

1-1 連比

1. 連比與連比例式

設 a 、 b 、 c 都是不為 0 的數，則：

- 如 $a:b:c$ 這樣的比稱為連比。
設 a 、 b 、 c 都是不為 0 的整數，且三數的最大公因數是 1，則稱 $a:b:c$ 為最簡整數比。
- $x:y=a:b$ ， $y:z=b:c$ ， $x:z=a:c$ ，可以表示成 $x:y:z=a:b:c$ ，稱為連比例式。

▲ 實例演練

若 $x:y=5:7$ ， $y:z=7:9$ ，
則 $x:y:z=$ 5:7:9。

2. 連比例式的性質

設 a 、 b 、 c 都是不為 0 的數，且 $x:y:z=a:b:c$ ，則：

- $x:y:z=ka:kb:kc$ ， $k \neq 0$ 。
- $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ 。
- $x=ar$ ， $y=br$ ， $z=cr$ ， $r \neq 0$ 。

▲ 實例演練

設 $x:y:z=2:3:4$ ，求下列各連比，並化成最簡整數比：

- $2x:3y:4z=$ 4:9:16。
- $(x+y):(y+z):(z+x)=$ 5:7:6。

1-2 比例線段

1. 等高三角形的面積比

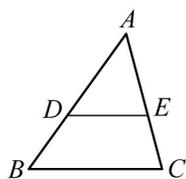
兩個等高三角形的面積比等於其底邊的長度比。

2. 平行線截比例線段性質

如右圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上。

若 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，則：

- $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$ 。
- $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$ 。
- $\frac{AB}{DB}=\frac{AC}{EC}$ 。
- $\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AC}$ 。



▲ 實例演練

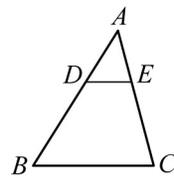
$\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上。
已知 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，且 $AD=24$ ， $DB=16$ 。

- 當 $\overline{EC}=12$ ， $\overline{AE}=$ 18。
- 當 $\overline{AC}=10$ ， $\overline{AE}=$ 6。
- 當 $\overline{DE}=15$ ， $\overline{BC}=$ 25。

3. 由比例線段判別平行線

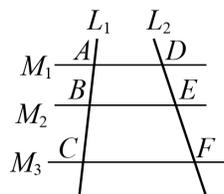
$\triangle ABC$ 中，已知 D 、 E 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上。若下面三個比例式有一個成立，則 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 。

- $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$ 。
- $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$ 。
- $\frac{AB}{DB}=\frac{AC}{EC}$ 。



4. 平行線截比例線段的應用

若三條互相平行的直線 M_1 、 M_2 、 M_3 分別和直線 L_1 與 L_2 交於 A 、 B 、 C 三點與 D 、 E 、 F 三點，
則 $\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF}$ 。



5. 三角形兩邊中點連線性質

三角形兩邊中點連線平行於第三邊，且線段長為第三邊長度的 $\frac{1}{2}$ 。

1-3 相似形

1. 圖形縮放的性質

- 一線段經過縮放為 k 倍後，若新線段與原線段不在同一直線上，其新線段與原線段會 平行。
- 一線段經過縮放為 k 倍後，其新線段的長度是原線段的 k 倍。
- 一角經過縮放後，其新的角和原角的度數 相等。

2. 相似多邊形

兩個邊數相同的多邊形，若它們的對應 角 相等，且對應 邊 成比例，則這兩個多邊形會相似。

▲ 實例演練

已知五邊形 $ABCDE \sim$ 五邊形 $FGHIJ$ ，
且 $AB=15$ ， $FG=20$ 。

- 若 $\angle A=72^\circ$ ，則 $\angle F=$ 72 度。
- 若 $CD=45$ ，則 $HI=$ 60。

3. 相似三角形的判別

兩個三角形中，

- SSS 相似性質：
若三邊長對應成比例，則這兩個三角形相似。
- SAS 相似性質：
若有一組內角相等，而且夾此角的兩邊對應成比例，則這兩個三角形相似。
- AA 相似性質：
若有兩組內角對應相等，則這兩個三角形相似。