

# 1-1

## 認識數列與等差數列

### 1. 數列

依序將數排成一列，並以逗點分開，稱為數列。數列的第一個數稱為第 1 項或首項，通常記為  $a_1$ ；數列的第  $n$  個數稱為第  $n$  項，記為  $a_n$ ，而最後一項也稱為末項。

#### 1 類題

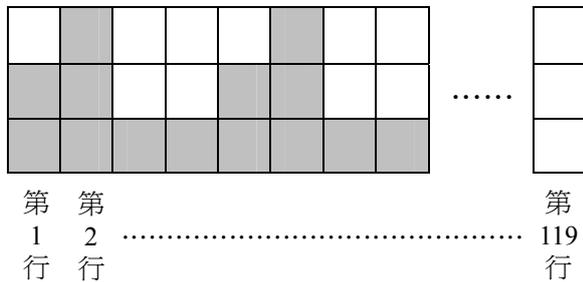
配合課本 P9  
例題 1

#### 觀察規律

配合課本 P9  
隨堂練習

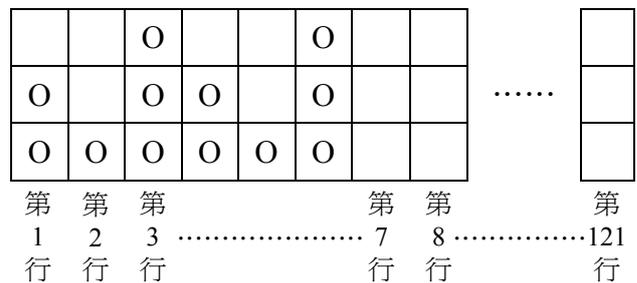
#### 熟練

又允將方格有規律的著色，作為教室布置的邊框，依圖形的規律，在第 119 行中畫出其圖樣。



**解**

依下面圖形的規律，在第 7 行、第 8 行及第 121 行中畫出其圖樣。



**解**

#### 2 類題

配合課本 P11  
例題 2

#### 求第 $n$ 項

配合課本 P11  
隨堂練習

#### 熟練

已知某數列的第  $n$  項  $a_n = 36 - 5n$ ，

- (1) 求該數列的前 3 項。
- (2) 求該數列的第 25 項。
- (3) 此數列的第  $k$  項為  $-49$ ，求  $k$ 。

**解**

已知某數列的第  $n$  項  $a_n = 4n - 63$ ，

- (1) 求該數列的前 3 項。
- (2) 求該數列的第 40 項。
- (3) 此數列的第  $k$  項為  $53$ ，求  $k$ 。

**解**

## 2. 等差數列

1. 一個數列中，任意相鄰兩項，後項減去前項所得的差都相同，稱為等差數列，這個差稱為公差，通常用  $d$  表示。
2. 等差數列第  $n$  項公式：如果一個等差數列的首項為  $a_1$ ，公差為  $d$ ，則第  $n$  項  $a_n = a_1 + (n-1)d$ 。

### 1 類題

配合課本 P14  
例題 3

### 判別等差數列

配合課本 P15  
隨堂練習

### 熟練

判別下列各數列是否為等差數列。如果是，寫出該數列的公差。

(1)  $-9, -4, 1, 6, 11$

(2)  $2, 3, 2, 3, 2$

**解**

判別下列各數列是否為等差數列。如果是，寫出該數列的公差。

(1)  $6, 2, -2, -6, -10$

(2)  $11, 23, 35, 47, 59$

**解**

### 2 類題

配合課本 P15  
例題 4

### 利用公差完成數列

配合課本 P15  
隨堂練習

### 熟練

在下列各空格中填入適當的數，使得各數列成為等差數列。

(1)  $8, 15, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$

(2)  $\underline{\hspace{2cm}}, 19, 15, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$

(3)  $-4.9, \underline{\hspace{2cm}}, -3.9, -3.4, \underline{\hspace{2cm}}$

(4)  $5a+5b, \underline{\hspace{2cm}}, 7a+b, 8a-b,$   
 $\underline{\hspace{2cm}}$

完成下列各等差數列，並寫出公差。

(1)  $9, 2, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}, -19,$   
公差為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $\underline{\hspace{2cm}}, 2\sqrt{2}, 5\sqrt{2}, \underline{\hspace{2cm}}, 11\sqrt{2},$   
公差為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3)  $\underline{\hspace{2cm}}, a+8, \underline{\hspace{2cm}}, a, a-4,$   
公差為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

已知  $94, 88, 82, 76, \dots, -44$  是一個等差數列，求：

- (1) 此等差數列的第 11 項。
- (2) 此數列共有多少項？

**解**

已知  $-13, -9, -5, -1, \dots, 103$  是一個等差數列，求：

- (1) 此等差數列的第 19 項。
- (2) 此數列共有多少項？

**解**

1. 已知一個等差數列的首項為 54，第 11 項為  $-76$ ，求此等差數列的公差。
2. 已知一個等差數列的第 8 項為 30，公差為  $-5$ ，求此等差數列的首項。

**解**

1. 已知一個等差數列的首項為  $-13$ ，第 21 項為 67，求此等差數列的公差。
2. 已知一個等差數列的第 29 項為 184，公差為 8，求此等差數列的首項。

**解**

## 5類題

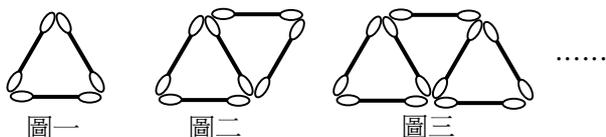
配合課本 P19  
例題 7

## 等差數列的一般項

配合課本 P19  
隨堂練習

## 熟練

下面各圖是由棉花棒所組成的規律圖形：

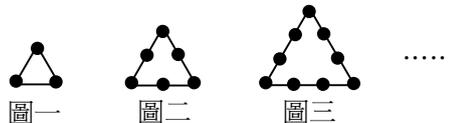


若圖  $n$  中，棉花棒的總數為  $a_n$ ，回答下列問題：

- (1) 以  $n$  的式子表示  $a_n$ 。
- (2) 求  $a_{100}$ 。

解

下面各圖是由圓點「●」所組成的規律圖形：



若圖  $n$  中，圓點的總數為  $a_n$ ，回答下列問題：

- (1) 以  $n$  的式子表示  $a_n$ 。
- (2) 求  $a_{30}$ 。

解

## 6類題

配合課本 P20  
例題 8

## 等差數列的應用

配合課本 P20  
隨堂練習

## 熟練

某隧道工程每日開鑿 20 公尺，已知 8 月 1 日收工時已開鑿 300 公尺，則：

- (1) 幾月幾日收工時已開鑿 780 公尺？
- (2) 至少幾月幾日收工時已開鑿的距離會超過 1 公里？

解

某百貨公司舉辦福袋限量特賣活動，第 1 波限量 38 個，之後每一波限量數都比前一波多 3 個。已知最後一波限量 101 個，則共舉辦了幾波福袋限量特賣活動？

解

### 3. 等差中項

設  $a, b, c$  三數成等差數列， $b$  為  $a$  與  $c$  的等差中項，則  $2b = a + c$ ，即  $b = \frac{a+c}{2}$ 。

#### 1 類題

配合課本 P21  
例題 9

#### 求等差中項

配合課本 P21  
隨堂練習

#### 熟練

在下列空格中填入適當的數，使得每個數列成等差數列。

(1) 13, \_\_\_\_\_, 27

(2)  $2a + 5d$ , \_\_\_\_\_,  $4a - d$

**解**

在下列空格中填入適當的數，使得每個數列成等差數列。

(1)  $-44$ , \_\_\_\_\_, 62

(2)  $a + 8d$ , \_\_\_\_\_,  $-5a - 2d$

**解**

#### 2 類題

配合課本 P22  
例題 10

#### 等差中項的應用

配合課本 P22  
隨堂練習

#### 熟練

1. 已知  $a, b, 9$  三數成等差數列，且  $a, b$  兩數的和為  $-3$ ，求  $a, b$  的值。
2. 已知  $a, b, c$  三數成等差數列，且  $a$  與  $c$  的等差中項為  $20$ ，求  $a + b + c$ 。

**解**

1. 已知三數成等差數列，且此三數總和為  $66$ ，求此三數的等差中項。
2. 已知  $3s + t, -4, s - t$  三數成等差數列， $2s, 0, 5s + 2t$  三數也成等差數列，求  $s, t$  的值。

**解**

# 1-1 自我磨練

配合課本 P24~25 自我評量

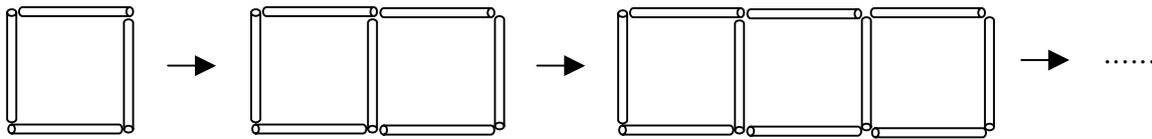
1. 已知下列各數列分別隱含某種規律，依其規律在空格中填入適當的數。

(1)  $7, 14, \underline{\hspace{2cm}}, 28, \underline{\hspace{2cm}}, 42, 49$

(2)  $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}, \frac{1}{36}, \frac{1}{49}$

(3)  $\frac{6}{5}, \frac{7}{6}, \frac{8}{7}, \underline{\hspace{2cm}}, \frac{10}{9}, \underline{\hspace{2cm}}, \frac{12}{11}$

2. 下列各圖是將等長吸管排成正方形，並組成規律的圖形：



(1) 觀察圖形的規律，並完成下表：

正方形個數	1	2	3	4	5	……	$n$
吸管總數						……	

(2) 上表吸管總數所形成的數列中，第 35 項是多少？

3. 已知一個等差數列的首項  $a_1 = -4$ ，公差  $d = -3$ ，第  $n$  項  $a_n = -40$ ，求  $n$  的值。

4. 等差數列  $39, 35, 31, \dots$ ，則自第幾項開始為負數？

5. 已知  $a, -2, b$  三數成等差數列，且  $3a + 2b = 1$ ，求  $a, b$  的值。

6. 小英計畫一月背 50 個英文單字，以後每個月皆會比上個月多背  $d$  個英文單字，已知她在同年的十二月當月背了 270 個英文單字，則她在同年的七月當月背了多少個英文單字？



### 1. 等差級數的和

1. 將一個數列的各項用加號「+」連接，所成的式子稱為級數。
2. 當  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  為等差數列時， $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  為等差級數。

#### 1 類題

配合課本 P28  
隨堂練習

#### 求等差級數的和

配合課本 P28  
隨堂練習

#### 熟練

仿照高斯的作法，求下列各等差級數的和：

(1)  $2 + 5 + 8 + 11 + 14$

(2)  $(-1) + 4 + 9 + 14 + 19$

**解**

仿照高斯的作法，求下列各等差級數的和：

(1)  $55 + 41 + 27 + 13 + (-1)$

(2)  $35 + 41 + 47 + 53 + 59 + 65$

**解**

### 2. 等差級數和公式

等差級數的和  $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$  或  $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$ 。

#### 1 類題

配合課本 P30  
隨堂練習

利用  $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$  求和

配合課本 P30  
隨堂練習

#### 熟練

等差級數  $37 + 48 + 59 + \dots + 257$  共 21 項，  
求此級數的和。

**解**

等差級數  $7 + 9 + 11 + \dots + 35$  共 15 項，  
求此級數的和。

**解**

## 2類題

配合課本 P31  
例題 1

先求  $n$ ，再代入  $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

配合課本 P31  
隨堂練習

熟練

已知等差級數  $39 + 35 + 31 + \dots + 3$ ，則：

- (1) 共有多少項？
- (2) 求等差級數的和。

**解**

求下列各等差級數的和：

- (1)  $8 + 14 + 20 + \dots + 80$ 。
- (2)  $(-15) + (-12) + (-9) + \dots + 18$ 。

**解**

## 3類題

配合課本 P32  
例題 2

求等差級數的和

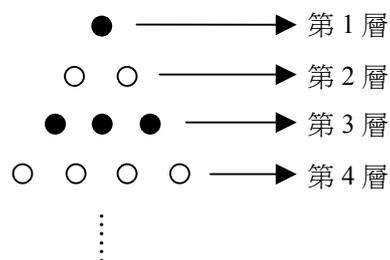
配合課本 P32  
隨堂練習

熟練

有一個小型展覽館，第 1 批先開放 7 人入館參觀，第 2 批開放 10 人入館參觀，以此類推，每一批入館人數會比前一批多 3 人，已知一天共開放 15 批，則一天中共有多少人參觀展覽館？

**解**

下圖是用黑白色的鋼珠堆成的三角形。



第一層是 1 個黑鋼珠，第二層是 2 個白鋼珠，第三層是 3 個黑鋼珠，第四層是 4 個白鋼珠，……，依此規則排列，堆到第 60 層時，總共用掉 1830 個鋼珠，完成下列空格：

- (1) 第 3 層的黑鋼珠比第 1 層多\_\_\_\_\_個。
- (2) 第 5 層的黑鋼珠比第 3 層多\_\_\_\_\_個。
- (3) 黑鋼珠共堆了\_\_\_\_\_層。
- (4) 總共用掉\_\_\_\_\_個黑鋼珠。

**解**

**4 類題**配合課本 P33  
例題 3利用  $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$  求和配合課本 P33  
隨堂練習**熟練**

已知一個等差級數的首項為  $-7$ ，公差為  $2$ ，  
求此等差級數前  $10$  項的和。

**解**

已知一個等差級數的首項為  $16$ ，公差為  $-7$ ，  
求此等差級數前  $12$  項的和。

**解****5 類題**配合課本 P34  
例題 4

求等差級數的項數與公差

配合課本 P34  
隨堂練習**熟練**

已知一個等差級數的首項為  $36$ ，末項為  
 $-24$ ，和為  $78$ ，求其項數與公差。

**解**

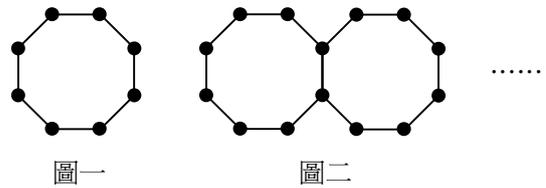
已知一個等差級數的首項為  $-11$ ，末項為  $79$ ，  
和為  $544$ ，求其項數與公差。

**解**

子逸想買一個售價 735 元的公仔，媽媽告訴他，只要第 1 天存 15 元，第 2 天存 17 元，之後每天都比前一天多存 2 元，幾天後會剛好存滿 735 元，則子逸在第幾天可以買到公仔？

**解**

下圖是由牙籤與保麗龍球所串成。



圖一

圖二

圖一為 1 個正八邊形，

圖二為 2 個相連的正八邊形，……，

圖  $n$  為  $n$  個相連的正八邊形。

若圖一到圖  $n$  共使用 418 顆保麗龍球，求  $n$ 。

**解**

**即時演練**

幸福社區有 5 排建築物，每一排皆比前一排多住 4 戶居民，已知第 1 排有 3 戶，第 5 排有 19 戶，則此社區共有幾戶居民？

**解**

## 1-2 自我磨練

配合課本 P37~38 自我評量

1. 求下列各等差級數的和：

(1)  $7+9+11+\cdots+65$

(2)  $9+1+(-7)+\cdots+(-303)$

2. 已知一個等差級數的首項為  $-2$ ，第 5 項為  $14$ ，求此等差級數前 30 項的和。

3. 求 1 至 200 的整數中，所有 3 的倍數的和。

4. 一個等差級數的和為 720，已知第 6 項為  $-9$ ，第 9 項為 21，求此等差級數的首項、公差與項數。

5. 已知有 14 個長方形，它們的寬皆為 2 公分，長剛好形成公差為 3 公分的等差數列。若最小的長方形面積為 20 平方公分，則這 14 個長方形的總面積為多少平方公分？

6. 八年五班數學段考平均成績是 66 分，小強得 98 分是全班最高分。已知每位學生的分數皆不相同，且剛好形成公差為 4 分的等差數列，則八年五班共有多少位學生？

## 1. 等比數列

1. 一個數列中，任意相鄰兩項，後一項與前一項的比值都相同，稱為等比數列，這相同的比值稱為公比，通常用  $r$  表示 ( $r \neq 0$ )。
2. 等比數列第  $n$  項公式：如果一個等比數列的首項為  $a_1$ ，公比為  $r$ ，則第  $n$  項  $a_n = a_1 \times r^{n-1}$ 。

## 1 類題

配合課本 P40  
例題 1

## 判別等比數列

配合課本 P40  
隨堂練習

## 熟練

判別下列各數列是否為等比數列。如果是，寫出該數列的公比。

(1)  $125, 25, 5, 1, \frac{1}{5}$

(2)  $2, -2, 2, -2, 2, -2, 2, -2$

解

判別下列各數列是否為等比數列。如果是，寫出該數列的公比。

(1)  $2\sqrt{3}, -6, 6\sqrt{3}, -18, 18\sqrt{3}$

(2)  $7, 11, 7, 11, 7, 11, 7, 11$

解

## 2 類題

配合課本 P41  
例題 2

## 利用公比完成數列

配合課本 P41  
隨堂練習

## 熟練

在下列各空格中填入適當的數，使得各數列成為等比數列。

(1) \_\_\_\_\_, 27, 9, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

(2) -12.8, \_\_\_\_\_, -0.8, 0.2, \_\_\_\_\_

(3) \_\_\_\_\_,  $\sqrt{6}$ ,  $2\sqrt{3}$ , \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

完成下列各等比數列，並寫出公比。

(1)  $13, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}, -13, 13,$   
公比為\_\_\_\_\_。

(2) \_\_\_\_\_, -4,  $4\sqrt{2}$ , \_\_\_\_\_,  
\_\_\_\_\_, 公比為\_\_\_\_\_。

**3類題**配合課本 P43、44  
例題 3、4求第  $n$  項  $a_n$ 配合課本 P43、44  
隨堂練習**熟練**

1. 已知一個等比數列的首項為  $-1$ ，公比為  $4$ ，求此等比數列的第  $6$  項。
2. 已知  $625, 125, 25, \dots$  是一個等比數列，求此等比數列的第  $9$  項。

**解**

1. 已知一個等比數列的首項為  $243$ ，公比為  $-\frac{1}{3}$ ，求此等比數列的第  $5$  項。
2. 已知  $-4, -12, -36, \dots$  是一個等比數列，求此等比數列的第  $7$  項。

**解****4類題**配合課本 P45  
例題 5求等比數列的第  $n$  項配合課本 P45  
隨堂練習**熟練**

有一等比數列的首項為  $\frac{16}{3}$ ，公比為  $-\frac{3}{2}$ ，  
則  $27$  是此數列的第幾項？

**解**

已知一個等比數列的首項為  $6$ ，公比為  $2$ ，  
則  $6144$  是此數列的第幾項？

**解**

有一條長度為 64 公分的緞帶，加恩第 1 次剪下此緞帶長度的  $\frac{3}{4}$ ，第 2 次將第 1 次所剪下的緞帶再剪下其長度的  $\frac{3}{4}$ ，依此類推，則第 3 次剪下的緞帶長度為多少公分？

解

有一張面積為 336 的矩形色紙，對摺一次其面積會變為原來的一半，若繼續對摺，則對摺 5 次後的面積為多少？

解

## 2. 等比中項

設  $a, b, c$  三數成等比數列， $b$  為  $a$  與  $c$  的等比中項，則  $b^2 = ac$ ，即  $b = \pm \sqrt{ac}$ 。

已知  $\frac{1}{9}, x, 729$  三數成等比數列，求  $x$  的值。

解

若  $\frac{2}{7}$  與  $y$  的等比中項為 8，求  $y$  的值。

解

## 1-3 自我磨練

配合課本 P50~51 自我評量

1. 在下列各空格中填入適當的數，使得各數列成爲等比數列，並寫出其公比。

(1) 7, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, 56, 112, 公比爲\_\_\_\_\_。

(2) \_\_\_\_\_, 162, -54, \_\_\_\_\_, -6, 公比爲\_\_\_\_\_。

(3)  $\sqrt{3}$ , \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_,  $18\sqrt{2}$ ,  $36\sqrt{3}$ , 公比爲\_\_\_\_\_。

2. 已知一個等比數列的公比  $r = -\frac{1}{4}$ ，第 5 項  $a_5 = -\frac{3}{4}$ ，求此等比數列的首項。

3. 已知一個等比數列的首項  $a_1 = 1280$ ，公比  $r = -\frac{1}{2}$ ，求此等比數列的第 9 項。

4. 等比數列  $\frac{1}{100}, \frac{3}{100}, \frac{9}{100}, \dots$ ，則自第幾項開始會大於 1？

5. 已知  $a, 4, b$  三數成等比數列，且  $a^2 + b^2 = 68$ ，求  $a + b$  的值。

6. 若某細菌每 30 分鐘會分裂一次，即由 1 個變成 2 個，則 1 個細菌經過 5 小時後，會分裂成多少個？

## 第2章

# 線型函數與其圖形

### 1. 函數的意義

任意給定一個  $x$  時，都恰有一個  $y$  與它對應，這種  $x$  與  $y$  之間的關係稱為  $y$  是  $x$  的函數。

#### 1 類題

配合課本 P61  
例題 1

#### 函數關係

配合課本 P61  
隨堂練習

#### 熟練

航空公司行李的運費收費方式如下：

$$\text{「運費(元)} = \frac{5}{2} \times \text{行李重量(公斤)} - 28\text{」,}$$

設  $x$  表示行李重量(公斤)， $y$  表示運費(元)，  
回答下列問題：

**解**

- (1)  $y$  與  $x$  的關係式可寫成 \_\_\_\_\_。
- (2)  $y$  是否為  $x$  的函數？ \_\_\_\_\_。

一輛汽車在高速公路上，以時速 95 公里的固定速率行駛，如果  $x$  小時可行駛  $y$  公里，已知「距離 = 速率  $\times$  時間」，將  $x$  與  $y$  的對應列成下表：

$x$ (小時)	0.5	1	2	...
$y$ (公里)	$95 \times 0.5$	$95 \times 1$	$95 \times 2$	...

**解**

- (1)  $y$  與  $x$  的關係式可寫成 \_\_\_\_\_。
- (2)  $y$  是否為  $x$  的函數？ \_\_\_\_\_。

#### 2 類題

配合課本 P62  
例題 2

#### 函數的判別

配合課本 P62  
隨堂練習

#### 熟練

下表是八年一班座號 1~10 號的學生，  
每日零用錢的金額(元)對照表：

座號	1	2	3	4	5
金額 (元)	30	40	20	30	20
座號	6	7	8	9	10
金額 (元)	20	10	50	10	30

設  $x$  表示座號， $y$  表示零用錢的金額，  
則  $y$  是否為  $x$  的函數？

**解**

判別下列敘述中， $y$  是否為  $x$  的函數：

- (1) 怡婷班上共有 25 位學生，設  $x$  表示學生的座號， $y$  表示該座號學生的體重。
- (2) 某電視臺進行收視率電話調查， $x$  表示撥打的號碼， $y$  為接電話的受訪民眾。

**解**

下表是某餐廳推出的套餐和價格的對照表：

套餐	1 號餐	2 號餐	3 號餐
價格(元)	99	109	99
套餐	4 號餐	5 號餐	6 號餐
價格(元)	119	129	129

設  $x$  表示套餐的價格， $y$  表示套餐的序號，則  $y$  是否為  $x$  的函數？

**解**

判別下列敘述中， $y$  是否為  $x$  的函數：

- (1) 某班有 25 名學生， $x$  表示學生的星座， $y$  表示該學生的血型。
- (2) 易柔班上共有 30 位學生，設  $x$  表示同學的家庭人口數， $y$  表示學生的座號。

**解**

### 即時演練

八年二班某次的數學考試，學生座號與考試分數的對應如下表：

座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
分數(分)	25	75	25	50	75	100	100	50	50	25	75	75	100

若以  $x$  表示座號， $y$  表示該座號學生的分數，則當  $x=8$  時， $y=$ \_\_\_\_\_；當  $x=13$  時， $y=$ \_\_\_\_\_。

## 2. 函數值

若  $y$  是  $x$  的函數，則  $x=a$  時的  $y$  值稱為此函數在  $x=a$  時的函數值。

求函數  $y = -5x + 4$  分別在  $x = -3$ 、 $x = 0$ 、 $x = 4$  時的函數值。

**解**

求函數  $y = 3x - 8$  分別在  $x = 7$ 、 $x = 0$ 、 $x = -5$  時的函數值。

**解**

**2類題**配合課本 P65  
例題 5**函數值相等**配合課本 P65  
隨堂練習**熟練**

若函數  $y=5x-8$  與  $y=-6x+3$ ，在  $x=k$  時，兩函數值相等，求  $k$  的值。

**解**

若函數  $y=-2x+8$  與  $y=-5x-13$ ，在  $x=k$  時，兩函數值相等，求  $k$  的值。

**解****3類題**配合課本 P66  
例題 6**函數值的應用**配合課本 P66  
隨堂練習**熟練**

有一位農夫想用籬笆圍成一個周長 200 公尺的長方形果園，若長方形果園的長為  $x$  公尺，寬為  $y$  公尺，則  $y$  是  $x$  的函數，求：

- (1)  $y$  與  $x$  的關係式。
- (2) 若果園的長為 30 公尺，則寬為多少公尺？
- (3) 若果園的寬為 25 公尺，則長為多少公尺？

**解**

承類題 3，如果改成面積為 200 平方公尺的長方形果園，且長方形的長為  $x$  公尺，寬為  $y$  公尺，則  $y$  是  $x$  的函數，求：

- (1)  $y$  與  $x$  的關係式。
- (2) 若果園的長為 25 公尺，則寬為多少公尺？

**解****即時演練**

已知函數  $y$  表示正整數  $x$  的因數個數。例如：8 的因數有 1、2、4、8，共 4 個，所以當  $x=8$  時，函數值  $y=4$ 。回答下列問題：

- (1) 當  $x=36$  時的函數值。
- (2) 當  $x=19$  時的函數值。
- (3) 當  $x=91$  時的函數值。

**解**

### 3. 一次函數與常數函數

1. 形如  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) 的函數，稱為一次函數。
2. 形如  $y = b$  的函數，稱為常數函數。

#### 1 類題

配合課本 P67  
例題 7

#### 求係數

配合課本 P67  
隨堂練習

#### 熟練

若一次函數  $y = ax - 3$ ，在  $x = 5$  時的函數值為  $-28$ ，求  $a$  的值。

**解**

若一次函數  $y = -4x - b$ ，在  $x = -3$  時的函數值為  $-3$ ，求  $b$  的值。

**解**

#### 2 類題

配合課本 P68  
例題 8

#### 求一次函數

配合課本 P68  
隨堂練習

#### 熟練

一次函數  $y = ax + b$ ，在  $x = -1$  時的函數值為  $4$ ，在  $x = 3$  時的函數值為  $6$ ，求此一次函數。

**解**

一次函數  $y = ax + b$ ，在  $x = -5$  時的函數值為  $3$ ，在  $x = 4$  時的函數值為  $-15$ ，求此一次函數。

**解**

#### 3 類題

配合課本 P69  
例題 9

#### 求常數函數

配合課本 P69  
隨堂練習

#### 熟練

有一個常數函數  $y = b$ ，在  $x = -3$  時的函數值為  $5$ ，求此常數函數。

**解**

有一個常數函數  $y = c$ ，在  $x = 2009$  時的函數值為  $-98$ ，求此常數函數。

**解**

## 4. 函數圖形與應用

給定一個函數  $y$ ，將每個  $x$  值及其對應的  $y$  值，寫成數對  $(x, y)$  的形式，並在坐標平面上畫出對應的點，就可得到函數  $y$  的圖形。

### 1 類題

配合課本 P72  
例題 10

### 畫一次函數的圖形

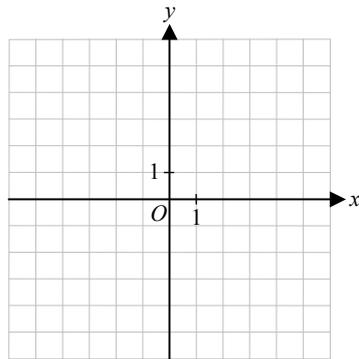
配合課本 P72  
隨堂練習

### 熟練

在坐標平面上畫出下列各函數的圖形：

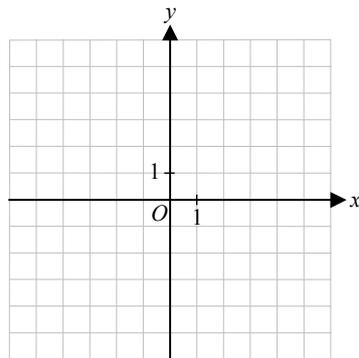
(1)  $y = 4x + 1$

**解**



(2)  $y = -3x - 5$

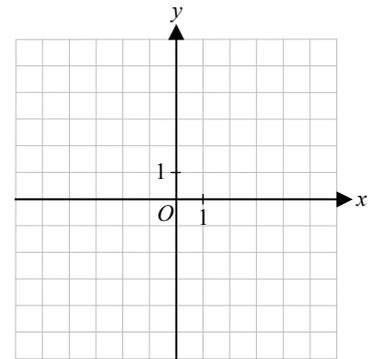
**解**



在坐標平面上畫出下列各函數的圖形：

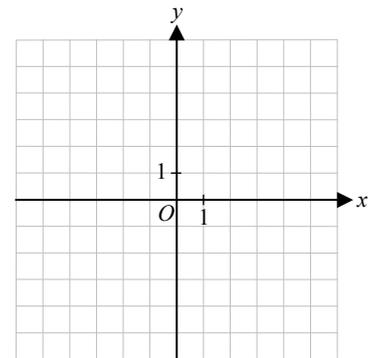
(1)  $y = -2x + 4$

**解**



(2)  $y = x + 5$

**解**



### 2 類題

配合課本 P73  
例題 11

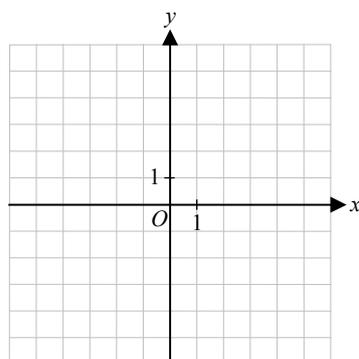
### 畫常數函數的圖形

配合課本 P73  
隨堂練習

### 熟練

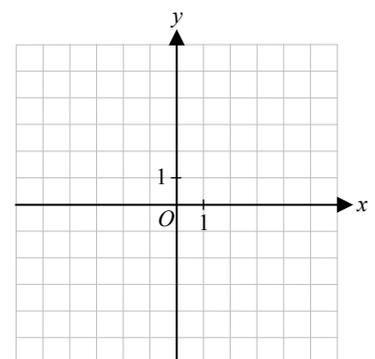
在坐標平面上畫出常數函數  $y = 3$  的圖形。

**解**



在坐標平面上畫出常數函數  $y = -4$  的圖形。

**解**



**3類題**配合課本 P74  
例題 12**已知兩點，求線型函數**配合課本 P74  
隨堂練習**熟練**

已知一個線型函數，其圖形通過  $(2, -2)$  與  $(-3, 13)$  兩點，求：

- (1) 此線型函數。
- (2) 此圖形與  $y$  軸的交點坐標。

**解**

已知一個線型函數，其圖形通過  $(-2, -3)$  與  $(1, 3)$  兩點，且分別與  $x$ 、 $y$  軸交於  $A$ 、 $B$  兩點，求：

- (1) 此線型函數。
- (2)  $A$ 、 $B$  兩點。

**解****4類題**配合課本 P77  
例題 13**函數的應用問題**配合課本 P77  
隨堂練習**熟練**

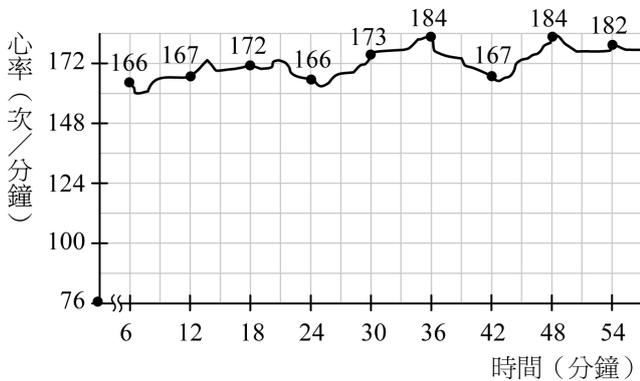
由於全班的數學成績不理想，老師用一次函數  $y = ax + b$  調整分數，其中  $x$  表示原來的分數， $y$  表示調整後的分數。已知原來 20 分調整為 50 分，原來 50 分調整為 86 分，求  $y$  與  $x$  的關係式。

**解**

響應年終大掃除，某量販店針對清潔打掃用品舉辦降價促銷活動，若原本  $x$  元的商品經一次函數計算後調降為  $y$  元，已知 80 元的拖把調降為 55 元，100 元的紙巾調降為 70 元，求此一次函數。

**解**

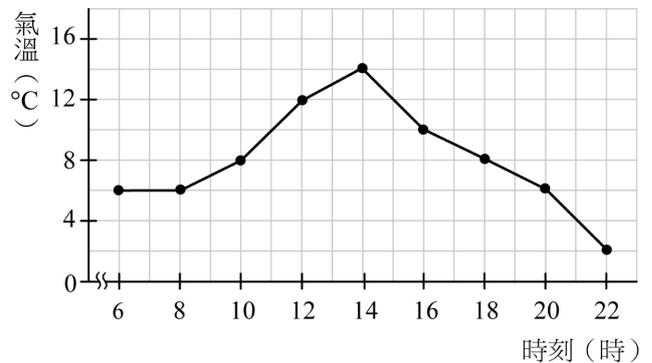
下圖為某次理莎跑步時間與心率的關係圖。



若以  $x$  表示時間 (分鐘),  $y$  表示心率 (次/分鐘), 則在 18 分鐘與 42 分鐘時, 理莎 的心率每分鐘分別為多少次?

**解**

下圖是某日玉山氣溫與時刻的關係圖。



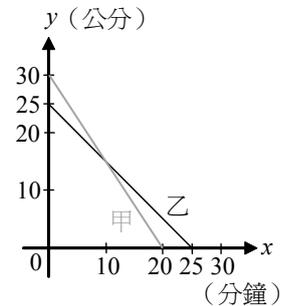
若以  $x$  表示時刻 (時),  $y$  表示該時刻的氣溫 (°C), 分別求出 6 時、14 時、20 時的氣溫。

**解**

### 即時演練

甲、乙兩支玻璃管中的水柱在水位下降的過程中, 其高度  $y$  (公分) 與時間  $x$  (分鐘) 的線型函數關係如右圖, 則當  $x$  為何值時, 甲、乙兩支玻璃管的高度相等?

**解**



## 第 2 章自我磨練

配合課本 P81~83 自我評量

1. 小榮到文具店購買文具，設  $x$  表示文具名稱， $y$  表示該文具的價格（元），如下表：

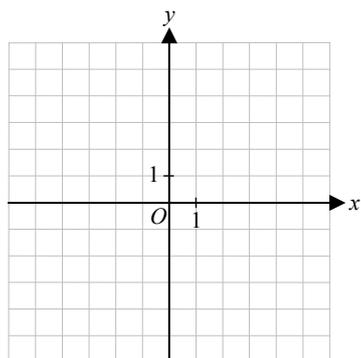
文具名稱	修正帶	鉛筆盒	水性筆	便利貼	透明膠帶
價格（元）	39	85	36	25	12

則  $y$  是否為  $x$  的函數？\_\_\_\_\_。

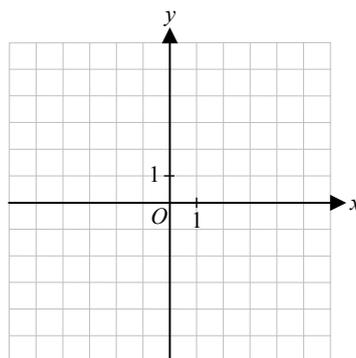
2. 分別求出函數  $y = -x + 3$  在  $x = -5$  與  $x = 2$  時的函數值。
3. 若函數  $y = 7x + 15$  與  $y = 9x - 11$ ，在  $x = k$  的函數值相等，求  $k$  的值。
4. 已知正方形的邊長為  $x$  時，周長為  $y$ ，求：
- (1)  $y$  與  $x$  的關係式。
  - (2) 當  $x = 16$  時的函數值。
5. 設  $x$  為任意正整數，以  $y$  表示  $3^x$  的個位數字，例如： $3^4 = 81$ ，則在  $x = 4$  的函數值為 1，求：
- (1) 當  $x = 3$  時的函數值。
  - (2) 當  $x = 6$  時的函數值。
6. 判別下列各函數中，哪些是常數函數？哪些是一次函數？哪些是線型函數？
- (A)  $y = 2x - 3$                       (B)  $y = -3$                       (C)  $y = 8 - 3x$   
(D)  $y = 5^2$                       (E)  $y = 4x^2 + x$                       (F)  $y = (-2)^2 x + 5$
- (1) 常數函數：\_\_\_\_\_。
  - (2) 一次函數：\_\_\_\_\_。
  - (3) 線型函數：\_\_\_\_\_。
7. 已知一次函數  $y = -ax + 5$ ，在  $x = 4$  時的函數值為 3，求  $a$  的值。

8. 在坐標平面上畫出下列各函數的圖形：

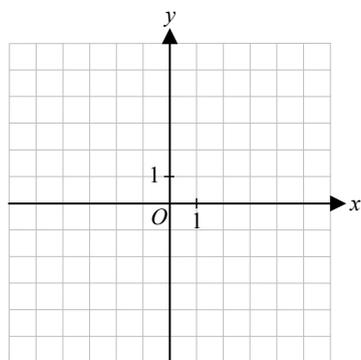
(1)  $y = -2x + 3$ ， $x$  是小於 5 的正整數。



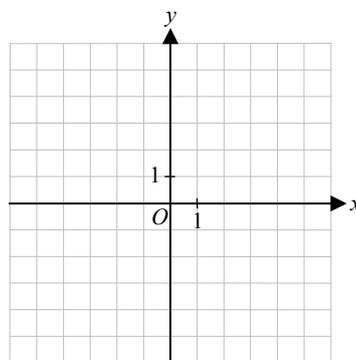
(2)  $y = 2x + 5$



(3)  $y = -2x$



(4)  $y = -5$



9. 玉香麵包坊因應原物料上漲，必須將店內的商品價格調漲，已知調漲方式為將原來的價格用線型函數調整成新的價格，使得原來 40 元的麵包變成 48 元，原來 25 元的麵包變成 36 元，則：

(1) 原來價格 30 元的麵包，調整後變成多少元？

(2) 原來價格多少元的麵包，調整後變成 60 元？

# 3-1

## 內角與外角

### 1. 點、線、角

1. 若  $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ，則  $\angle A$  和  $\angle B$  互為補角，或稱  $\angle A$  和  $\angle B$  兩個角互補。
2. 若  $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ，則  $\angle A$  和  $\angle B$  互為餘角，或稱  $\angle A$  和  $\angle B$  兩個角互餘。
3. 兩直線相交於一點時，所成的對頂角相等。

#### 1 類題

配合課本 P92  
例題 1

#### 補角與餘角

配合課本 P92  
隨堂練習

#### 熟練

已知  $\angle A$  與  $\angle B$  互補，且  $\angle B$  與  $\angle C$  互餘。  
若  $\angle A = 100^\circ$ ，求  $\angle C$ 。

**解**

已知  $\angle A$  與  $\angle B$  互補，且  $\angle B$  與  $\angle C$  互補。  
若  $\angle A = 96^\circ$ ，求  $\angle C$ 。

**解**

#### 2 類題

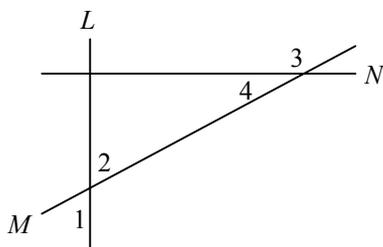
配合課本 P93  
例題 2

#### 對頂角的應用

配合課本 P93  
隨堂練習

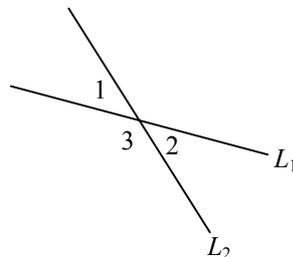
#### 熟練

如圖，直線  $L$ 、直線  $M$  與直線  $N$  交於三點，  
且  $\angle 1 = 62^\circ$ 、 $\angle 3 = 152^\circ$ ，求  $\angle 2 + \angle 4$ 。



**解**

如圖，直線  $L_1$ 、 $L_2$  相交於一點，  
若  $\angle 1 = (5x - 2)^\circ$ ， $\angle 2 = (3x + 16)^\circ$ ，  
求  $\angle 1$ 、 $\angle 3$ 。



**解**

#### 即時演練

已知  $\angle A$  與  $\angle B$  互餘， $\angle B$  與  $\angle C$  互補，求  $\angle C - \angle A$ 。

**解**

## 2. 三角形的內角與外角

1. 三角形的內角和為  $180^\circ$ 。
2. 三角形的一組外角和為  $360^\circ$ 。
3. 三角形任一個外角等於兩個內對角的和。

### 1類題

配合課本 P94  
例題 3

### 三角形的內角和

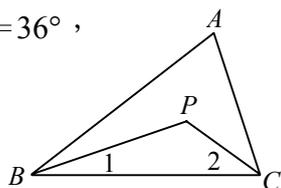
配合課本 P94  
隨堂練習

### 熟練

如圖， $\triangle ABC$  中， $\angle A = 70^\circ$ ，  
 $\angle ABP = 19^\circ$ ， $\angle ACP = 36^\circ$ ，

求：

- (1)  $\angle 1 + \angle 2$ 。
- (2)  $\angle BPC$ 。



**解**

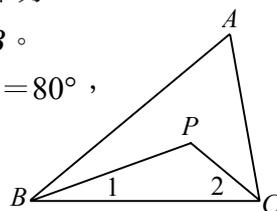
如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{BP}$  平分

$\angle ABC$ ， $\overline{CP}$  平分  $\angle ACB$ 。

若  $\angle ABC = 40^\circ$ ， $\angle ACB = 80^\circ$ ，

求：

- (1)  $\angle 1$ 。
- (2)  $\angle 2$ 。
- (3)  $\angle BPC$ 。



**解**

### 2類題

配合課本 P96  
例題 4

### 三角形的外角和

配合課本 P96  
隨堂練習

### 熟練

在  $\triangle ABC$  中， $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$  分別為  
 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的外角。若  $\angle 1 = 105^\circ$ ，  
 $\angle 2 = 135^\circ$ ，求  $\angle 3$ 。

**解**

在  $\triangle ABC$  中， $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$  分別為  
 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的外角。若  $\angle C = 150^\circ$ ，  
求  $\angle 1 + \angle 2$ 。

**解**

### 3類題

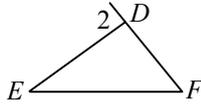
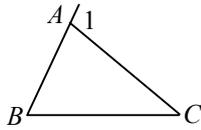
配合課本 P98  
例題 5

### 三角形的外角定理

配合課本 P98  
隨堂練習

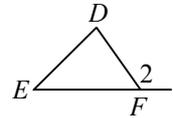
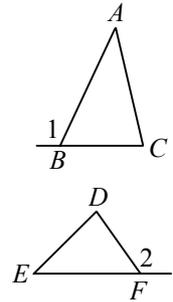
### 熟練

- 如圖， $\triangle ABC$  中，  
 $\angle B=65^\circ$ ， $\angle C=40^\circ$ ，  
求  $\angle 1$ 。
- 如圖， $\triangle DEF$  中，  
 $\angle F=51^\circ$ ， $\angle 2=87^\circ$ ，  
求  $\angle E$ 。



**解**

- 如圖， $\triangle ABC$  中，  
 $\angle A=38^\circ$ ， $\angle C=77^\circ$ ，  
求  $\angle 1$ 。
- 如圖， $\triangle DEF$  中，  
 $\angle E=45^\circ$ ， $\angle 2=125^\circ$ ，  
求  $\angle D$ 。



**解**

### 4類題

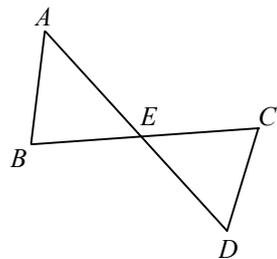
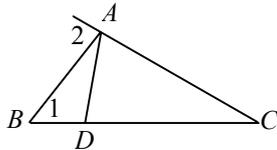
配合課本 P99、100  
例題 6、7

### 三角形外角定理之應用

配合課本 P99、100  
隨堂練習

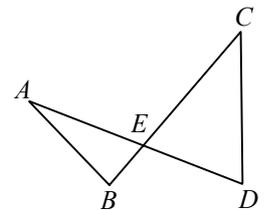
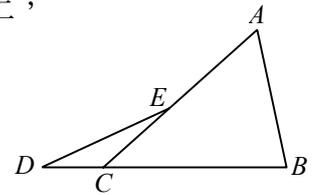
### 熟練

- 如圖， $\triangle ABC$  中，  
 $D$  點在  $\overline{BC}$  上。  
若  $\angle C=30^\circ$ ，  
 $\angle ADC=80^\circ$ ，  
 $\angle BAD=28^\circ$ ，  
求  $\angle 1$  及  $\angle 2$ 。
- 如圖， $\overline{AD}$  與  $\overline{BC}$   
相交於  $E$  點，  
若  $\angle A=50^\circ$ ，  
 $\angle C=69^\circ$ ，說明  
 $\angle B - \angle D = 19^\circ$ 。



**解**

- 如圖， $C$  點在  $\overline{BD}$  上，  
 $E$  點在  $\overline{AC}$  上。  
若  $\angle A=60^\circ$ ，  
 $\angle B=78^\circ$ ，  
 $\angle AED=163^\circ$ ，  
求  $\angle ACD$  及  $\angle D$ 。
- 如圖， $\overline{AD}$  與  $\overline{BC}$  相交  
於  $E$  點，若  $\angle A=28^\circ$ ，  
 $\angle C=41^\circ$ ， $\angle D=68^\circ$ ，  
求  $\angle B$ 。



**解**

### 3. 多邊形的內角與外角

1.  $n$  邊形的內角和為  $(n-2) \times 180^\circ$ 。

2. 正  $n$  邊形的每一個內角皆為  $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$ ；每一個外角皆為  $\frac{360^\circ}{n}$ 。

#### 1 類題

配合課本 P103  
例題 8

#### 多邊形的內角和

配合課本 P103  
隨堂練習

#### 熟練

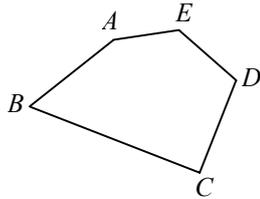
如圖，五邊形  $ABCDE$  中，

$\angle C = 90^\circ$ ， $\angle D = 110^\circ$ ，

$\angle E = 130^\circ$ 。

設  $\angle A : \angle B = 5 : 2$ ，

求  $\angle A$ 、 $\angle B$ 。



**解**

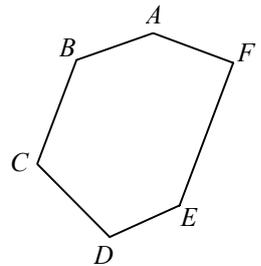
如圖，六邊形  $ABCDEF$  中，

$\angle A + \angle B = 270^\circ$ ，

$\angle C + \angle D = 225^\circ$ ，

若  $2\angle E = 3\angle F$ ，

求  $\angle E$  及  $\angle F$ 。



**解**

#### 2 類題

配合課本 P105  
例 9

#### 正多邊形的內角與外角

配合課本 P105  
隨堂練習

#### 熟練

若正  $n$  邊形的每一個內角為  $156^\circ$ ，求  $n$  的值。

**解**

若正  $n$  邊形的每一個內角為  $135^\circ$ ，求：

(1) 此正  $n$  邊形每一個外角的度數。

(2)  $n$  的值。

**解**

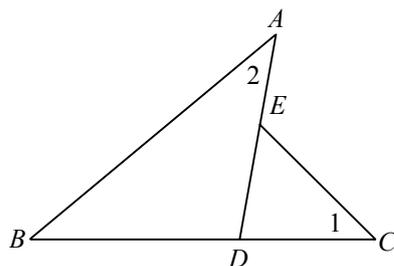
# 3-1 自我磨練

配合課本 P108~109 自我評量

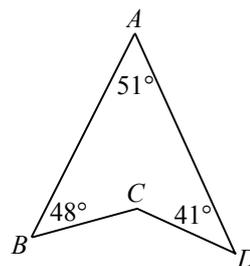
1.  $\angle A$  的補角和  $\angle B$  的餘角度數相同，已知  $\angle A = 143^\circ$ ，求  $\angle B$ 。
2. 在  $\triangle ABC$  中， $2\angle B = 3\angle C$ ，又  $\angle A$  的外角為  $130^\circ$ ，求  $\angle B$ 。
3. 求八邊形的內角和。
4. 正十八邊形的每一個內角與每一個外角分別是多少度？
5. 有一個  $n$  邊形內角由小排到大恰好成等差數列。若最小的內角為  $66^\circ$ ，最大的內角為  $150^\circ$ ，求  $n$ 。

6. 如圖，利用「三角形任一外角等於兩個內對角的和」，  
回答下列問題：(填  $\angle 1$ 、 $\angle 2$ )

(1)  $\angle EDC = \underline{\hspace{2cm}} + \angle B$   
 (2)  $\angle AEC = \underline{\hspace{2cm}} + \angle EDC$   
 $\quad = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \angle B$



7. 如圖， $\angle A = 51^\circ$ ， $\angle ABC = 48^\circ$ ， $\angle ADC = 41^\circ$ ，求  $\angle BCD$ 。



# 3-2

## 基本的尺規作圖

### 1. 等線段與等角作圖

#### 1類題

配合課本 P111  
隨堂練習

#### 等線段作圖

配合課本 P111  
隨堂練習

#### 熟練

如圖，已知  $\overline{AB}$ ，利用尺規作圖作  $\overline{CD}$ ，使得它的長度是  $\overline{AB}$  的 3 倍。

A ————— B

解

如圖，已知兩條線段  $a$ 、 $b$ ，利用尺規作圖作  $\overline{PQ}$ ，使得  $\overline{PQ} = a - b$ 。

a ————— b

解

#### 2類題

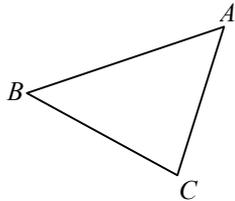
配合課本 P113  
例題 1

#### 等角作圖

配合課本 P113  
隨堂練習

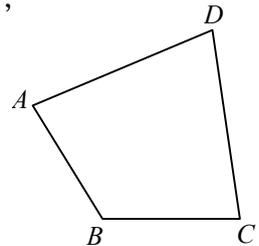
#### 熟練

如圖，已知  $\triangle ABC$ ，利用尺規作圖作一角等於  $\angle A$ 。



解

如圖，已知四邊形  $ABCD$ ，利用尺規作圖作一角等於  $\angle B$ 。



解

#### 3類題

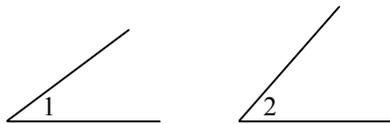
配合課本 P114  
例題 2

#### 作兩角和與兩角差

配合課本 P114  
隨堂練習

#### 熟練

如圖，已知  $\angle 1$  與  $\angle 2$ ，利用尺規作圖作一角等於  $\angle 1 + \angle 2$ 。



解

如圖，已知  $\angle 1$  與  $\angle 2$ ，利用尺規作圖作一角等於  $\angle 1 - \angle 2$ 。



解

## 2. 中垂線與角平分線作圖

1 類題

配合課本 P116  
例題 3

中垂線作圖

配合課本 P116  
隨堂練習

熟練

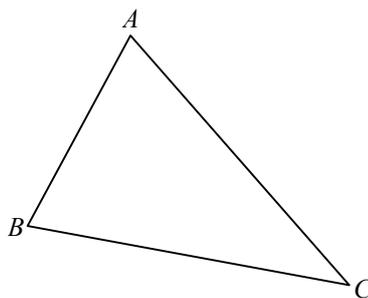
如圖，利用尺規作圖在  $\overline{AB}$  上作一點  $P$ ，  
使得  $\overline{AP} : \overline{PB} = 1 : 3$ 。

解



如圖，已知  $\triangle ABC$ ，利用尺規作圖作  $\overline{AB}$  與  
 $\overline{AC}$  的中垂線，使得兩條中垂線交於  $O$  點。

解



2 類題

配合課本 P118  
例題 4

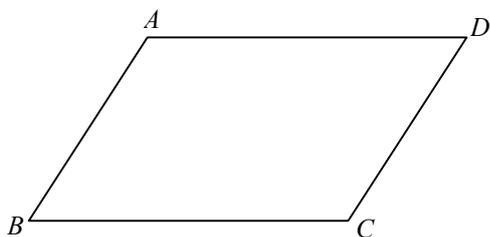
角平分線作圖

配合課本 P118  
隨堂練習

熟練

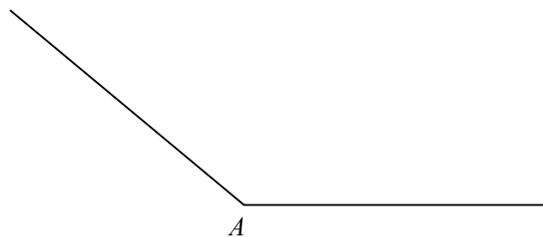
如圖，四邊形  $ABCD$  為一個平行四邊形，利用  
尺規作圖，分別作出  $\angle B$  與  $\angle C$  的角平分線。

解



如圖，已知  $\angle A = 160^\circ$ ，利用尺規作圖作一角  
等於  $20^\circ$ 。

解



### 3. 過線上或線外一點作垂線

1 類題

配合課本 P119  
例題 5

過線上一點作垂線

配合課本 P121  
隨堂練習

熟練

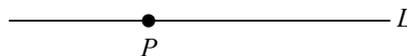
如圖，已知  $\overline{AB}$ ，利用尺規作圖，過  $\overline{AB}$  上一點  $P$  作  $\overline{AB}$  的垂線。

解



如圖，已知直線  $L$  及  $L$  上一點  $P$ ，利用尺規作圖，過  $P$  點作  $90^\circ$  角。

解



2 類題

配合課本 P120  
例題 6

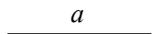
過線外一點作垂線

配合課本 P121  
隨堂練習

熟練

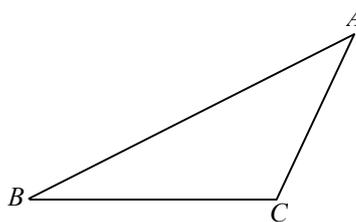
如圖，已知線段  $a$ ，利用尺規作圖，作一個等腰三角形，使其腰長為  $a$ ，並作出底邊上的高。

解



如圖， $\triangle ABC$  中，利用尺規作圖作  $\overline{BC}$  邊上的高。

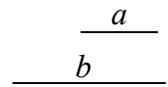
解



## 3-2 自我磨練

配合課本 P123~124 自我評量

1. 如圖，已知線段  $a$  與線段  $b$ ，利用尺規作圖，作出  $\overline{AB} = 2a + b$ 。

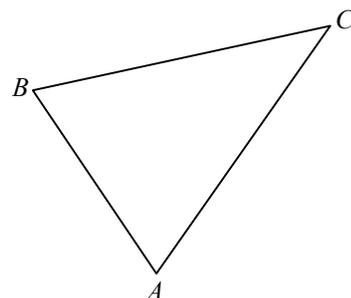


2. 利用尺規作圖，畫出  $60^\circ$  的角。

3. 如圖，利用尺規作圖，在  $\overline{AB}$  上作一點  $P$ ，使得  $\overline{AP} : \overline{PB} = 1 : 7$ 。



4. 如圖，在  $\triangle ABC$  中，利用尺規作圖作  $\angle C$  的角平分線與  $\overline{BC}$  邊上的高。



## 1. 全等多邊形

1. 若兩個多邊形全等，則對應邊相等，對應角也相等。
2. 若兩個多邊形的邊都對應相等，角也都對應相等，則這兩個多邊形全等。

## 1 類題

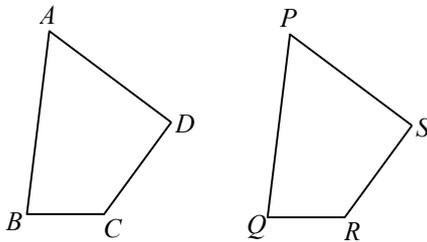
配合課本 P126  
隨堂練習

## 多邊形的全等

配合課本 P126  
隨堂練習

## 熟練

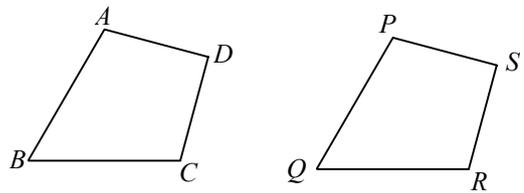
如圖，四邊形  $ABCD$  與四邊形  $PQRS$  全等，且  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  的對應頂點分別是  $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 、 $S$ 。若  $\angle B = 85^\circ$ ， $\angle C = 126^\circ$ ， $\angle D = 91^\circ$ ， $\overline{QR} = 1$ ， $\overline{PS} = 2$ ，求：



- (1)  $\angle P$ 。
- (2)  $\overline{BC}$  與  $\overline{AD}$  的長。

解

如圖，四邊形  $ABCD$  與四邊形  $PQRS$  全等，且  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  的對應頂點分別是  $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 、 $S$ 。若  $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle D = 90^\circ$ ， $\angle A = \angle C$ ， $\overline{PQ} = 2$ ，求：



- (1)  $\angle P$  與  $\angle R$ 。
- (2)  $\overline{AB}$  的長。

解

## 2. 三角形的全等性質

1. 若兩個三角形全等，則對應邊相等，對應角也相等。
2. SSS 全等性質：若兩個三角形的三組邊對應相等，則這兩個三角形全等。
3. SAS 全等性質：若兩個三角形有兩邊及它們的夾角皆對應相等，則這兩個三角形全等。
4. RHS 全等性質：若兩個直角三角形的斜邊和一股對應相等，則這兩個三角形全等。
5. ASA 全等性質：若兩個三角形有兩個內角和它們的夾邊皆對應相等，則這兩個三角形全等。
6. AAS 全等性質：若兩個三角形有兩個內角及其中一個內角的對邊對應相等，則這兩個三角形全等。

1類題

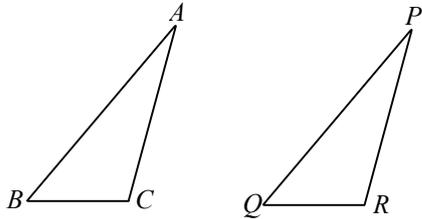
配合課本 P127  
隨堂練習

三角形的全等

配合課本 P127  
隨堂練習

熟練

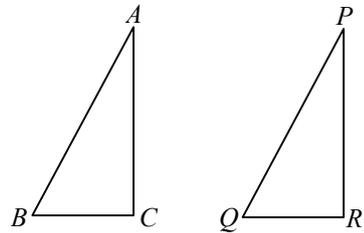
如圖， $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ ，且  $A、B、C$  的對應頂點分別是  $P、Q、R$ 。若  $\angle B = 50^\circ$ ， $\angle C = 105^\circ$ ， $\overline{PR} = 18$ ，求：



- (1)  $\angle A$ 。
- (2)  $\angle R$ 。
- (3)  $\overline{AC}$  的長。

解

如圖， $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ ，且  $A、B、C$  的對應頂點分別是  $P、Q、R$ ，其中  $\angle R = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 17$ ， $\overline{BC} = 8$ ，求：



- (1)  $\triangle PQR$  的周長。
- (2)  $\triangle ABC$  的面積。

解

2類題

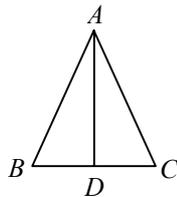
配合課本 P130  
例題 1

SSS 全等性質

配合課本 P130  
隨堂練習

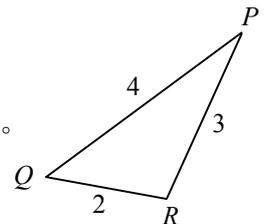
熟練

如圖， $\triangle ABC$  為等腰三角形， $\overline{BD} = \overline{CD}$ ，說明  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 。



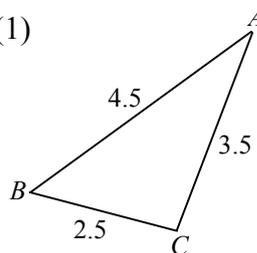
解

判別下列各三角形是否與  $\triangle PQR$  全等，如果是，寫出其所依據的全等性質。



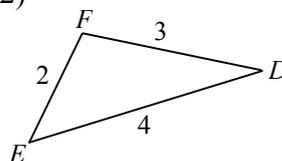
解

(1)



- 是(\_\_\_\_全等性質)  
 否

(2)



- 是(\_\_\_\_全等性質)  
 否

### 3類題

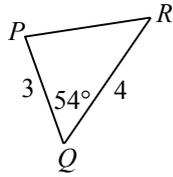
配合課本 P135  
隨堂練習

### SAS 全等性質

配合課本 P135  
隨堂練習

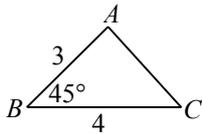
### 熟練

判別下列各三角形是否與 $\triangle PQR$ 全等，如果是，寫出其所依據的全等性質。



**解**

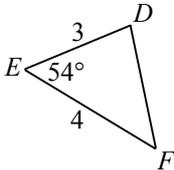
(1)



是(\_\_\_\_全等性質)

否

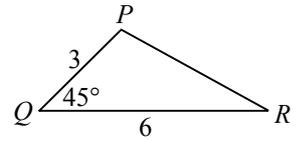
(2)



是(\_\_\_\_全等性質)

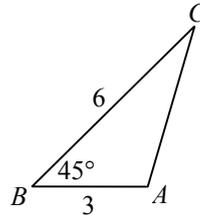
否

判別下列各三角形是否與 $\triangle PQR$ 全等，如果是，寫出其所依據的全等性質。



**解**

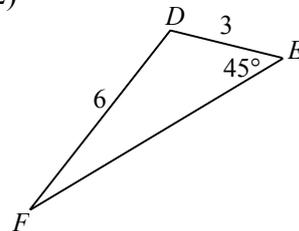
(1)



是(\_\_\_\_全等性質)

否

(2)



是(\_\_\_\_全等性質)

否

### 4類題

配合課本 P134  
例題 2

### RHS 全等性質

配合課本 P135  
隨堂練習

### 熟練

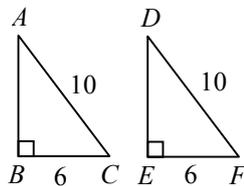
如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，

$$\angle B = \angle E = 90^\circ,$$

$$\overline{AC} = \overline{DF} = 10,$$

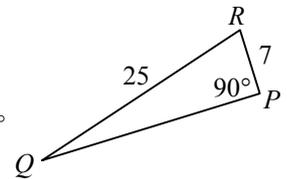
$$\overline{BC} = \overline{EF} = 6,$$

說明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。



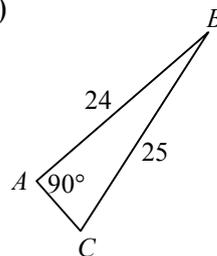
**解**

判別下列各三角形是否與 $\triangle PQR$ 全等，如果是，寫出其所依據的全等性質。



**解**

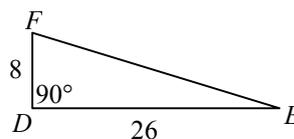
(1)



是(\_\_\_\_全等性質)

否

(2)



是(\_\_\_\_全等性質)

否

5類題

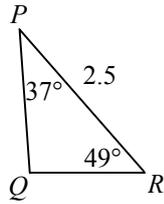
配合課本 P138  
隨堂練習

ASA 全等性質

配合課本 P138  
隨堂練習

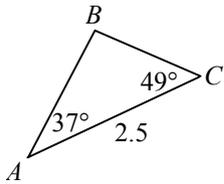
熟練

判別下列各三角形是否與 $\triangle PQR$ 全等，如果是，寫出其所依據的全等性質。



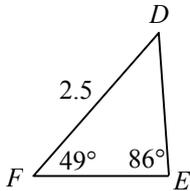
解

(1)



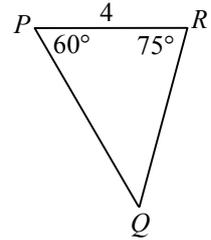
是(\_\_\_\_全等性質)  
否

(2)



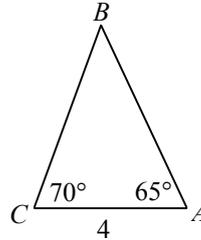
是(\_\_\_\_全等性質)  
否

判別下列各三角形是否與 $\triangle PQR$ 全等，如果是，寫出其所依據的全等性質。



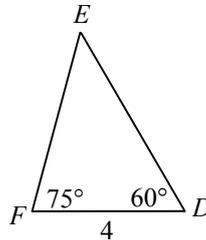
解

(1)



是(\_\_\_\_全等性質)  
否

(2)



是(\_\_\_\_全等性質)  
否

6類題

配合課本 P137  
例題 3

AAS 與 ASA 全等性質

配合課本 P138  
隨堂練習

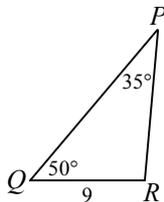
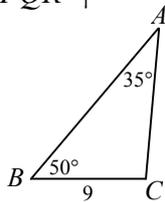
熟練

如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 中，

$\angle A = \angle P = 35^\circ$ ，

$\angle B = \angle Q = 50^\circ$ ，

$\overline{BC} = \overline{QR} = 9$ ，

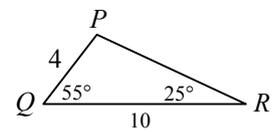


(1)求 $\angle C$ 及 $\angle R$ 。

(2) $\triangle ABC$ 與 $\triangle PQR$ 是否全等？

解

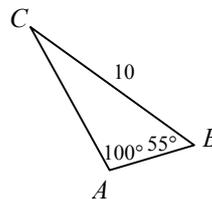
利用 AAS 或 ASA 全等性質，判別下列各三角形是否與 $\triangle PQR$ 全等？



如果是，寫出該全等三角形中， $\overline{PR}$ 的對應邊。

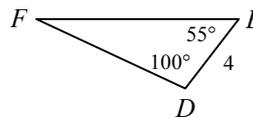
解

(1)



是  
( $\overline{PR}$ 的對應邊為\_\_\_\_)  
否

(2)



是  
( $\overline{PR}$ 的對應邊為\_\_\_\_)  
否

### 3. 全等三角形的應用

1. 可以利用 *SSS* 全等性質、*SAS* 全等性質、*RHS* 全等性質、*ASA* 全等性質、*AAS* 全等性質，檢驗兩個三角形是否全等。
2. 由邊長判別直角三角形：若三角形滿足一邊長的平方等於另兩邊長的平方和，即為直角三角形。

#### 1 類題

配合課本 P141  
例題 5

#### 由邊長判別直角三角形

配合課本 P142  
隨堂練習

#### 熟練

已知  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的對應頂點分別是  $D$ 、 $E$ 、 $F$ ， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{DF} = 13$ ， $\overline{EF} = 5$ ，求：

- (1)  $\overline{AC}$  的長。
- (2)  $\triangle ABC$  是否為直角三角形？

**解**

下列各組數中，哪幾組可以作為直角三角形的三邊長？\_\_\_\_\_

- (A) 9、40、41                      (B) 11、12、13  
(C)  $\sqrt{3}$ 、2、 $\sqrt{7}$                 (D) 0.2、0.4、0.6

**解**

#### 2 類題

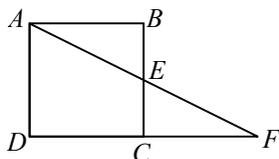
配合課本 P143  
例題 6

#### 全等三角形性質的應用

配合課本 P143  
隨堂練習

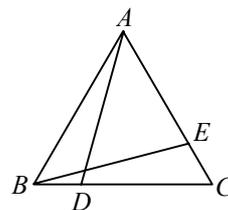
#### 熟練

如圖，在正方形  $ABCD$  中， $E$  為  $\overline{BC}$  的中點，延長  $\overline{AE}$  交  $\overline{DC}$  的延長線於  $F$  點，若  $\overline{AB} = 8$ ，則  $\overline{EF} = ?$



**解**

如圖， $\triangle ABC$  為正三角形， $\overline{BD} = \overline{CE}$ 。在下面的空格內，填入適當的文字或符號，說明  $\overline{AD} = \overline{BE}$ 。



**解**

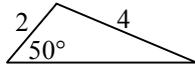
在  $\triangle ABD$  與  $\triangle BCE$  中，  
 $\because \angle ABD = \angle C = 60^\circ$   
 (理由：\_\_\_\_\_ )，  
 $\overline{AB} = \overline{BC}$   
 (理由：\_\_\_\_\_ )，  
 $\overline{BD} = \overline{CE}$  (已知)，  
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle BCE$  (\_\_\_\_\_ 全等性質)  
 故  $\overline{AD} = \overline{BE}$ 。

### 3-3 自我磨練

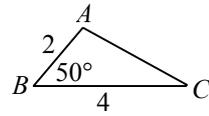
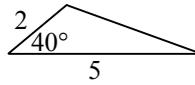
配合課本 P145~147 自我評量

1. ( ) 下列何者與  $\triangle ABC$  全等？

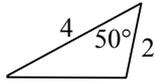
(A)



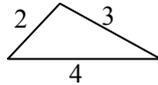
(B)



(C)



(D)



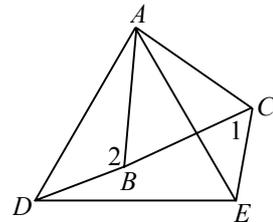
2. 在  $\triangle ABC$  與  $\triangle DEF$  中，已知  $\angle B = \angle E$ ， $\overline{AB} = \overline{DE}$ ，

(1) 若再加上 \_\_\_\_\_ 這個條件，則兩個三角形全等，根據 *ASA* 全等性質。

(2) 若再加上 \_\_\_\_\_ 這個條件，則兩個三角形全等，根據 *SAS* 全等性質。

3. 已知  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，若  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的對應點分別為  $D$ 、 $E$ 、 $F$ ，且  $\angle B = (5x - 6)^\circ$ ， $\angle D = 36^\circ$ ， $\angle F = (3x - 10)^\circ$ ，求  $\angle C$ 、 $\angle E$ 。

4. 如圖， $\triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  皆為正三角形。若  $\angle 1 = 55^\circ$ ，求  $\angle 2$ 。



5. 已知  $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle R = 60^\circ$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{PR} = 8$ ，求：

(1)  $\angle C$  與  $\angle Q$ 。

(2)  $\overline{AB}$  的長。

## 1. 中垂線

1. 一線段的中垂線上任一點到此線段的兩端點距離相等。
2. 若一點到某線段的兩端點距離相等，則該點在此線段的中垂線上。

## 1類題

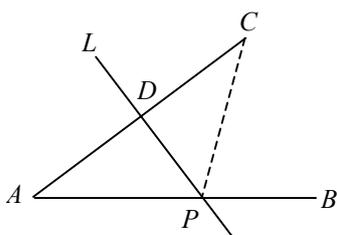
配合課本 P148  
例題 1

## 中垂線的性質

配合課本 P148  
隨堂練習

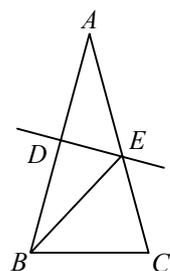
## 熟練

如圖，直線  $L$  為  $\overline{AC}$  的中垂線，交  $\overline{AB}$  於  $P$  點。若  $\overline{AB} = 3.7$ ， $\overline{PB} = 1.5$ ，求  $\overline{PC}$ 。



解

如圖，在  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{DE}$  為  $\overline{AB}$  的中垂線。若  $\triangle BCE$  的周長為 15， $\overline{BC} = 5$ ，求  $\triangle ABC$  的周長。



解

## 2類題

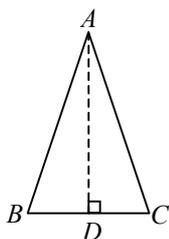
配合課本 P149  
例題 2

## 中垂線的判別

配合課本 P149  
隨堂練習

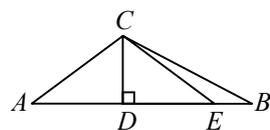
## 熟練

如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，自  $A$  點作垂線交  $\overline{BC}$  於  $D$  點，若  $\overline{BD} = 6$ ， $\overline{AD} = 18$ ，求  $\triangle ABC$  的面積。



解

如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{CD}$  是  $\overline{AB}$  邊上的高，若  $\overline{AC} = \overline{CE} = 15$ ， $\overline{AE} = 24$ ， $\overline{BE} = 5$ ，求  $\overline{BC}$ 。



解

## 2. 角平分線

- 一角的角平分線上任一點到此角的两邊距離相等。
- 同一平面上，若一點到某角的两邊距離相等，則該點在此角的角平分線上。

### 1 類題

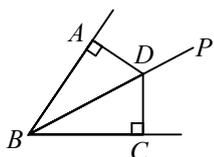
配合課本 P150  
例題 3

### 角平分線的性質

配合課本 P151  
隨堂練習

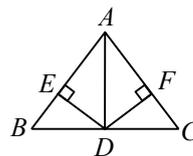
### 熟練

如圖， $\overline{BP}$  為  $\angle ABC$  的角平分線，  
 $D$  點在  $\overline{BP}$  上， $\overline{DA} \perp \overline{AB}$ ，  
 $\overline{DC} \perp \overline{BC}$ 。若  $\overline{AB} = 15$ ，  
 $\overline{DC} = 8$ ，求  $\overline{BD}$ 。



**解**

如圖， $\triangle ABC$  為等腰三角形，  
 $\overline{AD}$  平分  $\angle BAC$ ， $D$  為  $\overline{BC}$  上一  
點，且  $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{DF} \perp \overline{AC}$ 。  
若  $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{DF} = 3$ ，求  $\triangle ABC$   
的面積。



**解**

### 2 類題

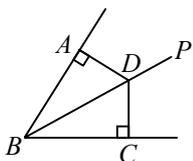
配合課本 P152  
例題 4

### 角平分線的判別

配合課本 P152  
隨堂練習

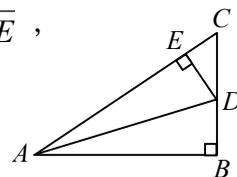
### 熟練

如圖， $\overline{DA} \perp \overline{AB}$ ，  
 $\overline{DC} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{DA} = \overline{DC}$ ，  
若  $\angle ABC = 58^\circ$ ，求  $\angle ADP$ 。



**解**

如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{DB} = \overline{DE}$ ，  
 $\angle B = \angle AED = 90^\circ$ ，  
 $\angle C = 56^\circ$ ，求  $\angle ADB$ 。



**解**

### 3. 特殊三角形的邊長與面積

1. 等腰三角形的性質：

- (1) 等腰三角形的兩個底角相等。
- (2) 等腰三角形底邊上的高平分底邊。
- (3) 等腰三角形頂角的角平分線垂直平分底邊。

2. 正三角形的高與面積：

若正三角形的邊長為  $a$ ，則高為  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ ，面積為  $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ 。

#### 1 類題

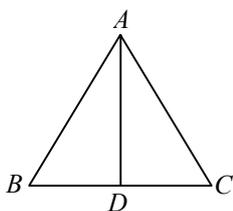
配合課本 P153  
例題 5

#### 等腰三角形的性質

配合課本 P154  
隨堂練習

#### 熟練

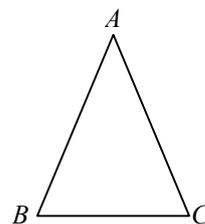
如圖， $\triangle ABC$  為等腰三角形， $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。  
 $\overline{AD}$  是  $\angle A$  的角平分線，交  $\overline{BC}$  於  $D$  點， $\overline{BD} = 6$ ， $\triangle ABC$  的面積為 60，求  $\overline{AD}$ 。



**解**

如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ，求  $\triangle ABC$  的面積。

**解**



#### 2 類題

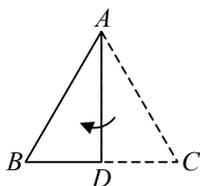
配合課本 P155  
例題 7

#### 正三角形的高與面積

配合課本 P156  
隨堂練習

#### 熟練

如圖， $\triangle ABC$  為正三角形，其邊長為 6，以  $\overline{BC}$  邊上的高  $\overline{AD}$  為對稱軸，使  $\overline{AC}$  邊與  $\overline{AB}$  邊疊合，求  $\overline{AD}$  長。



**解**

已知  $\triangle ABC$  為正三角形， $\overline{AB} = 6$ ，求  $\triangle ABC$  的面積。

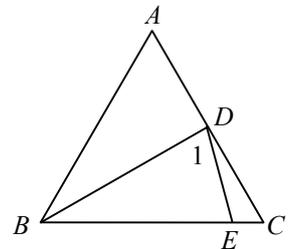
**解**

### 3-4 自我磨練

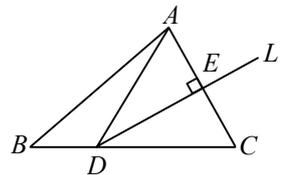
配合課本 P158~159 自我評量

- ( ) 下列敘述何者錯誤？  
(A) 角平分線上任一點到此角兩邊的距離相等  
(B) 一線段的垂直平分線上任一點到此線段兩端點的距離相等  
(C) 若一點到某線段上任兩點的距離相等，則此點在該線段的垂直平分線上  
(D) 若一點到某角兩邊的距離相等，則此點在該角的角平分線上
- 有一個正三角形的周長為 48，求此正三角形的面積。

- 如圖，已知 $\triangle ABC$  為正三角形， $D$  為  $\overline{AC}$  上的中點，且  $\overline{BD} = \overline{BE}$ ，則  $\angle 1 = ?$



- 如圖，直線  $L$  為  $\overline{AC}$  的中垂線，若  $\triangle ABC$  的周長為 46， $\triangle ABD$  的周長為 34，求  $\overline{AC}$  的長。



- 等腰三角形  $DEF$  中， $\overline{DE} = \overline{DF} = 26$ ，底邊上的高  $\overline{DN} = 24$ ，則  $\triangle DEF$  的面積為何？

- 等腰三角形  $ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 24$ ，則  $\triangle ABC$  的面積為何？

## 1. 三角形三邊長的關係

兩邊長的差  $<$  第三邊的長  $<$  兩邊長的和。

## 1 類題

配合課本 P162  
例題 1

## 三線段形成三角形的判別

配合課本 P162  
隨堂練習

## 熟練

下列各組數中，哪幾組可以作為三角形的三邊長？\_\_\_\_\_

- (A) 7、4、11      (B) 5、8、11  
(C) 6、1、8      (D)  $4a$ 、 $5a$ 、 $6a$  ( $a > 0$ )

**解**

下列各組數中，哪幾組可以作為三角形的三邊長？\_\_\_\_\_

- (A) 9、12、15      (B) 3.5、1.5、5.5  
(C) 5、4、8      (D)  $8a$ 、 $2a$ 、 $6a$  ( $a > 0$ )

**解**

## 2 類題

配合課本 P163  
例題 2

## 三角形兩邊之和大於第三邊的應用

配合課本 P163  
隨堂練習

## 熟練

已知三角形的三邊長分別是 6 公分、10 公分、 $a$  公分。若  $a$  是整數，則滿足此條件的  $a$  共有多少個？

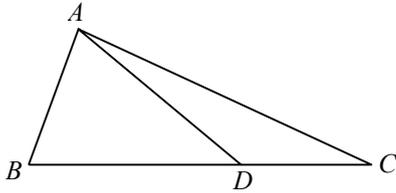
**解**

兩條線段的長度分別為 9 公分、4 公分，下列哪些長度的線段可以和這兩條線段圍成一個三角形？

5.2 公分、10 公分、 $9\frac{1}{2}$  公分、13 公分

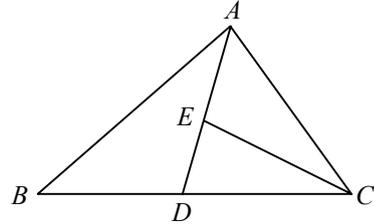
**解**

如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AD} = \overline{BD}$ 。利用「三角形任意兩邊之和大於第三邊」的性質，比較  $\overline{BC}$  與  $\overline{AC}$  的大小關係。



解

如圖， $\triangle ABC$  中， $D$  點在  $\overline{BC}$  上， $E$  點在  $\overline{AD}$  上。利用「三角形任意兩邊之和大於第三邊」的性質，完成下列說明，比較  $\overline{AB} + \overline{BC}$  與  $\overline{AE} + \overline{CE}$  的大小關係。



解

說明：

$$\triangle ABD \text{ 中, } \overline{AB} + \overline{BD} \underline{\hspace{2cm}} \overline{AE} + \overline{DE} \cdots \textcircled{1}$$

$$\triangle CDE \text{ 中, } \overline{DE} + \overline{CD} \underline{\hspace{2cm}} \overline{CE} \cdots \textcircled{2}$$

由①式+②式，

$$\text{得 } \overline{AB} + \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{CD} > \overline{AE} + \overline{DE} + \overline{CE} \text{ ,}$$

兩邊減去  $\overline{DE}$  ，

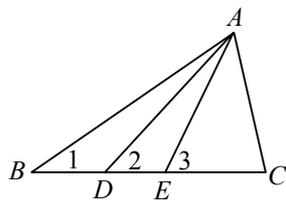
$$\text{得 } \overline{AB} + \overline{BD} + \overline{CD} > \overline{AE} + \overline{CE} \text{ ,}$$

$$\text{即 } \overline{AB} + \underline{\hspace{2cm}} > \overline{AE} + \overline{CE} \text{ .}$$

## 2. 三角形的外角與內對角的大小關係

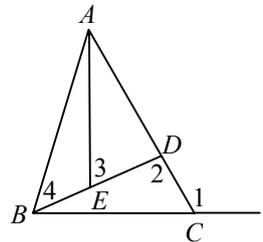
三角形的外角大於任一內對角。

如圖， $\triangle ABC$  中，  
 $D$ 、 $E$  兩點在  $\overline{BC}$  上，  
比較  $\angle 1$ 、 $\angle 2$  和  $\angle 3$   
的大小關係。



解

如圖，在  $\triangle ABC$  中，  
 $D$  點在  $\overline{AC}$  上， $E$  點  
在  $\overline{BD}$  上，比較  $\angle 1$ 、  
 $\angle 2$ 、 $\angle 3$  和  $\angle 4$  的  
大小關係。



解

### 3. 大邊對大角

在一個三角形中，若有兩邊不等長，則較長的邊所對的角比較大。

#### 1 類題

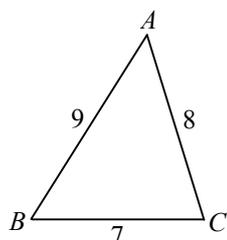
配合課本 P167  
例題 5

#### 大邊對大角

配合課本 P167  
隨堂練習

#### 熟練

如圖， $\triangle ABC$  中，  
 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$  的  
長度分別是 9、7、8。  
比較  $\angle A$ 、 $\angle B$  和  $\angle C$   
的大小關係。



**解**

- $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{AC} = 8$ ，  
則  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  哪一個角最大？
- $\triangle PQR$  中， $\overline{PQ} = 18$ ， $\overline{QR} = 15$ ， $\overline{PR} = 17$ ，  
則  $\angle P$ 、 $\angle Q$ 、 $\angle R$  哪一個角最小？

**解**

#### 2 類題

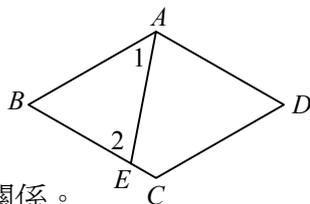
配合課本 P168  
例題 6

#### 大邊對大角的應用

配合課本 P168  
隨堂練習

#### 熟練

如圖，四邊形  $ABCD$   
為菱形。利用「大邊  
對大角」的性質，  
說明  $\angle 1$  和  $\angle 2$  的大小關係。

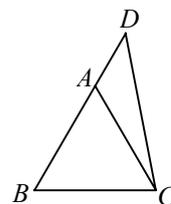


在下列的空格中，填入適當的文字或符號，  
完成此說明。

**解**

$\overline{AB} = \overline{BC}$  (四邊形  $ABCD$  為 \_\_\_\_\_)，  
 $\overline{BE} = \overline{BE}$ ， $\overline{BC} = \overline{AB}$ ，  
在  $\triangle ABE$  中，  
因為  $\overline{BE} = \overline{BE}$ ，  
所以  $\angle 1$  \_\_\_\_\_  $\angle 2$  (大邊對大角)。

如圖， $\triangle ABC$  為正三角形，  
 $D$  在  $\overline{BA}$  上。利用「大邊對  
大角」的性質，說明  $\angle BCD$   
和  $\angle B$  的大小關係。



在下列的空格中，填入適當的文字或符號，  
完成此說明。

**解**

$\overline{AB} = \overline{AC}$  ( $\triangle ABC$  為 \_\_\_\_\_)，  
在  $\triangle ACD$  中， $\overline{AC} + \overline{AD}$  \_\_\_\_\_  $\overline{CD}$ ，  
所以  $\overline{AB} + \overline{AD}$  \_\_\_\_\_  $\overline{CD}$ ，  
即  $\overline{BD}$  \_\_\_\_\_  $\overline{CD}$ ，  
在  $\triangle BCD$  中，  
因為  $\overline{BD}$  \_\_\_\_\_  $\overline{CD}$ ，  
所以  $\angle BCD$  \_\_\_\_\_  $\angle B$  (大邊對大角)。

## 4. 大角對大邊

在一個三角形中，若有兩個角不相等，則較大的角所對的邊較長。

### 1 類題

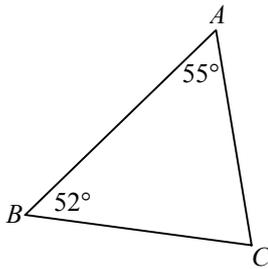
配合課本 P170  
例題 7

### 大角對大邊

配合課本 P170  
隨堂練習

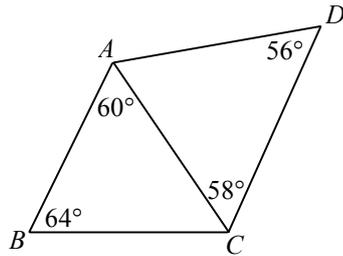
### 熟練

如圖， $\triangle ABC$  中， $\angle A = 55^\circ$ ， $\angle B = 52^\circ$ 。  
比較  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$  三邊長的大小關係。



解

如圖，四邊形  $ABCD$  中， $\angle CAB = 60^\circ$ ，  
 $\angle CBA = 64^\circ$ ， $\angle ACD = 58^\circ$ ， $\angle ADC = 56^\circ$ 。



- (1) 比較  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$  的大小關係，並說明其理由。
- (2) 比較  $\overline{AD}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{CD}$  的大小關係，並說明其理由。
- (3) 綜合(1)、(2)題，寫出  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AD}$  和  $\overline{CD}$  的大小關係。

解

### 即時演練

1.  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle C = 68^\circ$ ，則  $\triangle ABC$  的最長邊是 \_\_\_\_\_。

2.  $\triangle PQR$  中， $\angle Q = 118^\circ$ ， $\angle R = 32^\circ$ ，則  $\triangle PQR$  的最短邊是 \_\_\_\_\_。

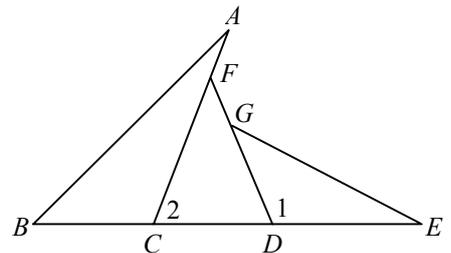
### 3-5 自我磨練

配合課本 P172~173 自我評量

- ( ) 下列各組數中，哪一組可以作為三角形的三邊長？  
 (A) 2、3、5 (B) 0.6、0.9、1.3  
 (C)  $1、\frac{1}{2}、\frac{1}{3}$  (D) 15、20、36
- ( ) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C$ 的外角 $<$  $\angle A$ 的外角 $<$  $\angle B$ 的外角，則下列敘述何者正確？  
 (A)  $\angle C < \angle A < \angle B$  (B)  $\angle C < \angle B < \angle A$   
 (C)  $\overline{AC} < \overline{BC} < \overline{AB}$  (D)  $\overline{BC} < \overline{AC} < \overline{AB}$
- (1)  $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CA} = 2\sqrt{3}$ ，則 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 哪一個角最小？  
 (2)  $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，則 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 哪一個邊最長？

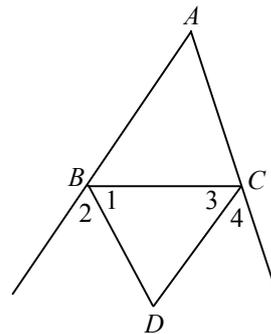
4. 如圖，有一個 $\triangle ABC$ ，已知 $C、D$ 兩點在 $\overline{BE}$ 上， $F$ 點在 $\overline{AC}$ 上， $G$ 點在 $\overline{FD}$ 上。

- 比較 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的大小關係，並說明其理由。
- 比較 $\angle 2$ 和 $\angle B$ 的大小關係，並說明其理由。
- 由(1)、(2)，比較 $\angle 1$ 和 $\angle B$ 的大小關係。



5. 如圖， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ， $\overline{AB} > \overline{AC}$ 。

- 比較 $\angle ACB$ 和 $\angle ABC$ 的大小關係，並說明其理由。
- 比較 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 的大小關係，並說明其理由。
- 承(2)，比較 $\overline{CD}$ 和 $\overline{BD}$ 的大小關係。



# 4-1

## 平行線與截角性質

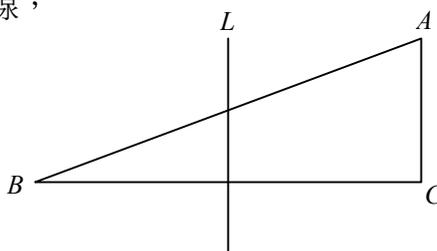
### 1. 平行線的意義

1. 若平面上的兩條直線同時與另一條直線垂直，則這兩條直線互相平行，稱這兩條直線為平行線。
2. 平行線的性質：
  - (1) 平面上兩條平行線的距離處處相等。
  - (2) 平面上兩條平行線永不相交。

### 即時演練

如圖，直角三角形  $ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $L$  為  $\overline{BC}$  的中垂線，則  $L$  與  $\overline{AC}$  是否為平行線？

解



### 2. 截線與截角

平行線的截角性質：

兩條平行線被一條直線所截時，則：

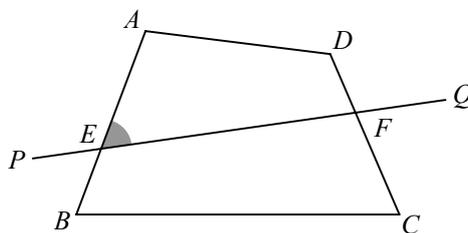
- (1) 同位角相等。
- (2) 內錯角相等。
- (3) 同側內角互補。

### 即時演練

如圖，四邊形  $ABCD$  的兩邊  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  被  $\overline{PQ}$  所截，分別交於  $E$ 、 $F$  兩點。

- (1)  $\angle AEF$  的同位角是哪一個角？
- (2)  $\angle AEF$  的內錯角是哪一個角？
- (3)  $\angle AEF$  的同側內角是哪一個角？

解



1類題

配合課本 P186  
例題 1

平行線的截角性質

配合課本 P186  
隨堂練習

熟練

如圖， $L_1 // L_2$ ， $M_1$ 、 $M_2$

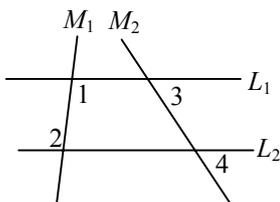
為  $L_1$ 、 $L_2$  的截線，

若  $\angle 1 = (4x - 2)^\circ$ ，

$\angle 2 = (2x + 48)^\circ$ ，

$\angle 4 = (3x - 28)^\circ$ ，

求  $\angle 3$ 。



**解**

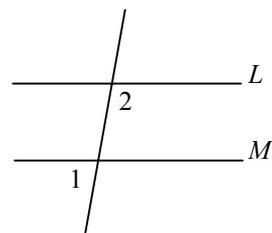
如圖， $L // M$ ，

若  $\angle 1 = (5x + 20)^\circ$ ，

且  $5\angle 1 = 4\angle 2$ ，

則  $x = ?$

**解**



3. 平行線的判別

平行線的判別：

兩條直線被一條直線所截，如果符合下列任一性質，則這兩條直線平行。

- (1) 同位角相等。
- (2) 內錯角相等。
- (3) 同側內角互補。

1類題

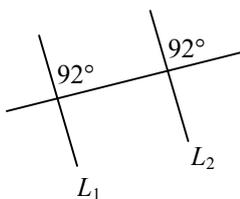
配合課本 P187  
例題 2

判別平行線

配合課本 P188  
隨堂練習

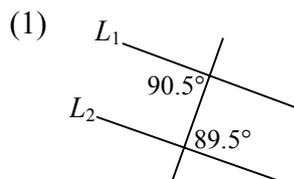
熟練

判別下圖中的直線  $L_1$ 、 $L_2$  是否平行？  
並說明理由。

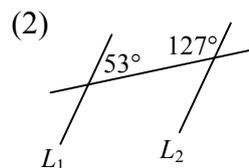


**解**

判別下列各小題中的直線  $L_1$ 、 $L_2$  是否平行？  
並說明理由。



**解**



## 4. 平行線性質的應用

### 1 類題

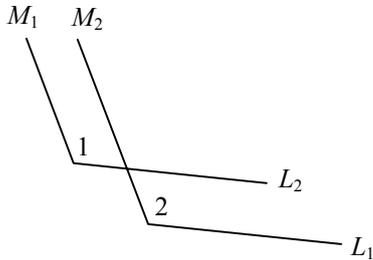
配合課本 P190  
例題 3

### 截角性質的應用

配合課本 P190  
隨堂練習

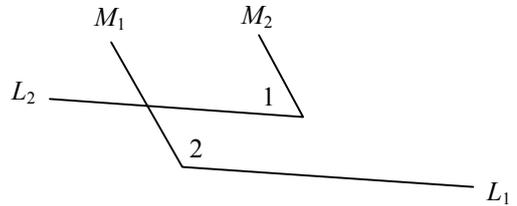
### 熟練

如圖， $L_1 \parallel L_2$ ， $M_1 \parallel M_2$ ， $\angle 1 = 119^\circ$ ，求  $\angle 2$ 。



解

如圖， $L_1 \parallel L_2$ ， $M_1 \parallel M_2$ ， $\angle 1 = 58^\circ$ ，求  $\angle 2$ 。



解

### 2 類題

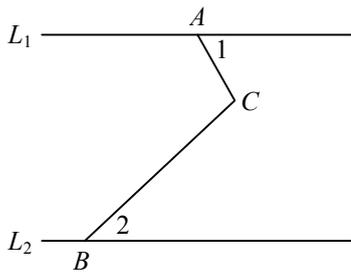
配合課本 P191  
例題 4

### 截角性質的應用

配合課本 P191  
隨堂練習

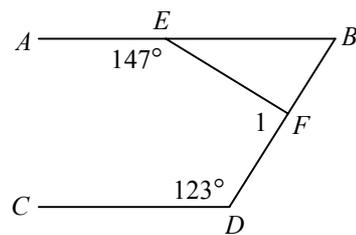
### 熟練

如圖， $L_1 \parallel L_2$ ， $A$  點在  $L_1$  上， $B$  點在  $L_2$  上，  
已知  $\angle 1 = 64^\circ$ ， $\angle 2 = 49^\circ$ ，求  $\angle ACB$ 。



解

如圖， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $E$ 、 $F$  兩點分別在  $\overline{AB}$  與  $\overline{BD}$  上，求  $\angle 1$ 。



解

3類題

配合課本 P192  
例題 5

截角與平行的應用

配合課本 P192  
隨堂練習

熟練

如圖， $L_1 // L_2$ ，已知  $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 4 = \angle 5$ 。

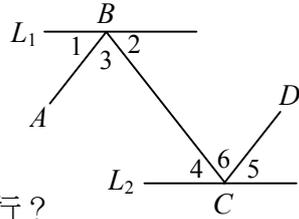
(1) 求  $\angle 1$  與  $\angle 5$

是否相等？

(2) 求  $\angle 3$  與  $\angle 6$

是否相等？

(3)  $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$  是否平行？



解

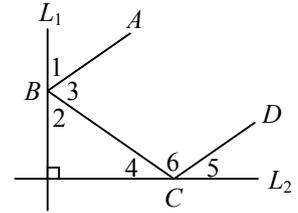
如圖， $L_1 \perp L_2$ ，已知  $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 4 = \angle 5$ 。

(1) 求  $\angle 1 + \angle 5$ 。

(2) 求  $\angle 3 + \angle 6$ 。

(3)  $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$

是否平行？



解

4類題

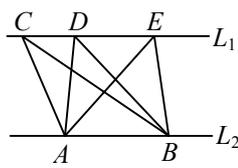
配合課本 P193  
例題 6

平行線距離的應用

配合課本 P193  
隨堂練習

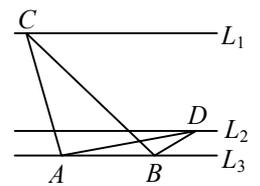
熟練

如圖， $L_1 // L_2$ ， $A$ 、 $B$  兩點在  $L_2$  上， $C$ 、 $D$ 、 $E$  三點在  $L_1$  上，若  $\triangle ABC$  的面積是 19，求  $\triangle ABD$  的面積與  $\triangle ABE$  的面積和。



解

如圖， $L_1 // L_2 // L_3$ ， $A$ 、 $B$  兩點在  $L_3$  上， $C$ 、 $D$  兩點分別在  $L_1$ 、 $L_2$  上，已知  $L_1$ 、 $L_3$  的距離是  $L_2$ 、 $L_3$  距離的 5 倍，若  $\triangle ABC$  的面積為 100，求  $\triangle ABD$  的面積。

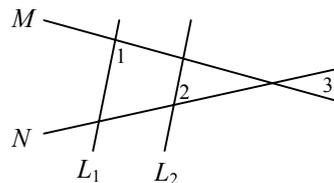


解

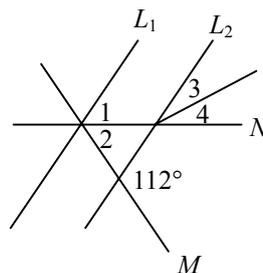
# 4-1 自我磨練

配合課本 P195~196 自我評量

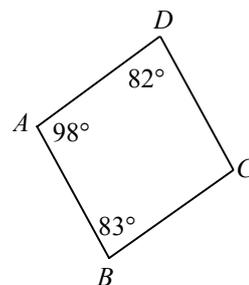
1. 如圖， $L_1 \parallel L_2$ ， $M$  及  $N$  都是  $L_1$ 、 $L_2$  的截線， $\angle 1 = 85^\circ$ ， $\angle 2 = 65^\circ$ ，求  $\angle 3$ 。



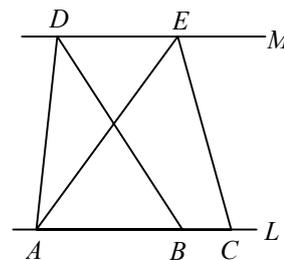
2. 如圖， $L_1 \parallel L_2$ ， $M$  及  $N$  都是  $L_1$ 、 $L_2$  的截線，且交點在  $L_1$  上， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，求  $\angle 4$ 。



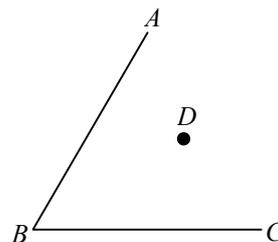
3. 右圖四邊形  $ABCD$  中：  
 (1)  $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$  是否平行？為什麼？  
 (2)  $\overline{AD}$  與  $\overline{BC}$  是否平行？為什麼？



4. 如圖， $L \parallel M$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 2$ ，若  $\triangle ABD$  的面積是 24，則  $\triangle ACE$  的面積為多少？



5. 如圖，已知  $D$  點為  $\angle ABC$  內部一點，求作一直線通過  $D$  點且平行  $\overline{BC}$ 。



## 1. 平行四邊形的性質

任意平行四邊形具有下列性質：

- (1) 任一條對角線均可將它分成兩個全等的三角形。
- (2) 兩組對邊分別等長。
- (3) 兩組對角分別相等。
- (4) 兩條對角線互相平分。
- (5) 兩條對角線將其面積四等分。

## 1類題

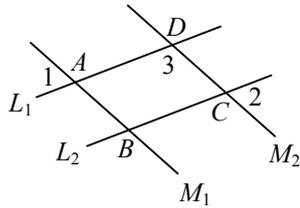
配合課本 P199  
隨堂練習

## 平行四邊形的基本性質

配合課本 P200  
隨堂練習

## 熟練

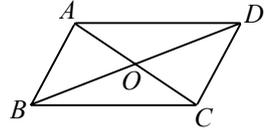
如圖， $L_1 \parallel L_2$ ， $M_1 \parallel M_2$ ，  
四條直線互相交於  
 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四點，  
已知  $\angle 1 = 63^\circ$ ，則：



- (1) 四邊形  $ABCD$  是哪一種四邊形？
- (2) 求  $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 。

**解**

如圖， $\square ABCD$  中，  
對角線  $\overline{AC}$  與  $\overline{BD}$  相交  
於  $O$  點， $\overline{AC} = 8$ ，  
 $\overline{BC} = 9$ ， $\overline{BD} = 12$ ，  
 $\overline{CD} = 5$ ，求  $\triangle ABO$  的周長。



**解**

## 即時演練

如圖， $\square ABCD$  中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 。連接對角線  $\overline{BD}$ ，在下面的空格內，填入適當的文字或符號，說明  $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{AD} = \overline{BC}$ ， $\angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$ 。

說明：在  $\triangle ABD$  和  $\triangle CDB$  中，

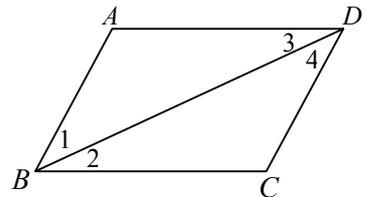
$$\because \overline{AB} \parallel \overline{CD}, \therefore \angle 1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (內錯角相等)}。$$

$$\because \overline{AD} \parallel \overline{BC}, \therefore \underline{\hspace{2cm}} = \angle 2 \text{ (內錯角相等)}。$$

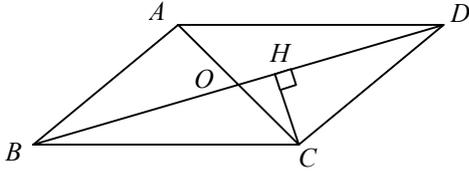
$$\text{又 } \overline{BD} = \overline{BD} \text{ (公用邊),}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDB \text{ (} \underline{\hspace{2cm}} \text{全等性質)}。$$

故  $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{AD} = \overline{BC}$  (對應邊等長)， $\angle A = \angle C$  (對應角相等)，  
 $\angle B = \angle D$  (因為  $\angle 1 + \angle 2 = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$ )。



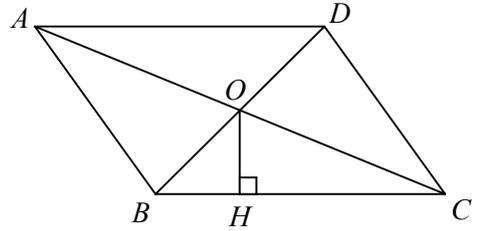
如圖， $\square ABCD$  中， $O$  為兩條對角線交點， $\overline{CH} \perp \overline{BD}$  於  $H$  點，且  $\triangle BOC$  的面積為 12，求：



- (1)  $\triangle COD$  的面積。
- (2)  $\square ABCD$  的面積。

**解**

如圖， $\square ABCD$  中， $O$  為兩條對角線交點， $\overline{OH} \perp \overline{BC}$  於  $H$  點， $\overline{AD} = 10$ ，且  $\square ABCD$  的面積為 60，求  $\overline{OH}$  的長。



**解**

## 2. 平行四邊形的判別

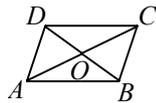
符合下列性質之一的四邊形為平行四邊形：

- (1) 兩組對邊分別平行。
- (2) 兩組對邊分別等長。
- (3) 兩組對角分別相等。
- (4) 兩條對角線互相平分。
- (5) 一組對邊平行且等長。

### 即時演練

找出判別下列各四邊形  $ABCD$  為平行四邊形的方法：

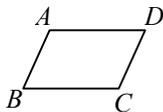
(1)  $\overline{AO} = 4$ ， $\overline{AC} = 8$   
 $\overline{BD} = 6$ ， $\overline{BO} = 3$



**解**

\_\_\_\_\_

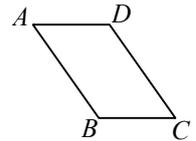
(3)  $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{BC} + \overline{CD}$   
 $= \overline{CD} + \overline{AD}$



**解**

\_\_\_\_\_

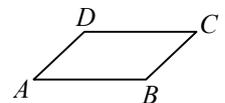
(2)  $\angle A = 55^\circ$ ， $\angle C = 55^\circ$   
 $\angle B = \angle D$



**解**

\_\_\_\_\_

(4)  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$   
 $\overline{AD} + \overline{CD} = \overline{CD} + \overline{BC}$



**解**

\_\_\_\_\_

1類題

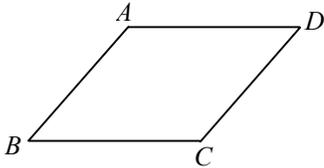
配合課本 P202  
隨堂練習

平行四邊形的判別(對邊等長)

配合課本 P202  
隨堂練習

熟練

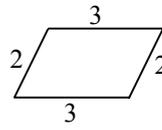
如圖，四邊形  $ABCD$  中， $\overline{AB} = 16$ ， $\overline{BC} = 18$ ， $\overline{CD} = 16$ ， $\overline{AD} = 18$ ，說明四邊形  $ABCD$  為平行四邊形。



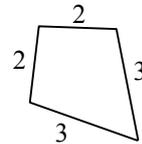
解

判別下列圖形何者為平行四邊形？

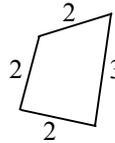
(A)



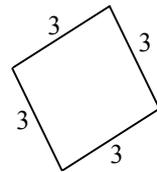
(B)



(C)



(D)



解

2類題

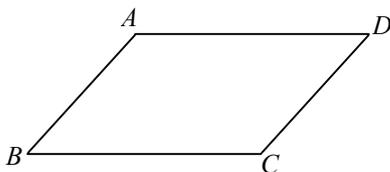
配合課本 P203  
隨堂練習

平行四邊形的判別(對角相等)

配合課本 P203  
隨堂練習

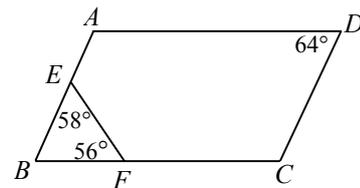
熟練

如圖，四邊形  $ABCD$  中， $\angle A = 132^\circ$ ， $\angle B = 48^\circ$ ， $\angle C = 132^\circ$ ，說明四邊形  $ABCD$  為平行四邊形。



解

如圖，四邊形  $ABCD$  中， $\angle A = \angle C$ ， $\angle BEF = 58^\circ$ ， $\angle BFE = 56^\circ$ ， $\angle D = 64^\circ$ 。



判別四邊形  $ABCD$  是否為平行四邊形，並說明其理由。

解

### 3類題

配合課本 P204  
例題 2

平行四邊形的判別  
(對角線互相平分)

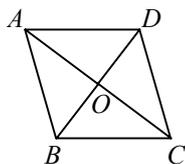
配合課本 P204  
隨堂練習

熟練

如圖，四邊形  $ABCD$  中，  
 $O$  為兩條對角線的交點，

$$\text{且 } \overline{OA} = \overline{OC} = 16,$$

$$\overline{OB} = \overline{OD} = 12,$$



說明四邊形  $ABCD$  為平行四邊形。

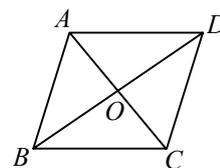
**解**

如圖，四邊形  $ABCD$  中，

$$\triangle AOB \text{ 的面積} = 24,$$

$$\triangle BOC \text{ 的面積} = 24,$$

$$\triangle COD \text{ 的面積} = 24。$$



判別四邊形  $ABCD$  是否為平行四邊形，  
並說明其理由。

**解**

### 4類題

配合課本 P205  
例題 3

平行四邊形的判別  
(一組對邊平行且等長)

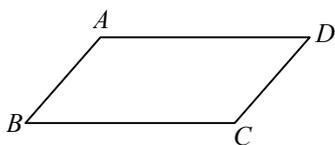
配合課本 P205  
隨堂練習

熟練

如圖，四邊形  $ABCD$  中，

$$\overline{AB} \parallel \overline{CD}, \text{ 且 } \overline{AB} = 12, \overline{CD} = 12。$$

說明四邊形  $ABCD$  為平行四邊形。

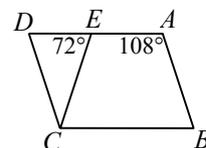


**解**

如圖，四邊形  $ABCD$  中，

$$\overline{AB} \parallel \overline{CD}, \text{ 且 } \overline{AB} = \overline{CE},$$

$$\angle A = 108^\circ, \angle DEC = 72^\circ。$$



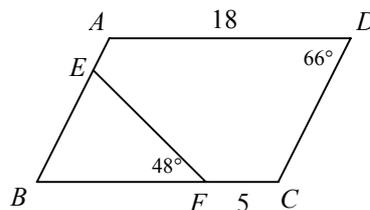
判別四邊形  $ABCD$  是否為平行四邊形，  
並說明其理由。

**解**

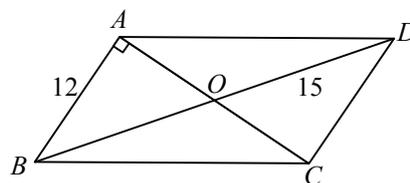
## 4-2 自我磨練

配合課本 P209~210 自我評量

1. 如圖， $\square ABCD$  中， $E$ 、 $F$  兩點分別在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$  上，且  $\angle D = 66^\circ$ ， $\angle EFB = 48^\circ$ ， $\overline{FC} = 5$ ， $\overline{AD} = 18$ ，求：
- (1)  $\angle BEF$ 。
  - (2)  $\overline{EF}$  的長。

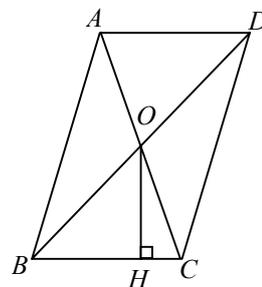


2. 如圖， $\square ABCD$  中， $\overline{AB} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{OD} = 15$ ， $\overline{AB} = 12$ ，求：
- (1)  $\triangle OAB$  的面積。
  - (2)  $\square ABCD$  的面積。



3.  $\square ABCD$  中， $3\overline{AB} = 4\overline{BC}$ ，且  $\overline{AB}$  和  $\overline{BC}$  的差為 5 公分，求  $\square ABCD$  的周長。

4. 如圖， $\square ABCD$  中， $O$  為兩對角線交點， $\overline{OH} \perp \overline{BC}$  於  $H$  點， $\overline{AD} = 8$ ，且  $\square ABCD$  的面積為 96，求  $\overline{OH}$  的長。



# 4-3

## 特殊四邊形

### 1. 特殊四邊形

1. 一條對角線垂直平分另一條對角線的四邊形是箏形。
2. 兩條對角線互相垂直平分的四邊形為菱形。
3. 兩條對角線等長且互相平分的四邊形為長方形。
4. 兩條對角線等長且互相垂直平分的四邊形為正方形。

#### 1類題

配合課本 P212  
例題 1

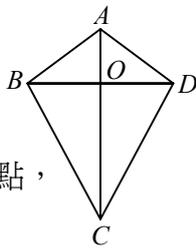
#### 箏形的判別

配合課本 P212  
隨堂練習

#### 熟練

如圖，箏形  $ABCD$  中，  
 $\overline{AB} = \overline{AD} = 20$ ， $\overline{CB} = \overline{CD}$ ，  
 $\overline{BD} = 32$ ， $\overline{AC} = 42$ ，

$O$  為兩條對角線  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  的交點，  
求箏形  $ABCD$  的周長。

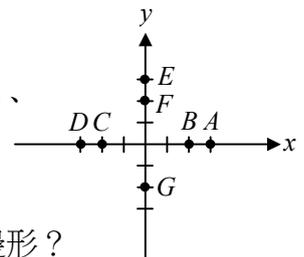


**解**

如圖，在坐標平面上有

$A(3, 0)$ 、 $B(2, 0)$ 、  
 $C(-2, 0)$ 、 $D(-3, 0)$ 、  
 $E(0, 3)$ 、 $F(0, 2)$ 、  
 $G(0, -2)$  七個點，則

四邊形  $AFCG$  是何種四邊形？



**解**

#### 2類題

配合課本 P213  
例題 2

#### 菱形的判別

配合課本 P213  
隨堂練習

#### 熟練

如圖，菱形  $ABCD$  的周長為 52，  
兩條對角線交於  $O$  點，  
且  $\overline{AC} = 10$ ，求  $\overline{BD}$  的長。

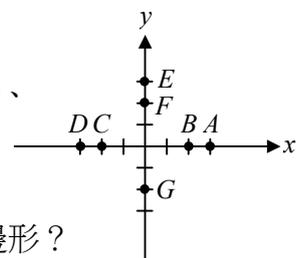


**解**

如圖，在坐標平面上有

$A(3, 0)$ 、 $B(2, 0)$ 、  
 $C(-2, 0)$ 、 $D(-3, 0)$ 、  
 $E(0, 3)$ 、 $F(0, 2)$ 、  
 $G(0, -2)$  七個點，則

四邊形  $AFDG$  是何種四邊形？



**解**

3類題

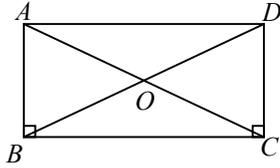
配合課本 P215  
例題 4

長方形的判別

配合課本 P215  
隨堂練習

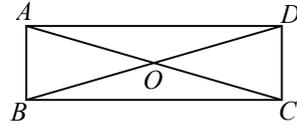
熟練

如圖，長方形  $ABCD$  中， $\overline{AC}$  與  $\overline{BD}$  交於  $O$  點，若  $\overline{AO} = 7$ ， $\overline{AB} = 6$ ，求長方形  $ABCD$  的面積。



解

如圖，長方形  $ABCD$  中， $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  相交於  $O$  點，且  $\overline{AD} = 24$ ， $\overline{AB} = 7$ ，求  $\overline{AO} + \overline{DO}$ 。



解

4類題

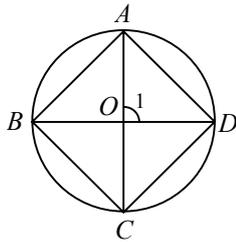
配合課本 P216  
例題 5

正方形的判別

配合課本 P216  
隨堂練習

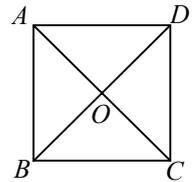
熟練

如圖， $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  是圓  $O$  的直徑， $\angle 1 = 90^\circ$ ，則四邊形  $ABCD$  為何種四邊形？



解

如圖，正方形  $ABCD$  中，若對角線  $\overline{AC}$  與  $\overline{BD}$  的交點為  $O$ ，且  $\overline{AO} = 10$ ，求正方形  $ABCD$  的周長。



解

5類題

配合課本 P217  
隨堂練習

對角線長求面積

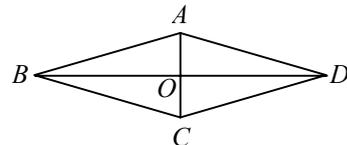
配合課本 P217  
隨堂練習

熟練

箏形  $ABCD$  中，若對角線  $\overline{AC} = 10$ ， $\overline{BD} = 15$ ，求箏形  $ABCD$  的面積。

解

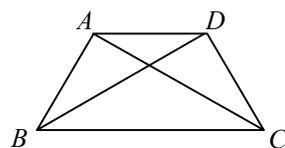
如圖，菱形  $ABCD$  的對角線相交於  $O$  點，且  $\overline{AC} = 14$ ， $\overline{BD} = 48$ ，求菱形  $ABCD$  的面積。



解

## 2. 梯形

- 一組對邊平行，另一組對邊不平行的四邊形稱為梯形。
- 梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AD}$  為上底， $\overline{BC}$  為下底， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  為梯形的腰。若  $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，則梯形  $ABCD$  為等腰梯形。
- 等腰梯形的性質：
  - 兩組底角分別相等。
  - 兩條對角線等長。
- 梯形兩腰中點連線段的性質：
  - 梯形兩腰中點的連線段會與上底、下底平行。
  - 梯形兩腰中點連線段的長 =  $\frac{(\text{上底} + \text{下底})}{2}$ 。
- 梯形面積 =  $\frac{(\text{上底} + \text{下底})}{2} \times \text{高} = \text{梯形兩腰中點連線段的長} \times \text{高}$



### 1 類題

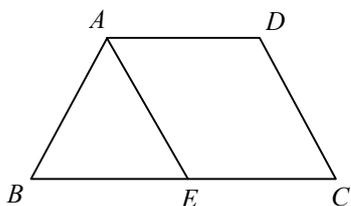
配合課本 P218  
例題 6

### 等腰梯形兩底角相等

配合課本 P219  
隨堂練習

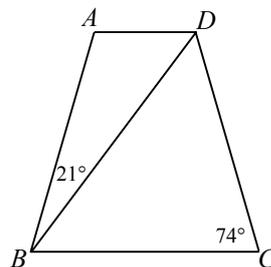
### 熟練

如圖，等腰梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AE} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，說明  $\angle B = \angle C$ 。



解

如圖，等腰梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\angle C = 74^\circ$ ， $\angle ABD = 21^\circ$ ，求：



- $\angle DBC$ 。
- $\angle A$ 。

解

2類題

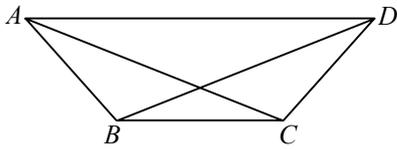
配合課本 P220  
隨堂練習

等腰梯形對角線等長

配合課本 P220  
隨堂練習

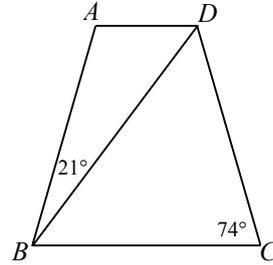
熟練

如圖，等腰梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，連接  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  兩條對角線，說明  $\overline{AC} = \overline{BD}$ 。



解

如圖，等腰梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\angle C = 74^\circ$ ， $\angle ABD = 21^\circ$ ， $\overline{BC} = 9$ ，求：



- (1)  $\angle CDB$  與  $\angle ADB$ 。
- (2)  $\overline{AB}$  的長。

解

3類題

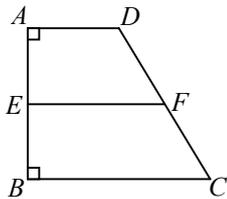
配合課本 P222  
例題 6

梯形兩腰中點的連線段

配合課本 P222  
隨堂練習

熟練

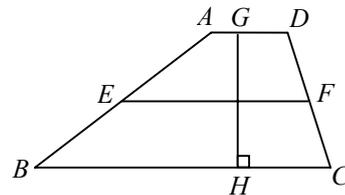
如圖，梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{EF}$  為梯形兩腰中點連線段的長， $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ，且  $\overline{AD} = 6$ ， $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{EF} = 9$ ，求：



- (1) 梯形  $ABCD$  的面積。
- (2)  $\overline{BC}$  的長。

解

如圖，梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{EF}$  為梯形兩腰中點連線段的長， $\overline{GH} \perp \overline{BC}$ ，且  $\overline{AD} = 7$ ， $\overline{GH} = 12$ ，梯形  $ABCD$  的面積為 204，求：



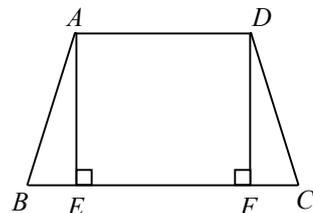
- (1)  $\overline{EF}$  的長。
- (2)  $\overline{BC}$  的長。

解

## 4-3 自我磨練

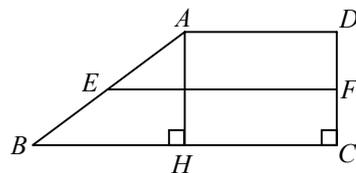
配合課本 P225~226 自我評量

1. 如圖，等腰梯形  $ABCD$  的面積為 88， $\overline{AD} = 9$ ， $\overline{AE} = 8$ ，求  $\overline{BE}$  與  $\overline{AB}$ 。

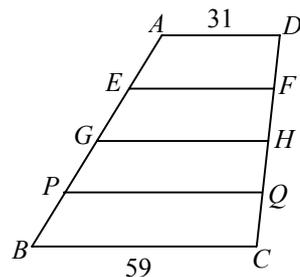


2. 某一個四邊形的兩條對角線互相平分且等長，已知其一對角線長為 7，且有一邊長為 5，求此四邊形的面積。

3. 如圖，梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，梯形兩腰中點連線的長  $\overline{EF} = 6$ ， $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{AH} \perp \overline{BC}$  於  $H$  點， $\overline{BH} = 4$ ，求：
- (1)  $\overline{AD}$ 。
  - (2) 若梯形  $ABCD$  的面積為 18，則周長為多少？



4. 如圖，梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $E$ 、 $G$ 、 $P$  三點將  $\overline{AB}$  四等分， $F$ 、 $H$ 、 $Q$  三點將  $\overline{CD}$  四等分， $\overline{AD} = 31$ ， $\overline{BC} = 59$ ，求  $\overline{AD} + \overline{EF} + \overline{GH} + \overline{PQ} + \overline{BC}$ 。



5. 有一四邊形的兩條對角線互相垂直，其中較長的對角線長為 10，並將較短的對角線平分，若有一邊長為 8，而周長為 28，求此四邊形的面積。



頁次

1

1-1 認識數列與等差數列

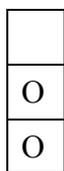
1. 數列

◆類題 1



第 119 行

◆熟練 1



第 7 行



第 8 行



第 121 行

◆類題 2

(1)  $a_1=31, a_2=26, a_3=21$

(2)  $-89$

(3)  $17$

◆熟練 2

(1)  $a_1=-59, a_2=-55, a_3=-51$

(2)  $97$

(3)  $29$

2

2. 等差數列

◆類題 1

(1) 是，公差為 5

(2) 不是

◆熟練 1

(1) 是，公差為  $-4$

(2) 是，公差為 12

◆類題 2

(1)  $22, 29, 36$

(2)  $23, 11, 7$

(3)  $-4.4, -2.9$

(4)  $6a+3b, 9a-3b$

頁次

◆熟練 2

(1)  $-5, -12, -7$

(2)  $-\sqrt{2}, 8\sqrt{2}, 3\sqrt{2}$

(3)  $a+12, a+4, -4$

3

◆類題 3

(1)  $34$

(2) 24 項

◆熟練 3

(1)  $59$

(2) 30 項

◆類題 4

1.  $-13$

2.  $65$

◆熟練 4

1.  $4$

2.  $-40$

4

◆類題 5

(1)  $2n+1$

(2)  $201$

◆熟練 5

(1)  $3n$

(2)  $90$

◆類題 6

(1) 8 月 25 日

(2) 9 月 6 日

◆熟練 6

22 波

5

3. 等差中項

◆類題 1

(1)  $20$

(2)  $3a+2d$

◆熟練 1

(1)  $9$

(2)  $-2a+3d$

◆類題 2

1.  $a = -5, b = 2$

2. 60

◆熟練 2

1. 22

2.  $s = -2, t = 7$

6

1-1 自我磨練

1.(1) 21, 35

(2)  $\frac{1}{16}, \frac{1}{25}$

(3)  $\frac{9}{8}, \frac{11}{10}$

2.(1) 4, 7, 10, 13, 16,  $3n+1$

(2) 106

3. 13

4. 第 11 項

5.  $a = 9, b = -13$

6. 170 個

7

1-2 等差級數

1. 等差級數的和

◆類題 1

(1) 40

(2) 45

◆熟練 1

(1) 135

(2) 300

2. 等差級數和公式

◆類題 1

3087

◆熟練 1

315

8

◆類題 2

(1) 10 項

(2) 210

◆熟練 2

(1) 572

(2) 18

◆類題 3

420 人

◆熟練 3

(1) 2 (2) 2

(3) 30 (4) 900

9

◆類題 4

20

◆熟練 4

-270

◆類題 5

$n = 13, d = -5$

◆熟練 5

$n = 16, d = 6$

10

◆類題 6

第 21 天

◆熟練 6

11

◆即時演練

55 戶

11

1-2 自我磨練

1.(1) 1080

(2) -5880

2. 1680

3. 6633

4.  $a_1 = -59, d = 10, n = 20$

5. 826 平方公分

6. 17 位

12

1-3 等比數列

1. 等比數列

◆類題 1

(1) 是, 公比為  $\frac{1}{5}$ 。

(2) 是, 公比為 -1。

◆熟練 1

(1) 是, 公比為  $-\sqrt{3}$ 。

(2) 不是。

## ◆類題 2

(1) 81, 3, 1

(2) 3.2, -0.05

(3)  $\sqrt{3}$ ,  $2\sqrt{6}$ ,  $4\sqrt{3}$ 

## ◆熟練 2

(1) -13, 13, -1

(2)  $2\sqrt{2}$ , -8,  $-8\sqrt{2}$ ,  $-\sqrt{2}$ 

13

## ◆類題 3

1. -1024

2.  $\frac{1}{625}$ 

## ◆熟練 3

1. 3

2. -2916

## ◆類題 4

第 5 項

## ◆熟練 4

第 11 項

14

## ◆類題 5

27 公分

## ◆熟練 5

 $\frac{21}{2}$ 

## 2. 等比中項

## ◆類題 1

±9

## ◆熟練 1

224

15

## 1-3 自我磨練

1.(1) 14, 28, 2

(2) -486, 18,  $-\frac{1}{3}$ (3)  $3\sqrt{2}$ ,  $6\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{6}$ 

2. -192

3. 5

4. 第 6 項

5. ±10

6. 1024 個

16

## 第 2 章 線型函數與其圖形

## 1. 函數的意義

## ◆類題 1

(1)  $y = \frac{5}{2}x - 28$ 

(2) 是

## ◆熟練 1

(1)  $y = 95x$ 

(2) 是

## ◆類題 2

是

## ◆熟練 2

(1) 是

(2) 是

17

## ◆類題 3

不是

## ◆熟練 3

(1) 不是

(2) 不是

## ◆即時演練

50, 100

## 2. 函數值

## ◆類題 1

當  $x = -3$  時, 函數值  $y$  為 19當  $x = 0$  時, 函數值  $y$  為 4當  $x = 4$  時, 函數值  $y$  為 -16

## ◆熟練 1

當  $x = 7$  時, 函數值  $y$  為 13當  $x = 0$  時, 函數值  $y$  為 -8當  $x = -5$  時, 函數值  $y$  為 -23

18

◆類題 2

1

◆熟練 2

-7

◆類題 3

(1)  $y = 100 - x$

(2) 70 公尺

(3) 75 公尺

◆熟練 3

(1)  $y = \frac{200}{x}$

(2) 8 公尺

◆即時演練

(1) 9

(2) 2

(3) 4

19

3. 一次函數與常數函數

◆類題 1

-5

◆熟練 1

15

◆類題 2

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$$

◆熟練 2

$$y = -2x - 7$$

◆類題 3

$$y = 5$$

◆熟練 3

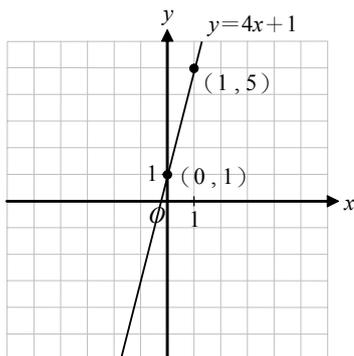
$$y = -98$$

20

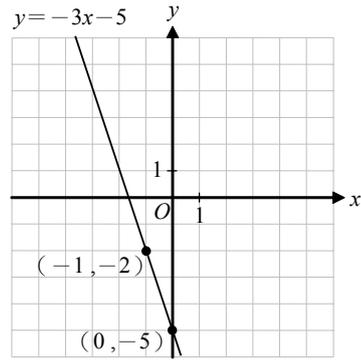
4. 函數圖形與應用

◆類題 1

(1)

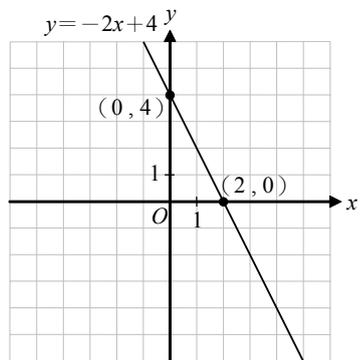


(2)

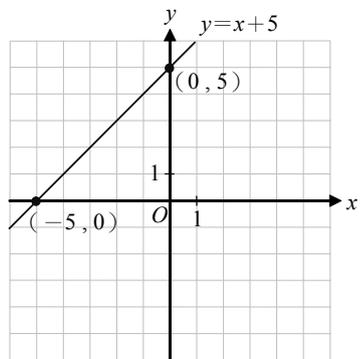


◆熟練 1

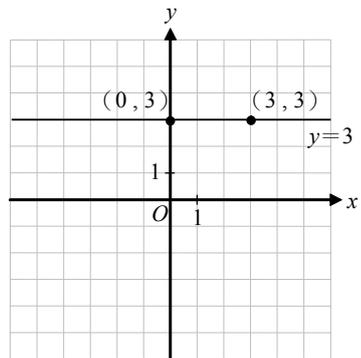
(1)



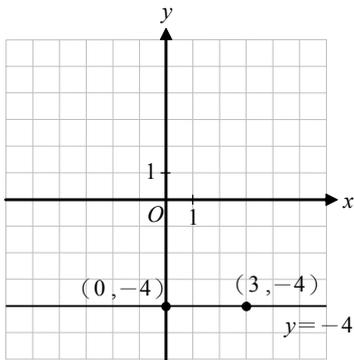
(2)



◆類題 2



◆熟練 2



21 ◆類題 3

(1)  $y = -3x + 4$

(2)  $(0, 4)$

◆熟練 3

(1)  $y = 2x + 1$

(2)  $A(-\frac{1}{2}, 0)$ 、 $B(0, 1)$

◆類題 4

$y = \frac{6}{5}x + 26$

◆熟練 4

$y = \frac{3}{4}x - 5$

22 ◆類題 5

在 18 分鐘時的心率為 172 次

在 42 分鐘時的心率為 167 次

◆熟練 5

在 6 時的氣溫為  $6^{\circ}\text{C}$

在 14 時的氣溫為  $14^{\circ}\text{C}$

在 20 時的氣溫為  $6^{\circ}\text{C}$

◆即時演練

10

23 第 2 章 自我磨練

1. 是

2. 當  $x = -5$  時，函數值  $y$  為 8  
當  $x = 2$  時，函數值  $y$  為 1

3. 13

4. (1)  $y = 4x$

(2) 64

5. (1) 7

(2) 9

6. (1) (B)、(D)

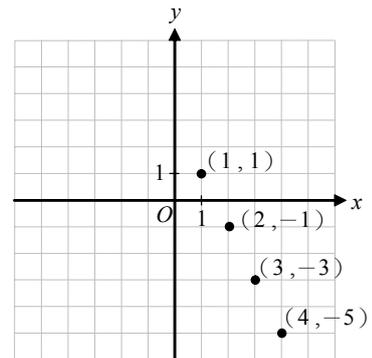
(2) (A)、(C)、(F)

(3) (A)、(B)、(C)、(D)、(F)

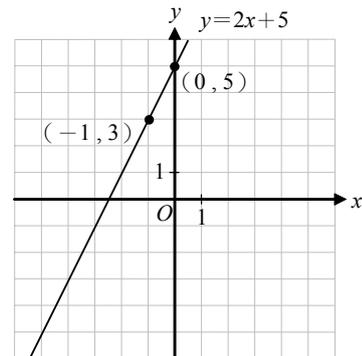
7.  $\frac{1}{2}$

24

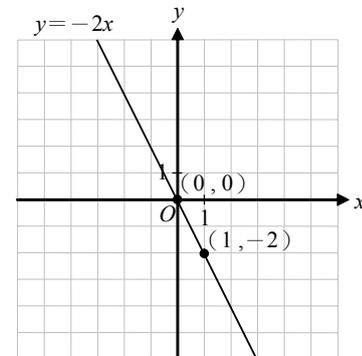
8. (1)



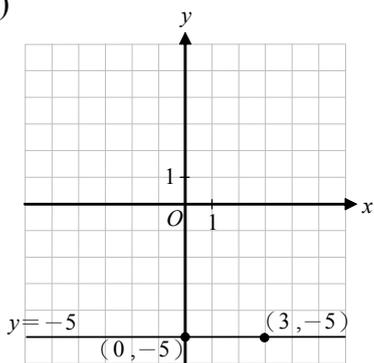
(2)



(3)



(4)



9.(1) 40 元

(2) 55 元

25

3-1 內角與外角

1.點、線、角

◆類題 1

10°

◆熟練 1

96°

◆類題 2

90°

◆熟練 2

$\angle 1 = 43^\circ$ ,  $\angle 3 = 137^\circ$

◆即時演練

90°

26

2.三角形的內角與外角

◆類題 1

(1) 55°

(2) 125°

◆熟練 1

(1) 20°

(2) 40°

(3) 120°

◆類題 2

120°

◆熟練 2

330°

27

◆類題 3

1. 105°

2. 36°

◆熟練 3

1. 115°

2. 80°

◆類題 4

1.  $\angle 1 = 52^\circ$ ,  $\angle 2 = 82^\circ$

2.  $\therefore \angle AEC$  為  $\triangle ABE$  與  $\triangle CDE$  的一個外角

$\therefore \angle AEC = \angle A + \angle B$  且

$\angle AEC = \angle C + \angle D$

即  $\angle A + \angle B = \angle C + \angle D$

$50^\circ + \angle B = 69^\circ + \angle D$

故  $\angle B - \angle D = 69^\circ - 50^\circ = 19^\circ$

◆熟練 4

1.  $\angle ACD = 138^\circ$ ,  $\angle D = 25^\circ$

2. 81°

28

3.多邊形的內角與外角

◆類題 1

$\angle A = 150^\circ$ ,  $\angle B = 60^\circ$

◆熟練 1

$\angle E = 135^\circ$ ,  $\angle F = 90^\circ$

◆類題 2

15

◆熟練 2

(1) 45°

(2) 8

29

3-1 自我磨練

1. 53°

2. 78°

3. 1080°

4. 每一個內角為 160°, 每一個外角為 20°

5. 5

6. (1)  $\angle 2$

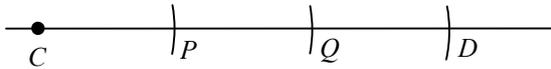
(2)  $\angle 1$ ,  $\angle 1$ ,  $\angle 2$

7. 140°

3-2 基本的尺規作圖

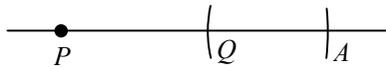
1. 等線段與等角作圖

◆類題 1



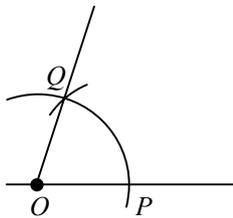
$\overline{CD}$  即為所求。

◆熟練 1



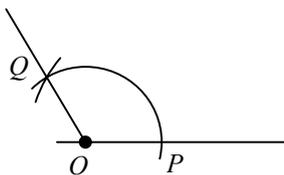
$\overline{PQ}$  即為所求。

◆類題 2



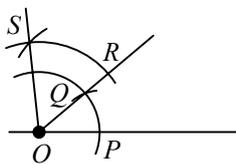
$\angle POQ$  即為所求。

◆熟練 2



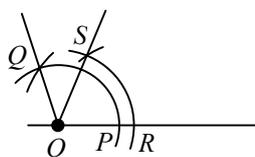
$\angle POQ$  即為所求。

◆類題 3



$\angle POS$  即為所求。

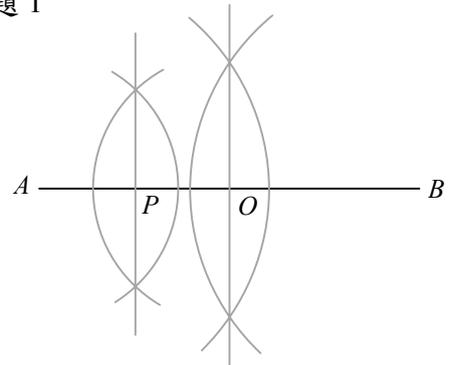
◆熟練 3



$\angle QOS$  即為所求。

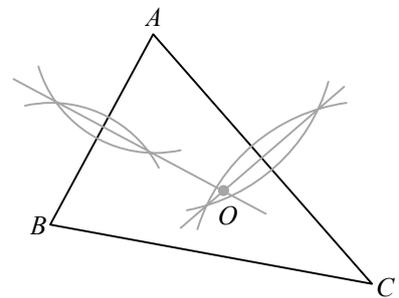
2. 中垂線與角平分線作圖

◆類題 1



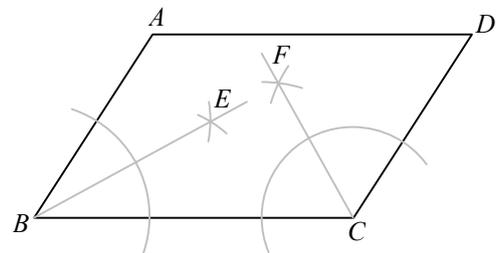
P 點即為所求。

◆熟練 1



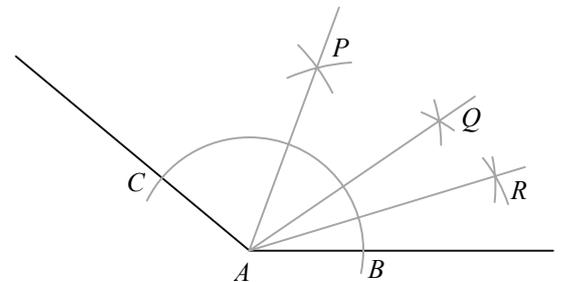
O 點即為所求。

◆類題 2



$\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$  即為所求。

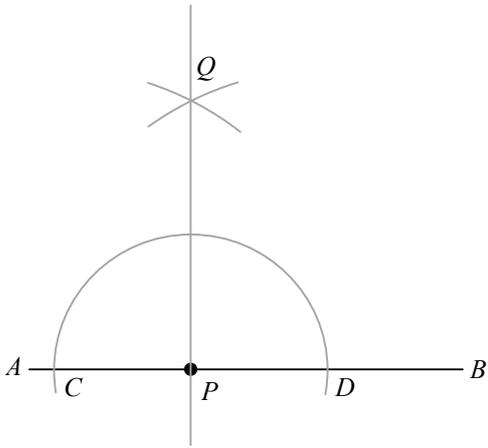
◆熟練 2



$\angle BAR$  即為所求。

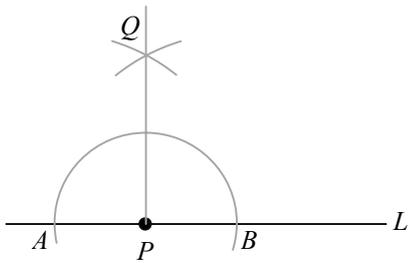
3. 過線上或線外一點作垂線

◆類題 1



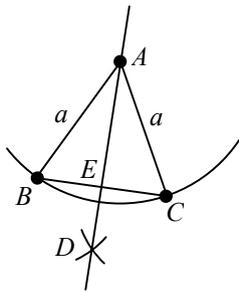
$\overline{PQ}$  即為所求。

◆熟練 1



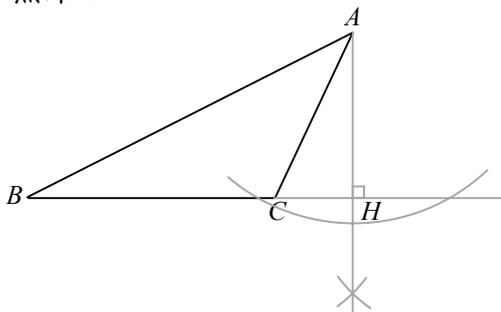
$\angle APQ$  (或  $\angle BPQ$ ) 即為所求。

◆類題 2



$\triangle ABC$  及  $\overline{AE}$  即為所求。

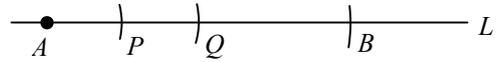
◆熟練 2



$\overline{AH}$  即為所求。

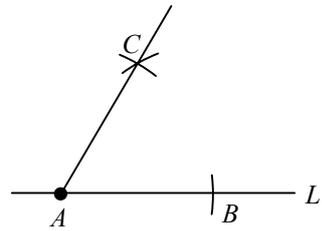
3-2 自我磨練

1.



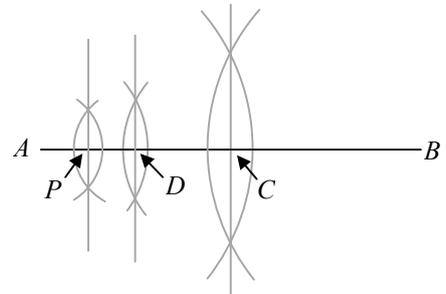
$\overline{AB}$  即為所求。

2.



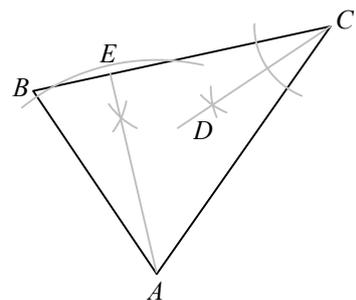
$\angle A$  即為所求。

3.



P 點即為所求。

4.



$\overline{CD}$ 、 $\overline{AE}$  即為所求。

34 3-3 三角形的全等性質

1. 全等多邊形

◆類題 1

- (1)  $58^\circ$   
 (2)  $\overline{BC} = 1, \overline{AD} = 2$

◆熟練 1

- (1)  $\angle P = 105^\circ, \angle R = 105^\circ$   
 (2) 2

2. 三角形的全等性質

35 ◆類題 1

- (1)  $25^\circ$   
 (2)  $105^\circ$   
 (3) 18

◆熟練 1

- (1) 40  
 (2) 60

◆類題 2

在  $\triangle ABD$  與  $\triangle ACD$  中，

$$\begin{aligned} \because \overline{BD} &= \overline{CD} \text{ (已知)} \\ \overline{AB} &= \overline{AC} \text{ (}\triangle ABC \text{ 為等腰三角形)} \\ \overline{AD} &= \overline{AD} \text{ (公用邊)} \end{aligned}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$  (SSS 全等性質)

◆熟練 2

- (1) 否  
 (2) 是, SAS

36 ◆類題 3

- (1) 否  
 (2) 是, SAS

◆熟練 3

- (1) 是, SAS  
 (2) 否

◆類題 4

在  $\triangle ABC$  與  $\triangle DEF$  中，

$$\begin{aligned} \because \angle B &= \angle E = 90^\circ \text{ (已知)} \\ \overline{AC} &= \overline{DF} = 10 \text{ (已知)} \\ \overline{BC} &= \overline{EF} = 6 \text{ (已知)} \end{aligned}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$  (RHS 全等性質)

◆熟練 4

- (1) 是, RHS  
 (2) 否

37 ◆類題 5

- (1) 是, ASA  
 (2) 否

◆熟練 5

- (1) 否  
 (2) 是, ASA

◆類題 6

- (1)  $\angle C = 95^\circ, \angle R = 95^\circ$

- (2) 在  $\triangle ABC$  與  $\triangle PQR$  中

$$\because \angle B = \angle Q = 50^\circ$$

$$\overline{BC} = \overline{QR} = 9$$

$$\angle C = \angle R = 95^\circ$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle PQR$  (ASA 全等性質)

◆熟練 6

- (1) 是,  $\overline{AC}$   
 (2) 是,  $\overline{DF}$

38 3. 全等三角形的應用

◆類題 1

- (1) 13  
 (2) 是

◆熟練 1

- (A)(C)

◆類題 2

$$4\sqrt{5}$$

◆熟練 2

$\triangle ABC$  為正三角形,  $\triangle ABC$  為正三角形,  
 SAS

39 3-3 自我磨練

1.(C)

2.(1)  $\angle A = \angle D$

$$(2) \overline{BC} = \overline{EF}$$

3.  $\angle C = 50^\circ, \angle E = 94^\circ$

4.  $115^\circ$

5.(1)  $\angle C = 60^\circ, \angle Q = 90^\circ$

$$(2) 4\sqrt{3}$$

40	3-4 中垂線與角平分線性質
	1. 中垂線
	◆類題 1
	2.2
	◆熟練 1
	25
	◆類題 2
	108
	◆熟練 2
	$\sqrt{370}$
41	2. 角平分線
	◆類題 1
	17
	◆熟練 1
	18
	◆類題 2
	$119^\circ$
	◆熟練 2
	$73^\circ$
42	3. 特殊三角形的邊長與面積
	◆類題 1
	10
	◆熟練 1
	60
	◆類題 2
	$3\sqrt{3}$
	◆熟練 2
	$9\sqrt{3}$
43	3-4 自我磨練
	1. (C)
	2. $64\sqrt{3}$
	3. $75^\circ$
	4. 12
	5. 240
	6. 60

44	3-5 三角形的邊角關係
	1. 三角形三邊長的關係
	◆類題 1
	(B)(D)
	◆熟練 1
	(A)(C)
	◆類題 2
	11 個
	◆熟練 2
	5.2 公分、10 公分、 $9\frac{1}{2}$ 公分
45	◆類題 3
	$\overline{BC} > \overline{AC}$
	◆熟練 3
	$>, >, \overline{DE}, \overline{BC}$
	2. 三角形的外角與內對角的大小關係
	◆類題 1
	$\angle 3 > \angle 2 > \angle 1$
	◆熟練 1
	$\angle 1 > \angle 2 > \angle 3 > \angle 4$
46	3. 大邊對大角
	◆類題 1
	$\angle C > \angle B > \angle A$
	◆熟練 1
	1. $\angle B$
	2. $\angle P$
	◆類題 2
	菱形, $<, <, <$
	◆熟練 2
	正三角形, $>, >, >, >, >$

4.大角對大邊

◆類題 1

$$\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$$

◆熟練 1

- (1)在 $\triangle ABC$ 中，  
 $\angle ACB = 180^\circ - 60^\circ - 64^\circ = 56^\circ$   
 $\therefore \angle CBA > \angle CAB > \angle ACB$   
 $\therefore \overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$

- (2)在 $\triangle ACD$ 中，  
 $\angle DAC = 180^\circ - 56^\circ - 58^\circ = 66^\circ$   
 $\therefore \angle DAC > \angle ACD > \angle ADC$   
 $\therefore \overline{CD} > \overline{AD} > \overline{AC}$

- (3) $\overline{CD} > \overline{AD} > \overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$

◆即時演練

1.  $\overline{AB}$

2.  $\overline{QR}$

3-5 自我磨練

1. (B)

2. (C)

3. (1)  $\angle C$

(2)  $\overline{AB}$

4. (1)  $\therefore \angle 1$  是  $\triangle FCD$  的外角，  
 $\therefore \angle 1 > \angle 2$

(2)  $\therefore \angle 2$  是  $\triangle ABC$  的外角，  
 $\therefore \angle 2 > \angle B$

(3)  $\angle 1 > \angle B$

5.(1)在 $\triangle ABC$ 中，  
 $\therefore \overline{AB} > \overline{AC}$   
 $\therefore \angle ACB > \angle ABC$  (大邊對大角)。

(2)  $\therefore 180^\circ - \angle ACB < 180^\circ - \angle ABC$   
 $\angle 3 + \angle 4 < \angle 1 + \angle 2$   
 $2\angle 3 < 2\angle 1$   
 ( $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ )

$\therefore \angle 3 < \angle 1$ 。

(3)  $\overline{CD} > \overline{BD}$

4-1 平行線與截角性質

1.平行線的意義

◆即時演練

是

2.截線與截角

◆即時演練

(1)  $\angle DFQ$ 、 $\angle ABC$

(2)  $\angle EFC$

(3)  $\angle DFE$ 、 $\angle DAE$

◆類題 1

$47^\circ$

◆熟練 1

12

3.平行線的判別

◆類題 1

是，同位角相等

◆熟練 1

(1)否，內錯角不相等

(2)是，同側內角互補

4.平行線性質的應用

◆類題 1

$119^\circ$

◆熟練 1

$122^\circ$

◆類題 2

$113^\circ$

◆熟練 2

$90^\circ$

◆類題 3

(1)是

(2)是

(3)是

◆熟練 3

(1)  $90^\circ$

(2)  $180^\circ$

(3)是

◆類題 4

38

◆熟練 4

20

53

4-1 自我磨練

1.  $30^\circ$

2.  $28^\circ$

3.(1)是。

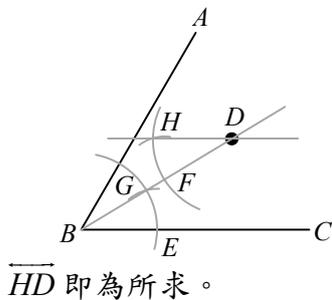
$$\begin{aligned} & \angle BAD + \angle ADC \\ &= 98^\circ + 82^\circ \\ &= 180^\circ \text{ (同側內角互補)} \end{aligned}$$

(2)否。

$$\begin{aligned} & \angle DAB + \angle ABC \\ &= 98^\circ + 83^\circ \\ &\neq 180^\circ \text{ (同側內角不互補)} \end{aligned}$$

4. 32

5.



$\overline{HD}$  即为所求。

54

4-2 平行四邊形

1. 平行四邊形的性質

◆類題 1

(1) 平行四邊形

(2)  $\angle 2 = 63^\circ$ ,  $\angle 3 = 117^\circ$

◆熟練 1

15

◆即時演練

$\angle 4$ ,  $\angle 3$ ,  $ASA$ ,  $\angle 4$ ,  $\angle 3$

55

◆類題 2

(1) 12

(2) 48

◆熟練 2

3

2. 平行四邊形的判別

◆即時演練

(1) 兩條對角線互相平分

(2) 兩組對角分別相等

(3) 兩組對邊分別等長

(4) 一組對邊平行且等長

56

◆類題 1

$$\therefore \overline{AB} = \overline{CD} = 16, \overline{AD} = \overline{BC} = 18$$

$\therefore$  四邊形  $ABCD$  為平行四邊形

(對邊等長)

◆熟練 1

(A)(D)

◆類題 2

$$\begin{aligned} \angle D &= 360^\circ - \angle A - \angle B - \angle C \\ &= 360^\circ - 132^\circ - 48^\circ - 132^\circ \\ &= 48^\circ \end{aligned}$$

$$\therefore \angle A = \angle C = 132^\circ, \angle B = \angle D = 48^\circ$$

$\therefore$  四邊形  $ABCD$  為平行四邊形

(兩組對角相等)

◆熟練 2

$$\angle B = 180^\circ - 56^\circ - 58^\circ = 66^\circ$$

$$\therefore \angle A = \angle C, \angle B \neq \angle D$$

$\therefore$  四邊形  $ABCD$  不是平行四邊形

(有一組對角不相等)

57

◆類題 3

$$\therefore \overline{OA} = \overline{OC} = 16, \overline{OB} = \overline{OD} = 12$$

$\therefore$  四邊形  $ABCD$  為平行四邊形

(對角線互相平分)

◆熟練 3

是，

$$\textcircled{1} \therefore \triangle AOB \text{ 的面積} = \triangle BOC \text{ 的面積} = 24$$

且  $\triangle AOB$  與  $\triangle BOC$  有相同的高

$$\therefore \overline{AO} = \overline{OC}$$

$$\textcircled{2} \therefore \triangle BOC \text{ 的面積} = \triangle COD \text{ 的面積} = 24$$

且  $\triangle BOC$  與  $\triangle COD$  有相同的高

$$\therefore \overline{BO} = \overline{DO}$$

由  $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$  可得，四邊形  $ABCD$  為平行四邊形

(對角線互相平分)

◆類題 4

$$\therefore \overline{AB} \parallel \overline{CD}, \overline{AB} = \overline{CD} = 12$$

$\therefore$  四邊形  $ABCD$  為平行四邊形

(一組對邊平行且等長)

◆熟練 4

$\because \overline{AB} \parallel \overline{CD}$  ,  
 $\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ$   
 $\angle D = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$   
 $\angle CDE = \angle CED = 72^\circ$  ,  $\overline{CE} = \overline{CD}$   
 又  $\overline{AB} = \overline{CE}$  ,  $\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$   
 $\because \overline{AB} \parallel \overline{CD}$  且  $\overline{AB} = \overline{CD}$   
 $\therefore$  四邊形  $ABCD$  為平行四邊形  
 (一組對邊平行且等長)

58

4-2 自我磨練

1. (1)  $66^\circ$   
(2) 13
2. (1) 54  
(2) 216
3. 70 公分
4. 6

59

4-3 特殊四邊形

1. 特殊四邊形

◆類題 1

108

◆熟練 1

箏形

◆類題 2

24

◆熟練 2

菱形

60

◆類題 3

$24\sqrt{10}$

◆熟練 3

25

◆類題 4

正方形

◆熟練 4

$40\sqrt{2}$

◆類題 5

75

◆熟練 5

336

61

2. 梯形

◆類題 1

四邊形  $AECD$  為平行四邊形  
 $(\because \overline{AD} \parallel \overline{BC}$  ,  $\overline{AE} \parallel \overline{CD})$  ,  
 可得  $\overline{AE} = \overline{CD}$  (對邊等長) ,  
 $\therefore \overline{AE} = \overline{AB}$  (已知  $\overline{AB} = \overline{CD}$ ) ,  
 即  $\triangle ABE$  為等腰三角形 ,  
 故  $\angle B = \angle AEB = \angle C$  (同位角相等) 。

◆熟練 1

(1)  $53^\circ$

(2)  $106^\circ$

62

◆類題 2

在  $\triangle ABC$  與  $\triangle DCB$  中 ,

$\because \overline{AB} = \overline{CD}$  (已知) ,

$\angle ABC = \angle DCB$  (等腰梯形兩底角相等) ,

$\overline{BC} = \overline{BC}$  (公用邊)

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$  ( $SAS$  全等性質)

故  $\overline{AC} = \overline{BD}$  。

◆熟練 2

(1)  $\angle CDB = 53^\circ$  ,  $\angle ADB = 53^\circ$

(2) 9

◆類題 3

(1) 90

(2) 12

◆熟練 3

(1) 17

(2) 27

63

4-3 自我磨練

1.  $\overline{BE} = 2$  ,  $\overline{AB} = 2\sqrt{17}$

2.  $10\sqrt{6}$

3. (1) 4

(2) 20

4. 225

5. 48