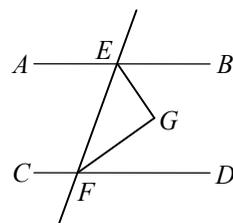
題型 3 同側內角互補的應用 II

如右圖，已知 $L \parallel M$ ，
 那麼 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = \underline{180}$ 度。



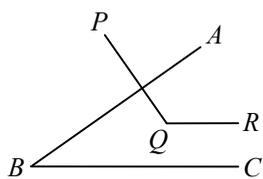
題型 4 同側內角截角平分線

如右圖， $\angle AEF = \angle EFD$ ， \overline{EG} 平分
 $\angle BEF$ ， \overline{FG} 平分
 $\angle EFD$ ，則 $\angle G = \underline{90}$ 度。



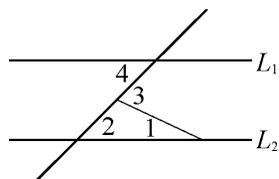
題型 5 同位角相等的應用

如右圖， $\overline{AB} \perp \overline{PQ}$ ， $\overline{QR} \parallel \overline{BC}$ 。若 $\angle PQR = 125^\circ$ ，則 $\angle ABC =$ 35 度。



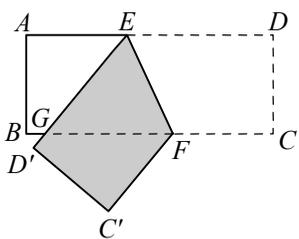
題型 7 內錯角相等

如右圖， $L_1 \parallel L_2$ ，且 $\angle 1 = 25^\circ$ ， $\angle 4 = 45^\circ$ ，則 $\angle 2 + \angle 3 =$ 115 度。



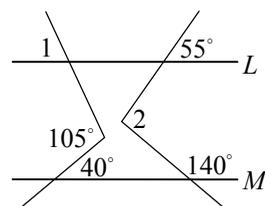
題型 9 摺紙問題

如右圖，將長方形 $ABCD$ 沿著 \overline{EF} 摺疊。若 $\angle EFG = 65^\circ$ ，則 $\angle EGF =$ 50 度。



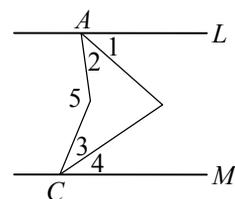
題型 6 同位角、同側內角的應用

如右圖，已知 $L \parallel M$ ，則 $\angle 1 =$ 65 度， $\angle 2 =$ 95 度。



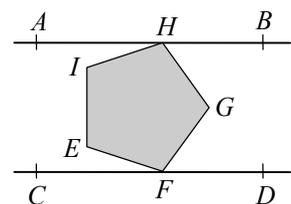
題型 8 內錯角的應用

如右圖， $L \parallel M$ 。若 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，且 $\angle 1 + \angle 4 = 75^\circ$ ，則 $\angle 5 =$ 150 度。



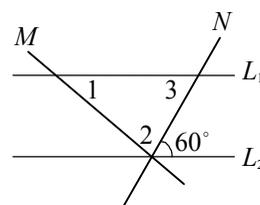
題型 10 平行線與正五邊形的應用

如右圖， \overleftrightarrow{AB} 平行於 \overleftrightarrow{CD} ，且正五邊形 $EFGHI$ 的頂點 H 、 F 分別在 \overleftrightarrow{AB} 、 \overleftrightarrow{CD} 上。若 $\angle GFD$ 的度數是 $\angle EFC$ 的 3 倍，則：
 (1) $\angle GFD =$ 54 度。
 (2) $\angle AHI =$ 18 度。

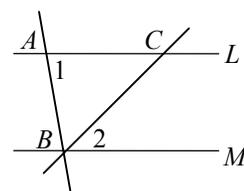


強化練習

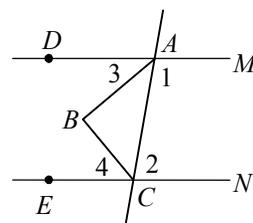
1. (1) 如右圖， $L_1 \parallel L_2$ ，直線 M 及直線 N 都是截線。已知 $\angle 1 = 40^\circ$ ，則：
 ① $\angle 2 =$ 80 度。
 ② $\angle 3 =$ 60 度。



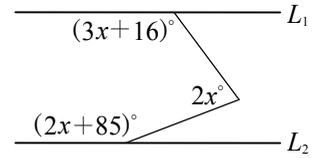
- (2) 如右圖，已知 $\angle 2 = \angle ACB$ ，且 $\angle 1 = 80^\circ$ ， $\angle 2 = 45^\circ$ ，則 $\angle ABC =$ 55 度。



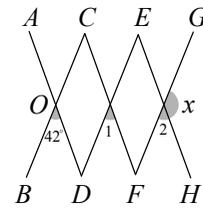
2. 如右圖，已知 $M \parallel N$ ，且 \overline{AB} 平分 $\angle DAC$ ， \overline{BC} 平分 $\angle ECA$ 。若 $\angle 1 = 100^\circ$ ，則 $\angle 4 - \angle 3 =$ 10 度。



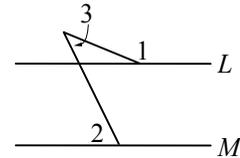
3. 如右圖， $L_1 \parallel L_2$ ，則 $x = \underline{37}$ 。



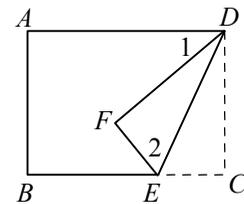
4. 如右圖， $\overline{AD} \parallel \overline{CF} \parallel \overline{EH}$ ， $\overline{BC} \parallel \overline{DE} \parallel \overline{FG}$ 。
若 $\angle BOD = 42^\circ$ ，則 $\angle x = \underline{138}$ 度。



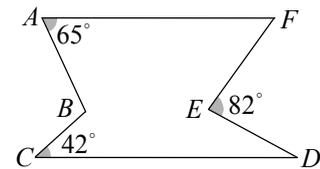
5. 如右圖， $L \parallel M$ 。若 $\angle 1 = 138^\circ$ ， $\angle 2 = 65^\circ$ ，
則 $\angle 3 = \underline{23}$ 度。



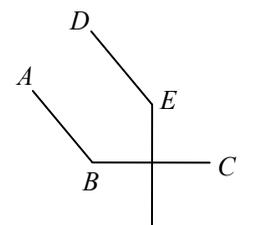
6. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為矩形，沿著 \overline{DE}
將 $\triangle CDE$ 向上摺，使得 C 點落在 F 點上。
若 $\angle 1 = 40^\circ$ ，則 $\angle 2 = \underline{65}$ 度。



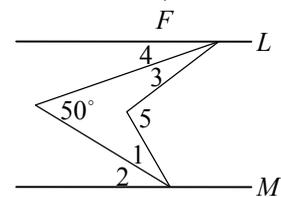
7. 如右圖， $\overline{AF} \parallel \overline{CD}$ ，則 $\angle ABC - \angle D - \angle F = \underline{25}$ 度。



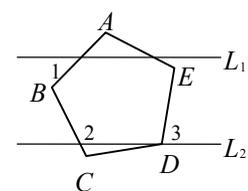
8. 如右圖， $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ， $\overline{BC} \perp \overline{EF}$ 。若 $\angle E = 140^\circ$ ，
則 $\angle B = \underline{130}$ 度。



9. 如右圖， $L \parallel M$ 。若 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，
則 $\angle 5 = \underline{100}$ 度。



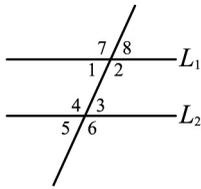
10. 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ， $ABCDE$ 為正五邊形。
若 $\angle 1 = 45^\circ$ ，則 $\angle 2 = \underline{117}$ 度， $\angle 3 = \underline{81}$ 度。



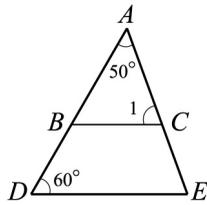
一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

(D) 1. 如下圖(一)，已知 $L_1 \parallel L_2$ ，且被一直線所截，則下列何者錯誤？
 (A) $\angle 8 = \angle 3$ (B) $\angle 1 = \angle 5$ (C) $\angle 4 = \angle 6$ (D) $\angle 2 = \angle 3$

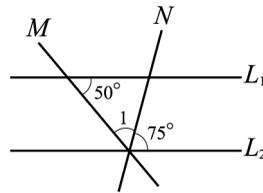
(C) 2. 如下圖(二)，在 $\triangle ADE$ 中，若 $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle D = 60^\circ$ ，且 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ ，則 $\angle 1$ 的度數為何？
 (A) 50° (B) 60° (C) 70° (D) 80°



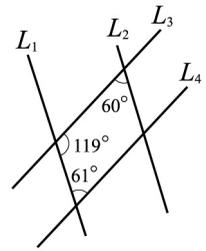
圖(一)



圖(二)



圖(三)

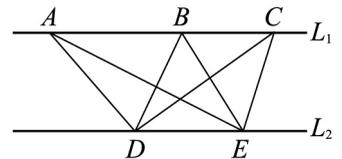


圖(四)

(C) 3. 如上圖(三)，已知 $L_1 \parallel L_2$ ，且 M 、 N 都是 L_1 、 L_2 的截線，則 $\angle 1$ 的度數為何？
 (A) 45° (B) 50° (C) 55° (D) 60°

(A) 4. 如上圖(四)，直線 L_1 與 L_2 是否平行？
 (A) 否，因為同側內角不互補 (B) 是，因為同側內角互補
 (C) 否，因為同側內角不相等 (D) 是，因為同側內角相等

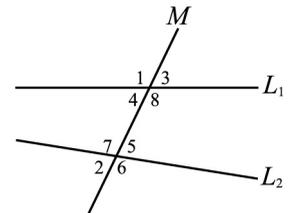
(D) 5. 如右圖，若 $L_1 \parallel L_2$ ，且 $\triangle ADE$ 、 $\triangle BDE$ 及 $\triangle CDE$ 的面積分別為 a 、 b 、 c ，則何者面積最大？
 (A) a (B) b (C) c (D) 一樣大



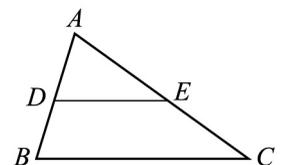
二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 如右圖，在 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、……、 $\angle 8$ 中，

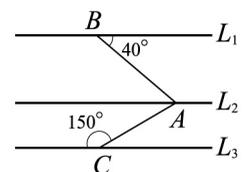
- (1) $\angle 1$ 的同位角為 $\angle 7$ 。
- (2) $\angle 8$ 的同側內角為 $\angle 5$ 。
- (3) $\angle 5$ 的內錯角為 $\angle 4$ 。



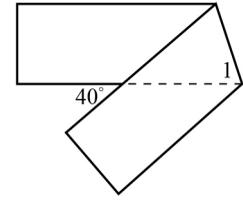
2. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 。若 $\angle B = 2\angle C = \angle A$ ，則 $\angle ADE =$ 72 度。



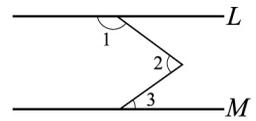
3. 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ ，則 $\angle BAC =$ 70 度。



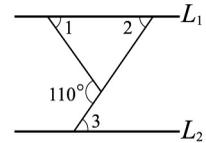
4. 如右圖，將一張長方形的紙條摺疊之後，則 $\angle 1 =$ 70 度。



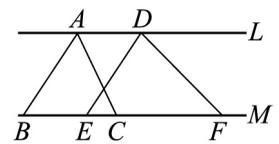
5. 如右圖，若直線 $L \parallel M$ ，且 $\angle 3 = 35^\circ$ ，則 $\angle 1 + \angle 2 =$ 215 度。



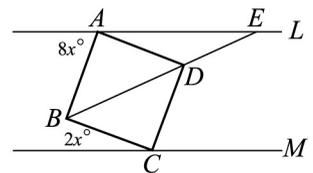
6. 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ， $\angle 1 = (4x - 5)^\circ$ ， $\angle 2 = (3x + 10)^\circ$ ，則 $x =$ 15， $\angle 3 =$ 55 度。



7. 如右圖，直線 L 平行於直線 M 。若 $\overline{BC} = 9$ 公分， $\overline{EF} = 12$ 公分，且 $\triangle ABC$ 的面積為 36 平方公分，則 $\triangle DEF$ 的面積為 48 平方公分，且直線 L 與直線 M 之間的距離是 8 公分。



8. 如右圖， $L \parallel M$ ， A 在直線 L 上， C 在直線 M 上。四邊形 $ABCD$ 是正方形，且對角線 \overline{BD} 的延長線交直線 L 於 E 點，則 $x =$ 9， $\angle AEB =$ 27 度。



三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 已知 $\angle A = 60^\circ$ ，若 $\angle A$ 與 $\angle B$ 的兩邊互相平行，則 $\angle B = ?$

解：(1) $\because \angle A$ 與 $\angle 1$ 為同位角

$$\therefore \angle 1 = \angle A = 60^\circ$$

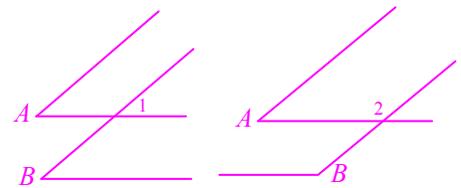
又 $\angle 1$ 與 $\angle B$ 為同位角，故 $\angle B = \angle 1 = 60^\circ$

(2) $\because \angle A + \angle 2 = 180^\circ$ (同側內角互補)

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

又 $\angle 2 = \angle B$ (同位角相等)，故 $\angle B = 120^\circ$

答： 60° 或 120°

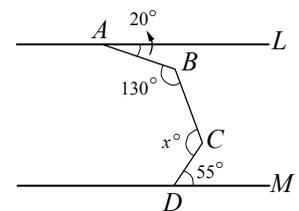
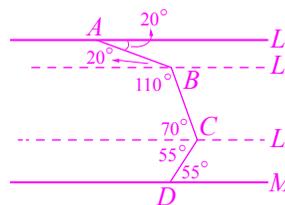


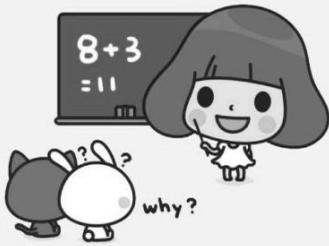
2. 如右圖，若 $L \parallel M$ ，求 x 。

解： 過 B 、 C 兩點分別作 $L_1 \parallel L_2 \parallel L \parallel M$ ，

如右圖，可知 $x = 70 + 55 = 125$

答： 125

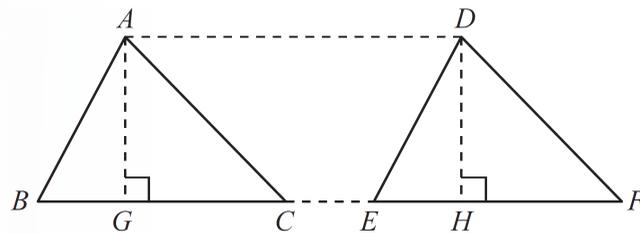




每週一題



如下圖，將 $\triangle ABC$ 沿 \overrightarrow{BC} 方向平移可得 $\triangle DEF$ ，已知 \overline{AG} 、 \overline{DH} 分別為 $\triangle ABC$ 、 $\triangle DEF$ 的高，且 $\overline{AG} = \overline{DH}$ 。



試回答以下問題：

- (1) 已知 \overline{AD} 與 \overline{AG} 垂直，請說明 \overline{AD} 與 \overrightarrow{BC} 平行。
- (2) 若 $\angle BAC = 60^\circ$ ， $\angle ACB = 40^\circ$ ，則 $\angle ADE = ?$

解

- (1) 因為 \overline{AG} 為 $\triangle ABC$ 的高，
所以 \overline{AG} 與 \overrightarrow{BC} 垂直，
又 \overline{AD} 與 \overline{AG} 垂直，故 $\overline{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$ 。
- (2) 因為 $\triangle ABC$ 沿 \overrightarrow{BC} 方向平移得 $\triangle DEF$ ，所以 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，
又 $\angle BAC = \angle EDF = 60^\circ$ ， $\angle ACB = \angle DFE = 40^\circ$
故 $\angle DEF = 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ = 80^\circ$ ，
又因為 $\overline{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$ ，所以 $\angle ADE = \angle DEF = 80^\circ$ 。

分數	評分規準
3	解題策略正確，能清楚表達解題過程，並算出正確答案。
2	正確說明 \overline{AD} 與 \overrightarrow{BC} 平行，並得出 $\angle ADE$ 的度數，但無法完整說明推算過程。
1	僅正確說明 \overline{AD} 與 \overrightarrow{BC} 平行。
0	只有答案或與題目無關；策略不清或錯誤。

4-2 ➡ 平行四邊形

實力養成

重點

1

平行四邊形的性質與判別

1. 平行四邊形：兩組對邊分別平行的四邊形。
2. 平行四邊形的性質：
 - (1) 平行四邊形的任一條對角線均可將它分成兩個全等的三角形。
 - (2) 平行四邊形的兩組對邊分別相等。
 - (3) 平行四邊形的兩組對角分別相等。
 - (4) 平行四邊形的兩對角線互相平分。
3. 平行四邊形的判別：

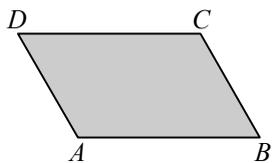
任一個四邊形只要符合以下四個條件其中之一，我們就稱為平行四邊形。

 - (1) 兩組對邊相等。
 - (2) 一組對邊平行且相等。
 - (3) 兩組對角相等。
 - (4) 兩對角線互相平分。

題型 1

平行四邊形對角相等 I

右圖 $\square ABCD$ 中，
若 $\angle A = (4x + 20)^\circ$ ，
 $\angle C = (5x - 5)^\circ$ ，
則 $\angle B =$ 60 度。



題型 2

平行四邊形對角相等 II

- (1) $\square ABCD$ 中，若 $\angle A = 30^\circ$ ，則
 $3\angle B - 2\angle D =$ 150 度。
- (2) $\square ABCD$ 中， $\angle B$ 的兩倍角與 $\angle D$ 互補，
則 $\angle C =$ 120 度。

題型 3

平行四邊形對邊等長 I

- (1) $\square ABCD$ 中，已知其周長為 72 公分，
 \overline{AB} 比 \overline{AD} 的 3 倍多 4 公分，則 $\overline{CD} =$
28 公分。
- (2) $\square ABCD$ 中， $2\overline{AB} = 3\overline{AD}$ ，且
 $\overline{AB} - \overline{AD} = 4$ ，則平行四邊形 $ABCD$ 的
周長是 40。

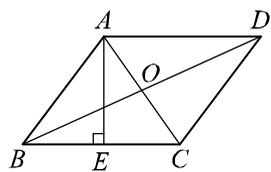
題型 4

平行四邊形對邊等長 II

- $\square ABCD$ 中，已知 $\overline{AD} = 3x + 2y$ ， $\overline{BC} = 5x - 3y$ ， $\overline{CD} = 2x + y + 2$ ， $\overline{AB} = 4x - 3y$ ，
則：
- (1) $x =$ 5， $y =$ 2。
 - (2) $\square ABCD$ 的周長為 66。

題型 5 平行四邊形的對角線平分

如右圖， $\square ABCD$ 中，
已知 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ ，且
 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AE} = 8$ 。

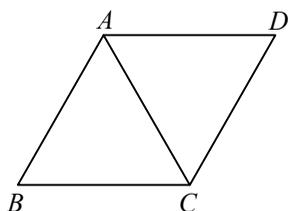


(1) 若 $\square ABCD$ 的周長
為 44，則 $\overline{AO} =$ 5。

(2) 若 $\square ABCD$ 的面積為 72，則 $\overline{BO} =$
8.5。

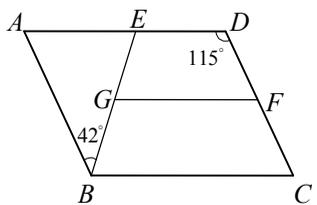
題型 7 平行四邊形的判別應用

如右圖，四邊形
 $ABCD$ 中，已知
 $\overline{AB} = \overline{BC} = 6$
公分，且 $\angle B =$
 $\angle CAD = 60^\circ$ ，則
此四邊形的面積
為 $18\sqrt{3}$ 平方公分。



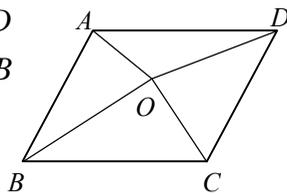
題型 9 平行四邊形截角問題

如右圖， $ABCD$
為平行四邊形。
若 $\overline{ED} \parallel \overline{GF}$ ，
且 $\angle D = 115^\circ$ ，
 $\angle ABE = 42^\circ$ ，
則 $\angle FGB =$ 107 度。



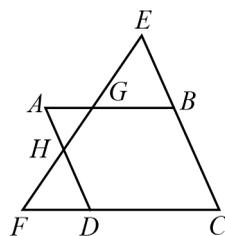
題型 6 平行四邊形的面積

如右圖， O 為 $\square ABCD$
內部的一點。若 $\triangle AOB$
面積為 9， $\triangle COD$
面積為 13， $\triangle AOD$
面積為 8，則 $\triangle BOC$ 面積為 14。



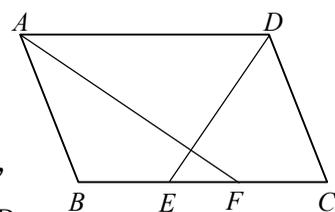
題型 8 三角形與平行四邊形綜合應用

如右圖， $\square ABCD$ 中，
 \overline{EF} 分別交 \overline{AB} 、 \overline{AD}
於 G 、 H 兩點。若 $\angle C$
 $= 66^\circ$ ， $\angle E = 58^\circ$ ，則
 $\angle BGH =$ 124 度。



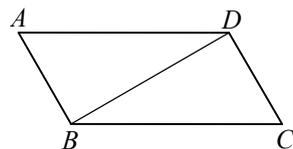
題型 10 平行四邊形截線問題

如右圖， $\square ABCD$
中， \overline{AF} 平分
 $\angle DAB$ ， \overline{DE} 平分
 $\angle ADC$ 。若 $\overline{BF} = 7$ ，
 $\overline{EF} = 3$ ，則 $\square ABCD$
的周長 = 36。



強化練習

1. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{AD} = \overline{BC}$ 。
若 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle CBD = 30^\circ$ ，則 $\angle CDB =$ 90 度。



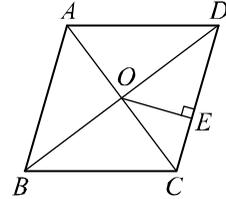
2. (1) $\square ABCD$ 中，兩對角線 \overline{AC} 與 \overline{BD} 相交於 O 點，且 $\overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\overline{OB} = \overline{OD}$ 。若 $\angle B$ 的 4
倍與 $\angle D$ 的 5 倍互補，則 $\angle A + \angle C =$ 320 度。

(2) $\square ABCD$ 中， $\angle A$ 的 3 倍比 $\angle D$ 的 5 倍多 20° ，則 $\angle C - \angle B =$ 50 度。

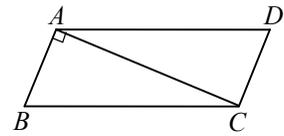
3. (1) $\square ABCD$ 中，已知其周長為 50 公分， \overline{BC} 比 \overline{AB} 的 3 倍少 7 公分，則 $\overline{CD} = \underline{8}$ 公分。
 (2) $\square ABCD$ 中， $\overline{AD} : \overline{AB} = 4 : 3$ ，且 \overline{BC} 和 \overline{CD} 相差 16 公分，則 $\square ABCD$ 的周長為 224 公分。

4. $\square ABCD$ 中，若 $\overline{AB} = 3x+4$ ， $\overline{BC} = 5x+2$ ， $\overline{CD} = 5y+3$ ， $\overline{AD} = 6y+5$ ，則 $\square ABCD$ 的周長為 60。

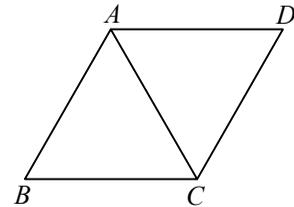
5. 如右圖，若 $\square ABCD$ 的對角線 $\overline{AC} : \overline{BD} = 3 : 4$ ， $\overline{DC} = 20$ ， $\overline{OE} = 9.6$ ，且 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ，則 $\overline{BD} = \underline{32}$ ， $\overline{AC} = \underline{24}$ 。



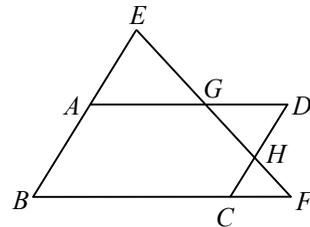
6. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\angle BAD = \angle BCD$ ，且 $\angle B = \angle D$ ， $\overline{AC} \perp \overline{AB}$ 。若 $\overline{AB} = 5$ cm， $\overline{BC} = 13$ cm，則四邊形 $ABCD$ 的面積為 60 cm^2 。



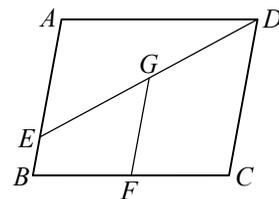
7. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 是由兩個正三角形 ABC 、 ACD 組成。若 $\overline{AC} = 10$ 公分，則四邊形 $ABCD$ 的面積為 $50\sqrt{3}$ 平方公分。



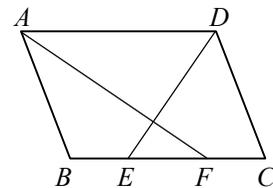
8. 如右圖， $\square ABCD$ 中， \overline{EF} 分別交 \overline{AD} 、 \overline{CD} 於 G 、 H 兩點。若 $\angle B = 58^\circ$ ， $\angle E = 75^\circ$ ，則 $\angle AGF = \underline{133}$ 度。



9. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，若 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AD} = \overline{BC}$ ， $\overline{FG} \parallel \overline{AB}$ ，且 $\angle B = 80^\circ$ ， $\angle ADE = 30^\circ$ ，則 $\angle DGF = \underline{130}$ 度。

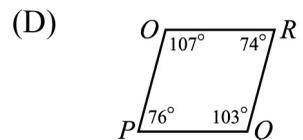
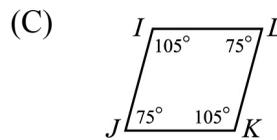
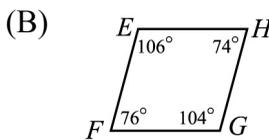
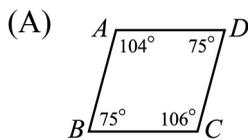


10. 如右圖， $\square ABCD$ 中， \overline{AF} 平分 $\angle DAB$ ， \overline{DE} 平分 $\angle ADC$ 。若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 17$ ，則 $\overline{EF} = \underline{7}$ 。

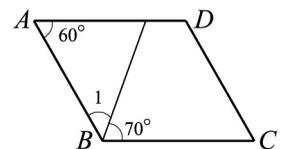
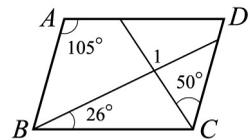


一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

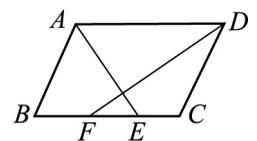
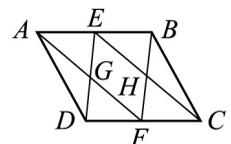
(C) 1. 試問下列四個四邊形中，哪一個是平行四邊形？

(C) 2. 平行四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = x+1$ ， $\overline{BC} = 2y+5$ ， $\overline{CD} = 3x-7$ ， $\overline{DA} = 4y-1$ ，則平行四邊形 $ABCD$ 的周長為多少？

(A) 28 (B) 30 (C) 32 (D) 34

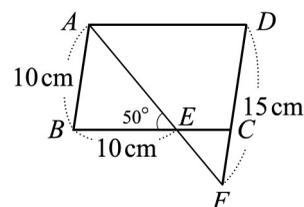
(B) 3. 若四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，則下列何者不一定成立？(A) $\angle A + \angle B = 180^\circ$ (B) $\angle B + \angle D = 180^\circ$ (C) $\angle A = \angle C$ (D) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ (B) 4. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，則 $\angle 1 = ?$ (A) 40° (B) 50° (C) 60° (D) 70° (C) 5. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形，則 $\angle 1 = ?$ (A) 79° (B) 89° (C) 99° (D) 109° 

二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 平行四邊形 $ABCD$ 中，若 $2\overline{AB} = 3\overline{AD}$ ，且 $\overline{CD} - \overline{BC} = 3$ ，則其周長為 30。2. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， \overline{AE} 平分 $\angle BAD$ ， \overline{DF} 平分 $\angle ADC$ 。若 $\angle B = 64^\circ$ ，則 $\angle BFD =$ 148 度。3. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， E 、 F 分別為 \overline{AB} 及 \overline{CD} 的中點。已知四邊形 $EFGH$ 的面積為 36 cm^2 ，則 $\triangle ADE$ 的面積為 36 cm^2 。4. 平行四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\angle A = 2\angle B$ ，則 $\angle A =$ 120 度， $\angle D =$ 60 度。

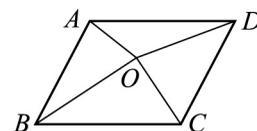
5. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 中，若 $\angle BEA = 50^\circ$ ，
 $\overline{AB} = \overline{BE} = 10$ cm， $\overline{DF} = 15$ cm，則：

- (1) $\angle DFA =$ 50 度。
 (2) $\overline{AD} =$ 15 cm。

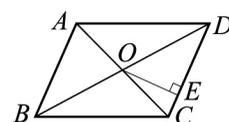


6. 平行四邊形 $ABCD$ 中，若 $\angle B$ 的 2 倍與 $\angle D$ 的和是 120° ，則 $\angle A =$ 140 度。

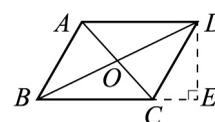
7. 如右圖， O 為平行四邊形 $ABCD$ 內部的一點。若 $\triangle AOB$ 面積為 13， $\triangle COD$ 面積為 15， $\triangle AOD$ 面積為 11，則 $\triangle BOC$ 面積為 17。



8. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 的周長為 70。若 $\overline{BC} = 25$ ， $\overline{OE} = 8$ ，則平行四邊形 $ABCD$ 的面積為 160。

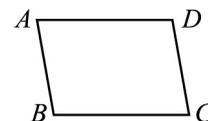


9. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} = 16$ ， $\overline{DE} = 10$ ，則 $\triangle AOB$ 的面積 = 40。



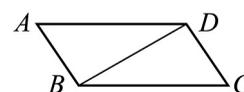
10. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， $\angle A = (5x - 6)^\circ$ ， $\angle C = (3x + 24)^\circ$ ，則：

- (1) $x =$ 15。
 (2) $\angle B =$ 111 度。



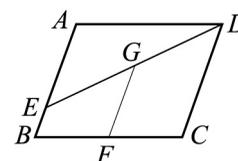
三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， $\angle A = 55^\circ$ ， $\angle CBD = 30^\circ$ ，求 $\angle CDB$ 的度數。



- 解：** $\angle ADB = \angle CBD = 30^\circ$ ，
 因為 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，所以 $\angle ABD = \angle CDB$ ，
 $\angle CDB = \angle ABD = 180^\circ - \angle A - \angle ADB = 180^\circ - 55^\circ - 30^\circ = 95^\circ$ 。
答： 95°

2. 如右圖， $ABCD$ 為平行四邊形， $\overline{FG} \parallel \overline{AB}$ ， $\angle B = 70^\circ$ ， $\angle EDC = 45^\circ$ ，求 $\angle DGF$ 的度數。



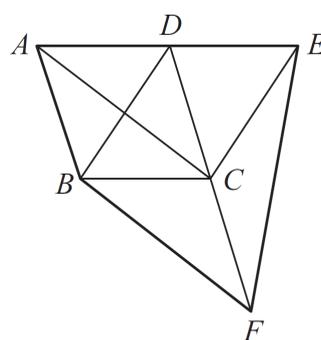
- 解：** $\angle A = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ ，
 $\angle ADC = \angle ABC = 70^\circ$ ，
 $\angle ADE = 70^\circ - \angle EDC = 70^\circ - 45^\circ = 25^\circ$ 。
 $\therefore \angle DGF = \angle DEB = \angle A + \angle ADE = 110^\circ + 25^\circ = 135^\circ$
答： 135°



每週一題



如右圖，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形， $\overline{BD} > \overline{CD}$ ，
且 $\overline{CE} \parallel \overline{BD}$ ， $A、D、E$ 三點在同一直線上，
 $\overline{BF} \parallel \overline{AC}$ ， $D、C、F$ 三點在同一直線上，則：



- (1) 判斷四邊形 $BCED$ 是否為平行四邊形？
- (2) 試比較 $\angle CFE$ 與 $\angle CEF$ 的大小。

解

- (1) 因為四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，
且 $A、D、E$ 三點在同一直線上，
所以 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ ，
又 $\overline{CE} \parallel \overline{BD}$ ，
故四邊形 $BCED$ 為平行四邊形。
- (2) 由(1)同理可知，四邊形 $ABFC$ 亦為平行四邊形，
在 $\triangle CFE$ 中，
因為 $\overline{CF} = \overline{AB} = \overline{DC}$ ，且 $\overline{BD} > \overline{CD}$ ，
所以 $\overline{CE} = \overline{BD} > \overline{CD} = \overline{CF}$ ，
故 $\angle CFE > \angle CEF$ (大邊對大角性質)。

分數	評分規準
3	正確判斷四邊形 $BCED$ 是否為平行四邊形，且能正確比較出 $\angle CFE$ 與 $\angle CEF$ 的大小並完整說明其推論過程。
2	正確判斷四邊形 $BCED$ 是否為平行四邊形，並能大致比較出 $\angle CFE$ 與 $\angle CEF$ 的大小，但在說明過程中未能完整推論所有條件或步驟間的合理性。
1	僅正確判斷四邊形 $BCED$ 是否為平行四邊形。
0	只有答案或與題目無關；策略模糊不清或錯誤。

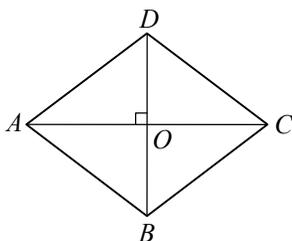
4-3 ➡ 特殊的四邊形

實力養成 重點 1 特殊的平行四邊形

1. 菱形的四邊相等、兩條對角線互相垂直平分，且菱形的面積等於兩條對角線乘積的一半。
2. 箏形的對角線互相垂直，且箏形的面積等於兩條對角線乘積的一半。
3. 長方形（矩形）的四個內角相等，兩條對角線等長且互相平分。
4. 正方形的四個內角、四邊均相等，且兩條對角線互相垂直平分及等長。

題型 1 菱形的性質

如右圖，已知四邊形 $ABCD$ 是菱形， O 是兩條對角線的交點。



若 $OA = 8$ 公分，
 $OD = 6$ 公分，則：

(1) $AC = \underline{16}$ 公分，
 $BD = \underline{12}$ 公分。

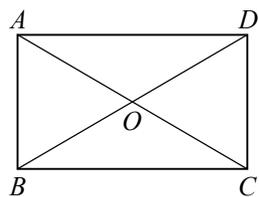
(2) 菱形 $ABCD$ 的周長為 $\underline{40}$ 公分。

(3) 菱形 $ABCD$ 的面積為 $\underline{96}$ 平方公分。

題型 3 矩形的性質

如右圖，已知四邊形 $ABCD$ 是矩形。若

$AB = OA = 8$ 公分，
則：



(1) $BD = \underline{16}$ 公分，
 $AD = \underline{8\sqrt{3}}$ 公分。

(2) 矩形 $ABCD$ 的面積為 $\underline{64\sqrt{3}}$ 平方公分。

題型 2 矩形的判別

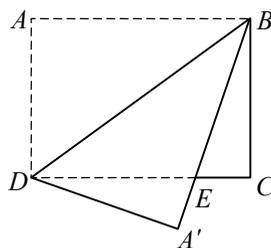
下列各敘述中，哪些是正確的？

- (A) 對角線等長的四邊形是矩形
(B) 有一個角是直角的平行四邊形是矩形
(C) 有三個角是直角的四邊形是矩形
(D) 兩組對邊分別相等的四邊形一定是矩形

答： $\underline{(B)(C)}$ 。

題型 4 矩形性質的應用

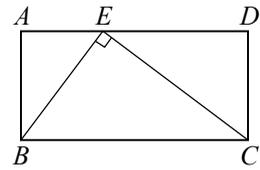
如右圖，在長方形 $ABCD$ 中，沿對角線 BD 摺疊，使 A 點落在 A' 點上。若 $\angle ADB = 55^\circ$ ，則 $\angle DEA' = \underline{70}$ 度。



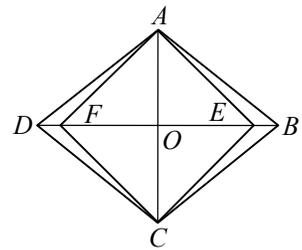
強化練習

1. 下列有關四邊形的敘述，何者不正確？答：(D)。
- (A) 若一矩形的對角線互相垂直，則此矩形就是正方形
 (B) 平行四邊形的其中一角為直角，則此平行四邊形就是矩形
 (C) 若一菱形的對角線等長，則此菱形就是正方形
 (D) 若一平行四邊形的四邊等長，則此平行四邊形就是正方形

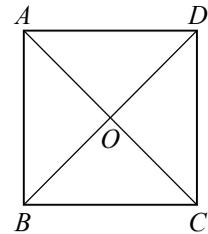
2. 如右圖，長方形 $ABCD$ 中， $\overline{BE} = 15$ 公分， $\overline{CE} = 20$ 公分，則長方形 $ABCD$ 的面積為 300 平方公分。



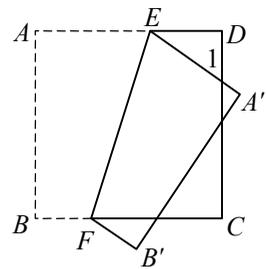
3. 如右圖，菱形 $ABCD$ 中，對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 相交於 O 點。若 $\overline{AO} = 4$ ， $\overline{BE} = \overline{DF} = 1$ ， $\overline{BD} = 10$ ，則四邊形 $AECF$ 面積為 32。



4. 如右圖，正方形 $ABCD$ 中，兩條對角線相交於 O 點。若 $\overline{AC} = 10$ 公分，則：
- (1) $\angle AOB =$ 90 度， $\angle OAB =$ 45 度。
- (2) 正方形 $ABCD$ 的面積為 50 平方公分。



5. 如右圖， $ABCD$ 為正方形，沿 \overline{EF} 摺疊後， A 落在 A' 上， B 落在 B' 上。若 $\angle 1 = 56^\circ$ ，則 $\angle EFB' =$ 107 度。



實力養成 重點 2 梯形的定義及相關性質

1. 梯形：一組對邊平行，而另一組對邊不平行的四邊形。而等腰梯形的兩腰相等。

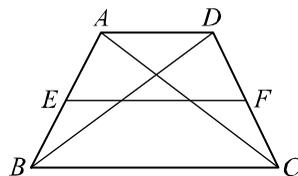
2. 梯形的性質：

(1) 梯形的兩腰中點連線平行於兩底，且其長等於兩底長和的一半

$$\Rightarrow \overline{EF} = \frac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2}$$

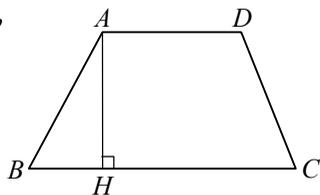
(2) 梯形面積 = $(\overline{AD} + \overline{BC}) \times \text{高} \div 2 = \overline{EF} \times \text{高}$ 。

(3) 過梯形一腰中點作一直線平行於底，則此直線必過另一腰的中點。



題型 1 求兩腰中點連線段長

如右圖， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 。若梯形 $ABCD$ 的面積為 54， $\overline{AH} = 6$ ，則梯形 $ABCD$ 兩腰中點連線段長為 9。

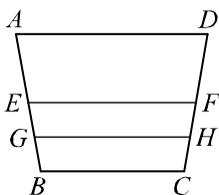


題型 2 利用梯形面積求兩底差

已知一梯形的面積為 312 平方公分，且高為 13 公分。若此梯形的上、下底之比為 3:5，則兩底長相差 12 公分。

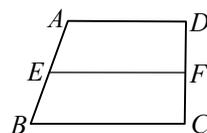
題型 3 梯形兩腰中點連線性質的應用 I

如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， E 、 F 分別為 \overline{AB} 、 \overline{CD} 的中點， G 、 H 分別為 \overline{BE} 、 \overline{CF} 的中點。若 $\overline{AD} = 16$ ， $\overline{BC} = 12$ ，則 $\overline{GH} + \overline{EF} =$ 27。



題型 4 梯形兩腰中點連線性質的應用 II

如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， \overline{EF} 為中線。若 $\overline{AD} = 15$ cm， $\overline{BC} = 25$ cm，則梯形 $AEFD$ 面積：梯形 $EBCF$ 面積 = 7:9。

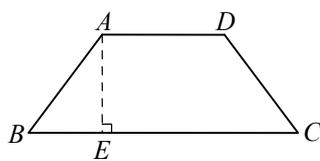


題型 5 等腰梯形的應用 I

右圖等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 。若 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AD} = 10$ ， $\overline{AE} = 8$ ，則：

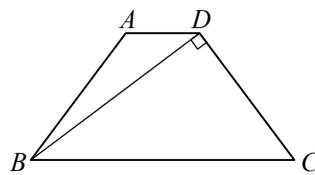
(1) $\overline{CE} =$ 16。

(2) 梯形 $ABCD$ 的面積為 128。



題型 6 等腰梯形的應用 II

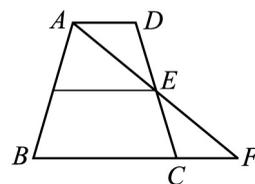
如右圖，梯形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{BD} \perp \overline{CD}$ 。若 $\overline{BC} = 25$ 公分， $\overline{AB} = \overline{CD} = 15$ 公分，則 $\overline{AD} =$ 7 公分。



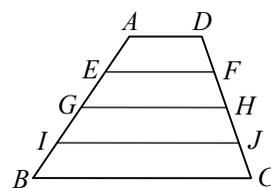
強化練習

1. 若梯形的兩腰中點連線段長 10 公分，高 8 公分，則梯形的面積為 80 平方公分。

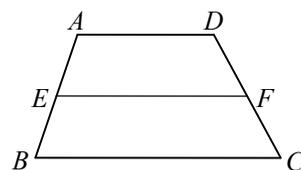
2. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， E 為 \overline{CD} 的中點， \overrightarrow{AE} 和 \overrightarrow{BC} 相交於 F 點。若 $\triangle ABF$ 的面積為 252 平方公分，且梯形 $ABCD$ 的高為 18 公分，則梯形 $ABCD$ 的兩腰中點連線段長為 14 公分。



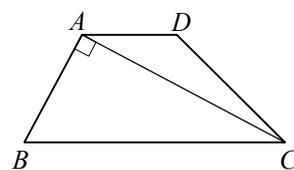
3. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{GH} \parallel \overline{IJ} \parallel \overline{BC}$ ，且 E, G, I 將 \overline{AB} 四等分， F, H, J 將 \overline{CD} 四等分。若 $\overline{GH} = 20$ 公分，則 $\overline{AD} + \overline{EF} + \overline{GH} + \overline{IJ} + \overline{BC} =$ 100 公分。



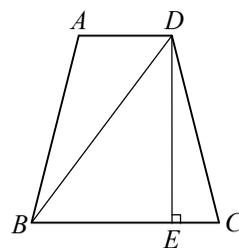
4. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， \overline{EF} 為兩腰中點連線。若 $\overline{AD} = 10$ ， $\overline{BC} = 18$ ，則梯形 $AEFD$ 面積：梯形 $EBCF$ 面積 = 3 : 4。



5. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AD} = 5$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，則梯形 $ABCD$ 的面積為 36。

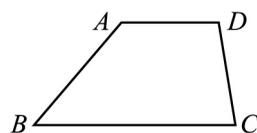


6. 如右圖，等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ ，且 $\overline{AD} = 16$ 公分， $\overline{BC} = 32$ 公分， $\overline{BD} = 40$ 公分，則 $\overline{DE} =$ 32 公分。



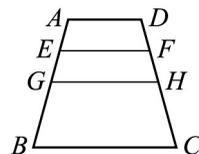
一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- (B) 1. 兩個完全一樣的梯形一定可合併成下列哪一種四邊形？
(A) 矩形 (B) 平行四邊形 (C) 菱形 (D) 梯形
- (A) 2. 若梯形面積為 72，且高為 8，則此梯形的兩腰中點連線段長為多少？
(A) 9 (B) 12 (C) 16 (D) 18
- (B) 3. 有一菱形的兩對角線分別為 10 公分和 24 公分，則此菱形的周長為多少公分？
(A) 120 (B) 52 (C) 60 (D) 34
- (A) 4. 若等腰梯形的周長為 24，且一腰長為 6，則兩腰中點連線段長為多少？
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9
- (A) 5. 如右圖，在梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AD} = 6$ ， $\overline{BC} = 11$ ， $\overline{CD} = 5$ ， $\angle B = 50^\circ$ ，則 $\angle D = ?$
(A) 100° (B) 115° (C) 120° (D) 130°

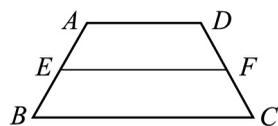


二、填充題：每格 5 分，共 65 分

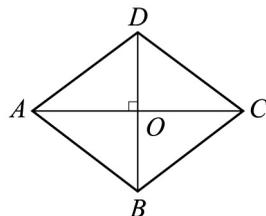
1. 如右圖， $ABCD$ 為梯形， G 、 H 為 \overline{AB} 、 \overline{CD} 的中點， E 、 F 為 \overline{AG} 、 \overline{DH} 的中點，且 $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{BC} = 8$ ，則 $\overline{EF} = \underline{5}$ 。



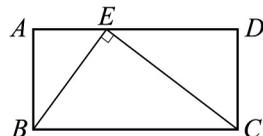
2. 已知一梯形的上底和高相等，且下底是高的兩倍，且面積為 24 平方公分，則此梯形的兩腰中點連線段長為 6 公分。
3. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， E 、 F 分別為 \overline{AB} 、 \overline{CD} 的中點。若 $\overline{AD} = 6$ cm， $\overline{BC} = 12$ cm，則：
(1) $\overline{EF} = \underline{9}$ cm。
(2) $\triangle ABC$ 面積： $\triangle ACD$ 面積 = 2:1。



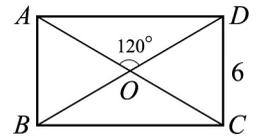
4. 如右圖，已知四邊形 $ABCD$ 是菱形， O 是兩條對角線的交點。
若 $\overline{AC} = 16$ 公分， $\overline{BD} = 12$ 公分，則：
(1) 菱形 $ABCD$ 的周長為 40 公分。
(2) 菱形 $ABCD$ 的面積為 96 平方公分。



5. 如右圖，長方形 $ABCD$ 中， $\overline{BE} = 18$ 公分， $\overline{CE} = 20$ 公分，則長方形 $ABCD$ 的面積為 360 平方公分。



6. 如右圖，矩形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{CD} = 6$ 公分，且兩條對角線的夾角是 120° ，則對角線為 12 公分。



7. 根據四邊形的對角線特性，回答下列問題：

(A) 菱形 (B) 正方形 (C) 平行四邊形 (D) 矩形 (E) 等腰梯形

(1) 哪些四邊形的對角線均互相垂直？答：(A)(B)。

(2) 哪些四邊形的對角線均互相平分？答：(A)(B)(C)(D)。

(3) 哪些四邊形的對角線等長？答：(B)(D)(E)。

8. 下列各敘述中，哪些是正確的？答：(B)(C)(E)

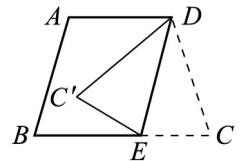
(A) 對角線等長的四邊形是矩形 (B) 有一個角是直角的平行四邊形是矩形

(C) 有三個角是直角的四邊形是矩形 (D) 兩組對邊分別相等的四邊形一定是矩形

(E) 有一組鄰邊相等的平行四邊形是菱形

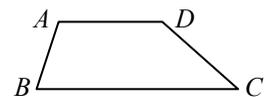
9. 如右圖， $ABCD$ 為等腰梯形， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\angle A = 108^\circ$ 。

若將 C 點摺至 C' 點，使 $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ，則 $\angle C'DE =$ 36 度。



三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 右圖梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} = 9$ ， $\overline{BC} = 16$ ， $\overline{CD} = 7$ ， $\angle B = 75^\circ$ ，則 $\angle D = ?$



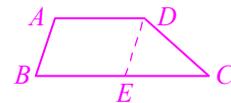
解：過 D 點作 $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ，交 \overline{BC} 於 E 點，

則 $\overline{BE} = 9$ ， $\overline{CE} = 16 - 9 = 7 = \overline{CD}$ 。

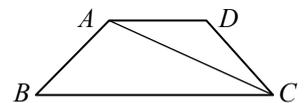
$\therefore \angle CDE = \angle CED = \angle B = 75^\circ$

$\Rightarrow \angle ADC = \angle ADE + \angle CDE = 75^\circ + 75^\circ = 150^\circ$

答： 150°



2. 如右圖， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ 。若 $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{BC} = 16$ ， $\overline{AC} = 13$ ，則梯形 $ABCD$ 的面積為何？



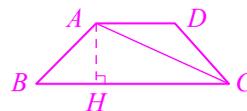
解：作 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 交 \overline{BC} 於 H 點，

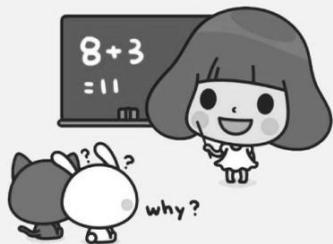
則 $\overline{CH} = 16 - \frac{16-8}{2} = 12$ 。

$\therefore \overline{AH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$

梯形 $ABCD$ 面積 $= \frac{1}{2} \times 5 \times (8 + 16) = 60$ 。

答： 60

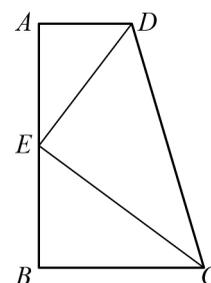




每週一題



如右圖， $ABCD$ 為梯形， $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{AD} = 9$ ， $\overline{BC} = 16$ ， E 為 \overline{AB} 中點， \overline{CE} 為 $\angle BCD$ 的角平分線， \overline{ED} 為 $\angle ADC$ 的角平分線，試回答下列問題：



- (1) 梯形 $ABCD$ 面積 = ?
- (2) $\overline{AD}^2 + \overline{AE}^2 + \overline{BE}^2 + \overline{BC}^2 = ?$

解

$$\begin{aligned} \text{(1) 梯形 } ABCD \text{ 面積} &= (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AB} \div 2 \\ &= (9 + 16) \times 24 \div 2 \\ &= 300。 \end{aligned}$$

(2) 因為 $ABCD$ 為梯形，且 $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ，所以 $\angle BCD + \angle ADC = 180^\circ$ 。
又 \overline{CE} 為 $\angle BCD$ 的角平分線， \overline{ED} 為 $\angle ADC$ 的角平分線，
得 $\angle ADE = \angle EDC$ ， $\angle BCE = \angle ECD$ 。

$$\begin{aligned} \angle ADE + \angle EDC + \angle BCE + \angle ECD &= 180^\circ， \\ \Rightarrow \angle EDC + \angle ECD &= 90^\circ， \\ \Rightarrow \angle DEC &= 90^\circ。 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{故 } \overline{AD}^2 + \overline{AE}^2 + \overline{BE}^2 + \overline{BC}^2 &= \overline{DE}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{CD}^2 \\ &= (16 - 9)^2 + 24^2 \\ &= 49 + 576 = 625 \end{aligned}$$

分數	評分指引
3	解題策略正確，能清楚表達解題過程，且答案正確。
2	第(1)回答正確，第(2)小題可推論出 $\angle ADE = \angle EDC$ ， $\angle BCE = \angle ECD$ 。
1	1. 第(1)小題空白，第(2)小題可推論出 $\angle ADE = \angle EDC$ ， $\angle BCE = \angle ECD$ 。 2. 第(2)小題空白，第(1)小題可列式出梯形 $ABCD$ 面積 $= (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AB} \div 2$ ，但計算錯誤。
0	1. 只有答案或與題目無關。 2. 策略模糊不清或錯誤。

第四冊

第 1 章 數列與等差級數

1-1 等差數列

1 實力養成重點 1

題型① (1) 8 ; (2) 41 , 35

題型② (1) 3 , 6 , 30 , 60 ; (2) $3n$, 82

題型③ 1

題型④ 205

● 強化練習

1. (1) 120 ; (2) 85 , 70

2. (1) 1 , 3 , 19 , 39 ; (2) $2n-1$, 93

3. 8

4. 35

2 實力養成重點 2

題型① (1) 是 , 公差 = 0 ; (2) 不是

題型② (1) 9 ; (2) -5 , -10 , -20

題型③ (1) -4 , -2 ; (2) $-4n+14$; (3) 不是

題型④ 39

● 強化練習

1. (1) 是 , 公差 = 1 ; (2) 是 , 公差 = $\frac{1}{3}$; (3) 不是

2. (1) 5 , 1 , 0 ; (2) 3 , 3 ; (3) 6 , 10 , 18

3

3. (1) 34 ; (2) $4n-2$; (3) 是 , 第 26 項

4. (1) 25 ; (2) 20

4 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. A 2. B 3. D 4. C 5. A

二、填充題

1. (1) 9 , -3 ; (2) 23 , 39 2. 43

5 3. 37 4. 24 5. 15 6. -2 7. 21 8. 37

三、計算題

1. 觀察圖形可發現

排 1 個六邊形需要 6 根牙籤 ,

排 2 個六邊形需要 11 根牙籤 ,

排 3 個六邊形需要 16 根牙籤 , ……

如此可形成一第項 a_1 為 6 ,

公差 d 為 5 的等差數列

由題意可知 $a_n = 116$,

故 $116 = 6 + (n-1) \times 5 \Rightarrow n = 23$ ……………答

2. 第一天騎 10 公里 , 列為 $a_1 = 10$,

每一天比前一天多騎 3 公里 , 即公差 $d = 3$,

共騎 73 公里 ,

可依題意列式 $a_n = 10 + (n-1) \times 3 = 73$

$(n-1) \times 3 = 63$, $n-1 = 21$, $n = 22$ (天) ……………答

6 每週一題

(1) 由題意及觀察規律可知 ,

奇數列最左邊的數為該列最大的數 , 且越往右 , 數越小 , 因此第 11 列比 A 小的數有 8 個 ,

故在第 1 列到第 11 列中 ,

比 a 小的數共有 $10^2 + 8 = 108$ (個)。

(2) 將首項 $a_1 = 1$, 公差 $d = 2$ 代入可得

$A = a_1 + 108d = 1 + 108 \times 2 = 217$

1-2 等差級數

7 實力養成重點 1

題型① 21

題型③ 590

題型⑤ 675

題型⑦ 308

題型② -110

題型④ 4

題型⑥ 4 , 82

題型⑧ 11 , 32

8 題型⑨ (1) 13 ; (2) 12 , 288

題型⑩ (1) 139 ; (2) 1640

題型⑪ $10x$

題型⑫ 12

● 強化練習

1. (1) -1050 ; (2) -45 2. (1) 210 ; (2) -65

3. 4 4. 30 5. 3 , 34 9 6. 360 7. 12 , 46

8. (1) 14 ; (2) 13 , 169 9. 29 10. $5x$ 11. 400

10 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. D 2. D 3. B 4. B

二、填充題

1. 144 2. 315 3. 16 4. -112 5. 100 6. 143

11 三、計算題

1. $a_1 = 1$, $d = 3 - 1 = 2$,

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} [2 + (n-1) \times 2] > 900$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} \times 2n > 900$$

$$\Rightarrow n^2 > 900$$

因為 $30^2 = 900$, 所以至少要加到第 31 項 …………… 答

2. 依題意得 $a_1 = 15$, $d = 3$, $n = 20$,

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2 \times 15 + (20-1) \times 3]$$

$$= 10 (30 + 57)$$

$$= 10 \times 87$$

$$= 870$$

則此活動中心的座位共有 870 個 ,

學生共有 850 個 , $870 > 850$,

故此活動中心的座位足夠學生們皆有座位使用

答 : 足夠

1-3 等比數列

12 實力養成重點 1

題型① (1) 是 , 公比 = 1 ; (2) 不是

題型② (1) 16 ; (2) 5 , -5 , -5

題型③ (1) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$; (2) $27 \times (\frac{1}{3})^{n-1}$; (3) 不是

題型④ 48

● 強化練習

1. (1) 是 , 公比 = 3 ; (2) 不是

13

2. (1) 6 , 6 , 6 ; (2) -8 , -32 , 64 ; (3) 216 , 144 , 64

3. (1) 16 ; (2) $81 \times (\frac{2}{3})^{n-1}$; (3) 是 , 第 8 項

4. 7

14 實力養成重點 2

題型① (1) 5 ; (2) -24

題型② (1) 4 ; (2) -1 ; (3) 6 , 8

題型③ (1) ±5 ; (2) 49

題型④ (1) 4 或 $-\frac{3}{2}$; (2) 60 , 60

● 強化練習

1. (1) 5 ; (2) 81

2. (1) 10 ; (2) 4 或 $-\frac{7}{3}$

3. 4 , 30

4. 20 , 20

15 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. B 2. B 3. D 4. A 5. C

二、填充題

1. (1) 20 , -160 ; (2) 243 , 1 2. -96

16 3. 6 4. ±3 5. 8 6. ±20 7. 28 8. 81

三、計算題

1. 假設第一排座位數量為 a_1 , 最後一排為 a_{45} ,

$$\text{總座位數量} = \frac{45(a_1 + a_{45})}{2},$$

且 a_{23} 為 a_1 、 a_{45} 的等差中項, 即 $\frac{a_1 + a_{45}}{2} = a_{23}$,

$$\frac{45(a_1 + a_{45})}{2} = 45 \times a_{23} = 45 \times 30 = 1350 \text{ (個)} \cdots \cdots \text{答}$$

2. 初始為 2 隻細菌, 列為 $a_1 = 2$,
每經過一小時就會一分為三, 即公比 $r = 3$,
則五小時後的細菌數

$$a_6 = 2 \times 3^{6-1} = 2 \times 3^5 = 2 \times 243 = 486 \text{ (隻)} \cdots \cdots \text{答}$$

17 每週一題

(1) 由依霖的說法可知

$$\begin{aligned} a_{13} &= \frac{1}{2} \times (a_1 + a_{25}) \\ &= \frac{1}{2} \times (a_2 + a_{24}) \\ &= \frac{1}{2} \times (5 + 71) \\ &= 38 \end{aligned}$$

(2) 由陳平與浩南兩人的說法可知

$$b_3 + c_{23} = 19, b_{23} + c_3 = -3,$$

$$\text{又 } b_1 + b_{25} = b_3 + b_{23}, c_1 + c_{25} = c_3 + c_{23},$$

$$\begin{aligned} \text{所求} &= \frac{(b_1 + b_{25}) \times 25}{2} + \frac{(c_1 + c_{25}) \times 25}{2} \\ &= \frac{(b_3 + b_{23}) \times 25}{2} + \frac{(c_3 + c_{23}) \times 25}{2} \\ &= \frac{(b_3 + b_{23} + c_3 + c_{23}) \times 25}{2} \\ &= \frac{[(b_3 + c_{23}) + (c_3 + b_{23})] \times 25}{2} \\ &= \frac{[19 + (-3)] \times 25}{2} \\ &= 200 \end{aligned}$$

故兩人所寫的數字之和為 200。

第 2 章 函數及其圖形**2-1 一次函數及函數圖形與應用****18 實力養成重點 1**

題型① 否

題型② (B)

題型③ (1) $y = 4x - 3$; (2) 是題型④ $xy = 20$

題型⑤ (1) 12 ; (2) 240

題型⑥

購買的瓶數(瓶)	1	2	3	4
錢數(元)	25	50	75	100
購買的瓶數(瓶)	5	6	7	8
錢數(元)	125	150	175	200

19 強化練習

1. (1) 是 ; (2) 否

2. 乙、丙

3. (1) $y = 2(x - 5)^2 + 7$; (2) 15

4. 是

5. (1) 65 ; (2) 是

6. (1) 225 ; (2) 12

7.

邊長 x (公分)	2	3	5	6	7	9
面積 y (平方公分)	4	9	25	36	49	81

20 實力養成重點 2

題型① 9

題型② $\frac{8}{3}$

題型③ (1) 2.3 , 0 ; (2) -11.5

題型④ -7

題型⑤ 1. 10 2. 10

題型⑥ 1

● 強化練習

1. 7 2. $-\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{2}$, 7 3. 1 4. 4 5. 0 6. 2**21 實力養成重點 3**

題型① (B)

題型② (A)

題型③ 5

題型④ (2, 0) , (0, 5)

題型⑤ $-\frac{7}{2}x + 5$

題型⑥ 120

題型⑦ $-\frac{3}{2}$

題型⑧ (0, -3)

22

題型⑨ 四

題型⑩ 三

題型⑪ (1) $4x - 7$; (2) $(\frac{7}{4}, 0)$ 、 $(0, -7)$; (3) $\frac{49}{8}$

題型⑫ 79

題型⑬ 6

● 強化練習

1. (B)(D)(E) 2. 3

23 3. (-4, 0) , (0, -3) 4. $-2x + 2$ 5. 9

6. 3 7. (1, 6) 8. 一、三、四 9. 四

10. $2x + 3$, $\frac{9}{4}$ 11. 50 12. $\frac{19}{2}$

24 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. C 2. D 3. B 4. D 5. C 6. C

二、填充題

1. 19 2. 13 3. (1) 65; (2) 下午一點

25 4. 59 5. -2 6. 0 7. 15 8. -6 9. 3

10. -13

三、計算題

1. 任取 $y=2x+3$ 的兩組解：

x	-1	0
y	1	3

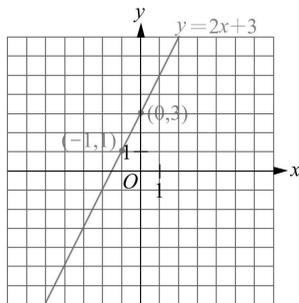
過 $(-1, 1)$ 和 $(0, 3)$

畫一直線，

即為一次函數

$y=2x+3$ 的圖形，

如右圖。



2. 設通話 x 秒時，費用為 y 元，

且 300 秒以後符合函數 $y=ax+b$ ，

將 $(500, 190)$ 和 $(800, 250)$ 代入，

$$\text{得聯立方程式} \begin{cases} 190=500a+b \\ 250=800a+b \end{cases}$$

解得 $a=0.2, b=90$ ，

故 $y=0.2x+90$ 。

當 $x=1200$ 時， $y=0.2 \times 1200 + 90 = 330$ ，

故通話 1200 秒需花費 330 (元).....答

26 每週一題

(1) $63-36=27, 72-27=45, 54-45=09,$

$90-09=81, 81-18=63, \dots,$

故 $x=36$ 時的函數值 $y_1=5$ 。

(2) $321-123=198, 981-189=792,$

$972-279=693, 963-369=594,$

$954-459=495, 954-459=495, \dots,$

故定值為 495，

且 $x=123$ 時的函數值 $y_2=5$ 。

27 每週一題

(1) 設一次函數為 $y=ax+b$ ，

將 $(60, 130)$ 和 $(90, 170)$ 分別代入 $y=ax+b$ ，

$$\text{得} \begin{cases} 130=60a+b \dots \textcircled{1} \\ 170=90a+b \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ 得 } 30a=40, a=\frac{4}{3},$$

$$\text{將 } a=\frac{4}{3} \text{ 代入 } \textcircled{1} \text{ 得 } 130=60 \times \frac{4}{3} + b$$

$$\Rightarrow 130=80+b, b=50,$$

$$\text{將 } a=\frac{4}{3}, b=50 \text{ 代入 } y=ax+b,$$

$$\text{得 } y=\frac{4}{3}x+50.$$

(2) 將 $x=198$ 代入 $y=\frac{4}{3}x+50$ ，

$$\text{得 } y=\frac{4}{3} \times 198 + 50 = 314,$$

故運費 314 元。

第 3 章 三角形的性質與尺規作圖

3-1 內角與外角

28 實力養成重點 1

題型 ① 80

題型 ② 160

題型 ③ (1) 160, 20; (2) 十二

題型 ④ 30

● 強化練習

1. 70 2. 八 3. 18

29 實力養成重點 2

題型 ① (1) 55, 35; (2) 86, 94

題型 ② 140, 140

題型 ③ (1) 405; (2) 35

題型 ④ 540

● 強化練習

1. 150 2. 120, 60 3. 30 4. 268

30 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. B 2. B 3. D 4. B 5. D

二、填充題

1. 140 2. 30 3. 55 4. (1) 160, 75; (2) 360

31 5. 100 6. 30 7. 65 8. 230 9. 100 10. 3

11. 九

三、計算題

1. $\frac{180 \times (n-2)}{n} > 135$

$$\Rightarrow 180n - 360 > 135n \Rightarrow 45n > 360 \Rightarrow n > 8$$

故 n 的最小值為 9.....答

2. $7s+3s+8s=180, 18s=180, s=10$

$$\angle A = 7 \times 10^\circ = 70^\circ$$

$$\angle B = 3 \times 10^\circ = 30^\circ$$

$$\angle C = 8 \times 10^\circ = 80^\circ$$

答： $\angle A=70^\circ, \angle B=30^\circ, \angle C=80^\circ$

32 每週一題

(1) $\angle BAJ=90^\circ - \angle JAE = \angle CAE=25^\circ$ ($\because ABDE$ 與 $AFGC$ 皆正方形)

在 $\triangle ABJ$ 中，由外角定理知

$$\angle BJF = \angle JBA + \angle BAJ = 90^\circ + 25^\circ = 115^\circ$$

(2) 因為 $\overline{AH} = \overline{HC}$ ，

所以 $\angle HCA = \angle HAC = 25^\circ$

在 $\triangle ACI$ 中，由外角定理知

$$\angle HIJ = \angle CAI + \angle ACI = 90^\circ + 25^\circ = 115^\circ$$

3-2 基本尺規作圖

33 實力養成重點 1

題型 ① (1)



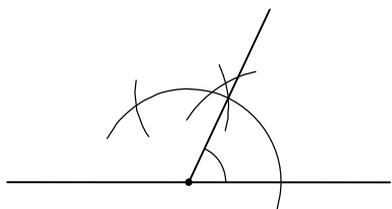
\overline{AC} 即為所求。

(2)

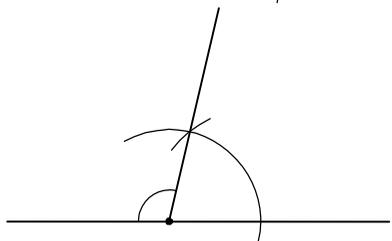


\overline{AD} 即為所求。

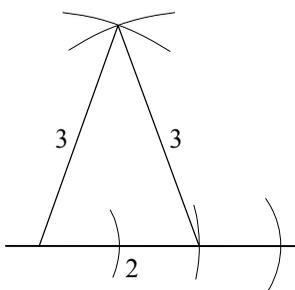
題型② (1)



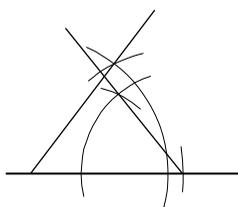
(2)



題型③



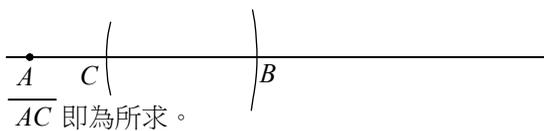
題型④



34

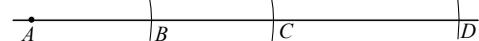
● 強化練習

1. (1)



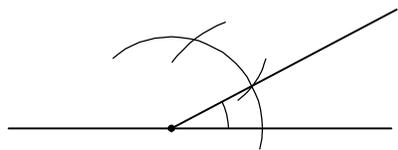
AC 即為所求。

(2)

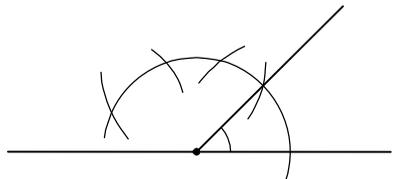


AD 即為所求。

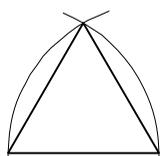
2. (1)



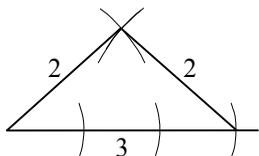
(2)



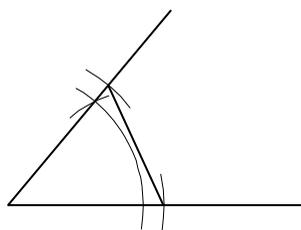
3.



4.



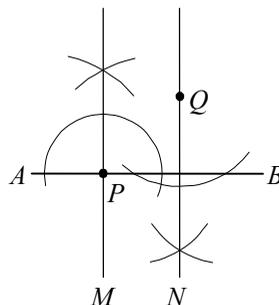
5.



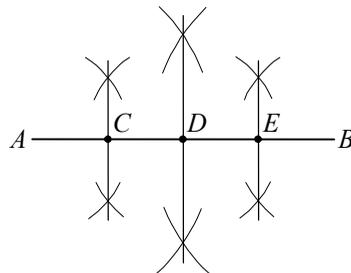
35 實力養成重點 2

題型① (A)

題型②



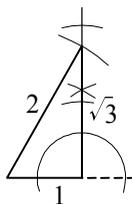
題型③



題型④ (1) 15 ; (2) 4

題型⑤ 3

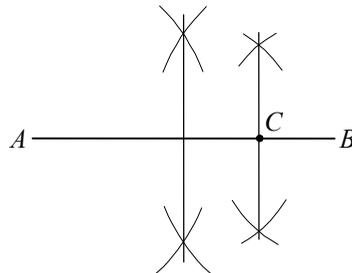
題型⑥



36 ● 強化練習

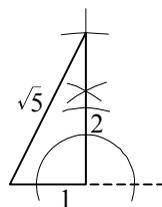
1. (B)

2.



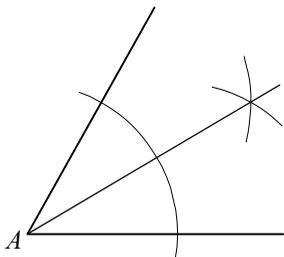
3. (1) 31 ; (2) 5 4. 3

5.



37 實力養成重點 3

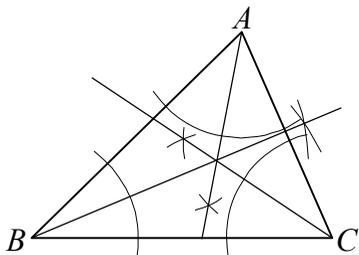
題型 1



題型 2 (1) 22.5 ; (2) 33.75

● 強化練習

1.



2. (1) 30 ; (2) 15 ; (3) 45

38 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. D 2. C 3. C 4. D 5. C

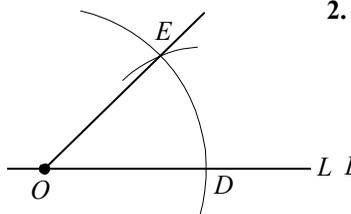
二、填充題

1. 甲 2. 無限多, 1 **39** 3. (1) 30 ; (2) 15 ; (3) 45

4. (1) (C) ; (2) (B) ; (3) (A) ; (4) (D) 5. 3 6. 2 7. 7

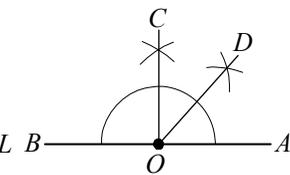
三、計算題

1.



$\angle EOD$ 即為所求

2.



$\angle AOD$ 即為所求

40 每週一題

(1) 因為由①可知 $\overline{AB} = \overline{AD}$,
由②可知 $\overline{BC} = 2\overline{AB} = \overline{DC}$,
所以四邊形 $ABCD$ 為箏形,
故 AC 垂直平分 BD .

(2) 由直角 $\triangle ABE$ 可知,

$$\overline{AE} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BE}^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2} = \sqrt{8} .$$

同理, 由直角 $\triangle CBE$ 可知,

$$\begin{aligned} \overline{CE} &= \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{BE}^2} \\ &= \sqrt{(3 \times 2)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{35} . \end{aligned}$$

則 $2\overline{AE} = 2\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 8} = \sqrt{32} \neq \sqrt{35} = \overline{CE}$,
故 \overline{CE} 長度不是 \overline{AE} 長度的 2 倍。

3-3 三角形全等

41 實力養成重點 1

題型 1 0

題型 2 30

題型 3 (1) 4, 5 ; (2) 16

題型 4 SAS

42

題型 5 (1) 是 ; (2) $6 + 2\sqrt{3}$

題型 6 40 或 140

題型 7 (1) $(-6, 16)$; (2) 136

題型 8 在 $\triangle ABP$ 與 $\triangle CDP$ 中

$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$ (皆為長方形 $ABCD$ 的寬)

$\angle B = \angle D = 90^\circ$ (長方形 $ABCD$ 的內角)

$\angle APB = \angle CPD$ (對頂角相等)

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle CDP$ (AAS 全等性質)

$\therefore \overline{AP} = \overline{CP}$ (對應邊相等)

● 強化練習

1. ASA 2. 105 3. 16

43 4. 80 5. 180 6. 24 7. 15, 23

8. 在 $\triangle ABE$ 與 $\triangle CDF$ 中

$\therefore \overline{AB} \perp \overline{BD}$, $\overline{CD} \perp \overline{BD}$

$\therefore \angle ABE = \angle CDF = 90^\circ$

又 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$ (已知)

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (RHS 全等性質)

故 $\overline{BE} = \overline{DF}$.

利用等量減法公理得

$$\overline{BF} = \overline{BE} - \overline{EF} = \overline{DF} - \overline{EF} = \overline{DE} .$$

44 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. B 2. C 3. D 4. A 5. D

二、填充題

1. SSS, $\angle F$ 2. AAS 3. RHS **45** 4. SAS, 70

5. 40 6. 4 7. (1) 3, 5 ; (2) 14

8. (1) $(-5, 17)$; (2) 169

三、計算題

1. $\therefore \angle A = \angle D$, $\overline{AO} = \overline{DO}$,

$\angle AOB = \angle DOC$ (對頂角相等)

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle DCO$ (ASA 全等性質)

2. $\therefore \overline{AD} = \overline{CD}$, 且 $\angle A = \angle C = 90^\circ$, $\overline{BD} = \overline{BD}$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD$ (RHS 全等性質)

故 $\angle CDB = 90^\circ - \angle CBD = 90^\circ - \angle ABD$

$$= 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ .$$

46 每週一題

(1) 在 $\triangle ABE$ 與 $\triangle AGC$ 中,

因為四邊形 $AEDC$ 與四邊形 $ABFG$ 為正方形,

所以 $\overline{AC} = \overline{AE}$, $\overline{AB} = \overline{AG}$,

又 $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$, $\angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 3$,

得 $\angle EAB = \angle CAG$,

故 $\triangle ABE \cong \triangle AGC$ (SAS 全等性質) .

(2) 由 (1) 可知,

$$\overline{BE} = \overline{CG} = \sqrt{\overline{CF}^2 + \overline{FG}^2} = \sqrt{7^2 + 4^2} = \sqrt{65} .$$

3-4 全等三角形的應用

47 實力養成重點 1

- 題型① 90 題型② 36
 題型③ $6, \frac{14}{5}$ 題型④ 11
 題型⑤ $6\sqrt{5} + 2\sqrt{13}$ 題型⑥ 20, 20

48 強化練習

1. 110 2. 38, 19 3. 11 4. 4, 36 5. 9 6. 25, 25

49 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. D 2. A 3. C 4. D 5. B

二、填充題

1. (1) 6; (2) 54 2. 25 3. 25, 40 **50** 4. 75, 37.5
 5. 5 6. 70, 300 7. 150 8. 9.6 9. $3\sqrt{3}$

三、計算題

1. 作 $\overline{DE} \perp \overline{AB}$, 交 \overline{AB} 於 E 點,

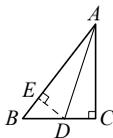
$$\overline{AB} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

$$\therefore \overline{AD} \text{ 平分 } \angle BAC \quad \therefore \text{令 } \overline{CD} = \overline{DE} = x$$

$$\triangle ABC \text{ 面積} = \triangle ACD \text{ 面積} + \triangle ABD \text{ 面積}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 8 \times x + \frac{1}{2} \times 10 \times x$$

$$\Rightarrow 24 = 9x \Rightarrow x = \frac{8}{3} \dots \dots \dots \text{答}$$



2. $\therefore D$ 到 A 與到 B 的距離相等

$\therefore D$ 在 \overline{AB} 的中垂線上

$\therefore M$ 為 \overline{AB} 的中垂線

$$\therefore \overline{BE} = \overline{AE} = 12, \overline{BD} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周長} = (12 + 12) + (13 + 11) + 9 = 24 + 24 + 9 = 57$$

答: 57

51 每週一題

- (1) 連接 \overline{DN} , 因為 $\overline{MN} \perp \overline{CD}$ 且 M 為 \overline{CD} 的中點,

所以 \overline{MN} 為 \overline{CD} 的中垂線,

$$\text{即 } \overline{DN} = \overline{CN} = x,$$

又 $\angle C = 45^\circ$, 所以 $\angle DNC = 180^\circ - 45^\circ \times 2 = 90^\circ$ 。

因為 \overline{AD} 平行 \overline{BC} , 所以 $\angle ADN = 90^\circ$ 。

由上述可知 $ABND$ 為矩形,

$$\overline{AD} = \overline{BN} = 160 - x, \overline{AB} = \overline{DN} = x,$$

$$\begin{aligned} \text{則梯形公園面積} &= \frac{(\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AB}}{2} \\ &= \frac{(160 - x + 160) \times x}{2} \\ &= \frac{320x - x^2}{2} \text{ (平方公尺)} \end{aligned}$$

- (2) 由題意可知 $\frac{320x - x^2}{2} = 11000$

$$x^2 - 320x + 22000 = 0, (x - 220)(x - 100) = 0$$

$$x = 220 \text{ (不合) 或 } 100$$

3-5 三角形的邊角關係

52 實力養成重點 1

- 題型① (1) $14 < y < 36$; (2) 23
 題型② (1, 5, 5)、(3, 4, 4)、(5, 3, 3)
 題型③ $\angle C > \angle A > \angle B$
 題型④ $>$

53 強化練習

1. 6、7、8、9、10、11、12、9 2. $\angle F > \angle D > \angle E$
 3. $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$ 4. 25 5. $<$

54 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. C 2. A 3. D 4. C 5. D

二、填充題

1. \overline{BC} 2. $\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{AC}$ 3. 18

- 55** 4. (1) $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$; (2) $\angle A > \angle B > \angle C$

5. 3, 11 6. $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$ 7. (1) $>$; (2) $>$

三、計算題

1. $\triangle ABC$ 中, $x + 19 > 24$ 且 $x < 24 + 19$,
 $\Rightarrow 5 < x < 43 \dots \dots \text{①}$

- $\triangle ACD$ 中, $x + 14 > 17$ 且 $x < 17 + 14$,
 $\Rightarrow 3 < x < 31 \dots \dots \text{②}$

$\therefore x$ 須同時滿足①、②

$$\therefore 5 < x < 31$$

$\therefore x$ 為正整數

$\therefore x$ 可能的值為 6、7、8、9、10、……、30,
 共有 25 個 $\dots \dots \dots$ 答

56 每週一題

- (1) 在 $\triangle BFE$ 中,

$$\therefore \overline{BF} > \overline{EF}$$

$\therefore \angle E > \angle FBE$ (大邊對大角)

- (2) 依題意,

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DBE$$

$$\therefore \angle C = \angle E$$

且 $\angle ABC = \angle DBE$

$$\Rightarrow \angle ABC - \angle DBF = \angle DBE - \angle DBF$$

$$\Rightarrow \angle ABD = \angle FBE \dots \dots \dots \text{①}$$

由(1)結果和①可推得 $\angle C = \angle E > \angle FBE = \angle ABD$

$$\Rightarrow \angle C > \angle ABD \dots \dots \dots \text{②}$$

在 $\triangle ABD$ 中, $\angle ADB = \angle C + \angle DBC$ (外角定理)

$$\Rightarrow \angle ADB > \angle C \dots \dots \dots \text{③}$$

由②、③可推得 $\angle ADB > \angle ABD$

故 $\overline{AB} > \overline{AD}$ 。

第 4 章 平行與四邊形

4-1 平行線

57 實力養成重點 1

- 題型① 14
 題型② 45
 題型③ 180
 題型④ 90

58 題型⑤ 35

題型⑥ 65, 95

題型⑦ 115

題型⑧ 150

題型⑨ 50

題型⑩ (1) 54; (2) 18

• 強化練習

1. (1) ① 80, 60; ② 55 2. 10 59 3. 37 4. 138
5. 23 6. 65 7. 25 8. 130 9. 100 10. 117, 81

60 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. D 2. C 3. C 4. A 5. D

二、填充題

1. (1) $\angle 7$; (2) $\angle 5$; (3) $\angle 4$ 2. 72 3. 70

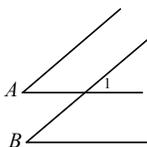
61 4. 70 5. 215 6. 15, 55 7. 48, 8 8. 9, 27

三、計算題

1. (1) $\because \angle A$ 與 $\angle 1$ 為同位角

$$\therefore \angle 1 = \angle A = 60^\circ$$

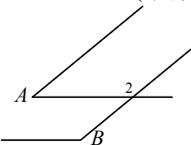
又 $\angle 1$ 與 $\angle B$ 為同位角, 故 $\angle B = \angle 1 = 60^\circ$



(2) $\because \angle A + \angle 2 = 180^\circ$ (同側內角互補)

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

又 $\angle 2 = \angle B$ (同位角相等), 故 $\angle B = 120^\circ$



答: 60° 或 120°

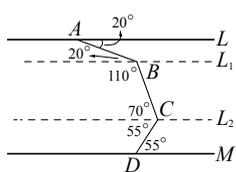
2. 過 B 、 C 兩點

分別作 $L_1 \parallel L_2 \parallel L \parallel M$,

如右圖,

可知 $x = 70 + 55 = 125$

答: 125



62 每週一題

(1) 因為 \overline{AG} 為 $\triangle ABC$ 的高

所以 \overline{AG} 與 \overline{BC} 垂直

又 \overline{AD} 與 \overline{AG} 垂直, 故 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 。

(2) 因為 $\triangle ABC$ 沿 \overline{BC} 方向平移得 $\triangle DEF$,

所以 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$,

又 $\angle BAC = \angle EDF = 60^\circ$, $\angle ACB = \angle DFE = 40^\circ$

故 $\angle DEF = 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ = 80^\circ$,

又因為 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, 故 $\angle ADE = \angle DEF = 80^\circ$ 。

4-2 平行四邊形

63 實力養成重點 1

題型① 60

題型② (1) 150; (2) 120

題型③ (1) 28; (2) 40

題型④ (1) 5, 2; (2) 66

64 題型⑤ (1) 5; (2) 8.5

題型⑥ 14

題型⑦ $18\sqrt{3}$

題型⑧ 124

題型⑨ 107

題型⑩ 36

• 強化練習

1. 90 2. (1) 320; (2) 50 65 3. (1) 8; (2) 224

4. 60 5. 32, 24 6. 60 7. $50\sqrt{3}$ 8. 133 9. 130

10. 7

66 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. C 2. C 3. B 4. B 5. C

二、填充題

1. 30 2. 148 3. 36 4. 120, 60

67 5. (1) 50; (2) 15 6. 140 7. 17 8. 160

9. 40 10. (1) 15; (2) 111

三、計算題

1. $\angle ADB = \angle CBD = 30^\circ$

因為 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, 所以 $\angle ABD = \angle CDB$

$$\angle CDB = \angle ABD = 180^\circ - \angle A - \angle ADB$$

$$= 180^\circ - 55^\circ - 30^\circ$$

$$= 95^\circ \dots\dots\dots \text{答}$$

2. $\angle A = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

$$\angle ADC = \angle ABC = 70^\circ$$

$$\angle ADE = 70^\circ - \angle EDC = 70^\circ - 45^\circ = 25^\circ$$

$$\therefore \angle DGF = \angle DEB$$

$$= \angle A + \angle ADE$$

$$= 110^\circ + 25^\circ$$

$$= 135^\circ \dots\dots\dots \text{答}$$

68 每週一題

(1) 因為四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形,

且 A 、 D 、 E 三點在同一直線上

所以 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$

又 $\overline{CE} \parallel \overline{BD}$,

故四邊形 $BCED$ 為平行四邊形。

(2) 由(1)同理可知,

四邊形 $ABFC$ 亦為平行四邊形,

在 $\triangle CFE$ 中,

因為 $\overline{CF} = \overline{AB} = \overline{DC}$, 且 $\overline{BD} > \overline{CD}$

所以 $\overline{CE} = \overline{BD} > \overline{CD} = \overline{CF}$

故 $\angle CFE > \angle CEF$ (大邊對大角性質)。

4-3 特殊的四邊形

69 實力養成重點 1

題型① (1) 16, 12; (2) 40; (3) 96

題型② (B)(C)

題型③ (1) 16, $8\sqrt{3}$; (2) $64\sqrt{3}$

題型④ 70

70 • 強化練習

1. (D) 2. 300 3. 32 4. (1) 90, 45; (2) 50 5. 107

71 實力養成重點 2

題型① 9 題型② 12 題型③ 27
 題型④ 7:9 題型⑤ (1) 16; (2) 128 題型⑥ 7

72 • 強化練習 -----

1. 80 2. 14 3. 100 4. 3:4 5. 36 6. 32

73 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. B 2. A 3. B 4. A 5. A

二、填充題

1. 5 2. 6 3. (1) 9; (2) 2:1 4. (1) 40; (2) 96

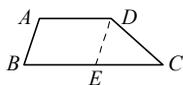
5. 360 **74** 6. 12

7. (1) (A)(B); (2) (A)(B)(C)(D); (3) (B)(D)(E)

8. (B)(C)(E) 9. 36

三、計算題

1. 過 D 點作 $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ，
 交 \overline{BC} 於 E 點，

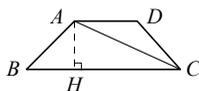


則 $\overline{BE} = 9$ ， $\overline{CE} = 16 - 9 = 7 = \overline{CD}$

$\therefore \angle CDE = \angle CED = \angle B = 75^\circ$

$\Rightarrow \angle ADC = \angle ADE + \angle CDE = 75^\circ + 75^\circ = 150^\circ \dots$ 答

2. 作 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 交 \overline{BC} 於 H 點，



則 $\overline{CH} = 16 - \frac{16-8}{2} = 12$

$\therefore \overline{AH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$

梯形 $ABCD$ 面積 $= \frac{1}{2} \times 5 \times (8 + 16) = 60$

答：60

75 每週一題

(1) 梯形 $ABCD$ 面積 $= (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AB} \div 2$
 $= (9 + 16) \times 24 \div 2$
 $= 300$ 。

(2) 因為 $ABCD$ 為梯形，且 $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ，

所以 $\angle BCD + \angle ADC = 180^\circ$ 。

又 \overline{CE} 為 $\angle BCD$ 的角平分線，

\overline{ED} 為 $\angle ADC$ 的角平分線，

得 $\angle ADE = \angle EDC$ ， $\angle BCE = \angle ECD$ 。

$\angle ADE + \angle EDC + \angle BCE + \angle ECD = 180^\circ$ ，

$\Rightarrow \angle EDC + \angle ECD = 90^\circ$ ，

$\Rightarrow \angle DEC = 90^\circ$ 。

故 $\overline{AD}^2 + \overline{AE}^2 + \overline{BE}^2 + \overline{BC}^2$

$= \overline{DE}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{CD}^2$

$= (16 - 9)^2 + 24^2$

$= 49 + 576$

$= 625$

筆

記

欄

