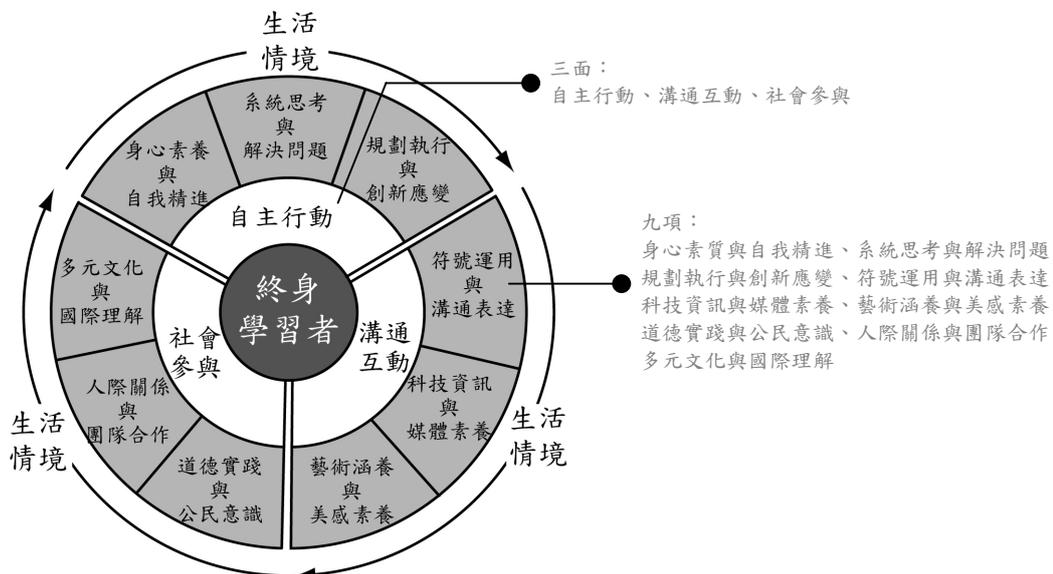


素養導向 Q&A

十二年國民基本教育課程綱要，本於全人教育的精神，以「自發」、「互動」、「共好」為理念，以「成就每一個孩子—適性揚才、終身學習」為願景，課程發展以核心素養為主軸，它是指一個人為適應現在生活及面對未來挑戰，所應具備的知識、能力與態度。其涵蓋三面九項：



將生活中的各層面由內而外來區分，並從三大面向選出九個重要的項目，期許學生能夠依三面九項所培養的素養，解決生活情境中所面臨的問題，並能因應生活情境的快速變遷而與時俱進，成爲一位終身學習者。

Q1：素養就是生活的應用，所以應用最重要，學科知識就不算素養吧？

A：NO！雖然素養強調在生活中的實踐，但數學素養不應僅止於應用數學解決生活或職涯問題。其實，**數學學科知識也是數學素養的一部分**，是最基本的素養，沒有基礎的知識素養就談不上應用的素養（張鎮華，教育部高中數學學科中心電子報 第 123 期）。
數學素養應涵蓋以下四個範圍：

數學素養涵蓋的範圍
(1) 數學學科知識的素養。
(2) 應用到學習、生活與職業生涯的素養。
(3) 正確使用工具的素養。
(4) 有效與他人溝通的素養。

因此，素養是學科理論與生活實踐的結合，不要以偏概全了喔！

Q2：素養導向的評量該如何呈現呢？

A：在評量時，可先從綱要的「學習表現」訂定測驗目標，將此目標應用於情境中再行出題。此時要注意以下幾點：

- 評量的目標要掌握。
- 評量的執行須與課程配合。
- 勿過度操弄情境於數學問題之中。

◆更多評量資訊，請參考**SBASA**（素養導向課室評量資源建置暨推廣計畫）網站：

<https://sbasa.rcpet.edu.tw/HomePage/index.aspx>



旅費

疫情退燒後，世界各國紛紛打開國門，迎接來自全球各地觀光客的到來。喜愛環遊世界的家妮、韋德和俊杰三位好友相約一年後一起到日本關西來個京阪神 10 日遊。此次出國旅行，每人至少籌措 12 萬元的旅費，因此，家妮、韋德和俊杰三人依自身財務狀況擬定的存錢策略如下：

家妮：選擇一家季利率 0.2% 並以複利計息的銀行，每季季初強迫自己存 30000 元，一年後再把帳戶內的錢全部領出來。

韋德：採用網路上熱門的 52 週階梯存錢法，規則如下：第一週存 x 元，第二週存 $x+50$ 元，第三週存 $x+100$ 元，依此類推，每一週存的錢都比前一週多 50 元，直到第 52 週存了第 52 筆錢後，存錢的總和就是一年存的錢。

俊杰：選擇利用美元升值的機會來賺取旅費，先拿新臺幣 108000 元換成美元，此時的匯率為 1 美元換 30 元新臺幣，預計 1 年後匯率會大幅波動為 1 美元換 33.5 元新臺幣，一年後就能湊足 120000 元的旅費。

1. 若韋德要在 52 週存夠 120000 元，則第一週剛開始存的 x 元至少須為多少？

得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3 分	正確算出 x 為多少元。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

設 $a_1 = x$, $d = 50$ ，則 52 週後存錢的總和為 $S_{52} = \frac{52[2x + (52-1) \times 50]}{2}$

$$\frac{52(2x + 51 \times 50)}{2} \geq 120000$$

$$26(2x + 2550) \geq 120000$$

$$2x + 2550 \geq \frac{120000}{26}$$

$$2x \geq \frac{60000}{13} - 2550$$

$$2x \geq \frac{60000}{13} - \frac{33150}{13}$$

$$2x \geq \frac{26850}{13}$$

$$x \geq \frac{13425}{13} = 1032 \frac{9}{13}$$

所以第一週至少存 1033 元。

答：1033 元。

2. 已知銀行複利的計算公式爲：本金 $\times(1+\text{利率})^{\text{期數}}$ ，則家妮一年後可從銀行領出多少錢？
 $((1.002)^2=1.004004、(1.002)^3\div 1.006012、(1.002)^4\div 1.008024$ ，四捨五入到整數位)

得分指引參考		(實際以老師配分爲準)	
3分	正確算出家妮一年後可領出多少錢。	1分	策略方向正確，但無法推得結論。
2分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0分	解題策略模糊不清或錯誤。

一年共有四季，因此共有 4 期，已知本金爲 30000 元，季利率爲 $0.2\%=0.002$ ，

$$\text{第 1 期：} 30000 \times (1 + 0.002)^1 = 30000 \times 1.002 = 30060$$

$$\text{第 2 期：} 30000 \times (1 + 0.002)^2 = 30000 \times (1.002)^2 \div 1.006012$$

$$\text{第 3 期：} 30000 \times (1 + 0.002)^3 = 30000 \times (1.002)^3 \div 1.008024$$

$$\text{第 4 期：} 30000 \times (1 + 0.002)^4 = 30000 \times (1.002)^4 \div 1.008024$$

所以一年後約可領出 $30060 + 30120 + 30180 + 30241 = 120601$ (元)。

答：約 120601 元。

3. 若一年後的匯率如俊杰所預期的 1 美元換 33.5 元新臺幣，則一年後可換回新臺幣多少元？

得分指引參考		(實際以老師配分爲準)	
3分	正確算出俊杰一年後可換回新臺幣多少元。	1分	策略方向正確，但無法推得結論。
2分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0分	解題策略模糊不清或錯誤。

由 1 美元換 30 元新臺幣可知，

$$\text{新臺幣 } 108000 \text{ 元可換 } 108000 \div 30 = 3600 \text{ (美元)，}$$

$$\text{則一年後可換回新臺幣 } 3600 \times 33.5 = 120600 \text{ (元)。}$$

答：120600 元。

4. 承第 1~3 題，一年後，三人所存的金額大小順序爲何？

得分指引參考		(實際以老師配分爲準)	
3分	正確求出三人所存的金額大小順序。	1分	策略方向正確，但無法推得結論。
2分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0分	解題策略模糊不清或錯誤。

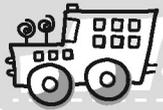
$$\begin{aligned} \text{由第 1 題可知，韋德一年後所存的金額爲 } S_{52} &= \frac{52 [2 \times 1033 + (52-1) \times 50]}{2} \\ &= 26 \times (2066 + 2550) \\ &= 26 \times 4616 \\ &= 120016 \text{ (元)} \end{aligned}$$

由第 2 題可知，家妮一年後所存的金額爲 120601 元，

由第 3 題可知，俊杰一年後所存的金額爲 120600 元，

所以三人所存的金額大小順序爲：家妮 > 俊杰 > 韋德。

答：家妮 > 俊杰 > 韋德。



競走

★進階

競走是在日常行走的基礎上發展出來的長距離體育運動，競走可以從短距離 3 公里一直到 100 公里，而奧運會競走比賽在公路上進行，分為 20 公里競走和 50 公里競走。

競走絕不是慢跑也不是小跑步，競走比賽時有兩項重要規則，一旦違反就視為犯規，目前的競賽規則是只要三次犯規就會被判出場。

規則一：後腳的腳尖在前腳的腳跟著地前不能離地。

違反本項規則稱為「騰空」(loss of contact)。

規則二：前腳著地時膝蓋必須伸直不得彎曲。

違反本項規則稱為「屈膝」(Bent Knee)。

這兩項規則目前仍是由裁判以人眼判斷，但是有時因為違規動作太快或是不明而不易被裁判觀察出來，所以競走是一項非常主觀的運動。

米奇與米妮想參加競走比賽，以下為兩人分別進行 100 公里競走的訓練：

米奇第 1 天走 1 公里，第 2 天走 3 公里，……，以後每一天都比前一天多走 2 公里；

米妮第 1 天走 40 公里，第 2 天走 20 公里，……，以後每一天走的距離都是前一天的
一半。

1. 米奇在第幾天完成訓練？

得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3 分	正確算出米奇在第幾天完成訓練。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

設米奇在第 n 天完成訓練，

$$a_1 = 1, a_2 = 3, \dots,$$

$$d = 3 - 1 = 2, S_n = 100$$

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$$

$$100 = \frac{n[2 \times 1 + (n-1) \times 2]}{2}$$

$$100 = \frac{n(2 + 2n - 2)}{2}$$

$$2n^2 = 200$$

$$n^2 = 100$$

$$n = \pm 10 \text{ (負不合)}$$

所以米奇在第 10 天完成訓練。

答：第 10 天。

★2. 承第 1 題，誰先完成訓練？

得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3 分	正確推出結論，且推論過程完整。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

由第 1 題知米奇在第 10 天完成訓練，

米妮前 10 天所走的距離分別為 40、20、10、5、 $\frac{5}{2}$ 、 $\frac{5}{4}$ 、 $\frac{5}{8}$ 、 $\frac{5}{16}$ 、 $\frac{5}{32}$ 、 $\frac{5}{64}$ 公里，

則前 10 天所走的總距離為

$$40 + 20 + 10 + 5 + \frac{5}{2} + \frac{5}{4} + \frac{5}{8} + \frac{5}{16} + \frac{5}{32} + \frac{5}{64} = 75\frac{315}{64} = 79\frac{59}{64} < 100$$

第 10 天時，米妮尚未完成訓練，所以米奇先完成訓練。

【補充： $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$ 】

由第 1 題知米奇在第 10 天完成訓練，

米妮前 10 天所走的總距離為 $40 + 20 + 10 + \dots + a_{10}$ ，

$$a_1 = 40, a_2 = 20, \dots, r = \frac{1}{2}, S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$S_{10} = \frac{40[1 - (\frac{1}{2})^{10}]}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{40(1 - \frac{1}{1024})}{\frac{1}{2}} = 80 \times \frac{1023}{1024} = \frac{81840}{1024} = 79\frac{944}{1024} = 79\frac{59}{64} < 100$$

第 10 天時，米妮尚未完成訓練，所以米奇先完成訓練。

答：米奇。

3. 承第 2 題，當一人完成訓練時，另一人距離完成訓練還有多遠？

得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3 分	正確推出結論，且推論過程完整。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

$$100 - 79\frac{59}{64} = 20\frac{5}{64}$$

所以當米奇完成訓練時，米妮距離完成訓練還有 $20\frac{5}{64}$ 公里。

答： $20\frac{5}{64}$ 公里。



計程收費

推動高速公路計程收費政策目的是為了回應民意反應之前的收費並不公平，希望實現用路人期待「走多少、付多少」的公平付費制度。

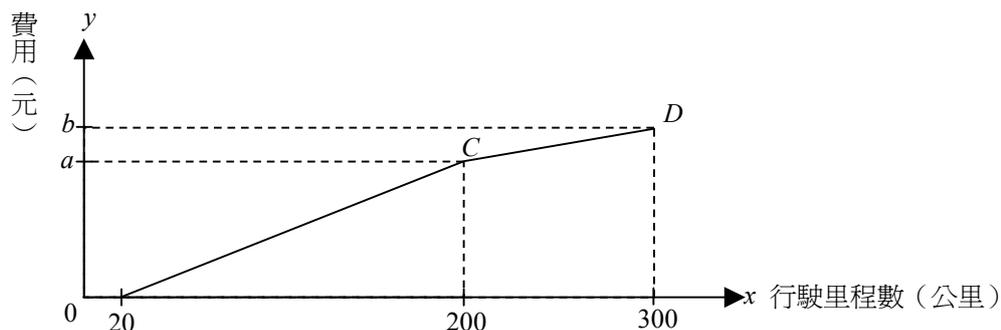
以電子收費（ETC）作為道路定價交通管理工具，不僅讓用路人省時省油，每年更可以產生約 24 億元的節能減碳效益。另外，藉由實施差別費率方案，可提升國道運輸效率。

收費的高速公路範圍包含國道 1、3、5 號及 3 甲，其費率方案內容如下：

每日每車優惠里程為 20 公里；行駛里程超過 20 公里且未滿 200 公里，以標準費率收費；當每日行駛里程超過 200 公里時，超過 200 公里的部分則享長途折扣費率。連續假期實施單一費率，並取消優惠里程措施及長途折扣優惠，不同車型其收費標準如下表：

	標準費率	長途折扣費率
小型車	1.20 元/公里	0.90 元/公里
大型車	1.50 元/公里	1.12 元/公里
聯結車	1.80 元/公里	1.35 元/公里

1. 根據計程收費說明，將小型車每日行駛里程與收費關係繪製如下圖，求 a 、 b 的值。



得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3 分	正確算出 a 、 b 的值。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

① 20~200 公里以標準費率收費，故 $a = 180 \times 1.2 = 216$ 。

② 20~300 公里包含 20~200 公里以標準費率收費、200 公里以上以長途折扣費率收費，故 $b = 216 + (300 - 200) \times 0.9 = 306$ 。

答： $a = 216$ 、 $b = 306$ 。

2. 承第 1 題，求出通過 C 、 D 兩點的線型函數。

得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3 分	正確算出通過 C 、 D 兩點的線型函數。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

設線型函數為 $y = ax + b$ ，代入 $C(200, 216)$ 、 $D(300, 306)$ 兩點得 $\begin{cases} 216 = 200a + b \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 306 = 300a + b \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ ，

由②式 - ①式得 $90 = 100a$ ， $a = 0.9$ ，代回①式得 $216 = 180 + b$ ， $b = 36$ ，

故線型函數為 $y = 0.9x + 36$ 。

答： $y = 0.9x + 36$ 。

3. 允慧想計算平日校外教學時，遊覽車司機來回一趟所需繳交的通行費用。已知遊覽車於國道 3 號南下 45 公里處上高速公路，並於南下 78 公里處下高速公路，若回程時沿原路返校，則所需的通行費用為多少元？大型車在標準費率下行駛里程數與費用的函數關係為何？

得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3 分	正確算出所需的通行費用為多少元並求出函數關係。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

此趟在高速公路的旅程為 $78 - 45 = 33$ (公里)，來回共 $2 \times 33 = 66$ 公里。

依據計程收費說明，大型車的通行費用為 $20 \times 0 + (66 - 20) \times 1.5 = 69$ (元)，

故所需通行費用為 69 元。

大型車在標準費率下，里程與費用形成的線型函數圖形通過 $(20, 0)$ 、 $(66, 69)$ 兩點，

設函數關係為 $y = ax + b$ ，

$$\text{代入得} \begin{cases} 0 = 20a + b \cdots \cdots \text{①} \\ 69 = 66a + b \cdots \cdots \text{②} \end{cases},$$

由②式 - ①式得 $69 = 46a$ ， $a = 1.5$ ，代回①式得 $0 = 30 + b$ ， $b = -30$ ，

故線型函數為 $y = 1.5x - 30$ 。

答：69 元， $y = 1.5x - 30$ 。

4. 交通部公布 112 年春節連續假期通行費率方案如下：

(1) 適用日期：112 年 1 月 20 日至 112 年 1 月 29 日

(2) 連續假期採單一費率：小型車 0.9 元/公里、大型車 1.12 元/公里、聯結車 1.35 元/公里，無每日 20 公里優惠里程及長途折扣。

(3) 暫停收費時段：每日 0~5 時國道全線暫停收費。

(4) 除暫停收費時段外，國道 3 號「新竹系統 (100 公里處) 至 燕巢系統 (383 公里處)」，採單一費率再 8 折收費。

曉其於 1 月 20 日開小型車返鄉過年，在上午 4:00 上國道 1 號，5:00 通過國道 3 號新竹系統南下 100 公里處，並於國道 3 號南下 250 公里處下南雲交流道，則此趟旅程曉其需付多少通行費用？

得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3 分	正確算出所需的通行費用。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

① 在上午 4:00 上國道 1 號時符合暫停收費時段，故不收費。

② 在上午 5:00 時通過國道 3 號新竹系統南下 100 公里處，

並於國道 3 號南下 250 公里處下南雲交流道，共行駛 $250 - 100 = 150$ (公里)，

且國道 3 號「新竹系統至燕巢系統」符合單一費率再 8 折收費。

故所需通行費用為 $150 \times 0.9 \times 0.8 = 108$ (元)。

答：108 元。



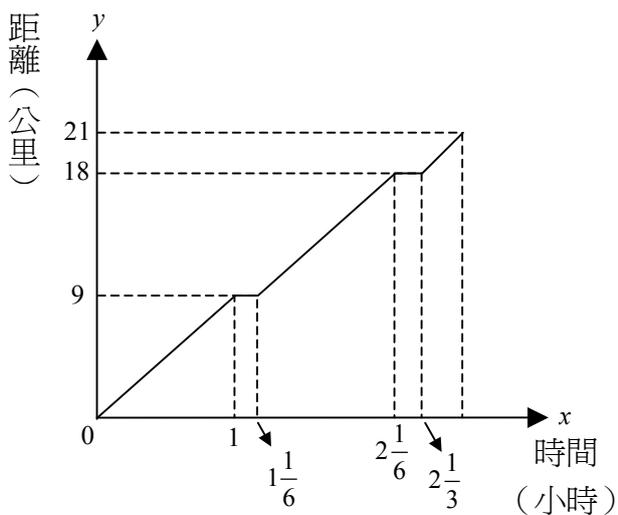
馬拉松

馬拉松 (Marathon) 是一項考驗耐力的長跑運動，一般指全程馬拉松，簡稱全馬。此項運動的名稱來自西元前 490 年古希臘時代雅典與波斯之間的馬拉松戰役，相傳希臘在這場戰役中擊敗波斯軍隊，雅典士兵菲迪皮德斯為了傳達獲勝訊息，從馬拉松平原跑回雅典報捷，隨後力竭而死。

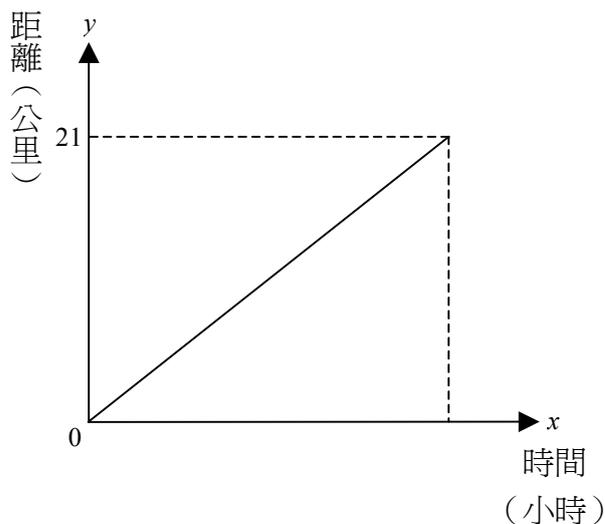
在 1860 年的首屆奧林匹克運動會已將馬拉松列為正式競賽項目之一，但競賽距離並沒有精確的規範，在前幾屆的奧運馬拉松競賽距離約為 40 公里 (25 英里)，大約是從馬拉松到雅典的距離，直到 1921 年，馬拉松的距離才被正式規定為 42 公里 195 公尺 (26 英里 385 碼)，此標準一直沿用至今。

半程馬拉松是馬拉松比賽距離的一半，其難度較低且更容易上手，因此受到新手長跑者的歡迎。妍貞與尙勇報名參加 2023 珍愛臺灣馬拉松比賽，由於第一次參賽，所以報名了半程馬拉松的項目。兩人在賽前各自擬定了跑步策略並將其時間與距離繪製如下：

妍貞：以每小時 9 公里的速率等速前進，
每 1 小時休息補給 10 分鐘，
直至終點 21 公里處。



尙勇：以每小時 8 公里的速率等速前進，
中途不休息，直至終點 21 公里處。



1. 妍貞和尙勇到達終點時所需的時間各為多少小時？

得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3 分	正確算出 <u>妍貞</u> 和 <u>尙勇</u> 到達終點時所需的時間。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

由圖可知，妍貞在 18 公里處時 (包含休息時間)，共花了 $2\frac{1}{3}$ 小時，

尙勇有 $21 - 18 = 3$ (公里)， $3 \div 9 = \frac{1}{3}$ (小時)，故妍貞所需的時間為 $2\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 2\frac{2}{3}$ (小時)；

尙勇所需的時間為 $21 \div 8 = 2\frac{5}{8}$ (小時)。

答：妍貞所需的時間為 $2\frac{2}{3}$ 小時，尙勇所需的時間為 $2\frac{5}{8}$ 小時。

2. 在賽事過程中，已知妍貞與尙勇同時間起跑，則兩人會相遇幾次？相遇的時間點為何？

得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3分	正確算出兩人相遇的次數與時間。	1分	策略方向正確，但無法推得結論。
2分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0分	解題策略模糊不清或錯誤。

依據上圖分別計算出線型函數如下：

妍貞：在 $0 \sim 1$ 小時：函數圖形通過 $(0, 0)$ 、 $(1, 9)$ 兩點，得 $y=9x$ 。

在 $1 \sim 1\frac{1}{6}$ 小時： $y=9$ 。

在 $1\frac{1}{6} \sim 2\frac{1}{6}$ 小時：函數圖形通過 $(1\frac{1}{6}, 9)$ 、 $(2\frac{1}{6}, 18)$ 兩點，得 $y=9x - \frac{3}{2}$ 。

在 $2\frac{1}{6} \sim 2\frac{1}{3}$ 小時： $y=18$ 。

在 $2\frac{1}{3} \sim 2\frac{2}{3}$ 小時：函數圖形通過 $(2\frac{1}{3}, 18)$ 、 $(2\frac{2}{3}, 21)$ 兩點，得 $y=9x - 3$ 。

尙勇：在 $0 \sim 2\frac{5}{8}$ 小時：函數圖形通過 $(0, 0)$ 、 $(2\frac{5}{8}, 21)$ 兩點，得 $y=8x$ 。

當兩人相遇時，函數圖形有交點，在 $0 \sim 1$ 小時： $9x=8x$ ， $x=0$ (不合)。

在 $1 \sim 1\frac{1}{6}$ 小時： $9=8x$ ， $x=\frac{9}{8}$ 。

在 $1\frac{1}{6} \sim 2\frac{1}{6}$ 小時： $9x - \frac{3}{2} = 8x$ ， $x = \frac{3}{2}$ 。

在 $2\frac{1}{6} \sim 2\frac{1}{3}$ 小時： $18=8x$ ， $x = \frac{9}{4}$ 。

在 $2\frac{1}{3} \sim 2\frac{2}{3}$ 小時： $9x - 3 = 8x$ ， $x=3$ (不合)。

故兩人會相遇 3 次，時間分別為 $\frac{9}{8}$ 小時、 $\frac{3}{2}$ 小時、 $\frac{9}{4}$ 小時。

答：3 次， $\frac{9}{8}$ 小時、 $\frac{3}{2}$ 小時、 $\frac{9}{4}$ 小時。

3. 承第 2 題，在出發 2 小時後，妍貞在尙勇前方或後方多少公尺？

得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3分	正確算出在出發 2 小時後， <u>妍貞</u> 在 <u>尙勇</u> 前方或後方多少公尺。	1分	策略方向正確，但無法推得結論。
2分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0分	解題策略模糊不清或錯誤。

由第 2 題可知，在出發 2 小時後，

妍貞跑步時間與距離的關係式為 $y=9x - \frac{3}{2}$ ，故位於 $9 \times 2 - \frac{3}{2} = 16\frac{1}{2}$ (公里)；

尙勇跑步時間與距離的關係式為 $y=8x$ ，故位於 $8 \times 2 = 16$ (公里)，

因為 $16\frac{1}{2} > 16$ 且 $16\frac{1}{2} - 16 = \frac{1}{2}$ ，故在出發 2 小時後，妍貞在尙勇前方 $\frac{1}{2}$ 公里。

答：前方 $\frac{1}{2}$ 公里。

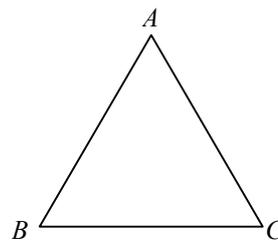


動量守恆

如右圖，像這樣以吊繩固定 5 個質量相同的球體，彼此緊密排列的裝置，稱為牛頓擺。若將最左邊的球體上抬並放下，使其撞擊其他球體，此時能量傳遞到最右方球體因而彈起又下墜，周而復始直到停止，此裝置是利用物理學的動量守恆定律所設計而成。

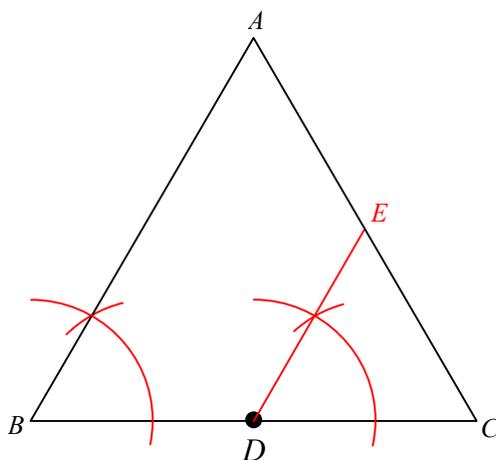


筱琳設計了一個同樣利用動量守恆定律，且邊長為 15 公分的正三角形彈珠台裝置，並將彈珠台的三頂點命名為 A 、 B 、 C ，三邊長用玻璃圍成以防止彈珠彈出。利用動量守恆、反射定理與摩擦力等觀念，將彈珠從正三角形彈珠台的一邊，以平行任一邊的方向射出，此時彈珠將一直運行直到停止。



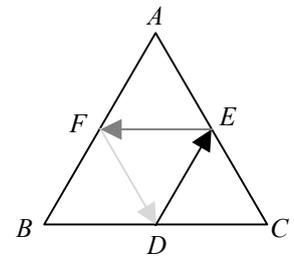
- 筱琳事先模擬彈珠的行進軌跡，如圖，她將彈珠放在 \overline{BC} 中點 D ，並以平行 \overline{AB} 的方向彈出，利用尺規作圖協助筱琳畫出彈珠從 D 點彈出後，碰撞 \overline{AC} 的行進軌跡。

\overline{DE} 即為所求。



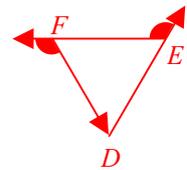
得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3 分	正確畫出行進軌跡。	1 分	策略方向正確，但無法正確作圖。
2 分	解題過程合理，但作圖出現失誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

2. 承第 1 題，彈珠從 D 點彈出後，其行進軌跡如圖所示，則彈珠從 D 點彈出，到第一次回到 D 點時，共轉向多少度？



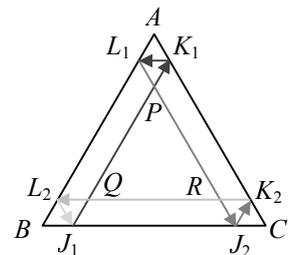
得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3 分	正確算出共轉向多少度。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

由第 1 題可知， $\angle CDE = \angle B$ ，又 $\angle B = \angle C = 60^\circ$ ($\triangle ABC$ 為正三角形)，因此 $\triangle CDE$ 為正三角形，同理可得 $\triangle DEF$ 為正三角形，故每一個外角皆為 $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ，因此，彈珠從 D 點彈出，到第一次回到 D 點時，共轉向 $120^\circ + 120^\circ = 240^\circ$ 。



答： 240° 。

3. 若 $\overline{BJ_1} = 2$ 公分，彈珠從 J_1 點以平行 \overline{AB} 的方向彈出，其行進軌跡如圖所示，則彈珠從 J_1 點彈出，到第一次回到 J_1 點時，其行進距離為多少公分？ $\triangle PQR$ 的面積為多少平方公分？



得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3 分	正確算出其行進距離與 $\triangle PQR$ 的面積。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

(1) 因為 J_1 點以平行 \overline{AB} 的方向彈出，所以每一條行進軌跡皆與 $\triangle ABC$ 其中一邊平行，

$$\begin{aligned} \overline{J_1K_1} + \overline{K_1L_1} + \overline{L_1J_2} + \overline{J_2K_2} + \overline{K_2L_2} + \overline{L_2J_1} &= \overline{BL_1} + \overline{J_1B} + \overline{AK_2} + \overline{L_1A} + \overline{CJ_1} + \overline{K_2C} \\ &= \overline{BL_1} + \overline{L_1A} + \overline{AK_2} + \overline{K_2C} + \overline{CJ_1} + \overline{J_1B} \\ &= \overline{BA} + \overline{AC} + \overline{CB} = 3 \times 15 = 45 \text{ (公分)} \end{aligned}$$

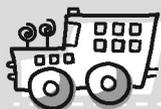
$$(2) \overline{L_2K_2} = \overline{BC} - \overline{BJ_1} = 15 - 2 = 13$$

$$\overline{QR} = \overline{L_2K_2} - \overline{L_2Q} - \overline{RK_2} = \overline{L_2K_2} - 2\overline{K_1L_1} = \overline{L_2K_2} - 2\overline{BJ_1} = 13 - 2 \times 2 = 9$$

因為 $\triangle PQR$ 為正三角形，所以 $\overline{PQ} = \overline{PR} = \overline{QR} = 9$ ，

$$\text{故 } \triangle PQR \text{ 的面積為 } \frac{\sqrt{3}}{4} \times 9^2 = \frac{81\sqrt{3}}{4} \text{ (平方公分)}。$$

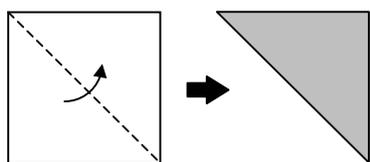
答：45 公分， $\frac{81\sqrt{3}}{4}$ 平方公分。



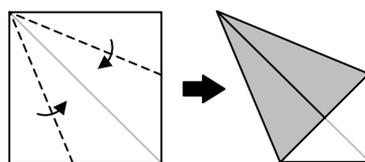
摺紙

「摺紙」可以訓練我們手指的靈活度，在摺紙過程中更能培養耐心並鍛鍊腦筋思考，完成品可以提供大家欣賞，陶冶性情。

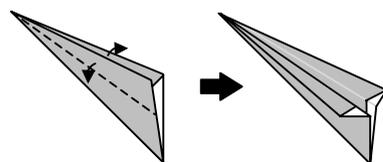
云馨拿出一張正方形色紙摺出一架紙飛機，想測試能飛得多遠，摺紙步驟如下：



圖一

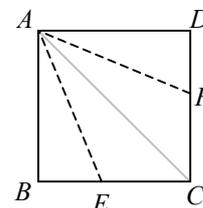


圖二



圖三

1. 將圖二中的正方形色紙頂點標示如右，則 $\angle EAF = ?$



得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3分	正確算出 $\angle EAF$ 。	1分	策略方向正確，但無法推得結論。
2分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0分	解題策略模糊不清或錯誤。

因為 \overline{AC} 是 $\angle BAD$ 的角平分線，
 又 \overline{AE} 與 \overline{AF} 分別為 $\angle BAC$ 與 $\angle DAC$ 的角平分線，
 所以 $\angle BAE = \angle EAC = \angle FAC = \angle DAF = \frac{90^\circ}{4} = 22.5^\circ$ ，
 故 $\angle EAF = \angle EAC + \angle FAC = 22.5^\circ + 22.5^\circ = 45^\circ$ 。

答：45°。

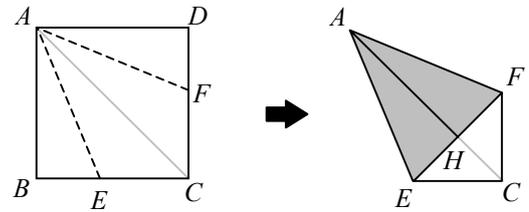
2. 承第 1 題， $\triangle ABE$ 與 $\triangle ADF$ 是否全等，若全等，是根據什麼全等性質？

得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3分	正確判別 $\triangle ABE$ 與 $\triangle ADF$ 是否全等。	1分	策略方向正確，但無法推得結論。
2分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0分	解題策略模糊不清或錯誤。

在 $\triangle ABE$ 與 $\triangle ADF$ 中，
 因為 $\angle BAE = \angle DAF$ (由第 1 題可知)，
 $\overline{AB} = \overline{AD}$ (四邊形 $ABCD$ 為正方形)，
 $\angle B = \angle D$ (四邊形 $ABCD$ 為正方形)，
 所以 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ (根據 ASA 全等性質)。

答：是，根據 ASA 全等性質。

3. 承第 1 題，已知云馨使用邊長為 10 公分的正方形色紙，則完成圖二的摺紙步驟後，此時 $\triangle AEF$ 的面積為多少平方公分？



得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3 分	正確算出 $\triangle AEF$ 的面積。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

因為 \overline{AE} 與 \overline{AF} 分別為 $\angle BAC$ 與 $\angle DAC$ 的角平分線，所以 $\overline{AB} = \overline{AH} = \overline{AD} = 10$ ，
 $\overline{BE} = \overline{EH}$ ， $\overline{DF} = \overline{FH}$ ，設 $\overline{EH} = \overline{FH} = x$ 公分，則 $\overline{EC} = \overline{FC} = (10-x)$ 公分。

因為 $\triangle FEC$ 為直角三角形，所以 $\overline{EC}^2 + \overline{FC}^2 = \overline{EF}^2$

$$2(10-x)^2 = (2x)^2$$

$$2(100 - 20x + x^2) = 4x^2$$

$$100 - 20x + x^2 = 2x^2$$

$$x^2 + 20x - 100 = 0$$

$$x = \frac{-20 \pm \sqrt{400 + 400}}{2} = -10 \pm 10\sqrt{2} \quad (\text{負不合})$$

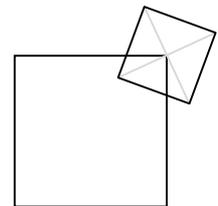
因為 $\triangle AEF$ 為等腰三角形且 $\overline{EH} = \overline{FH}$ ，所以 \overline{AH} 為 \overline{EF} 的中垂線，

$$\text{故 } \triangle AEF \text{ 的面積為 } \overline{EF} \times \overline{AH} \times \frac{1}{2} = 2(-10 + 10\sqrt{2}) \times 10 \times \frac{1}{2}$$

$$= -100 + 100\sqrt{2} \quad (\text{平方公分})$$

答： $(-100 + 100\sqrt{2})$ 平方公分。

4. 拿出兩張邊長皆為 10 公分的全等色紙，將其中一張分成 4 個全等的小正方形，摺出小正方形的兩條對角線後，將其交點放在大正方形的其中一角上，如圖所示，則兩圖形重疊部分的面積為多少平方公分？



得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3 分	正確算出兩圖形重疊部分的面積。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

在 $\triangle AEO$ 與 $\triangle BFO$ 中，

因為 $\angle EAO = \angle FBO$ (正方形兩條對角線平分四個角)，

$$\overline{AO} = \overline{BO} \quad (\text{正方形兩條對角線互相平分})，$$

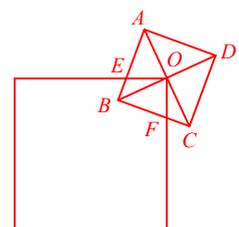
$$\angle AOE = \angle BOF = 90^\circ - \angle EOB，$$

所以 $\triangle AEO \cong \triangle BFO$ (根據 ASA 全等性質)，

因此，重疊部分的面積 = 四邊形 $OEBF$ 的面積

$$= \triangle ABO \text{ 的面積} = 10 \times 10 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{25}{4} \quad (\text{平方公分})$$

答： $\frac{25}{4}$ 平方公分。

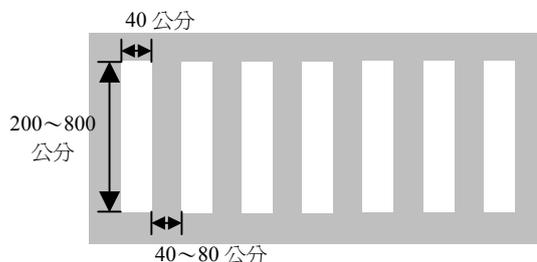




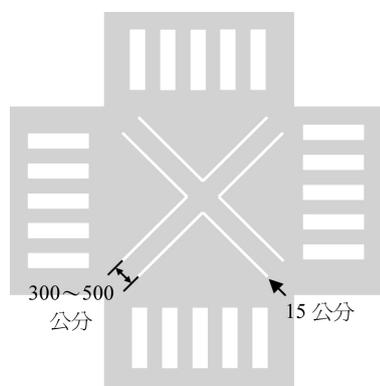
行人穿越道線

路口常見的白色標線俗稱「斑馬線」，在交通法規上稱為行人穿越道線，可分為枕木紋行人穿越道與對角線行人穿越道。

枕木紋行人穿越道的線型為白色實線，線段長為 200~800 公分、寬為 40 公分、間隔長度為 40~80 公分，同一組標線的間隔長度需一致，並盡可能以最短距離銜接人行道。



對角線行人穿越道的線型為在路口對角線劃設「X」字型的平行白色實線，線寬為 15 公分，平行寬度為 300~500 公分（兩標線最外側）。



克華經過十字路口時，發現十字路口標記了枕木紋與對角線行人穿越道線。已知此十字路口的每一條道路皆塗上 20 個白色矩形區塊的平行枕木紋，每個區塊皆為長 200 公分，寬 40 公分的矩形，且相鄰兩區塊的間隔長度為 50 公分，第一個和最後一個區塊均距離道路邊緣 40 公分；而對角線行人穿越道長 2200 公分，線寬為 15 公分，平行寬度為 300 公分，回答下列問題：

1. 若克華行走枕木紋行人穿越道過馬路，則需行走多少公尺？

得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3 分	正確算出需行走多少公尺。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

20 個白色矩形區塊的寬皆為 40 公分，即 $20 \times 40 = 800$ (公分)。

每一個矩形區塊皆平行，所以間隔長度皆為 50 公分，

共 19 個間隔，即 $19 \times 50 = 950$ (公分)。

第一個和最後一個區塊均距離道路邊緣 40 公分，即 $2 \times 40 = 80$ (公分)。

故需行走 $800 + 950 + 80 = 1830$ (公分)，即 18.3 公尺。

答：18.3 公尺。

2. 若將該路口的對角線行人穿越道可通行區域視為兩個平行四邊形重疊所組成，則行人可通行區域的面積為多少平方公尺？

得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3分	正確算出行人可通行區域的面積為多少平方公尺。	1分	策略方向正確，但無法推得結論。
2分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0分	解題策略模糊不清或錯誤。

對角線行人穿越道長 22 公尺，平行寬度為 3 公尺，

$$2 \times 22 \times 3 - 3 \times 3$$

$$= 132 - 9$$

$$= 123 \text{ (平方公尺)}$$

答：123 平方公尺。

3. 此路口所有白色標線的總面積為多少平方公尺？

得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3分	正確算出白色標線的總面積為多少平方公尺。	1分	策略方向正確，但無法推得結論。
2分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0分	解題策略模糊不清或錯誤。

枕木紋： $2 \times 0.4 \times 20 \times 4 = 64$ (平方公尺)。

對角線：4 條完整標線為 $22 \times 0.15 \times 4 = 13.2$ (平方公尺)，

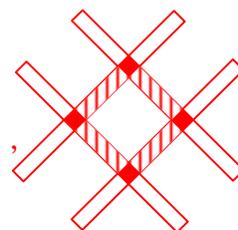
4 個重疊的小正方形為 $0.15 \times 0.15 \times 4 = 0.09$ (平方公尺)，

4 個斜線長方形為 $(3 - 2 \times 0.15) \times 0.15 \times 4 = 1.62$ (平方公尺)，

4 條完整標線 - 4 個重疊的小正方形 - 4 個斜線長方形

$$= 13.2 - 0.09 - 1.62 = 11.49 \text{ (平方公尺)}。$$

故白色標線的總面積為 $64 + 11.49 = 75.49$ (平方公尺)。



答：75.49 平方公尺。

4. 克華覺得每個路口標記 20 個白色矩形區塊不夠美觀，若將白色矩形區塊減少為 16 個，且第一個和最後一個區塊均距離道路邊緣 50 公分，則改變後每個區塊的間隔長度變為多少公分？是否合乎法規？

得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3分	正確算出改變後的間隔長度並完整推出結論。	1分	策略方向正確，但無法推得結論。
2分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0分	解題策略模糊不清或錯誤。

假設每個區塊的間隔長度變為 x 公分，

由第 1 題可知，馬路總長度為 1830 公分，

$$\text{則 } 16 \times 40 + 15x + 2 \times 50 = 1830$$

$$640 + 15x + 100 = 1830$$

$$15x = 1090$$

$$x = \frac{1090}{15} = 72 \frac{2}{3} \text{ (公分)}$$

因為枕木紋行人穿越道的間隔長度為 40~80 公分，故合乎法規。

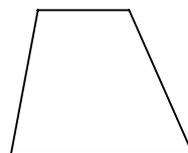
答：72 $\frac{2}{3}$ 公分，合乎法規。



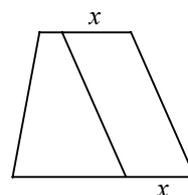
土地分割

經統計，生活在城市裡的人民到達退休年齡後，有 4 成想要選擇鄉村式的退休田園生活，擁有一區農地，簡單樸實生活在農舍中。因此，在臺灣的宜蘭、花蓮、苗栗、屏東等，常常可以見到富有特色的農舍跡影。

王老先生有塊梯形農地，此梯形農地的上底長為 10 公尺，下底長為 20 公尺，高為 16 公尺。由於王老先生年事已高，無力耕種，所以他想將土地均分給兩個兒子。



1. 如圖，王老先生原先欲將梯形土地分割成一塊小梯形和一塊平行四邊形，已知兩個四邊形的面積相等，若平行四邊形的底邊長為 x 公尺，則 $x = ?$



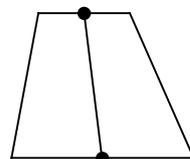
得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3 分	正確算出 x 的值。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

已知梯形的上底為 10 公尺，下底為 20 公尺，高為 16 公尺，則梯形面積為 $\frac{(10+20) \times 16}{2} = 240$ (平方公尺)。

因為兩個四邊形的面積相等，故 $16x = 240 \div 2 = 120$ ， $x = \frac{15}{2}$ 。

答： $\frac{15}{2}$ 。

2. 如圖，大兒子希望切割方式為取梯形上底與下底的中點連線後，分成兩個小梯形，則兩個梯形的面積分別為多少平方公尺？是否公平平均分？



得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3 分	正確算出兩個小梯形的面積並完整推出結論。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

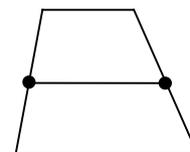
由於取梯形上底與下底的中點，則兩個小梯形上底皆為 $10 \div 2 = 5$ (公尺)，下底皆為 $20 \div 2 = 10$ (公尺)，

兩個小梯形的面積皆為 $\frac{(5+10) \times 16}{2} = 120$ (平方公尺)，

故為公平平均分。

答：兩個小梯形的面積皆為 120 平方公尺，公平平均分。

3. 如圖，小兒子希望切割方式為取梯形兩腰的中點連線後，分成兩個小梯形，則兩個梯形的面積分別為多少平方公尺？是否公平分？



得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3分	正確算出兩個小梯形的面積並完整推出結論。	1分	策略方向正確，但無法推得結論。
2分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0分	解題策略模糊不清或錯誤。

梯形兩腰中點連線段長為 $(10+20) \div 2 = 15$ (公尺)，

兩個小梯形的高為 $16 \div 2 = 8$ (公尺)，

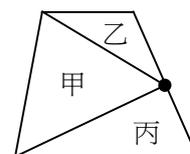
上半部小梯形的面積為 $\frac{(10+15) \times 8}{2} = 100$ (平方公尺)，

下半部小梯形的面積為 $\frac{(15+20) \times 8}{2} = 140$ (平方公尺)，

故沒有公平分。

答：上半部小梯形的面積為 100 平方公尺，
下半部小梯形的面積為 140 平方公尺，
沒有公平分。

4. 如圖，王老先生找出梯形其中一腰長的中點並與另一腰長兩邊相連，分割成甲、乙、丙三塊三角形土地，若其中一人得到甲土地，另一人得到乙和丙兩塊土地，則兩人所得的土地面積是否相等？



得分指引參考		(實際以老師配分為準)	
3分	正確算出兩人所得的土地面積是否相等。	1分	策略方向正確，但無法推得結論。
2分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0分	解題策略模糊不清或錯誤。

延長 \overline{AE} 交 \overline{BC} 於 F 點，

在 $\triangle ADE$ 與 $\triangle FCE$ 中，

因為 $\angle EDA = \angle ECF$ (內錯角相等)，

$\overline{ED} = \overline{EC}$ (E 為 \overline{DC} 中點)，

$\angle DEA = \angle CEF$ (對頂角相等)，

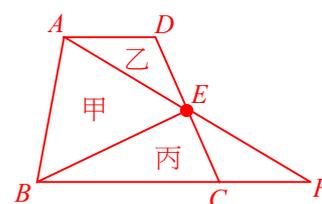
所以 $\triangle ADE \cong \triangle FCE$ (根據 ASA 全等性質)。

又在 $\triangle ABF$ 中，

因為 $\overline{AE} = \overline{FE}$ ，

所以 $\triangle BAE$ 的面積 = $\triangle BFE$ 的面積，

故甲土地的面積 = (乙 + 丙) 土地的面積。



答：相等。



得來素 1 旅費

1. 設 $a_1=x$, $d=50$, 則 52 週後存錢的總和為

$$S_{52} = \frac{52[2x + (52-1) \times 50]}{2}$$

$$\frac{52(2x + 51 \times 50)}{2} \geq 120000$$

$$26(2x + 2550) \geq 120000$$

$$2x + 2550 \geq \frac{120000}{26}$$

$$2x \geq \frac{60000}{13} - 2550$$

$$2x \geq \frac{60000}{13} - \frac{33150}{13}$$

$$2x \geq \frac{26850}{13}$$

$$x \geq \frac{13425}{13} = 1032\frac{9}{13}$$

所以第一週至少存 1033 元。

答：1033 元。

2. 一年共有四季，因此共有 4 期，

已知本金為 30000 元，季利率為 $0.2\% = 0.002$ ，

$$\text{第 1 期：} 30000 \times (1 + 0.002)^1$$

$$= 30000 \times 1.002 = 30060$$

$$\text{第 2 期：} 30000 \times (1 + 0.002)^2$$

$$= 30000 \times (1.002)^2 \doteq 30120$$

$$\text{第 3 期：} 30000 \times (1 + 0.002)^3$$

$$= 30000 \times (1.002)^3 \doteq 30180$$

$$\text{第 4 期：} 30000 \times (1 + 0.002)^4$$

$$= 30000 \times (1.002)^4 \doteq 30241$$

所以一年後約可領出

$$30060 + 30120 + 30180 + 30241 = 120601 \text{ (元)}。$$

答：約 120601 元。

3. 由 1 美元換 30 元新臺幣可知，

新臺幣 108000 元可換

$$108000 \div 30 = 3600 \text{ (美元)},$$

則一年後可換回新臺幣

$$3600 \times 33.5 = 120600 \text{ (元)}。$$

答：120600 元。

4. 由第 1 題可知，

韋德一年後所存的金額為

$$S_{52} = \frac{52[2 \times 1033 + (52-1) \times 50]}{2}$$

$$= 26 \times (2066 + 2550)$$

$$= 26 \times 4616$$

$$= 120016 \text{ (元)}$$

由第 2 題可知，

家妮一年後所存的金額為 120601 元，

由第 3 題可知，

俊杰一年後所存的金額為 120600 元，

所以三人所存的金額大小順序為：

家妮 > 俊杰 > 韋德。

答：家妮 > 俊杰 > 韋德。

得來素 2 競走

1. 設米奇在第 n 天完成訓練，

$$a_1 = 1, a_2 = 3, \dots, d = 3 - 1 = 2, S_n = 100$$

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$$

$$100 = \frac{n[2 \times 1 + (n-1) \times 2]}{2}$$

$$100 = \frac{n(2 + 2n - 2)}{2}$$

$$2n^2 = 200$$

$$n^2 = 100$$

$$n = \pm 10 \text{ (負不合)}$$

所以米奇在第 10 天完成訓練。

答：第 10 天。

2. 由第 1 題知米奇在第 10 天完成訓練，
米妮前 10 天所走的距離分別為 40、20、10、
 5 、 $\frac{5}{2}$ 、 $\frac{5}{4}$ 、 $\frac{5}{8}$ 、 $\frac{5}{16}$ 、 $\frac{5}{32}$ 、 $\frac{5}{64}$ 公里，

所以前 10 天所走的總距離為

$$40 + 20 + 10 + 5 + \frac{5}{2} + \frac{5}{4} + \frac{5}{8} + \frac{5}{16} + \frac{5}{32} + \frac{5}{64}$$

$$= 75 \frac{315}{64} = 79 \frac{59}{64} < 100$$

第 10 天時，米妮尚未完成訓練，
 所以米奇先完成訓練。

【補充： $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$ 】

由第 1 題知米奇在第 10 天完成訓練，
米妮前 10 天所走的總距離為

$$40 + 20 + 10 + \cdots + a_{10},$$

$$a_1 = 40, a_2 = 20, \cdots, r = \frac{1}{2}, S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$S_{10} = \frac{40[1-(\frac{1}{2})^{10}]}{1-\frac{1}{2}} = \frac{40(1-\frac{1}{1024})}{\frac{1}{2}}$$

$$= 80 \times \frac{1023}{1024} = \frac{81840}{1024} = 79 \frac{944}{1024}$$

$$= 79 \frac{59}{64} < 100$$

第 10 天時，米妮尚未完成訓練，
 所以米奇先完成訓練。

答：米奇。

3. $100 - 79 \frac{59}{64} = 20 \frac{5}{64}$

所以當米奇完成訓練時，

米妮距離完成訓練還有 $20 \frac{5}{64}$ 公里。

答： $20 \frac{5}{64}$ 公里。

得來素 3 計程收費

1. ① 20~200 公里以標準費率收費，

$$\text{故 } a = 180 \times 1.2 = 216。$$

② 20~300 公里包含

20~200 公里以標準費率收費，

200 公里以上以長途折扣費率收費，

$$\text{故 } b = 216 + (300 - 200) \times 0.9 = 306。$$

答： $a = 216$ 、 $b = 306$ 。

2. 設線型函數為 $y = ax + b$ ，

代入 $C(200, 216)$ 、 $D(300, 306)$ 兩點得

$$\begin{cases} 216 = 200a + b \cdots \cdots \text{①} \\ 306 = 300a + b \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

由②式 - ①式得 $90 = 100a$ ， $a = 0.9$ ，

代回①式得 $216 = 180 + b$ ， $b = 36$ ，

故線型函數為 $y = 0.9x + 36$ 。

答： $y = 0.9x + 36$ 。

3. 此趟在高速公路的旅程為 $78 - 45 = 33$ (公里)，

來回共 $2 \times 33 = 66$ 公里。

依據計程收費說明，大型車的通行費用為

$$20 \times 0 + (66 - 20) \times 1.5 = 69 \text{ (元)},$$

故所需通行費用為 69 元。

大型車在標準費率下，里程與費用形成的線型

函數圖形通過 $(20, 0)$ 、 $(66, 69)$ 兩點，

設函數關係為 $y = ax + b$ ，

$$\text{代入得 } \begin{cases} 0 = 20a + b \cdots \cdots \text{①} \\ 69 = 66a + b \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

由②式 - ①式得 $69 = 46a$ ， $a = 1.5$ ，

代回①式得 $0 = 30 + b$ ， $b = -30$ ，

故線型函數為 $y = 1.5x - 30$ 。

答：69 元， $y = 1.5x - 30$ 。

4. ① 在上午 4:00 上國道 1 號時

符合暫停收費時段，故不收費。

② 在上午 5:00 時通過國道 3 號新竹系統南下

100 公里處，並於國道 3 號南下 250 公里處

下南雲交流道，共行駛 $250 - 100 = 150$ (公

里)，且國道 3 號「新竹系統至燕巢系統」

符合單一費率再 8 折收費。

故所需通行費用為 $150 \times 0.9 \times 0.8 = 108$ (元)。

答：108 元。

得來素 4 馬拉松

1. 由圖可知，

妍貞在 18 公里處時（包含休息時間），
共花了 $2\frac{1}{3}$ 小時，尚有 $21-18=3$ （公里），

$3\div 9=\frac{1}{3}$ （小時），故妍貞所需的時間為

$2\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=2\frac{2}{3}$ （小時）；尙勇所需的時間為

$21\div 8=2\frac{5}{8}$ （小時）。

答：妍貞所需的時間為 $2\frac{2}{3}$ 小時，

尙勇所需的時間為 $2\frac{5}{8}$ 小時。

2. 依據上圖分別計算出線型函數如下：

妍貞：

在 $0\sim 1$ 小時：

函數圖形通過 $(0, 0)$ 、 $(1, 9)$ 兩點，
得 $y=9x$ 。

在 $1\sim 1\frac{1}{6}$ 小時： $y=9$ 。

在 $1\frac{1}{6}\sim 2\frac{1}{6}$ 小時：

函數圖形通過 $(1\frac{1}{6}, 9)$ 、 $(2\frac{1}{6}, 18)$ 兩點，

得 $y=9x-\frac{3}{2}$ 。

在 $2\frac{1}{6}\sim 2\frac{1}{3}$ 小時： $y=18$ 。

在 $2\frac{1}{3}\sim 2\frac{2}{3}$ 小時：

函數圖形通過 $(2\frac{1}{3}, 18)$ 、 $(2\frac{2}{3}, 21)$ 兩點，

得 $y=9x-3$ 。

尙勇：

在 $0\sim 2\frac{5}{8}$ 小時：

函數圖形通過 $(0, 0)$ 、 $(2\frac{5}{8}, 21)$ 兩點，

得 $y=8x$ 。

當兩人相遇時，函數圖形有交點，

在 $0\sim 1$ 小時： $9x=8x$ ， $x=0$ （不合）。

在 $1\sim 1\frac{1}{6}$ 小時： $9=8x$ ， $x=\frac{9}{8}$ 。

在 $1\frac{1}{6}\sim 2\frac{1}{6}$ 小時： $9x-\frac{3}{2}=8x$ ， $x=\frac{3}{2}$ 。

在 $2\frac{1}{6}\sim 2\frac{1}{3}$ 小時： $18=8x$ ， $x=\frac{9}{4}$ 。

在 $2\frac{1}{3}\sim 2\frac{2}{3}$ 小時： $9x-3=8x$ ， $x=3$ （不合）。

故兩人會相遇 3 次，

時間分別為 $\frac{9}{8}$ 小時、 $\frac{3}{2}$ 小時、 $\frac{9}{4}$ 小時。

答：3 次， $\frac{9}{8}$ 小時、 $\frac{3}{2}$ 小時、 $\frac{9}{4}$ 小時。

3. 由第 2 題可知，在出發 2 小時後，

妍貞跑步時間與距離的關係式為 $y=9x-\frac{3}{2}$ ，

故位於 $9\times 2-\frac{3}{2}=16\frac{1}{2}$ （公里）；

尙勇跑步時間與距離的關係式為 $y=8x$ ，
故位於 $8\times 2=16$ （公里），

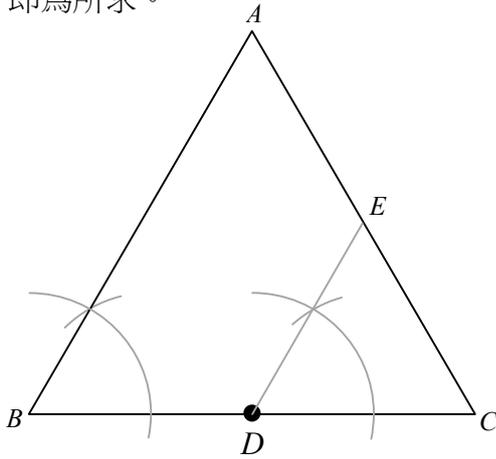
因為 $16\frac{1}{2}>16$ 且 $16\frac{1}{2}-16=\frac{1}{2}$ ，

故在出發 2 小時後，妍貞在尙勇前方 $\frac{1}{2}$ 公里。

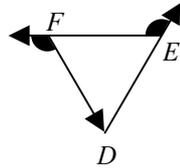
答：前方 $\frac{1}{2}$ 公里。

得來素 5 動量守恆

1. \overline{DE} 即為所求。



2. 由第 1 題可知， $\angle CDE = \angle B$ ，
 又 $\angle B = \angle C = 60^\circ$ ($\triangle ABC$ 為正三角形)，
 因此 $\triangle CDE$ 為正三角形，
 同理可得 $\triangle DEF$ 為正三角形，
 故每一個外角皆為
 $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ，
 因此，彈珠從 D 點彈出，
 到第一次回到 D 點時，
 共轉向 $120^\circ + 120^\circ = 240^\circ$ 。



答： 240° 。

3. (1) 因為 J_1 點以平行 \overline{AB} 的方向彈出，所以
 每一條行進軌跡皆與 $\triangle ABC$ 其中一邊平行，
 $\overline{J_1K_1} + \overline{K_1L_1} + \overline{L_1J_2} + \overline{J_2K_2} + \overline{K_2L_2} + \overline{L_2J_1}$
 $= \overline{BL_1} + \overline{J_1B} + \overline{AK_2} + \overline{L_1A} + \overline{CJ_1} + \overline{K_2C}$
 $= \overline{BL_1} + \overline{L_1A} + \overline{AK_2} + \overline{K_2C} + \overline{CJ_1} + \overline{J_1B}$
 $= \overline{BA} + \overline{AC} + \overline{CB} = 3 \times 15 = 45$ (公分)

(2) $\overline{L_2K_2} = \overline{BC} - \overline{BJ_1} = 15 - 2 = 13$
 $\overline{QR} = \overline{L_2K_2} - \overline{L_2Q} - \overline{RK_2} = \overline{L_2K_2} - 2\overline{K_1L_1}$
 $= \overline{L_2K_2} - 2\overline{BJ_1} = 13 - 2 \times 2 = 9$
 因為 $\triangle PQR$ 為正三角形，
 所以 $\overline{PQ} = \overline{PR} = \overline{QR} = 9$ ，
 故 $\triangle PQR$ 的面積為
 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 9^2 = \frac{81\sqrt{3}}{4}$ (平方公分)。

答：45 公分， $\frac{81\sqrt{3}}{4}$ 平方公分。

得來素 6 摺紙

1. 因為 \overline{AC} 是 $\angle BAD$ 的角平分線，又 \overline{AE} 與 \overline{AF} 分別為 $\angle BAC$ 與 $\angle DAC$ 的角平分線，
 所以 $\angle BAE = \angle EAC = \angle FAC = \angle DAF$

$$= \frac{90^\circ}{4} = 22.5^\circ,$$

$$\begin{aligned} \text{故 } \angle EAF &= \angle EAC + \angle FAC \\ &= 22.5^\circ + 22.5^\circ = 45^\circ. \end{aligned}$$

答： 45° 。

2. 在 $\triangle ABE$ 與 $\triangle ADF$ 中，
 因為 $\angle BAE = \angle DAF$ (由第 1 題可知)，
 $\overline{AB} = \overline{AD}$ (四邊形 $ABCD$ 為正方形)，
 $\angle B = \angle D$ (四邊形 $ABCD$ 為正方形)，
 所以 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ (根據 ASA 全等性質)。
 答：是，根據 ASA 全等性質。

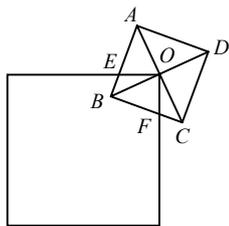
3. 因為 \overline{AE} 與 \overline{AF} 分別為 $\angle BAC$ 與 $\angle DAC$ 的
 角平分線，所以 $\overline{AB} = \overline{AH} = \overline{AD} = 10$ ，
 $\overline{BE} = \overline{EH}$ ， $\overline{DF} = \overline{FH}$ ，
 設 $\overline{EH} = \overline{FH} = x$ 公分，
 則 $\overline{EC} = \overline{FC} = (10 - x)$ 公分。
 因為 $\triangle FEC$ 為直角三角形，
 所以 $\overline{EC}^2 + \overline{FC}^2 = \overline{EF}^2$
 $2(10 - x)^2 = (2x)^2$
 $2(100 - 20x + x^2) = 4x^2$
 $100 - 20x + x^2 = 2x^2$
 $x^2 + 20x - 100 = 0$
 $x = \frac{-20 \pm \sqrt{400 + 400}}{2} = -10 \pm 10\sqrt{2}$ (負不合)

因為 $\triangle AEF$ 為等腰三角形且 $\overline{EH} = \overline{FH}$ ，
 所以 \overline{AH} 為 \overline{EF} 的中垂線，

$$\begin{aligned} \text{故 } \triangle AEF \text{ 的面積} &= \overline{EF} \times \overline{AH} \times \frac{1}{2} \\ &= 2(-10 + 10\sqrt{2}) \times 10 \times \frac{1}{2} \\ &= -100 + 100\sqrt{2} \text{ (平方公分)} \end{aligned}$$

答： $(-100 + 100\sqrt{2})$ 平方公分。

4.



在 $\triangle AEO$ 與 $\triangle BFO$ 中，

因為 $\angle EAO = \angle FBO$

(正方形兩條對角線平分四個角)，

$\overline{AO} = \overline{BO}$ (正方形兩條對角線互相平分)，

$\angle AOE = \angle BOF = 90^\circ - \angle EOB$ ，

所以 $\triangle AEO \cong \triangle BFO$ (根據 ASA 全等性質)。

因此，重疊部分的面積 = 四邊形 $OEBF$ 的面積

= $\triangle ABO$ 的面積

$$= 10 \times 10 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{25}{4} \text{ (平方公分)}$$

答： $\frac{25}{4}$ 平方公分。

得來素 7 行人穿越道線

1. 20 個白色矩形區塊的寬皆為 40 公分，

即 $20 \times 40 = 800$ (公分)。

每一個矩形區塊皆平行，

所以間隔長度皆為 50 公分，

共 19 個間隔，即 $19 \times 50 = 950$ (公分)。

第一個和最後一個區塊均距離道路邊緣

40 公分，即 $2 \times 40 = 80$ (公分)。

故需行走 $800 + 950 + 80 = 1830$ (公分)，

即 18.3 公尺。

答：18.3 公尺。

2. 對角線行人穿越道長 22 公尺，

平行寬度為 3 公尺，

$$2 \times 22 \times 3 - 3 \times 3$$

$$= 132 - 9$$

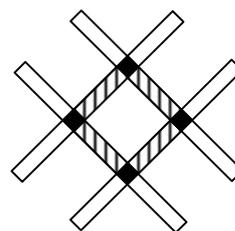
$$= 123 \text{ (平方公尺)}$$

答：123 平方公尺。

3. 枕木紋：

$$2 \times 0.4 \times 20 \times 4 = 64 \text{ (平方公尺)}。$$

對角線：



4 條完整標線為

$$22 \times 0.15 \times 4 = 13.2 \text{ (平方公尺)}，$$

4 個重疊的小正方形為

$$0.15 \times 0.15 \times 4 = 0.09 \text{ (平方公尺)}，$$

4 個斜線長方形為

$$(3 - 2 \times 0.15) \times 0.15 \times 4 = 1.62 \text{ (平方公尺)}，$$

4 條完整標線 - 4 個重疊的小正方形

- 4 個斜線長方形為

$$= 13.2 - 0.09 - 1.62 = 11.49 \text{ (平方公尺)}。$$

故白色標線的總面積為

$$64 + 11.49 = 75.49 \text{ (平方公尺)}。$$

答：75.49 平方公尺。

4. 假設每個區塊的間隔長度變為 x 公分，

由第 1 題可知，馬路總長度為 1830 公分，

$$\text{則 } 16 \times 40 + 15x + 2 \times 50 = 1830$$

$$640 + 15x + 100 = 1830$$

$$15x = 1090$$

$$x = \frac{1090}{15} = 72\frac{2}{3} \text{ (公分)}$$

因為枕木紋行人穿越道的間隔長度為

40~80 公分，故合乎法規。

答： $72\frac{2}{3}$ 公分，合乎法規。

得來素 8 土地分割

1. 已知梯形的上底為 10 公尺，
下底為 20 公尺，高為 16 公尺，
則梯形面積為
$$\frac{(10+20) \times 16}{2} = 240 \text{ (平方公尺)},$$

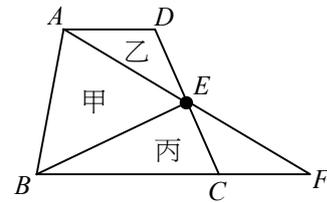
因為兩個四邊形的面積相等，
故 $16x = 240 \div 2 = 120$ ， $x = \frac{15}{2}$ 。
答： $\frac{15}{2}$ 。
2. 由於取梯形上底與下底的中點，
則兩個小梯形上底皆為 $10 \div 2 = 5$ (公尺)，
下底皆為 $20 \div 2 = 10$ (公尺)，
兩個小梯形的面積皆為
$$\frac{(5+10) \times 16}{2} = 120 \text{ (平方公尺)},$$

故為公平分。
答：兩個小梯形的面積皆為 120 平方公尺，
公平分。
3. 梯形兩腰中點連線段長為
 $(10+20) \div 2 = 15$ (公尺)，
兩個小梯形的高為 $16 \div 2 = 8$ (公尺)，
上半部小梯形的面積為
$$\frac{(10+15) \times 8}{2} = 100 \text{ (平方公尺)},$$

下半部小梯形的面積為
$$\frac{(15+20) \times 8}{2} = 140 \text{ (平方公尺)},$$

故沒有公平分。
答：上半部小梯形的面積為 100 平方公尺，
下半部小梯形的面積為 140 平方公尺，
沒有公平分。

4.



- 延長 \overline{AE} 交 \overline{BC} 於 F 點，
在 $\triangle ADE$ 與 $\triangle FCE$ 中，
因為 $\angle EDA = \angle ECF$ (內錯角相等)，
 $\overline{ED} = \overline{EC}$ (E 為 \overline{DC} 中點)，
 $\angle DEA = \angle CEF$ (對頂角相等)，
所以 $\triangle ADE \cong \triangle FCE$ (根據 ASA 全等性質)。
又在 $\triangle ABF$ 中，
因為 $\overline{AE} = \overline{FE}$ ，
所以 $\triangle BAE$ 的面積 = $\triangle BFE$ 的面積，
故甲土地的面積 = (乙 + 丙) 土地的面積。
答：相等。



memo

筆記欄



A large grid of small squares, intended for writing notes or taking a memo.