

核心概念地圖學習單

目次

第4冊

第一章 數列與等差級數 02

1-1 等差數列	概念1 認識數列	概念2 等差數列	概念3 求等差數列第 n 項
1-2 等差級數	概念4 級數與等差級數 概念7 等差級數的應用	概念5 等差級數的和 概念8 等差級數的部分和	概念6 求等差級數的項數、公差
1-3 等比數列	概念9 等比數列 概念12 等差中項與等比中項	概念10 求等比數列第 n 項	概念11 等比數列的應用

第二章 函數及其圖形 05

2-1 一次函數 及函數圖 形與應用	概念1 變數 概念4 由函數值求一次函數 概念7 過兩點求一次函數 概念10 一次函數的應用(II)	概念2 函數與函數值 概念5 由函數值反求給定值 概念8 常數函數的圖形	概念3 一次函數與常數函數 概念6 一次函數的圖形 概念9 一次函數的應用(I)
--------------------------	---	--	--

第三章 三角形的性質與尺規作圖 07

3-1 內角與外 角	概念1 多邊形的內角和	概念2 互餘、餘角、互補、 補角、對頂角	概念3 外角性質
3-2 基本尺規 作圖	概念4 等角作圖 概念7 過線上一點作圖	概念5 中垂線作圖 概念8 角平分線作圖	概念6 過線外一點作圖
3-3 三角形全 等	概念1 全等符號	概念2 求等三角形的判別	
3-4 全等三角 形的應用	概念3 等腰三角形的性質 概念6 直角三角形的判別性質	概念4 正三角形的高與面積 概念7 角平分線性質	概念5 中垂線性質
3-5 三角形的 邊角關係	概念8 三角形的邊長關係	概念9 三角形的邊角關係	

第四章 平行與四邊形 13

4-1 平行線	概念1 平行線的性質	概念2 平行線截角性質 與判別性質	概念3 平行線截角性質的應用
4-2 平行四邊 形	概念4 平行四邊形的全等 性質與判別	概念5 平行四邊形對邊、 對角相等的應用	
4-3 特殊的四 邊形	概念6 菱形與箏形	概念7 矩形、正方形、梯形	概念8 特殊四邊形的對角線

解答區 16

概念 1 認識數列 (每格 3 分, 共 24 分)

① 在 2, 5, 7, 11, 13, 18, 25 的數列中,

(1) 項數 = 7。 (2) 首項 $a_1 =$ 2。 (3) $a_4 =$ 11。 (4) 末項 $a_7 =$ 25。

② 在 -3, 6, -12, 24, -48, 96, -192, 384 的數列中, 已知首項 a_1 為 -3, 且

(1) 項數 = 8。 (2) $a_3 =$ -12。 (3) $a_6 =$ 96。 (4) 末項 = 384。

概念 2 等差數列 (每格 4 分, 合計 40 分)

① 已知 2, 5, 8, x , 14, 17, 20, y , 26, 29 為等差數列, 首項 a_1 為 2, 則:

(1) 項數 = 10。 (2) 公差 = 3。 (3) $x =$ 11。 (4) $y =$ 23。

② 已知 4, 9, 14, 19, x , 29, 34, y , 44 為等差數列, 首項 a_1 為 4, 則:

(1) 公差 = 5。 (2) $x =$ 24。 (3) $y =$ 39。

③ 已知 31, x , 23, 19, 15, 11, 7, 3, y 為等差數列, 首項 a_1 為 31, 則:

(1) 公差 = -4。 (2) $x =$ 27。 (3) $y =$ -1。

概念 3 求等差數列第 n 項 (每格 4 分, 共 36 分)

① 一等差數列的首項 a_1 為 3, 公差為 2, 則:

(1) $a_3 =$ 7。 (2) $a_{10} =$ 21。 (3) 39 是第 19 項。

$a_n = a_1 + (n-1)d$ 。已知 $a_1 = 3$, $d = 2$, 則:

(1) $a_3 = 3 + (3-1) \times 2 = 3 + 4 = 7$ 。

(2) $a_{10} = 3 + (10-1) \times 2 = 3 + 18 = 21$ 。

(3) $39 = 3 + (n-1) \times 2 = 3 + 2n - 2$, $38 = 2n$, $n = 19$ 。

② 一等差數列的首項 a_1 為 20, 公差為 -5, 則:

(1) $a_5 =$ 0。 (2) $a_{11} =$ -30。 (3) -45 是第 14 項。

已知 $a_1 = 20$, $d = -5$, 則:

(1) $a_5 = 20 + (5-1) \times (-5) = 20 - 20 = 0$ 。

(2) $a_{11} = 20 + (11-1) \times (-5) = 20 - 50 = -30$ 。

(3) $-45 = 20 + (n-1) \times (-5) = 20 - 5n + 5$, $-70 = -5n$, $n = 14$ 。

③ 已知一等差數列的前三項為 7, 13, 19, 則:

(1) 公差 = 6。 (2) $a_{31} =$ 21。 (3) 241 是第 40 項。

(1) $d = 13 - 7 = 6$ 。

(2) $a_{31} = 7 + (31-1) \times 6 = 7 + 180 = 187$ 。

(3) $241 = 7 + (n-1) \times 6 = 7 + 6n - 6$, $240 = 6n$, $n = 40$ 。

概念4、5 級數與等差級數、等差級數的和 (①、②每格4分, ③、④每格10分, 共40分)

① 等差級數 $2+6+10+14+18+22+26+30+34+38 = \frac{2+38}{2} \times (\underline{10}) = \underline{200}$ 。

② 等差級數 $3+8+13+18+23+28+33+38 = \frac{3+(\underline{38})}{2} \times (\underline{8}) = \underline{164}$ 。

③ 已知一等差級數的首項為8, 末項為65, 一共有20項, 則此等差級數的和 = 730。

$$S_{20} = \frac{20 \times (8+65)}{2} = 730 \quad (S_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2})$$

④ 已知一等差級數的首項為10, 公差為5, 前20項的和 $S_{20} = \underline{1150}$ 。

$$S_{20} = \frac{20 \times [2 \times 10 + (20-1) \times 5]}{2} = 1150 \quad (S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2})$$

概念6 求等差級數的項數、公差 (每格8分, 合計32分)

① 等差級數 $2+4+6+\dots+78+80$ 共有 40 項, 它的和 = 1640。

$$a_1 = 2, d = 4 - 2 = 2; a_n = 80 = 2 + (n-1) \times 2, n = 40;$$

$$S_n = \frac{40 \times (2+80)}{2} = 1640。$$

② 若一等差級數的首項為6, 末項為82, 和為880, 則項數 = 20, 公差 = 4。

$$a_1 = 6, a_n = 82, S_n = \frac{n \times (6+82)}{2} = 880, n = 20$$

$$a_{20} = 82 = 6 + (20-1) \times d, d = 4。$$

概念7 等差級數的應用 (每格6分, 共12分)

① 運動會表演, 第一列站10位學生, 第二列以後, 每一列都比前一列多2位學生, 總共有190位學生, 那麼一共排了 10 列, 最後一列有 28 人。

$$a_1 = 10, d = 2, \text{依題意 } S_n = \frac{n[2 \times 10 + (n-1) \times 2]}{2} = \frac{n \times [20 + 2n - 2]}{2} = n^2 + 9n = 190,$$

$$n^2 + 9n - 190 = 0, (n+19)(n-10) = 0, n = -19 \text{ (不合) 或 } n = 10。 \text{故一共排了10列。}$$

$$\text{又 } a_{10} = 10 + (10-1) \times 2 = 28$$

概念8 等差級數的部分和 (每格8分, 共16分)

① 有一等差級數 $70+66+62+58+\dots$, 試問:

(1) 從第 19 項開始為負數; (2) 當 $n = \underline{18}$ 時, 前 n 項的和會最大。

(1) $a_1 = 70, d = 66 - 70 = -4,$

$$a_n = 70 + (n-1) \times (-4) < 0, 70 - 4n + 4 < 0, 4n > 74, n > \frac{74}{4} = 18\frac{2}{4} = 18\frac{1}{2},$$

故第19項開始為負數。

(2) 第19項開始為負數, 所以前18項的和會最大。

概念9 等比數列 (每格4分, 合計44分)

- ① 已知 $2, 6, 18, x, 162, 486$ 為等比數列, 首項 a_1 為 2 , 則: 公比 = 3; $x =$ 54。
- ② 已知 $2.5, 5, 10, x, 40, 80, y, 320$ 為等比數列, 首項 a_1 為 2.5 , 則:
 (1) 公比 = 2。 (2) $x =$ 20。 (3) $y =$ 160。
- ③ 已知 $2, -4, 8, -16, x, y, 128, -256$ 為等比數列, 首項 a_1 為 2 , 則:
 (1) 公比 = -2。 (2) $x =$ 32。 (3) $y =$ -64。
- ④ 已知 $\sqrt{5}, 5, 5\sqrt{5}, x, 25\sqrt{5}, y, 125\sqrt{5}$ 為等比數列, 首項 a_1 為 $\sqrt{5}$, 則:
 (1) 公比 = $\sqrt{5}$ 。 (2) $x =$ 25。 (3) $y =$ 125。

概念10 求等比數列第 n 項 (每格4分, 共32分)

- ① 一等比數列的首項 a_1 為 10 , 公比為 2 , 則:
 (1) $a_3 =$ 40。 (2) $a_6 =$ 320。 (3) 1280 是第 8 項。
 $a_n = a_1 \times r^{n-1}$ 。已知 $a_1 = 10, r = 2$, 則: (1) $a_3 = 10 \times 2^{3-1} = 10 \times 2^2 = 10 \times 4 = 40$ 。
 (2) $a_6 = 10 \times 2^{6-1} = 10 \times 2^5 = 10 \times 32 = 320$ 。 (3) $1280 = 10 \times 128 = 10 \times 2^7, n-1 = 7, n = 8$ 。
- ② 一等比數列的首項 a_1 為 4 , 公比為 -1 , 則:
 (1) $a_5 =$ 4。 (2) $a_{10} =$ -4。
 (1) $a_5 = 4 \times (-1)^{5-1} = 4 \times (-1)^4 = 4 \times 1 = 4$ 。 (2) $a_{10} = 4 \times (-1)^{10-1} = 4 \times (-1)^9 = -4$ 。
- ③ 已知一等比數列的前三項為 $1, -3, 9$, 則:
 (1) 公比 = -3。 (2) $a_5 =$ 81。 (3) 729 是第 8 項。
 (1) $r = (-3) \div 1 = -3$ 。 (2) $a_5 = 1 \times (-3)^{5-1} = 1 \times (-3)^4 = 1 \times 81 = 81$ 。
 (3) $729 = 3^6 = (-3)^6, n-1 = 6, n = 7$ 。

概念11 等比數列的應用

- ① 某病毒引起的疫情, 開始的第一天便有 5 個人染疫, 從第 2 天到第 11 天的染疫人數, 大約都是前一天的 2 倍, 接著才開始減緩, 那麼第 11 天的染疫人數大約是 5120 人。(8分)
 $a_1 = 5, r = 2$, 第 2 天為 a_2 , 第 11 天為 a_{11} 。
 $a_{11} = 5 \times 2^{11-1} = 5 \times 2^{10} = 5 \times 1024 = 5120$ (人)。

概念12 等差中項與等比中項 (每格4分, 共16分)

- ① 若 $2, x, 32$ 成等差數列, 則 $x =$ 17。 ① $x = \frac{2+32}{2} = 17$ 。 ③ $a = \frac{3+75}{2} = 39$ 。
- ② 若 $2, y, 32$ 成等比數列, 則 $y =$ ± 8 。 ② $y = \pm \sqrt{2 \times 32} = \pm \sqrt{64} = \pm 8$ 。
- ③ 若 $3, a, 75$ 成等差數列, 則 $a =$ 39。 ④ $b = \pm \sqrt{3 \times 75} = \pm \sqrt{225} = \pm 15$ 。
- ④ 若 $3, b, 75$ 成等比數列, 則 $b =$ ± 15 。

概念1、2 變數、函數與函數值 (每格8分, 共40分)

- ① 在一個關係式中, 會變動的數稱為 變數。
- ② 是非題。
- (1) (○) 設正三角形的邊長為 x , 周長為 y , 則 $y=3x$, 我們稱 y 是 x 的函數。
- (2) (×) 當給定一個 x 值時, 只有一個 y 值與之對應, 稱此對應關係為 x 是 y 的函數。
- (3) (○) 下表為某個城市去年一整年的每月平均氣溫 (四捨五入取到整數位)。由下表可知, 氣溫 y 是月分 x 的函數, 但月分 x 不是氣溫 y 的函數。

月分 x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
氣溫 y (°C)	18	19	22	25	26	29	34	32	28	25	22	19

- ③ 在 $y=20x+50$ 的函數關係中, $x=3$ 的函數值為 110。 ④ 函數值 $y=3 \times 20 + 50 = 110$ 。

概念3 一次函數與常數函數 (每題10分, 共20分)

- ① (C) 下列何者不是一次函數?
 (A) $y=2x-5$ (B) $y=3x$ (C) $y=3$ (D) $y=x+5$
- ② (A) 下列何者是常數函數?
 (A) $y=-2$ (B) $y=4x$ (C) $y=3x+5$ (D) $y=-3x$

概念4 由函數值求一次函數 (每題10分, 共20分)

- ① 已知某一次函數當 $x=0$ 時的函數值為 $y=-2$, $x=1$ 時的函數值為 $y=1$, 則此一次函數為 $y=3x-2$ 。

設此一次函數為 $y=ax+b$, 則 $\begin{cases} -2=a \times 0 + b \cdots \textcircled{1} \\ 1=a \times 1 + b \cdots \textcircled{2} \end{cases}$, 由①得 $b=-2$, 代入②得 $a=3$, 故此一次函數為 $y=3x-2$ 。

- ② 已知某一次函數當 $x=1$ 時的函數值為 $y=3$, $x=-1$ 時的函數值為 $y=7$, 則此一次函數為 $y=-2x+5$ 。

設此一次函數為 $y=ax+b$, 則 $\begin{cases} 3=a \times 1 + b \cdots \textcircled{1} \\ 7=a \times (-1) + b \cdots \textcircled{2} \end{cases}$, 由①+②得 $10=2b$, $b=5$, 將 $b=5$ 代入①, 得 $a=-2$, 故此一次函數為 $y=-2x+5$ 。

概念5 由函數值反求給定值 (每題10分, 共20分)

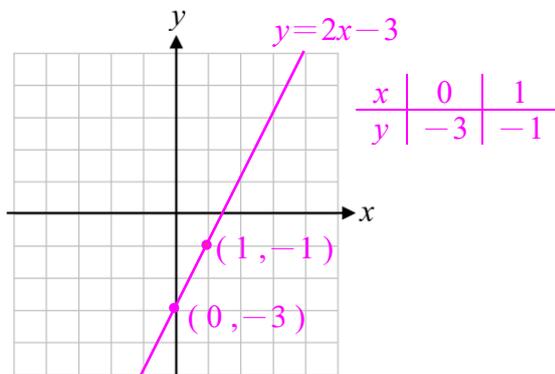
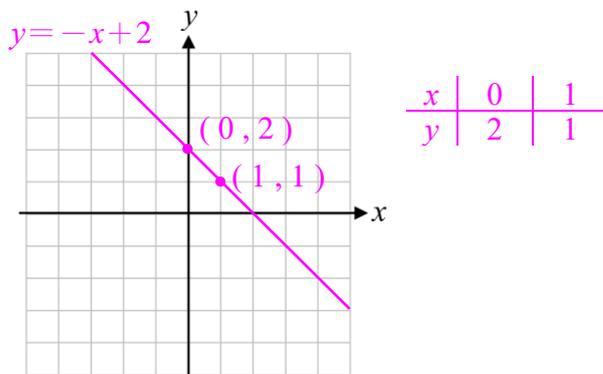
- ① 若兩個一次函數 $y=2x-3$ 與 $y=x+7$ 在 $x=a$ 時的函數值相同, 則 $a=$ 10。

將 $x=a$ 代入 $y=2x-3$ 與 $y=x+7$, 得 $2a-3=a+7$, $a=10$ 。

- ② 若兩個一次函數 $y=-x+6$ 與 $y=4x-9$ 在 $x=b$ 時的函數值相同, 則 $b=$ 3。

將 $x=b$ 代入 $y=-x+6$ 與 $y=4x-9$, 得 $-b+6=4b-9$, $15=5b$, $b=3$ 。

概念6 一次函數的圖形 (每題15分, 共30分)

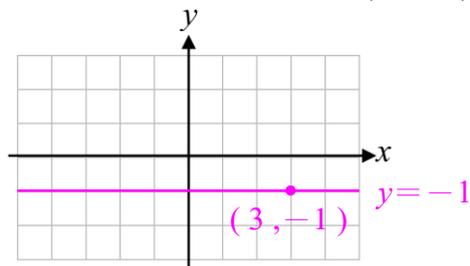
① 在坐標平面上畫出 $y=2x-3$ 的圖形。② 在坐標平面上畫出 $y=-x+2$ 的圖形。

概念7 過兩點求一次函數 (15分)

① 若一次函數 $y=ax+b$ 的圖形通過 $(0, 3)$ 、 $(1, 5)$ 兩點, 則此一次函數為 $y=2x+3$ 。

將 $(0, 3)$ 、 $(1, 5)$ 代入 $y=ax+b$, 則 $\begin{cases} 3=0+b \\ 5=a+b \end{cases}$, 得 $a=2, b=3$,
故此一次函數為 $y=2x+3$ 。

概念8 常數函數的圖形 (求函數15分, 畫圖10分, 共25分)

① 已知常數函數的圖形通過 $(3, -1)$, 求此常數函數, 並畫出其圖形。

設 $y=b$, 圖形為一水平線,
不論 x 值為何, 對應的 y 值皆為 b ,
則 $b=-1$,
故此常數函數為 $y=-1$ 。

概念9、10 一次函數的應用(I)、(II) (每題15分, 共30分)

① 品謙參加馬拉松比賽, 全程約42公里, 上午7點時他已經跑了12公里, 接下來的時間與累積公里數如下表, 已知品謙從上午七點開始直到跑到終點前, 累計公里數是分鐘數的一次函數, 那麼品謙跑到終點時, 是上午幾點幾分?

距離上午7點的時間(分鐘)	0	20	30	60	90
累積公里數(公里)	12	16	18	24	30

將 $(0, 12)$ 、 $(20, 16)$ 代入 $y=ax+b$, 得 $\begin{cases} 12=a \times 0 + b \cdots \textcircled{1} \\ 16=a \times 20 + b \cdots \textcircled{2} \end{cases}$, 由 $\textcircled{1}$ 得 $b=12$, 代入 $\textcircled{2}$ 得 $a=\frac{1}{5}$,
 $y=\frac{1}{5}x+12$ 。則 $42=\frac{1}{5}x+12$, $x=150$, 150分鐘=2小時30分鐘, 故上午9點30分到終點。

② 某KTV有兩種計費方式, A套餐是基本費500元, 每小時加收500元, B套餐則是基本費900元, 每小時加收400元, 兩種套餐在歡唱 x 小時後, 費用完全相同, 求 x 的值為多少?

設費用為 y 元, 兩款收費皆滿足一次函數關係 $y=ax+b$, 得 $\begin{cases} y=500x+500 \cdots \textcircled{1} \\ y=400x+900 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$,

$\textcircled{1}-\textcircled{2}$ 得 $0=100x-400$, $100x=400$, $x=4$ 。

核心概念地圖學習單

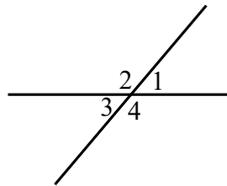
概念 1 多邊形的內角和 (每格 5 分, 共 25 分)

- ① 任意一個三角形的內角和為 180 度。
- ② 五邊形的內角和為 540 度。
- ③ 十二邊形的內角和為 1800 度。
- ④ 正六邊形的每個內角為 120 度。
- ⑤ 正十八邊形的每個內角為 160 度。

- ② $180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$ 。
- ③ $180^\circ \times (12-2) = 1800^\circ$ 。
- ④ $\frac{180^\circ \times (6-2)}{6} = 120^\circ$ 。
- ⑤ $\frac{180^\circ \times (18-2)}{18} = 160^\circ$ 。

概念 2 互餘、餘角、互補、補角、對頂角 (每格 5 分, 共 50 分)

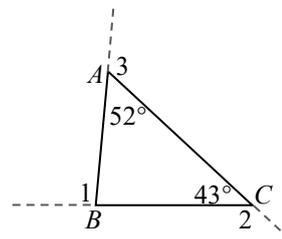
- ① 若 $\angle A$ 與 $\angle B$ 互餘, 且已知 $\angle A = 70^\circ$, 則 $\angle B =$ 20 度。
- ② 若 $\angle C$ 與 $\angle D$ 互餘, 且已知 $\angle D = 55^\circ$, 則 $\angle C =$ 35 度。
- ③ 若 $\angle P = 30^\circ$, 則 $\angle P$ 的餘角 = 60 度。
- ④ 若 $\angle E$ 與 $\angle F$ 互補, 且已知 $\angle E = 60^\circ$, 則 $\angle F =$ 120 度。
- ⑤ 若 $\angle G$ 與 $\angle H$ 互補, 且已知 $\angle H = 100^\circ$, 則 $\angle G =$ 80 度。
- ⑥ 若 $\angle P = 30^\circ$, 則 $\angle P$ 的補角 = 150 度。
- ⑦ 右圖中, 已知 $\angle 1 = 50^\circ$, 則 $\angle 2 =$ 130 度;
 $\angle 3 =$ 50 度; $\angle 4 =$ 130 度;
 $\angle 1$ 的對頂角是 \angle 3。



- ① $90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$ 。
- ② $90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$ 。
- ③ $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ 。
- ④ $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ 。
- ⑤ $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ 。
- ⑥ $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ 。
- ⑦ $\angle 2 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ 。
 $\angle 3 = \angle 1 = 50^\circ$
 $\angle 4 = \angle 2 = 130^\circ$

概念 3 外角性質 (每格 5 分, 共 25 分)

- ① 三角形的一組外角和 = 360 度。
- ② 如右圖, $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 為 $\triangle ABC$ 的一組外角, 已知 $\angle A = 52^\circ$, $\angle C = 43^\circ$, 則
 - (1) $\angle 1 =$ 95 度;
 - (2) $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$ 360 度。
 - (3) (A) 下列哪兩個角的和會等於 $\angle 2$?
 (A) $\angle A + \angle B$ (B) $\angle B + \angle C$ (C) $\angle A + \angle C$ (D) $\angle A + \angle 1$ 。
 - (4) (B) 下列哪兩個角的和會等於 $\angle 3$?
 (A) $\angle A + \angle B$ (B) $\angle B + \angle C$ (C) $\angle A + \angle C$ (D) $\angle C + \angle 1$ 。

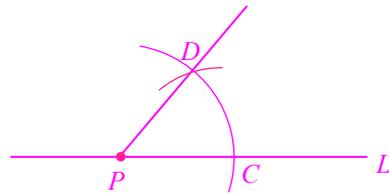
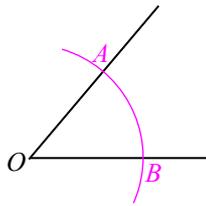


- ② (1) $\angle 1 = 52^\circ + 43^\circ = 95^\circ$ 。

概念 4、5 等角作圖、中垂線(垂直平分線)作圖 (每題 25 分, 共 100 分)

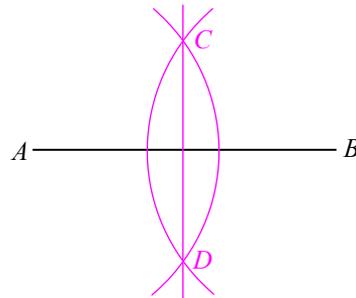
① 如圖, 已知 $\angle O$, 請按照下列尺規作圖步驟, 畫出一個角, 使得角度等於 $\angle O$ 。

- ① 畫一直線 L , 並在 L 上取一點 P 。
- ② 以 O 點為圓心, 適當長為半徑畫弧, 交 $\angle O$ 的兩邊於 A 、 B 兩點。
- ③ 以 P 點為圓心, \overline{OB} 長為半徑畫弧, 交直線 L 於 C 點。
- ④ 以 C 點為圓心, \overline{AB} 長為半徑畫弧, 交前弧於 D 點。
- ⑤ 連接 \overrightarrow{PD} , 則 $\angle DPC$ 即為所求。

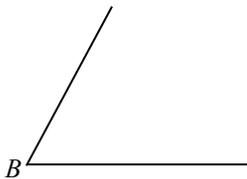


② 如圖, 已知 \overline{AB} , 請按照下列尺規作圖步驟, 畫出 \overline{AB} 的中垂線。

- ① 分別以 A 、 B 兩點為圓心, 大於 $\frac{1}{2}\overline{AB}$ 長為半徑畫弧, 設兩弧交於 C 、 D 兩點。
- ② 連接 \overleftrightarrow{CD} , 則 \overleftrightarrow{CD} 即為所求。

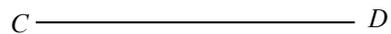


③ 如圖, 已知 $\angle B$, 利用尺規作圖畫出一個角, 使得角度等於 $\angle B$ 。



作圖略

④ 如圖, 已知 \overline{CD} , 利用尺規作圖畫出 \overline{CD} 的中垂線。

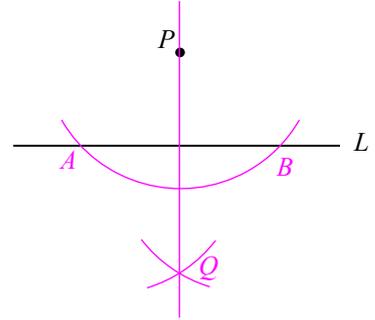


作圖略

概念 6~8 過線外一點、線上一點作圖，角平分線作圖 (①~④各 15 分，⑤~⑥各 20 分，共 100 分)

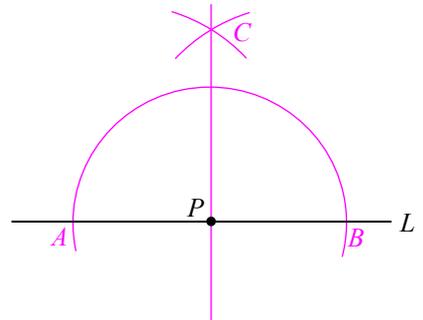
① 如圖，已知 P 點在直線 L 外，請按照下列尺規作圖步驟，畫出通過 P 點，且與直線 L 垂直的直線。

- ① 以 P 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交 L 於 A 、 B 兩點。
- ② 分別以 A 、 B 點為圓心，大於 $\frac{1}{2} \overline{AB}$ 長為半徑畫弧，設兩弧交於 Q 點。
- ③ 連接 \overrightarrow{PQ} ，則 \overrightarrow{PQ} 即為所求。



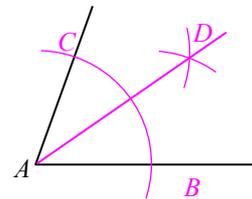
② 如圖，已知 P 點在直線 L 上，請按照下列尺規作圖步驟，畫出通過 P 點，且與直線 L 垂直的直線。

- ① 以 P 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交 L 於 A 、 B 兩點。
- ② 分別以 A 、 B 點為圓心，大於 $\frac{1}{2} \overline{AB}$ 長為半徑畫弧，設兩弧交於 C 點。
- ③ 連接 \overrightarrow{PC} ，則 \overrightarrow{PC} 即為所求。

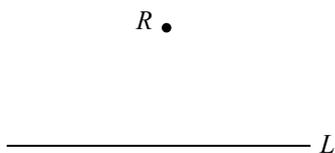


③ 如圖，已知 $\angle A$ ，請按照下列尺規作圖步驟，畫出 $\angle A$ 的角平分線。

- ① 以 A 點為圓心，適當長為半徑畫弧，交 $\angle A$ 的兩邊於 B 、 C 兩點。
- ② 分別以 B 、 C 兩點為圓心，大於 $\frac{1}{2} \overline{BC}$ 長為半徑畫弧，設兩弧交於 D 點。
- ③ 接 \overrightarrow{AD} ，則 \overrightarrow{AD} 即為所求。



④ 如下圖，已知 R 點在直線 L 外，請利用尺規作圖，畫出通過 R 點，且與直線 L 垂直的直線。



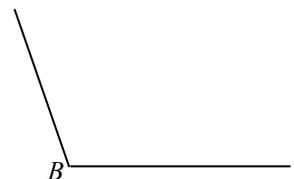
作圖略

⑤ 如下圖，已知 G 點在直線 L 上，請利用尺規作圖，畫出通過 G 點，且與直線 L 垂直的直線。



作圖略

⑥ 如下圖，已知 $\angle B$ ，請利用尺規作圖，畫出 $\angle B$ 的角平分線。



作圖略

核心概念地圖學習單

概念 1 全等符號 (每格 4 分, 共 48 分)

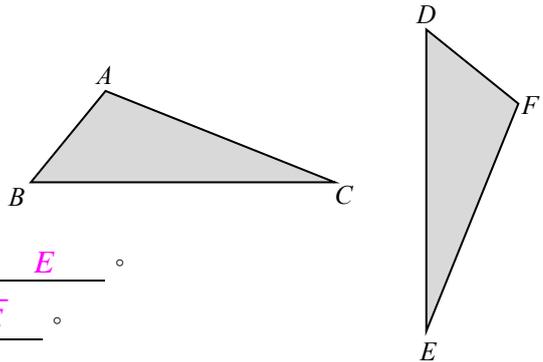
① 右圖的 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 為兩個全等的三角形, 則

(1) A 的對應點為 F 點;

B 的對應點為 D 點。

(2) $\angle B$ 的對應角為 \angle D ; $\angle C$ 的對應角為 \angle E 。

(3) \overline{AB} 的對應邊為 \overline{FD} ; \overline{BC} 的對應邊為 \overline{DE} 。



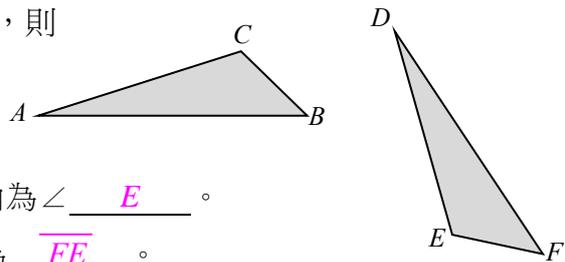
② 右圖的 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 為兩個全等的三角形, 則

(1) A 的對應點為 D 點;

C 的對應點為 E 點。

(2) $\angle B$ 的對應角為 \angle F ; $\angle C$ 的對應角為 \angle E 。

(3) \overline{AB} 的對應邊為 \overline{DF} ; \overline{BC} 的對應邊為 \overline{FE} 。

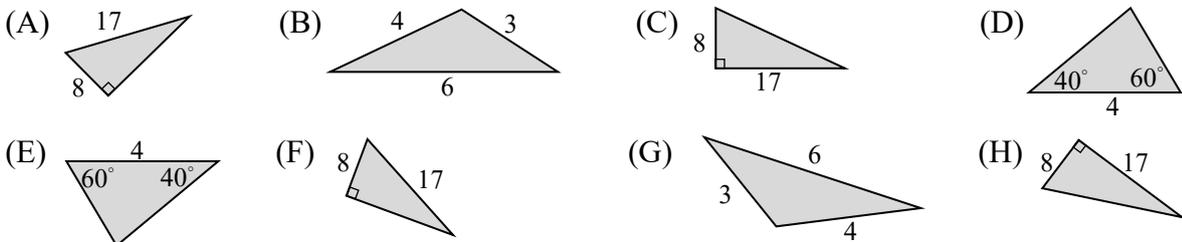


概念 2 全等三角形的判別 (每格 4 分, 共 52 分)

① 在全等性質那一列, () 中填入 *SSS* 或 *SAS* 或 *RHS* 或 *ASA* 或 *AAS*。

全等性質	(<i>SAS</i>)	(<i>AAS</i>)	(<i>SSS</i>)	(<i>ASA</i>)	(<i>RHS</i>)
判別條件	有兩邊及其夾角分別對應相等	有兩角及其中一角的對邊分別對應相等	有三邊分別對應相等	有兩角及其夾邊分別對應相等	兩直角三角形的斜邊與一股分別對應相等
對應圖示					

② 根據下面圖(A)~(H)中, 找出全等的三角形, 並判別其符合的全等性質條件。



(1) A 和 F 全等, 是屬於 (*RHS*) 全等性質。

(2) B 和 G 全等, 是屬於 (*SSS*) 全等性質。

(3) C 和 H 全等, 是屬於 (*SAS*) 全等性質。

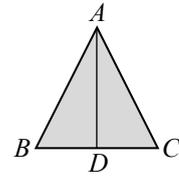
(4) D 和 E 全等, 是屬於 (*ASA*) 全等性質。

核心概念地圖學習單

概念 3 等腰三角形的性質 (每格 5 分, 共 20 分)

① 已知右圖的 $\triangle ABC$ 為等腰三角形, 則:

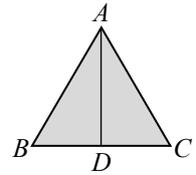
- (1) $\angle B = \angle C$ 。
 (2) $\overline{BD} = \overline{CD}$ 。
 (3) $\angle ADB = 90$ 度。
 (4) $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 。



概念 4 正三角形的高與面積 (每格 10 分, 共 20 分)

① 已知右圖的 $\triangle ABC$ 為正三角形, 邊長為 10, \overline{AD} 為 \overline{BC} 上的高, 則:

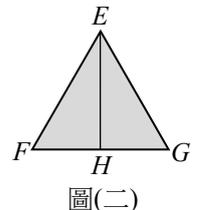
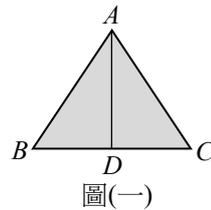
- (1) $\overline{AD} = 5\sqrt{3}$ 。
 (2) $\triangle ABC$ 的面積 = $25\sqrt{3}$ 。
 (1) $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 5\sqrt{3}$
 (2) $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 = 25\sqrt{3}$



概念 5 中垂線性質 (每格 8 分, 共 40 分)

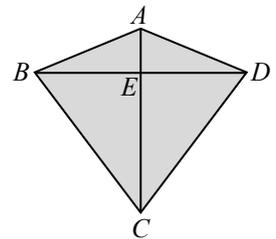
① 圖(一)中, \overline{AD} 為 \overline{BC} 的中垂線, 則 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。

② 圖(二)中, $\overline{EF} = \overline{EG}$, 且 $\overline{EH} \perp \overline{FG}$, 則 $\overline{FH} = \overline{GH}$ 。



③ 如圖, 已知 \overline{AC} 為 \overline{BD} 的中垂線, 且交 \overline{BD} 於 E 點, $\overline{AB} = 13$, $\overline{AC} = 21$, $\overline{BD} = 24$ 。則 $\overline{AD} = 13$; $\overline{AE} = 5$; $\overline{BC} = 20$ 。

因為 \overline{AC} 為 \overline{BD} 的中垂線, 所以 $\overline{AB} = \overline{AD} = 13$,
 且 $\overline{BE} = \overline{DE}$, 故 $\overline{BE} = 12$, 則 $\overline{AE} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ 。
 又 $\overline{EC} = \overline{AC} - \overline{AE} = 21 - 5 = 16$,
 所以 $\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$ 。

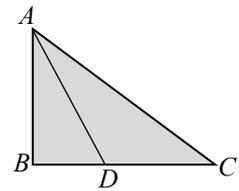


概念 6 直角三角形的判別性質 (10 分)

① 如圖, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\overline{AB} = 15$, $\overline{BC} = 20$,

$\overline{AC} = 25$, $\overline{CD} = 12$, 則 $\overline{AD} = 17$ 。

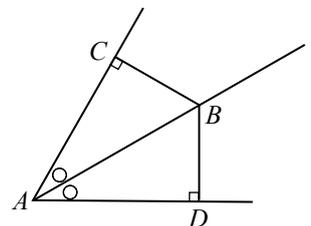
因為 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 15^2 + 20^2 = 25^2 = \overline{AC}^2$,
 所以 $\angle B = 90^\circ$ 。故 $\overline{AD} = \sqrt{15^2 + (20 - 12)^2} = 17$ 。



概念 7 角平分線性質 (每格 5 分, 10 分)

① 如圖, 已知 \overline{AB} 為 $\angle A$ 的角平分線, 且 $\overline{BC} \perp \overline{AC}$, $\overline{BD} \perp \overline{AD}$,

$\overline{AC} = 5\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 5$ 。則 $\overline{AD} = 5\sqrt{3}$, $\overline{BD} = 5$ 。

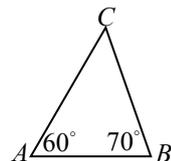


概念8 三角形的邊長關係 (每題10分, 共50分)

- ① (C) 下列各組數據中, 哪一組可以做為三角形的三邊長?
 (A) 3、4、7 (B) 2、5、8 (C) 5、5、9 (D) 4、7、13
 (A)否, $3+4=7$; (B)否, $2+5<8$; (C) $5+5>9$; (D)否, $4+7<13$
- ② (A) 下列各組數據中, 哪一組不可以做為三角形的三邊長?
 (A) 1、9、7 (B) 4、2、3 (C) 7、9、5 (D) 6、10、8
 (A)否, $1+7<9$
- ③ (B) 已知三線段長為 2、5、 x , 若此三線段可以構成三角形, 則下列何者是 x 的範圍?
 (A) $4<x<7$ (B) $3<x<7$ (C) $4<x<8$ (D) $3<x<8$
 $2+5>x, x<7$ ……①; 且 $2+x>5, x>3$ ……②; 由①、②可知, $3<x<7$
- ④ (D) 已知三線段長由小到大依序為 7、10、 x , 若此三線段可以構成三角形, 則下列何者是 x 的範圍?
 (A) $3<x<17$ (B) $10<x<18$ (C) $11<x<18$ (D) $10<x<17$
 $7+10>x, x<17$ ……①; 又 x 最大, 所以 $x>10$ ……②; 由①、②可知, $10<x<17$
- ⑤ (C) 已知等腰三角形的三邊長為 6、12、 x , 則下列何者是 x 的值?
 (A) 6 (B) 8 (C) 12 (D) 18
 因為是等腰三角形, 所以 x 可能為 6 或 12; $6+(6)=12$ (不合), 以 $6+(12)>12$ 。

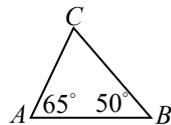
概念9 三角形的邊角關係 (每題10分, 共50分)

- ① (A) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle A=60^\circ$, $\angle B=70^\circ$, 則下列何者正確?
 (A) $\overline{BC} < \overline{AC}$ (B) $\overline{BC} > \overline{AC}$ (C) $\overline{BC} = \overline{AC}$



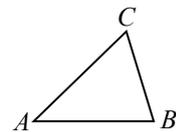
因為 $\angle A < \angle B$, 故 $\overline{BC} < \overline{AC}$

- ② (A) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle A=65^\circ$, $\angle B=50^\circ$, 則下列何者錯誤?
 (A) $\overline{AB} < \overline{BC}$ (B) $\overline{BC} > \overline{AC}$ (C) $\overline{AC} < \overline{AB}$



因為 $\angle C = 180^\circ - 65^\circ - 50^\circ = 65^\circ$, 故 $\overline{AB} = \overline{BC} > \overline{AC}$

- ③ (C) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle A < \angle C < \angle B$, 則下列何者錯誤?
 (A) $\overline{AB} > \overline{BC}$ (B) $\overline{BC} < \overline{AC}$ (C) $\overline{AC} < \overline{AB}$



因為 $\angle A < \angle C < \angle B$, 故 $\overline{BC} < \overline{AB} < \overline{AC}$

- ④ (D) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$, 則下列何者正確?

(A) $\angle A > \angle B > \angle C$ (B) $\angle C > \angle B > \angle A$ (C) $\angle A > \angle C > \angle B$ (D) $\angle C > \angle A > \angle B$

因為 \overline{AB} 對 $\angle C$, \overline{BC} 對 $\angle A$, \overline{AC} 對 $\angle B$, 故 $\angle C > \angle A > \angle B$

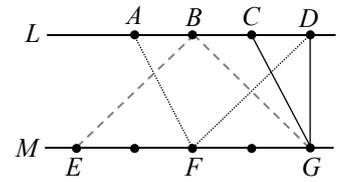
- ⑤ (B) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$, 則下列何者正確?

(A) $\angle B > \angle C > \angle A$ (B) $\angle B > \angle A > \angle C$ (C) $\angle A > \angle C > \angle B$ (D) $\angle C > \angle A > \angle B$

因為 \overline{AC} 對 $\angle B$, \overline{BC} 對 $\angle A$, \overline{AB} 對 $\angle C$, 故 $\angle B > \angle A > \angle C$

概念 1 平行線的性質 (每格 7 分, 共 14 分)

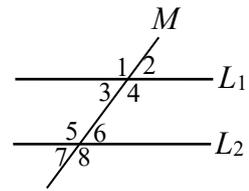
- ① 如圖, $L \parallel M$, 且線上相鄰的兩點都等距, $\triangle CDG$ 的面積為 8, 則 $\triangle ADF$ 的面積 = 24, 與 $\triangle BEG$ 的面積 = 32。



$\triangle CDG$ 、 $\triangle ADF$ 與 $\triangle BEG$ 的高相同, 因為 $\triangle ADF$ 的底是 $\triangle CDG$ 的 3 倍, 故 $\triangle ADF$ 的面積 = $8 \times 3 = 24$, 又 $\triangle BEG$ 的底是 $\triangle CDG$ 的 4 倍, 故 $\triangle BEG$ 的面積 = $8 \times 4 = 32$ 。

概念 2 平行線截角性質與判別性質 (每格 8 分, 共 56 分)

- ① 右圖中, $L_1 \parallel L_2$, 直線 M 為截線, 請根據右圖回答下面的問題。



- (1) 在_____上填入同位角、內錯角或同側內角。
 $\angle 1$ 和 $\angle 5$ 是 同位角, $\angle 4$ 和 $\angle 6$ 是 同側內角,
 $\angle 3$ 和 $\angle 6$ 是 內錯角, $\angle 4$ 和 $\angle 8$ 是 同位角。

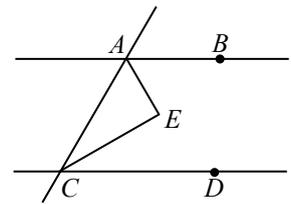
- (2) (**C**) $\angle 5$ 和下列哪一個角的角度相等?
 (A) $\angle 2$ (B) $\angle 3$ (C) $\angle 4$ (D) $\angle 7$

- (3) (**B**) $\angle 3$ 和下列哪一個角的角度和是 180 度?
 (A) $\angle 2$ (B) $\angle 5$ (C) $\angle 6$ (D) $\angle 7$

- ② (**D**) 下列有關兩平行線被一直線所截的敘述, 何者正確?
 (A) 同位角相等, 內錯角互補 (B) 同位角相等, 同側內角相等
 (C) 內錯角互補, 同側內角相等 (D) 同位角相等, 內錯角相等

概念 3 平行線截角性質的應用 (每題 10 分, 共 30 分)

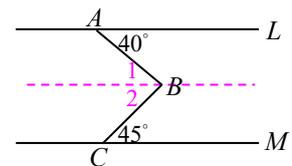
- ① 如右圖, 已知 $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$, $\angle BAC$ 與 $\angle ACD$ 的角平分線交於 E 點。若 $\angle BAC = 120^\circ$, 則 $\angle AEC =$ 90 度。



$\angle ACD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ (同側內角互補)
 $\angle AEC = 180^\circ - \frac{1}{2} \angle BAC - \frac{1}{2} \angle ACD = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ$

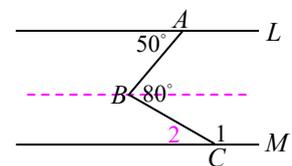
- ② 如右圖, 已知 $L \parallel M$, 則 $\angle ABC =$ 85 度。

過 B 點做 L 平行的直線 (也會平行 M), 利用內錯角相等, $\angle ABC = \angle 1 + \angle 2 = 40^\circ + 45^\circ = 85^\circ$ 。



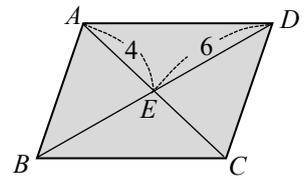
- ③ 如右圖, 已知 $L \parallel M$, 則 $\angle 1 =$ 150 度。

過 B 點做平行 L 的直線 (也會平行 M), 利用內錯角相等, $\angle ABC = \angle 50^\circ + \angle 2 = 80^\circ$, 則 $\angle 2 = 30^\circ$, 故 $\angle 1 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ 。



概念 4 平行四邊形的全等性質與判別 (每格 5 分, 共 40 分)

① 如圖, 四邊形 $ABCD$ 的兩條對角線交於 E 點, 已知 $\overline{AE} = 4$, $\overline{DE} = 6$, $\triangle ABC$ 的面積 = 21, 則:



(1) $\overline{BE} = \underline{6}$, $\overline{CE} = \underline{4}$ 。

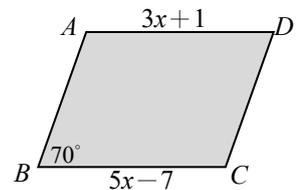
(2) $\triangle ADC$ 的面積 = $\underline{21}$ 。

② 是非題。

- (1) () 兩組對邊分別相等的四邊形, 是平行四邊形。
- (2) () 有一組對邊相等, 另一組對邊平行的四邊形, 是平行四邊形。
- (3) () 兩組對角分別相等的四邊形, 是平行四邊形。 ② (2)是等腰梯形。
- (4) () 兩條對角線互相平分的四邊形, 是平行四邊形。
- (5) () 有一組對邊平行且相等的四邊形, 是平行四邊形。

概念 5 平行四邊形對邊、對角相等的應用 (每格 6 分, 共 60 分)

① 如右圖, 平行四邊形 $ABCD$ 中, $\overline{AD} = 3x + 1$, $\overline{BC} = 5x - 7$, $\angle B = 70^\circ$, 則:



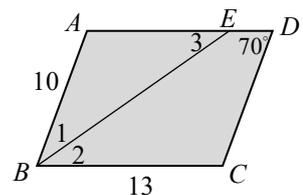
(1) $\angle A = \underline{110^\circ}$, $\angle D = \underline{70^\circ}$ 。

(2) $x = \underline{4}$, $\overline{AD} = \underline{13}$ 。

(1) $\angle A = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$, $\angle D = \angle B = 70^\circ$ 。

(2) $5x - 7 = 3x + 1$, $2x = 8$, $x = 4$, 則 $\overline{AD} = 3 \times 4 + 1 = 13$ 。

② 如右圖, 平行四邊形 $ABCD$ 中, 已知 $\angle D = 70^\circ$, $\angle 1 = \angle 2$, $\overline{AB} = 10$, $\overline{BC} = 13$, 則 $\angle 3 = \underline{35^\circ}$, $\overline{DE} = \underline{3}$ 。



$\angle 1 + \angle 2 = \angle D = 70^\circ$, 因為 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\angle 1 = \angle 2 = 35^\circ$, 又 $\angle 3 = \angle 2$ (內錯角相等), 故 $\angle 3 = 35^\circ$ 。

因為 $\angle 1 = \angle 3 = 35^\circ$, 所以 $\overline{AE} = 10$, 則 $\overline{DE} = 13 - 10 = 3$ 。

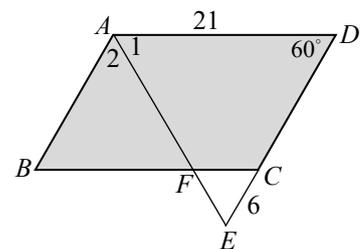
③ 如右圖, 平行四邊形 $ABCD$ 中, 已知 $\angle D = 60^\circ$, $\angle 1 = \angle 2$, $\overline{AD} = 21$, $\overline{CE} = 6$, 則

(1) $\angle 1 = \underline{60^\circ}$, $\angle E = \underline{60^\circ}$ 。

(2) $\overline{AE} = \underline{21}$, $\overline{CD} = \underline{15}$ 。

(1) 因為 $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$, 所以 $\angle E = \angle 2$ (內錯角相等) 故 $\angle E = \angle 2 = \angle 1 = (180^\circ - 60^\circ) \div 2 = 60^\circ$ 。

(2) 因為 $\angle E = \angle 1 = \angle D = 60^\circ$, 所以 $\triangle ADE$ 為正三角形, 故 $\overline{AE} = \overline{DE} = \overline{AD} = 21$, $\overline{CD} = 21 - 6 = 15$ 。



概念6~8 菱形與箏形，矩形、正方形、梯形，特殊四邊形的對角線

① 各種特殊四邊形中，如果有表中最左邊的性質打✓，沒有的打×。(每格2分，共36分)

圖形	平行四邊形	菱形	箏形	矩形	正方形	等腰梯形
對角線性質						
互相平分	✓	✓	×	✓	✓	×
等長	×	×	×	✓	✓	✓
互相垂直	×	✓	✓	×	✓	×

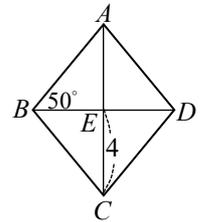
② 如右圖，菱形 $ABCD$ 中， E 點為兩條對角線的交點，已知 $\angle ABD = 50^\circ$ ，

$\overline{CE} = 4$ ，則 $\angle ADB = \underline{50^\circ}$ ， $\angle BAE = \underline{40^\circ}$ ， $\overline{AC} = \underline{8}$ 。

菱形的兩條對角線互相垂直且平分，
所以 $\angle ADB = \angle ABD = 50^\circ$ ， $\angle AEB = 90^\circ$ ，
則 $\angle BAE = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ 。

又 $\overline{AE} = \overline{CE} = 4$ ，所以 $\overline{AC} = 8$ 。

(每格8分，共24分)



③ 如右圖，箏形 $ABCD$ 中， E 點為兩條對角線的交點， $\angle ABD = 50^\circ$ ，

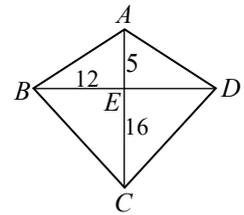
已知 $\overline{AE} = 5$ ， $\overline{CE} = 16$ ， $\overline{BE} = 12$ ，則 $\overline{DE} = \underline{12}$ ，

箏形 $ABCD$ 的周長 = $\underline{66}$ 。(每格10分，共20分)

箏形的其中一條對角線垂直平分另一條對角線，所以 $\overline{DE} = \overline{BE} = 12$ ，

又 $\overline{AB} = \overline{AD} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ ， $\overline{BC} = \overline{CD} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$ ，

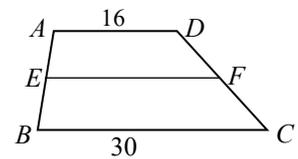
所以箏形 $ABCD$ 的周長 = $13 \times 2 + 20 \times 2 = 66$ 。



④ 在右圖的梯形 $ABCD$ 中， E 、 F 分別是 \overline{AB} 、 \overline{CD} 的中點，

若 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，則 $\overline{EF} = \underline{23}$ 。(10分)

$$\overline{EF} = \frac{1}{2} \times (16 + 30) = 23$$



⑤ 在右圖的梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\angle ABC = \angle DCB$ ，

則 $\overline{AC} = \underline{24}$ 。(10分)

$$\overline{AC} = \overline{BD} = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24$$

