第 3 次段考 試題卷

命題範圍 3-1 推理與證明～ 3-2 三角形的外心、內心與重心

年 班 座號 姓名

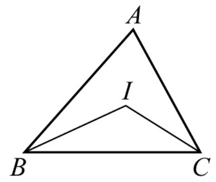
一、選擇題：每題四分，共四十分

(B) 1. 下列關於「外心」的敘述何者正確？
(A) 銳角三角形的外心在三角形的外部
(B) 直角三角形的外心在斜邊的中點上
(C) 鈍角三角形的外心在三角形的內部
(D) 三角形的外心到三邊的距離相等

(A) 2. 下列關於「內心」的敘述何者正確？
(A) 內心一定在三角形的內部
(B) 內心可能在三角形的其中一邊上
(C) 內心可能在三角形的外部
(D) 如果為鈍角三角形，內心不存在

(D) 3. 在△ABC 中，若 $\overline{AB}:\overline{AC}:\overline{BC}=2:\sqrt{3}:1$，且 I 點為△ABC 的內心，則△AIB 面積：△AIC 面積：△BIC 面積＝？
(A) 1：1：1
(B) 1：2：3
(C) 6：3：2
(D) 2：$\sqrt{3}$：1

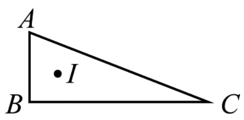
(B) 4. 右圖△ABC 中，∠A＝70°，I 點為其內心，則∠BIC 的度數為多少？



(A) 110°
(B) 125°
(C) 135°
(D) 140°

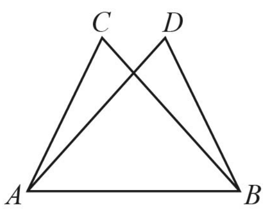
(C) 5. 若 a、b 為連續奇數，且 $ab+1$ 為 k 的倍數，則 k＝？
(A) 6
(B) 5
(C) 4
(C) 3

(B) 6. 右圖△ABC 中，∠B＝90°，$\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=12$，且 I 點為△ABC 的內心，則內切圓半徑長為何？



(A) 1
(B) 2
(C) 3
(C) 4

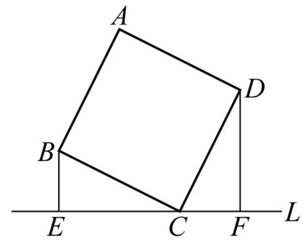
(D) 7. 如右圖，$\overline{AD}=\overline{BC}$，∠$DAB$＝∠$CBA$＝48°，∠$CAD$＝16°，則∠$D$＝？



(A) 62°
(B) 64°
(C) 66°
(D) 68°

(A) 8. 一個正三角形的外接圓半徑與內切圓半徑的比為何？
(A) 2：1 (B) 3：1
(C) 3：2 (D) 4：1

(B) 9 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為正方形，C 點在直線 L 上，$\overline{BE}\perp L$，$\overline{DF}\perp L$。若 $\overline{EC}=2$，$\overline{CF}=1$，則正方形 $ABCD$ 的面積為多少？



(A) 4
(B) 5
(C) 6
(D) 7

9. ∵ △BEC≅△CFD
∴ $\overline{BE}=\overline{CF}=1$
$\overline{BC}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，
正方形 $ABCD$ 的面積＝$(\sqrt{5})^2=5$

(C)10. 已知 a、b、c 為相異正整數，且 $a^2=b^2+c^2$，則下列敘述中，有哪些是正確的？

甲：$a-b$ 為 c^2 的因數
乙：$a+c$ 為 b^2 的因數
丙：$b+c$ 為 a^2 的因數

(A) 甲、丙 (B) 乙、丙
(C) 甲、乙 (D) 甲、乙、丙

10. $c^2=a^2-b^2$
$=(a-b)(a+b)$
$b^2=a^2-c^2$
$=(a-c)(a+c)$
甲、乙正確

二、填充題：每格四分，共四十分

1. 若△ABC 面積為 30 平方公分，周長為 30 公分，則其內切圓的半徑為__2__公分。

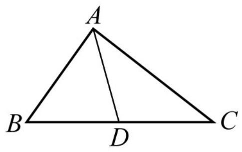
2. 若 M 為△ABC 的外心，$\overline{MA}=3x-1$，$\overline{MB}=x+5$，則 $\overline{MC}$＝__8__。

3. $3x-1=x+5$，$x=3\Rightarrow\overline{MC}=\overline{MA}=8$

3. 一鈍角△ABC，若 $\overline{AB}=\overline{AC}=5$ 公分，$\overline{BC}=8$ 公分，且 $\overline{AM}$ 為 $\overline{BC}$ 的中線，則：
(1) $\overline{AM}$ 為__3__公分。
(2) 鈍角△ABC 外接圓半徑為__$\frac{25}{6}$__公分。

※背面尚有試題

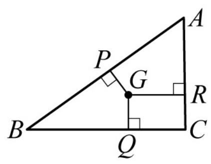
4. 如右圖，△ABC 中，若 $\overline{AC}=6$，且 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}=5$，則：



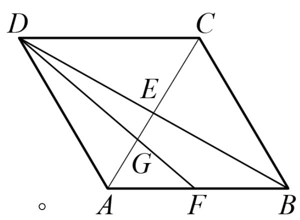
(1) △ACD 的面積為 $\underline{\quad 12 \quad}$。
(2) △ABC 的面積為 $\underline{\quad 24 \quad}$。

5. 在△ABC 中，$\overline{AB}=7$，$\overline{BC}=11$，$\overline{AC}=10$，且其內切圓與三邊分別切於 D、E、F 三點，則 $\overline{BD}+\overline{CE}+\overline{AF}=$ $\underline{\quad 14 \quad}$。

6. 如右圖，△ABC 中，$\overline{AB}=5$，$\overline{AC}=3$，$\overline{BC}=4$，G 點為△ABC 的重心，且 $\overline{GP}\perp\overline{AB}$，$\overline{GQ}\perp\overline{BC}$，$\overline{GR}\perp\overline{AC}$，則 $\overline{GP}:\overline{GQ}:\overline{GR}=$ $\underline{\quad 12:15:20 \quad}$。



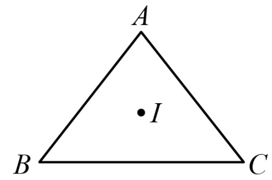
7. 如右圖，▱$ABCD$ 中，兩對角線 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 交於 E 點，F 為 $\overline{AB}$ 的中點，$\overline{DF}$ 交 $\overline{AC}$ 於 G 點。試問：



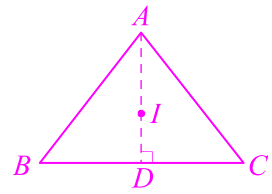
(1) 若 $\overline{GE}=1$，則 $\overline{AC}=$ $\underline{\quad 6 \quad}$。
(2) 若△AFG 面積為 2，則▱$ABCD$ 面積為 $\underline{\quad 24 \quad}$。

三、計算題：每題十分，共二十分

1. 右圖等腰△ABC 中，$\overline{AB}=\overline{AC}=10$，$\overline{BC}=12$。若 I 為△ABC 的內心，則內切圓半徑為何？



解：作 $\overrightarrow{AI}$ 交 $\overline{BC}$ 於 D 點，



$\overline{AD}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BD}^2}$
$=\sqrt{10^2-(12\div 2)^2}$
$=8$

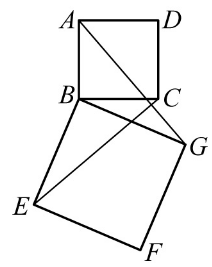
△ABC 的面積 $=\dfrac{1}{2}\times 12\times 8=48$，

得 $48=\dfrac{1}{2}\times(10+10+12)\times$ 內切圓半徑，

$48=16\times$ 內切圓半徑，故內切圓半徑 $=3$。

答：3

2. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 與 $BEFG$ 皆為正方形。若 $\angle CBG=25°$，$\angle BAG=40°$，則：



(1) 試證△$ABG\cong$△CBE。
(2) $\angle BEC$ 為幾度？

解：(1) 在△ABG 與△CBE 中，
$\because$ $\overline{AB}=\overline{BC}$，$\overline{BG}=\overline{BE}$，
$\angle ABG=90°+\angle CBG=\angle CBE$
$\therefore$ △$ABG\cong$△CBE（SAS 全等性質）

(2) $\angle BEC=\angle BGA$
$=180°-\angle ABG-\angle BAG$
$=180°-(90°+25°)-40°$
$=25°$

答：(1) 見詳解；(2) 25°