南一國中數學

資優聯盟

八下

教師用

南一國中數學　資優聯盟

目次 CONTENTS　第四冊

※ **補充題：舊課綱內容，新綱已調整至後面冊次或高中或刪除。**

第四冊　第一章　數列與等差級數

選擇題

(A) **1.** 已知甲、乙兩等差級數的項數均為 6，甲、乙的公差相等，且甲級數的和與乙級數的和相差$\frac{3}{2}$。若比較甲、乙的首項，較小的首項為 1，則較大的首項為何？

(A) $\frac{5}{4}$　(B) $\frac{5}{2}$　(C) 5　(D) 10　【103 特招】

【解析】$\frac{6\,[\,2a_1+5d\,]}{2}=\frac{6\,[\,2\times1+5d\,]}{2}+\frac{3}{2}$，$12a_1+30d=12+30d+3\Rightarrow a_1=\frac{15}{12}=\frac{5}{4}$，故選(A)

(C) **2.** 數列$\langle a_n\rangle$是一個等差數列，此數列首項 $a_1=1$，前三項和 $a_1+a_2+a_3=30$，則此數列中最接近 2015 的是下列哪一項？

(A) a_{104}　(B) a_{166}　(C) a_{225}　(D) a_{238}　【104 特招(臺南區)】

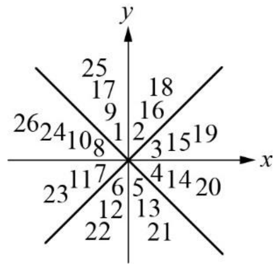
【解析】設此數列公差為 d，則 $\begin{cases}a_1=1\\a_1+a_2+a_3=30\end{cases}\Rightarrow 3a_1+3d=30$，$d=9$

$a_n=a_1+(n-1)d=1+9(n-1)=9n-8$

要估計最接近 2015 的項，可解方程式 $9n-8=2015\Rightarrow n\doteqdot224.7\ldots\Rightarrow$ 225 項最接近

故選(C)

(A) **3.** 將自然數 1、2、3、4、……依右圖排列在直角坐標平面上的八個區域之中。觀察得知，數字 1～8 依順時針方向排列，而數字 9～16 依逆時針方向排列，數字 17～24 依順時針方向排列，依此規律，每 8 個數字就轉換排列方向。請問自然數 1023 將排在第幾象限？



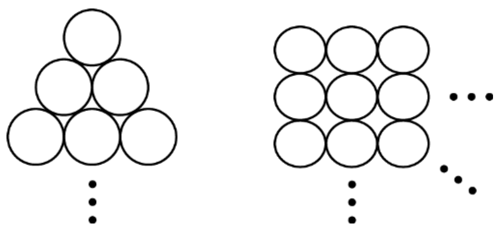
(A) 第一象限　(B) 第二象限

(C) 第三象限　(D) 第四象限　【104 特招(臺南區)】

【解析】由題意知，17～32 的排法和 1～16 相同

這表示每 16 個數字一循環 1023÷16＝63...15，1023 的位置和 15 是相同的，故選(A)

(C) **4.** 有大小相同的十元硬幣若干枚，在桌面上可擺放成實心正三角形或實心正方形（如右圖），只知道擺成正三角形時比擺成正方形每邊多 2 枚硬幣，則十元硬幣的數量為多少枚？



(A) 16　(B) 25　(C) 36　(D) 49

【105 特招(桃連區)】

【解析】設正三角形每邊有 x 枚硬幣，正方形每邊有 $x-2$ 枚硬幣

$\frac{(1+x)x}{2}=(x-2)^2$，$x^2+x=2(x^2-4x+4)$，$x^2+x=2x^2-8x+8$

$x^2-9x+8=0$，$(x-8)(x-1)=0$，$x=8$ 或 1（不合）$\Rightarrow(8-2)^2=36$，故選(C)

(4) **5.** 若有一個首項為 30 的等差數列，其第 10 項到第 22 項的和為 0，則此數列的哪一項之值為 4？

(1) 第 11 項　(2) 第 12 項　(3) 第 13 項　(4) 第 14 項　【105 特招(基北區)】

【解析】$a_{10}+a_{11}+\cdots\cdots+a_{22}=0\Rightarrow13\times a_{16}=0\Rightarrow a_{16}=0$，$a_{16}=30+(16-1)d=0\Rightarrow d=-2$

(4) $a_{14}=a_{16}-2d=0+4=4$，故選(4)

(3) **6.** 已知有一等差數列 1、2、3、⋯，其前 n 項的乘積用 P_n 表示，即 $P_n=1\times2\times3\times\cdots\times n$。若 $P_{59}=3^a\times k$，且 3 與整數 k 互質，則整數 a 之值為何？

(1) 25　(2) 26　(3) 27　(4) 28　【105 特招(基北區)】

【解析】$P_{59}=1\times2\times3\times\cdots\cdots\times59=3^a\times k$，其中 $(3^a, k)=1$，又 1～59 中

$59\div3=19 \ldots 2\Rightarrow$ 3 的倍數有 19 個，$59\div3^2=6\ldots5\Rightarrow 3^2$ 的倍數有 6 個

$59\div3^3=2\ldots5\Rightarrow 3^3$ 的倍數有 2 個 $\Rightarrow a=19+6+2=27$，故選(3)

(C) **7.** 已知 $a_1, a_2, a_3, \cdots\cdots, a_{500}$ 為等差數列，若 $(a_{110}+a_{391})(a_{210}+a_{291})=2(a_{191}+a_{310})+24$，則 $a_{91}+a_{410}>0$，則此數列之總和為多少？

(A) 750　(B) 1000　(C) 1500　(D) 3000　【106 特招(桃連區)】

【解析】令 $k=a_1+a_{500}=a_{110}+a_{391}=a_{210}+a_{291}=a_{191}+a_{310}$

$\therefore \Rightarrow k^2-2k-24=0\Rightarrow(k-6)(k+4)=0$，$k=-4$ 或 6

$\because k>0\quad \therefore k=6$

$S=\dfrac{(a_1+a_{500})}{2}\times500=\dfrac{k}{2}\times500=1500$

故選(C)

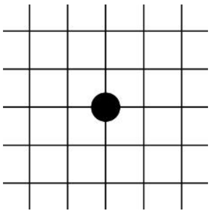
(A) **8.** <u>阿武</u>和<u>小煜</u>兩人輪流在圍棋盤上擺放棋子，<u>阿武</u>拿黑子，<u>小煜</u>拿白子，擺放步驟如下：

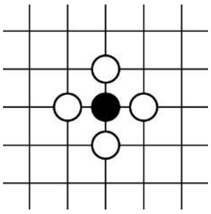
第一步驟：<u>阿武</u>拿 1 顆黑子，放在棋盤的正中央，如圖(一)；

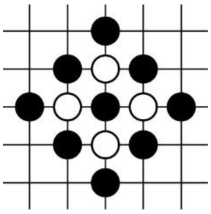
第二步驟：<u>小煜</u>將所有與第一步驟棋子相連的空交叉點上擺放白子，如圖(二)所示；

第三步驟：<u>阿武</u>將所有與第二步驟棋子相連的空交叉點上擺放黑子，如圖(三)所示；

⋯⋯，依此規則，即將所有與前一步驟棋子相交的空交叉點擺放棋子。


圖(一)


圖(二)


圖(三)

請問當完成第八步驟後，棋盤上黑子與白子的數量關係為何？

(A) 白子比黑子多 15 顆　(B) 白子比黑子多 17 顆

(C) 黑子比白子多 15 顆　(D) 黑子比白子多 17 顆　【106 特招(桃連區)】

【解析】

B_1：1

W_2：$2\times4-4=4$

B_3：$3\times4-4=8$

W_4：$4\times4-4=12$

B_5：$5\times4-4=16$

W_6：$6\times4-4=20$

B_7：$7\times4-4=24$

$+)$ W_8：$8\times4-4=28$

第 8 步驟 $=(B_1+B_3+B_5+B_7)+(W_2+W_4+W_6+W_8)=(1+8+16+24)+(4+12+20+28)$

$\therefore$ 黑子有 49，白子有 64　$\therefore 64-49=15$

故選(A)

(3) **9.** 老師將 14 個號碼分配給 14 位同學，這些號碼成等差數列，其首項為 5，公差為 7。今在講台上有 100 個空盒子排成一列，由左至右依序標記號碼 1～100。每位學生依以下步驟進行活動：

(a) 從與自己號碼相同的盒子開始操作；

(b) 若盒子是空的，則放入一顆球，反之，則將球取出；

(c) 做完(b)後，向右移動到下一個盒子，重複(b)的步驟；

(d) 做完最後一個盒子後停止，換下一位同學操作。

當 14 位學生都操作完畢後，還有多少個空盒子？

(1) 47　(2) 48　(3) 51　(4) 53　【106 特招(基北區)】

【解析】14 個號碼為 5、12、19、26、33、40、47、54、61、68、75、82、89、96

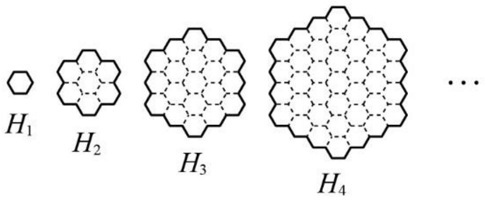
1～4	5～11	12～18	……	89～95	96～100
0	1	2	……	13	14

$4+(19-12)+(33-26)+(47-40)+(61-54)+(75-68)+(89-82)+5$

$=4+7+7+7+7+7+7+5=51$

故選(3)

(B)**10.** 以邊長 1 公分的正六邊形磁磚拼貼下圖 H_1、H_2、H_3、H_4、…，則繞 H_{10} 的最外圍一圈，路徑總長是多少公分？【106 特招(臺南區)】



(A) 102 公分　(B) 114 公分　(C) 126 公分　(D) 138 公分

【解析】$H_1=1\times6$

$H_2=3\times6$

$H_3=5\times6$

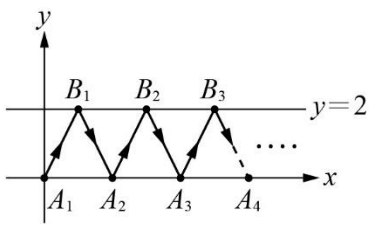
$H_4=7\times6$

⋮

$H_{10}=[(10\times2)-1]\times6=114$

故選(B)

(D)**11.** 右圖是一機器人的行進路線，其中 $\overline{A_1B_1} \,//\, \overline{A_2B_2} \,//\, \overline{A_3B_3}$ 、 $\overline{B_1A_2} \,//\, \overline{B_2A_3}$ ，之後機器人的行進路線都依此方式。已知 $A_1(0,0)$、$B_1(0.5,2)$、$A_2(1,0)$、$B_2(1.5,2)$、$A_3(2,0)$，則機器人會通過下列哪一點？



(A) $(\frac{24}{5},\frac{8}{5})$　(B) $(\frac{34}{5},\frac{6}{5})$　(C) $(\frac{42}{5},\frac{6}{5})$　(D) $(\frac{52}{5},\frac{8}{5})$【106 特招(臺南區)】

【解析】$\overline{A_1B_1} \,//\, \overline{A_2B_2} \,//\, \overline{A_3B_3}$ ，可推得直線方程式規律為 $y=4x$，$y=4x-4$，$y=4x-8$，……

$\overline{B_1A_2} \,//\, \overline{B_2A_3} \,//\, \overline{B_3A_4}$ ，可推得直線方程式規律為 $y=-4x+4$，$y=-4x+8$，$y=-4x+12$，……

(A) $(\frac{24}{5},\frac{8}{5}) \Rightarrow 4.5<\frac{24}{5}<5$，在 $\overline{B_5A_6}$ 上，又 $\overline{B_5A_6}$ ：$y=-4x+20$ 代入不合

(B) $(\frac{34}{5},\frac{6}{5}) \Rightarrow 6.5<\frac{34}{5}<7$，在 $\overline{B_7A_8}$ 上，又 $\overline{B_7A_8}$ ：$y=-4x+28$，代入不合

(C) $(\frac{42}{5},\frac{6}{5}) \Rightarrow 8<\frac{42}{5}<9$，在 $\overline{A_9B_9}$ 上，又 $\overline{A_9B_9}$ ：$y=4x-32$，代入不合

(D) $(\frac{52}{5},\frac{8}{5}) \Rightarrow 10<\frac{52}{5}<11$，在 $\overline{A_{11}B_{11}}$ 上，又 $\overline{A_{11}B_{11}}$ ：$y=4x-40$，代入合

故選(D)

(A)12. 善化某家牛肉湯店，清燙牛肉湯是店裡的招牌。該店固定在每月的 2、5、8、12、15、18、22、25、28 日營業。有導演為了電影拍攝，預定在善化停留兩個月，並且為了趕進度，只能在星期日休息。劇組在某月 1 日到達善化，想要找個星期日去品嚐該店的清燙牛肉湯，一查月曆嚇了一跳，發現該店這兩個月的星期日都不營業！
如果該劇組不是在 2 月 1 日到達善化，請問該劇組到達善化的那一天是星期幾？

(A) 星期二　(B) 星期三　(C) 星期四　(D) 星期五　【106 特招(臺南區)】

【解析】(A) 若某月 1 日為星期二，則星期日為 6、13、20、27
(B) 若某月 1 日為星期三，則星期日為 5、12、19、26 → 12 日有營業
(C) 若某月 1 日為星期四，則星期日為 4、11、18、25 → 18、25 日有營業
(D) 若某月 1 日為星期五，則星期日為 3、10、17、24
情況(A)
若該月有 30 天，則某月 30 日為星期三，下個月 1 日為星期四 → 可吃到
若該月有 31 天，則某月 31 日為星期四，下個月 1 日為星期五→還是吃不到
情況(D)
若該月有 30 天，則某月 30 日為星期六，下個月 1 日為星期日，則星期日為 1、8、15、22、29
→ 8、15、22 皆可吃到
若該月有 31 天，則某月 31 日為星期日下個月 1 日為星期一，
則星期日為 7、14、21、28 → 28 可吃到
∴ 該劇組於某月 1 日星期二抵達，且該月有 31 天
故選(A)

(D)13. 將所有正整數 1 , 2 , 3 , 4 , …… 依右圖排成第一列為 1，第二列為 2 , 3，第三列為 4 , 5 , 6，依此規則繼續排列，下一列比上一列多一個數，則 200 此數所在的那一列之所有整數和為多少？

1	…第一列
2　3	…第二列
4　5　6	…第三列
7　8　9 10	…第四列
……………	

(A) 3900　(B) 3910　(C) 4000　(D) 4010　【107 特招(臺南區)】

【解析】設 200 在第 k 列
$1+2+\cdots\cdots+(k-1)<200$
$\frac{k(k-1)}{2}<200$，$k(k-1)<400$
∴ k 取 20
又 $1+2+\cdots\cdots+19=190$
所求$=\frac{(191+210)\times 20}{2}=4010$
故選(D)

(2)14. 桌上有一疊牌，每張牌上都有一個號碼，這堆牌的號碼由上到下恰成等差數列。今小潔拿走最上方的 5 張牌，阿芳再從剩下的牌中抽取由上方數來第 3 , 7 , 11 , …張牌，即每隔 3 張牌抽 1 張。若小潔拿的 5 張牌號碼總和為 600，阿芳抽取的第 10 張牌號碼為 1596，則阿芳抽取的第 11 張牌號碼為多少？

(1) 1637　(2) 1740　(3) 1760　(4) 1965　【107 特招(基北區)】

【解析】設此疊牌的首項為 a，公差為 d
小潔：$\frac{5\times(2a+4d)}{2}=600$
阿芳抽取的牌為此疊牌的第 8 , 12 , 16 , ……張
∴阿芳抽取的第 10 張牌為此疊牌的第 $8+9\times 4=44$ 張
阿芳：$a+(44-1)d=1596$
$\begin{cases} a=48 \\ d=36 \end{cases}$
阿芳抽的第 11 張為 $48+(48-1)\times 36=1740$
故選(2)

(A)**15.** 若有一數列的第 n 項可用 $(n+\sqrt{n})^2$ 表示，則此數列有多少項會介於 1～1600 之間？

(A) 34　(B) 35　(C) 39　(D) 40　【107 特招(桃連區)、(基北區)】

【解析】此數列每項皆大於 1 且 n 為正整數

$(n+\sqrt{n})^2<1600$，$0<n+\sqrt{n}<40$

當 $n=34$ 時，$n+\sqrt{n}\fallingdotseq 39.\cdots\cdots$ $(5<\sqrt{34}<6)$

當 $n=35$ 時，$n+\sqrt{n}\fallingdotseq 40.\cdots\cdots$ $(5<\sqrt{35}<6)$

故選(A)

(C)**16.** 阿明、丁丁、小智 3 人相約到臺南旅遊，每人各吃了 3 種不同小吃。現將 3 人所吃的 9 種小吃和價錢整理成表格如下：

項目	黑輪	冬瓜茶	香腸	菜粽	春捲	黑糖珍奶	棺材板	鹹粥	牛肉湯
價錢	10	15	20	30	35	50	60	90	100

阿明說：「我吃了春捲和另外 2 種，3 種價錢的平均為 55 元。」

丁丁說：「我吃了鹹粥和另外 2 種，3 種價錢可形成等差數列。」

阿明、丁丁、小智所吃的小吃都不重複，請問小智吃到了下列哪一種小吃？

(A) 黑輪　(B) 黑糖珍奶　(C) 棺材板　(D) 牛肉湯　【108 特招(臺南區)】

【解析】阿明：$35+x+y=55\times 3=165$，$x+y=130\Rightarrow x=100$，$y=30$。

丁丁：鹹粥為剩下小吃之最高價

情形①：90、60、30，不合，

情形②：90、50、10，成立，

情形③：90、20、-50，不合，

故丁丁吃鹹粥、黑糖珍奶、黑輪。

所以小智吃冬瓜茶、香腸、棺材板。

(C)**17.** 臺南人有句口訣「大大武花大武花」，其中的「大」指的就是「大東夜市」，一週之中營業週一、週二、週五，另四天不營業。小天向阿南承租「大東夜市」的攤位，約定每個月底以當月營業日數結算租金，當月營業的第 1 天租金 600 元，第 2 天租金 580 元，第 3 天租金 560 元，第 4 天租金 540 元……，依等差數列方式計算每個營業日的租金，則阿南月底所收租金的最大值為何？

(A) 5880 元　(B) 6240 元　(C) 6580 元　(D) 6900 元　【108 特招(臺南區)】

【解析】$30\div 7=4\ldots 2$，$31\div 7=4\ldots 3$，

$\therefore$ 每個月最多營業 $4\times 3+2=14$ (天)

$a_{14}=600+(14-1)\times(-20)=340$，$S=\dfrac{(600+340)\times 14}{2}=6580$。

(B)**18.** 設 $a_1=1$ 且 $a_1, a_2, a_3, \cdots\cdots$ 為等差數列。甲、乙、丙三人各有一敘述如下：

(甲) 若 $a_{10}>0$，則 $a_{100}>0$，(乙) 若 $a_{10}<0$，則 $a_{100}<0$，(丙) $a_{100}-a_{10}=10(a_{10}-a_1)$

對於三人的說法，下列判斷何者正確？【108 特招(桃連區)】

(A) 只有甲與乙　(B) 只有乙與丙　(C) 只有甲與丙　(D) 甲、乙與丙

【解析】(甲) $a_1=1$，設 $a_{10}=\dfrac{1}{2}>0$，$9d=-\dfrac{1}{2}$，

$a_{100}=a_{10}+90d=\dfrac{1}{2}+10\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{9}{2}<0$，只有甲錯。

(B)**19.** 已知有一等差數列的首項為 2，公差為 $\dfrac{2}{7}$，若今將此數列的每一項四捨五入取到個位數，產生一個新數列，則新數列的前 32 項總和為何？

(A) 201　(B) 206　(C) 210　(D) 217　【108 特招(桃連區)】

【解析】$a_1=2$，$a_2=2\frac{2}{7}\fallingdotseq 2$，$a_3=2\frac{4}{7}\fallingdotseq 3$，$a_4=2\frac{6}{7}\fallingdotseq 3$，$a_5=3\frac{1}{7}\fallingdotseq 3$，$a_6=3\frac{3}{7}\fallingdotseq 3$，$a_7=3\frac{5}{7}\fallingdotseq 4$，

$a_8=4$，$a_9=4\frac{2}{7}\fallingdotseq 4$，$a_{10}=4\frac{4}{7}\fallingdotseq 5$，……，

新數列為 2、2、3、3、3、3、4、4、4、5、5、5、5、6、6、6、…，

前 32 項總和 $=2\times 2+4\times 3+3\times 4+4\times 5+3\times 6+4\times 7+3\times 8+4\times 9+3\times 10+2\times 11=206$。

(D)**20.** 某演藝廳共有 20 排座位，其中每一排比前一排多 2 個座位，已知第 10 排有 60 個座位，則此演藝廳共有幾個座位？

(A) 1160　(B) 1180

(C) 1200　(D) 1220　【109 特招(桃連區)】

【解析】∵ 每一排比前一排多 2 個座位
∴ 每排座位數呈等差數列
設首項＝第一排座位＝a_1
第 n 排座位＝a_n
公差 $d=2$
$\Rightarrow a_{10}=60=a_1+9\times2$，$a_1=42$
$\Rightarrow S_{20}=\dfrac{20(2\times42+19\times2)}{2}=1220$
∴ 共有 1220 個座位

(C)**21.** 有一小數 0.01001000100001……，其小數點後每個位數只出現 0 或 1，且小數點後出現第 n 個 1 及其下一個出現 1 的位數間有（$n+1$）個 0。求該數小數點後第 208 位至第 210 位之數字依序為何？

(A) 0，0，0　(B) 1，0，0

(C) 0，1，0　(D) 0，0，1　【109 特招(桃連區)】

【解析】設小數點後第 n 個 1 為小數點後第 k 位
則 $k=(1+2+3+\cdots\cdots+n)+n=\dfrac{n(n+1)}{2}+n$
當 $n=19$ 時，$k=\dfrac{19\times20}{2}+19=209>208$
∴ 小數點後第 209 位為 1
第 208 位至第 210 位出現的數字依序為 0、1、0

(4)**22.** 已知甲、乙兩車停在 A 地的東方，其中甲車到 A 地的距離為乙車到 A 地距離的 2 倍。今甲、乙兩車自原地同時出發，各維持一定的速度，向西移動，且下表顯示甲、乙兩車的行車時間與兩車距離的部分資料。

行車時間（分鐘）	0	1	2
甲、乙兩車的距離（公里）	5	4.4	3.8

判斷兩車行駛 18 分鐘後，下列關於甲車位置的敘述，何者正確？

(1) 甲車在乙車的東方、甲車在 A 地的東方

(2) 甲車在乙車的東方、甲車在 A 地的西方

(3) 甲車在乙車的西方、甲車在 A 地的東方

(4) 甲車在乙車的西方、甲車在 A 地的西方　【109 特招(基北區)】

【解析】甲車到 A 地的距離＝$5\times2=10$（公里）
$18\times(5-4.4)=10.8>10$
故甲車在乙車的西方、甲車在 A 地的西方

(B)**23.** 一個等差級數前十項之和為 10，而第十項為 5，則公差是多少？

(A) 1　(B) $\dfrac{8}{9}$　(C) $\dfrac{9}{8}$　(D) $-\dfrac{8}{9}$　【特招(桃連區)模擬】

【解析】$\begin{cases} a_{10}=5 \\ a_1=a_{10}-9d=5-9d \end{cases} \Rightarrow S_{10}=\dfrac{(a_1+a_{10})\times10}{2}=10$

$\Rightarrow \dfrac{[(5-9d)+5]\times10}{2}=10 \Rightarrow (10-9d)\times5=10 \Rightarrow 10-9d=2 \Rightarrow d=\dfrac{8}{9}$，故選(B)

(D)**24.** 若一等差數列的首項為-20，第 7 項為-11，則此數列從第幾項開始為正數？

(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15 【特招(桃連區)模擬】

【解析】(1) $a_7=a_1+6d \Rightarrow -11=-20+6d \Rightarrow d=\frac{3}{2}$

(2) 設第 a_n 項始為正數

$a_1+(n-1)d>0 \Rightarrow -20+\frac{3}{2}(n-1)>0 \Rightarrow -20+\frac{3}{2}n-\frac{3}{2}>0 \Rightarrow -40+3n-3>0$

$\Rightarrow 3n>43 \Rightarrow n>\frac{43}{3} \Rightarrow$ 最小值 $n=15$，故從第 15 項起開始為正數，

故選(D)

(C)**25.** 「漢明距離」是指兩組相同長度的數列在相同位數上，有多少個數字不同。如兩組 4 位數的二進位(數字只有 0 或 1)數列 1101 及 0110 的漢明距離為 3。設兩組二進位數列 $a_1a_2a_3a_4$、$b_1b_2b_3b_4$ 與 0000 的漢明距離分別為 1、3，則下列何者可為此兩數列的漢明距離？

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 【110 特招(嘉義區)】

【解析】$a_1a_2a_3a_4$ 若為 1000，$b_1b_2b_3b_4$ 可能為 1110、1101、1011、0111

$\therefore$ $a_1a_2a_3a_4$ 和 $b_1b_2b_3b_4$ 的漢明距離可能為 2 或 4，故選(C)

(B)**26.** 在以下 n×n 的方格表格中，有著依照順序排列的正整數，例如在 3×3 的方格中，(第 1 列，第 2 行) 的數字為 2，(第 3 列，第 1 行) 的數字為 7，試問在 12×12 的方格中，(第 9 列，第 10 行) 的數字為何？

1×1

1

2×2

1	2
3	4

3×3

1	2	3
4	5	6
7	8	9

(A) 94 (B) 106 (C) 107 (D) 108 【111 特招(基北區)】

【解析】$12\times 8+10=106$。

故選(B)

(C)**27.** 若 n 為整數，且$\frac{1}{n}+\frac{3}{n}+\frac{5}{n}+\cdots+\frac{27}{n}$亦為整數，則 n 的可能值有幾個？

(A) 9 (B) 10 (C) 18 (D) 20 【111 特招(基北區)】

【解析】先求出$\frac{1}{n}+\frac{3}{n}+\frac{5}{n}+\cdots+\frac{27}{n}$有幾項

$27=1+2\times(k-1)$，$27=1+2k-2$，$k=14$。

所以$\frac{1}{n}+\frac{3}{n}+\frac{5}{n}+\cdots+\frac{27}{n}=\frac{1+3+5+\cdots+27}{n}$，又 $1+3+5+\cdots+27=\frac{14\times(1+27)}{2}=196$

因此$\frac{1+3+5+\cdots+27}{n}=\frac{196}{n}$

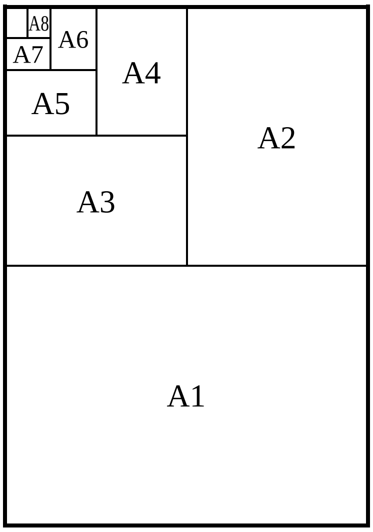
$196=2^2\times 7^2$，正因數有 9 個，負因數有 9 個，n 的可能值有 18 個。

故選(C)

(B)28. 常見 A 系列紙張有 A0, A1, A2, A3, A4 …等不同大小尺寸，都是長方形且定義如下：

(一) A_0 紙張的短邊與長邊比為 $1：\sqrt{2}$，且面積恰為 1 平方公尺。

(二) A1, A2, A3, A4…等紙張的尺寸都是定義將其一編號的紙張沿著長邊對摺之後，所形成的大小，如右圖所示。



請問，A_4 紙張的面積接近下列何者？(單位：平方公尺)

(A) $\frac{1}{8}$　(B) $\frac{1}{16}$　【111 特招(基北區)】

(C) $\frac{1}{32}$　(D) $\frac{1}{64}$

【解析】$A1=\frac{1}{2}$（平方公尺）　$A2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$（平方公尺）

$A4=\frac{1}{2}\times(\frac{1}{2})^{4-1}=(\frac{1}{2})^4=\frac{1}{16}$（平方公尺）

故選(B)

29.～30. 小明打算從今天開始每天存錢買一本 60 元的筆記本，他預計第一天存 1 元、第二天存 2 元、第三天存 3 元、……、第 n 天存 n 元，小明預計至少要存 a 天。後來媽媽看到小明存錢很有心，告訴小明只要存夠一半的錢，剩下要幫小明出。此時小明至少要存 b 天，求：

(C)29. $a=$？　【111 特招(嘉義區)】

(A) 9　(B) 10　(C) 11　(D) 12

【解析】$1+2+3+\ldots\ldots+a\geq 60 \Rightarrow \frac{a}{2}(1+a)\geq 60 \Rightarrow a(1+a)\geq 120$

$10\times 11=110<120$，$11\times 12=132>120$

$\therefore\ a=11$

故選(C)

(D)30. $b=$？

(A) 5　(B) 6　(C) 7　(D) 8

【解析】$1+2+3+\ldots\ldots+b\geq 30 \Rightarrow \frac{b}{2}(1+b)\geq 30 \Rightarrow b(1+b)\geq 60$

$7\times 8=56<60$，$8\times 9=72>60$

$\therefore\ b=8$

故選(D)

非選擇題

1. 如右圖，在長度為 1 的方格紙上，畫出斜邊長度分別為 2、4、6、……的等腰直角三角形 $\triangle A_1A_2A_3$、$\triangle A_3A_4A_5$、$\triangle A_5A_6A_7$、……，其中 A_1 坐標為 (2 , 0)，A_3 坐標為 (0 , 0)。依此規則下去， 【104 特招(桃連區)】

(1) 請寫出 A_5 及 A_9 的坐標。

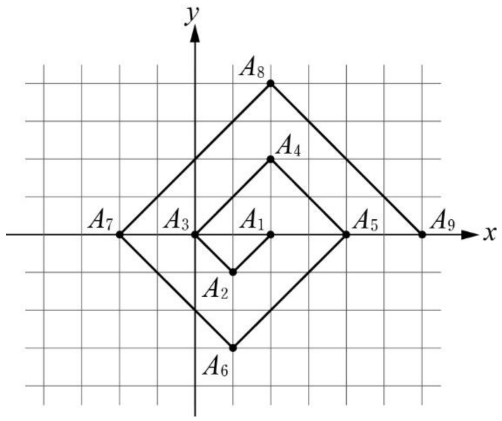
(2) A_1、A_5、A_9、……的 x 坐標形成什麼數列？

(3) 求 A_{21} 的坐標。

【解析】(1) $A_5=(4,0)$ 及 $A_9=(6,0)$

(2) A_1、A_5、A_9、……的 x 坐標為 2、4、6、……形成等差數列

(3) A_1、A_5、A_9、A_{13}、A_{17}、A_{21}、……中 A_{21} 為第 6 項，$2+2\times(6-1)=12 \Rightarrow A_{21}(12,0)$



2. 已知某一數列前四項為 $a_1=1+5\times3$、$a_2=2+5\times5$、$a_3=3+5\times7$、$a_4=4+5\times9$，且此數列的第 n 項為 n 的一次函數。若 $a_k=2018$，則 k 之值為__183__。 【105 特招(基北區)】

【解析】$a_n=n+5(2n+1)=11n+5$

$a_k=11k+5=2018 \Rightarrow k=183$

3. 小明預計在右圖的空格中埋設若干顆地雷，每個空格可選擇埋設 1 顆地雷或不埋，規則如下：

(a) 空格中數字 1 的周圍三個空格中共埋設 1 顆地雷；

(b) 空格中數字 2 的周圍三個空格中共埋設 2 顆地雷；

(c) 空格中數字 3 的周圍三個空格中共埋設 3 顆地雷；

(d) 空格中數字 5 的周圍八個空格中共埋設 5 顆地雷。

判斷小明埋設地雷總數量最少為__6__顆。 【106 特招(基北區)】

2			
		5	
1			3

【解析】

2	○		
	○	5	
	○	○	○
1		○	3

最少為 6 顆

4. 已知有一個數列，其第 n 項為除以 3 所得的餘數，例如：當 $n=4$ 時，4 除以 3 的餘數為 1，得第 4 項的值為 1。若前 k 項的平方總和為 106，則 k 之值為__64__。

【106 特招(基北區)】

【解析】$a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=0$，$a_4=1$，$a_5=2$，$a_6=0$，……

$a_1^2+a_2^2+a_3^2=1^2+2^2+0^2=5$

$106\div5=21\ldots1$，$21\times3+1=64$

5. 若小美寫出所有滿足 $a_3=2$ 且 $a_{n+1}=2|a_n-3|-4$ 的數列，則這些數列首項 a_1 的總和為__12__。【106 特招(基北區)】

【解析】$a_3=2|a_2-3|-4=2$，$2|a_2-3|=6$，$|a_2-3|=3\Rightarrow a_2=6$ 或 0

若 $a_2=6$，$a_2=2|a_1-3|-4=6$，$2|a_1-3|=10$，$|a_1-3|=5\Rightarrow a_1=8$ 或 -2

若 $a_2=0$，$a_2=2|a_1-3|-4=0$，$2|a_1-3|=4$，$|a_1-3|=2\Rightarrow a_1=5$ 或 1

所求 $=8+(-2)+5+1=12$

6. 已知 a_n、b_n 為兩個數列，a_n 是 $\sqrt{n}$ 的整數部分，b_n 是 $\sqrt{\dfrac{n}{10}}$ 的整數部分，例如：當 $n=10$ 時，$\sqrt{10}$ 的整數部分為 3，得 $a_{10}=3$，$\sqrt{\dfrac{10}{10}}$ 的整數部分為 1，得 $b_{10}=1$。判斷 n 為介於 1 與 100 之間的正整數時，有__25__個 n 滿足 $a_n=3b_n$。【106 特招(基北區)】

【解析】$\because$ a_n、b_n 皆為正整數，且 $1\le a_n\le 10$，$b_n\le 3$

$\therefore$

a_n	3	6	9
b_n	1	2	3

若 $a_n=3$，$n=9$、10、……、15

$b_n=1$，$n=10$、11、12、……、39

$\Rightarrow n=10$、11、12、13、14、15，共 6 個

若 $a_n=6$，$n=36$、37、38、……、48

$b_n=2$，$n=40$、41、42、……、89

$\Rightarrow n=40$、41、42、……、48，共 9 個

若 $a_n=9$，$n=81$、82、83、……、99

$b_n=3$，$n=90$、91、……、100

$\Rightarrow n=90$、91、……、99，共 10 個

$\therefore$ 共 $6+9+10=25$ (個)

7. 已知 $\dfrac{1}{13}=0.076923076923\cdots$，$\dfrac{2}{13}=0.153846153846\cdots$。$n$ 為一個介於 1 至 10 的整數，若 $\dfrac{n}{13}$ 之值的小數點後第 19 位數字為 3，且第 29 位數字為 1，則 n 之值為__5__。

【解析】$\dfrac{n}{13}$ 為每 6 個循環一次的循環小數【107 特招(基北區)】

$19\div 6=3...1$，$29\div 6=4...5$

可知 $\dfrac{n}{13}=0.3\square\square\square1\square$

$\dfrac{3}{13}=0.2...$ (不符合)　$\dfrac{4}{13}=\dfrac{2}{13}\times 2=0.\overline{307692}$ (不符合)　$\dfrac{5}{13}=0.\overline{384615}$　$\therefore\ n=5$

8. 將一疊 7 張的號碼牌進行洗牌，洗牌規則為：從最下面 4 張不改變順序，放至最上方變成最上面 4 張，稱為洗牌一回合，例如：號碼牌從上而下的號碼依序為 1，3，5，7，2，4，6，經洗牌一回合後，從上而下的號碼依序變為 7，2，4，6，1，3，5。若現今此疊號碼牌從上而下的號碼依序為 1，2，3，4，5，6，7，經洗牌 705 回合後，從上而下的第 5 張牌之號碼為__6__。【108 特招(基北區)】

【解析】1234567→起始，4567123→1 次，7123456→2 次，3456712→3 次，6712345→4 次，2345671→5 次，5671234→6 次，1234567→7 次，⋯，

7 次為一個循環，$705\div 7=100...5$，

經 705 回合後，牌的順序為：2345671。

9. 坐標平面上，小軒欲在不同的位置放置糖果，放置糖果數量的規則如下：

(a) 在原點 $(0,0)$ 放置 0 顆糖果；

(b) 在位置 $(a,0)$ 與位置 $(0,a-1)$ 放置的糖果數量相等；

(c) 在位置 $(a,b+1)$ 放置的糖果數量比位置 $(a+1,b)$ 的糖果數量多 1。

根據題意，小軒會在位置 $(2,3)$ 放置的糖果數量有 13 顆。　　【109 特招(基北區)】

【解析】$(2,3)=(3,2)+1=(4,1)+2=(5,0)+3$

$(5,0)=(0,4)=(1,3)+1=(2,2)+2=(3,1)+3=(4,0)+4$

$(4,0)=(0,3)=(1,2)+1=(2,1)+2=(3,0)+3$

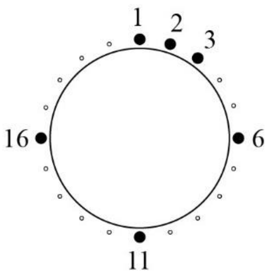
$(3,0)=(0,2)=(1,1)+1=(2,0)+2$

$(2,0)=(0,1)=(1,0)+1$

$(1,0)=(0,0)=0$

$\Rightarrow 0+1+2+3+4+3=13$

10. 如右圖，一圓桌有 20 個箱子，依順時針方向編號 1～20，南南在 1 號箱子中丟入一顆紅球後，沿著圓桌依順時針方向行走，每經過一個箱子就依下列規則丟入一顆球：



(1) 若前一個箱子丟紅球，經過的箱子就丟綠球

(2) 若前一個箱子丟綠球，經過的箱子就丟白球

(3) 若前一個箱子丟白球，經過的箱子就丟紅球

已知他沿著圓桌丟了 2018 顆球，求第 2018 號球丟在第幾號箱，且這箱球中與這顆同色的球有幾顆？　　【臺南一中科學班模擬】

【解析】1. 投球的規律為紅→綠→白→紅⋯

$2018\div3=672...2$　∴綠球

$2018\div20=100...18$

南南繞了 100 圈，又投了 18 顆球，故最後這顆在第 18 號箱

2. 依投的規律 $100\div3=33...1$

所以投了 34 顆綠球（最後 1 顆也是綠色）

故 2018 號球丟在 18 號箱，且有 34 顆綠球

11. 已知有甲、乙兩數列，甲數列的第 n 項為 $\dfrac{2^n}{500}$，乙數列的第 n 項為循環小數 $0.\overline{2689}$ 的小數點後第 n 位數字。若甲數列的第 k 項大於乙數列的第 k 項，則正整數 k 的最小值為 13。

【解析】$0.\overline{2689}$ 是 4 位循環小數　　【110 特招(基北區)】

①若 $k=4m$，m 為正整數，則 $\dfrac{2^{4m}}{500}>9\Rightarrow 2^{4m}>4500$ $(2^{12}=4096，2^{13}=8192)\Rightarrow 4m\geq13\Rightarrow m\geq4\Rightarrow k$ 最小為 16

②若 $k=4m+1$，m 為正整數，則 $\dfrac{2^{4m+1}}{500}>2\Rightarrow 2^{4m}>500$ $(2^9=512)\Rightarrow 4m\geq9\Rightarrow m\geq3\Rightarrow k$ 最小為 13

③若 $k=4m+2$，m 為正整數，則 $\dfrac{2^{4m+2}}{500}>6\Rightarrow 2^{4m}>750$ $(2^{10}=1024)\Rightarrow 4m\geq10\Rightarrow m\geq3\Rightarrow k$ 最小為 14

④若 $k=4m+3$，m 為正整數，則 $\dfrac{2^{4m+3}}{500}>8\Rightarrow 2^{4m}>500$ $(2^9=512)\Rightarrow 4m\geq9\Rightarrow m\geq3\Rightarrow k$ 最小為 15

由①②③④得 k 最小為 13

12. 小沈在黑板上由左至右依序寫出從 1 到 99 的整數，如 123456789101112131415⋯⋯99；再拿板擦，由左至右每次依序擦掉三個數字，如第 1 次擦掉 1、2、3，第 2 次擦掉 4、5、6，第 3 次擦掉 7、8、9，第 4 次擦掉 1、0、1，⋯⋯，以此類推。試問：小沈第 38 次會依序擦掉 6、1、6 三個數字。　　【110 特招(基北區)】

【解析】6、1、6 為 60616263⋯，故擦掉 1～60，

一位數有 1～9，9 個

二位數有 10～60，$2\times(60-10+1)=102$ 個

$\Rightarrow(9+102)\div3=37\Rightarrow$ 第 38 次

13. 已知有一個數列，第 n 項為 a_n。若 $a_n=1-2+3-4+\cdots+(-1)^{n-1}\times n$，

例如：$a_5=1-2+3-4+5=3$，則 $a_{110}+a_{2021}=$ __956__ 。　　【111 特招(基北區)】

【解析】$a_{110}=1-2+3-4+5-6+\cdots\cdots+109-110$

$=(1-2)+(3-4)+(5-6)+\cdots\cdots+(109-110)$

$=\underbrace{(-1)+(-1)+(-1)+\cdots\cdots+(-1)}_{\text{共 } 110\div 2=55\text{ (項)}}=(-1)\times 55=-55$

$a_{2021}=1-2+3-4+5-6+\cdots\cdots+2019-2020+2021$

$=(1-2)+(3-4)+(5-6)+\cdots\cdots+(2019-2020)+2021$

$=\underbrace{(-1)+(-1)+(-1)+\cdots\cdots+(-1)}_{\text{共 } 2020\div 2=1010\text{ (項)}}+2021=(-1)\times 1010+2021=-1010+2021=1011$

$\therefore\ a_{110}+a_{2021}=-55+1011=956$

14. 已知 a_n 為一個數列的第 n 項，$a_{3k+1}=1$，$a_{3k+2}=2$，$a_{3k+3}=3$，其中 $k=0,1,2,3,4,5,\cdots$。有一質點移動的規則為：第 1 次向右移動 a_1 個單位，第 2 次向下移動 a_2 個單位，第 3 次向左移動 a_3 個單位，第 4 次向上移動 a_4 個單位，…，依此類推，即第 n 次（$n\geq 2$）都先沿順時針方向轉 90°後移動 a_n 個單位。此質點由原點出發最少移動 __24__ 個單位會回到原點。

【111 特招(基北區)】

【解析】$k=0$ 代入得 $a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=3$

$k=1$ 代入得 $a_4=1$，$a_5=2$，$a_6=3$

依此類推，則此點的移動規律為：向右 1→向下 2→向左 3→向上 1→向右 2→向下 3→……

由原點出發，點的移動如下：

移動次數	1	2	3	4
移動後坐標	(1 , 0)	(1 , −2)	(−2 , −2)	(−2 , −1)
移動次數	5	6	7	8
移動後坐標	(0 , −1)	(0 , −4)	(−1 , −4)	(−1 , −2)
移動次數	9	10	11	12
移動後坐標	(2 , −2)	(2 , −3)	(0 , −3)	(0 , 0)

故至少移動 12 次後會回到原點

此時共移動 $1+2+3+1+2+3+1+2+3+1+2+3=24$ (個) 單位

補充題 （舊課綱內容，新綱已調整至高中或刪除或適合三年級複習用）

(A) **1.** 數學老師在課堂上出了一個數學謎題給學生：「我心中有四個數成等差數列，其中有兩個數的和是 14，且比另外兩個數的和還要小；其中又有兩個數的和是 18，也比另外兩個數的和還要小。有誰知道這四個數中，最大的數為何？」請問此數學謎題的答案為多少？

(A) 17　(B) 18　(C) 19　(D) 20　【105 特招(臺南區)】

【解析】設四個數分別為 $a-3d$、$a-d$、$a+d$、$a+3d$

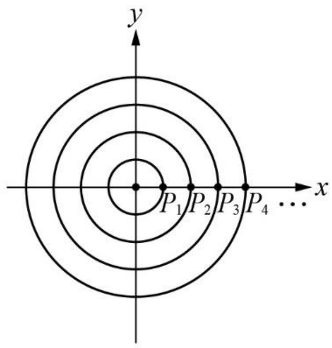
$$\begin{cases}(a-3d)+(a-d)=14\\(a-3d)+(a+d)=18\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2a-4d=14\\2a-2d=18\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a-2d=7\\a-d=9\end{cases}$$

$\Rightarrow a=11$，$d=2$

最大的數為 $a+3d=11+6=17$

故選(A)

(B) **2.** 如右圖，半徑為 1 單位、2 單位、3 單位、4 單位、……之眾多個以原點為圓心的同心圓，分別交 x 軸正向於 P_1、P_2、P_3、P_4、……，一隻螞蟻從原點出發，沿著 x 軸正向走到 P_1，逆時針方向繞著第一個圓走一圈回到 P_1 後，再沿著 x 軸正向走到 P_2，逆時針方向繞著第二個圓走一圈回到 P_2 後，再沿著 x 軸正向走到 P_3，……，依此方式走了 80 單位後停下來，試問這隻螞蟻停在第幾象限？



(A) 第一象限　(B) 第二象限　(C) 第三象限　(D) 第四象限

【106 特招(臺南區)】

【解析】走完 n 圈，走了 $n+\dfrac{n(2+2n)\pi}{2}$ 單位

n 取 4，$4+\dfrac{4\times10}{2}\pi=4+20\pi\fallingdotseq66.8$

n 取 5，$5+\dfrac{5\times12}{2}\pi=5+30\pi\fallingdotseq99.2>80$

第 5 圈的 $\dfrac{1}{4}\Rightarrow10\pi\times\dfrac{1}{4}=2.5\pi\fallingdotseq7.85$

$66.8+1+7.85\times\square\leq80$，$\square\leq1.55\Rightarrow$ 第二象限，故選(B)

(B) **3.** 已知有 10 個 0、10 個 1、10 個 2 組成一個數列，若此數列前 15 項的和為 16，後 15 項的平方之和為 26，且前 15 項有 a 項為 0，後 15 項有 b 項為 0，則 a、b 兩數相差多少？

(A) 2　(B) 4　(C) 6　(D) 8　【106 特招(桃連區)】

【解析】

	1	2
前 15 項	$10-x$	$10-y$
後 15 項	x	y
合計	10	10

$$\begin{cases}1\times(10-x)+2\times(10-y)=16\\1^2\times x+2^2\times y=26\end{cases}$$

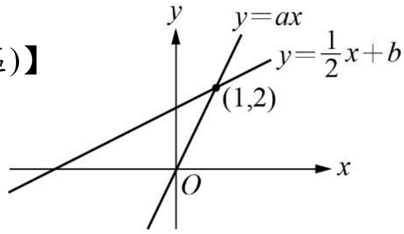
$$\Rightarrow\begin{cases}-x-2y=-14\\x+4y=26\end{cases}\Rightarrow y=6、x=2$$

$b=15-6-2=7$

$a=10-7=3$，所求 $=7-3=4$，故選(B)

選擇題

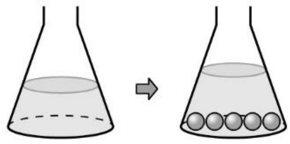
(D) **1.** 右圖為函數 $y=ax$ 與 $y=\frac{1}{2}x+b$ 的圖形關係，則聯立方程式 $\begin{cases}x-2y+2b=0\\ax-y=0\end{cases}$ 的解為何？ 【107 特招(桃連區)】

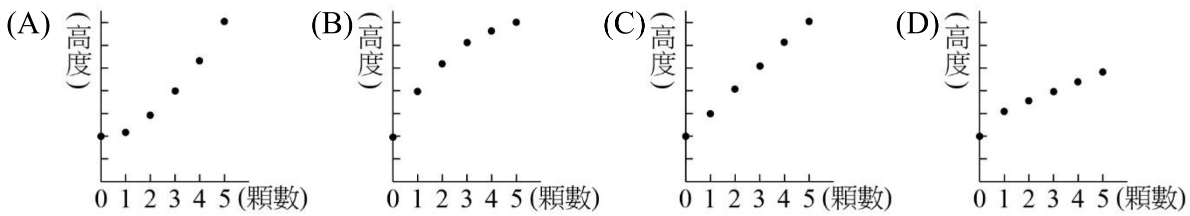


(A) $\begin{cases}x=2\\y=\frac{3}{2}\end{cases}$ (B) $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$ (C) $\begin{cases}x=\frac{3}{2}\\y=2\end{cases}$ (D) $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$

【解析】$\begin{cases}x-2y+2b=0\\ax-y=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}y=\frac{1}{2}x+b\\y=ax\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$，故選(D)

(A) **2.** 如右圖，水平桌面有一圓錐瓶，其外形上窄下寬，瓶內有一些水。小明將 5 顆相同的玻璃珠逐顆放入瓶中，使其完全沉入水中，並逐顆記錄當時的水位高度。若過程中瓶內的水沒有溢出，則下列何者可能是瓶內玻璃珠顆數與水位高度的關係圖？

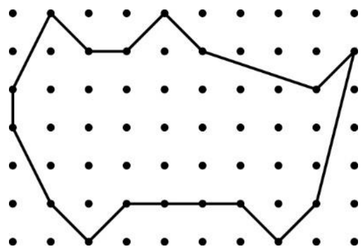




【109 特招(桃連區)】

【解析】5 顆玻璃珠的體積均相同，每顆沉入瓶中，使水位上升，
而增加的體積即為玻璃珠的體積。
故逐顆放入瓶中，每次增加的體積均相等，但瓶子上方開口愈來愈小，因此上升的水位會逐次增加
故選(A)

3.～4. 皮克定理(Pick's Theorem)是一種坐標平面上計算多邊形面積的神奇方式，內容如下：「給定頂點都是格子點(坐標均為整數)的簡單多邊形，若多邊形內部格子點數目為 i 個，邊上格子點數目為 b 個，則該多邊形面積 $A=i+0.5b-1$」。已知附圖所有格子點上下左右間隔均為 1 單位，假設封閉區域面積為 $\frac{10p+q}{2}$，求：



(A) **3.** $p=$？ (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 【111 特招(嘉義區)】

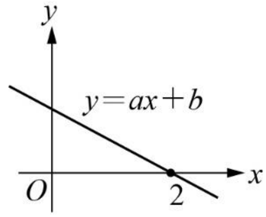
(D) **4.** $q=$？ (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

【解析】多邊形內部格子點有 27 個 $\therefore\ i=27$
多邊形邊上格子點有 17 個 $\therefore\ b=17$
$\therefore$ 封閉區域面積 $A=i+0.5b-1=27+0.5\times17-1=27+8.5-1=34.5=\frac{69}{2}=\frac{10\times6+9}{2}$
$\therefore\ p=6$，$q=9$

(3) **5.** 已知一次函數 $y=ax+b$ 的圖形通過 $(2,0)$，如附圖所示。試問不等式 $ax-b>0$ 的解為下列何者？

(1) $x>-2$　(2) $x>2$　【111 特招(基北區)】

(3) $x<-2$　(4) $x<2$



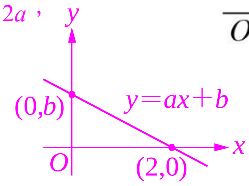
【解析】由 $y=ax+b$ 的圖形通過 $(2,0)$，得 $0=2a+b$，$b=-2a$，

又 $x=0$ 時 $y=b$，即圖形與 y 軸交於 $(0,b)$，

$\therefore\ b>0 \Rightarrow -2a>0 \Rightarrow a<0$。

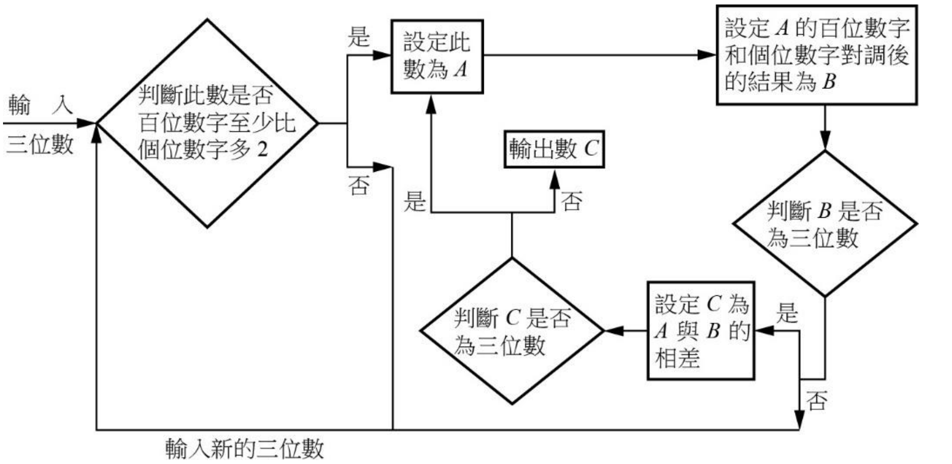
$ax-b>0 \Rightarrow ax>b \Rightarrow ax>-2a$

$\Rightarrow \dfrac{ax}{a}<\dfrac{-2a}{a} \Rightarrow x<-2$



非選擇題

1. 某一台機器執行運算的流程如下圖：



若此流程圖能執行運算到「輸出數 C」時，則所輸出的數 C 之值為__99__。

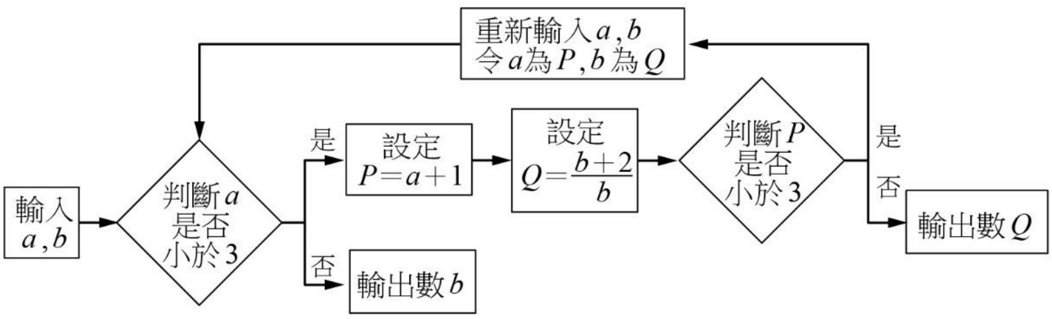
【105 特招(基北區)】

【解析】設 $A=100m+10n+k$，且 $m>k \Rightarrow B=100k+10n+m$

$C=A-B=(100m+10n+k)-(100k+10n+m)=99m-99k=99(m-k)$

由流程圖可知 C 為二位數 $\Rightarrow m-k=1 \Rightarrow C=99$

2. 某一台機器執行運算的流程如下：



若一開始輸入 $a=1$，$b=x$，當此機器執行到「輸出數 Q」時，輸出的結果為 $\dfrac{5}{2}$，則 $x=$__6__。

【108 特招(基北區)】

【解析】$a=1$，$b=x \to P=2$，$Q=\dfrac{x+2}{x} \to a=2$，$b=\dfrac{x+2}{x} \to P=3$，$Q=\dfrac{\frac{x+2}{x}+2}{\frac{x+2}{x}}$，

$\dfrac{\frac{x+2}{x}+2}{\frac{x+2}{x}}=\dfrac{5}{2}$，$3x+6=4x$，$x=6$

補充題 （舊課綱內容，新綱已調整至高中或刪除）

(D) **1.** 已知函數 $f(x)=ax+b$ 且 $f(1):f(2)=3:8$，則下列選項何者正確？

(A) $\dfrac{a}{b}=\dfrac{-2}{5}$　(B) $14a=5b$　(C) $\dfrac{a}{b}=\dfrac{-5}{14}$　(D) $\dfrac{a}{b}=\dfrac{5}{-2}$

【104 特招(桃連區)】

【解析】$\because f(1):f(2)=3:8$　$\therefore (a+b):(2a+b)=3:8$

$\Rightarrow 6a+3b=8a+8b \Rightarrow -2a=5b \Rightarrow \dfrac{a}{b}=\dfrac{5}{-2}$，故選(D)

(A) **2.** 函數 $f(x)$ 定義如下：$f(1)=3, f(2)=4, f(3)=2, f(4)=1$，求 $f(f(f(3)))$ 之值？

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4

【110 特招(嘉義區)】

【解析】$f(3)=2 \Rightarrow f(f(3))=f(2)=4$

$\therefore f(f(f(3)))=f(4)=1$

故選(A)

(C) **3.** 已知 $f(x)=ax+b$ 為一個線型函數，且滿足 $f(0)>0$，$f(2020)>f(2021)$，則函數的圖形必<u>不通過</u>第幾象限？

(A) 第一象限　(B) 第二象限

(C) 第三象限　(D) 第四象限

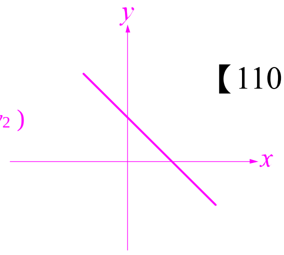
【110 特招(嘉義區)】

【解析】令 $y=f(x)=ax+b$，通過 $(2020, y_1)$ 及 $(2021, y_2)$

$\because y_1>y_2$ 且 $y=f(0)>0$

$\therefore$ 如附圖，圖形不通過第三象限

故選(C)



4. $f\left(\dfrac{2+x}{2-x}\right)=5x$，$g\left(\dfrac{2-x}{2+x}\right)=x$，則 $f\left(g\left(-\dfrac{1}{3}\right)\right)+g\left(-\dfrac{1}{3}\right)$ 之值為何？

【武陵高中科學班模擬】

【解析】$\dfrac{2-x}{2+x}=-\dfrac{1}{3}$，$-2-x=6-3x$，$2x=8$，$x=4$；$\dfrac{2+x}{2-x}=4$，$2+x=8-4x$，$5x=6$，$x=\dfrac{6}{5}$

$f\left(g\left(-\dfrac{1}{3}\right)\right)+g\left(-\dfrac{1}{3}\right)=f(4)+4=5\times\dfrac{6}{5}+4=10$

5. 若有一個函數 $f(x)$ 滿足 $(x-20)f(x)-f(20-x)=20$，則 $f(20)=$ __380__ 。

【111 特招(基北區)】

【解析】$x=20$ 代入，得 $(20-20)f(20)-f(0)=20$，$-f(0)=20$，$f(0)=-20$

$x=0$ 代入，得 $-20f(0)-f(20)=20$，$(-20)\times(-20)-f(20)=20$，$400-f(20)=20$，$f(20)=380$

6. 若 x 為一個二位數，設 $f(x)$ 為 x 的十位數字與個位數字之和，例如 $f(65)=6+5=11$，則當 $x=$ __19__ 時，$\dfrac{x}{f(x)}$ 的值最小。

【111 特招(基北區)】

【解析】設 x 的十位數字為 a，個位數字為 b，$1\leq a\leq 9$，$0\leq b\leq 9$，a、b 均為整數，則 $x=10a+b$，$f(x)=a+b$

$\dfrac{x}{f(x)}=\dfrac{10a+b}{a+b}=\dfrac{a+b+9a}{a+b}=1+9\times\dfrac{a}{a+b}$

當 a 為定值時，$\dfrac{a}{a+0}>\dfrac{a}{a+1}>\dfrac{a}{a+2}>\cdots\cdots>\dfrac{a}{a+9}$　$\therefore$ 當 $b=9$ 時，$\dfrac{x}{f(x)}$ 有最小值

設一整數 c，且 $a>c\geq 1$，則 $\dfrac{a}{a+9}-\dfrac{c}{c+9}=\dfrac{a(c+9)-c(a+9)}{(a+9)(c+9)}=\dfrac{ac+9a-ac-9c}{(a+9)(c+9)}=\dfrac{9(a-c)}{(a+9)(c+9)}>0$

$\therefore \dfrac{a}{a+9}>\dfrac{c}{c+9} \Rightarrow \dfrac{9}{9+9}>\dfrac{8}{8+9}>\dfrac{7}{7+9}>\cdots\cdots>\dfrac{2}{2+9}>\dfrac{1}{1+9}$

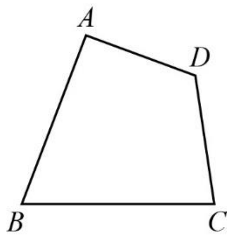
$\therefore$ 當 $a=1$，$b=9$，即 $x=19$ 時，$\dfrac{x}{f(x)}$ 有最小值 $\dfrac{19}{1+9}=\dfrac{19}{10}$

選擇題

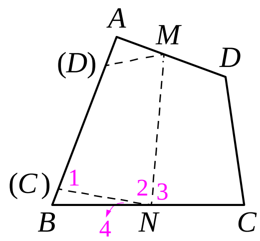
(B) **1.** 圖(一)為某四邊形 $ABCD$ 紙片，其中 $\angle B=70°$，$\angle C=80°$。若將 $\overline{CD}$ 疊合在 $\overline{AB}$ 上，出現摺線 $\overline{MN}$，再將紙片展開後，M、N 兩點分別在 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$ 上，如圖(二)所示，則 $\angle MNB$ 的度數為何？

(A) 90　(B) 95

(C) 100　(D) 105　【103 特招】



圖(一)



圖(二)

【解析】$\because \angle C=80°$　$\therefore \angle 1=80°=\angle B+\angle 4 \Rightarrow \angle 4=10°$

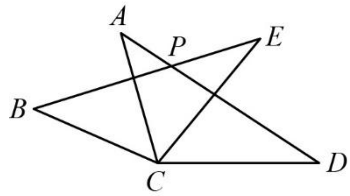
$\therefore \angle 2=\angle 3=\dfrac{180°-10°}{2}=85°$　$\therefore \angle MNB=85°+10°=95°$

故選(B)

(C) **2.** 平面上有△ACD 與△BCE，其中 $\overline{AD}$ 與 $\overline{BE}$ 相交於 P 點，如右圖所示。若 $\overline{AC}=\overline{BC}$，$\overline{AD}=\overline{BE}$，$\overline{CD}=\overline{CE}$，$\angle ACE=55°$，$\angle BCD=155°$，則 $\angle BPD$ 的度數為何？

(A) 110　(B) 125

(C) 130　(D) 155　【103 特招】



【解析】$\because$ △$BCE\cong$△ACD (SSS 全等)　$\therefore \angle E=\angle D$，$\angle BCE=\angle ACD$

$\Rightarrow \angle BCA=\angle ECD=(155°-55°)\div 2=50°$

$\angle B+\angle D=\angle B+\angle E=180°-\angle BCE=75°$

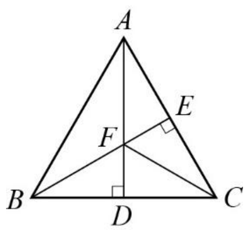
$\therefore \angle BPD=360°-(\angle B+\angle D)-\angle BCD=360°-75°-155°=130°$

故選(C)

(A) **3.** 如右圖，△ABC 中，$\overline{BC}=\overline{AC}$，$D$、$E$ 兩點分別在 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 上，$\overline{AD}\perp\overline{BC}$，$\overline{BE}\perp\overline{AC}$，$\overline{AD}$ 與 $\overline{BE}$ 相交於 F 點。若 $\overline{AD}=4$，$\overline{CD}=3$，則關於 $\angle FBD$、$\angle FCD$、$\angle FCE$ 的大小關係，下列何者正確？

(A) $\angle FBD>\angle FCD$　(B) $\angle FBD<\angle FCD$

(C) $\angle FCE>\angle FCD$　(D) $\angle FCE<\angle FCD$　【103 特招】



【解析】$\overline{AD}=4$，$\overline{CD}=3\Rightarrow\overline{AC}=\sqrt{4^2+3^2}=5$，$\overline{BC}=5\Rightarrow\overline{BD}=5-3=2<\overline{CD}$

$\overline{FB}=\sqrt{\overline{FD}^2+\overline{BD}^2}<\sqrt{\overline{FD}^2+\overline{CD}^2}=\overline{FC}\Rightarrow\angle FCD<\angle FBD$

$\because \overline{BC}=\overline{AC}\Rightarrow\overline{AD}=\overline{BE}$ (兩腰上的高相等)

$\therefore \overline{CD}=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{AD}^2}=\sqrt{\overline{BC}^2-\overline{BE}^2}=\overline{CE}$

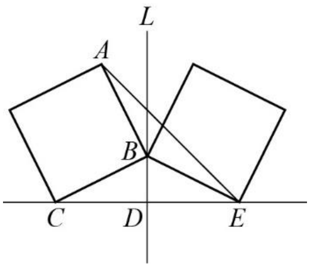
又 $\overline{CF}=\overline{CF}$，$\angle CDF=\angle CEF=90°$

$\therefore$ △$CDF\cong$△CEF (RHS 全等)

$\therefore \angle FCD=\angle FCE\Rightarrow\angle FBD>\angle FCD=\angle FCE$

故選(A)

(C) **4.** 如右圖，兩正方形對稱於直線 L，設 $\angle BCD=x°$，$\angle AEB=y°$，則下列哪一個選項必定成立？



(A) $x=y$　　(B) $x=2y$

(C) $x+y=45$　　(D) $2x-y=30$　【104 特招(臺南區)】

【解析】$\angle BED=\angle BCD=x°$ ($\because$ $\overline{BE}=\overline{BC}$)

$\angle BAE=\angle AEB=y°$ ($\because$ $\overline{AB}=\overline{BE}$)

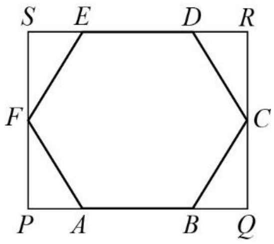
四邊形 $ABCE$ 中

$\angle ABC=x°+x°+y°+y°=90°$

$\Rightarrow x+y=45$

故選(C)

(C) **5.** 如右圖，面積 $10\sqrt{3}$ 的長方形紙片 $PQRS$，剪去四個全等的三角形後可成為邊長 a 的正六邊形 $ABCDEF$，則下列選項何者正確？



(A) $a\leq 2$　　(B) $2<a\leq 2.2$

(C) $2.2<a\leq 2.4$　　(D) $a>2.4$　【104 特招(臺南區)】

【解析】$\triangle APF$ 為 $30°-60°-90$ 三角形

$\Rightarrow \overline{AP}=\frac{1}{2}a$，$\overline{PF}=\frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow \overline{SP}=\sqrt{3}a$，$\overline{PQ}=2a$

$\sqrt{3}a\times 2a=10\sqrt{3}$，$a^2=5$，$a=\pm\sqrt{5}$ (負不合)，$a=\sqrt{5}\fallingdotseq 2.24$

故選(C)

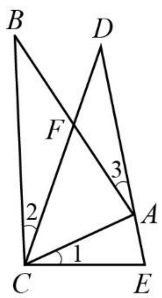
(B) **6.** 某人計算凸 n 邊形內角和時，少加了一個角，得到 1125°，則 n 之最小值為何？

(A) 8　(B) 9　(C) 10　(D) 11　【104 特招(桃連區)】

【解析】$180\times(n-2)>1125 \Rightarrow 180n-360>1125 \Rightarrow 180n>1485 \Rightarrow n>\frac{1485}{180}=\frac{33}{4}=8\frac{1}{4}$

$\therefore$ n 的最小值為 9，故選(B)

(A) **7.** 如右圖，A 在 $\overline{DE}$ 上，F 在 $\overline{AB}$ 上，且 $\overline{AC}=\overline{CE}$，$\angle 1=\angle 2=\angle 3$，則下列哪一個關係是正確的？



(A) $\overline{DE}=\overline{AB}$　　(B) $\overline{DE}=\overline{BC}$

(C) $\overline{DE}=\overline{DC}$　　(D) $\overline{DE}=\overline{AE}+\overline{AC}$　【104 特招(桃連區)】

【解析】$\because$ $\angle 1=\angle 2$

$\therefore$ $\angle 1+\angle ACD=\angle 2+\angle ACD \Rightarrow \angle DCE=\angle BCA$……①

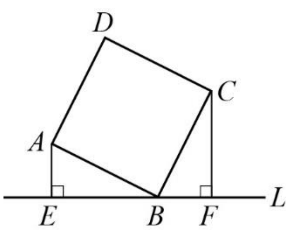
$\because$ $\angle 1+\angle E=\angle 3+\angle BAC$，且 $\angle 1=\angle 3$

$\therefore$ $\angle E=\angle BAC$ ………②

又 $\overline{AC}=\overline{CE}$ …………③

由①②③得 $\triangle CDE\cong\triangle CBA$ (ASA 全等) $\Rightarrow \overline{DE}=\overline{AB}$，故選(A)

(D) **8.** 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為正方形，頂點 B 在直線 L 上，$\overline{AE}$、$\overline{CF}$ 分別垂直直線 L。若 $\overline{AE}=1$，$\overline{CF}=2$，則正方形 $ABCD$ 的面積為何？



(A) 2　(B) $\sqrt{5}$　(C) 4　(D) 5【104 特招(桃連區)】

【解析】在 $\triangle ABE$、$\triangle BCF$ 中

$\because$ $\angle EAB+\angle ABE=\angle ABE+\angle CBF=90° \Rightarrow \angle EAB=\angle CBF$

又 $\angle E=\angle F=90°$，$\overline{AB}=\overline{BC}$

$\therefore$ $\triangle ABE\cong\triangle BCF$ (AAS 全等) $\Rightarrow \overline{BE}=\overline{CF}=2 \Rightarrow \overline{AB}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

正方形 $ABCD$ 面積 $=\overline{AB}^2=5$，故選(D)

(B) **9.** 如右圖，直線 L 與 M 交於 O 點，A 及 B 兩點的位置如圖上所示。甲、乙兩人想找一點 G 使得 G 點到直線 L 及 M 的距離相等，且 $\overline{GA}=\overline{GB}$。其作法如下：

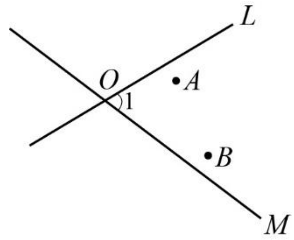
甲：連 $\overline{AB}$，找 $\overline{AB}$ 的中點 G，則 G 即為所求。

乙：連 $\overline{AB}$，作 $\angle 1$ 的角平分線，交 $\overline{AB}$ 於 G 點，則 G 即為所求。

對於兩人的作法，下列判斷何者正確？

(A) 兩人皆正確　(B) 兩人皆錯誤

(C) 甲正確，乙錯誤　(D) 甲錯誤，乙正確　【104 特招(桃連區)】



【解析】甲：$\overline{GA}=\overline{GB}$，但 G 到 L、M 的距離不一定相等

乙：G 到 L、M 的距離相等，但 $\overline{GA}$ 不一定等於 $\overline{GB}$

正確作法：

① 連 $\overline{AB}$，作 $\overline{AB}$ 的中垂線 N

② 作 $\angle 1$ 的角平分線交 N 於 G 點，則 G 點即為所求

故選(B)

(C) **10.** 坐標平面上有六個點，$A(1,2)$、$B(-2,1)$、$C(0,-1)$、$D(a,b)$、$E(-1,3)$ 與 $F(1,1)$。若 $\triangle ABC\cong\triangle DEF$，且 a、b 都是正數，則 $a+b$ 之值為何？

(A) 4　(B) 5　(C) 6　(D) 7　【105 特招(臺南區)】

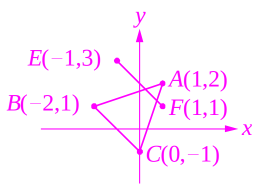
【解析】$\because$ $\triangle ABC\cong\triangle DEF$，且 $\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BC}$，$a$、$b$ 都是正數

$\therefore$ $D(a,b)$ 在第一象限

$\Rightarrow C\rightarrow A$：右移 1 單位，上移 3 單位

$\Rightarrow F(1,1)\rightarrow D(1+1,1+3)\Rightarrow D(2,4)$

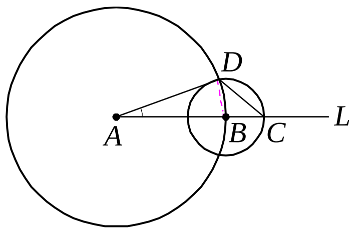
$\Rightarrow a+b=2+4=6$，故選(C)



(A) **11.** 如右圖，A、B、C 是直線 L 上三點，分別以 A、B 為圓心，$\overline{AB}$、$\overline{BC}$ 為半徑作圓，D 是兩圓交點。若 $\angle ADC=123°$，則 $\angle DAC$ 的角度為何？

(A) 16°　(B) 18°

(C) 20°　(D) 22°　【105 特招(臺南區)】



【解析】連接 $\overline{BD}$，設 $\angle BCD=x°$

$\Rightarrow \angle CDB=\angle BCD=x°$ ($\because$ $\overline{BD}=\overline{BC}$)

$\Rightarrow \angle ABD=\angle BCD+\angle CDB=2x°$ (外角定理)

$\Rightarrow \angle ADB=\angle ABD=2x°$ ($\because$ $\overline{AB}=\overline{AD}$)

$\Rightarrow \angle ADC=2x°+x°=123°$

$\Rightarrow 3x°=123°$，$x°=41°$

$\Rightarrow \angle DAC=180°-123°-41°=16°$

故選(A)

(A) **12.** 已知四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=2$，$\overline{BC}=3$，$\overline{CD}=8$，下列哪一個選項不可能為 $\overline{DA}$ 的長度？

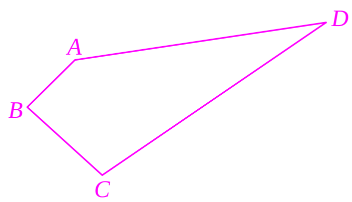
(A) 3　(B) 4　(C) 11　(D) 12　【105 特招(桃連區)】

【解析】$\overline{CD}<\overline{AD}+\overline{AC}<\overline{AD}+(\overline{AB}+\overline{BC})$

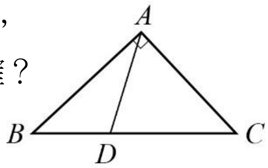
$8<\overline{AD}+2+3$

$\overline{AD}>3$

故選(A)



(1)**13.** 如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90°$，D 點在 $\overline{BC}$ 上。若$\angle DAC=60°$，$\angle ADC=75°$，則關於 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 的大小關係，下列何者正確？



(1) $\overline{AC}=\overline{AB}>\overline{CD}$　(2) $\overline{AC}=\overline{AB}=\overline{CD}$

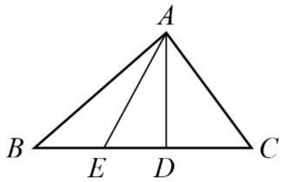
(3) $\overline{AC}>\overline{AB}>\overline{CD}$　(4) $\overline{AC}>\overline{AB}=\overline{CD}$ 【105 特招(基北區)】

【解析】$\triangle ACD$ 中，$\angle C=180°-60°-75°=45°$　$\because \angle ADC>\angle DAC$　$\therefore \overline{AC}>\overline{CD}$

$\triangle ABC$ 中，$\angle B=180°-90°-45°=45°$　$\because \angle B=\angle C$　$\therefore \overline{AB}=\overline{AC}$

$\Rightarrow \overline{AC}=\overline{AB}>\overline{CD}$，故選(1)

(3)**14.** 如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle C>\angle B$，D、E 兩點在 $\overline{BC}$ 上，$\overline{AD}\perp\overline{BC}$，且$\angle EAD<\angle CAD$。若 $\overline{AD}=2\sqrt{7}$，$\overline{BD}=6$，$\overline{DE}=2\sqrt{2}$，則下列何者可能為 $\overline{AC}$ 長？



(1) 5　(2) 6　(3) 7　(4) 8　【105 特招(基北區)】

【解析】$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=\sqrt{6^2+(2\sqrt{7})^2}=8$

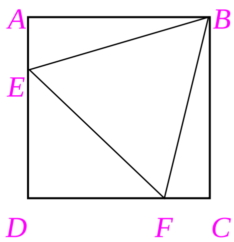
$\because \angle C>\angle B$　$\therefore \overline{AB}>\overline{AC}$　$\Rightarrow 8>\overline{AC}$

$\triangle ADE$ 與$\triangle ADC$ 中，$\angle ADE=\angle ADC=90°$，$\angle EAD<\angle CAD\Rightarrow\angle C<\angle AED$

$\triangle ACE$ 中，$\overline{AE}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{7})^2}=6$

$\because \angle C<\angle AED$　$\therefore \overline{AC}>\overline{AE}\Rightarrow\overline{AC}>6$　$\therefore 6<\overline{AC}<8$，$\overline{AC}$ 可能為 7，故選(3)

(D)**15.** 如右圖，一個正方形內接一個正三角形，已知正方形邊長為 1，則正三角形的面積為何？



(A) $\dfrac{7\sqrt{3}}{4}-3$　(B) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}-2$　(C) $4-2\sqrt{3}$　(D) $2\sqrt{3}-3$

【106 特招(臺南區)】

【解析】$\triangle ABE$ 與$\triangle CBF$ 中

$\because \overline{BE}=\overline{BF}$，$\overline{AB}=\overline{BC}=1$，且$\angle EAB=\angle FCB=90°$

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle CBF$ (RHS 全等) $\Rightarrow \overline{AE}=\overline{CF}\Rightarrow\overline{ED}=\overline{DF}$

設 $\overline{AE}=x$，$\overline{ED}=\overline{DF}=1-x$

$1^2+x^2=(1-x)^2+(1-x)^2$，$1+x^2=1-2x+x^2+1-2x+x^2$，$1+x^2=2-4x+2x^2$

$x^2-4x+1=0$，$x=2\pm\sqrt{3}$ $(2+\sqrt{3}$ 不合)

$\overline{EF}=\sqrt{2}(1-x)=\sqrt{2}(1-2+\sqrt{3})=\sqrt{6}-\sqrt{2}$，正$\triangle BEF$ 面積$=\dfrac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2=2\sqrt{3}-3$

故選(D)

(C)**16.** 現有長度為$\dfrac{1}{2}$、$\dfrac{1}{3}$、$\dfrac{1}{4}$、$\dfrac{1}{5}$、$\dfrac{1}{6}$的線段各一條，試問從中取出三條線段，使其成為三角形之三邊長的取法有多少種？

(A) 4　(B) 5　(C) 6　(D) 7　【106 特招(臺南區)】

【解析】今取任一線段為最大邊，且令另外兩條線段為 x、y

① 取$\dfrac{1}{2}\Rightarrow x+y>\dfrac{1}{2}$，若 $x=\dfrac{1}{3}$，則 $y=\dfrac{1}{4}$或$\dfrac{1}{5}\Rightarrow 2$ 種

② 取$\dfrac{1}{3}\Rightarrow x+y>\dfrac{1}{3}$，若 $x=\dfrac{1}{4}$，則 $y=\dfrac{1}{5}$或$\dfrac{1}{6}\Rightarrow 2$ 種，若 $x=\dfrac{1}{5}$，則 $y=\dfrac{1}{6}\Rightarrow 1$ 種

③ 取$\dfrac{1}{4}\Rightarrow x+y>\dfrac{1}{4}$，若 $x=\dfrac{1}{5}$，則 $y=\dfrac{1}{6}\Rightarrow 1$ 種

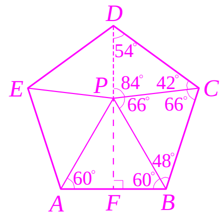
$\therefore$ 共 $2+2+1+1=6$ 種

故選(C)

(A)**17.** 已知 P 是正五邊形 $ABCDE$ 內部一點，且△PAB 是正三角形，比較 $\overline{PB}$ 、 $\overline{PC}$ 、 $\overline{PD}$ 長度的大小，下列哪一個選項正確？

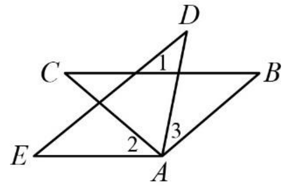
(A) $\overline{PB}>\overline{PC}>\overline{PD}$ (B) $\overline{PB}>\overline{PD}>\overline{PC}$

(C) $\overline{PC}>\overline{PB}>\overline{PD}$ (D) $\overline{PB}=\overline{PC}=\overline{PD}$ 【106 特招(臺南區)】



【解析】① 作正五邊形 $ABCDE$，且 $\overline{DF}$ 為對稱軸
又 $\overline{AP}=\overline{PB}$ 交 $\overline{DF}$ 於 P 點
且 $\overline{AB}=\overline{AP}=\overline{PB}=\overline{AE}=\overline{BC}=\overline{ED}=\overline{DC}$
② 如圖，
△PBC 中 $\Rightarrow \angle PCB>\angle PBC \Rightarrow \overline{PB}>\overline{PC}$
△PCD 中 $\Rightarrow \angle PDC>\angle PCD \Rightarrow \overline{PC}>\overline{PD}$
$\therefore \overline{PB}>\overline{PC}>\overline{PD}$，選(A)

(B)**18.** 如右圖，△ABC 與△ADE 中，$\angle B=38°$，$\angle C=41°$，$\angle D=40°$，$\angle E=38°$，判斷右圖中標示∠1、∠2、∠3 的大小關係，下列何者正確？



(A) $\angle 1<\angle 2$，$\angle 3=\angle 2$ (B) $\angle 1<\angle 2$，$\angle 3<\angle 2$

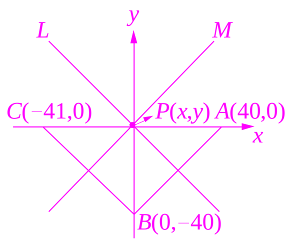
(C) $\angle 1=\angle 2$，$\angle 3>\angle 2$ (D) $\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 2$ 【106 特招(桃連區)】

【解析】(1) $\angle 1+\angle C=\angle E+\angle 2 \Rightarrow \angle 2-\angle 1=\angle C-\angle E=41°-38°=3°$
(2) $\angle 1+\angle D=\angle 3+\angle B \Rightarrow \angle 3-\angle 1=\angle D-\angle B=40°-38°=2°$
(3) $(\angle 2-\angle 1)-(\angle 3-\angle 1)=\angle 2-\angle 3=1°$
$\therefore \angle 2>\angle 1$，$\angle 2>\angle 3$，$\angle 3>\angle 1$
$\therefore \angle 2>\angle 3>\angle 1$
故選(B)

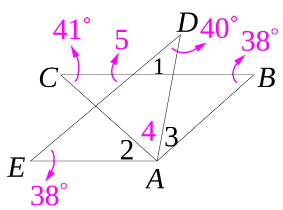
(B)**19.** 已知坐標平面上有一點 A 與兩直線 L、M，今以直線 L 為對稱軸，得 A 點的對稱點 B，再以直線 M 為對稱軸，得 B 點的對稱點 C。若 A 點坐標為 $(40,0)$，B 點坐標為 $(0,-40)$，C 點坐標為 $(-41,0)$，則兩直線 L、M 的交點落在第幾象限？

(A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四 【106 特招(桃連區)】

【解析】令交點為 (x,y)，$\overline{PA}=\overline{PB}$
$\sqrt{x^2+(y+40)^2}=\sqrt{(x-40)^2+y^2}$
$x^2+y^2+80y+1600=x^2-80x+1600+y^2 \Rightarrow 80y=-80x \Rightarrow y=-x$
同理 $\overline{PC}=\overline{PB}$，$\sqrt{(x+41)^2+y^2}=\sqrt{x^2+(y+40)^2}$
$x^2+82x+1681+y^2=x^2+y^2+80y+1600 \Rightarrow 82x-80y=-81$
$\therefore 162x=-81$，$x=-\dfrac{1}{2}$，$y=\dfrac{1}{2}$
$\therefore$交點 $\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$ 在第二象限，故選(B)



(2)**20.** 如右圖，在△ABC 中，$\angle B=38°$，$\angle C=41°$，△ADE 中，$\angle D=40°$，$\angle E=38°$。判斷圖中標示∠1、∠2、∠3 的大小關係，下列何者正確？ 【106 特招(基北區)】



(1) $\angle 1<\angle 2$，$\angle 2=\angle 3$ (2) $\angle 1<\angle 2$，$\angle 2>\angle 3$

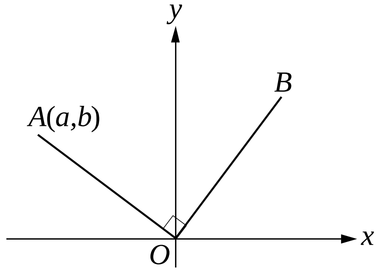
(3) $\angle 1=\angle 2$，$\angle 2<\angle 3$ (4) $\angle 1=\angle 2$，$\angle 2=\angle 3$

【解析】$\angle 2+\angle 4=180°-38°-40°=102°$
$\angle 3+\angle 4=180°-41°-38°=101°$
$\because \angle 2+\angle 4>\angle 3+\angle 4$ $\therefore \angle 2>\angle 3$
$\because \angle 1=\angle 5$ 且 $41°+\angle 5=38°+\angle 2$
$\therefore 41°+\angle 1=38°+\angle 2 \Rightarrow \angle 1<\angle 2$，故選(2)

(C)21. 如右圖，已知 $\overline{OA}=\overline{OB}$ 且 $\overline{OA}\perp\overline{OB}$，若點 $A(a,b)$，則 B 點坐標為何？

(A) (b,a)　　(B) $(-b,a)$

(C) $(b,-a)$　　(D) $(-b,-a)$　　【107 特招(桃連區)】



【解析】如圖，作 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 垂直於 x 軸於 C、D 兩點

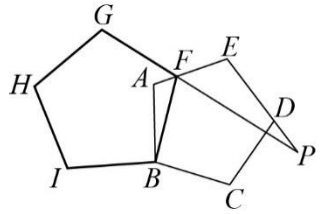
$\because$ $\triangle AOC\cong\triangle OBD$ (AAS 全等性質)

$\therefore$ $\overline{AC}=\overline{OD}$，$\overline{OC}=\overline{BD}$

$\Rightarrow B(b,-a)$，故選(C)

(3)22. 如右圖，正五邊形 $ABCDE$ 的頂點 A 落在正五邊形 $BFGHI$ 的內部，F 點在 $\overline{AE}$ 上，直線 GF 與直線 ED 相交於 P 點。若 $\angle ABF=16°$，則 $\angle P$ 的度數為何？

(1) 16　(2) 18　(3) 20　(4) 24　【107 特招(基北區)】



【解析】正五邊形的內角 $=\dfrac{(5-2)\times180°}{5}=108°$

$\angle AFB=180°-108°-16°=56°$

$\angle EFP=\angle AFG=108°-56°=52°$

$\angle P=180°-108°-52°=20°$

故選(3)

(4)23. 坐標平面上有一個四邊形 $OABC$，且 O、A、B、C 四點的坐標分別為 $(0,0)$、$(16,0)$、(m,n)、$(5,12)$。若 $m>0$，$\overline{OB}$ 為 $\angle COA$ 的角平分線，$\triangle OAB$ 的面積比 $\triangle OBC$ 的面積多 12，則 n 之值為何？

(1) 3　(2) 4　(3) 6　(4) 8　【107 特招(基北區)】

【解析】$\overline{OC}=\sqrt{5^2+12^2}=13$

$\because$ $\overline{OB}$ 平分 $\angle COA$

$\therefore$ $\overline{BD}=\overline{BE}$

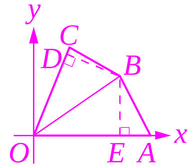
$\therefore$ $\triangle OBC$ 面積：$\triangle OAB$ 面積 $=13:16$

設 $\triangle OBC$ 面積為 $13k$，$\triangle OAB$ 面積為 $16k$

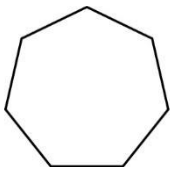
$16k-13k=12$，$k=4$

$\therefore$ $\triangle OAB$ 面積 $=16\times4=\dfrac{1}{2}\times16\times n$　$\therefore$ $n=8$

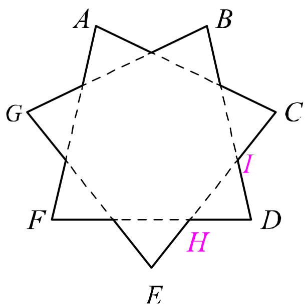
故選(4)



(C)24. 圖(一)是一個正七邊形，將各邊延長後得到如圖(二)的七角星形 $ABCDEFG$，則 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G$ 之值為何？



圖(一)



圖(二)

(A) 420°　(B) 490°　(C) 540°　(D) 720°　【108 特招(臺南區)】

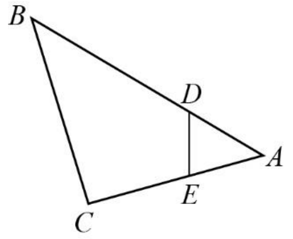
【解析】$\angle A+\angle F+\angle C=360°-\angle FHC$，

$\angle B+\angle G+\angle E=360°-\angle BIE$，

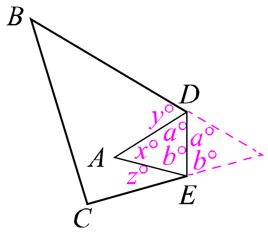
又 $\angle D=180°-(360°-\angle FHC-\angle BIE)=\angle BIE+\angle FHC-180°$，

$\therefore$ $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G=360°\times2-180°=540°$，故選(C)

(B)**25.** 將圖(一)中紙張△ABC的頂點A沿$\overline{DE}$對摺，使A點貼在紙張內部上，如圖(二)所示。若圖(二)中$\angle A=x°$，$\angle ADB=y°$，$\angle AEC=z°$，則下列選項中的等式何者一定正確？



圖(一)



圖(二)

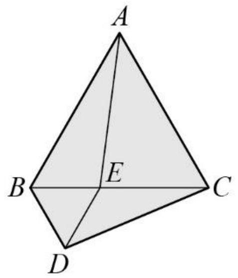
(A) $y+z=180-x$　　(B) $y+z=2x$

(C) $y+z=x+60$　　(D) $y+z=90+\frac{1}{2}x$　　【108 特招(臺南區)】

【解析】$2a+2b+2x=360$，
又 $2a=180-y$，$2b=180-z$，
$\therefore$ $2a+2b=360-(y+z)$
$\therefore$ $360-(y+z)+2x=360$
$\therefore$ $2x=y+z$
故選(B)

(C)**26.** 如右圖，已知在一平面上，△ABC與△BDE為正三角形，E點在$\overline{BC}$上，$\angle BAE=22°$，則$\angle EDC$是幾度？

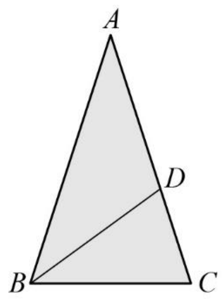
(A) 22°　　(B) 33°
(C) 38°　　(D) 42°　　【109 特招(桃連區)】



【解析】$\because$ △ABC、△BDE為正三角形
$\therefore$ $\overline{AB}=\overline{BC}$、$\overline{BE}=\overline{BD}$，$\angle ABE=60°=\angle DBE$
$\Rightarrow$ △$ABE\cong$△CBD (SAS 全等)
$\Rightarrow$ $\angle BDC=\angle BEA=180°-(22°+60°)=98°$
$\therefore$ $\angle EDC=\angle BDC-\angle BDE=98°-60°=38°$
故選(C)

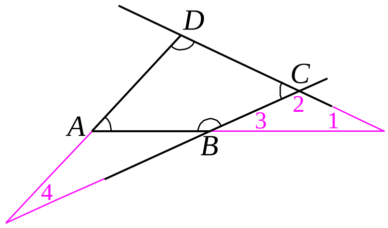
(D)**27.** 如右圖，在△ABC中，D點在$\overline{AC}$上，$\overline{AB}=\overline{AC}$，$\overline{BD}=\overline{BC}=\overline{AD}$，則$\angle A=$？

(A) 30°　　(B) 32°
(C) 34°　　(D) 36°　　【109 特招(桃連區)】



【解析】$\because$ $\overline{BD}=\overline{AD}$
設$\angle A=\angle ABD=x°$
$\Rightarrow$ $\angle BDC=\angle A+\angle ABD=2x°$ (外角定理)
又 $\overline{BD}=\overline{BC}$
$\therefore$ $\angle C=\angle BDC=2x°$
$\because$ $\overline{AB}=\overline{AC}$　$\therefore$ $\angle ABC=\angle C=2x°$
$\Rightarrow$ $x+2x+2x=180$
$\Rightarrow$ $x=36$
$\therefore$ $\angle A=36°$，故選(D)

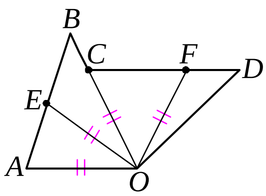
(3)28. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，A、D 兩點到直線 BC 的距離分別是 2、4；A、B 兩點到直線 CD 的距離分別是 5、3。比較此四邊形的內角，下列關係何者正確？



(1) $\angle B+\angle C<180°$；$\angle C+\angle D<180°$
(2) $\angle B+\angle C<180°$；$\angle C+\angle D>180°$
(3) $\angle B+\angle C>180°$；$\angle C+\angle D<180°$
(4) $\angle B+\angle C>180°$；$\angle C+\angle D>180°$ 【109 特招(基北區)】

【解析】延長 $\overleftrightarrow{AD}$、$\overleftrightarrow{BC}$、$\overleftrightarrow{AB}$、$\overleftrightarrow{CD}$
$\angle B+\angle C=(\angle 1+\angle 2)+(\angle 1+\angle 3)=(\angle 1+\angle 2+\angle 3)+\angle 1=180°+\angle 1>180°$
$\angle C+\angle D=180°-\angle 4<180°$
故選(3)

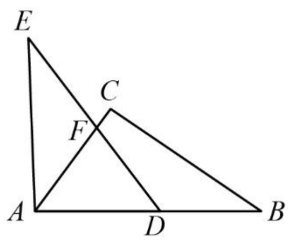
(1)29. 如右圖，$\triangle OAB$ 與 $\triangle OCD$ 中，C、E、F 三點分別在 $\overline{OB}$、$\overline{AB}$、$\overline{CD}$ 上，且 $\overline{AB}=\overline{OD}$，$\overline{OB}=\overline{CD}$，$\overline{OA}=\overline{OE}=\overline{OC}=\overline{OF}$。若 $\angle COF=52°$，$\angle EOC=28°$，則 $\angle FOD$ 的度數為何？



(1) 20 (2) 24 (3) 26 (4) 28 【109 特招(基北區)】

【解析】$\triangle BAO\cong\triangle DOC$ (SSS 全等性質)
$\angle AOB=\angle OCD=(180°-52°)\div 2=64°$
$\angle AOE=64°-28°=36°$
$\angle COD=\angle A=(180°-36°)\div 2=72°$
$\angle FOD=72°-52°=20°$
故選(1)

(3)30. 平面上 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ADE$，D 點在 $\overline{AB}$ 上，$\overline{DE}$ 與 $\overline{AC}$ 相交於 F 點，如附圖所示。若 $\angle C=\angle EAD$，$\overline{BC}=\overline{AE}$，$\overline{AC}=\overline{AD}=30$，$\overline{BD}=24$，且 $\triangle ADF$ 的面積為 300，四邊形 $BCFD$ 的面積為 348，則 $\overline{EF}$ 的長度為何？



(1) 25 (2) 27 (3) 29 (4) 30 【110 特招(基北區)】

【解析】$\begin{cases}\angle C=\angle EAD\\ \overline{BC}=\overline{AE}\\ \overline{AC}=\overline{AD}\end{cases}$

$\Rightarrow\triangle ABC\cong\triangle DEA$ (SAS)
$\Rightarrow\triangle ABC$ 面積 $=\triangle DEA$ 面積 $=300+348=648$
$\Rightarrow\triangle AEF$ 面積 $=348$
又 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=30+24=54=\overline{DE}$
$\Rightarrow\overline{EF}=\overline{DE}\times\dfrac{\triangle AEF\text{ 面積}}{\triangle DAE\text{ 面積}}=54\times\dfrac{348}{648}=29$
故選(3)

(C)31. 如右圖，<u>小新</u>和<u>小白</u>在同一公園草地上遊玩，且<u>小新</u>在<u>小白</u>的正西方 100 公尺處。已知有一涼亭分別位在<u>小新</u>的東偏北 $60°$ 及<u>小白</u>的西偏北 $45°$。兩者分別朝涼亭的方向直線奔跑，請問下列敘述何者正確？

(A) <u>小新</u>跑到涼亭的距離比<u>小白</u>長

(B) <u>小新</u>跑到涼亭的距離超過 100 公尺

(C) <u>小白</u>跑到涼亭的距離比<u>小新</u>長

(D) <u>小白</u>跑到涼亭的距離超過 100 公尺

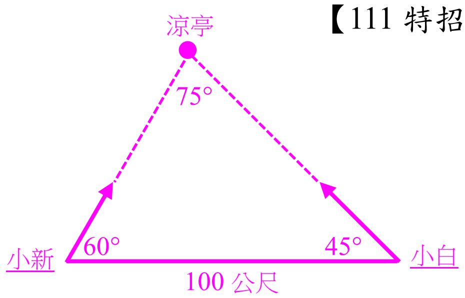
【111 特招(基北區)】

【解析】利用大角對大邊，

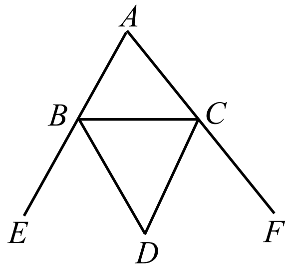
由圖可知，小白跑到涼亭的距離比小新長，

兩人跑的距離都不超過 100 公尺。

故選(C)



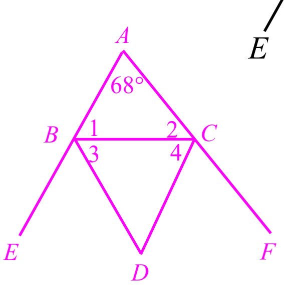
(D)32. 如圖，$\triangle ABC$ 的兩個外角 $\angle EBC$ 和 $\angle FCB$ 的角平分線相交於 D 點。若 $\angle A=68°$，則 $\angle BDC=$？



(A) $52°$　　(B) $54°$

(C) $55°$　　(D) $56°$　　【111 特招(基北區)】

【解析】如圖，



$$\angle BDC=\angle 3+\angle 4=\frac{1}{2}\angle EBC+\frac{1}{2}\angle FCB$$
$$=\frac{1}{2}(180°-\angle 1)+\frac{1}{2}(180°-\angle 2)$$
$$=\frac{1}{2}(180°-\angle 1+180°-\angle 2)$$
$$=\frac{1}{2}(180°+\underline{180°-\angle 1-\angle 2})$$
$$=\frac{1}{2}(180°-\angle A)=\frac{1}{2}(180°-68°)=\frac{1}{2}(112°)=56°$$

故選(D)

33.～34. 若正三角形的面積值恰等於它的周長值，則該正三角形邊長可化簡為 $a\sqrt{b}$，求：

(B)33. $a=$？

(A) 2　　(B) 4　　(C) 6　　(D) 8

(B)34. $b=$？

(A) 2　　(B) 3　　(C) 5　　(D) 7　　【111 特招(嘉義區)】

【解析】設正三角形邊長為 x

則 $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=3x\sqrt{b}\Rightarrow\sqrt{3}x^2=12x\Rightarrow\sqrt{3}x=12$ ($\because x\neq 0$ $\therefore$兩邊可以同除以 x)

$\Rightarrow x=\frac{12}{\sqrt{3}}=\frac{12\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}=a\sqrt{b}$

$\therefore$ $a=4$，$b=3$

(B)**35.** 有一長為 50 公分，寬為 20 公分的矩形紙片。依下列步驟進行摺紙，示意圖如下：

一、摺出過矩形右下角 P 點的角平分線 PQ，如附圖 (一)。

二、再將 P 點與 Q 點重合，如附圖 (二)。

三、對摺上半部的矩形後打開產生摺線 RS，如附圖 (三)。

四、依次摺出上方矩形過 R、S 兩點的角平分線，如附圖 (四)。

五、得到最終形狀，如附圖 (五)。

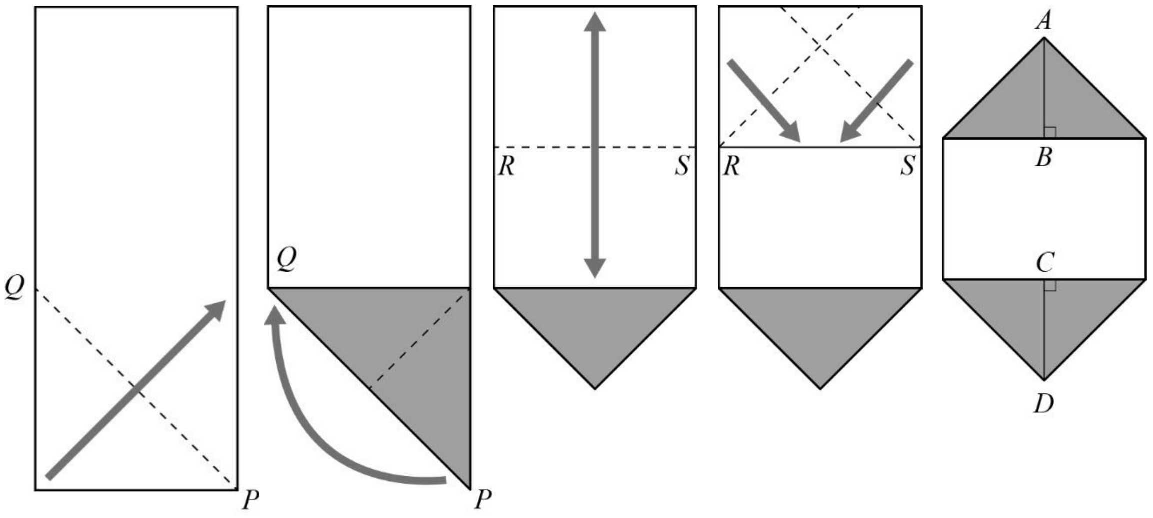


圖 (一)　　圖 (二)　　圖 (三)　　圖 (四)　　圖 (五)

圖 (五) 中，設上三角形過 A 點的高為 $\overline{AB}$、下三角形過 D 點的高為 $\overline{CD}$，求 $\overline{AB}$、$\overline{CD}$ 的大小關係：

(A) $\overline{AB} > \overline{CD}$　　(B) $\overline{AB} = \overline{CD}$

(C) $\overline{AB} < \overline{CD}$　　(D) 條件不足無法比較　　【111 特招(嘉義區)】

【解析】$\because$ $\overline{PQ}$ 為 $\angle JPE$ 的角平分線　$\therefore$ 四邊形 $QJPE$ 為正方形

$\Rightarrow \overline{EQ} = \overline{EP} = 20$，$\overline{PQ} = 20\sqrt{2}$

$\overline{DQ} = \overline{DP} = \frac{1}{2}\overline{PQ} = \frac{1}{2} \times 20\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

$\overline{CD} = \overline{CQ} = \frac{1}{\sqrt{2}}\overline{DQ} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10\sqrt{2} = 10$

$\overline{RS} = \overline{FH} = 20$

$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = 90° \div 2 = 45°$

$\therefore$ $\triangle ARB \cong \triangle ASB$ (AAS 全等)

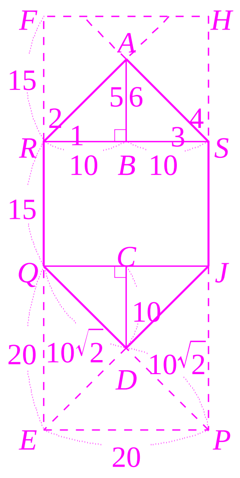
$\Rightarrow \overline{BR} = \overline{BS} = \frac{1}{2}\overline{RS} = \frac{1}{2} \times 20 = 10$

又 $\angle 5 = \angle 6 = 180° - 90° - \angle 1 = 180° - 90° - 45° = 45°$

$\angle 1 = \angle 5 \Rightarrow \overline{AB} = \overline{BR} = 10$

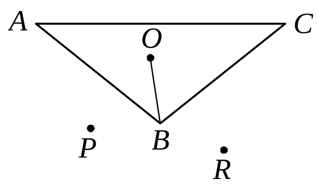
$\therefore$ $\overline{AB} = \overline{CD}$

故選(B)



非選擇題

1. 如右圖，O 為△ABC 內部一點，$\overline{OB}=3\frac{1}{2}$，$P$、$R$ 為 O 分別以直線 AB、直線 BC 為對稱軸的對稱點。



(1) 請指出當∠ABC 在什麼角度時，會使得 $\overline{PR}$ 的長度等於 7？並完整說明 $\overline{PR}$ 的長度為何在此時會等於 7 的理由。

(2) 承(1)小題，請判斷當∠ABC 不是你指出的角度時，$\overline{PR}$ 的長度是小於 7 還是會大於 7？並完整說明你判斷的理由。 【103 特招】

【解析】(1) ∵ $\overline{AB}$ 垂直平分 $\overline{OP}$ ∴ $\overline{PB}=\overline{OB}=3\frac{1}{2}$

同理 $\overline{RB}=\overline{OB}=3\frac{1}{2}$

且∠PBA=∠OBA，∠RBC=∠OBC

當∠ABC=90°時

∠PBA+∠OBA+∠OBC+∠RBC=2×(∠OBA+∠OBC)=2×90°=180°

∴ P、B、R 在同一直線

此時 $\overline{PR}=\overline{PB}+\overline{BR}=3\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}=7$

(2) 若∠ABC≠90°

則 P、B、R 不在同一直線，形成△BPR

∴ $\overline{PR}<\overline{PB}+\overline{RB}=3\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}=7$

即 $\overline{PR}<7$

2. 小內考試時遇到以下的問題，

已知 a，b，c 為△ABC 的三邊長，且滿足 $a^2c^2-b^2c^2=a^4-b^4$，則△ABC 為何種三角形？

小內的解法如下：

由於 $a^2c^2-b^2c^2=a^4-b^4$

$\Rightarrow c^2(a^2-b^2)=(a^2+b^2)(a^2-b^2)$-----------------步驟(1)

$\Rightarrow c^2=a^2+b^2$ ---步驟(2)

$\Rightarrow$ △ABC 為直角三角形 ------------------------------步驟(3)

老師說：小內的解法有部分錯誤，卻具有參考價值。請參考小內的解法提出正確的作法。 【105 特招(桃連區)】

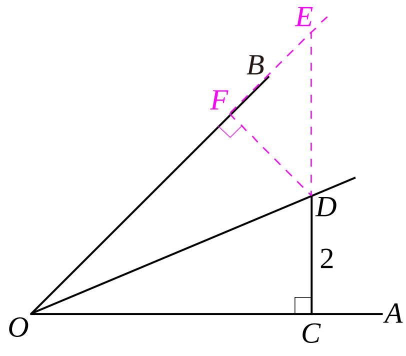
【解析】$c^2(a^2-b^2)=(a^2+b^2)(a^2-b^2)$

$\Rightarrow (a^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)=0$

$\Rightarrow a^2=b^2$ 或 $a^2+b^2=c^2$

⇒△ABC 為等腰三角形或直角三角形

3. 如右圖，∠AOB=45°，$\overline{OD}$ 為角平分線。已知 $\overline{CD}\perp\overline{OA}$，且 $\overline{CD}=2$，試求 $\overline{OC}$ 的長。請完整寫出解題過程。 【107 特招(桃連區)】



【解析】延長 $\overline{CD}$ 交 $\overrightarrow{OB}$ 於 E 點，過 D 作 $\overline{DF}\perp\overrightarrow{OB}$ 於 F 點

∵ $\overline{OD}$ 平分∠AOB

∴ $\overline{DF}=\overline{CD}=2$

△CEO 中

∠DEF=180°−90°−45°=45°，又∠DFE=90°

⇒△DEF 為等腰直角三角形

$\Rightarrow \overline{DE}=2\sqrt{2}$

$\Rightarrow \overline{OC}=\overline{CE}=\overline{CD}+\overline{DE}=2+2\sqrt{2}$

4. 已知△ABC，其中∠A＝30°，∠B＝45°，$\overline{AC}$＝2。今以 A 為圓心，$\overline{AC}$ 為半徑畫弧，交 $\overleftrightarrow{BC}$ 於 D 點，求△ABD 面積＝$\underline{\quad \dfrac{3+\sqrt{3}}{2} \quad}$。 【臺南女中數理資優班模擬】

【解析】如圖，$\overline{AD}=\overline{AC}=2$

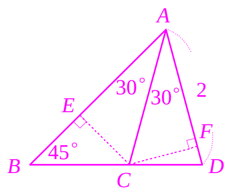
$\angle ADC=\angle ACD=30°+45°=75°$（外角定理）

故$\angle CAD=180°-75°\times 2=30°$

過 C 分別作 $\overline{CE}\perp\overline{AB}$ 於 E，$\overline{CF}\perp\overline{AD}$ 於 F

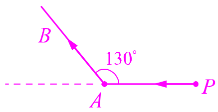
知 $\overline{CE}=\overline{CF}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=1$，$\overline{AE}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\overline{AC}=\sqrt{3}$，$\overline{BE}=\overline{CE}=1$

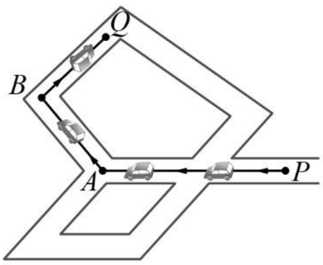
$\therefore$ △ABD 面積$=\dfrac{1}{2}\overline{AB}\times\overline{EC}+\dfrac{1}{2}\overline{AD}\times\overline{CF}=\dfrac{1}{2}\times(1+\sqrt{3})\times 1+\dfrac{1}{2}\times 2\times 1=\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$



5. 小崎參加了一個 EV3 教育機器人的課程，老師請小崎設計一輛車子，並且希望能夠繞著地上的軌道行走。附圖是一張軌道圖，其中∠BAP＝130°、∠QBA＝95°。如果在車子行走之前需要先設定行走距離以及轉動角度，小崎期望將車子自 P 點沿著箭頭方向前進，當車子經過 A 點，此時至少需要轉$\underline{\quad 50 \quad}$度才能往前行走至 B。 【110 特招(嘉義區)】

【解析】180°－130°＝50°

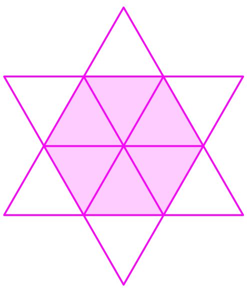


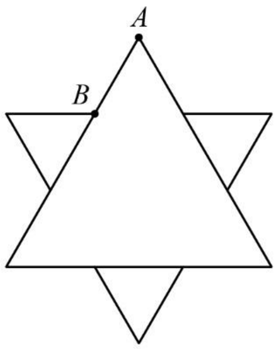


6. 附圖是由兩個全等的正三角形重疊而成，若 $\overline{AB}$＝6 且重疊區域恰為正六邊形，則重疊區域的面積為$\underline{\quad 54\sqrt{3} \quad}$。 【110 特招(嘉義區)】

【解析】重疊部分為邊長 6 的正六邊形，即為 6 塊正三角形

$\therefore 6\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2=6\times 9\sqrt{3}=54\sqrt{3}$





7. 桌面上有 20 根長度為整數的木條，長度分別為 1～20 公分。小明先拿出 2 公分、6 公分、9 公分的木條後，小華再從剩下的 17 根木條中選出一根木條，使得拿出的四根木條能圍出一個四邊形。若以此四根木條的長度為四邊形的邊長，則小華有$\underline{\quad 12 \quad}$種不同的選法。 【110 特招(基北區)】

【解析】四邊形中，若 d 為最大邊，則 $a+b+c>d$

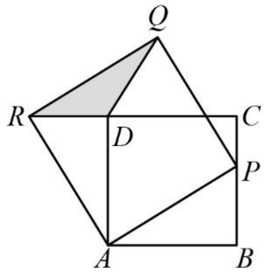
設第 4 根木條長 x 公分

① 若 $x>9$，則 $2+6+9>x\Rightarrow 9<x<17\Rightarrow x=10,11,12,\ldots,16$ 共 7 個

② 若 $x<9$，則 $2+6+x>9\Rightarrow 1<x<9\Rightarrow x=3,4,5,7,8$（扣除 2、6），共 5 個

⇒ 小華有 7＋5＝12 種選法

8. 附圖為兩個正方形 $ABCD$ 與 $APQR$ 的重疊情形，其中 P 點在 $\overline{BC}$ 上，D 點在 $\overline{CR}$ 上。若正方形 $ABCD$ 面積為 100，$\triangle DQR$ 面積為 30，則正方形 $APQR$ 面積為__160__。



【111 特招(基北區)】

【解析】四邊形中，若 d 為最大邊，則 $a+b+c>d$

$\angle 1+\angle 2=90°=\angle 2+\angle 3 \Rightarrow \angle 1=\angle 3$

在 $\triangle ABP$ 與 $\triangle ADR$ 中，

$\because \angle 1=\angle 3$，$\angle B=\angle ADR=90°$，$\overline{AB}=\overline{AD}$ $\therefore \triangle ABP \cong \triangle ADR$ (ASA 全等)

設 $\overline{DR}=\overline{BP}=x$，

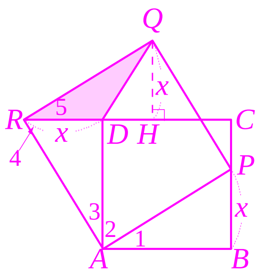
$\because \angle 3+\angle 4=90°=\angle 4+\angle 5 \Rightarrow \angle 3=\angle 5$，

作 $\overline{QH} \perp \overline{CD}$ 於 H 點，

在 $\triangle ADR$ 與 $\triangle RHQ$ 中，

$\because \angle 3=\angle 5$，$\angle ADR=\angle RHQ=90°$，$\overline{AR}=\overline{QR}$

$\therefore \triangle ADR \cong \triangle RHQ$ (AAS 全等) $\therefore \overline{QH}=\overline{DR}=x$



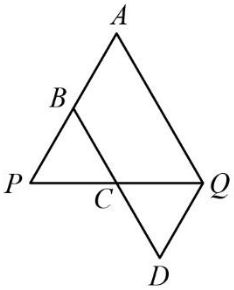
$\triangle DQR$ 面積 $=\frac{1}{2}\times\overline{DR}\times\overline{QH}=\frac{1}{2}x^2=30 \Rightarrow x^2=60$

正方形 $ABCD$ 面積 $=100 \Rightarrow \overline{AR}^2=100$，$\overline{AR}=10$

正方形 $APQR$ 面積 $=\overline{AP}^2=\overline{AR}^2+\overline{BP}^2=100+x^2=100+60=160$

補充題 **（解題概念為本章範圍，但題目提及第六冊的二次函數名詞）**

(4) **1.** 平面上△APQ、△PBC、△CDQ 均為正三角形，B、C 分別為 $\overline{PA}$ 、 $\overline{PQ}$ 中點，如附圖所示。今甲、乙兩人從 P 點同時出發，甲沿著 $\overline{PA}$ 與 $\overline{AQ}$ 等速走至 Q 點，乙沿著 $\overline{PB}$ 、 $\overline{BD}$ 與 $\overline{DQ}$ 等速走至 Q 點，20 分鐘後兩人同時抵達 Q 點。當甲行走了 x 分鐘時，甲、乙兩人的距離為 y 公尺。關於 x、y 的關係，下列何者正確？



(1) 當 $1<x<4$ 時，y 是 x 的一次函數
(2) 當 $6<x<9$ 時，y 是 x 的二次函數
(3) 當 $11<x<14$ 時，y 是 x 的二次函數
(4) 當 $16<x<19$ 時，y 是 x 的一次函數

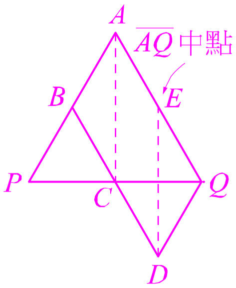
【解析】甲、乙兩人所走距離相同，設 $\overline{PB}=a$，則 $\overline{PA}=2a \Rightarrow \overline{AC}=\sqrt{3}a$

① $0\leq x<5$，$y=0$，為常數函數

② $5\leq x<10$，$y=\dfrac{\sqrt{3}a}{5}(x-5)$，為一次函數

③ $10\leq x<15$，$y=\dfrac{\sqrt{3}}{5}a$，為常數函數

④ $15\leq x<20$，$y=\dfrac{\sqrt{3}}{5}a(20-x)$，為一次函數

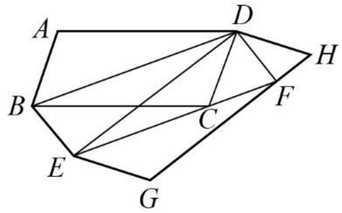


故選(4)

第四冊 第四章 平行與四邊形

選擇題

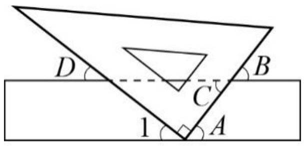
(D) **1.** 如右圖，四邊形 $ABCD$、$BEFD$、$EGHD$ 均為平行四邊形，其中 C、F 兩點分別在 $\overline{EF}$、$\overline{GH}$ 上。若四邊形 $ABCD$、$BEFD$、$EGHD$ 的面積分別為 a、b、c，則關於 a、b、c 的大小關係，下列何者正確？



(A) $a>b>c$　(B) $b>c>a$
(C) $c>b>a$　(D) $a=b=c$　【103 特招】

【解析】$\square ABCD$ 面積 $=2\triangle BCD$ 面積 $=\square BEFD$ 面積 $=2\triangle DEF$ 面積 $=\square EGHD$ 面積
$\therefore a=b=c$
故選(D)

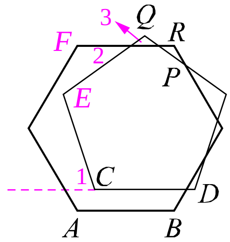
(D) **2.** 如右圖，將一直尺與一三角尺疊放在一起，其中三角尺的直角頂點恰在直尺的邊上。下列哪一個選項<u>不</u>與 $\angle 1$ 互為餘角？



(A) $\angle A$　(B) $\angle B$　(C) $\angle C$　(D) $\angle D$
【104 特招(桃連區)】

【解析】(A) $\angle 1+\angle A=180°-90°=90°$
(B) $\because \angle A=\angle B$ (同位角相等)　$\therefore \angle 1+\angle B=\angle 1+\angle A=90°$
(C) $\because \angle A=\angle C$ (內錯角相等)　$\therefore \angle 1+\angle C=\angle 1+\angle A=90°$
(D) $\angle 1=\angle D$ (同位角相等)
故選(D)

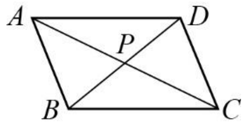
(B) **3.** 如右圖，正六邊形一邊 $\overline{AB}$ 與正五邊形一邊 $\overline{CD}$ 平行，則 $\angle QPR$ 的角度為何？　【105 特招(臺南區)】



(A) 18°　(B) 24°　(C) 30°　(D) 36°

【解析】$\because \overline{AB} \parallel \overline{CD}$，且 $\overline{AB} \parallel \overline{FR}$　$\therefore \overline{CD} \parallel \overline{FR}$
$\Rightarrow \angle 1+\angle 2=\angle E \Rightarrow 72°+\angle 2=108° \Rightarrow \angle 3=\angle 2=36°$
$\because \angle 3+\angle Q=\angle R+\angle QPR$　$\therefore 36°+108°=120°+\angle QPR$
$\Rightarrow \angle QPR=24°$，故選(B)

(B) **4.** 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 的周長為 36，對角線 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 相交於 P，且 $\triangle ABP$ 的周長比 $\triangle BCP$ 的周長少 6。設 $\overline{AB}=x$，$\overline{BC}=y$，依題意可列出下列哪一個聯立方程式？



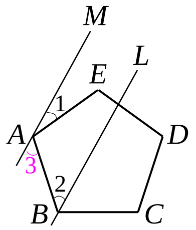
(A) $\begin{cases} 2(x+y)=36 \\ x-y=6 \end{cases}$　(B) $\begin{cases} 2(x+y)=36 \\ y-x=6 \end{cases}$　(C) $\begin{cases} x+y=36 \\ x-y=6 \end{cases}$　(D) $\begin{cases} x+y=36 \\ y-x=6 \end{cases}$

【105 特招(桃連區)】

【解析】$\because$ 平行四邊形 $ABCD$ 周長為 36　$\therefore 2(x+y)=36$
$\because$ $\triangle ABP$ 的周長比 $\triangle BCP$ 的周長少 6，且 $\overline{AP}=\overline{PC}$
$\therefore (\overline{BP}+\overline{PC}+\overline{BC})-(\overline{AP}+\overline{BP}+\overline{AB})=6$
$\Rightarrow \overline{BP}+\overline{PC}+y-\overline{AP}-\overline{BP}-x=6 \Rightarrow y-x=6 \Rightarrow \begin{cases} 2(x+y)=36 \\ y-x=6 \end{cases}$，故選(B)

(A) **5.** 如右圖，$ABCDE$ 為正五邊形，直線 M // 直線 L，且兩線分別通過 A 點與 B 點。已知 $\angle 2=45°$，則 $\angle 1$ 的度數為何？

(A) 27°　　(B) 30°　　(C) 45°　　(D) 60°　　【105 特招(桃連區)】



【解析】$\because M // L$　$\therefore \angle 2=\angle 3$ (內錯角相等)

$\because \angle 1+\angle EAB+\angle 3=180°$　$\therefore \angle 1=180°-\angle EAB-\angle 3=180°-108°-45°=27°$

故選(A)

(C) **6.** 已知一個四邊形的邊長分別為 a，b，c，d，且 $2a^2+2b^2+2c^2+2d^2=2ab+2bc+2cd+2da$，則下列何者正確？

(A) 此四邊形必為正方形

(B) 此四邊形必為矩形，但不一定是菱形

(C) 此四邊形必為菱形，但不一定是矩形

(D) 此四邊形必為平行四邊形，但不一定是矩形和菱形　　【105 特招(桃連區)】

【解析】$2a^2+2b^2+2c^2+2d^2-2ab-2bc-2cd-2da=0$

$(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2cd+d^2)+(d^2-2da+a^2)=0$

$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-d)^2+(d-a)^2=0 \Rightarrow a=b=c=d$

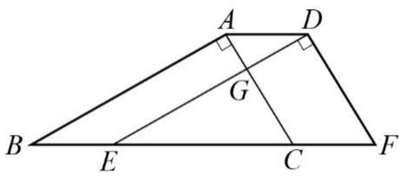
所以四邊形必為菱形，但不一定是矩形

故選(C)

(D) **7.** 如右圖，直角△ABC 沿著 $\overline{BC}$ 水平移動到△DEF 的位置。已知 $\overline{AB}=10$，$\overline{AG}=2$，△ADG 的面積為 4，則梯形 $DGCF$ 的面積為？

(A) 8　　(B) 12

(C) 14　　(D) 16　　【105 特招(桃連區)】



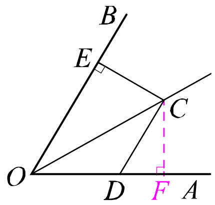
【解析】$\because$ △ABC 面積＝△EDF 面積　$\therefore$ 梯形 $ABEG$＝梯形 $DGCE$

$\overline{GD}=4$，$\overline{EG}=10-4=6$，梯形 $ABEG=\dfrac{(6+10)\times 2}{2}=16$

故選(D)

(B) **8.** 如右圖，$\angle AOB=60°$，點 C 為 $\angle AOB$ 的角平分線上一點，自 C 作 $\overline{CD}$ // $\overline{OB}$ 交 $\overline{OA}$ 於 D；作 $\overline{CE} \perp \overline{OB}$ 交 $\overline{OB}$ 於 E。若 $\overline{OD}=4$，則 $\overline{CE}$ 長度為

(A) 4　　(B) $2\sqrt{3}$　　(C) 3　　(D) 2　　【105 特招(桃連區)】



【解析】$\because \angle AOB=60°$，$\overline{CO}$ 為 $\angle AOB$ 的角平分線

$\therefore \angle BOC=\angle AOC=30°$

$\because \overline{CD} // \overline{OB}$　$\therefore \angle DCO=\angle BOC=30°$ (內錯角相等)

$\Rightarrow$ △CDO 為等腰三角形，作 $\overline{CF}$ 垂直 $\overline{OA}$ 於 F 點，$\overline{CD}=4$

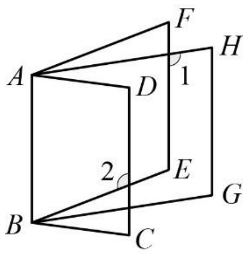
$\because$ △CDF 為 30°－60°－90° 三角形　$\therefore \overline{CF}=2\sqrt{3}$，又 $\overline{CF}=\overline{CE}=2\sqrt{3}$

故選(B)

(2) **9.** 如右圖，在同一平面上的四邊形 $ABCD$、$ABEF$、$ABGH$ 均為平行四邊形。若 $\angle FAH=8°$，$\angle HAD=15°$，則圖中標示的 $\angle 1$ 與 $\angle 2$ 會相差多少度？

(1) 7　　(2) 8

(3) 15　　(4) 23　　【105 特招(基北區)】



【解析】設 $\angle F=\angle ABE=x°$

$\angle 1=180°-8°-x°=172°-x°$，$\angle 2=180°-\angle ABE=180°-x°$

$\angle 2-\angle 1=180°-x°-172°+x°=8°$，故選(2)

(C)10. 下列哪一個選項，可以確定四邊形 $ABCD$ 必為平行四邊形？　【106 特招(臺南區)】

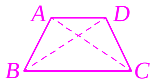
(A) $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$ 且 $\overline{AB}=\overline{CD}$　　(B) $\overline{AB}=\overline{CD}$ 且 $\overline{AC}=\overline{BD}$

(C) $\overline{AB}$ // $\overline{CD}$ 且 $\overline{AC}$ 平分 $\overline{BD}$　　(D) $\angle B=\angle D$ 且 $\overline{AC}$ 平分 $\overline{BD}$

【解析】(A)(B) 若 $ABCD$ 為等腰梯形

$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$，$\overline{AB}=\overline{CD}$，$\overline{AC}=\overline{BD}$

∴ 皆不一定為平行四邊形



(C) ∵ $\overline{AB}$ // $\overline{CD}$

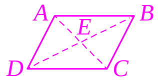
⇒ $\angle BAE=\angle ECD$ (內錯角相等)

$\angle AEB=\angle DEC$ (對頂角相等)

又 $\overline{AC}$ 平分 $\overline{BD}$ ⇒ $\overline{BE}=\overline{ED}$

∴ $\triangle AEB\cong\triangle CED$ (AAS 全等) ⇒ $\overline{AB}=\overline{CD}$

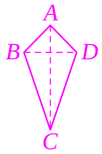
∴ $ABCD$ 為平行四邊形



(D) 若 $ABCD$ 為箏形 ⇒ $\angle B=\angle D$

$\overline{AC}$ 平分 $\overline{BD}$

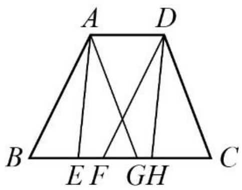
不一定為平行四邊形



故選(C)

(A)11. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{BC}$ 上由左至右依序有 B、E、F、G、H、C 六點，且 $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$，$\overline{AB}$ // $\overline{DF}$，$\overline{AE}$ // $\overline{DH}$，$\overline{AG}$ // $\overline{CD}$。若 $\overline{EF}=9$，$\overline{FG}=12$，$\overline{GH}=8$，則 $\overline{BE}$ 與 $\overline{CH}$ 的長度相差多少？

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4　【106 特招(桃連區)】



【解析】∵ $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$ 且 $\overline{AB}$ // $\overline{DF}$，$\overline{AE}$ // $\overline{DH}$，$\overline{AG}$ // $\overline{CD}$

∴ $ABFD$、$AEHD$、$AGCD$ 為平行四邊形

⇒ $\overline{BF}=29$、$\overline{BE}=20$、$\overline{GC}=29$、$\overline{CH}=21$

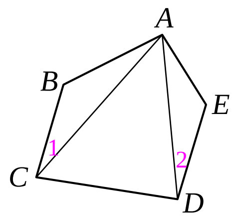
∴ $\overline{CH}-\overline{BE}=21-20=1$

故選(A)

(D)12. 如右圖，五邊形 $ABCDE$ 中，$\angle B=134°$，$\angle E=130°$，$\overline{BC}$ // $\overline{DE}$。若 $\angle CAD=47°$，則 $\angle BAC+\angle DAE$ 的度數為何？

(A) 46°　(B) 47°

(C) 48°　(D) 49°　【106 特招(桃連區)】



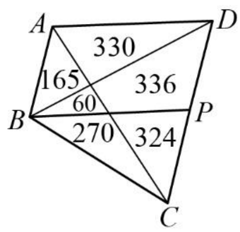
【解析】∵ $\overline{BC}$ // $\overline{ED}$ ⇒ $\angle 1+\angle 2=47°$

又 $\angle BAC+\angle DAE=180°-(134°+\angle 1)+180°-(130°+\angle 2)$

$=360°-264°-(\angle 1+\angle 2)=49°$

故選(D)

(1)13. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，P 點在 $\overline{CD}$ 上，$\overline{AC}$、$\overline{BP}$、$\overline{BD}$ 三線段將此四邊形分割成六塊區域。圖中每一區域內的整數代表該區域的面積，請問下列關於 $\overline{AB}$、$\overline{CP}$、$\overline{DP}$ 的大小關係，何者正確？



(1) $\overline{CP}>\overline{AB}>\overline{DP}$　(2) $\overline{CP}>\overline{AB}=\overline{DP}$

(3) $\overline{CP}=\overline{AB}>\overline{DP}$　(4) $\overline{CP}=\overline{AB}=\overline{DP}$　【106 特招(基北區)】

【解析】∵ $\triangle ACD$ 面積 $=\triangle BCD$ 面積 $=990$　∴ $\overline{AB}$ // $\overline{CD}$

$\triangle ABC$ 面積 $=165+60+270=495$

$\triangle BCP$ 面積 $=270+324=594$

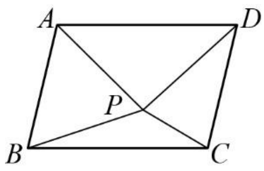
$\triangle BDP$ 面積 $=60+336=396$

∵ $\triangle BCP$ 面積 $>\triangle ABC$ 面積 $>\triangle BDP$ 面積

∴ $\overline{CP}>\overline{AB}>\overline{DP}$，故選(1)

(2)**14.** 如右圖，P 為平行四邊形 $ABCD$ 內部之一點，且 $\overline{DC}=\overline{DP}$。若 $\angle CDP=32°$，$\angle APD=92°$，$\angle ABP=58°$，則 $\angle BPC$ 的度數為何？【106 特招(基北區)】

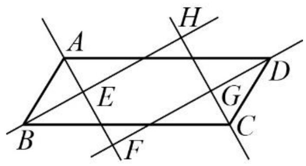
(1) 130　(2) 132　(3) 134　(4) 136



【解析】∵ $\overline{DC}=\overline{DP}$　∴ $\angle DCP=(180°-32°)\div 2=74°$
∵ $\overline{AB}\ //\ \overline{CD}$　∴ $\angle BPC=\angle ABP+\angle DCP=58°+74°=132°$，故選(2)

(B)**15.** 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=4$，$\overline{AD}=10$，$\angle BAD=120°$，平行四邊形 $ABCD$ 各內角的角平分線相交於 E、F、G、H，則四邊形 $EFGH$ 的面積為何？

(A) $8\sqrt{3}$　(B) $9\sqrt{3}$　(C) $10\sqrt{3}$　(D) $12\sqrt{3}$

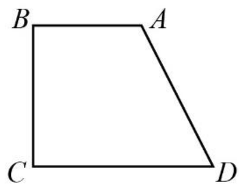


【107 特招(臺南區)】

【解析】在△ABE 中，$\angle ABE=30°$，$\angle BAE=60° \Rightarrow \overline{AE}=2$，$\overline{BE}=2\sqrt{3}$
同理 $\overline{DG}=2\sqrt{3}$
在△ADF 中，$\angle DAF=60°$，$\angle ADF=30° \Rightarrow \overline{AF}=5$，$\overline{DF}=5\sqrt{3}$
又 $EFGH$ 為矩形，所求$=(5-2)(5\sqrt{3}-2\sqrt{3})=9\sqrt{3}$
故選(B)

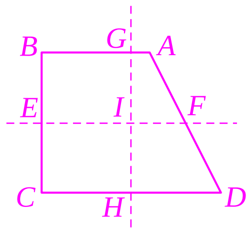
(C)**16.** 如右圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}\ //\ \overline{CD}$，$\angle C=90°$，$\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=4$，$\overline{CD}=5$，梯形 $ABCD$ 內部 (含邊界) 一點 P 滿足 $\overline{PB}\geq\overline{PC}\geq\overline{PD}$，則所有滿足此條件的 P 點所在區域之面積為何？

(A) 2　(B) 3　(C) 4　(D) 5



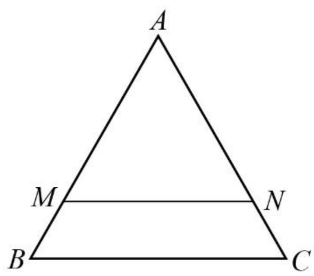
【107 特招(臺南區)】

【解析】作 $\overline{BC}$ 的中垂線，交 $\overline{BC}$、$\overline{AD}$ 於 E、F
作 $\overline{CD}$ 的中垂線，交 $\overline{AB}$、$\overline{CD}$ 於 G、H
且 $\overline{EF}$ 與 $\overline{GH}$ 交於 $I \Rightarrow P$ 點所在的區域為梯形 $IHDF$
$\overline{AG}=3-\frac{5}{2}=\frac{1}{2}$，$\overline{DH}=\frac{5}{2} \Rightarrow \overline{IF}=\frac{3}{2}$
又 $\overline{IH}=2$
∴ 所求面積$=\frac{1}{2}\times(\frac{3}{2}+\frac{5}{2})\times 2=4$
故選(C)



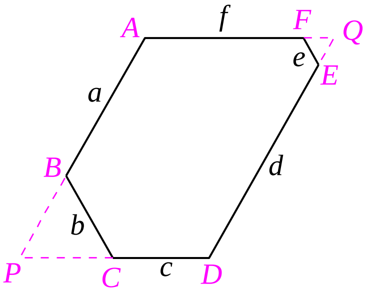
(A)**17.** 如右圖，已知 $\overline{MN}\ //\ \overline{BC}$ 且將正三角形 ABC 分割成三角形 AMN 和四邊形 $BCNM$。若三角形 AMN 和四邊形 $BCNM$ 的周長相等，則 $\overline{BC}:\overline{MN}$ 為何？

(A) 4：3　(B) 5：4
(C) 6：5　(D) 7：6　【107 特招(桃連區)】



【解析】∵ $\overline{MN}\ //\ \overline{BC}$　∴ $\angle AMN=\angle B=60°=\angle ANM=\angle C$
⇒ △AMN 為正三角形
設 $\overline{AM}=\overline{AN}=\overline{MN}=a$，$\overline{BM}=\overline{NC}=b$
又△AMN 周長＝四邊形 $BCNM$ 周長
$\Rightarrow a+a+a=a+b+(a+b)+b \Rightarrow a=3b$
∴ $\overline{BC}:\overline{MN}=(a+b):a=4b:3b=4:3$
故選(A)

(C)18. 如右圖，給定一凸六邊形，已知邊長分別為 a、b、c、d、e、f，且每個內角均為 120°，則下列選項何者正確？



(A) $a+b+c=d+e+f$　(B) $b+c+d=e+f+a$
(C) $a+f=c+d$　(D) $b+c=d+e$

【解析】如圖　【107 特招(桃連區)】

延長 $\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{DC}$ 交於 P 點，則 $\triangle BCP$ 為正三角形

延長 $\overrightarrow{AF}$、$\overrightarrow{DE}$ 交於 Q 點，則 $\triangle EFQ$ 為正三角形

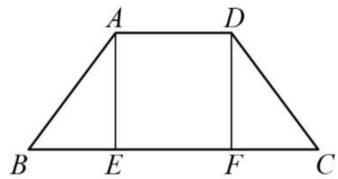
$\because \angle A=\angle D=120°$，$\angle P=\angle Q=60°$　$\therefore APDQ$ 為平行四邊形

故 $a+b=d+e$，$e+f=b+c$

$\therefore a+b+e+f=d+e+b+c$，$a+f=c+d$

故選(C)

(3)19. 如右圖，等腰梯形 $ABCD$ 中，E、F 兩點在 $\overline{BC}$ 上，且四邊形 $AEFD$ 為正方形。若 $\overline{BF}$ 比 $\overline{AE}$ 的 2 倍少 3 公分，$\triangle CDF$ 面積為 54 平方公分，則 $\overline{BC}$ 的長度為多少公分？



(1) 21　(2) 24　(3) 30　(4) 33　【107 特招(基北區)】

【解析】設 $\overline{AE}=x$，$\overline{BF}=2x-3$

$\because AEFD$ 為正方形　$\therefore \overline{EF}=x$

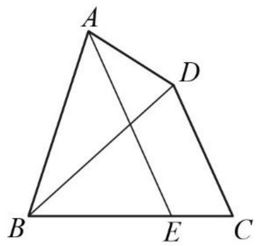
$\overline{CF}=\overline{BE}=(2x-3)-x=x-3$，$\frac{1}{2}\times x\times(x-3)=54$

$x^2-3x-108=0$，$(x+9)(x-12)=0$，$x=12$

$\overline{BC}=3\times12-6=30$

故選(3)

(2)20. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，E 點在 $\overline{BC}$ 上，$\angle AEB=\angle C$，$\angle BAE=\angle DBE$，$\overline{BE}=\overline{CD}$。若 $\angle DAE=33°$，$\angle ADB-\angle C=9°$，則 $\angle ABE$ 的度數為何？



(1) 66　(2) 72　(3) 75　(4) 81　【107 特招(基北區)】

【解析】$\triangle ABE$ 和 $\triangle BDC$ 中

$\angle BAE=\angle DBE$，$\angle AEB=\angle DCB$，$\overline{BE}=\overline{CD}$

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle BDC$ (AAS 全等)，因此 $\overline{AB}=\overline{BD}$ 且 $\angle ABE=\angle BDC$

設 $\angle C=x°$，$\angle BAD=\angle ADB=(x+9)°$，$\angle BAE=(x+9-33)°=(x-24)°$

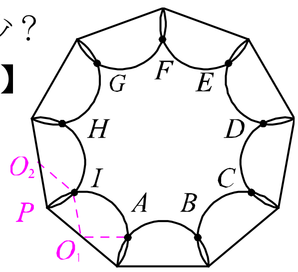
$\therefore \angle DBC=(x-24)°$

$\angle BDC=180°-x°-(x-24)°=(204-2x)°$，$(204-2x)°+(x+9)°+33°=180°$，$x=66$

$\angle ABE=\angle BDC=204°-2\times66°=72°$

故選(2)

(B)21. 分別在正九邊形的每個邊上作半圓，得到的圖形如右圖。若正九邊形的邊長為 2，點 A、B、C、D、E、F、G、H、I 均為兩個半圓的交點，如圖所示，則 $AB+BC+CD+DE+EF+FG+GH+HI+IA$ 之弧長和為多少？



(A) 4π　(B) 5π　(C) 6π　(D) 7π　【108 特招(臺南區)】

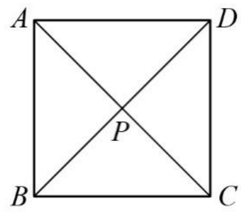
【解析】O_1PO_2I 為邊長 1 的菱形，$\angle O_1PO_2=180°-\frac{360°}{9}=140°$，

$\therefore \angle PO_1I=180°-140°=40° \Rightarrow \angle AO_1I=180°-40°\times2=100°$

$\overset{\frown}{AI}=2\times\pi\times1\times\frac{100}{360}=\frac{5}{9}\pi$

$\therefore$ 所求 $=\frac{5}{9}\pi\times9=5\pi$，故選(B)

(2)22. 如右圖，在四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{BD}$ 為 $\angle ABC$ 的角平分線，$\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 相交於 P 點。若 $\angle ADP=43°$，$\angle PCB=\angle PAD-2°$，$\angle PAB=\angle PCD-1°$，則 $\angle PDC$ 的度數為何？

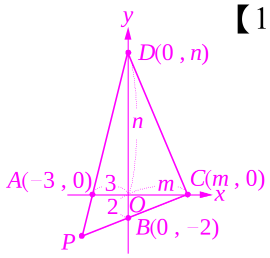


(1) 43　(2) 44　(3) 45　(4) 47　【108 特招(基北區)】

【解析】設 $\angle PAD=x$，$\angle PCB=x-2°$，$\angle PCD=y$，
$\angle PAB=y-1°$，$\angle PBA=\angle PBC=t$。
$\because \angle PAD+\angle PDA=\angle PBC+\angle PCB$　$\therefore$ $x+43°=t+x-2°$，$t=45°$
$\because \angle PAB+\angle PBA=\angle PDC+\angle PCD$　$\therefore$ $y-1°+t=\angle PDC+y$
$\angle PDC=44°$。

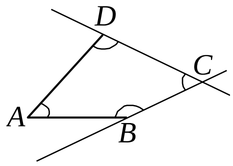
(3)23. 坐標平面上 A、B、C、D 四點的坐標分別為 $(-3,0)$、$(0,-2)$、$(m,0)$、$(0,n)$，其中 $m>0$，$n>0$。若直線 AD 與直線 BC 相交於 P 點，且 $\triangle PAB$ 的面積比 $\triangle PCD$ 的面積少 56，$\overline{BD}$ 為 $\overline{AC}$ 的 2 倍少 2，則 $m+n$ 之值為何？

(1) 14　(2) 15　(3) 17　(4) 18　【108 特招(基北區)】



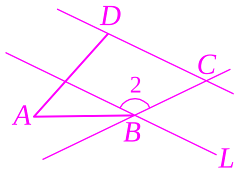
【解析】$\begin{cases} \triangle PCD-\triangle PAB=\dfrac{(n+2)\times(m+3)}{2}=56\cdots① \\ n+2=2(m+3)-2\cdots\cdots② \end{cases}$
由②得 $n=2m+2$ 代入①得 $m^2+5m-50=0$，
$m=5$ 或 -10 (負不合)。
$n=2\times5+2=12$，$m+n=17$。故選(3)

(A)24. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，A、D 兩點到直線 BC 的距離分別是 2、4；A、B 兩點到直線 CD 的距離分別是 5、3。比較此四邊形的內角，下列關係何者正確？　【109 特招(桃連區)】

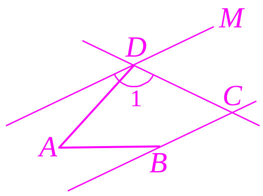


(A) $\angle B+\angle C>180°$；$\angle C+\angle D<180°$　(B) $\angle B+\angle C>180°$；$\angle C+\angle D>180°$
(C) $\angle B+\angle C<180°$；$\angle C+\angle D<180°$　(D) $\angle B+\angle C<180°$；$\angle C+\angle D>180°$

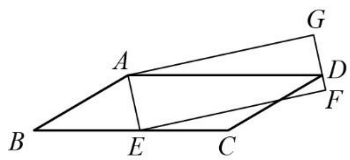
【解析】① $\because$ A、B 到 $\overleftrightarrow{CD}$ 的距離分別為 5、3
$\therefore$ 過 B 點作直線 $L\,/\!/\,\overleftrightarrow{CD}$，如右圖 $\Rightarrow \angle C+\angle 2=180°$ (同側內角互補)
又 $\angle B>\angle 2$
$\therefore$ $\angle B+\angle C>\angle 2+\angle C=180°$



② $\because$ A、D 到 $\overleftrightarrow{BC}$ 的距離分別為 2、4
$\therefore$ 過 D 作直線 $M\,/\!/\,\overleftrightarrow{BC}$，如右圖
$\Rightarrow$ $\angle C+\angle 1=180°$ (同側內角互補)
又 $\angle D<\angle 1$
$\therefore$ $\angle C+\angle D<\angle C+\angle 1=180°$。故選(A)

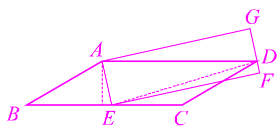


(A)25. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，E 為 $\overline{BC}$ 上一點，且 $AEFG$ 為長方形，D 在 $\overline{FG}$ 上，若 $\overline{AB}=10$，$\overline{BC}=18$，$\angle B=30°$，$\overline{DG}:\overline{DF}=4:1$，求 $\triangle ADG$ 的面積為何？

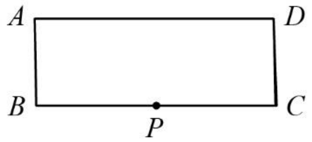


(A) 36　(B) $20\sqrt{3}$　(C) $25\sqrt{3}$　(D) 45
【武陵高中科學班模擬】

【解析】連 $\overline{AH}$，$\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=5$，
$ABCD$ 面積 $=18\times5=90$，
$\triangle AED$ 面積 $=\dfrac{1}{2}ABCD$ 面積 $=\dfrac{1}{2}\times90=45$，
$\triangle GAD$ 面積 $+\triangle DEF$ 面積 $=\triangle AED$ 面積 $=45$，
$\triangle GAD$ 面積 $=45\times\dfrac{4}{5}=36$。故選(A)



(1)**26.** 四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$，$\angle B=91°$，$\angle C=88°$，如附圖所示。若 P 點為 $\overline{BC}$ 上任一點，則關於 $\overline{PB}$、$\overline{PC}$、$\frac{1}{2}\overline{AD}$ 的大小關係<u>不可能</u>為下列何者？



(1) $\overline{PB}<\frac{1}{2}\overline{AD}$ 且 $\overline{PB}<\frac{1}{2}\overline{AD}$　(2) $\overline{PB}<\frac{1}{2}\overline{AD}$ 且 $\overline{PB}>\frac{1}{2}\overline{AD}$

(3) $\overline{PB}>\frac{1}{2}\overline{AD}$ 且 $\overline{PB}<\frac{1}{2}\overline{AD}$　(4) $\overline{PB}>\frac{1}{2}\overline{AD}$ 且 $\overline{PB}>\frac{1}{2}\overline{AD}$

【110 特招(基北區)】

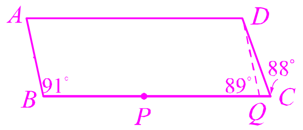
【解析】過 D 作 $\overline{DQ}\,/\!/\,\overline{AB}$，交 $\overline{BC}$ 於 Q，則 $ABQD$ 為平行四邊形

$\angle DQB=180°-91°=89°>\angle C\Rightarrow Q$ 介於 B、C 之間

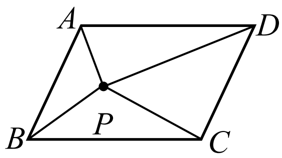
$\Rightarrow \overline{PB}+\overline{PC}=\overline{BC}>\overline{BQ}=\overline{AD}$

$\Rightarrow \overline{PB}$、$\overline{PC}$ 不可能皆小於 $\frac{1}{2}\overline{AD}$

故選(1)



(B)**27.** 如圖，P 為平行四邊形 $ABCD$ 內部一點，若△APB 面積為 8，△CPD 面積為 15，△APD 面積為 11，則△BPC 面積為何？



(A) 11　(B) 12　(C) 13　(D) 14

【111 特招(基北區)】

【解析】平行四邊形 $ABCD$ 面積 $=\overline{BC}\times(h1+h2)=\overline{AB}\times(h3+h4)$

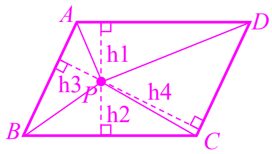
$\Rightarrow \overline{BC}\times h1+\overline{BC}\times h2=\overline{AB}\times h3+\overline{AB}\times h4$

$\Rightarrow \overline{AD}\times h1+\overline{BC}\times h2=\overline{AB}\times h3+\overline{CD}\times h4$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\overline{AD}\times h1+\frac{1}{2}\overline{BC}\times h2=\frac{1}{2}\overline{AB}\times h3+\frac{1}{2}\overline{CD}\times h4$

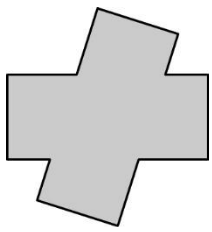
$\Rightarrow$△APD 面積＋△BPC 面積＝△APB 面積＋△CPD 面積

$\Rightarrow$ 11＋△BPC 面積＝8＋15 $\Rightarrow$△BPC 面積＝12，故選(B)



非選擇題

1. <u>小明</u>將長為 12，寬為 5 的兩塊長方形紙片黏起來，形成一個多邊形，如右圖所示。若右圖的多邊形面積為 94，則此多邊形的周長為何？請寫出你的答案，並完整說明理由。　【108 特招(桃連區)】



【解析】∵ 四邊形 $PQRS$ 為平行四邊形，且以 $\overline{PQ}$、$\overline{QR}$ 為底和高皆為 5

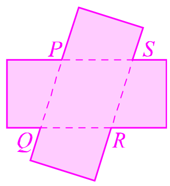
∴ $PQRS$ 為菱形

$PQRS$ 面積＝12×5×2－94＝26，

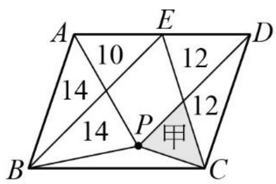
$26=\overline{QR}\times5$，$\overline{QR}=\frac{26}{5}$，

$PQRS$ 周長為 $\frac{26}{5}\times4=\frac{104}{5}$，

所求周長＝(5＋12)×4－$\frac{104}{5}=\frac{236}{5}$。



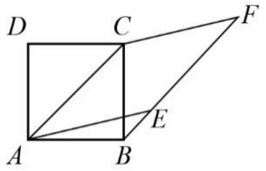
2. 如右圖，P 為平行四邊形 $ABCD$ 內部一點，E 點在 $\overline{AD}$ 上，連接 $\overline{AP}$、$\overline{BP}$、$\overline{CP}$、$\overline{DP}$、$\overline{BE}$、$\overline{CE}$，此六個線段將四邊形 $ABCD$ 分割成八個區域。圖中每個區域內的整數代表該區域的面積，求圖中甲區域的面積為__8__。【109 特招(基北區)】



【解析】△ABE＋△DCE＝$\frac{1}{2}$▱$ABCD$＝△ABP＋△DCP

14＋10＋12＋12＝14＋14＋12＋甲 $\Rightarrow$ 甲＝8

3. 如右圖，$ABCD$ 是邊長為 10 的正方形，$\overline{BF} \,/\!/\, \overline{AC}$，$AEFC$ 是菱形，若 $\angle ACF = x°$，且菱形 $AEFC$ 面積為 y，則 $x+y=$？



【臺中一中科學班模擬】

【解析】(1) 作 G 點於 $\overline{BF}$ 上，

使得 $\overline{CG} \perp \overline{BF}$ 以及正方形 $ABCD$ 四點連線交中心點 O。

$\because \overline{BF} \,/\!/\, \overline{AC}$

$\therefore \overline{CG} = \overline{OB} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 5\sqrt{2}$

又 $\overline{CF} = 10\sqrt{2}$

$\therefore \angle F = 30°$，$\angle ACF = 90° + 60° = 150°$，故得 $x = 150$

(2) 作 H 點於 $\overline{BF}$ 上使得 $\overline{CH} \,/\!/\, \overline{AB}$，

$\because \overline{CF} = \overline{AE}$，$\overline{CH} = \overline{AB}$，$\angle FCH = \angle EAB$

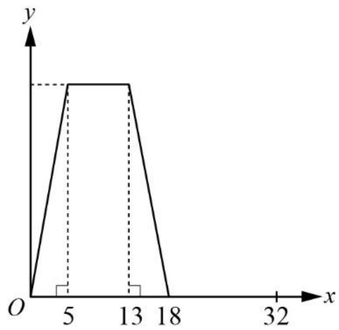
$\therefore \triangle FCG \cong \triangle EAB$ (SAS 全等性質)

菱形 $AEFC$ 面積 $= \square CAEH$ 面積

得面積為 $10 \times 10 = 100$，故得 $y = 100$

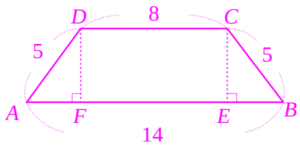
由(1)、(2)知 $x+y = 250$

4. 四邊形 $ABCD$ 上，若動點 P 從 B 出發，沿四邊形的邊，依 $B \longrightarrow C \longrightarrow D \longrightarrow A \longrightarrow B$ 移動，紀錄 P 點的移動距離為 x，此時 A、B、P 兩兩連線形成的圖形面積為 y，其 x、y 函數圖形如右圖，試求出這四邊形的面積與周長。



【臺南女中數理資優班模擬】

【解析】由圖知 $ABCD$ 圖形為上底 8，兩腰 5，下底 14 的等腰梯形 (如右圖所示)

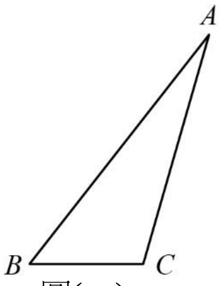


$\overline{BC} = 5$、$\overline{CD} = 8$、$\overline{DA} = 5$、$\overline{AB} = 14$

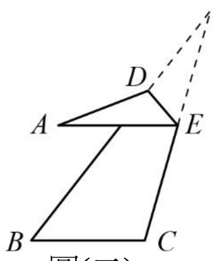
$\Rightarrow \overline{BE} = \frac{14-8}{2} = 3 \Rightarrow \overline{CE} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

$\therefore$ 面積 $= \frac{(14+8)\times 4}{2} = 44$，周長 $= 32$

5. 附圖(一)為一個三角形紙片 ABC，其中 $\angle B = 52°$，$\angle C = 106°$。若將 A 點向內摺出一個 $\triangle ADE$，恰使 $\overline{AE} \,/\!/\, \overline{BC}$，如附圖(二)所示。請問附圖(二)中 $\angle ADB$ 的度數為__30__度。

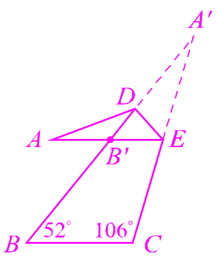


圖(一)



圖(二)

【110 特招(嘉義區)】



【解析】$\angle A = 180° - 52° - 106° = 22°$

$\because \overline{AE} \,/\!/\, \overline{BC}$

$\therefore \angle DB'E = \angle B = 52°$

$\Rightarrow \angle ADB = \angle DB'E - \angle DAB' = 52° - 22° = 30°$