國中・數學(五)

第 3 次段考　**重點卷**

命題範圍　3-1　推理與證明～　3-2　三角形的外心、內心與重心

年　　班　座號

姓名

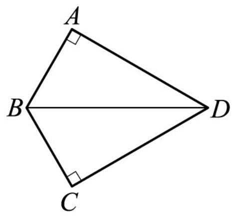
3-1　推理與證明

1. 認識與學習證明

依據「已知條件」及適時引入一些「適當的數學性質」，步步有據的推導出結論，這個推理的過程就是證明。

▲ 實例演練

已知：如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=\overline{BC}$，$\angle A=\angle C=90°$。



求證：$\triangle ABD\cong\triangle CBD$。

證明：$\because$ $\overline{AB}=\overline{BC}$

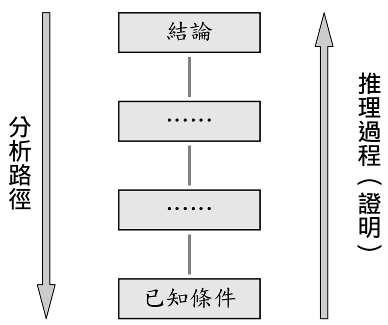
$\angle A=\angle C=90°$

又 $\overline{BD}=\overline{BD}$（　公用邊　）

$\therefore$ $\triangle ABD\cong\triangle CBD$（　*RHS*　全等性質）

2. 證明的分析

「證明」之前可先作分析思考，從「已知條件」到「結論」之間建立一條相繫的思路，以提供證明的方向及書寫的步驟。



3-2　三角形的外心、內心與重心

1. 外心

(1) 三角形三邊的　中垂線　交於同一點，此點到三頂點的距離相等，稱為三角形的外心。

(2) 銳角三角形的外心在三角形的內部。

(3) 直角三角形的外心在斜邊的中點上，

外接圓半徑 $=$ $\frac{1}{2}$ $\times$(斜邊長)。

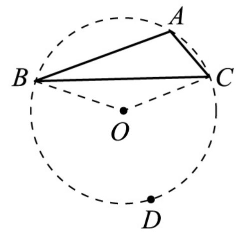
(4) 鈍角三角形的外心在三角形的外部。

▲ 實例演練

$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle A=30°$。若 $\overline{BC}=5$，O 點為外心，則此外接圓半徑 $=$　5　。

▲ 實例演練

如右圖，鈍角 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A=110°$，且 O 點為 $\triangle ABC$ 的外心，則 $\angle BOC=$　140°　。



2. 內心

(1) 三角形的三內角　平分線　交於同一點，此點到三邊的距離相等，稱為三角形的內心。

(2) 三角形面積

$=$ $\frac{1}{2}$ $\times$(三角形周長)$\times$(三角形內切圓半徑)。

(3) 直角三角形的內切圓半徑

$=$ $\frac{1}{2}$ $\times$(兩股和－斜邊長)。

▲ 實例演練

直角 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=4$，則 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑 $=$　1　。

3. 重心

(1) 三角形的三　中線　交於同一點，此點稱為三角形的重心。

(2) 重心到一頂點的距離等於通過該頂點中線長的 $\frac{2}{3}$ 倍。

(3) 重心與三頂點的連線將三角形面積三等分，三中線將三角形面積　六　等分。

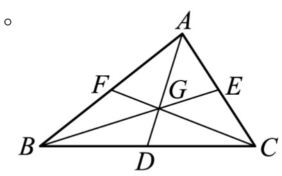
▲ 實例演練

如右圖，G 是 $\triangle ABC$ 的重心。若 $\triangle GBD$ 的面積為 4，

則 $\triangle GCD$ 的面積為　4　，

$\triangle AGB$ 的面積為　8　，

$\triangle ABC$ 的面積為　24　。



▲ 實例演練

如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，G 點為 $\triangle ABC$ 的重心，且 $\overleftrightarrow{CG}$ 交 $\overline{AB}$ 於 M 點。若 $\overline{AC}=8$，$\overline{BC}=6$，則 $\overline{CG}$ 的長度為 $\frac{10}{3}$ 。