

1-1 等差數列

1. 等差數列

- (1) 在一數列中，如果 $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1} = d$ ，則稱此數列為 等差數列， d 稱為此數列的 公差。
- (2) 第 n 項 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，其中 a_1 為首項， d 為公差， n 為項數。

▲ 實例演練

已知一等差數列的首項 $a_1 = -6$ ，公差為 4，求此數列的第 8 項 $a_8 = 22$ 。

1-2 等差級數

1. 級數

- (1) 把數列 a_1, a_2, \dots, a_n 的每一項依序相加，得到的式子 $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ 稱為 級數。
- (2) 把等差數列各項依序相加得出的式子，稱為 等差級數。

2. 等差級數的和

設公差為 d 的等差數列 a_1, a_2, \dots, a_n ，前 n 項的總和為 S_n ，則

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}。$$

▲ 實例演練

- (1) 有一個等差數列 3, 10, 17, 24, \dots ，則此數列前 7 項的和 $S_7 = 168$ 。
- (2) 若一等差級數的首項為 -2，公差為 3，則此等差級數前 14 項的和 = 245。

1-3 等比數列

1. 等比數列

- (1) 在一數列中，如果 $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}} = r$ ， $r \neq 0$ ，則稱此數列為 等比數列， r 稱為此數列的 公比。
- (2) 第 n 項 $a_n = a_1 \times r^{n-1}$ ，其中 a_1 為首項， r 為公比， $r \neq 0$ ， n 為項數。

2. 等差中項

當 a, b, c 三數成等差數列時， a, c 的等差中項

$$b = \frac{a+c}{2}。$$

▲ 實例演練

17、43 的等差中項為 x ，則 $x = 30$ 。

3. 等比中項

當 a, b, c 三數成等比數列時， a, c 的等比中項為 b ，且 $b^2 = ac$ 。

▲ 實例演練

若 a, b, c 三數為等比數列，且等比中項為 9，則 $a \times c = 81$ 。

2-1 一次函數及函數圖形與應用

1. 變數

在一個關係中，會變動的數，稱為 變數。

2. 函數、函數值

- (1) 當給定一個 x 值時，只有一個 y 值與之對應，我們稱此對應關係為 y 是 x 的 函數。
- (2) 在一個函數關係中，給定 x 的一個值 a ，可以得到一個與之對應的 y 值，我們稱這個 y 值為此函數在 $x=a$ 時的 函數值。

3. 一次函數與常數函數

- (1) 函數 $y = ax + b$ ，其中 $a \neq 0$ ， $ax + b$ 是 x 的一次式，我們就稱為 一次函數。
- (2) $y = b$ 這樣的函數稱為 常數函數。

▲ 實例演練

- (1) 已知某一次函數當 $x=0$ 的函數值為 $y=9$ ， $x=3$ 時的函數值為 $y=-3$ ，則此一次函數為 $y = -4x + 9$ 。
- (2) 常數函數 $y = b$ 在 $x = \frac{1}{3}$ 時的函數值為 -5，則 $b = -5$ 。

4. 函數的圖形

若 y 是 x 的函數，在坐標平面上，所有合於函數關係的點 (x, y) 所組成的圖形稱為此函數的圖形。

5. 一次函數的圖形

一次函數 $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 的圖形是一條直線，與 y 軸交於 $(0, b)$ 。

▲ 實例演練

若一次函數 $y = ax + b$ 的圖形通過 $(4, 3)$ 、 $(-2, 9)$ 兩點，則此一次函數為 $y = -x + 7$ 。

6. 常數函數的圖形

常數函數 $y = b$ 的圖形為通過 $(0, b)$ 的水平線。

▲ 實例演練

若某常數函數的圖形為通過 $(2, -3)$ 的水平線，則此常數函數為 $y = -3$ 。

7. 線型函數

一次函數與常數函數合稱為 線型 函數。

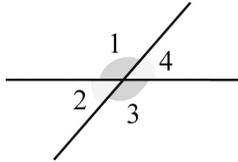
3-1 內角與外角

1. n 邊形的內角 ($n \geq 3$)

- (1) 內角和： n 邊形的內角和度數為 $180^\circ \times (n-2)$ 。
 (2) 正 n 邊形每個內角度數為 $\frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$ 。

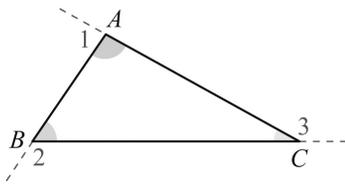
2. 對頂角

兩直線相交所形成的對頂角相等。如右圖，對頂角 $\angle 1 = \angle 3$ ， $\angle 2 = \angle 4$ 。



3. 三角形的外角

- (1) 三角形的外角性質：三角形的任一 外 角等於其內對角的和。
 如右圖， $\angle 1 = \angle B + \angle C$ ，
 $\angle 2 = \angle A + \angle C$ ，
 $\angle 3 = \angle A + \angle B$ 。
 (2) 三角形的一組外角和為 360° 。如右圖，
 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$ 。



▲ 實例演練

$\triangle ABC$ 中，若 $\angle A$ 的外角為 166° ，且 $\angle B = \angle C$ ，則 $\angle C = 83$ 度。

3-2 基本尺規作圖

1. 基本尺規作圖

直尺不使用其刻度，只用來繪畫通過兩點的直線或線段，圓規只用來繪畫以某點為圓心，某一線段長為半徑的圓或圓弧。

等長線段	等角	中垂線
過線外一點作垂線	過線上一點作垂線	角平分線

3-3 三角形全等

1. 三角形全等

若 $\triangle ABC$ 經過平移、旋轉或翻轉之後會與 $\triangle DEF$ 完全疊合，記作 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，其 對應邊 相等、對應角 相等。

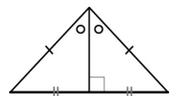
2. 全等三角形的判別

- (1) SSS 全等性質：兩個三角形有三邊分別對應相等。
 (2) SAS 全等性質：兩個三角形的兩邊及其夾角分別對應相等。
 (3) RHS 全等性質：兩個直角三角形的斜邊與一股分別對應相等。
 (4) ASA 全等性質：兩個三角形的兩角及其夾邊分別對應相等。
 (5) AAS 全等性質：兩個三角形的兩角和其中一角的對邊分別對應相等。
 SSA 條件或 AAA 條件則不一定全等。

3-4 全等三角形的應用

1. 等腰三角形性質

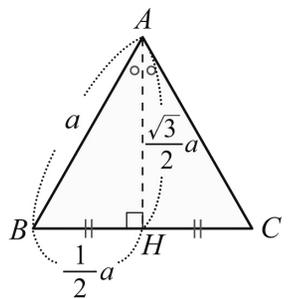
- (1) 等腰三角形的性質：兩底角相等，頂角平分線會垂直平分底邊。
 (2) 等腰三角形的判別性質：有兩個內角相等的三角形一定是 等腰 三角形。



2. 正三角形的高與面積

若正三角形 ABC 的邊長為 a ，則：

- (1) $\triangle ABC$ 的高 = $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ 。
 (2) $\triangle ABC$ 的面積 = $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ 。

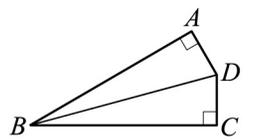


3. 中垂線性質與角平分線性質

名稱	性質	判別性質
中垂線	中垂線上任一點到線段兩端的距離相等。	與線段兩端距離相等的點必在此線段的中垂線上。
角平分線	角平分線上任一點到角兩邊的距離相等。	與角兩邊距離相等的點必在此角的角平分線上。

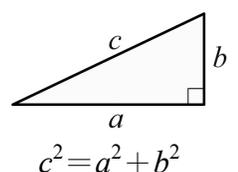
▲ 實例演練

右圖四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ ，且 $\angle ADB = 75^\circ$ ， $\overline{AD} = \overline{CD}$ ，則 $\angle CBD = 15$ 度。



4. 直角三角形的判別性質

若三角形有兩邊的平方和等於第三邊的平方，則此三角形必為 直角 三角形。



3-5 三角形的邊角關係

1. 三角形的邊長關係

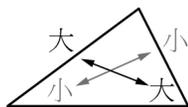
- (1) 在一個三角形中，任意兩邊之和 $>$ 第三邊。
- (2) 三線段 a 、 b 、 c 中，若 c 為最長邊，則只需檢驗符合 $a+b > c$ ，即可判定 a 、 b 、 c 可組成三角形。

▲ 實例演練

已知一個三角形的三邊長由小到大分別為 $x+3$ 、 6 、 9 ，則 x 的範圍為 $x > 0$ 。

2. 三角形的邊角關係

在一個三角形中，大邊對 大角，
大角對 大邊。



▲ 實例演練

已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 55^\circ$ ， $\angle C = 75^\circ$ ，那麼 \overline{AB} 、 \overline{BC} 與 \overline{AC} 的大小關係為 $\overline{AB} > \overline{AC} > \overline{BC}$ 。

4-1 平行線

1. 平行線

垂直於同一直線的兩條直線稱為 平行線。

2. 平行線的性質

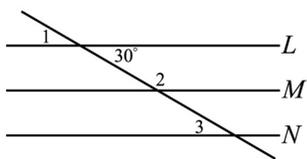
- (1) 平行於同一直線的兩直線必平行。
- (2) 兩平行線之間的距離處處相等，而且永不相交。

3. 平行線的截角性質

若兩平行線被一直線所截，則 同位 角相等，
內錯角 相等，同側內角 互補。

▲ 實例演練

如右圖，三直線 L 、 M 、 N 兩兩互相平行，
則 $\angle 1 =$ 30 度，
 $\angle 2 =$ 150 度，
 $\angle 3 =$ 30 度。



4. 平行線的判別性質

兩直線被一直線所截，

- (1) 若同位角 相等，則此兩直線平行。
- (2) 若 內錯 角相等，則此兩直線平行。
- (3) 若同側內角 互補，則此兩直線平行。

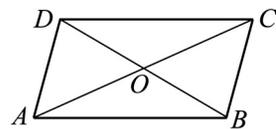
4-2 平行四邊形

1. 平行四邊形的全等性質

- (1) 平行四邊形的一條 對角線 可將平行四邊形分成兩個全等三角形。
- (2) 平行四邊形的 對邊 相等，對角 相等，對角線互相 平分。

▲ 實例演練

右圖 $\square ABCD$ 中，若 $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BD} = 10$ ，
則 $\overline{AO} =$ 6。



2. 平行四邊形的判別

- (1) 兩組對邊分別 相等 的四邊形是平行四邊形。
- (2) 一組對邊 平行 且相等的四邊形是平行四邊形。
- (3) 兩組 對角 分別相等的四邊形是平行四邊形。
- (4) 兩條 對角線 互相平分的四邊形是平行四邊形。

▲ 實例演練

下列哪一組邊長可以拼成平行四邊形？

- (A) 1、2、3、4 (B) 1、2、2、4
(C) 3、5、5、3 (D) 3、3、3、5

答：(C)。

4-3 特殊的四邊形

1. 菱形與箏形

- (1) 菱形的面積等於兩條 對角線 乘積的一半。
- (2) 菱形的判別性質：若一個四邊形的對角線互相 垂直平分，則此四邊形為菱形。
- (3) 箏形的對角線互相垂直，且箏形的面積等於兩對角線乘積的一半。

▲ 實例演練

已知菱形的兩對角線分別為 15 公分與 8 公分，
則此菱形面積為 60 平方公分。

2. 特殊四邊形的對角線及關係

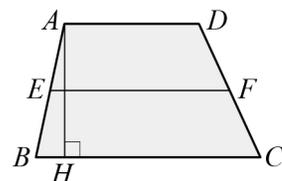
對角線性質	平行四邊形	菱形	箏形	矩形	正方形	等腰梯形
互相平分	✓	✓	×	✓	✓	×
等長	×	×	×	✓	✓	✓
互相垂直	×	✓	✓	×	✓	×

3. 梯形

- (1) 梯形的兩腰中點連線段長
= $\frac{1}{2} \times (\text{上底} + \text{下底})$ 。
- (2) 等腰梯形的兩個底角 相等，兩條對角線等長。

▲ 實例演練

右圖等腰梯形 $ABCD$ 中，
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AD} = 3$ ，
 $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AH} = 3$ ，且
 E 、 F 兩點分別是 \overline{AB} 、
 \overline{CD} 的中點，則：



- (1) $\overline{EF} =$ 4。
- (2) 梯形 $ABCD$ 的面積 = 12。