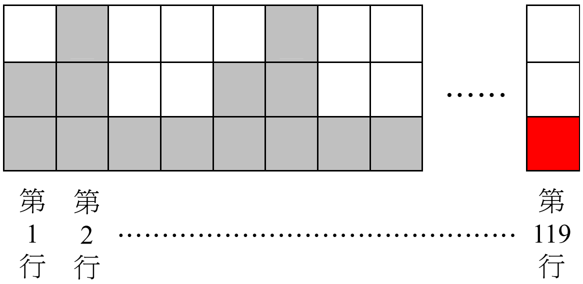
1-1 認識數列與等差數列

1. 數列

依序將數排成一列，並以逗點分開，稱為數列。數列的第一個數稱為第 1 項或首項，通常記為 a_1；數列的第 n 個數稱為第 n 項，記為 a_n，而最後一項也稱為末項。

1 類題　配合課本 P9 例題 1　觀察規律　配合課本 P9 隨堂練習　熟練

又允將方格有規律的著色，作爲教室布置的邊框，依圖形的規律，在第 119 行中畫出其圖樣。



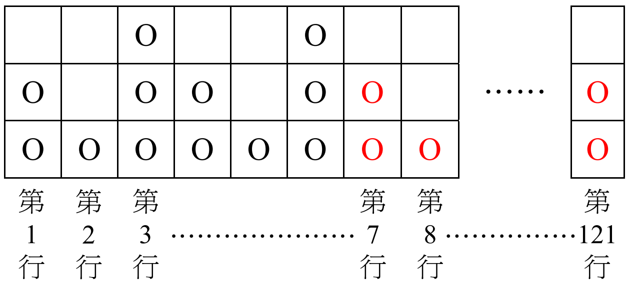
解

圖形從第 5 行開始重複，因此每 4 行一數。

$119\div4=29\cdots\cdots3$，

所以第 119 行會與第 3 行相同。

依下面圖形的規律，在第 7 行、第 8 行及第 121 行中畫出其圖樣。



解

圖形從第 4 行開始重複，因此每 3 行一數。

$7\div3=2\cdots\cdots1$，所以第 7 行會與第 1 行相同，

$8\div3=2\cdots\cdots2$，所以第 8 行會與第 2 行相同，

$121\div3=40\cdots\cdots1$，

所以第 121 行會與第 1 行相同。

2 類題　配合課本 P11 例題 2　求第 n 項　配合課本 P11 隨堂練習　熟練

已知某數列的第 n 項 $a_n=36-5n$，

(1)求該數列的前 3 項。

(2)求該數列的第 25 項。

(3)此數列的第 k 項爲 -49，求 k。

解

(1) $a_1=36-5\times1=36-5=31$

$a_2=36-5\times2=36-10=26$

$a_3=36-5\times3=36-15=21$

(2) $a_{25}=36-5\times25=36-125=-89$

(3) $a_k=-49=36-5k$，$5k=85$，$k=17$

已知某數列的第 n 項 $a_n=4n-63$，

(1)求該數列的前 3 項。

(2)求該數列的第 40 項。

(3)此數列的第 k 項爲 53，求 k。

解

(1) $a_1=4\times1-63=4-63=-59$

$a_2=4\times2-63=8-63=-55$

$a_3=4\times3-63=12-63=-51$

(2) $a_{40}=4\times40-63=160-63=97$

(3) $a_k=53=4k-63$，$4k=116$，$k=29$

2. 等差數列

1. 一個數列中，任意相鄰兩項，後項減去前項所得的差都相同，稱為等差數列，這個差稱為公差，通常用 d 表示。
2. 等差數列第 n 項公式：如果一個等差數列的首項為 a_1，公差為 d，則第 n 項 $a_n=a_1+(n-1)d$。

1 類題　配合課本 P14 例題 3　判別等差數列　配合課本 P15 隨堂練習　熟練

判別下列各數列是否為等差數列。如果是，寫出該數列的公差。

(1) -9 , -4 , 1 , 6 , 11

(2) 2 , 3 , 2 , 3 , 2

解

(1) $-4-(-9)=1-(-4)$
$=6-1$
$=11-6=5$

因為後項減前項的差都是 5，所以 -9 , -4 , 1 , 6 , 11 是等差數列，公差為 5。

(2) $3-2\neq 2-3$
所以 2 , 3 , 2 , 3 , 2 不是等差數列。

判別下列各數列是否為等差數列。如果是，寫出該數列的公差。

(1) 6 , 2 , -2 , -6 , -10

(2) 11 , 23 , 35 , 47 , 59

解

(1) $2-6=-2-2=-6-(-2)$
$=-10-(-6)=-4$

因為後項減前項的差都是 -4，所以 6 , 2 , -2 , -6 , -10 是等差數列，公差為 -4。

(2) $23-11=35-23=47-35=59-47=12$
因為後項減前項的差都是 12，所以 11 , 23 , 35 , 47 , 59 是等差數列，公差為 12。

2 類題　配合課本 P15 例題 4　利用公差完成數列　配合課本 P15 隨堂練習　熟練

在下列各空格中填入適當的數，使得各數列成為等差數列。

(1) 8 , 15 , __22__ , __29__ , __36__

(2) __23__ , 19 , 15 , __11__ , __7__

(3) -4.9 , __-4.4__ , -3.9 , -3.4 , __-2.9__

(4) $5a+5b$, __$6a+3b$__ , $7a+b$, $8a-b$, __$9a-3b$__

完成下列各等差數列，並寫出公差。

(1) 9 , 2 , __-5__ , __-12__ , -19，公差為__-7__。

(2) __$-\sqrt{2}$__ , $2\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$, __$8\sqrt{2}$__ , $11\sqrt{2}$，公差為__$3\sqrt{2}$__。

(3) __$a+12$__ , $a+8$, __$a+4$__ , a , $a-4$，公差為__-4__。

3 類題　配合課本 P17 例題 5　求等差數列的第 n 項　配合課本 P17 隨堂練習　熟練

已知 94 , 88 , 82 , 76 , …… ,−44 是一個等差數列，求：

(1)此等差數列的第 11 項。

(2)此數列共有多少項？

解

(1)此數列的首項爲 $a_1=94$

公差爲 $d=88-94=-6$

代入公式 $a_n=a_1+(n-1)\times d$ 得

$a_{11}=94+(11-1)\times(-6)=34$

此等差數列的第 11 項是 34。

(2)設此數列共有 n 項，末項 $a_n=-44$

代入公式 $a_n=a_1+(n-1)\times d$ 得

$-44=94+(n-1)\times(-6)$

$-44=94-6n+6$

$6n=144$，$n=24$

此數列共有 24 項。

已知−13 ,−9 ,−5 ,−1 , …… , 103 是一個等差數列，求：

(1)此等差數列的第 19 項。

(2)此數列共有多少項？

解

(1)此數列的首項爲 $a_1=-13$

公差爲 $d=-9-(-13)=4$

代入公式 $a_n=a_1+(n-1)\times d$ 得

$a_{19}=-13+(19-1)\times 4=59$

此等差數列的第 19 項是 59。

(2)設此數列共有 n 項，末項 $a_n=103$

代入公式 $a_n=a_1+(n-1)\times d$ 得

$103=-13+(n-1)\times 4$

$103=-13+4n-4$

$4n=120$，$n=30$

此數列共有 30 項。

4 類題　配合課本 P18 例題 6　求公差與首項　配合課本 P18 隨堂練習　熟練

1. 已知一個等差數列的首項爲 54，第 11 項爲−76，求此等差數列的公差。
2. 已知一個等差數列的第 8 項爲 30，公差爲−5，求此等差數列的首項。

解

1. $a_1=54$，$a_{11}=-76$，$n=11$

代入公式 $a_n=a_1+(n-1)\times d$ 得

$-76=54+(11-1)\times d$

$10d=-130$，$d=-13$

此等差數列的公差爲−13。

2. $a_8=30$，$n=8$，$d=-5$

代入公式 $a_n=a_1+(n-1)\times d$ 得

$30=a_1+(8-1)\times(-5)$

$a_1=30+35=65$

此等差數列的首項爲 65。

1. 已知一個等差數列的首項爲−13，第 21 項爲 67，求此等差數列的公差。
2. 已知一個等差數列的第 29 項爲 184，公差爲 8，求此等差數列的首項。

解

1. $a_1=-13$，$a_{21}=67$，$n=21$

代入公式 $a_n=a_1+(n-1)\times d$ 得

$67=-13+(21-1)\times d$

$20d=80$，$d=4$

此等差數列的公差爲 4。

2. $a_{29}=184$，$n=29$，$d=8$

代入公式 $a_n=a_1+(n-1)\times d$ 得

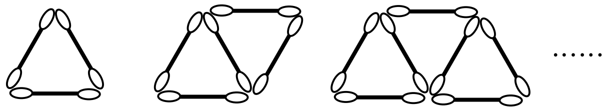
$184=a_1+(29-1)\times 8$

$a_1=184-224=-40$

此等差數列的首項爲−40。

5 類題　配合課本 P19 例題 7　等差數列的一般項　配合課本 P19 隨堂練習　熟練

下面各圖是由棉花棒所組成的規律圖形：



圖一　圖二　圖三

若圖 n 中，棉花棒的總數為 a_n，回答下列問題：

(1)以 n 的式子表示 a_n。

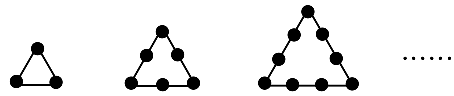
(2)求 a_{100}。

解

(1)由圖形的規律發現，
依序會增加 2 個棉花棒，
可知 $a_1, a_2, a_3, \cdots\cdots, a_n$ 為一等差數列，
其首項為 3，公差為 2，
所以 $a_n=3+(n-1)\times2=2n+1$。

(2) $a_{100}=2\times100+1=201$。

下面各圖是由圓點「●」所組成的規律圖形：



圖一　圖二　圖三

若圖 n 中，圓點的總數為 a_n，回答下列問題：

(1)以 n 的式子表示 a_n。

(2)求 a_{30}。

解

(1)由圖形的規律發現，
依序會增加 3 個圓點，
可知 $a_1, a_2, a_3, \cdots\cdots, a_n$ 為一等差數列，
其首項為 3，公差為 3。
所以 $a_n=3+(n-1)\times3=3n$。

(2) $a_{30}=3\times30=90$。

6 類題　配合課本 P20 例題 8　等差數列的應用　配合課本 P20 隨堂練習　熟練

某隧道工程每日開鑿 20 公尺，已知 8 月 1 日收工時已開鑿 300 公尺，則：

(1)幾月幾日收工時已開鑿 780 公尺？

(2)至少幾月幾日收工時已開鑿的距離會超過 1 公里？

解

(1) $a_1=300$，$d=20$，$a_n=780$

$780=300+(n-1)\times20$

$480=(n-1)\times20$，$n=25$

故 8 月 25 日收工時已開鑿 780 公尺。

(2) 1 公里＝1000 公尺

$300+(n-1)\times20>1000$

$n-1>35$，$n>36$

$37-31=6$

故 9 月 6 日收工時已開鑿的距離會超過 1 公里。

某百貨公司舉辦福袋限量特賣活動，第 1 波限量 38 個，之後每一波限量數都比前一波多 3 個。已知最後一波限量 101 個，則共舉辦了幾波福袋限量特賣活動？

解

$a_1=38$，$d=3$，$a_n=101$

$101=38+(n-1)\times3$

$63=(n-1)\times3$

$n=22$

故共舉辦了 22 波福袋限量特賣活動。

3. 等差中項

設 a,b,c 三數成等差數列，b 為 a 與 c 的等差中項，則 $2b=a+c$，即 $b=\dfrac{a+c}{2}$。

1 類題 配合課本 P21 例題 9 **求等差中項** 配合課本 P21 隨堂練習 **熟練**

在下列空格中填入適當的數，使得每個數列成等差數列。

(1) 13 , ___20___ , 27

(2) $2a+5d$, ___$3a+2d$___ , $4a-d$

解

(1)空格中的數爲 13 和 27 的等差中項，

$\dfrac{13+27}{2}=20$，故空格中的數爲 20。

(2)空格中的數爲 $2a+5d$ 和 $4a-d$ 的等差中項，

$\dfrac{(2a+5d)+(4a-d)}{2}=3a+2d$，

故空格中的數爲 $3a+2d$。

在下列空格中填入適當的數，使得每個數列成等差數列。

(1) -44 , ___9___ , 62

(2) $a+8d$, ___$-2a+3d$___ , $-5a-2d$

解

(1)空格中的數爲 -44 和 62 的等差中項，

$\dfrac{-44+62}{2}=9$，故空格中的數爲 9。

(2)空格中的數爲 $a+8d$ 和 $-5a-2d$ 的等差中項，

$\dfrac{(a+8d)+(-5a-2d)}{2}=-2a+3d$，

故空格中的數爲 $-2a+3d$。

2 類題 配合課本 P22 例題 10 **等差中項的應用** 配合課本 P22 隨堂練習 **熟練**

1. 已知 $a,b,9$ 三數成等差數列，且 a、b 兩數的和爲 -3，求 a、b 的值。
2. 已知 a,b,c 三數成等差數列，且 a 與 c 的等差中項爲 20，求 $a+b+c$。

解

1. 因爲 $a,b,9$ 三數成等差數列，

所以 $2b=a+9$，$a=2b-9$……①

又 $a+b=-3$……②

由①式代入②式得

$2b-9+b=-3$，$b=2$

將 $b=2$ 代回①式得 $a=-5$

2. 因爲 a,b,c 三數成等差數列，

所以 $a+c=2b$，又 $b=20$

$a+b+c=(a+c)+b$

$=2b+b=3b$

$=3\times20=60$

1. 已知三數成等差數列，且此三數總和爲 66，求此三數的等差中項。
2. 已知 $3s+t,-4,s-t$ 三數成等差數列，$2s,0,5s+2t$ 三數也成等差數列，求 s、t 的值。

解

1. 設三數爲 a,b,c，則 $a+c=2b$

已知 $a+b+c=66$

$(a+c)+b=66$

$2b+b=3b=66$

$b=22$

2. $(3s+t)+(s-t)=2\times(-4)$

$4s=-8$，$s=-2$

$2s+(5s+2t)=0$

$7s+2t=0$

將 $s=-2$ 代入得 $t=7$

1-1 自我磨練

配合課本 P24～25 自我評量

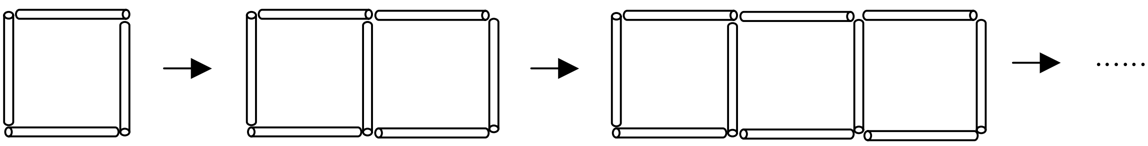
1. 已知下列各數列分別隱含某種規律，依其規律在空格中填入適當的數。

(1) 7 , 14 , ___21___ , 28 , ___35___ , 42 , 49

(2) $1\ ,\ \frac{1}{4}\ ,\ \frac{1}{9}\ ,\ \underline{\frac{1}{16}}\ ,\ \underline{\frac{1}{25}}\ ,\ \frac{1}{36}\ ,\ \frac{1}{49}$

(3) $\frac{6}{5}\ ,\ \frac{7}{6}\ ,\ \frac{8}{7}\ ,\ \underline{\frac{9}{8}}\ ,\ \frac{10}{9}\ ,\ \underline{\frac{11}{10}}\ ,\ \frac{12}{11}$

2. 下列各圖是將等長吸管排成正方形，並組成規律的圖形：



(1)觀察圖形的規律，並完成下表：

正方形個數	1	2	3	4	5	……	n
吸管總數	4	7	10	13	16	……	$3n+1$

(2)上表吸管總數所形成的數列中，第 35 項是多少？

$a_{35}=3\times35+1=106$

3. 已知一個等差數列的首項 $a_1=-4$，公差 $d=-3$，第 n 項 $a_n=-40$，求 n 的值。

代入公式 $a_n=a_1+(n-1)\times d$ 得

$-40=-4+(n-1)\times(-3)$

$n-1=12$，$n=13$

4. 等差數列 39 , 35 , 31 , ……，則自第幾項開始為負數？

$a_1=39$，$d=35-39=-4$

$39+(n-1)\times(-4)<0$

$-4n+43<0$，$4n>43$，$n>\frac{43}{4}=10\frac{3}{4}$

所以自第 11 項開始為負數。

5. 已知 a , -2 , b 三數成等差數列，且 $3a+2b=1$，求 a、b 的值。

因為 a , -2 , b 三數成等差數列，所以 $a+b=2\times(-2)=-4$ ……①，

又 $3a+2b=1$ ……②，由②式$-2\times$①式得 $a=9$，

將 $a=9$ 代回①式得 $9+b=-4$，$b=-13$。

6. 小英計畫一月背 50 個英文單字，以後每個月皆會比上個月多背 d 個英文單字，已知她在同年的十二月當月背了 270 個英文單字，則她在同年的七月當月背了多少個英文單字？

$a_{12}=270=50+(12-1)\times d$，$d=20$

$a_7=50+(7-1)\times20=170$（個）

1-2 等差級數

1. 等差級數的和

1.將一個數列的各項用加號「＋」連接，所成的式子稱為級數。

2.當 $a_1, a_2, a_3, \cdots\cdots, a_n$ 為等差數列時，$a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots+a_n$ 為等差級數。

1 類題 配合課本 P28 隨堂練習　求等差級數的和　配合課本 P28 隨堂練習　熟練

仿照高斯的作法，求下列各等差級數的和：

(1) $2+5+8+11+14$

(2) $(-1)+4+9+14+19$

解

(1)

$$\begin{array}{rl} S= & 2+5+8+11+14 \\ +)\ S= & 14+11+8+5+2 \\ \hline 2S= & 16+16+16+16+16 \end{array}$$

$S=40$

(2)

$$\begin{array}{rl} S= & (-1)+4+9+14+19 \\ +)\ S= & 19+14+9+4+(-1) \\ \hline 2S= & 18+18+18+18+18 \end{array}$$

$S=45$

仿照高斯的作法，求下列各等差級數的和：

(1) $55+41+27+13+(-1)$

(2) $35+41+47+53+59+65$

解

(1)

$$\begin{array}{rl} S= & 55+41+27+13+(-1) \\ +)\ S= & (-1)+13+27+41+55 \\ \hline 2S= & 54+54+54+54+54 \end{array}$$

$S=135$

(2)

$$\begin{array}{rl} S= & 35+41+47+53+59+65 \\ +)\ S= & 65+59+53+47+41+35 \\ \hline 2S= & 100+100+100+100+100+100 \end{array}$$

$S=300$

2. 等差級數和公式

等差級數的和 $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$ 或 $S_n=\dfrac{n[2a_1+(n-1)d]}{2}$。

1 類題 配合課本 P30 隨堂練習　利用 $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$ 求和　配合課本 P30 隨堂練習　熟練

等差級數 $37+48+59+\cdots\cdots+257$ 共 21 項，求此級數的和。

解

$a_1=37$，$n=21$，$a_{21}=257$

代入公式 $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$ 得

$S_{21}=\dfrac{21\times(37+257)}{2}=3087$

等差級數 $7+9+11+\cdots\cdots+35$ 共 15 項，求此級數的和。

解

$a_1=7$，$n=15$，$a_{15}=35$

代入公式 $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$ 得

$S_{15}=\dfrac{15\times(7+35)}{2}=315$

2 類題

配合課本 P31 例題 1　先求 n，再代入 $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$　配合課本 P31 隨堂練習　熟練

已知等差級數 39＋35＋31＋……＋3，則：

(1)共有多少項？

(2)求等差級數的和。

解

(1) $a_1=39$，$a_n=3$，$d=35-39=-4$

代入公式 $a_n=a_1+(n-1)\times d$ 得

$a_n=39+(n-1)\times(-4)=3$，$n=10$

所以共有 10 項。

(2)代入公式 $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$ 得

$$S_{10}=\frac{10\times(39+3)}{2}=210$$

所以等差級數的和是 210。

求下列各等差級數的和：

(1) 8＋14＋20＋……＋80。

(2) (－15)＋(－12)＋(－9)＋……＋18。

解

(1) $a_1=8$，$a_n=80$，$d=14-8=6$

$80=8+(n-1)\times 6$，$n=13$

$$S_{13}=\frac{13\times(8+80)}{2}=572$$

(2) $a_1=-15$，$a_n=18$，

$d=(-12)-(-15)=3$

$18=(-15)+(n-1)\times 3$，$n=12$

$$S_{12}=\frac{12\times[(-15)+18]}{2}=18$$

3 類題

配合課本 P32 例題 2　求等差級數的和　配合課本 P32 隨堂練習　熟練

有一個小型展覽館，第 1 批先開放 7 人入館參觀，第 2 批開放 10 人入館參觀，以此類推，每一批入館人數會比前一批多 3 人，已知一天共開放 15 批，則一天中共有多少人參觀展覽館？

解

第 1 批有 7 人，首項 $a_1=7$，

第 2 批有 10 人，$a_2=10$，

每一批入館人數會比前一批多 3 人，

形成公差爲 3 的等差數列。

代入公式 $a_n=a_1+(n-1)\times d$ 得

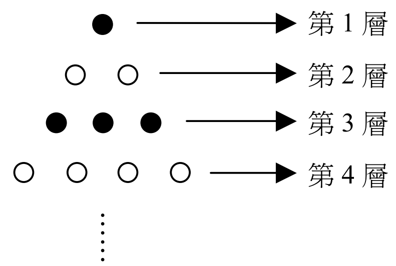
$a_{15}=7+(15-1)\times 3=49$

代入公式 $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$ 得

$$S_{15}=\frac{15\times(7+49)}{2}=420$$

所以一天中共有 420 人參觀展覽館。

下圖是用黑白色的鋼珠堆成的三角形。



第一層是 1 個黑鋼珠，第二層是 2 個白鋼珠，第三層是 3 個黑鋼珠，第四層是 4 個白鋼珠，……，依此規則排列，堆到第 60 層時，總共用掉 1830 個鋼珠，完成下列空格：

(1)第 3 層的黑鋼珠比第 1 層多___2___個。

(2)第 5 層的黑鋼珠比第 3 層多___2___個。

(3)黑鋼珠共堆了___30___層。

(4)總共用掉___900___個黑鋼珠。

解

(4) $a_1=1$，$a_2=3$，$d=2$，$n=30$

$$S_n=\frac{30\times[2\times 1+(30-1)\times 2]}{2}=900$$

4 類題　配合課本 P33 例題 3　利用 $S_n=\dfrac{n〔2a_1+(n-1)d〕}{2}$ 求和　配合課本 P33 隨堂練習　熟練

已知一個等差級數的首項爲-7，公差爲 2，求此等差級數前 10 項的和。

解

$a_1=-7$，$d=2$，$n=10$，

代入公式 $S_n=\dfrac{n〔2a_1+(n-1)d〕}{2}$ 得

$S_{10}=\dfrac{10\times〔2\times(-7)+(10-1)\times 2〕}{2}$

$=20$

所以前 10 項的和爲 20。

已知一個等差級數的首項爲 16，公差爲-7，求此等差級數前 12 項的和。

解

$a_1=16$，$d=-7$，$n=12$，

代入公式 $S_n=\dfrac{n〔2a_1+(n-1)d〕}{2}$ 得

$S_{12}=\dfrac{12\times〔2\times 16+(12-1)\times(-7)〕}{2}$

$=-270$

所以前 12 項的和爲-270。

5 類題　配合課本 P34 例題 4　求等差級數的項數與公差　配合課本 P34 隨堂練習　熟練

已知一個等差級數的首項爲 36，末項爲-24，和爲 78，求其項數與公差。

解

$a_1=36$，$a_n=-24$，$S_n=78$，

代入公式 $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$ 得

$S_n=\dfrac{n\times〔36+(-24)〕}{2}=78$，$n=13$

又 $a_n=a_1+(n-1)\times d$

所以$-24=36+(13-1)\times d$，$d=-5$

已知一個等差級數的首項爲-11，末項爲 79，和爲 544，求其項數與公差。

解

$a_1=-11$，$a_n=79$，$S_n=544$，

代入公式 $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$ 得

$S_n=\dfrac{n\times〔(-11)+79〕}{2}=544$，$n=16$

又 $a_n=a_1+(n-1)\times d$

所以 $79=(-11)+(16-1)\times d$，$d=6$

子逸想買一個售價 735 元的公仔，媽媽告訴他，只要第 1 天存 15 元，第 2 天存 17 元，之後每天都比前一天多存 2 元，幾天後會剛好存滿 735 元，則子逸在第幾天可以買到公仔？

解

$a_1=15$，$d=2$，$S_n=735$

代入公式 $S_n=\dfrac{n\,[2a_1+(n-1)\,d\,]}{2}$ 得

$735=\dfrac{n\times[2\times15+(n-1)\times2]}{2}$

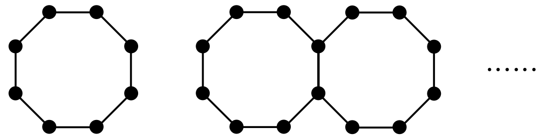
$n^2+14n-735=0$

$(n-21)(n+35)=0$

$n=21$ 或 $n=-35$（不合）

故子逸在第 21 天可以買到公仔。

下圖是由牙籤與保麗龍球所串成。



圖一 圖二

圖一為 1 個正八邊形，

圖二為 2 個相連的正八邊形，……，

圖 n 為 n 個相連的正八邊形。

若圖一到圖 n 共使用 418 顆保麗龍球，求 n。

解

$a_1=8$，$d=6$，$S_n=418$

代入公式 $S_n=\dfrac{n\,[2a_1+(n-1)\,d\,]}{2}$ 得

$418=\dfrac{n\times[2\times8+(n-1)\times6]}{2}$

$3n^2+5n-418=0$

$(n-11)(3n+38)=0$

$n=11$ 或 $n=-\dfrac{38}{3}$（不合）

即時演練

幸福社區有 5 排建築物，每一排皆比前一排多住 4 戶居民，已知第 1 排有 3 戶，第 5 排有 19 戶，則此社區共有幾戶居民？

解

$a_1=3$，$d=4$，$n=5$，$a_5=19$，

代入公式 $S_n=\dfrac{n\,(a_1+a_n)}{2}$ 得

$S_5=\dfrac{5\times(3+19)}{2}=55$（戶）

1-2 自我磨練

配合課本 P37～38 自我評量

1. 求下列各等差級數的和：

(1) $7+9+11+\cdots\cdots+65$

(2) $9+1+(-7)+\cdots\cdots+(-303)$

(1) $a_n=7+(n-1)\times 2=65$，$n=30$

$S_{30}=\dfrac{30\times(7+65)}{2}=1080$

(2) $a_n=9+(n-1)\times(-8)=-303$，$n=40$

$S_{40}=\dfrac{40\times[9+(-303)]}{2}=-5880$

2. 已知一個等差級數的首項爲-2，第 5 項爲 14，求此等差級數前 30 項的和。

$a_5=-2+(5-1)\times d=14$，$d=4$

$S_{30}=\dfrac{30\times[2\times(-2)+(30-1)\times 4]}{2}=1680$

3. 求 1 至 200 的整數中，所有 3 的倍數的和。

即 $3+6+9+\cdots\cdots+198$

$3+(n-1)\times 3=198$，$n=66$

$S_{66}=\dfrac{66\times(3+198)}{2}=6633$

4. 一個等差級數的和爲 720，已知第 6 項爲-9，第 9 項爲 21，求此等差級數的首項、公差與項數。

$\begin{cases} a_1+5d=-9 \\ a_1+8d=21 \end{cases}$ 得 $a_1=-59$，$d=10$

$S_n=\dfrac{n\times[2\times(-59)+(n-1)\times 10]}{2}=720$

$5n^2-64n-720=0$

$(n-20)(5n+36)=0$，$n=20$ 或 $n=-\dfrac{36}{5}$（不合）

5. 已知有 14 個長方形，它們的寬皆爲 2 公分，長剛好形成公差爲 3 公分的等差數列。若最小的長方形面積爲 20 平方公分，則這 14 個長方形的總面積爲多少平方公分？

設最小長方形的長爲 a，14 個長方形的長的和爲 S_{14}

$20=2\times a$，$a=10$

$S_{14}=\dfrac{14\times[2\times 10+(14-1)\times 3]}{2}=413$

14 個長方形的總面積$=413\times 2=826$（平方公分）

6. 八年五班數學段考平均成績是 66 分，小強得 98 分是全班最高分。已知每位學生的分數皆不相同，且剛好形成公差爲 4 分的等差數列，則八年五班共有多少位學生？

設八年五班學生共有 n 人

$S_n=\dfrac{n\times[2\times 98+(n-1)\times(-4)]}{2}=66\times n$

$4n^2-68n=0$，$n^2-17n=0$，$n(n-17)=0$，$n=17$ 或 $n=0$（不合）

故八年五班共有 17 位學生。

1-3 等比數列

1. 等比數列

1.一個數列中，任意相鄰兩項，後一項與前一項的比值都相同，稱為等比數列，這相同的比值稱為公比，通常用 r 表示（$r\neq0$）。

2.等比數列第 n 項公式：如果一個等比數列的首項為 a_1，公比為 r，則第 n 項 $a_n=a_1\times r^{n-1}$。

1類題　配合課本 P40 例題 1　判別等比數列　配合課本 P40 隨堂練習　熟練

判別下列各數列是否爲等比數列。如果是，寫出該數列的公比。

(1) $125 , 25 , 5 , 1 , \frac{1}{5}$

(2) $2 , -2 , 2 , -2 , 2 , -2 , 2 , -2$

解

(1) $\frac{25}{125}=\frac{5}{25}=\frac{1}{5}$

因爲後項除以前項的比值都是 $\frac{1}{5}$，

所以 $125 , 25 , 5 , 1 , \frac{1}{5}$ 是等比數列，

公比爲 $\frac{1}{5}$。

(2) $\frac{-2}{2}=\frac{2}{-2}=-1$

因爲後項除以前項的比值都是 -1，

所以 $2 , -2 , 2 , -2 , 2 , -2 , 2 , -2$

是等比數列，公比爲 -1。

判別下列各數列是否爲等比數列。如果是，寫出該數列的公比。

(1) $2\sqrt{3} , -6 , 6\sqrt{3} , -18 , 18\sqrt{3}$

(2) $7 , 11 , 7 , 11 , 7 , 11 , 7 , 11$

解

(1) $\frac{-6}{2\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{-6}=\frac{-18}{6\sqrt{3}}=\frac{18\sqrt{3}}{-18}=-\sqrt{3}$

因爲後項除以前項的比值都是 $-\sqrt{3}$，

所以 $2\sqrt{3} , -6 , 6\sqrt{3} , -18 , 18\sqrt{3}$

是等比數列，公比爲 $-\sqrt{3}$。

(2) $\frac{11}{7}\neq\frac{7}{11}$

所以 $7 , 11 , 7 , 11 , 7 , 11 , 7 , 11$

不是等比數列。

2類題　配合課本 P41 例題 2　利用公比完成數列　配合課本 P41 隨堂練習　熟練

在下列各空格中填入適當的數，使得各數列成爲等比數列。

(1) $\underline{81}$, 27 , 9 , $\underline{3}$, $\underline{1}$

(2) -12.8 , $\underline{3.2}$, -0.8 , 0.2 , $\underline{-0.05}$

(3) $\underline{\sqrt{3}}$, $\sqrt{6}$, $2\sqrt{3}$, $\underline{2\sqrt{6}}$, $\underline{4\sqrt{3}}$

完成下列各等比數列，並寫出公比。

(1) 13 , $\underline{-13}$, $\underline{13}$, -13 , 13，公比爲 $\underline{-1}$。

(2) $\underline{2\sqrt{2}}$, -4 , $4\sqrt{2}$, $\underline{-8}$, $\underline{-8\sqrt{2}}$，公比爲 $\underline{-\sqrt{2}}$。

3類題 配合課本 P43、44 例題 3、4　求第 n 項 a_n　配合課本 P43、44 隨堂練習　熟練

1. 已知一個等比數列的首項爲 -1，公比爲 4，求此等比數列的第 6 項。
2. 已知 625 , 125 , 25 , …… 是一個等比數列，求此等比數列的第 9 項。

解

1. $a_1=-1$，$r=4$，$n=6$

   代入公式 $a_n=a_1\times r^{n-1}$ 得

   $a_6=(-1)\times 4^{6-1}=(-1)\times 4^5$

   $=(-1)\times 1024=-1024$

   此等比數列的第 6 項爲 -1024。

2. $a_1=625$，$r=\dfrac{125}{625}=\dfrac{1}{5}$，$n=9$

   代入公式 $a_n=a_1\times r^{n-1}$ 得

   $a_9=625\times(\dfrac{1}{5})^{9-1}=5^4\times(\dfrac{1}{5})^8$

   $=(\dfrac{1}{5})^4=\dfrac{1}{625}$

   此等比數列的第 9 項爲 $\dfrac{1}{625}$。

1. 已知一個等比數列的首項爲 243，公比爲 $-\dfrac{1}{3}$，求此等比數列的第 5 項。
2. 已知 -4 , -12 , -36 , …… 是一個等比數列，求此等比數列的第 7 項。

解

1. $a_1=243$，$r=-\dfrac{1}{3}$，$n=5$

   代入公式 $a_n=a_1\times r^{n-1}$ 得

   $a_5=243\times(-\dfrac{1}{3})^{5-1}=243\times(-\dfrac{1}{3})^4$

   $=243\times\dfrac{1}{81}=3$

   此等比數列的第 5 項爲 3。

2. $a_1=-4$，$r=\dfrac{-12}{-4}=3$，$n=7$

   代入公式 $a_n=a_1\times r^{n-1}$ 得

   $a_7=(-4)\times 3^{7-1}=(-4)\times 3^6$

   $=(-4)\times 729=-2916$

   此等比數列的第 7 項爲 -2916。

4類題 配合課本 P45 例題 5　求等比數列的第 n 項　配合課本 P45 隨堂練習　熟練

有一等比數列的首項爲 $\dfrac{16}{3}$，公比爲 $-\dfrac{3}{2}$，則 27 是此數列的第幾項？

解

$a_1=\dfrac{16}{3}$，$r=-\dfrac{3}{2}$，設第 n 項是 27

代入公式 $a_n=a_1\times r^{n-1}$ 得

$a_n=27=\dfrac{16}{3}\times(-\dfrac{3}{2})^{n-1}$

$(-\dfrac{3}{2})^{n-1}=27\times\dfrac{3}{16}=\dfrac{81}{16}=(-\dfrac{3}{2})^4$

$n-1=4$，$n=5$

故 27 是此數列的第 5 項。

已知一個等比數列的首項爲 6，公比爲 2，則 6144 是此數列的第幾項？

解

$a_1=6$，$r=2$，設第 n 項是 6144

代入公式 $a_n=a_1\times r^{n-1}$ 得

$a_n=6144=6\times 2^{n-1}$

$2^{n-1}=\dfrac{6144}{6}=1024=2^{10}$

$n-1=10$，$n=11$

故 6144 是此數列的第 11 項。

5 類題 配合課本 P46、47 例題 6、7 **等比數列的應用** 配合課本 P46、47 隨堂練習 **熟練**

有一條長度為 64 公分的緞帶，加恩第 1 次剪下此緞帶長度的 $\frac{3}{4}$，第 2 次將第 1 次所剪下的緞帶再剪下其長度的 $\frac{3}{4}$，依此類推，則第 3 次剪下的緞帶長度為多少公分？

解

a_1 為第 1 次剪下的緞帶長，

即 $a_1=64\times\frac{3}{4}=48$，$r=\frac{3}{4}$，$n=3$

$$\begin{aligned}a_3&=48\times(\frac{3}{4})^{3-1}\\&=48\times(\frac{3}{4})^2\\&=48\times\frac{9}{16}\\&=27\text{（公分）}\end{aligned}$$

故第 3 次剪下的緞帶長度為 27 公分。

有一張面積為 336 的矩形色紙，對摺一次其面積會變為原來的一半，若繼續對摺，則對摺 5 次後的面積為多少？

解

a_1 為第 1 次對摺的色紙面積，

即 $a_1=336\times\frac{1}{2}=168$，$r=\frac{1}{2}$，$n=5$

$$\begin{aligned}a_5&=168\times(\frac{1}{2})^{5-1}\\&=168\times(\frac{1}{2})^4\\&=168\times\frac{1}{16}\\&=\frac{21}{2}\end{aligned}$$

故對摺 5 次後的面積為 $\frac{21}{2}$。

2. 等比中項

設 a，b，c 三數成等比數列，b 為 a 與 c 的等比中項，則 $b^2=ac$，即 $b=\pm\sqrt{ac}$。

1 類題 配合課本 P48 例題 8 **等比中項的應用** 配合課本 P48 隨堂練習 **熟練**

已知 $\frac{1}{9}$，x，729 三數成等比數列，求 x 的值。

解

因為 $\frac{1}{9}$，x，729 三數成等比數列，

所以 $x^2=\frac{1}{9}\times729=81$

$x=\pm9$

若 $\frac{2}{7}$ 與 y 的等比中項為 8，求 y 的值。

解

因為 $\frac{2}{7}$，8，y 三數成等比數列，

所以 $\frac{2}{7}y=8^2=64$

$y=224$

1-3 自我磨練

配合課本 P50～51 自我評量

1. 在下列各空格中填入適當的數，使得各數列成爲等比數列，並寫出其公比。

(1) 7 , ___14___ , ___28___ , 56 , 112，公比爲___2___。

(2)___-486___ , 162 , -54 , ___18___ , -6，公比爲___$-\frac{1}{3}$___。

(3) $\sqrt{3}$, ___$3\sqrt{2}$___ , ___$6\sqrt{3}$___ , $18\sqrt{2}$, $36\sqrt{3}$，公比爲___$\sqrt{6}$___。

2. 已知一個等比數列的公比 $r=-\frac{1}{4}$，第 5 項 $a_5=-\frac{3}{4}$，求此等比數列的首項。

代入公式 $a_n=a_1\times r^{n-1}$ 得 $-\frac{3}{4}=a_1\times(-\frac{1}{4})^{5-1}$

$-\frac{3}{4}=a_1\times\frac{1}{256}$

$a_1=-\frac{3}{4}\times 256=-192$

3. 已知一個等比數列的首項 $a_1=1280$，公比 $r=-\frac{1}{2}$，求此等比數列的第 9 項。

代入公式 $a_n=a_1\times r^{n-1}$ 得 $a_9=1280\times(-\frac{1}{2})^{9-1}$

$=1280\times\frac{1}{256}=5$

4. 等比數列 $\frac{1}{100},\frac{3}{100},\frac{9}{100},\cdots\cdots$，則自第幾項開始會大於 1？

$a_1=\frac{1}{100}$，$r=\frac{3}{100}\div\frac{1}{100}=3$

$\frac{1}{100}\times 3^{n-1}>1$，$3^{n-1}>100$，因爲 $3^4=81<100$，$3^5=243>100$

所以 $n-1=5$，$n=6$，

故自第 6 項開始會大於 1。

5. 已知 a , 4 , b 三數成等比數列，且 $a^2+b^2=68$，求 $a+b$ 的值。

$a\times b=4^2=16$，又 $a^2+b^2=68$

則 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=a^2+b^2+2ab=68+2\times 16=100$

故 $a+b=\pm\sqrt{100}=\pm 10$

6. 若某細菌每 30 分鐘會分裂一次，即由 1 個變成 2 個，則 1 個細菌經過 5 小時後，會分裂成多少個？

每 30 分鐘分裂 1 次，則 5 小時會分裂 10 次

$a_1=2$，$r=2$，$n=10$

$a_{10}=2\times 2^{10-1}=2^{10}=1024$

故 5 小時後，會分裂成 1024 個細菌。

第2章 線型函數與其圖形

1. 函數的意義

任意給定一個 x 時，都恰有一個 y 與它對應，這種 x 與 y 之間的關係稱為 y 是 x 的函數。

1 類題　配合課本 P61 例題 1　函數關係　配合課本 P61 隨堂練習　熟練

航空公司行李的運費收費方式如下：

「運費（元）$=\frac{5}{2}\times$行李重量（公斤）-28」，

設 x 表示行李重量（公斤），y 表示運費（元），回答下列問題：

解

(1) y 與 x 的關係式可寫成 $y=\frac{5}{2}x-28$ 。

(2) y 是否爲 x 的函數？ 是 。

一輛汽車在高速公路上，以時速 95 公里的固定速率行駛，如果 x 小時可行駛 y 公里，已知「距離＝速率×時間」，將 x 與 y 的對應列成下表：

x（小時）	0.5	1	2	…
y（公里）	95×0.5	95×1	95×2	…

解

(1) y 與 x 的關係式可寫成 $y=95x$ 。

(2) y 是否爲 x 的函數？ 是 。

2 類題　配合課本 P62 例題 2　函數的判別　配合課本 P62 隨堂練習　熟練

下表是八年一班座號 1～10 號的學生，每日零用錢的金額（元）對照表：

座號	1	2	3	4	5
金額（元）	30	40	20	30	20
座號	6	7	8	9	10
金額（元）	20	10	50	10	30

設 x 表示座號，y 表示零用錢的金額，則 y 是否爲 x 的函數？

解

由上表可知，

當 x 的值確定後，都恰有一個 y 值與它對應，

所以 y 是 x 的函數。

判別下列敘述中，y 是否爲 x 的函數：

(1)怡婷班上共有 25 位學生，設 x 表示學生的座號，y 表示該座號學生的體重。

(2)某電視臺進行收視率電話調查，x 表示撥打的號碼，y 爲接電話的受訪民眾。

解

(1)是。

(2)是。

3 類題 配合課本 P63 例題 3　**函數的判別**　配合課本 P63 隨堂練習　熟練

下表是某餐廳推出的套餐和價格的對照表：

套餐	1 號餐	2 號餐	3 號餐
價格（元）	99	109	99
套餐	4 號餐	5 號餐	6 號餐
價格（元）	119	129	129

設 x 表示套餐的價格，y 表示套餐的序號，則 y 是否為 x 的函數？

解

當 $x=99$（元）時，y 可能為 1 號餐、3 號餐，
因為 x 值所對應的 y 值不唯一，
所以 y 不是 x 的函數。

判別下列敘述中，y 是否為 x 的函數：

(1)某班有 25 名學生，x 表示學生的星座，y 表示該學生的血型。

(2)易柔班上共有 30 位學生，設 x 表示同學的家庭人口數，y 表示學生的座號。

解

(1)不是。

(2)不是。

即時演練

八年二班某次的數學考試，學生座號與考試分數的對應如下表：

座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
分數（分）	25	75	25	50	75	100	100	50	50	25	75	75	100

若以 x 表示座號，y 表示該座號學生的分數，
則當 $x=8$ 時，$y=$ ___50___；當 $x=13$ 時，$y=$ ___100___。

2. 函數值

若 y 是 x 的函數，則 $x=a$ 時的 y 值稱為此函數在 $x=a$ 時的函數值。

1 類題 配合課本 P64 例題 4　**求函數值**　配合課本 P64 隨堂練習　熟練

求函數 $y=-5x+4$ 分別在 $x=-3$、$x=0$、$x=4$ 時的函數值。

解

$x=-3$ 時，函數值 $y=(-5)\times(-3)+4$
$=15+4=19$

$x=0$ 時，函數值 $y=(-5)\times0+4=0+4=4$

$x=4$ 時，函數值 $y=(-5)\times4+4$
$=(-20)+4$
$=-16$

求函數 $y=3x-8$ 分別在 $x=7$、$x=0$、$x=-5$ 時的函數值。

解

$x=7$ 時，函數值 $y=3\times7-8=21-8=13$

$x=0$ 時，函數值 $y=3\times0-8=0-8=-8$

$x=-5$ 時，函數值 $y=3\times(-5)-8$
$=(-15)-8$
$=-23$

2類題 配合課本 P65 例題 5 **函數值相等** 配合課本 P65 隨堂練習 **熟練**

若函數 $y=5x-8$ 與 $y=-6x+3$，在 $x=k$ 時，兩函數值相等，求 k 的值。

解

當 $x=k$ 時，

$y=5x-8$ 的函數值為 $5k-8$，

$y=-6x+3$ 的函數值為 $-6k+3$。

因為函數值相等，

可得 $5k-8=-6k+3$，

$11k=11$，$k=1$。

若函數 $y=-2x+8$ 與 $y=-5x-13$，在 $x=k$ 時，兩函數值相等，求 k 的值。

解

當 $x=k$ 時，

$y=-2x+8$ 的函數值為 $-2k+8$，

$y=-5x-13$ 的函數值為 $-5k-13$。

因為函數值相等，

可得 $-2k+8=-5k-13$，

$3k=-21$，$k=-7$。

3類題 配合課本 P66 例題 6 **函數值的應用** 配合課本 P66 隨堂練習 **熟練**

有一位農夫想用籬笆圍成一個周長 200 公尺的長方形果園，若長方形果園的長為 x 公尺，寬為 y 公尺，則 y 是 x 的函數，求：

(1) y 與 x 的關係式。

(2)若果園的長為 30 公尺，則寬為多少公尺？

(3)若果園的寬為 25 公尺，則長為多少公尺？

解

(1) $y=100-x$

(2)當 $x=30$ 時，$y=100-30=70$

故寬為 70 公尺。

(3)當 $y=25$ 時，$25=100-x$，$x=75$

故長為 75 公尺。

承類題 3，如果改成面積為 200 平方公尺的長方形果園，且長方形的長為 x 公尺，寬為 y 公尺，則 y 是 x 的函數，求：

(1) y 與 x 的關係式。

(2)若果園的長為 25 公尺，則寬為多少公尺？

解

(1) $y=\dfrac{200}{x}$

(2)當 $x=25$ 時，$y=\dfrac{200}{25}=8$

故寬為 8 公尺。

即時演練

已知函數 y 表示正整數 x 的因數個數。例如：8 的因數有 1、2、4、8，共 4 個，所以當 $x=8$ 時，函數值 $y=4$。回答下列問題：

(1)當 $x=36$ 時的函數值。

(2)當 $x=19$ 時的函數值。

(3)當 $x=91$ 時的函數值。

解

(1)36 的因數有 1、2、3、4、6、9、12、18、36，所以當 $x=36$ 時的函數值為 $y=9$。

(2)19 的因數有 1、19，所以當 $x=19$ 時的函數值為 $y=2$。

(3)91 的因數有 1、7、13、91，所以當 $x=91$ 時的函數值為 $y=4$。

3. 一次函數與常數函數

1.形如 $y=ax+b$（$a\neq 0$）的函數，稱為一次函數。
2.形如 $y=b$ 的函數，稱為常數函數。

1 類題　配合課本 P67 例題 7　求係數　配合課本 P67 隨堂練習　熟練

若一次函數 $y=ax-3$，在 $x=5$ 時的函數值爲 -28，求 a 的值。

解

將 $x=5$ 代入 $y=ax-3$ 得

$5a-3=-28$

$5a=-25$

$a=-5$

若一次函數 $y=-4x-b$，在 $x=-3$ 時的函數值爲 -3，求 b 的值。

解

將 $x=-3$ 代入 $y=-4x-b$ 得

$-4\times(-3)-b=-3$

$12-b=-3$

$b=15$

2 類題　配合課本 P68 例題 8　求一次函數　配合課本 P68 隨堂練習　熟練

一次函數 $y=ax+b$，在 $x=-1$ 時的函數值爲 4，在 $x=3$ 時的函數值爲 6，求此一次函數。

解

由 $x=-1$ 時的函數值爲 4，

可得 $-a+b=4$………①

由 $x=3$ 時的函數值爲 6，

可得 $3a+b=6$………②

②式－①式可得 $4a=2$，$a=\frac{1}{2}$

將 $a=\frac{1}{2}$ 代入①式可得 $-\frac{1}{2}+b=4$，$b=\frac{9}{2}$

所以此一次函數爲 $y=\frac{1}{2}x+\frac{9}{2}$。

一次函數 $y=ax+b$，在 $x=-5$ 時的函數值爲 3，在 $x=4$ 時的函數值爲 -15，求此一次函數。

解

由 $x=-5$ 時的函數值爲 3，

可得 $-5a+b=3$………①

由 $x=4$ 時的函數值爲 -15，

可得 $4a+b=-15$………②

①式－②式可得 $-9a=18$，$a=-2$

將 $a=-2$ 代入①式可得 $10+b=3$，$b=-7$

所以此一次函數爲 $y=-2x-7$。

3 類題　配合課本 P69 例題 9　求常數函數　配合課本 P69 隨堂練習　熟練

有一個常數函數 $y=b$，在 $x=-3$ 時的函數值爲 5，求此常數函數。

解

$y=5$

有一個常數函數 $y=c$，在 $x=2009$ 時的函數值爲 -98，求此常數函數。

解

$y=-98$

4. 函數圖形與應用

給定一個函數 y，將每個 x 值及其對應的 y 值，寫成數對 (x,y) 的形式，並在坐標平面上畫出對應的點，就可得到函數 y 的圖形。

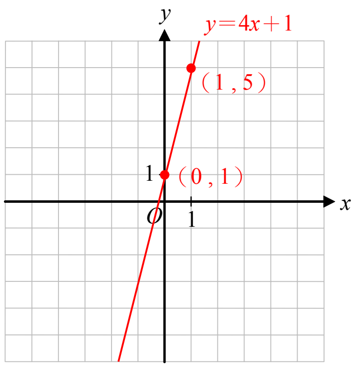
1 類題　配合課本 P72 例題 10　畫一次函數的圖形　配合課本 P72 隨堂練習　熟練

在坐標平面上畫出下列各函數的圖形：

(1) $y=4x+1$

解

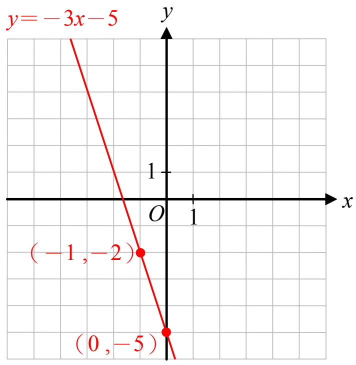
x	0	1
y	1	5



(2) $y=-3x-5$

解

x	0	-1
y	-5	-2

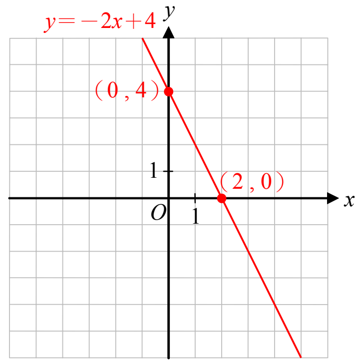


在坐標平面上畫出下列各函數的圖形：

(1) $y=-2x+4$

解

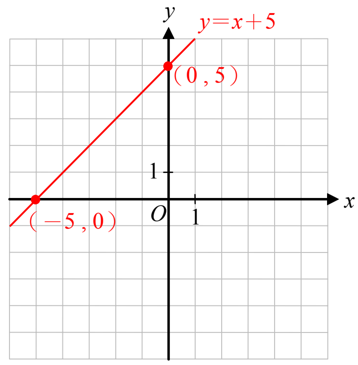
x	0	2
y	4	0



(2) $y=x+5$

解

x	0	-5
y	5	0

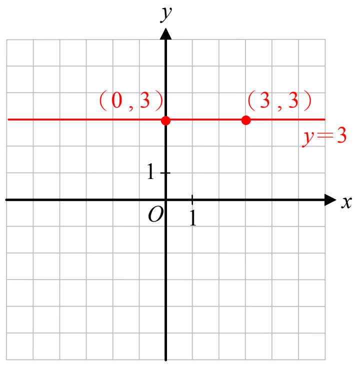


2 類題　配合課本 P73 例題 11　畫常數函數的圖形　配合課本 P73 隨堂練習　熟練

在坐標平面上畫出常數函數 $y=3$ 的圖形。

解

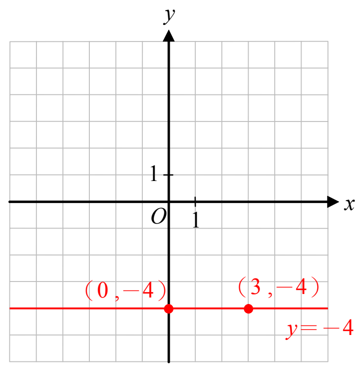
x	0	3
y	3	3



在坐標平面上畫出常數函數 $y=-4$ 的圖形。

解

x	0	3
y	-4	-4



3 類題　配合課本 P74 例題 12　已知兩點，求線型函數　配合課本 P74 隨堂練習　熟練

已知一個線型函數，其圖形通過（2 , −2）與（−3 , 13）兩點，求：

(1)此線型函數。

(2)此圖形與 y 軸的交點坐標。

解

(1)設此線型函數為 $y=ax+b$，

函數圖形通過（2 , −2）與（−3 , 13）兩點，

可得 $\begin{cases} 2a+b=-2 \cdots\cdots ① \\ -3a+b=13 \cdots\cdots ② \end{cases}$

由①式−②式得 $5a=-15$，$a=-3$

將 $a=-3$ 代入①式得

$(-6)+b=-2$，$b=4$

所以此線型函數為 $y=-3x+4$。

(2)與 y 軸的交點坐標為 $x=0$ 所對應的函數值 $y=4$，即（0 , 4）。

已知一個線型函數，其圖形通過（−2 , −3）與（1 , 3）兩點，且分別與 x、y 軸交於 A、B 兩點，求：

(1)此線型函數。

(2) A、B 兩點。

解

(1)設此線型函數為 $y=ax+b$，

函數圖形通過（−2 , −3）與（1 , 3）兩點，

可得 $\begin{cases} -2a+b=-3 \cdots\cdots\cdots ① \\ a+b=3 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$

由①式−②式得 $-3a=-6$，$a=2$

將 $a=2$ 代入①式得 $(-4)+b=-3$，$b=1$

所以此線型函數為 $y=2x+1$。

(2)與 x 軸的交點坐標 $y=0$ 代入得 $0=2x+1$

$x=-\frac{1}{2}$，即 $A\left(-\frac{1}{2} , 0\right)$。

與 y 軸的交點坐標 $x=0$ 代入得 $y=1$，

即 B（0 , 1）。

4 類題　配合課本 P77 例題 13　函數的應用問題　配合課本 P77 隨堂練習　熟練

由於全班的數學成績不理想，老師用一次函數 $y=ax+b$ 調整分數，其中 x 表示原來的分數，y 表示調整後的分數。已知原來 20 分調整為 50 分，原來 50 分調整為 86 分，求 y 與 x 的關係式。

解

當 $x=20$ 時的函數值為 50，

可得 $20a+b=50 \cdots\cdots\cdots ①$

當 $x=50$ 時的函數值為 86，

可得 $50a+b=86 \cdots\cdots\cdots ②$

由②式−①式得 $30a=36$，$a=\frac{6}{5}$

將 $a=\frac{6}{5}$ 代入②式得 $b=26$

故 $y=\frac{6}{5}x+26$。

響應年終大掃除，某量販店針對清潔打掃用品舉辦降價促銷活動，若原本 x 元的商品經一次函數計算後調降為 y 元，已知 80 元的拖把調降為 55 元，100 元的紙巾調降為 70 元，求此一次函數。

解

假設此一次函數為 $y=ax+b$，

當 $x=80$ 時的函數值為 55，

可得 $80a+b=55 \cdots\cdots\cdots ①$

當 $x=100$ 時的函數值為 70，

可得 $100a+b=70 \cdots\cdots\cdots ②$

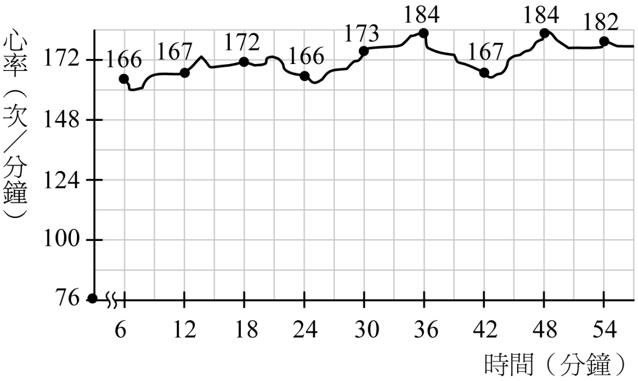
由②式−①式得 $20a=15$，$a=\frac{3}{4}$

將 $a=\frac{3}{4}$ 代入②式得 $b=-5$

故此一次函數為 $y=\frac{3}{4}x-5$。

5類題　配合課本 P78 例題 14　非直線的函數圖形　配合課本 P78 隨堂練習　熟練

下圖為某次理莎跑步時間與心率的關係圖。



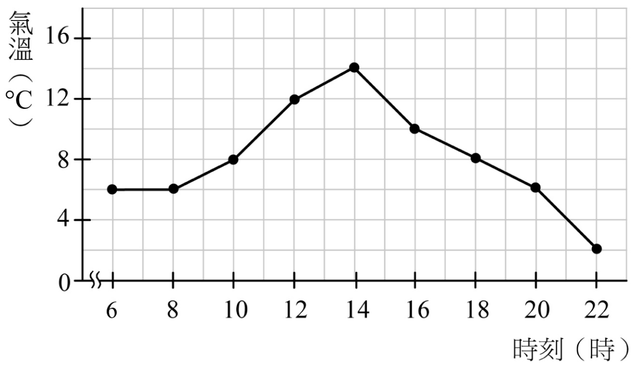
若以 x 表示時間（分鐘），y 表示心率（次／分鐘），則在 18 分鐘與 42 分鐘時，理莎的心率每分鐘分別為多少次？

解

$x=18$ 時，所對應的 $y=172$（次）

$x=42$ 時，所對應的 $y=167$（次）

下圖是某日玉山氣溫與時刻的關係圖。



若以 x 表示時刻（時），y 表示該時刻的氣溫（°C），分別求出 6 時、14 時、20 時的氣溫。

解

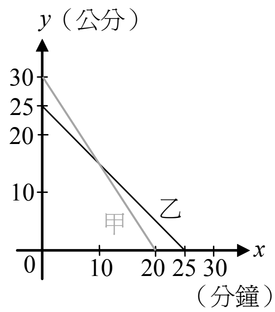
$x=6$ 時，所對應的 $y=6$（°C）

$x=14$ 時，所對應的 $y=14$（°C）

$x=20$ 時，所對應的 $y=6$（°C）

即時演練

甲、乙兩支玻璃管中的水柱在水位下降的過程中，其高度 y（公分）與時間 x（分鐘）的線型函數關係如右圖，則當 x 為何值時，甲、乙兩支玻璃管的高度相等？



解

(1)設甲玻璃管水柱下降高度和時間的線型函數關係為 $y=ax+b$，

通過（20 , 0）、（0 , 30），得 $\begin{cases}0=20a+b\\30=b\end{cases}$

則 $a=-\dfrac{3}{2}$，$b=30$，所以甲玻璃管水柱下降的高度和時間的關係為 $y=-\dfrac{3}{2}x+30$。

(2)設乙玻璃管水柱下降高度和時間的線型函數關係為 $y=ax+b$，

通過（25 , 0）、（0 , 25），得 $\begin{cases}0=25a+b\\25=b\end{cases}$

則 $a=-1$，$b=25$，所以乙玻璃管水柱下降的高度和時間的關係為 $y=-x+25$。

由(1)、(2)可知，因為高度相等，所以 $-\dfrac{3}{2}x+30=-x+25$，$-\dfrac{1}{2}x=-5$，$x=10$。

第 2 章自我磨練

配合課本 P81～83 自我評量

1. 小榮到文具店購買文具，設 x 表示文具名稱，y 表示該文具的價格（元），如下表：

文具名稱	修正帶	鉛筆盒	水性筆	便利貼	透明膠帶
價格（元）	39	85	36	25	12

則 y 是否爲 x 的函數？____是____。

2. 分別求出函數 $y=-x+3$ 在 $x=-5$ 與 $x=2$ 時的函數值。

當 $x=-5$ 時，函數值 $y=-(-5)+3=8$，
當 $x=2$ 時，函數值 $y=-2+3=1$。

3. 若函數 $y=7x+15$ 與 $y=9x-11$，在 $x=k$ 的函數值相等，求 k 的值。

當 $x=k$ 時，$y=7x+15$ 的函數值爲 $7k+15$，
$y=9x-11$ 的函數值爲 $9k-11$。
因爲函數值相等，可得 $7k+15=9k-11$，$-2k=-26$，$k=13$。

4. 已知正方形的邊長爲 x 時，周長爲 y，求：
(1) y 與 x 的關係式。
(2)當 $x=16$ 時的函數值。

(1) $y=4x$
(2)當 $x=16$ 時，函數值 $y=4\times16=64$

5. 設 x 爲任意正整數，以 y 表示 3^x 的個位數字，例如：$3^4=81$，則在 $x=4$ 的函數值爲 1，求：
(1)當 $x=3$ 時的函數值。
(2)當 $x=6$ 時的函數值。

(1)當 $x=3$ 時，$3^3=27$，故函數值爲 7
(2)當 $x=6$ 時，$3^6=729$，故函數值爲 9

6. 判別下列各函數中，哪些是常數函數？哪些是一次函數？哪些是線型函數？

(A) $y=2x-3$　　(B) $y=-3$　　(C) $y=8-3x$
(D) $y=5^2$　　(E) $y=4x^2+x$　　(F) $y=(-2)^2x+5$

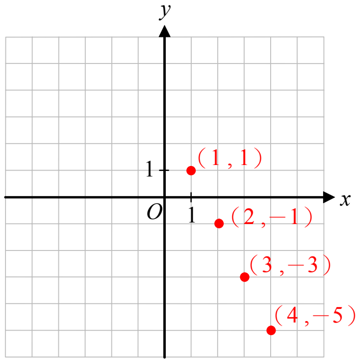
(1)常數函數：____(B)、(D)____。
(2)一次函數：____(A)、(C)、(F)____。
(3)線型函數：____(A)、(B)、(C)、(D)、(F)____。

7. 已知一次函數 $y=-ax+5$，在 $x=4$ 時的函數值爲 3，求 a 的值。

將 $x=4$ 代入 $y=-ax+5$ 得
$-a\times4+5=3$
$-4a=-2$，$a=\dfrac{1}{2}$

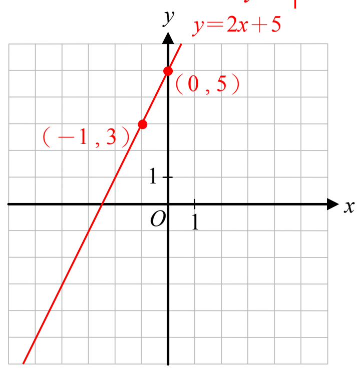
8. 在坐標平面上畫出下列各函數的圖形：

(1) $y=-2x+3$，x 是小於 5 的正整數。



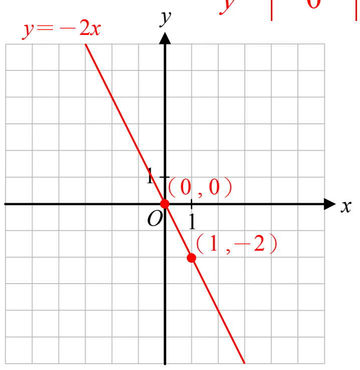
(2) $y=2x+5$

x	0	-1
y	5	3



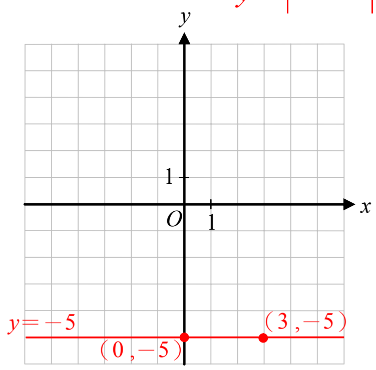
(3) $y=-2x$

x	0	1
y	0	-2



(4) $y=-5$

x	0	3
y	-5	-5



9. 玉香麵包坊因應原物料上漲，必須將店內的商品價格調漲，已知調漲方式為將原來的價格用線型函數調整成新的價格，使得原來 40 元的麵包變成 48 元，原來 25 元的麵包變成 36 元，則：

(1)原來價格 30 元的麵包，調整後變成多少元？

(2)原來價格多少元的麵包，調整後變成 60 元？

設此線型函數為 $y=ax+b$ 且 x 表示原來的價格，y 表示調整後的價格，

依題意可得 $\begin{cases} 40a+b=48 \cdots\cdots ① \\ 25a+b=36 \cdots\cdots ② \end{cases}$，

由①式－②式得 $15a=12$，$a=\dfrac{4}{5}$，

將 $a=\dfrac{4}{5}$ 代入②式得 $b=16$，則一次函數為 $y=\dfrac{4}{5}x+16$。

(1)當 $x=30$ 時，$y=\dfrac{4}{5}\times 30+16=40$，故調整後價格為 40 元。

(2)當 $y=60$ 時，$60=\dfrac{4}{5}x+16$，$\dfrac{4}{5}x=44$，$x=55$，故原來價格為 55 元。

3-1 內角與外角

1. 點、線、角

1. 若 $\angle A+\angle B=180°$，則 $\angle A$ 和 $\angle B$ 互為補角，或稱 $\angle A$ 和 $\angle B$ 兩個角互補。
2. 若 $\angle A+\angle B=90°$，則 $\angle A$ 和 $\angle B$ 互為餘角，或稱 $\angle A$ 和 $\angle B$ 兩個角互餘。
3. 兩直線相交於一點時，所成的對頂角相等。

1 類題　配合課本 P92 例題 1　補角與餘角　配合課本 P92 隨堂練習　熟練

已知 $\angle A$ 與 $\angle B$ 互補，且 $\angle B$ 與 $\angle C$ 互餘。若 $\angle A=100°$，求 $\angle C$。

解

$\angle A+\angle B=180°$，$\angle B=180°-100°=80°$

$\angle B+\angle C=90°$，$\angle C=90°-80°=10°$

已知 $\angle A$ 與 $\angle B$ 互補，且 $\angle B$ 與 $\angle C$ 互補。若 $\angle A=96°$，求 $\angle C$。

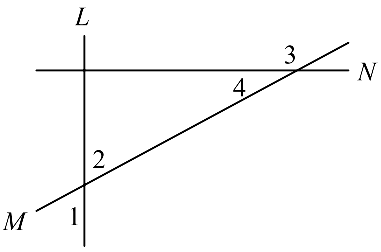
解

$\angle A+\angle B=180°$，$\angle B=180°-96°=84°$

$\angle B+\angle C=180°$，$\angle C=180°-84°=96°$

2 類題　配合課本 P93 例題 2　對頂角的應用　配合課本 P93 隨堂練習　熟練

如圖，直線 L、直線 M 與直線 N 交於三點，且 $\angle 1=62°$、$\angle 3=152°$，求 $\angle 2+\angle 4$。



解

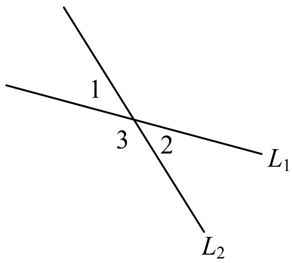
$\angle 2=\angle 1=62°$（對頂角相等）

$\angle 3+\angle 4=180°$

$\angle 4=180°-152°=28°$

$\angle 2+\angle 4=62°+28°=90°$

如圖，直線 L_1、L_2 相交於一點，若 $\angle 1=(5x-2)°$，$\angle 2=(3x+16)°$，求 $\angle 1$、$\angle 3$。



解

$\angle 1=\angle 2$（對頂角相等）

$5x-2=3x+16$，$x=9$

$\angle 1=5\times 9-2=43°$

$\angle 3=180°-\angle 1=180°-43°=137°$

即時演練

已知 $\angle A$ 與 $\angle B$ 互餘，$\angle B$ 與 $\angle C$ 互補，求 $\angle C-\angle A$。

解

$$\begin{cases}\angle A+\angle B=90°\cdots\cdots\text{①}\\ \angle B+\angle C=180°\cdots\cdots\text{②}\end{cases}$$

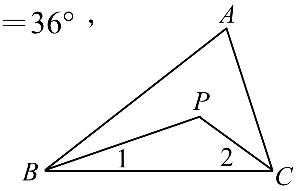
由②式－①式，得 $\angle C-\angle A=90°$

2. 三角形的內角與外角

1.三角形的內角和為 180°。
2.三角形的一組外角和為 360°。
3.三角形任一個外角等於兩個內對角的和。

1 類題 配合課本 P94 例題 3　　三角形的內角和　　配合課本 P94 隨堂練習 **熟練**

如圖，△ABC 中，$\angle A=70°$，$\angle ABP=19°$，$\angle ACP=36°$，求：
(1) $\angle 1+\angle 2$。
(2) $\angle BPC$。

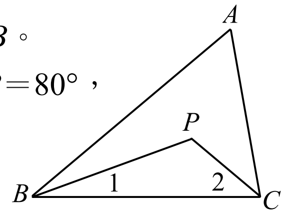


解

(1) $\angle A+\angle ABP+\angle ACP+\angle 1+\angle 2=180°$
$70°+19°+36°+\angle 1+\angle 2=180°$
$\angle 1+\angle 2=55°$

(2) $\angle BPC=180°-(\angle 1+\angle 2)$
$=180°-55°$
$=125°$

如圖，△ABC 中，$\overline{BP}$ 平分 $\angle ABC$，$\overline{CP}$ 平分 $\angle ACB$。若 $\angle ABC=40°$，$\angle ACB=80°$，求：
(1) $\angle 1$。
(2) $\angle 2$。
(3) $\angle BPC$。



解

(1) $\angle 1=\dfrac{1}{2}\angle ABC=20°$

(2) $\angle 2=\dfrac{1}{2}\angle ACB=40°$

(3) $\angle BPC=180°-\angle 1-\angle 2$
$=180°-20°-40°$
$=120°$

2 類題 配合課本 P96 例題 4　　三角形的外角和　　配合課本 P96 隨堂練習 **熟練**

在△ABC 中，$\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$ 分別為 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的外角。若 $\angle 1=105°$，$\angle 2=135°$，求 $\angle 3$。

解

∵三角形外角和 360°，
∴ $\angle 1+\angle 2+\angle 3=360°$
$105°+135°+\angle 3=360°$
$\angle 3=120°$

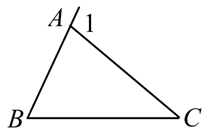
在△ABC 中，$\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$ 分別為 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的外角。若 $\angle C=150°$，求 $\angle 1+\angle 2$。

解

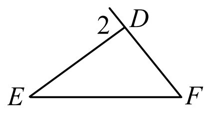
∵三角形外角和 360°，
∴ $\angle 1+\angle 2+\angle 3=360°$
$\angle 1+\angle 2+(180°-150°)=360°$
$\angle 1+\angle 2=330°$

3 類題　配合課本 P98 例題 5　三角形的外角定理　配合課本 P98 隨堂練習　熟練

1. 如圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle B=65°$，$\angle C=40°$，求 $\angle 1$。



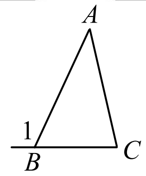
2. 如圖，$\triangle DEF$ 中，$\angle F=51°$，$\angle 2=87°$，求 $\angle E$。



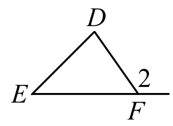
解

1. $\angle 1=\angle B+\angle C=65°+40°=105°$
2. $\angle 2=\angle E+\angle F$
   $87°=\angle E+51°$
   $\angle E=36°$

1. 如圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle A=38°$，$\angle C=77°$，求 $\angle 1$。



2. 如圖，$\triangle DEF$ 中，$\angle E=45°$，$\angle 2=125°$，求 $\angle D$。

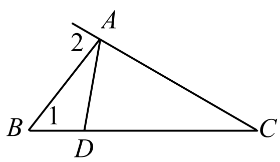


解

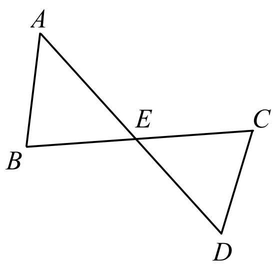
1. $\angle 1=\angle A+\angle C=38°+77°=115°$
2. $\angle 2=\angle D+\angle E$
   $125°=\angle D+45°$
   $\angle D=80°$

4 類題　配合課本 P99、100 例題 6、7　三角形外角定理之應用　配合課本 P99、100 隨堂練習　熟練

1. 如圖，$\triangle ABC$ 中，D 點在 $\overline{BC}$ 上。若 $\angle C=30°$，$\angle ADC=80°$，$\angle BAD=28°$，求 $\angle 1$ 及 $\angle 2$。



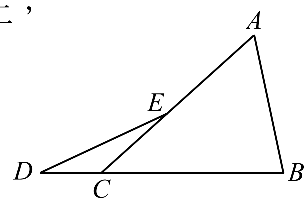
2. 如圖，$\overline{AD}$ 與 $\overline{BC}$ 相交於 E 點，若 $\angle A=50°$，$\angle C=69°$，說明 $\angle B-\angle D=19°$。



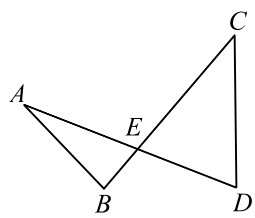
解

1. $\because \angle ADC$ 為 $\triangle ABD$ 的一個外角
   $\therefore \angle ADC=\angle BAD+\angle 1$
   $80°=28°+\angle 1$，$\angle 1=52°$
   $\because \angle 2$ 為 $\triangle ABC$ 的一個外角
   $\therefore \angle 2=\angle 1+\angle C=52°+30°=82°$
2. $\because \angle AEC$ 為 $\triangle ABE$ 與 $\triangle CDE$ 的一個外角
   $\therefore \angle AEC=\angle A+\angle B$ 且 $\angle AEC=\angle C+\angle D$
   即 $\angle A+\angle B=\angle C+\angle D$
   $50°+\angle B=69°+\angle D$
   故 $\angle B-\angle D=69°-50°=19°$

1. 如圖，C 點在 $\overline{BD}$ 上，E 點在 $\overline{AC}$ 上。若 $\angle A=60°$，$\angle B=78°$，$\angle AED=163°$，求 $\angle ACD$ 及 $\angle D$。



2. 如圖，$\overline{AD}$ 與 $\overline{BC}$ 相交於 E 點，若 $\angle A=28°$，$\angle C=41°$，$\angle D=68°$，求 $\angle B$。



解

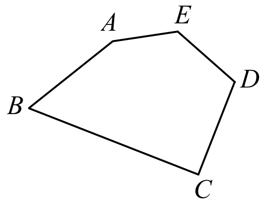
1. $\because \angle ACD$ 為 $\triangle ACB$ 的一個外角
   $\therefore \angle ACD=\angle A+\angle B=60°+78°=138°$
   $\because \angle AED$ 為 $\triangle EDC$ 的一個外角
   $\therefore \angle AED=\angle D+\angle ACD$
   $163°=\angle D+138°$，$\angle D=25°$
2. $\because \angle AEC$ 為 $\triangle ABE$ 與 $\triangle CDE$ 的一個外角
   $\therefore \angle AEC=\angle A+\angle B$ 且 $\angle AEC=\angle C+\angle D$
   故 $\angle A+\angle B=\angle C+\angle D$
   $28°+\angle B=41°+68°$
   $\angle B=109°-28°=81°$

3. 多邊形的內角與外角

1. n 邊形的內角和為 $(n-2)\times180°$。
2. 正 n 邊形的每一個內角皆為 $\frac{(n-2)\times180°}{n}$；每一個外角皆為 $\frac{360°}{n}$。

1 類題　配合課本 P103 例題 8　多邊形的內角和　配合課本 P103 隨堂練習　熟練

如圖，五邊形 $ABCDE$ 中，$\angle C=90°$，$\angle D=110°$，$\angle E=130°$。設 $\angle A：\angle B=5：2$，求 $\angle A$、$\angle B$。



解

設 $\angle A=5k°$，$\angle B=2k°$，其中 $k\neq0$，

五邊形的內角和為 $(5-2)\times180°=540°$

$5k+2k+90+110+130=540$

$7k+330=540$

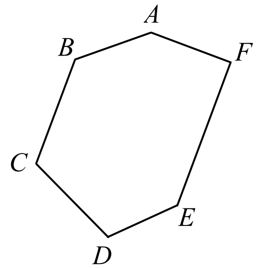
$7k=210$

$k=30$

故 $\angle A=5\times30°=150°$

$\angle B=2\times30°=60°$

如圖，六邊形 $ABCDEF$ 中，$\angle A+\angle B=270°$，$\angle C+\angle D=225°$，若 $2\angle E=3\angle F$，求 $\angle E$ 及 $\angle F$。



解

設 $\angle E=3k°$，$\angle F=2k°$，其中 $k\neq0$，

六邊形的內角和為 $(6-2)\times180°=720°$

$270+225+3k+2k=720$

$495+5k=720$

$5k=225$

$k=45$

故 $\angle E=3\times45°=135°$

$\angle F=2\times45°=90°$

2 類題　配合課本 P105 例 9　正多邊形的內角與外角　配合課本 P105 隨堂練習　熟練

若正 n 邊形的每一個內角為 156°，求 n 的值。

解

$\because$ 正 n 邊形每一個內角為 156°

$\therefore \frac{(n-2)\times180}{n}=156$

$180n-360=156n$

$24n=360$

$n=15$

若正 n 邊形的每一個內角為 135°，求：
(1)此正 n 邊形每一個外角的度數。
(2) n 的值。

解

(1)每一個外角的度數為 $180°-135°=45°$

(2) $\frac{360}{n}=45$

$45n=360$

$n=8$

3-1 自我磨練

配合課本 P108～109 自我評量

1. $\angle A$ 的補角和 $\angle B$ 的餘角度數相同，已知 $\angle A=143°$，求 $\angle B$。

   $180°-\angle A=90°-\angle B$

   $180°-143°=90°-\angle B$

   $\angle B=53°$

2. 在 $\triangle ABC$ 中，$2\angle B=3\angle C$，又 $\angle A$ 的外角為 $130°$，求 $\angle B$。

   設 $\angle B=3x°$，$\angle C=2x°$，其中 $x\neq 0$，

   $\angle A$ 的外角 $=\angle B+\angle C$

   $130°=3x°+2x°$，$x=26$

   $\angle B=3\times 26°=78°$

3. 求八邊形的內角和。

   $(8-2)\times 180°=1080°$

4. 正十八邊形的每一個內角與每一個外角分別是多少度？

   每一個內角為 $\dfrac{(18-2)\times 180°}{18}=160°$

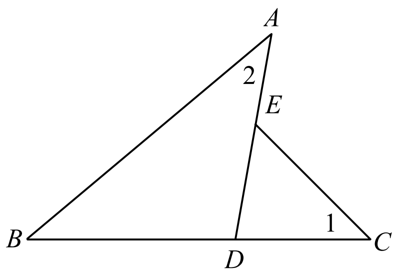
   每一個外角為 $180°-160°=20°$

5. 有一個 n 邊形內角由小排到大恰好成等差數列。若最小的內角為 $66°$，最大的內角為 $150°$，求 n。

   $\dfrac{n\times(66+150)}{2}=(n-2)\times 180$

   $108n=180n-360$，$72n=360$，$n=5$

6. 如圖，利用「三角形任一外角等於兩個內對角的和」，回答下列問題：（填 $\angle 1$、$\angle 2$）

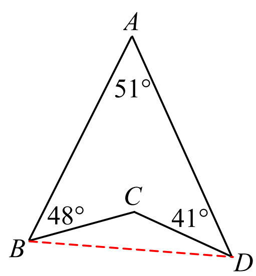
   

   (1) $\angle EDC=\underline{\quad\angle 2\quad}+\angle B$

   (2) $\angle AEC=\underline{\quad\angle 1\quad}+\angle EDC$

   $\qquad\qquad=\underline{\quad\angle 1\quad}+\underline{\quad\angle 2\quad}+\angle B$

7. 如圖，$\angle A=51°$，$\angle ABC=48°$，$\angle ADC=41°$，求 $\angle BCD$。

   連接 $\overline{BD}$

   $\angle CBD+\angle CDB=180°-48°-51°-41°=40°$

   $\angle BCD=180°-(\angle CBD+\angle CDB)$

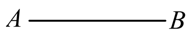
   $\qquad\quad=180°-40°=140°$

3-2 基本的尺規作圖

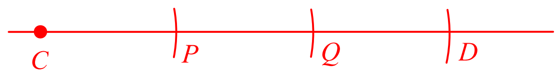
1. 等線段與等角作圖

1 類題　配合課本 P111 隨堂練習　等線段作圖　配合課本 P111 隨堂練習　熟練

如圖，已知 $\overline{AB}$，利用尺規作圖作 $\overline{CD}$，使得它的長度是 $\overline{AB}$ 的 3 倍。

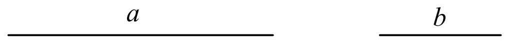


解

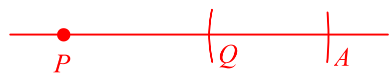


$\overline{CD}$ 即爲所求。

如圖，已知兩條線段 a、b，利用尺規作圖作 $\overline{PQ}$，使得 $\overline{PQ}=a-b$。



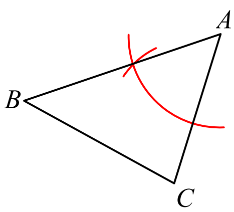
解



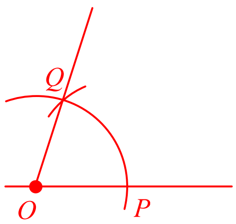
$\overline{PQ}$ 即爲所求。

2 類題　配合課本 P113 例題 1　等角作圖　配合課本 P113 隨堂練習　熟練

如圖，已知 $\triangle ABC$，利用尺規作圖作一角等於 $\angle A$。

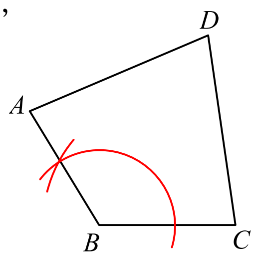


解

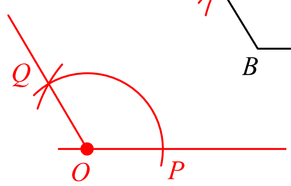


$\angle POQ$ 即爲所求。

如圖，已知四邊形 $ABCD$，利用尺規作圖作一角等於 $\angle B$。



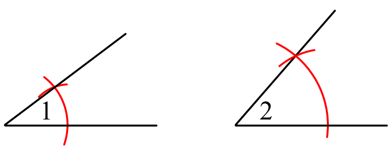
解



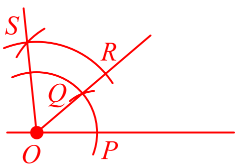
$\angle POQ$ 即爲所求。

3 類題　配合課本 P114 例題 2　作兩角和與兩角差　配合課本 P114 隨堂練習　熟練

如圖，已知 $\angle 1$ 與 $\angle 2$，利用尺規作圖作一角等於 $\angle 1+\angle 2$。



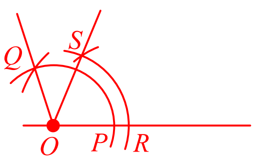
解



$\angle POS$ 即爲所求。

如圖，已知 $\angle 1$ 與 $\angle 2$，利用尺規作圖一角等於 $\angle 1-\angle 2$。

解



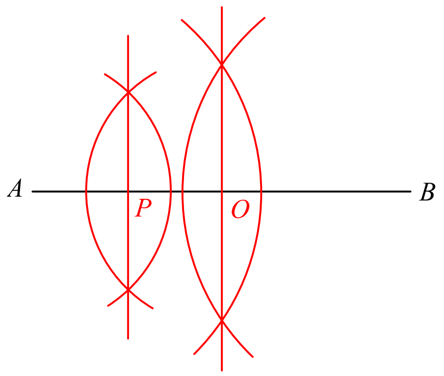
$\angle QOS$ 即爲所求。

2. 中垂線與角平分線作圖

1 類題 配合課本 P116 例題 3 **中垂線作圖** 配合課本 P116 隨堂練習 **熟練**

如圖，利用尺規作圖在 $\overline{AB}$ 上作一點 P，使得 $\overline{AP}$ ： $\overline{PB}$ $=1：3$。

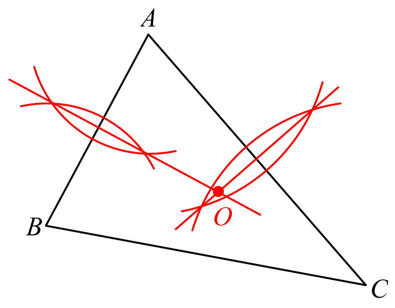
解



P 點即為所求。

如圖，已知△ABC，利用尺規作圖作 $\overline{AB}$ 與 $\overline{AC}$ 的中垂線，使得兩條中垂線交於 O 點。

解

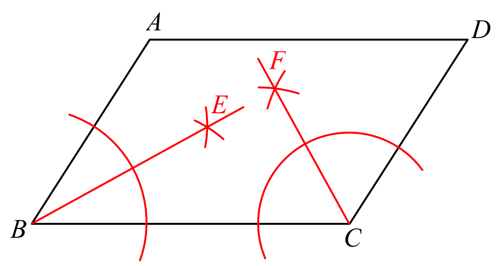


O 點即為所求。

2 類題 配合課本 P118 例題 4 **角平分線作圖** 配合課本 P118 隨堂練習 **熟練**

如圖，四邊形 $ABCD$ 為一個平行四邊形，利用尺規作圖，分別作出∠B 與∠C 的角平分線。

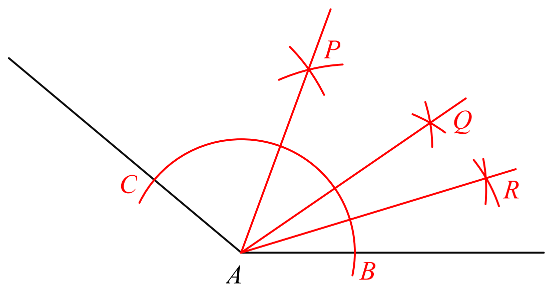
解



$\overrightarrow{BE}$ 、$\overrightarrow{CF}$ 即為所求。

如圖，已知∠$A=160°$，利用尺規作圖作一角等於 $20°$

解



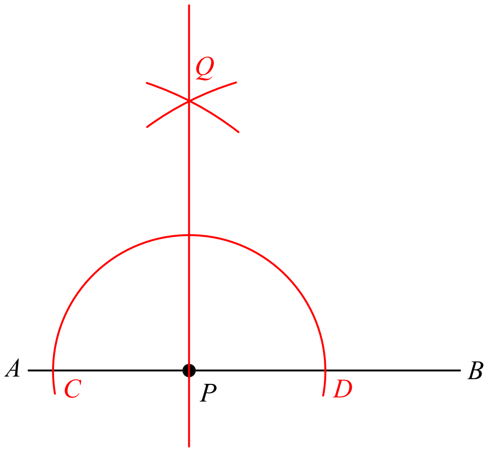
∠BAR 即為所求。

3. 過線上或線外一點作垂線

1 類題 配合課本 P119 例題 5　過線上一點作垂線　配合課本 P121 隨堂練習 **熟練**

如圖，已知$\overline{AB}$，利用尺規作圖，過$\overline{AB}$上一點 P 作$\overline{AB}$的垂線。

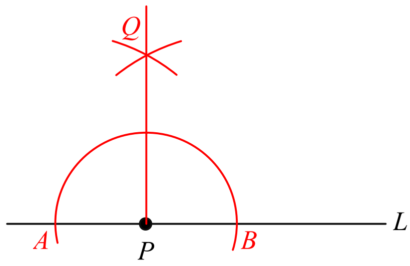
解



$\overleftrightarrow{PQ}$即爲所求。

如圖，已知直線 L 及 L 上一點 P，利用尺規作圖，過 P 點作 90°角。

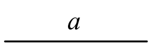
解



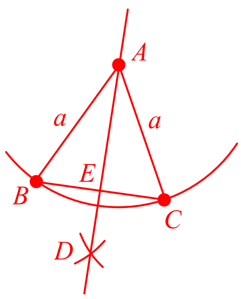
$\angle APQ$（或$\angle BPQ$）即爲所求。

2 類題 配合課本 P120 例題 6　過線外一點作垂線　配合課本 P121 隨堂練習 **熟練**

如圖，已知線段 a，利用尺規作圖，作一個等腰三角形，使其腰長爲 a，並作出底邊上的高。



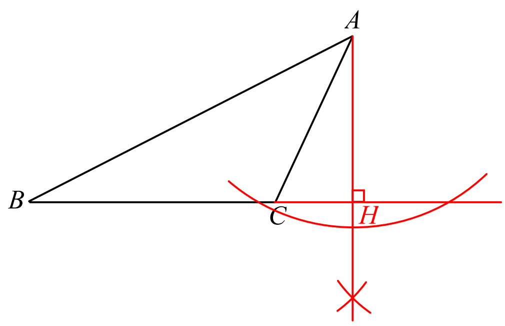
解



$\triangle ABC$ 及$\overline{AE}$即爲所求。

如圖，$\triangle ABC$ 中，利用尺規作圖作$\overline{BC}$邊上的高。

解

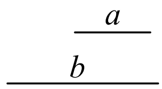


$\overline{AH}$即爲所求。

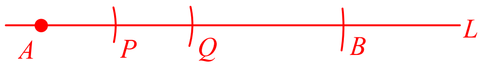
3-2 自我磨練

配合課本 **P123～124** 自我評量

1. 如圖，已知線段 a 與線段 b，利用尺規作圖，作出 $\overline{AB}=2a+b$。

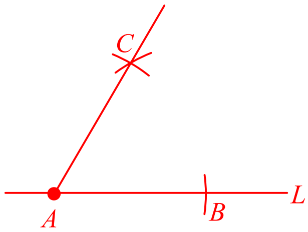


$\overline{AB}$ 即為所求。



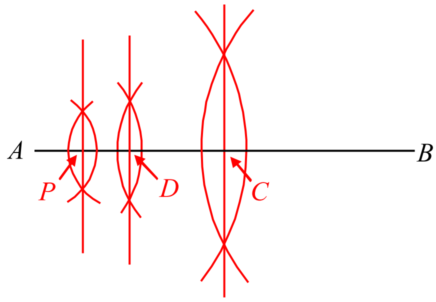
2. 利用尺規作圖，畫出 60°的角。

$\angle A$ 即為所求。



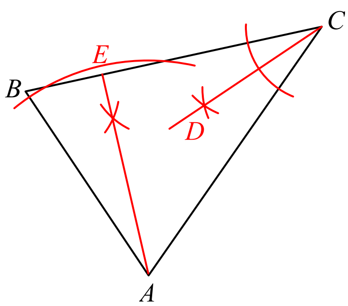
3. 如圖，利用尺規作圖，在 $\overline{AB}$ 上作一點 P，使得 $\overline{AP}$ ： $\overline{PB}=1：7$。

P 點即為所求。



4. 如圖，在△ABC 中，利用尺規作圖作 $\angle C$ 的角平分線與 $\overline{BC}$ 邊上的高。

$\overrightarrow{CD}$ 、 $\overline{AE}$ 即為所求。



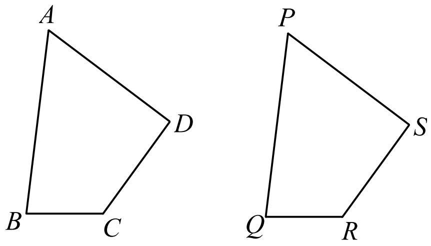
3-3 三角形的全等性質

1. 全等多邊形

1. 若兩個多邊形全等，則對應邊相等，對應角也相等。
2. 若兩個多邊形的邊都對應相等，角也都對應相等，則這兩個多邊形全等。

1 類題 配合課本 P126 隨堂練習 多邊形的全等 配合課本 P126 隨堂練習 **熟練**

如圖，四邊形 $ABCD$ 與四邊形 $PQRS$ 全等，且 A、B、C、D 的對應頂點分別是 P、Q、R、S。若 $\angle B=85°$，$\angle C=126°$，$\angle D=91°$，$\overline{QR}=1$，$\overline{PS}=2$，求：



(1) $\angle P$。

(2) $\overline{BC}$ 與 $\overline{AD}$ 的長。

解

(1) $\angle A=360°-\angle B-\angle C-\angle D$

$=360°-85°-126°-91°=58°$

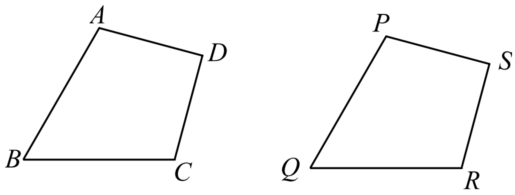
∵四邊形 $ABCD$ 與四邊形 $PQRS$ 全等，

∴ $\angle P=\angle A=58°$

(2) ∵四邊形 $ABCD$ 與四邊形 $PQRS$ 全等，

∴ $\overline{BC}=\overline{QR}=1$，$\overline{AD}=\overline{PS}=2$

如圖，四邊形 $ABCD$ 與四邊形 $PQRS$ 全等，且 A、B、C、D 的對應頂點分別是 P、Q、R、S。若 $\angle B=60°$，$\angle D=90°$，$\angle A=\angle C$，$\overline{PQ}=2$，求：



(1) $\angle P$ 與 $\angle R$。

(2) $\overline{AB}$ 的長。

解

(1) $\angle A=\angle C=\dfrac{360°-60°-90°}{2}=105°$

∵四邊形 $ABCD$ 與四邊形 $PQRS$ 全等，

∴ $\angle P=\angle A=105°$，$\angle R=\angle C=105°$

(2) ∵四邊形 $ABCD$ 與四邊形 $PQRS$ 全等，

∴ $\overline{AB}=\overline{PQ}=2$

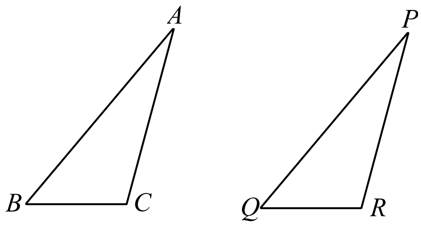
2. 三角形的全等性質

1. 若兩個三角形全等，則對應邊相等，對應角也相等。
2. SSS 全等性質：若兩個三角形的三組邊對應相等，則這兩個三角形全等。
3. SAS 全等性質：若兩個三角形有兩邊及它們的夾角皆對應相等，則這兩個三角形全等。
4. RHS 全等性質：若兩個直角三角形的斜邊和一股對應相等，則這兩個三角形全等。
5. ASA 全等性質：若兩個三角形有兩個內角和它們的夾邊皆對應相等，則這兩個三角形全等。
6. AAS 全等性質：若兩個三角形有兩個內角及其中一個內角的對邊對應相等，則這兩個三角形全等。

1 類題　配合課本 P127 隨堂練習　三角形的全等　配合課本 P127 隨堂練習　熟練

類題

如圖，$\triangle ABC\cong\triangle PQR$，且 A、B、C 的對應頂點分別是 P、Q、R。若 $\angle B=50°$，$\angle C=105°$，$\overline{PR}=18$，求：



(1) $\angle A$。
(2) $\angle R$。
(3) $\overline{AC}$ 的長。

解

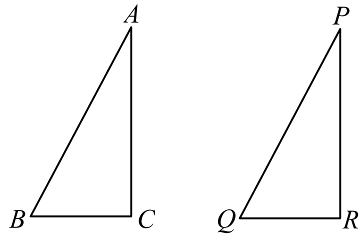
(1) $\angle A=180°-\angle B-\angle C$
$=180°-50°-105°=25°$

(2) $\because\triangle ABC\cong\triangle PQR$，
$\therefore\angle R=\angle C=105°$

(3) $\because\triangle ABC\cong\triangle PQR$，
$\therefore\overline{AC}=\overline{PR}=18$

熟練

如圖，$\triangle ABC\cong\triangle PQR$，且 A、B、C 的對應頂點分別是 P、Q、R，其中 $\angle R=90°$，$\overline{AB}=17$，$\overline{BC}=8$，求：



(1) $\triangle PQR$ 的周長。
(2) $\triangle ABC$ 的面積。

解

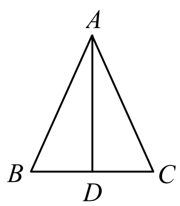
(1) $\overline{AC}=\sqrt{17^2-8^2}=15$
$\because\triangle ABC\cong\triangle PQR$，
$\therefore\triangle PQR$ 的周長 $=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$
$=17+8+15=40$

(2) $\triangle ABC$ 的面積 $=\overline{BC}\times\overline{AC}\times\dfrac{1}{2}$
$=8\times15\times\dfrac{1}{2}=60$

2 類題　配合課本 P130 例題 1　SSS 全等性質　配合課本 P130 隨堂練習　熟練

類題

如圖，$\triangle ABC$ 為等腰三角形，$\overline{BD}=\overline{CD}$，說明 $\triangle ABD\cong\triangle ACD$。

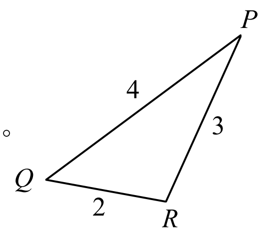


解

在 $\triangle ABD$ 與 $\triangle ACD$ 中，
$\because\overline{BD}=\overline{CD}$（已知）
$\overline{AB}=\overline{AC}$（$\triangle ABC$ 為等腰三角形）
$\overline{AD}=\overline{AD}$（公用邊）
$\therefore\triangle ABD\cong\triangle ACD$（$SSS$ 全等性質）

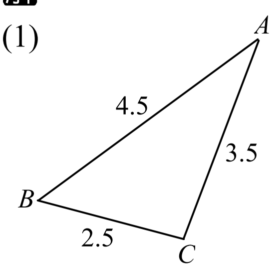
熟練

判別下列各三角形是否與 $\triangle PQR$ 全等，如果是，寫出其所依據的全等性質。



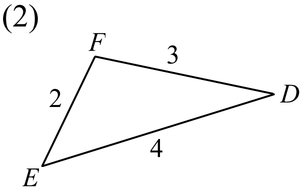
解

(1)



☐是（______全等性質）
☑否

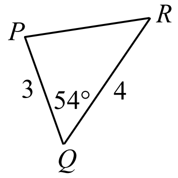
(2)



☑是（ SSS 全等性質）
☐否

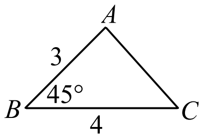
3 類題　配合課本 P135 隨堂練習　*SAS* 全等性質　配合課本 P135 隨堂練習　熟練

判別下列各三角形是否與△*PQR* 全等，如果是，寫出其所依據的全等性質。



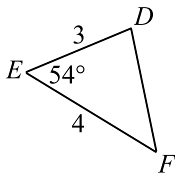
解

(1)



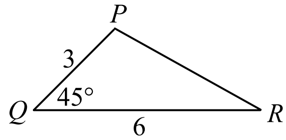
☐是（_____全等性質）
☑否

(2)



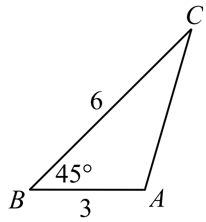
☑是（ *SAS* 全等性質）
☐否

判別下列各三角形是否與△*PQR* 全等，如果是，寫出其所依據的全等性質。



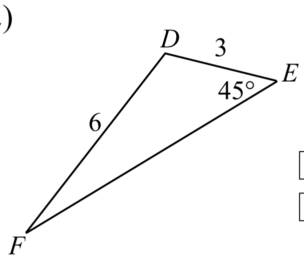
解

(1)



☑是（ *SAS* 全等性質）
☐否

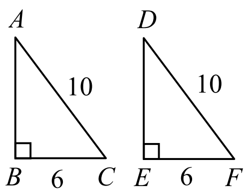
(2)



☐是（_____全等性質）
☑否

4 類題　配合課本 P134 例題 2　*RHS* 全等性質　配合課本 P135 隨堂練習　熟練

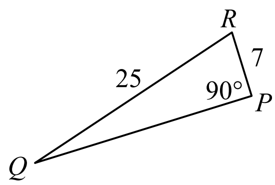
如圖，△*ABC* 與△*DEF* 中，
$\angle B=\angle E=90°$，
$\overline{AC}=\overline{DF}=10$，
$\overline{BC}=\overline{EF}=6$，
說明△*ABC*≅△*DEF*。



解

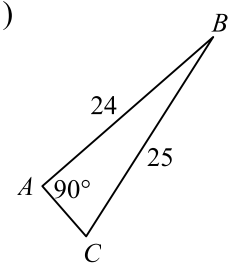
在△*ABC* 與△*DEF* 中，
∵ $\angle B=\angle E=90°$（已知）
$\overline{AC}=\overline{DF}=10$（已知）
$\overline{BC}=\overline{EF}=6$（已知）
∴△*ABC*≅△*DEF*（*RHS* 全等性質）

判別下列各三角形是否與△*PQR* 全等，如果是，寫出其所依據的全等性質。



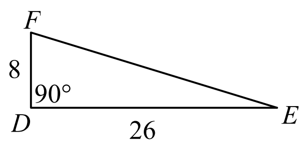
解

(1)



☑是（ *RHS* 全等性質）
☐否

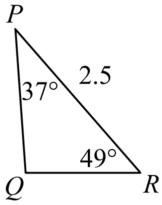
(2)



☐是（_____全等性質）
☑否

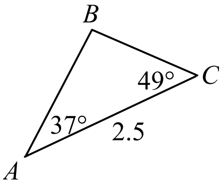
5 類題　配合課本 P138 隨堂練習　*ASA* 全等性質　配合課本 P138 隨堂練習　熟練

判別下列各三角形是否與△*PQR* 全等，如果是，寫出其所依據的全等性質。



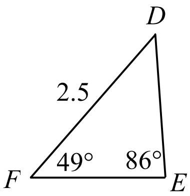
解

(1)



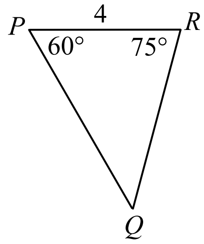
☑是（ *ASA* 全等性質）
□否

(2)



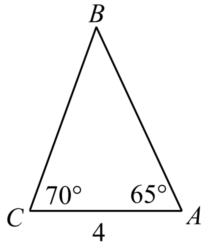
□是（____全等性質）
☑否

判別下列各三角形是否與△*PQR* 全等，如果是，寫出其所依據的全等性質。



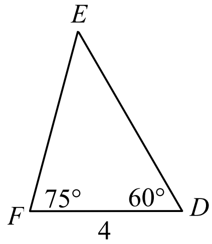
解

(1)



□是（____全等性質）
☑否

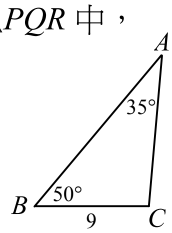
(2)

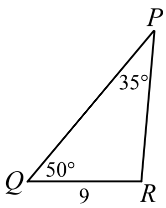


☑是（ *ASA* 全等性質）
□否

6 類題　配合課本 P137 例題 3　*AAS* 與 *ASA* 全等性質　配合課本 P138 隨堂練習　熟練

如圖，△*ABC* 與△*PQR* 中，
$\angle A=\angle P=35°$，
$\angle B=\angle Q=50°$，
$\overline{BC}=\overline{QR}=9$，
(1)求∠*C* 及∠*R*。
(2)△*ABC* 與△*PQR* 是否全等？



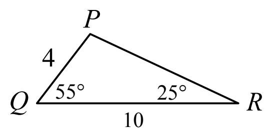


解

(1) $\angle C=180°-\angle A-\angle B$
$=180°-35°-50°=95°$
$\angle R=180°-\angle P-\angle Q$
$=180°-35°-50°=95°$

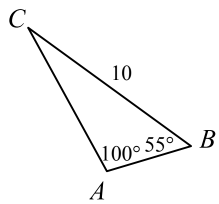
(2)在△*ABC* 與△*PQR* 中
$\because \angle B=\angle Q=50°$
$\overline{BC}=\overline{QR}=9$
$\angle C=\angle R=95°$
$\therefore \triangle ABC\cong\triangle PQR$（*ASA* 全等性質）

利用 *AAS* 或 *ASA* 全等性質，判別下列各三角形是否與△*PQR* 全等？如果是，寫出該全等三角形中，$\overline{PR}$ 的對應邊。



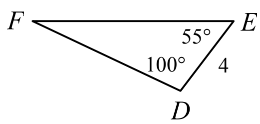
解

(1)



☑是
（$\overline{PR}$ 的對應邊為 $\overline{AC}$ ）
□否

(2)



☑是
（$\overline{PR}$ 的對應邊為 $\overline{DF}$ ）
□否

3. 全等三角形的應用

1. 可以利用 SSS 全等性質、SAS 全等性質、RHS 全等性質、ASA 全等性質、AAS 全等性質，檢驗兩個三角形是否全等。
2. 由邊長判別直角三角形：若三角形滿足一邊長的平方等於另兩邊長的平方和，即為直角三角形。

1 類題　配合課本 P141 例題 5　由邊長判別直角三角形　配合課本 P142 隨堂練習　熟練

已知$\triangle ABC\cong\triangle DEF$，且 A、B、C 的對應頂點分別是 D、E、F，$\overline{AB}=12$，$\overline{DF}=13$，$\overline{EF}=5$，求：

(1) $\overline{AC}$ 的長。

(2) $\triangle ABC$ 是否爲直角三角形？

解

(1) $\overline{AC}=\overline{DF}=13$

(2) $\overline{AB}=12$，$\overline{AC}=13$，$\overline{BC}=\overline{EF}=5$

$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=12^2+5^2$

$=144+25=169=13^2=\overline{AC}^2$

所以$\triangle ABC$ 是直角三角形。

下列各組數中，哪幾組可以作爲直角三角形的三邊長？__(A)(C)__

(A) 9、40、41　(B) 11、12、13

(C) $\sqrt{3}$、2、$\sqrt{7}$　(D) 0.2、0.4、0.6

解

(A) $9^2+40^2=41^2$

(B) $11^2+12^2=121+144=265\neq 13^2$

(C) $(\sqrt{3})^2+2^2=(\sqrt{7})^2$

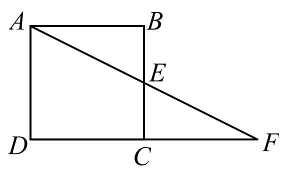
(D) $(0.2)^2+(0.4)^2=0.04+0.16=0.2$

$\neq(0.6)^2$

故(A)、(C)兩組可作爲直角三角形的三邊長。

2 類題　配合課本 P143 例題 6　全等三角形性質的應用　配合課本 P143 隨堂練習　熟練

如圖，在正方形 $ABCD$ 中，E 爲 $\overline{BC}$ 的中點，延長 $\overline{AE}$ 交 $\overline{DC}$ 的延長線於 F 點，若 $\overline{AB}=8$，則 $\overline{EF}=$？



解

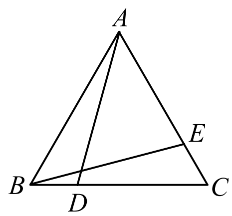
$\because\triangle ABE\cong\triangle FCE$（$ASA$ 全等性質），

$\therefore\overline{EF}=\overline{AE}$。

$\overline{AB}=8$，$\overline{BE}=8\times\frac{1}{2}=4$，

$\overline{AE}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{BE}^2}=\sqrt{64+16}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

如圖，$\triangle ABC$ 爲正三角形，$\overline{BD}=\overline{CE}$。在下面的空格內，填入適當的文字或符號，說明 $\overline{AD}=\overline{BE}$。



解

在$\triangle ABD$ 與$\triangle BCE$ 中，

$\because\angle ABD=\angle C=60°$

（理由：__$\triangle ABC$ 爲正三角形__），

$\overline{AB}=\overline{BC}$

（理由：__$\triangle ABC$ 爲正三角形__），

$\overline{BD}=\overline{CE}$（已知），

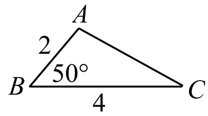
$\therefore\triangle ABD\cong\triangle BCE$（__$SAS$__全等性質）

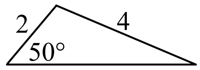
故 $\overline{AD}=\overline{BE}$。

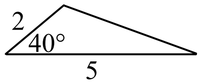
3-3 自我磨練

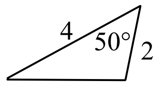
配合課本 P145～147 自我評量

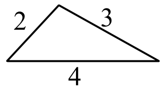
1.（ C ）下列何者與△ABC 全等？



(A)


(B)


(C)


(D)


2. 在△ABC 與△DEF 中，已知$\angle B=\angle E$，$\overline{AB}=\overline{DE}$，

(1)若再加上 $\angle A=\angle D$ 這個條件，則兩個三角形全等，根據 ASA 全等性質。

(2)若再加上 $\overline{BC}=\overline{EF}$ 這個條件，則兩個三角形全等，根據 SAS 全等性質。

3. 已知△ABC≅△DEF，若 A、B、C 的對應點分別為 D、E、F，且$\angle B=(5x-6)°$，$\angle D=36°$，$\angle F=(3x-10)°$，求$\angle C$、$\angle E$。

∵△ABC≅△DEF，

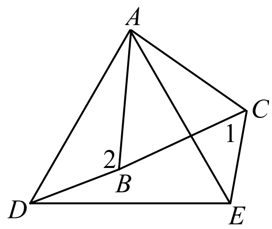
∴$\angle A=\angle D$，$\angle B=\angle E$，$\angle C=\angle F$，

$36°+(5x-6)°+(3x-10)°=180°$

$8x=160$，$x=20$，

即$\angle C=\angle F=(3\times20-10)°=50°$，$\angle E=\angle B=(5\times20-6)°=94°$

4. 如圖，△ABC 和△ADE 皆為正三角形。若$\angle 1=55°$，求$\angle 2$。



在△ABD 與△ACE 中

∵ $\overline{AB}=\overline{AC}$（△$ABC$ 為正三角形）

$\overline{AD}=\overline{AE}$（△$ADE$ 為正三角形）

$\angle BAD=\angle CAE=60°-\angle EAB$

∴△ABD≅△ACE（SAS 全等性質）

$\angle 2=\angle ACE=\angle ACB+\angle 1=60°+55°=115°$

5. 已知△ABC≅△PQR，$\angle A=30°$，$\angle R=60°$，$\overline{BC}=4$，$\overline{PR}=8$，求：

(1)$\angle C$ 與$\angle Q$。

(2)$\overline{AB}$ 的長。

(1)$\angle C=\angle R=60°$

$\angle Q=\angle B=180°-\angle A-\angle C$

$=180°-30°-60°=90°$

(2)△ABC 為直角三角形，又$\overline{AC}=\overline{PR}=8$

$\overline{AB}=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{BC}^2}$

$=\sqrt{8^2-4^2}$

$=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$

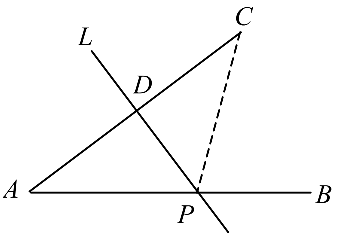
3-4 中垂線與角平分線性質

1. 中垂線

1.一線段的中垂線上任一點到此線段的兩端點距離相等。
2.若一點到某線段的兩端點距離相等，則該點在此線段的中垂線上。

1 類題　配合課本 P148 例題 1　中垂線的性質　配合課本 P148 隨堂練習　熟練

如圖，直線 L 為 $\overline{AC}$ 的中垂線，交 $\overline{AB}$ 於 P 點。若 $\overline{AB}=3.7$，$\overline{PB}=1.5$，求 $\overline{PC}$。



解

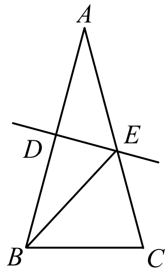
∵直線 L 為 $\overline{AC}$ 的中垂線，

∴ $\overline{PC}=\overline{PA}=\overline{AB}-\overline{PB}$

$=3.7-1.5$

$=2.2$

如圖，在△ABC 中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，$\overline{DE}$ 為 $\overline{AB}$ 的中垂線。若△BCE 的周長為 15，$\overline{BC}=5$，求△ABC 的周長。



解

∵ $\overline{DE}$ 為 $\overline{AB}$ 的中垂線，

∴ $\overline{BE}=\overline{AE}$。

在△BCE 中，$\overline{BE}+\overline{EC}=15-5=10$

$\overline{AC}=\overline{AE}+\overline{EC}=\overline{BE}+\overline{EC}=10$

已知 $\overline{AB}=\overline{AC}$

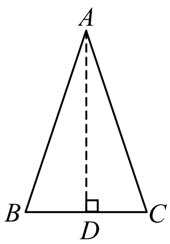
故△ABC 的周長 $=\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BC}$

$=10+10+5$

$=25$

2 類題　配合課本 P149 例題 2　中垂線的判別　配合課本 P149 隨堂練習　熟練

如圖，△ABC 中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，自 A 點作垂線交 $\overline{BC}$ 於 D 點，若 $\overline{BD}=6$，$\overline{AD}=18$，求△ABC 的面積。



解

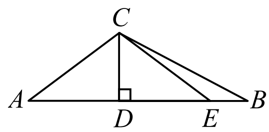
∵ $\overline{AB}=\overline{AC}$，

∴ $\overline{AD}$ 為 $\overline{BC}$ 的中垂線。

故 $\overline{BD}=\overline{DC}=6$，即 $\overline{BC}=2\times6=12$

△ABC 的面積 $=12\times18\div2=108$

如圖，△ABC 中，$\overline{CD}$ 是 $\overline{AB}$ 邊上的高，若 $\overline{AC}=\overline{CE}=15$，$\overline{AE}=24$，$\overline{BE}=5$，求 $\overline{BC}$。



解

∵ $\overline{AC}=\overline{CE}$，

∴ $\overline{CD}$ 為 $\overline{AE}$ 的中垂線。

$\overline{CD}=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{AD}^2}=\sqrt{15^2-12^2}=9$

$\overline{DB}=\overline{DE}+\overline{BE}=12+5=17$

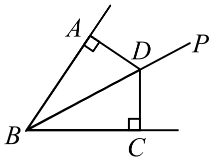
$\overline{BC}=\sqrt{\overline{CD}^2+\overline{DB}^2}=\sqrt{9^2+17^2}=\sqrt{370}$

2.角平分線

1.一角的角平分線上任一點到此角的兩邊距離相等。
2.同一平面上，若一點到某角的兩邊距離相等，則該點在此角的角平分線上。

1 類題　配合課本 P150 例題 3　角平分線的性質　配合課本 P151 隨堂練習　熟練

如圖，$\overrightarrow{BP}$ 為 $\angle ABC$ 的角平分線，D 點在 $\overrightarrow{BP}$ 上，$\overline{DA}\perp\overline{AB}$，$\overline{DC}\perp\overline{BC}$。若 $\overline{AB}=15$，$\overline{DC}=8$，求 $\overline{BD}$。



解

$\because$ $\overrightarrow{BP}$ 為 $\angle ABC$ 的角平分線，

且 $\overline{DA}\perp\overline{AB}$，$\overline{DC}\perp\overline{BC}$，

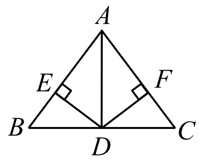
$\therefore$ $\overline{DA}=\overline{DC}=8$

$\overline{BD}=\sqrt{\overline{AD}^2+\overline{AB}^2}$

$=\sqrt{8^2+15^2}$

$=17$

如圖，$\triangle ABC$ 為等腰三角形，$\overline{AD}$ 平分 $\angle BAC$，D 為 $\overline{BC}$ 上一點，且 $\overline{DE}\perp\overline{AB}$，$\overline{DF}\perp\overline{AC}$。若 $\overline{AB}=6$，$\overline{DF}=3$，求 $\triangle ABC$ 的面積。



解

$\because$ $\overline{AD}$ 平分 $\angle BAC$，且 $\overline{DE}\perp\overline{AB}$，$\overline{DF}\perp\overline{AC}$

$\therefore$ $\overline{DE}=\overline{DF}=3$。

$\because$ $\triangle ABC$ 為等腰三角形，$\therefore$ $\overline{AB}=\overline{AC}=6$。

$\triangle ABC$ 的面積

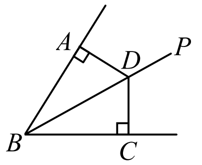
$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{DE}+\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{DF}$

$=\frac{1}{2}\times6\times3+\frac{1}{2}\times6\times3$

$=18$

2 類題　配合課本 P152 例題 4　角平分線的判別　配合課本 P152 隨堂練習　熟練

如圖，$\overline{DA}\perp\overline{AB}$，$\overline{DC}\perp\overline{BC}$，$\overline{DA}=\overline{DC}$，若 $\angle ABC=58°$，求 $\angle ADP$。



解

$\because$ $\overline{DA}\perp\overline{AB}$，$\overline{DC}\perp\overline{BC}$，且 $\overline{DA}=\overline{DC}$，

$\therefore$ $\overrightarrow{BP}$ 為 $\angle ABC$ 的角平分線。

故 $\angle ABD=\angle CBD=58°\div2=29°$

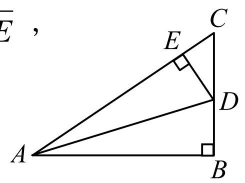
由三角形的外角定理得

$\angle ADP=\angle DBA+\angle DAB$

$=29°+90°$

$=119°$

如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{DB}=\overline{DE}$，$\angle B=\angle AED=90°$，$\angle C=56°$，求 $\angle ADB$。



解

$\because$ $\angle B=\angle AED=90°$，且 $\overline{DB}=\overline{DE}$

$\therefore$ $\overline{AD}$ 為 $\angle CAB$ 的角平分線。

故 $\angle DAB=\angle DAE$

$\angle CAB=180°-90°-56°=34°$

$\angle DAB=34°\div2=17°$

$\angle ADB=180°-90°-17°=73°$

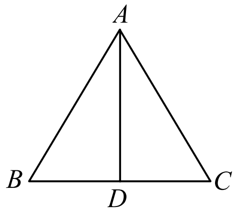
3. 特殊三角形的邊長與面積

1. 等腰三角形的性質：
   (1)等腰三角形的兩個底角相等。
   (2)等腰三角形底邊上的高平分底邊。
   (3)等腰三角形頂角的角平分線垂直平分底邊。
2. 正三角形的高與面積：

   若正三角形的邊長為 a，則高為 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$，面積為 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$。

1 類題　配合課本 P153 例題 5　等腰三角形的性質　配合課本 P154 隨堂練習　熟練

如圖，$\triangle ABC$ 為等腰三角形，$\overline{AB}=\overline{AC}$。$\overline{AD}$ 是 $\angle A$ 的角平分線，交 $\overline{BC}$ 於 D 點，$\overline{BD}=6$，$\triangle ABC$ 的面積為 60，求 $\overline{AD}$。



解

$\because \triangle ABC$ 為等腰三角形，

$\therefore \overline{AD}$ 垂直平分 $\overline{BC}$。

故 $\angle ADB=\angle ADC=180°\div 2=90°$，

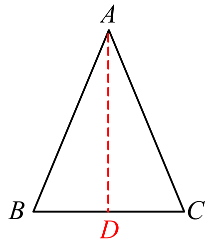
$\overline{BC}=2\overline{BD}=12$

$\triangle ABC$ 的面積 $=12\times\overline{AD}\times\frac{1}{2}$

$60=6\overline{AD}$

$\overline{AD}=10$

如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{BC}=10$，$\overline{AB}=\overline{AC}=13$，求 $\triangle ABC$ 的面積。



解

作垂線 $\overline{AD}$

$\because \triangle ABC$ 為等腰三角形

$\therefore \overline{AD}$ 垂直平分 $\overline{BC}$，$\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=5$

$\overline{AD}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BD}^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12$

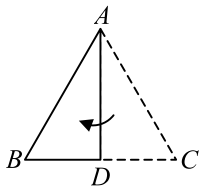
$\triangle ABC$ 的面積 $=\overline{BC}\times\overline{AD}\times\frac{1}{2}$

$=10\times 12\times\frac{1}{2}$

$=60$

2 類題　配合課本 P155 例題 7　正三角形的高與面積　配合課本 P156 隨堂練習　熟練

如圖，$\triangle ABC$ 為正三角形，其邊長為 6，以 $\overline{BC}$ 邊上的高 $\overline{AD}$ 為對稱軸，使 $\overline{AC}$ 邊與 $\overline{AB}$ 邊疊合，求 $\overline{AD}$ 長。



解

$\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6$

$=3\sqrt{3}$

已知 $\triangle ABC$ 為正三角形，$\overline{AB}=6$，求 $\triangle ABC$ 的面積。

解

$\triangle ABC$ 的面積 $=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2$

$=9\sqrt{3}$

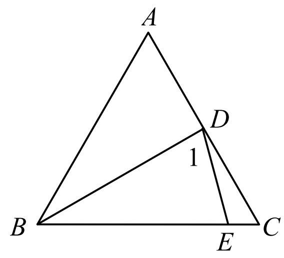
3-4 自我磨練

配合課本 P158～159 自我評量

1. (C) 下列敘述何者錯誤？
   (A)角平分線上任一點到此角兩邊的距離相等
   (B)一線段的垂直平分線上任一點到此線段兩端點的距離相等
   (C)若一點到某線段上任兩點的距離相等，則此點在該線段的垂直平分線上
   (D)若一點到某角兩邊的距離相等，則此點在該角的角平分線上

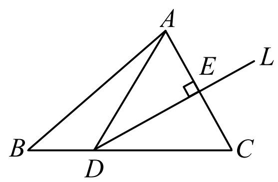
2. 有一個正三角形的周長為 48，求此正三角形的面積。
   正三角形的周長為 48，則邊長為 $48\div3=16$
   正三角形的面積$=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times16^2=64\sqrt{3}$

3. 如圖，已知$\triangle ABC$為正三角形，D為$\overline{AC}$上的中點，且$\overline{BD}=\overline{BE}$，則$\angle1=$？



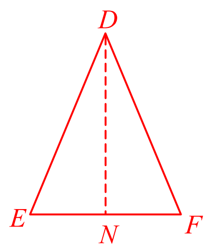
   $\because D$為$\overline{AC}$的中點且$\overline{BA}=\overline{BC}$，
   $\therefore\overline{BD}$為$\overline{AC}$的中垂線且平分$\angle ABC$
   故$\angle DBE=60°\div2=30°$
   在$\triangle BDE$中，
   $\because\overline{BD}=\overline{BE}$，$\therefore\angle1=\dfrac{1}{2}\times(180°-30°)=75°$

4. 如圖，直線 L 為$\overline{AC}$的中垂線，若$\triangle ABC$的周長為 46，$\triangle ABD$的周長為 34，求$\overline{AC}$的長。



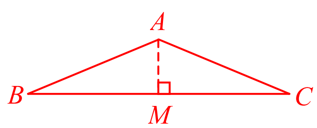
   $\because L$為$\overline{AC}$的中垂線，$\therefore\overline{AD}=\overline{CD}$
   $\triangle ABC$的周長$-\triangle ABD$的周長
   $=(\overline{AB}+\overline{BD}+\overline{DC}+\overline{AC})-(\overline{AB}+\overline{BD}+\overline{AD})=\overline{AC}$
   故$\overline{AC}=46-34=12$

5. 等腰三角形 DEF 中，$\overline{DE}=\overline{DF}=26$，底邊上的高$\overline{DN}=24$，則$\triangle DEF$的面積為何？
   如圖，直角三角形 DEN 中



   $\overline{EN}=\sqrt{\overline{DE}^2-\overline{DN}^2}=\sqrt{26^2-24^2}=10$
   $\overline{EF}=2\times10=20$
   故$\triangle DEF$的面積$=\dfrac{1}{2}\times20\times24=240$

6. 等腰三角形 ABC 中，$\overline{AB}=\overline{AC}=13$，$\overline{BC}=24$，則$\triangle ABC$的面積為何？
   如圖，直角三角形 ABM 中
   $\overline{BM}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=12$，$\overline{AM}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BM}^2}=\sqrt{13^2-12^2}=5$



   故$\triangle ABC$的面積$=\dfrac{1}{2}\times5\times24=60$

3-5 三角形的邊角關係

1. 三角形三邊長的關係

兩邊長的差＜第三邊的長＜兩邊長的和。

1 類題 配合課本 P162 例題 1　三線段形成三角形的判別　配合課本 P162 隨堂練習　**熟練**

下列各組數中，哪幾組可以作為三角形的三邊長？<u>(B)(D)</u>

(A) 7、4、11　(B) 5、8、11

(C) 6、1、8　(D) $4a$、$5a$、$6a$（$a>0$）

解

(A)由於 $4<7<11$，且 $4+7=11$，
所以 7、4、11 不可以作為三角形的三邊長。

(B)由於 $5<8<11$，且 $5+8>11$，
所以 5、8、11 可以作為三角形的三邊長。

(C)由於 $1<6<8$，且 $1+6<8$，
所以 6、1、8 不可以作為三角形的三邊長。

(D)由於 $4a<5a<6a$，且 $4a+5a>6a$，
所以 $4a$、$5a$、$6a$ 可以作為三角形的三邊長。

下列各組數中，哪幾組可以作為三角形的三邊長？<u>(A)(C)</u>

(A) 9、12、15　(B) 3.5、1.5、5.5

(C) 5、4、8　(D) $8a$、$2a$、$6a$（$a>0$）

解

(A)由於 $9<12<15$，且 $9+12>15$，
所以 9、12、15 可以作為三角形的三邊長。

(B)由於 $1.5<3.5<5.5$，且 $1.5+3.5<5.5$，
所以 3.5、1.5、5.5 不可以作為三角形的三邊長。

(C)由於 $4<5<8$，且 $4+5>8$，
所以 5、4、8 可以作為三角形的三邊長。

(D)由於 $2a<6a<8a$，且 $2a+6a=8a$，
所以 $8a$、$2a$、$6a$ 不可以作為三角形的三邊長。

2 類題 配合課本 P163 例題 2　三角形兩邊之和大於第三邊的應用　配合課本 P163 隨堂練習　**熟練**

已知三角形的三邊長分別是 6 公分、10 公分、a 公分。若 a 是整數，則滿足此條件的 a 共有多少個？

解

若 10 是最長邊，則 $a+6>10$，即 $a>4$…①
若 a 是最長邊，則 $6+10>a$，即 $a<16$…②
由①式及②式得 $4<a<16$
因為 a 是整數，
所以 a 可以是 5、6、7、……、15
故滿足條件的 a 有 11 個。

兩條線段的長度分別為 9 公分、4 公分，下列哪些長度的線段可以和這兩條線段圍成一個三角形？

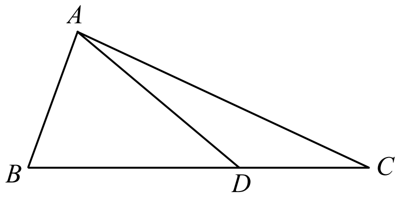
5.2 公分、10 公分、$9\frac{1}{2}$ 公分、13 公分

解

設第三邊的長為 a 公分，
由兩邊長的差＜第三邊的長＜兩邊長的和
得 $9-4<a<9+4$，即 $5<a<13$
所以 a 可為 5.2 公分、10 公分、$9\frac{1}{2}$ 公分。

3 類題 配合課本 P164 例題 3　**路徑選擇**　配合課本 P164 隨堂練習　**熟練**

如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AD}=\overline{BD}$。利用「三角形任意兩邊之和大於第三邊」的性質，比較 $\overline{BC}$ 與 $\overline{AC}$ 的大小關係。



解

$\triangle ADC$ 中，

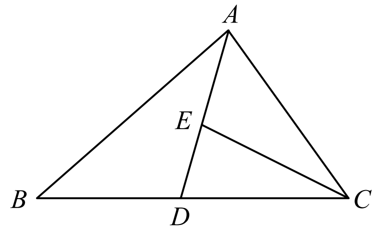
$\overline{AD}+\overline{DC}>\overline{AC}$

（三角形任意兩邊之和大於第三邊），

又 $\overline{AD}=\overline{BD}$（已知），

$\therefore \overline{BD}+\overline{DC}=\overline{BC}>\overline{AC}$。

如圖，$\triangle ABC$ 中，D 點在 $\overline{BC}$ 上，E 點在 $\overline{AD}$ 上。利用「三角形任意兩邊之和大於第三邊」的性質，完成下列說明，比較 $\overline{AB}+\overline{BC}$ 與 $\overline{AE}+\overline{CE}$ 的大小關係。



解

說明：

$\triangle ABD$ 中，$\overline{AB}+\overline{BD}$ $\underline{\quad > \quad}$ $\overline{AE}+\overline{DE}$ ⋯①

$\triangle CDE$ 中，$\overline{DE}+\overline{CD}$ $\underline{\quad > \quad}$ $\overline{CE}$ ⋯⋯⋯⋯②

由①式＋②式，

得 $\overline{AB}+\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{CD}>\overline{AE}+\overline{DE}+\overline{CE}$，

兩邊減去 $\underline{\quad \overline{DE} \quad}$，

得 $\overline{AB}+\overline{BD}+\overline{CD}>\overline{AE}+\overline{CE}$，

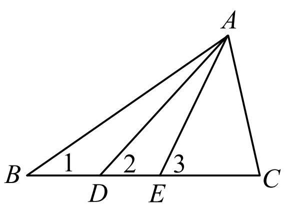
即 $\overline{AB}+$ $\underline{\quad \overline{BC} \quad}$ $>\overline{AE}+\overline{CE}$。

2. 三角形的外角與內對角的大小關係

三角形的外角大於任一內對角。

1 類題 配合課本 P165 例題 4　**外角大於任一內對角**　配合課本 P165 隨堂練習　**熟練**

如圖，$\triangle ABC$ 中，D、E 兩點在 $\overline{BC}$ 上，比較 $\angle 1$、$\angle 2$ 和 $\angle 3$ 的大小關係。



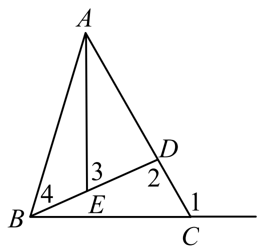
解

$\because \angle 2$ 是 $\triangle ABD$ 的外角，$\therefore \angle 2>\angle 1$，

$\because \angle 3$ 是 $\triangle ADE$ 的外角，$\therefore \angle 3>\angle 2$，

因此 $\angle 3>\angle 2>\angle 1$。

如圖，在 $\triangle ABC$ 中，D 點在 $\overline{AC}$ 上，E 點在 $\overline{BD}$ 上，比較 $\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$ 和 $\angle 4$ 的大小關係。



解

$\because \angle 3$ 是 $\triangle ABE$ 的外角，$\therefore \angle 3>\angle 4$，

$\because \angle 2$ 是 $\triangle ADE$ 的外角，$\therefore \angle 2>\angle 3$，

$\because \angle 1$ 是 $\triangle BDC$ 的外角，$\therefore \angle 1>\angle 2$，

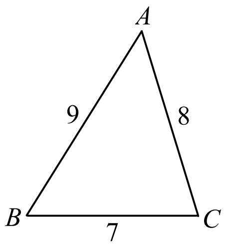
因此 $\angle 1>\angle 2>\angle 3>\angle 4$。

3.大邊對大角

在一個三角形中，若有兩邊不等長，則較長的邊所對的角比較大。

1 類題　配合課本 P167 例題 5　大邊對大角　配合課本 P167 隨堂練習　熟練

如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{AC}$ 的長度分別是 9、7、8。比較 $\angle A$、$\angle B$ 和 $\angle C$ 的大小關係。



解

在 $\triangle ABC$ 中，

$\because \overline{AB} > \overline{AC} > \overline{BC}$，

$\therefore \angle C > \angle B > \angle A$。

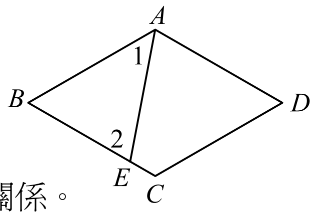
1. $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=9$，$\overline{BC}=9$，$\overline{AC}=10$，則 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 哪一個角最大？
2. $\triangle PQR$ 中，$\overline{PQ}=18$，$\overline{QR}=15$，$\overline{PR}=17$，則 $\angle P$、$\angle Q$、$\angle R$ 哪一個角最小？

解

1. $\because \overline{AC} > \overline{AB} = \overline{BC}$，
   $\therefore \angle B > \angle C = \angle A$，
   故 $\angle B$ 最大。
2. $\because \overline{PQ} > \overline{PR} > \overline{QR}$，
   $\therefore \angle R > \angle Q > \angle P$，
   故 $\angle P$ 最小。

2 類題　配合課本 P168 例題 6　大邊對大角的應用　配合課本 P168 隨堂練習　熟練

如圖，四邊形 $ABCD$ 爲菱形。利用「大邊對大角」的性質，說明 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的大小關係。



在下列的空格中，填入適當的文字或符號，完成此說明。

解

$\overline{AB} = \overline{BC}$（四邊形 $ABCD$ 爲___菱形___），

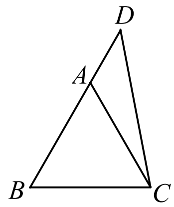
$\overline{BE}$ ___$<$___ $\overline{BC} = \overline{AB}$，

在 $\triangle ABE$ 中，

因爲 $\overline{BE}$ ___$<$___ $\overline{AB}$，

所以 $\angle 1$ ___$<$___ $\angle 2$（大邊對大角）。

如圖，$\triangle ABC$ 爲正三角形，D 在 $\overrightarrow{BA}$ 上。利用「大邊對大角」的性質，說明 $\angle BCD$ 和 $\angle B$ 的大小關係。



在下列的空格中，填入適當的文字或符號，完成此說明。

解

$\overline{AB} = \overline{AC}$（$\triangle ABC$ 爲___正三角形___），

在 $\triangle ACD$ 中，$\overline{AC} + \overline{AD}$ ___$>$___ $\overline{CD}$，

所以 $\overline{AB} + \overline{AD}$ ___$>$___ $\overline{CD}$，

即 $\overline{BD}$ ___$>$___ $\overline{CD}$

在 $\triangle BCD$ 中，

因爲 $\overline{BD}$ ___$>$___ $\overline{CD}$，

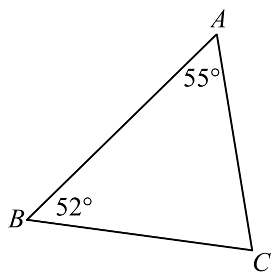
所以 $\angle BCD$ ___$>$___ $\angle B$（大邊對大角）。

4. 大角對大邊

在一個三角形中，若有兩個角不相等，則較大的角所對的邊較長。

1 類題　配合課本 P170 例題 7　大角對大邊　配合課本 P170 隨堂練習　熟練

如圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle A=55°$，$\angle B=52°$。比較 $\overline{AB}$ 、$\overline{BC}$ 、$\overline{AC}$ 三邊長的大小關係。



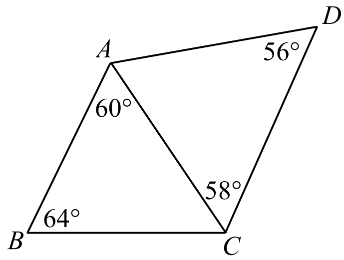
解

$\angle C=180°-55°-52°=73°$

$\because \angle C>\angle A>\angle B$

$\therefore \overline{AB}>\overline{BC}>\overline{AC}$

如圖，四邊形 $ABCD$ 中，$\angle CAB=60°$，$\angle CBA=64°$，$\angle ACD=58°$，$\angle ADC=56°$。



(1)比較 $\overline{AB}$ 、$\overline{BC}$ 、$\overline{AC}$ 的大小關係，並說明其理由。

(2)比較 $\overline{AD}$ 、$\overline{AC}$ 、$\overline{CD}$ 的大小關係，並說明其理由。

(3)綜合(1)、(2)題，寫出 $\overline{AB}$ 、$\overline{AC}$ 、$\overline{BC}$ 、$\overline{AD}$ 和 $\overline{CD}$ 的大小關係。

解

(1)在 $\triangle ABC$ 中，

$\angle ACB=180°-60°-64°=56°$

$\because \angle CBA>\angle CAB>\angle ACB$

$\therefore \overline{AC}>\overline{BC}>\overline{AB}$

(2)在 $\triangle ACD$ 中，

$\angle DAC=180°-56°-58°=66°$

$\because \angle DAC>\angle ACD>\angle ADC$

$\therefore \overline{CD}>\overline{AD}>\overline{AC}$

(3)由(1)、(2)可知，

$\overline{CD}>\overline{AD}>\overline{AC}>\overline{BC}>\overline{AB}$

即時演練

1.$\triangle ABC$ 中，$\angle A=45°$，$\angle C=68°$，則 $\triangle ABC$ 的最長邊是 $\underline{\ \overline{AB}\ }$ 。

2.$\triangle PQR$ 中，$\angle Q=118°$，$\angle R=32°$，則 $\triangle PQR$ 的最短邊是 $\underline{\ \overline{QR}\ }$ 。

3-5 自我磨練

配合課本 P172～173 自我評量

1. （ B ）下列各組數中，哪一組可以作爲三角形的三邊長？

(A) 2、3、5　　(B) 0.6、0.9、1.3

(C) 1、$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$　　(D) 15、20、36

2. （ C ）在△ABC 中，$\angle C$ 的外角＜$\angle A$ 的外角＜$\angle B$ 的外角，則下列敘述何者正確？

(A) $\angle C<\angle A<\angle B$　　(B) $\angle C<\angle B<\angle A$

(C) $\overline{AC}<\overline{BC}<\overline{AB}$　　(D) $\overline{BC}<\overline{AC}<\overline{AB}$

3. (1)△ABC 中，$\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=6$，$\overline{CA}=2\sqrt{3}$，則 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 哪一個角最小？

(2)△ABC 中，$\angle A=60°$，$\angle B=40°$，則 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{AC}$ 哪一個邊最長？

(1)$\because \overline{BC}>\overline{CA}>\overline{AB}$，$\therefore \angle A>\angle B>\angle C$，故 $\angle C$ 最小。

(2)$\angle C=180°-60°-40°=80°$

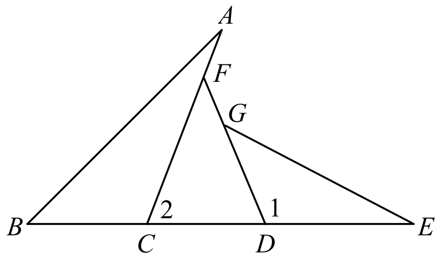
$\because \angle C>\angle A>\angle B$，$\therefore \overline{AB}>\overline{BC}>\overline{CA}$，故 $\overline{AB}$ 最長。

4. 如圖，有一個△ABC，已知 C、D 兩點在 $\overline{BE}$ 上，F 點在 $\overline{AC}$ 上，G 點在 $\overline{FD}$ 上。

(1)比較 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的大小關係，並說明其理由。

(2)比較 $\angle 2$ 和 $\angle B$ 的大小關係，並說明其理由。

(3)由(1)、(2)，比較 $\angle 1$ 和 $\angle B$ 的大小關係。



(1)$\because \angle 1$ 是△FCD 的外角，$\therefore \angle 1>\angle 2$。

(2)$\because \angle 2$ 是△ABC 的外角，$\therefore \angle 2>\angle B$。

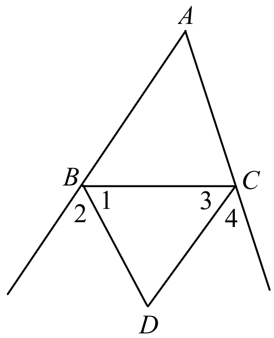
(3)$\angle 1>\angle B$。

5. 如圖，$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$，$\overline{AB}>\overline{AC}$。

(1)比較 $\angle ACB$ 和 $\angle ABC$ 的大小關係，並說明其理由。

(2)比較 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 的大小關係，並說明其理由。

(3)承(2)，比較 $\overline{CD}$ 和 $\overline{BD}$ 的大小關係。



(1)在△ABC 中，

$\because \overline{AB}>\overline{AC}$，

$\therefore \angle ACB>\angle ABC$（大邊對大角）。

(2)$\because 180°-\angle ACB<180°-\angle ABC$

$\angle 3+\angle 4<\angle 1+\angle 2$

$2\angle 3<2\angle 1$（$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$）

$\therefore \angle 3<\angle 1$。

(3)在△BCD 中，

$\because \angle 1>\angle 3$，

$\therefore \overline{CD}>\overline{BD}$（大角對大邊）。

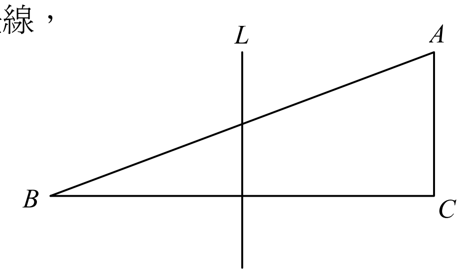
4-1 平行線與截角性質

1. 平行線的意義

1. 若平面上的兩條直線同時與另一條直線垂直，則這兩條直線互相平行，稱這兩條直線為平行線。
2. 平行線的性質：
   (1)平面上兩條平行線的距離處處相等。
   (2)平面上兩條平行線永不相交。

即時演練

如圖，直角三角形 ABC 中，$\angle C=90°$，L 為 $\overline{BC}$ 的中垂線，則 L 與 $\overline{AC}$ 是否為平行線？



解

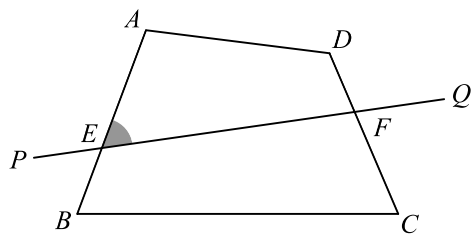
是，因為 $L \perp \overline{BC}$，$\overline{AC} \perp \overline{BC}$，
由平行線的定義可知 $L \,//\, \overline{AC}$。

2. 截線與截角

平行線的截角性質：
兩條平行線被一條直線所截時，則：
(1)同位角相等。
(2)內錯角相等。
(3)同側內角互補。

即時演練

如圖，四邊形 $ABCD$ 的兩邊 $\overline{AB}$、$\overline{CD}$ 被 $\overline{PQ}$ 所截，分別交於 E、F 兩點。
(1) $\angle AEF$ 的同位角是哪一個角？
(2) $\angle AEF$ 的內錯角是哪一個角？
(3) $\angle AEF$ 的同側內角是哪一個角？

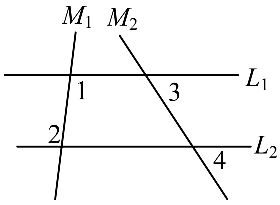


解

(1) $\angle DFQ$、$\angle ABC$
(2) $\angle EFC$
(3) $\angle DFE$、$\angle DAE$

1 類題	配合課本 P186 例題 1	平行線的截角性質	配合課本 P186 隨堂練習	熟練

如圖，$L_1//L_2$，M_1、M_2 為 L_1、L_2 的截線，若 $\angle 1=(4x-2)°$，$\angle 2=(2x+48)°$，$\angle 4=(3x-28)°$，求 $\angle 3$。



解

$\because \angle 1=\angle 2$（內錯角相等）

$\therefore 4x-2=2x+48$

$2x=50$，$x=25$

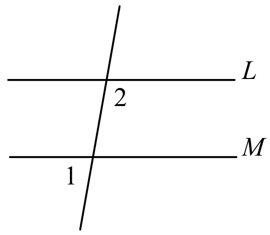
$\because \angle 3=\angle 4$（同位角相等）

$\therefore \angle 3=(3x-28)°$

$=(3\times 25-28)°$

$=47°$

如圖，$L // M$，若 $\angle 1=(5x+20)°$，且 $5\angle 1=4\angle 2$，則 $x=$？



解

$\because L // M$

$\therefore \angle 1$ 的對頂角$+\angle 2=180°$（同側內角互補）

即 $\angle 1+\angle 2=180°$

又 $\angle 1=(5x+20)°$，

$\angle 2=180°-(5x+20)°=(160-5x)°$

$5\angle 1=4\angle 2$，

$5(5x+20)°=4(160-5x)°$

$25x+100=640-20x$

$45x=540$

$x=12$

3.平行線的判別

平行線的判別：

兩條直線被一條直線所截，如果符合下列任一性質，則這兩條直線平行。

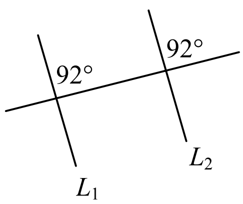
(1)同位角相等。

(2)內錯角相等。

(3)同側內角互補。

1 類題	配合課本 P187 例題 2	判別平行線	配合課本 P188 隨堂練習	熟練

判別下圖中的直線 L_1、L_2 是否平行？並說明理由。

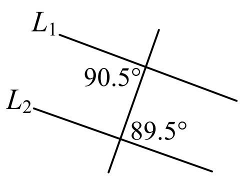


解

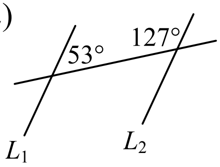
是，同位角相等。

判別下列各小題中的直線 L_1、L_2 是否平行？並說明理由。

(1)



(2)



解

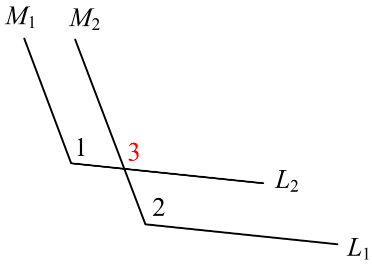
(1)否，內錯角不相等。

(2)是，同側內角互補。

4.平行線性質的應用

1 類題 | 配合課本 P190 例題 3 | 截角性質的應用 | 配合課本 P190 隨堂練習 | 熟練

如圖，$L_1//L_2$，$M_1//M_2$，$\angle 1=119°$，求$\angle 2$。



解

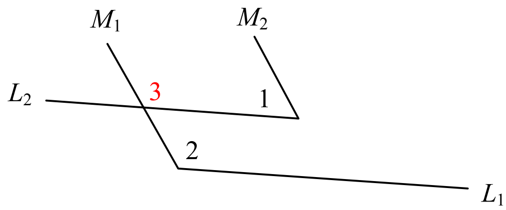
$\because M_1//M_2$，

$\therefore \angle 3=\angle 1=119°$（同位角相等）

又 $L_1//L_2$，

$\therefore \angle 2=\angle 3=119°$（同位角相等）

如圖，$L_1//L_2$，$M_1//M_2$，$\angle 1=58°$，求$\angle 2$。



解

$\because M_1//M_2$，

$\angle 1+\angle 3=180°$（同側內角互補）

$58°+\angle 3=180°$

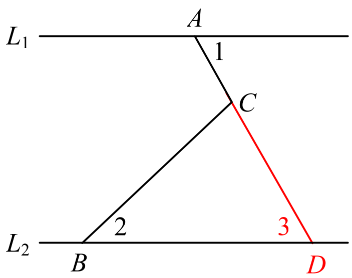
$\angle 3=180°-58°=122°$

又 $L_1//L_2$，

$\therefore \angle 2=\angle 3=122°$（同位角相等）

2 類題 | 配合課本 P191 例題 4 | 截角性質的應用 | 配合課本 P191 隨堂練習 | 熟練

如圖，$L_1//L_2$，A 點在 L_1 上，B 點在 L_2 上，已知$\angle 1=64°$，$\angle 2=49°$，求$\angle ACB$。



解

作 $\overline{AC}$ 的延長線交 L_2 於 D 點，

$\because L_1//L_2$，

$\therefore \angle 3=\angle 1$（內錯角相等）

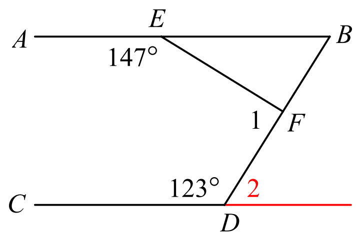
$\because \angle ACB$ 為$\triangle BCD$ 的外角，

$\therefore \angle ACB=\angle 2+\angle 3=\angle 2+\angle 1$

$=49°+64°$

$=113°$

如圖，$\overline{AB}//\overline{CD}$，$E$、$F$ 兩點分別在 $\overline{AB}$ 與 $\overline{BD}$ 上，求$\angle 1$。



解

$\angle BEF=180°-147°=33°$

$\angle 2=180°-123°=57°$

$\because \overline{AB}//\overline{CD}$，$\therefore \angle B=\angle 2=57°$

又$\angle 1$ 為$\triangle BEF$ 的外角，

$\angle 1=\angle BEF+\angle B$

$=33°+57°$

$=90°$

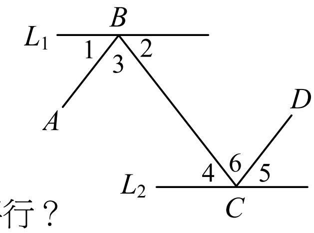
3 類題　配合課本 P192 例題 5　截角與平行的應用　配合課本 P192 隨堂練習　熟練

如圖，$L_1//L_2$，已知$\angle 1=\angle 2$，$\angle 4=\angle 5$。

(1)求$\angle 1$與$\angle 5$是否相等？

(2)求$\angle 3$與$\angle 6$是否相等？

(3) $\overline{AB}$與$\overline{CD}$是否平行？



解

(1)$\because L_1//L_2$，

$\therefore\angle 2=\angle 4$（內錯角相等）

又$\angle 1=\angle 2$，$\angle 4=\angle 5$，

$\therefore\angle 1=\angle 2=\angle 4=\angle 5$

(2)$\angle 1+\angle 2+\angle 3=180°$，

且$\angle 4+\angle 5+\angle 6=180°$

$\therefore\angle 1+\angle 2+\angle 3=\angle 4+\angle 5+\angle 6$，

又$\angle 1=\angle 2=\angle 4=\angle 5$

$\therefore\angle 3=\angle 6$

(3)$\because\angle 3=\angle 6$（內錯角相等），

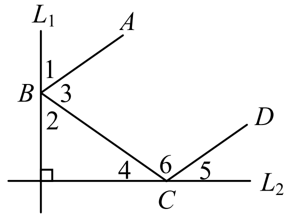
$\therefore\overline{AB}//\overline{CD}$

如圖，$L_1\perp L_2$，已知$\angle 1=\angle 2$，$\angle 4=\angle 5$。

(1)求$\angle 1+\angle 5$。

(2)求$\angle 3+\angle 6$。

(3) $\overline{AB}$與$\overline{CD}$是否平行？



解

(1)$\angle 2+\angle 4+90°=180°$，$\angle 2+\angle 4=90°$

$\because\angle 1=\angle 2$，$\angle 4=\angle 5$

$\therefore\angle 2+\angle 4=\angle 1+\angle 5=90°$

(2)$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6=360°$

$(\angle 1+\angle 5)+(\angle 2+\angle 4)+(\angle 3+\angle 6)$

$=90°+90°+(\angle 3+\angle 6)=360°$

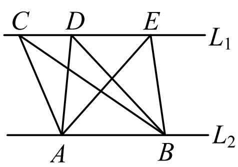
$\angle 3+\angle 6=180°$

(3)$\because\angle 3+\angle 6=180°$（同側內角互補）

$\therefore\overline{AB}//\overline{CD}$

4 類題　配合課本 P193 例題 6　平行線距離的應用　配合課本 P193 隨堂練習　熟練

如圖，$L_1//L_2$，A、B兩點在L_2上，C、D、E三點在L_1上，若$\triangle ABC$的面積是 19，求$\triangle ABD$的面積與$\triangle ABE$的面積和。



解

$\triangle ABC$的面積$=\triangle ABD$的面積

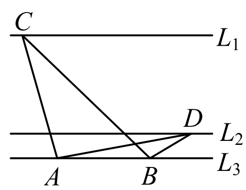
$=\triangle ABE$的面積

$=19$

$\triangle ABD$的面積$+\triangle ABE$的面積$=19+19$

$=38$

如圖，$L_1//L_2//L_3$，A、B兩點在L_3上，C、D兩點分別在L_1、L_2上，已知L_1、L_3的距離是L_2、L_3距離的 5 倍，若$\triangle ABC$的面積爲 100，求$\triangle ABD$的面積。



解

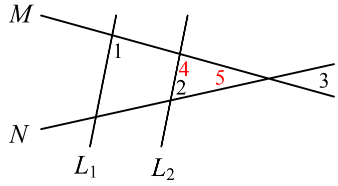
L_1、L_3的距離是L_2、L_3距離的 5 倍，

$\triangle ABD$的面積$=100\times\dfrac{1}{5}=20$

4-1 自我磨練

配合課本 P195～196 自我評量

1. 如圖，$L_1 // L_2$，M 及 N 都是 L_1、L_2 的截線，$\angle 1 = 85°$，$\angle 2 = 65°$，求 $\angle 3$。



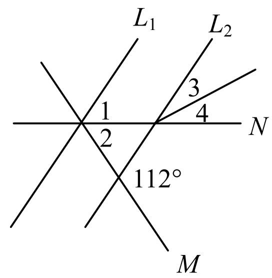
$\because L_1 // L_2$，$\therefore \angle 4 = \angle 1 = 85°$（同位角相等）

$\angle 2 + \angle 4 + \angle 5 = 180°$

$65° + 85° + \angle 5 = 180°$，$\angle 5 = 30°$

$\angle 3 = \angle 5 = 30°$（對頂角相等）

2. 如圖，$L_1 // L_2$，M 及 N 都是 L_1、L_2 的截線，且交點在 L_1 上，$\angle 1 = \angle 2$，$\angle 3 = \angle 4$，求 $\angle 4$。



設 $\angle 3 = \angle 4 = x°$

$\because L_1 // L_2$，$\therefore \angle 1 = \angle 3 + \angle 4 = 2x°$（同位角相等）

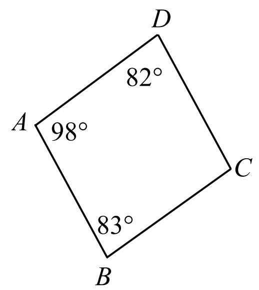
$\because L_1 // L_2$，$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 112°$（同位角相等）

$4x° = 112°$，$x = 28$，$\angle 4 = x° = 28°$

3. 右圖四邊形 $ABCD$ 中：

(1) $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 是否平行？為什麼？

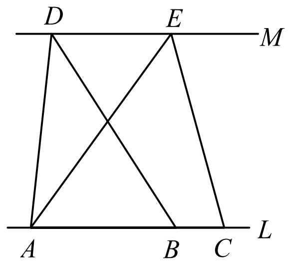
(2) $\overline{AD}$ 與 $\overline{BC}$ 是否平行？為什麼？



(1)是。$\angle BAD + \angle ADC = 98° + 82° = 180°$（同側內角互補）

(2)否。$\angle DAB + \angle ABC = 98° + 83° \neq 180°$（同側內角不互補）

4. 如圖，$L // M$，$\overline{AB} = 6$，$\overline{BC} = 2$，若 $\triangle ABD$ 的面積是 24，則 $\triangle ACE$ 的面積為多少？



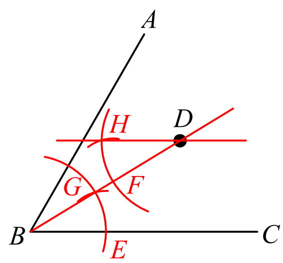
$\triangle ABD$ 中，$\overline{AB}$ 的高 $= 24 \div 6 \times 2 = 8$

$\because L // M$，$\therefore \triangle ACE$ 中，$\overline{AC}$ 邊上的高為 8

故 $\triangle ACE$ 的面積 $= (6 + 2) \times 8 \times \dfrac{1}{2} = 32$

5. 如圖，已知 D 點為 $\angle ABC$ 內部一點，求作一直線通過 D 點且平行 $\overline{BC}$。

$\overleftrightarrow{HD}$ 即為所求。



4-2 平行四邊形

1. 平行四邊形的性質

任意平行四邊形具有下列性質：

(1)任一條對角線均可將它分成兩個全等的三角形。

(2)兩組對邊分別等長。

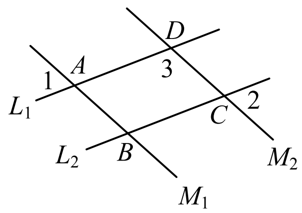
(3)兩組對角分別相等。

(4)兩條對角線互相平分。

(5)兩條對角線將其面積四等分。

1類題 配合課本 P199 隨堂練習 **平行四邊形的基本性質** 配合課本 P200 隨堂練習 **熟練**

如圖，$L_1 // L_2$，$M_1 // M_2$，四條直線互相交於 A、B、C、D 四點，已知 $\angle 1 = 63°$，則：



(1)四邊形 $ABCD$ 是哪一種四邊形？

(2)求 $\angle 2$、$\angle 3$。

解

(1) $\because L_1 // L_2$，$M_1 // M_2$，

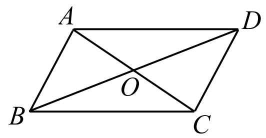
$\therefore$ 四邊形 $ABCD$ 爲平行四邊形（兩組對邊平行）

(2) $\angle 1 = \angle DAB = \angle BCD = \angle 2 = 63°$

$\angle 3 + \angle DAB = \angle 3 + \angle 1 = 180°$

$\angle 3 = 117°$

如圖，$\square ABCD$ 中，對角線 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 相交於 O 點，$\overline{AC} = 8$，$\overline{BC} = 9$，$\overline{BD} = 12$，$\overline{CD} = 5$，求 $\triangle ABO$ 的周長。



解

$\because$ 平行四邊形的對角線互相平分且對邊分別等長

$\therefore \overline{AO} = \overline{CO} = 8 \div 2 = 4$

$\overline{BO} = \overline{DO} = 12 \div 2 = 6$

$\overline{AB} = \overline{CD} = 5$

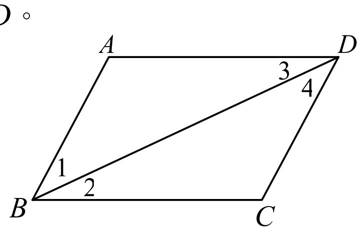
$\triangle ABO$ 的周長 $= \overline{AO} + \overline{BO} + \overline{AB}$

$= 4 + 6 + 5$

$= 15$

即時演練

如圖，$\square ABCD$ 中，$\overline{AB} // \overline{CD}$，$\overline{AD} // \overline{BC}$。連接對角線 $\overline{BD}$，在下面的空格內，填入適當的文字或符號，說明 $\overline{AB} = \overline{CD}$，$\overline{AD} = \overline{BC}$，$\angle A = \angle C$，$\angle B = \angle D$。



說明：在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CDB$ 中，

$\because \overline{AB} // \overline{CD}$，$\therefore \angle 1 =$ ___$\angle 4$___（內錯角相等）。

$\because \overline{AD} // \overline{BC}$，$\therefore$ ___$\angle 3$___ $= \angle 2$（內錯角相等）。

又 $\overline{BD} = \overline{BD}$（公用邊），

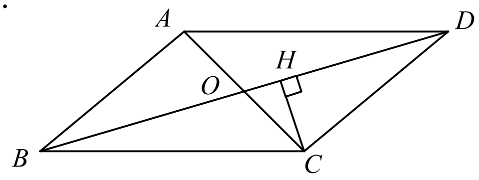
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDB$（___ASA___全等性質）。

故 $\overline{AB} = \overline{CD}$，$\overline{AD} = \overline{BC}$（對應邊等長），$\angle A = \angle C$（對應角相等），

$\angle B = \angle D$（因爲 $\angle 1 + \angle 2 =$ ___$\angle 4$___ $+$ ___$\angle 3$___）。

2類題 配合課本 P201 例題 1　**平行四邊形的對角線與面積**　配合課本 P201 隨堂練習　**熟練**

如圖，▱$ABCD$ 中，O 為兩條對角線交點，$\overline{CH} \perp \overline{BD}$於 H 點，且△BOC 的面積為 12，求：



(1)△COD 的面積。
(2)▱$ABCD$ 的面積。

解

(1)∵△BOC 的面積$=\frac{1}{2}\times\overline{BO}\times\overline{CH}$，

△COD 的面積$=\frac{1}{2}\times\overline{DO}\times\overline{CH}$

又 $\overline{BO}=\overline{DO}$（平行四邊形對角線互相平分）

∴△COD 的面積＝△BOC 的面積＝12

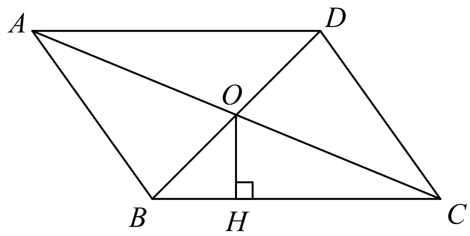
(2)▱$ABCD$ 的面積

＝2×△BCD 的面積

＝2×（△BOC 的面積＋△COD 的面積）

＝48

如圖，▱$ABCD$ 中，O 為兩條對角線交點，$\overline{OH} \perp \overline{BC}$於 H 點，$\overline{AD}=10$，且▱$ABCD$ 的面積為 60，求$\overline{OH}$ 的長。



解

△ABC 的面積$=\frac{1}{2}\times$▱$ABCD$ 的面積＝30

△BOC 的面積$=\frac{1}{2}\times$△ABC 的面積＝15

△BOC 的面積$=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{OH}$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{OH}=15$

$\frac{1}{2}\times 10\times\overline{OH}=15$，$\overline{OH}=3$

2. 平行四邊形的判別

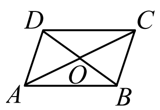
符合下列性質之一的四邊形為平行四邊形：

(1)兩組對邊分別平行。　(2)兩組對邊分別等長。
(3)兩組對角分別相等。　(4)兩條對角線互相平分。
(5)一組對邊平行且等長。

即時演練

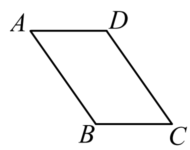
找出判別下列各四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形的方法：

(1) $\overline{AO}=4$，$\overline{AC}=8$
$\overline{BD}=6$，$\overline{BO}=3$



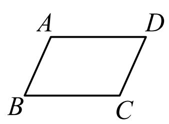
解 兩條對角線互相平分

(2) $\angle A=55°$，$\angle C=55°$
$\angle B=\angle D$



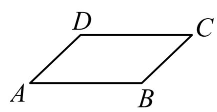
解 兩組對角分別相等

(3) $\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{BC}+\overline{CD}$
$=\overline{CD}+\overline{AD}$



解 兩組對邊分別等長

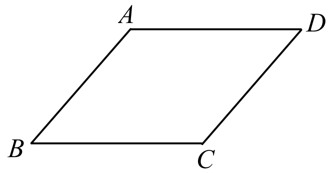
(4) $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$
$\overline{AD}+\overline{CD}=\overline{CD}+\overline{BC}$



解 一組對邊平行且等長

1 類題　配合課本 P202 隨堂練習　平行四邊形的判別（對邊等長）　配合課本 P202 隨堂練習　熟練

如圖，四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=16$，$\overline{BC}=18$，$\overline{CD}=16$，$\overline{AD}=18$，說明四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形。



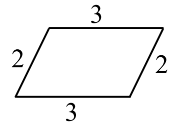
解

$\because \overline{AB}=\overline{CD}=16$，$\overline{AD}=\overline{BC}=18$

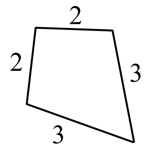
$\therefore$ 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形（對邊等長）

判別下列圖形何者為平行四邊形？

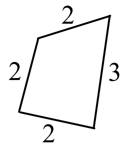
(A)



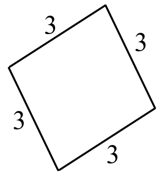
(B)



(C)



(D)

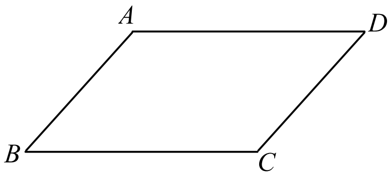


解

由平行四邊形對邊等長可知，(A)、(D)為平行四邊形。

2 類題　配合課本 P203 隨堂練習　平行四邊形的判別（對角相等）　配合課本 P203 隨堂練習　熟練

如圖，四邊形 $ABCD$ 中，$\angle A=132°$，$\angle B=48°$，$\angle C=132°$，說明四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形。



解

$\angle D=360°-\angle A-\angle B-\angle C$

$=360°-132°-48°-132°$

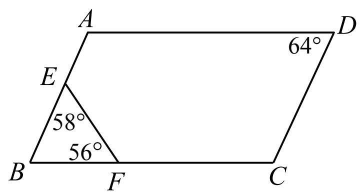
$=48°$

$\because \angle A=\angle C=132°$，$\angle B=\angle D=48°$

$\therefore$ 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形

（兩組對角相等）

如圖，四邊形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle C$，$\angle BEF=58°$，$\angle BFE=56°$，$\angle D=64°$。



判別四邊形 $ABCD$ 是否為平行四邊形，並說明其理由。

解

$\angle B=180°-56°-58°=66°$

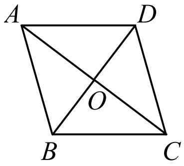
$\because \angle A=\angle C$，$\angle B\neq\angle D$

$\therefore$ 四邊形 $ABCD$ 不是平行四邊形

（有一組對角不相等）

3 類題　配合課本 P204 例題 2　平行四邊形的判別（對角線互相平分）　配合課本 P204 隨堂練習　熟練

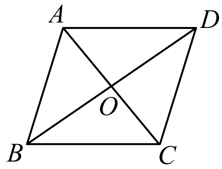
如圖，四邊形 $ABCD$ 中，
O 為兩條對角線的交點，
且 $\overline{OA}=\overline{OC}=16$，
$\overline{OB}=\overline{OD}=12$，
說明四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形。



解

$\because \overline{OA}=\overline{OC}=16$，
$\overline{OB}=\overline{OD}=12$
$\therefore$ 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形
（對角線互相平分）

如圖，四邊形 $ABCD$ 中，
$\triangle AOB$ 的面積 $=24$，
$\triangle BOC$ 的面積 $=24$，
$\triangle COD$ 的面積 $=24$。
判別四邊形 $ABCD$ 是否為平行四邊形，
並說明其理由。

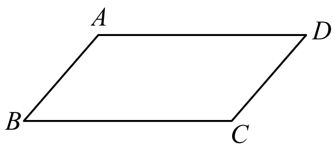


解

①$\because \triangle AOB$ 的面積 $=\triangle BOC$ 的面積 $=24$
且 $\triangle AOB$ 與 $\triangle BOC$ 有相同的高
$\therefore \overline{AO}=\overline{OC}$
②$\because \triangle BOC$ 的面積 $=\triangle COD$ 的面積 $=24$
且 $\triangle BOC$ 與 $\triangle COD$ 有相同的高
$\therefore \overline{BO}=\overline{DO}$
由①、②可得，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形
（對角線互相平分）

4 類題　配合課本 P205 例題 3　平行四邊形的判別（一組對邊平行且等長）　配合課本 P205 隨堂練習　熟練

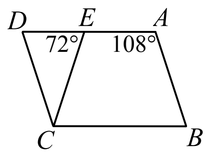
如圖，四邊形 $ABCD$ 中，
$\overline{AB}\,//\,\overline{CD}$，且 $\overline{AB}=12$，$\overline{CD}=12$。
說明四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形。



解

$\because \overline{AB}\,//\,\overline{CD}$，$\overline{AB}=\overline{CD}=12$
$\therefore$ 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形
（一組對邊平行且等長）

如圖，四邊形 $ABCD$ 中，
$\overline{AB}\,//\,\overline{CD}$，且 $\overline{AB}=\overline{CE}$，
$\angle A=108^\circ$，$\angle DEC=72^\circ$。
判別四邊形 $ABCD$ 是否為平行四邊形，
並說明其理由。



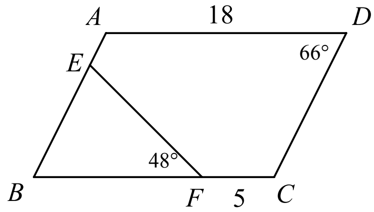
解

$\because \overline{AB}\,//\,\overline{CD}$，
$\therefore \angle A+\angle D=180^\circ$
$\angle D=180^\circ-\angle A=180^\circ-108^\circ=72^\circ$
$\angle CDE=\angle CED=72^\circ$，故 $\overline{CE}=\overline{CD}$
又 $\overline{AB}=\overline{CE}$，$\therefore \overline{AB}=\overline{CD}$
$\because \overline{AB}\,//\,\overline{CD}$ 且 $\overline{AB}=\overline{CD}$
$\therefore$ 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形
（一組對邊平行且等長）

4-2 自我磨練

配合課本 P209～210 自我評量

1. 如圖，▱$ABCD$ 中，E、F 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、$\overline{BC}$ 上，且 $\angle D=66°$，$\angle EFB=48°$，$\overline{FC}=5$，$\overline{AD}=18$，求：



(1) $\angle BEF$。

(2) $\overline{EF}$ 的長。

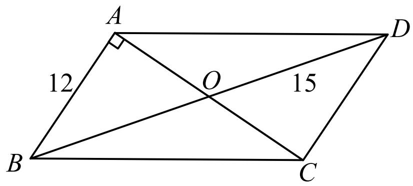
(1) $\angle B=\angle D=66°$

$\angle BEF=180°-66°-48°=66°$

(2) $\triangle BEF$ 中，$\because \angle FBE=\angle FEB=66°$，$\therefore \overline{BF}=\overline{EF}$

$\overline{EF}=\overline{BF}=\overline{BC}-\overline{FC}=\overline{AD}-\overline{FC}=18-5=13$

2. 如圖，▱$ABCD$ 中，$\overline{AB}\perp\overline{AC}$，$\overline{OD}=15$，$\overline{AB}=12$，求：



(1) $\triangle OAB$ 的面積。

(2) ▱$ABCD$ 的面積。

(1) $\overline{BO}=\overline{OD}=15$

$\overline{AO}=\sqrt{\overline{BO}^2-\overline{AB}^2}=\sqrt{15^2-12^2}=9$

$\triangle OAB$ 的面積$=\frac{1}{2}\times12\times9=54$

(2) ▱$ABCD$ 的面積$=2\times\triangle ABC$ 的面積$=2\times$（$2\times\triangle OAB$ 的面積）

$=4\times\triangle OAB$ 的面積$=216$

3. ▱$ABCD$ 中，$3\overline{AB}=4\overline{BC}$，且 $\overline{AB}$ 和 $\overline{BC}$ 的差為 5 公分，求▱$ABCD$ 的周長。

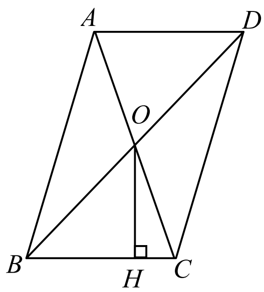
設 $\overline{AB}=4x$，$\overline{BC}=3x$，$x\neq0$

$\overline{AB}-\overline{BC}=4x-3x=5$，$x=5$

$\overline{AB}=4x=20$，$\overline{BC}=3x=15$

▱$ABCD$ 的周長$=2\times(\overline{AB}+\overline{BC})=70$（公分）

4. 如圖，▱$ABCD$ 中，O 為兩對角線交點，$\overline{OH}\perp\overline{BC}$ 於 H 點，$\overline{AD}=8$，且▱$ABCD$ 的面積為 96，求 $\overline{OH}$ 的長。



$\because$ 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形

$\therefore \triangle AOB$ 面積$=\triangle BOC$ 面積$=\triangle COD$ 面積$=\triangle AOD$ 面積，

$\triangle BOC$ 的面積$=\frac{1}{4}\times$▱$ABCD$ 的面積$=24$

又 $\overline{AD}=\overline{BC}=8$

$\triangle BOC$ 的面積$=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{OH}=24$

$\frac{1}{2}\times8\times\overline{OH}=24$，$\overline{OH}=6$

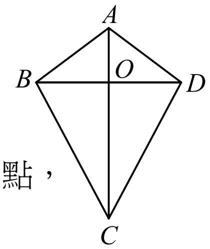
4-3 特殊四邊形

1. 特殊四邊形

1. 一條對角線垂直平分另一條對角線的四邊形是箏形。
2. 兩條對角線互相垂直平分的四邊形為菱形。
3. 兩條對角線等長且互相平分的四邊形為長方形。
4. 兩條對角線等長且互相垂直平分的四邊形為正方形。

1 類題　配合課本 P212 例題 1　箏形的判別　配合課本 P212 隨堂練習　熟練

如圖，箏形 $ABCD$ 中，
$\overline{AB}=\overline{AD}=20$，$\overline{CB}=\overline{CD}$，
$\overline{BD}=32$，$\overline{AC}=42$，
O 爲兩條對角線 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 的交點，
求箏形 $ABCD$ 的周長。



解

$\overline{BO}=\overline{DO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=16$，

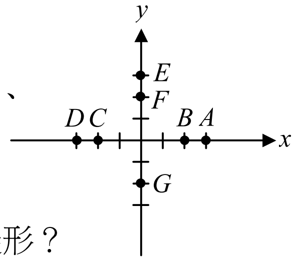
$\overline{AO}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BO}^2}=\sqrt{20^2-16^2}=12$

$\overline{CO}=\overline{AC}-\overline{AO}=42-12=30$

$\overline{BC}=\sqrt{\overline{BO}^2+\overline{CO}^2}=\sqrt{16^2+30^2}=34$

箏形 $ABCD$ 的周長 $=2\times(20+34)=108$

如圖，在坐標平面上有
$A(3,0)$、$B(2,0)$、
$C(-2,0)$、$D(-3,0)$、
$E(0,3)$、$F(0,2)$、
$G(0,-2)$ 七個點，則
四邊形 $AFCG$ 是何種四邊形？



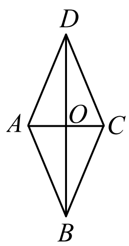
解

$\because$ $\overline{AC}$ 垂直平分另一條對角線 $\overline{FG}$

$\therefore$ 四邊形 $AFCG$ 爲箏形

2 類題　配合課本 P213 例題 2　菱形的判別　配合課本 P213 隨堂練習　熟練

如圖，菱形 $ABCD$ 的周長爲 52，
兩條對角線交於 O 點，
且 $\overline{AC}=10$，求 $\overline{BD}$ 的長。



解

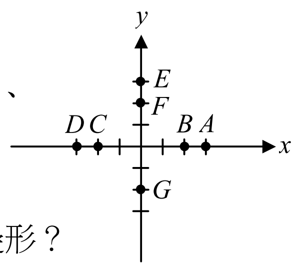
$\overline{AB}=52\div4=13$，

$\overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=5$，

$\overline{BO}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{AO}^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12$

$\overline{BD}=2\overline{BO}=24$

如圖，在坐標平面上有
$A(3,0)$、$B(2,0)$、
$C(-2,0)$、$D(-3,0)$、
$E(0,3)$、$F(0,2)$、
$G(0,-2)$ 七個點，則
四邊形 $AFDG$ 是何種四邊形？



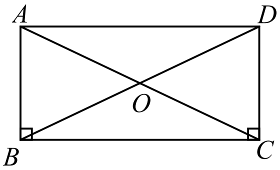
解

$\because$ $\overline{AD}$ 與 $\overline{FG}$ 互相垂直平分

$\therefore$ 四邊形 $AFDG$ 爲菱形

3 類題　配合課本 P215 例題 4　長方形的判別　配合課本 P215 隨堂練習　熟練

如圖，長方形 $ABCD$ 中，$\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 O 點，若 $\overline{AO}=7$，$\overline{AB}=6$，求長方形 $ABCD$ 的面積。



解

$\overline{AC}=2\times\overline{AO}=2\times7=14$

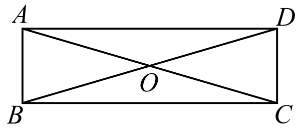
$\overline{BC}=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{AB}^2}$

$=\sqrt{14^2-6^2}$

$=\sqrt{160}=4\sqrt{10}$

長方形 $ABCD$ 的面積 $=6\times4\sqrt{10}=24\sqrt{10}$

如圖，長方形 $ABCD$ 中，$\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 相交於 O 點，且 $\overline{AD}=24$，$\overline{AB}=7$，求 $\overline{AO}+\overline{DO}$。



解

$\overline{BD}=\sqrt{\overline{AD}^2+\overline{AB}^2}=\sqrt{24^2+7^2}=\sqrt{625}=25$

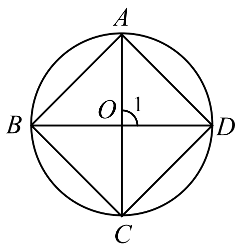
∵長方形兩對角線互相平分且等長

∴ $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$

故 $\overline{AO}+\overline{DO}=25$

4 類題　配合課本 P216 例題 5　正方形的判別　配合課本 P216 隨堂練習　熟練

如圖，$\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 是圓 O 的直徑，$\angle1=90°$，則四邊形 $ABCD$ 為何種四邊形？



解

∵ $\overline{AC}=\overline{BD}$，且 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}$，

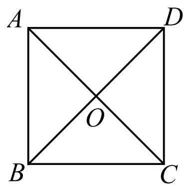
∴ $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 互相平分且等長，

已知 $\angle1=90°$，

所以 $\overline{AC}$ 和 $\overline{BD}$ 互相垂直，

則四邊形 $ABCD$ 為正方形。

如圖，正方形 $ABCD$ 中，若對角線 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 的交點為 O，且 $\overline{AO}=10$，求正方形 $ABCD$ 的周長。



解

∵正方形對角線互相垂直且平分

∴ $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}=\sqrt{10^2+10^2}$

$=\sqrt{200}=10\sqrt{2}$

正方形 $ABCD$ 的周長 $=4\times10\sqrt{2}=40\sqrt{2}$

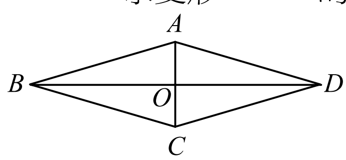
5 類題　配合課本 P217 隨堂練習　對角線長求面積　配合課本 P217 隨堂練習　熟練

箏形 $ABCD$ 中，若對角線 $\overline{AC}=10$，$\overline{BD}=15$，求箏形 $ABCD$ 的面積。

解

箏形 $ABCD$ 的面積 $=\frac{1}{2}\times10\times15=75$

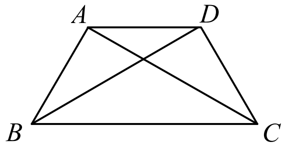
如圖，菱形 $ABCD$ 的對角線相交於 O 點，且 $\overline{AC}=14$，$\overline{BD}=48$，求菱形 $ABCD$ 的面積。



解

菱形 $ABCD$ 的面積 $=\frac{1}{2}\times14\times48=336$

2. 梯形



1.一組對邊平行，另一組對邊不平行的四邊形稱為梯形。

2.梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}//\overline{BC}$，$\overline{AD}$ 為上底，$\overline{BC}$ 為下底，$\overline{AB}$、$\overline{CD}$ 為梯形的腰。若 $\overline{AB}=\overline{CD}$，則梯形 $ABCD$ 為等腰梯形。

3.等腰梯形的性質：

(1)兩組底角分別相等。

(2)兩條對角線等長。

4.梯形兩腰中點連線段的性質：

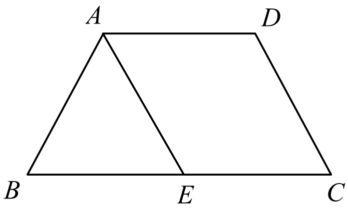
(1)梯形兩腰中點的連線段會與上底、下底平行。

(2)梯形兩腰中點連線段的長＝$\dfrac{(\text{上底}+\text{下底})}{2}$。

5.梯形面積＝$\dfrac{(\text{上底}+\text{下底})}{2}\times$高＝梯形兩腰中點連線段的長×高

1 類題 配合課本 P218 例題 6 　等腰梯形兩底角相等　配合課本 P219 隨堂練習 **熟練**

如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}//\overline{BC}$，$\overline{AE}//\overline{CD}$，$\overline{AB}=\overline{CD}$，說明 $\angle B=\angle C$。



解

四邊形 $AECD$ 為平行四邊形

（$\because \overline{AD}//\overline{BC}$，$\overline{AE}//\overline{CD}$），

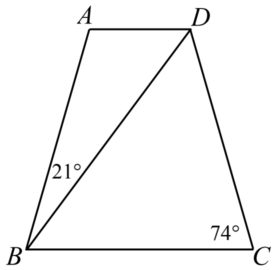
可得 $\overline{AE}=\overline{CD}$（對邊等長），

$\therefore \overline{AE}=\overline{AB}$（已知 $\overline{AB}=\overline{CD}$），

即 $\triangle ABE$ 為等腰三角形，

故 $\angle B=\angle AEB=\angle C$（同位角相等）。

如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}//\overline{BC}$，$\angle C=74°$，$\angle ABD=21°$，求：



(1) $\angle DBC$。

(2) $\angle A$。

解

(1)四邊形 $ABCD$ 為等腰梯形，

$\angle ABC=\angle C=74°$

$\angle DBC=\angle ABC-\angle ABD$

$=74°-21°$

$=53°$

(2) $\because \overline{AD}//\overline{BC}$

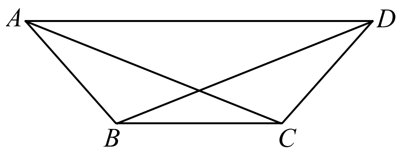
$\therefore \angle A+\angle ABC=180°$

$\angle A=180°-74°$

$=106°$

2 類題　配合課本 P220 隨堂練習　等腰梯形對角線等長　配合課本 P220 隨堂練習　熟練

如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD} // \overline{BC}$，$\overline{AB} = \overline{CD}$，連接 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 兩條對角線，說明 $\overline{AC} = \overline{BD}$。



解

在△ABC 與△DCB 中，

∵ $\overline{AB} = \overline{CD}$（已知），

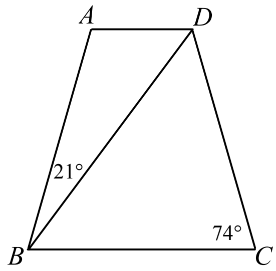
$\angle ABC = \angle DCB$（等腰梯形兩底角相等），

$\overline{BC} = \overline{BC}$（公用邊）

∴△$ABC \cong$ △DCB（SAS 全等性質）

故 $\overline{AC} = \overline{BD}$。

如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD} // \overline{BC}$，$\angle C = 74°$，$\angle ABD = 21°$，$\overline{BC} = 9$，求：



(1) $\angle CDB$ 與 $\angle ADB$。

(2) $\overline{AB}$ 的長。

解

(1)∵四邊形 $ABCD$ 為等腰梯形

∴ $\angle ABC = \angle C = 74°$

$\angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 74° - 21° = 53°$

$\angle CDB = 180° - 53° - 74° = 53°$

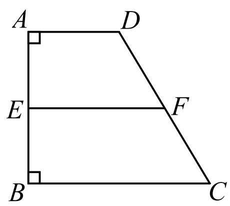
$\angle ADB = \angle DBC = 53°$（內錯角相等）

(2)∵ $\angle DBC = \angle CDB$，∴ $\overline{CD} = \overline{BC} = 9$

又 $\overline{AB} = \overline{CD}$，∴ $\overline{AB} = 9$

3 類題　配合課本 P222 例題 6　梯形兩腰中點的連線段　配合課本 P222 隨堂練習　熟練

如圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD} // \overline{BC}$，$\overline{EF}$ 為梯形兩腰中點連線段的長，$\angle A = \angle B = 90°$，且 $\overline{AD} = 6$，$\overline{AB} = 10$，$\overline{EF} = 9$，求：



(1)梯形 $ABCD$ 的面積。

(2) $\overline{BC}$ 的長。

解

(1)梯形 $ABCD$ 的面積 $= \overline{EF} \times \overline{AB}$

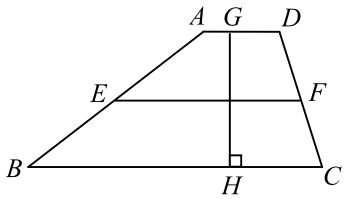
$= 9 \times 10 = 90$

(2) $\overline{AD} + \overline{BC} = 2\overline{EF}$

$6 + \overline{BC} = 18$

$\overline{BC} = 12$

如圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD} // \overline{BC}$，$\overline{EF}$ 為梯形兩腰中點連線段的長，$\overline{GH} \perp \overline{BC}$，且 $\overline{AD} = 7$，$\overline{GH} = 12$，梯形 $ABCD$ 的面積為 204，求：



(1) $\overline{EF}$ 的長。

(2) $\overline{BC}$ 的長。

解

(1)梯形 $ABCD$ 的面積 $= \overline{EF} \times \overline{GH}$

$204 = \overline{EF} \times 12$，$\overline{EF} = 17$

(2) $\overline{AD} + \overline{BC} = 2\overline{EF}$

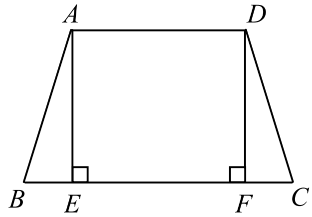
$7 + \overline{BC} = 34$

$\overline{BC} = 27$

4-3 自我磨練

配合課本 P225～226 自我評量

1. 如圖，等腰梯形 $ABCD$ 的面積為 88，$\overline{AD}=9$，$\overline{AE}=8$，求 $\overline{BE}$ 與 $\overline{AB}$。



$(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{AE}\div 2=88$

$(9+\overline{BC})\times 8\div 2=88$，$\overline{BC}=13$

$\overline{BE}=\overline{CF}=(13-9)\div 2=2$

$\overline{AB}=\sqrt{\overline{AE}^2+\overline{BE}^2}=\sqrt{8^2+2^2}=2\sqrt{17}$

2. 某一個四邊形的兩條對角線互相平分且等長，已知其一對角線長為 7，且有一邊長為 5，求此四邊形的面積。

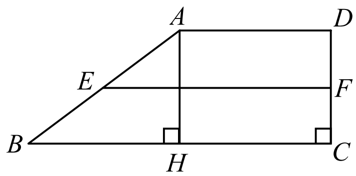
∵四邊形的兩條對角線互相平分且等長，∴四邊形為長方形

設另一邊長為 x

$x^2+5^2=7^2$，$x=2\sqrt{6}$

長方形的面積$=5\times 2\sqrt{6}=10\sqrt{6}$

3. 如圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$，梯形兩腰中點連線的長 $\overline{EF}=6$，$\angle C=90^\circ$，$\overline{AH}\perp\overline{BC}$ 於 H 點，$\overline{BH}=4$，求：



(1) $\overline{AD}$。

(2)若梯形 $ABCD$ 的面積為 18，則周長為多少？

(1) $\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AD}+(\overline{BH}+\overline{CH})=2\times 6=12$

∵ $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$，∴ $\overline{AD}=\overline{CH}$

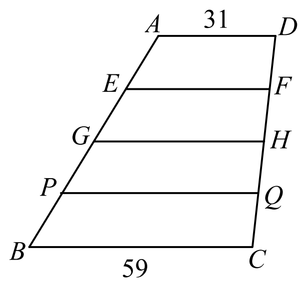
$\overline{AD}+4+\overline{AD}=12$，$\overline{AD}=4$

(2)梯形 $ABCD$ 的面積$=(4+8)\times\overline{CD}\div 2=18$，$\overline{CD}=3$

$\overline{AB}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{BH}^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

梯形 $ABCD$ 的周長$=4+5+8+3=20$

4. 如圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$，$E$、$G$、$P$ 三點將 $\overline{AB}$ 四等分，F、H、Q 三點將 $\overline{CD}$ 四等分，$\overline{AD}=31$，$\overline{BC}=59$，求 $\overline{AD}+\overline{EF}+\overline{GH}+\overline{PQ}+\overline{BC}$。



$\overline{GH}=(31+59)\div 2=45$

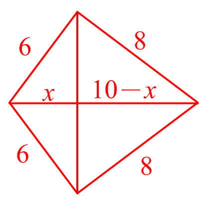
$\overline{EF}=(31+45)\div 2=38$，$\overline{PQ}=(45+59)\div 2=52$

$\overline{AD}+\overline{EF}+\overline{GH}+\overline{PQ}+\overline{BC}=31+38+45+52+59=225$

5. 有一四邊形的兩條對角線互相垂直，其中較長的對角線長為 10，並將較短的對角線平分，若有一邊長為 8，而周長為 28，求此四邊形的面積。

由已知條件得知此四邊形為箏形，

設較長的對角線分為 x 與 $10-x$ 兩段，



另一邊長$=(28-2\times 8)\div 2=6$

$6^2-x^2=8^2-(10-x)^2$，$x=3.6$

另一條對角線長$=2\times\sqrt{6^2-(3.6)^2}=9.6$

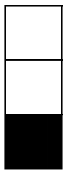
箏形的面積$=9.6\times 10\div 2=48$

頁次

1 1-1 認識數列與等差數列

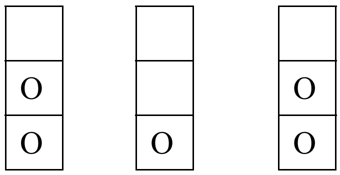
1.數列

◆類題 1



第 119 行

◆熟練 1



第 7 行　第 8 行　第 121 行

◆類題 2

(1) $a_1=31$，$a_2=26$，$a_3=21$

(2)-89

(3) 17

◆熟練 2

(1) $a_1=-59$，$a_2=-55$，$a_3=-51$

(2) 97

(3) 29

2 2.等差數列

◆類題 1

(1)是，公差為 5

(2)不是

◆熟練 1

(1)是，公差為-4

(2)是，公差為 12

◆類題 2

(1) 22，29，36

(2) 23，11，7

(3)-4.4，-2.9

(4) $6a+3b$，$9a-3b$

頁次

◆熟練 2

(1)-5，-12，-7

(2)$-\sqrt{2}$，$8\sqrt{2}$，$3\sqrt{2}$

(3) $a+12$，$a+4$，-4

3 ◆類題 3

(1) 34

(2) 24 項

◆熟練 3

(1) 59

(2) 30 項

◆類題 4

1.-13

2. 65

◆熟練 4

1. 4

2.-40

4 ◆類題 5

(1) $2n+1$

(2) 201

◆熟練 5

(1) $3n$

(2) 90

◆類題 6

(1) 8 月 25 日

(2) 9 月 6 日

◆熟練 6

22 波

5 3.等差中項

◆類題 1

(1) 20

(2) $3a+2d$

◆熟練 1

(1) 9

(2)$-2a+3d$

頁次

◆類題 2

1. $a=-5$，$b=2$

2. 60

◆熟練 2

1. 22

2. $s=-2$，$t=7$

6 1-1 自我磨練

1.(1) 21，35

(2) $\frac{1}{16}$，$\frac{1}{25}$

(3) $\frac{9}{8}$，$\frac{11}{10}$

2.(1) 4，7，10，13，16，$3n+1$

(2) 106

3. 13

4. 第 11 項

5. $a=9$，$b=-13$

6. 170 個

7 1-2 等差級數

1.等差級數的和

◆類題 1

(1) 40

(2) 45

◆熟練 1

(1) 135

(2) 300

2.等差級數和公式

◆類題 1

3087

◆熟練 1

315

8 ◆類題 2

(1) 10 項

(2) 210

◆熟練 2

(1) 572

(2) 18

頁次

◆類題 3

420 人

◆熟練 3

(1) 2 (2) 2

(3) 30 (4) 900

9 ◆類題 4

20

◆熟練 4

-270

◆類題 5

$n=13$，$d=-5$

◆熟練 5

$n=16$，$d=6$

10 ◆類題 6

第 21 天

◆熟練 6

11

◆即時演練

55 戶

11 1-2 自我磨練

1.(1) 1080

(2) -5880

2. 1680

3. 6633

4. $a_1=-59$，$d=10$，$n=20$

5. 826 平方公分

6. 17 位

12 1-3 等比數列

1.等比數列

◆類題 1

(1)是，公比為 $\frac{1}{5}$。

(2)是，公比為 -1。

◆熟練 1

(1)是，公比為 $-\sqrt{3}$。

(2)不是。

頁次

◆類題 2

(1) 81，3，1

(2) 3.2，－0.05

(3) $\sqrt{3}$ ，$2\sqrt{6}$ ，$4\sqrt{3}$

◆熟練 2

(1)－13，13，－1

(2) $2\sqrt{2}$ ，－8，$-8\sqrt{2}$ ，$-\sqrt{2}$

13 ◆類題 3

1.－1024

2. $\frac{1}{625}$

◆熟練 3

1. 3

2.－2916

◆類題 4

第 5 項

◆熟練 4

第 11 項

14 ◆類題 5

27 公分

◆熟練 5

$\frac{21}{2}$

2.等比中項

◆類題 1

±9

◆熟練 1

224

15 1-3 自我磨練

1.(1) 14，28，2

(2)－486，18，$-\frac{1}{3}$

(3) $3\sqrt{2}$ ，$6\sqrt{3}$ ，$\sqrt{6}$

頁次

2.－192

3. 5

4.第 6 項

5.±10

6. 1024 個

16 第 2 章 線型函數與其圖形

1.函數的意義

◆類題 1

(1) $y=\frac{5}{2}x-28$

(2)是

◆熟練 1

(1) $y=95x$

(2)是

◆類題 2

是

◆熟練 2

(1)是

(2)是

17 ◆類題 3

不是

◆熟練 3

(1)不是

(2)不是

◆即時演練

50，100

2.函數值

◆類題 1

當 $x=-3$ 時，函數值 y 為 19

當 $x=0$ 時，函數值 y 為 4

當 $x=4$ 時，函數值 y 為－16

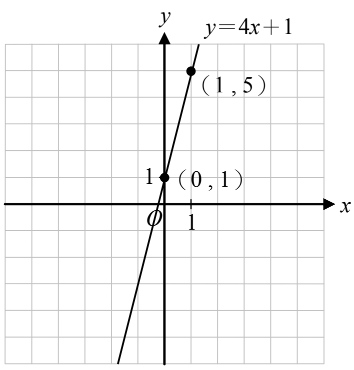
◆熟練 1

當 $x=7$ 時，函數值 y 為 13

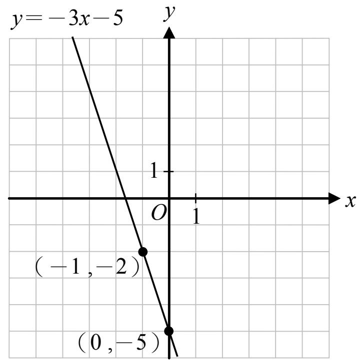
當 $x=0$ 時，函數值 y 為－8

當 $x=-5$ 時，函數值 y 為－23

頁次	
18	◆類題 2 1 ◆熟練 2 -7 ◆類題 3 (1) $y=100-x$ (2) 70 公尺 (3) 75 公尺 ◆熟練 3 (1) $y=\dfrac{200}{x}$ (2) 8 公尺 ◆即時演練 (1) 9 (2) 2 (3) 4
19	3.一次函數與常數函數 ◆類題 1 -5 ◆熟練 1 15 ◆類題 2 $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{9}{2}$ ◆熟練 2 $y=-2x-7$ ◆類題 3 $y=5$ ◆熟練 3 $y=-98$
20	4.函數圖形與應用 ◆類題 1 (1)

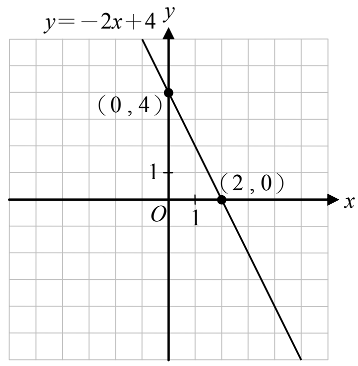


頁次	
	(2)

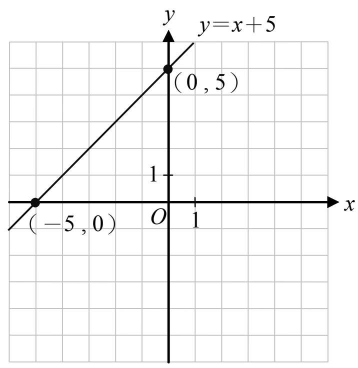


◆熟練 1

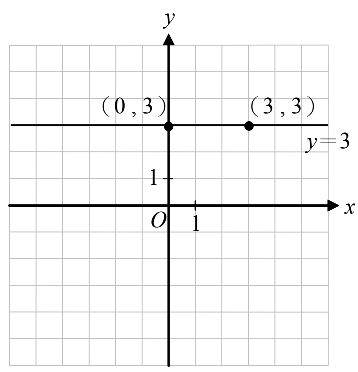
(1)



(2)

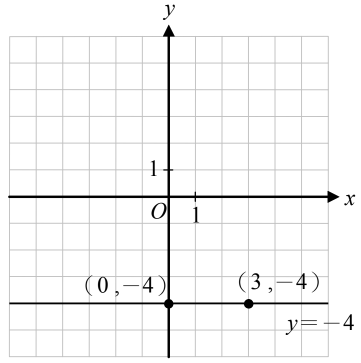


◆類題 2



頁次

◆熟練 2



21 ◆類題 3

(1) $y = -3x + 4$

(2) (0 , 4)

◆熟練 3

(1) $y = 2x + 1$

(2) $A\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$、$B\,(0 , 1)$

◆類題 4

$y = \frac{6}{5}x + 26$

◆熟練 4

$y = \frac{3}{4}x - 5$

22 ◆類題 5

在 18 分鐘時的心率為 172 次

在 42 分鐘時的心率為 167 次

◆熟練 5

在 6 時的氣溫為 6°C

在 14 時的氣溫為 14°C

在 20 時的氣溫為 6°C

◆即時演練

10

23 第 2 章 自我磨練

1.是

2.當 $x = -5$ 時，函數值 y 為 8

當 $x = 2$ 時，函數值 y 為 1

3. 13

4.(1) $y = 4x$

(2) 64

頁次

5.(1) 7

(2) 9

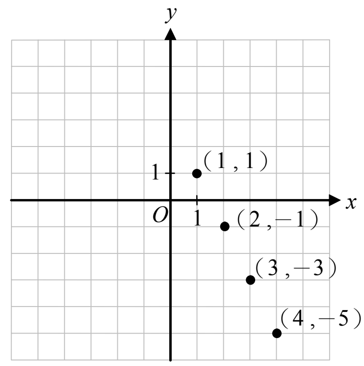
6.(1) (B)、(D)

(2) (A)、(C)、(F)

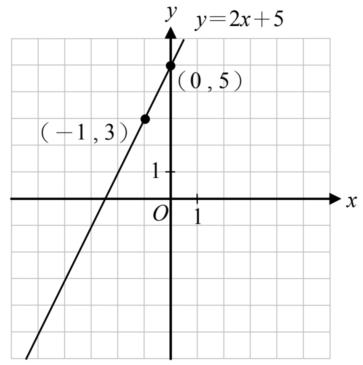
(3) (A)、(B)、(C)、(D)、(F)

7.$\frac{1}{2}$

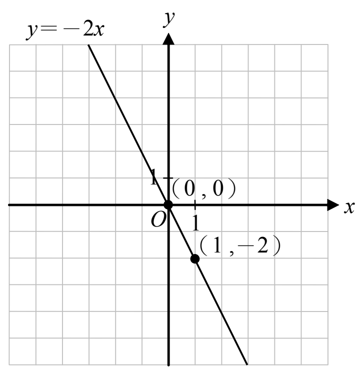
24 8.(1)



(2)

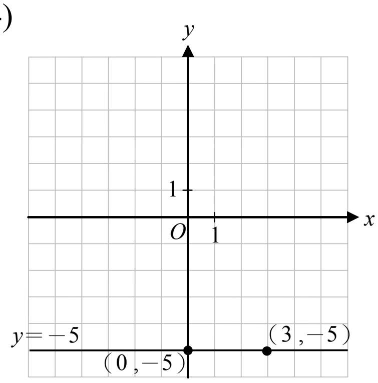


(3)



頁次

(4)



9.(1) 40 元
(2) 55 元

25 3-1 內角與外角

1.點、線、角

◆類題 1
10°
◆熟練 1
96°
◆類題 2
90°
◆熟練 2
$\angle 1=43°$，$\angle 3=137°$
◆即時演練
90°

26 2.三角形的內角與外角

◆類題 1
(1) 55°
(2) 125°
◆熟練 1
(1) 20°
(2) 40°
(3) 120°
◆類題 2
120°
◆熟練 2
330°

頁次

27 ◆類題 3
1. 105°
2. 36°
◆熟練 3
1. 115°
2. 80°
◆類題 4
1. $\angle 1=52°$，$\angle 2=82°$
2. $\because \angle AEC$ 為 $\triangle ABE$ 與 $\triangle CDE$ 的一個外角
$\therefore \angle AEC=\angle A+\angle B$ 且
$\angle AEC=\angle C+\angle D$
即 $\angle A+\angle B=\angle C+\angle D$
$50°+\angle B=69°+\angle D$
故 $\angle B-\angle D=69°-50°=19°$
◆熟練 4
1. $\angle ACD=138°$，$\angle D=25°$
2. 81°

28 3.多邊形的內角與外角

◆類題 1
$\angle A=150°$，$\angle B=60°$
◆熟練 1
$\angle E=135°$，$\angle F=90°$
◆類題 2
15
◆熟練 2
(1) 45°
(2) 8

29 3-1 自我磨練

1. 53°
2. 78°
3. 1080°
4.每一個內角為 160°，每一個外角為 20°
5. 5
6. (1) $\angle 2$
(2) $\angle 1$，$\angle 1$，$\angle 2$
7. 140°

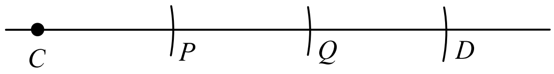
頁次

30

3-2 基本的尺規作圖

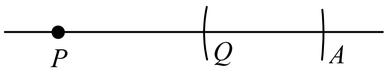
1.等線段與等角作圖

◆類題 1



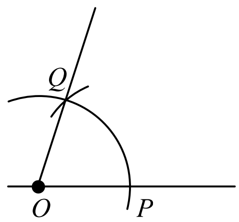
$\overline{CD}$ 即為所求。

◆熟練 1



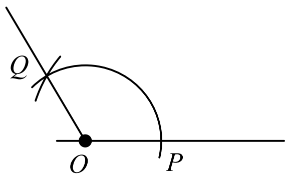
$\overline{PQ}$ 即為所求。

◆類題 2



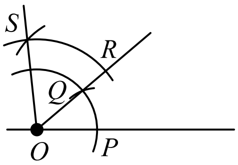
$\angle POQ$ 即為所求。

◆熟練 2



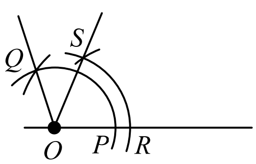
$\angle POQ$ 即為所求。

◆類題 3



$\angle POS$ 即為所求。

◆熟練 3



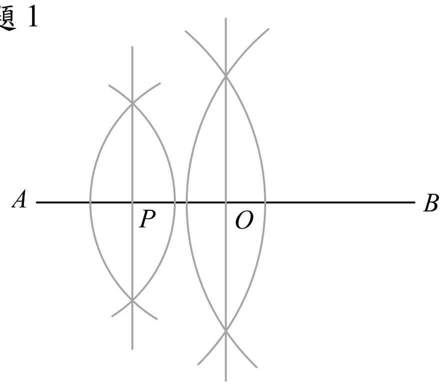
$\angle QOS$ 即為所求。

頁次

31

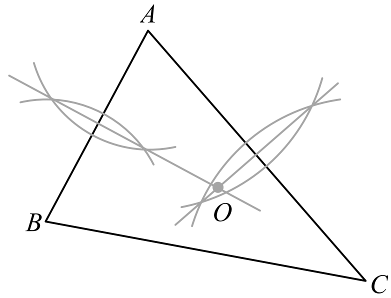
2.中垂線與角平分線作圖

◆類題 1



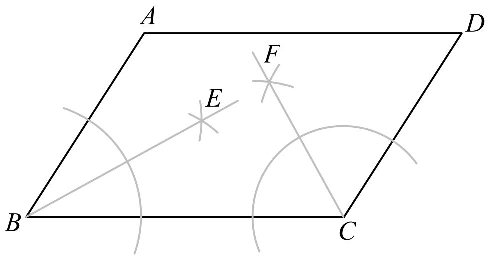
P 點即為所求。

◆熟練 1



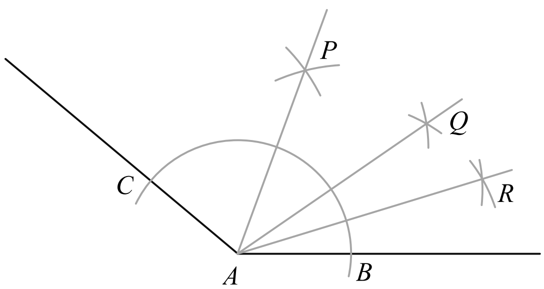
O 點即為所求。

◆類題 2



$\overrightarrow{BE}$ 、$\overrightarrow{CF}$ 即為所求。

◆熟練 2

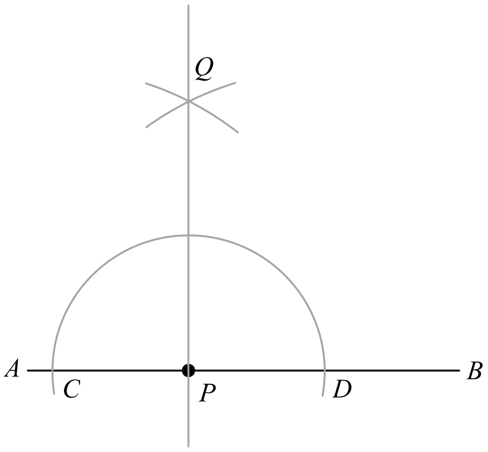


$\angle BAR$ 即為所求。

頁次 32

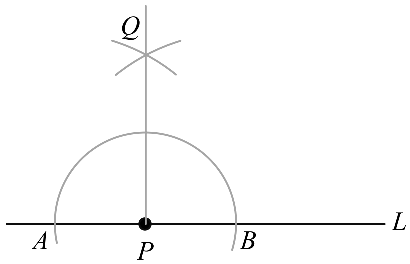
3.過線上或線外一點作垂線

◆類題 1



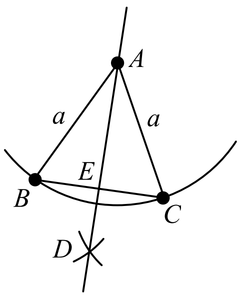
$\overrightarrow{PQ}$ 即為所求。

◆熟練 1



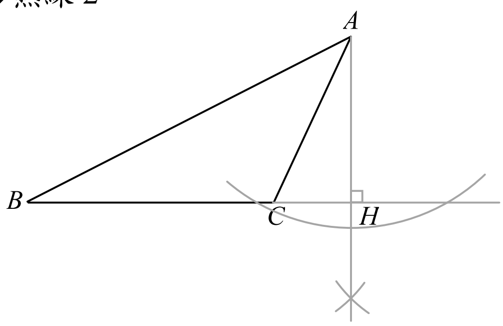
$\angle APQ$（或 $\angle BPQ$）即為所求。

◆類題 2



$\triangle ABC$ 及 $\overline{AE}$ 即為所求。

◆熟練 2

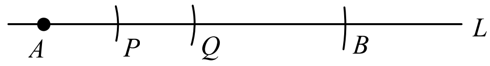


$\overline{AH}$ 即為所求。

頁次 33

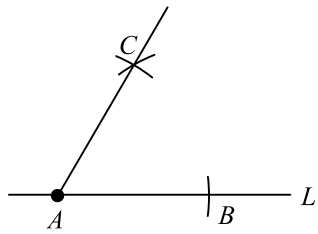
3-2 自我磨練

1.



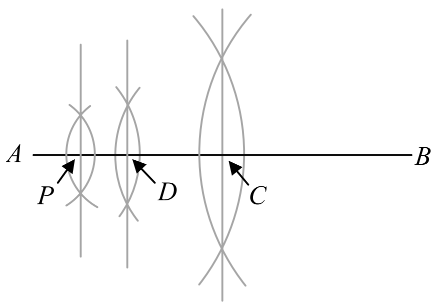
$\overline{AB}$ 即為所求。

2.



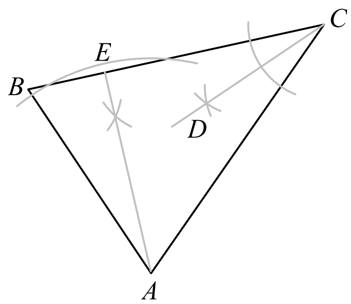
$\angle A$ 即為所求。

3.



P 點即為所求。

4.



$\overline{CD}$、$\overline{AE}$ 即為所求。

頁次

34 3-3 三角形的全等性質

1.全等多邊形

◆類題 1

(1) 58°

(2) $\overline{BC}=1$，$\overline{AD}=2$

◆熟練 1

(1) $\angle P=105°$，$\angle R=105°$

(2) 2

2.三角形的全等性質

35 ◆類題 1

(1) 25°

(2) 105°

(3) 18

◆熟練 1

(1) 40

(2) 60

◆類題 2

在△ABD 與△ACD 中，

$\because$ $\overline{BD}=\overline{CD}$（已知）

$\overline{AB}=\overline{AC}$（△$ABC$ 為等腰三角形）

$\overline{AD}=\overline{AD}$（公用邊）

$\therefore$△$ABD\cong$△ACD（SSS 全等性質）

◆熟練 2

(1)否

(2)是，SSS

36 ◆類題 3

(1)否

(2)是，SAS

◆熟練 3

(1)是，SAS

(2)否

◆類題 4

在△ABC 與△DEF 中，

$\because$ $\angle B=\angle E=90°$（已知）

$\overline{AC}=\overline{DF}=10$（已知）

$\overline{BC}=\overline{EF}=6$（已知）

$\therefore$△$ABC\cong$△DEF（RHS 全等性質）

頁次

◆熟練 4

(1)是，RHS

(2)否

37 ◆類題 5

(1)是，ASA

(2)否

◆熟練 5

(1)否

(2)是，ASA

◆類題 6

(1) $\angle C=95°$，$\angle R=95°$

(2)在△ABC 與△PQR 中

$\because$ $\angle B=\angle Q=50°$

$\overline{BC}=\overline{QR}=9$

$\angle C=\angle R=95°$

$\therefore$△$ABC\cong$△PQR（ASA 全等性質）

◆熟練 6

(1)是，$\overline{AC}$

(2)是，$\overline{DF}$

38 3.全等三角形的應用

◆類題 1

(1) 13

(2)是

◆熟練 1

(A)(C)

◆類題 2

$4\sqrt{5}$

◆熟練 2

△ABC 為正三角形，△ABC 為正三角形，SAS

39 3-3 自我磨練

1.(C)

2.(1) $\angle A=\angle D$

(2) $\overline{BC}=\overline{EF}$

3. $\angle C=50°$，$\angle E=94°$

4. 115°

5.(1) $\angle C=60°$，$\angle Q=90°$

(2) $4\sqrt{3}$

頁次

40 3-4 中垂線與角平分線性質

1.中垂線

◆類題 1

2.2

◆熟練 1

25

◆類題 2

108

◆熟練 2

$\sqrt{370}$

41 2.角平分線

◆類題 1

17

◆熟練 1

18

◆類題 2

119°

◆熟練 2

73°

42 3.特殊三角形的邊長與面積

◆類題 1

10

◆熟練 1

60

◆類題 2

$3\sqrt{3}$

◆熟練 2

$9\sqrt{3}$

43 3-4 自我磨練

1. (C)

2. $64\sqrt{3}$

3. 75°

4. 12

5. 240

6. 60

頁次

44 3-5 三角形的邊角關係

1.三角形三邊長的關係

◆類題 1

(B)(D)

◆熟練 1

(A)(C)

◆類題 2

11 個

◆熟練 2

5.2 公分、10 公分、$9\frac{1}{2}$ 公分

45 ◆類題 3

$\overline{BC} > \overline{AC}$

◆熟練 3

＞，＞，$\overline{DE}$，$\overline{BC}$

2.三角形的外角與內對角的大小關係

◆類題 1

$\angle 3 > \angle 2 > \angle 1$

◆熟練 1

$\angle 1 > \angle 2 > \angle 3 > \angle 4$

46 3.大邊對大角

◆類題 1

$\angle C > \angle B > \angle A$

◆熟練 1

1.$\angle B$

2.$\angle P$

◆類題 2

菱形，＜，＜，＜

◆熟練 2

正三角形，＞，＞，＞，＞，＞

頁次	
47	4.大角對大邊
	◆類題 1
	$\overline{AB} > \overline{BC} > \overline{AC}$
	◆熟練 1
	(1)在△ABC 中， $\angle ACB=180°-60°-64°=56°$ $\because \angle CBA>\angle CAB>\angle ACB$ $\therefore \overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$
	(2)在△ACD 中， $\angle DAC=180°-56°-58°=66°$ $\because \angle DAC>\angle ACD>\angle ADC$ $\therefore \overline{CD} > \overline{AD} > \overline{AC}$
	(3) $\overline{CD} > \overline{AD} > \overline{AC} > \overline{BC} > \overline{AB}$
	◆即時演練
	1. $\overline{AB}$
	2. $\overline{QR}$
48	3-5 自我磨練
	1. (B)
	2. (C)
	3. (1) $\angle C$ (2) $\overline{AB}$
	4. (1) $\because \angle 1$ 是△FCD 的外角， $\therefore \angle 1>\angle 2$ (2) $\because \angle 2$ 是△ABC 的外角， $\therefore \angle 2>\angle B$ (3) $\angle 1>\angle B$
	5.(1)在△ABC 中， $\because \overline{AB} > \overline{AC}$ $\therefore \angle ACB>\angle ABC$（大邊對大角）。 (2) $\because 180°-\angle ACB<180°-\angle ABC$ $\angle 3+\angle 4<\angle 1+\angle 2$ $2\angle 3<2\angle 1$ （$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$） $\therefore \angle 3<\angle 1$。 (3) $\overline{CD} > \overline{BD}$

頁次	
49	4-1 平行線與截角性質
	1.平行線的意義
	◆即時演練
	是
	2.截線與截角
	◆即時演練
	(1) $\angle DFQ$、$\angle ABC$ (2) $\angle EFC$ (3) $\angle DFE$、$\angle DAE$
50	◆類題 1
	47°
	◆熟練 1
	12
	3.平行線的判別
	◆類題 1
	是，同位角相等
	◆熟練 1
	(1)否，內錯角不相等 (2)是，同側內角互補
51	4.平行線性質的應用
	◆類題 1
	119°
	◆熟練 1
	122°
	◆類題 2
	113°
	◆熟練 2
	90°
52	◆類題 3
	(1)是 (2)是 (3)是
	◆熟練 3
	(1) 90° (2) 180° (3)是
	◆類題 4
	38
	◆熟練 4
	20

53 4-1 自我磨練

1. 30°

2. 28°

3.(1)是。

$\angle BAD+\angle ADC$

$=98°+82°$

$=180°$（同側內角互補）

(2)否。

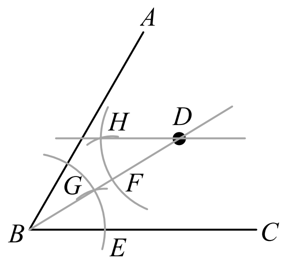
$\angle DAB+\angle ABC$

$=98°+83°$

$\neq 180°$（同側內角不互補）

4. 32

5.



$\overleftrightarrow{HD}$ 即為所求。

54 4-2 平行四邊形

1.平行四邊形的性質

◆類題 1

(1)平行四邊形

(2)$\angle 2=63°$，$\angle 3=117°$

◆熟練 1

15

◆即時演練

$\angle 4$，$\angle 3$，ASA，$\angle 4$，$\angle 3$

55 ◆類題 2

(1) 12

(2) 48

◆熟練 2

3

2.平行四邊形的判別

◆即時演練

(1)兩條對角線互相平分

(2)兩組對角分別相等

(3)兩組對邊分別等長

(4)一組對邊平行且等長

56 ◆類題 1

$\because \overline{AB}=\overline{CD}=16$，$\overline{AD}=\overline{BC}=18$

$\therefore$四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形

（對邊等長）

◆熟練 1

(A)(D)

◆類題 2

$\angle D=360°-\angle A-\angle B-\angle C$

$=360°-132°-48°-132°$

$=48°$

$\because \angle A=\angle C=132°$，$\angle B=\angle D=48°$

$\therefore$四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形

（兩組對角相等）

◆熟練 2

$\angle B=180°-56°-58°=66°$

$\because \angle A=\angle C$，$\angle B\neq\angle D$

$\therefore$四邊形 $ABCD$ 不是平行四邊形

（有一組對角不相等）

57 ◆類題 3

$\because \overline{OA}=\overline{OC}=16$，$\overline{OB}=\overline{OD}=12$

$\therefore$四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形

（對角線互相平分）

◆熟練 3

是，

①$\because \triangle AOB$ 的面積$=\triangle BOC$ 的面積$=24$

且$\triangle AOB$ 與$\triangle BOC$ 有相同的高

$\therefore \overline{AO}=\overline{OC}$

②$\because \triangle BOC$ 的面積$=\triangle COD$ 的面積$=24$

且$\triangle BOC$ 與$\triangle COD$ 有相同的高

$\therefore \overline{BO}=\overline{DO}$

由①、②可得，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形

（對角線互相平分）

◆類題 4

$\because \overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$，$\overline{AB}=\overline{CD}=12$

$\therefore$四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形

（一組對邊平行且等長）

頁次

◆熟練 4

$\because \overline{AB} // \overline{CD}$，

$\therefore \angle A + \angle D = 180°$

$\angle D = 180° - \angle A = 180° - 108° = 72°$

$\angle CDE = \angle CED = 72°$，$\overline{CE} = \overline{CD}$

又 $\overline{AB} = \overline{CE}$，$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$

$\because \overline{AB} // \overline{CD}$ 且 $\overline{AB} = \overline{CD}$

$\therefore$四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形

（一組對邊平行且等長）

58 4-2 自我磨練

1.(1) 66°

(2) 13

2.(1) 54

(2) 216

3. 70 公分

4. 6

59 4-3 特殊四邊形

1.特殊四邊形

◆類題 1

108

◆熟練 1

箏形

◆類題 2

24

◆熟練 2

菱形

60 ◆類題 3

$24\sqrt{10}$

◆熟練 3

25

◆類題 4

正方形

◆熟練 4

$40\sqrt{2}$

◆類題 5

75

◆熟練 5

336

頁次

61 2.梯形

◆類題 1

四邊形 $AECD$ 為平行四邊形

（$\because \overline{AD} // \overline{BC}$，$\overline{AE} // \overline{CD}$），

可得 $\overline{AE} = \overline{CD}$（對邊等長），

$\therefore \overline{AE} = \overline{AB}$（已知 $\overline{AB} = \overline{CD}$），

即$\triangle ABE$ 為等腰三角形，

故$\angle B = \angle AEB = \angle C$（同位角相等）。

◆熟練 1

(1) 53°

(2) 106°

62 ◆類題 2

在$\triangle ABC$ 與$\triangle DCB$ 中，

$\because \overline{AB} = \overline{CD}$（已知），

$\angle ABC = \angle DCB$（等腰梯形兩底角相等），

$\overline{BC} = \overline{BC}$（公用邊）

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$（$SAS$ 全等性質）

故 $\overline{AC} = \overline{BD}$。

◆熟練 2

(1) $\angle CDB = 53°$，$\angle ADB = 53°$

(2) 9

◆類題 3

(1) 90

(2) 12

◆熟練 3

(1) 17

(2) 27

63 4-3 自我磨練

1. $\overline{BE} = 2$，$\overline{AB} = 2\sqrt{17}$

2. $10\sqrt{6}$

3. (1) 4

(2) 20

4. 225

5. 48