第 1 節 連比

(D) 1. 小宏家中有一老舊長方體水塔，其長為 3 公尺、寬為 2.5 公尺、高為 1.5 公尺。現在想依照原有長寬高的比例擴建一新水塔。若新水塔的長比原來的多了 0.6 公尺，則下列關於新水塔的敘述哪一個是正確的？【91 基測(二)】

(A) 高為 2.4 公尺 (B) 高為 2 公尺 (C) 寬為 3.1 公尺 (D) 寬為 3 公尺

【解析】原水塔長：寬：高＝3：2.5：1.5＝6：5：3

設新水塔的寬為 x 公尺，高為 y 公尺，

則 $6:5:3=3.6:x:y$，$\dfrac{6}{3.6}=\dfrac{5}{x}=\dfrac{3}{y}$ $\therefore x=3$，$y=1.8$

∴ 新水塔的寬為 3 公尺，高為 1.8 公尺

(C) 2. 已知甲、乙、丙三人的錢數比為 3：5：6。若丙分別給甲、乙兩人各 30 元後，甲、乙、丙的錢數比變為 7：11：10，則此三人共有多少元？【95 基測(二)】

(A) 420 (B) 630 (C) 840 (D) 1260

【解析】設甲有 $3r$ 元、乙有 $5r$ 元、丙有 $6r$ 元

$\therefore (3r+30):(5r+30):(6r-60)=7:11:10$

$\therefore (3r+30):(5r+30)=7:11$

$\therefore 35r+210=33r+330$，$2r=120$，$r=60$

∴ 三人共有 $3r+5r+6r=14r=14\times60=840$ (元)

(C) 3. 若 $a:b=3:2$，$b:c=5:4$，則 $a:b:c=$？【97 基測(一)】

(A) 3：2：4 (B) 6：5：4 (C) 15：10：8 (D) 15：10：12

【解析】

$$\begin{array}{ccccc} a & : & b & : & c \\ 3 & : & 2 & & \\ & & 5 & : & 4 \\ \hline 15 & : & 10 & : & 8 \end{array}$$

⇒ 選 (C)

(A) 4. 某校一年級有 64 人，分成甲、乙、丙三隊，其人數比為 4：5：7。若由外校轉入 1 人加入乙隊，則後來乙與丙的人數比為何？【98 基測(一)】

(A) 3：4 (B) 4：5 (C) 5：6 (D) 6：7

【解析】乙：$64\times\dfrac{5}{4+5+7}=20$ (人)，丙：$64\times\dfrac{7}{4+5+7}=28$ (人)

故 $(20+1):28=21:28=3:4$

(C) 5. 若 $a：b：c=2：3：7$，且 $a-b+3=c-2b$，則 c 值為何？【100 北北基】

(A) 7　(B) 63　(C) $\dfrac{21}{2}$　(D) $\dfrac{21}{4}$

【解析】設 $a=2r$，$b=3r$，$c=7r$，$r\neq 0$

$\therefore a-b+3=c-2b \Rightarrow 2r-3r+3=7r-6r \Rightarrow r=\dfrac{3}{2}$

$\therefore c=7r=\dfrac{21}{2}$

故選(C)

(C) 6. 林家三姊妹，每月零用錢的總和為 7800 元。已知大姊零用錢的 2 倍是二姊零用錢的 3 倍，二姊零用錢的 3 倍是小妹零用錢的 4 倍。依據題意，請問大姊每月的零用錢有多少元？【90 基測(二)】

(A) 1200 元　(B) 1800 元　(C) 3600 元　(D) 4200 元

【解析】設大姊每月的零用錢 x 元，二姊每月的零用錢 y 元

小妹每月的零用錢 z 元

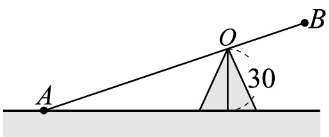
$2x=3y \Rightarrow x：y=3：2$

$3y=4z \Rightarrow y：z=4：3$

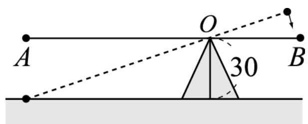
$\therefore x：y：z=6：4：3 \Rightarrow x=7800\times\dfrac{6}{13}=3600$

第 2 節　比例線段

(B) 7. 如附圖(一)，$\overline{AB}$ 為一個不等臂的蹺蹺板，O 為支點，距離地面 30 公分，A 點在地面上，且 $\overline{AO}：\overline{OB}=2：1$。今守守與不化蟲分別坐在 A、B 兩端，使得蹺蹺板成水平狀態，如附圖(二)所示。則兩圖中 B 點與地面的高度相差多少公分？【93 基測(二)】



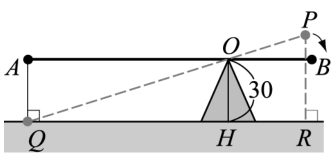
圖(一)



圖(二)

(A) 10　(B) 15　(C) 25　(D) 30

【解析】



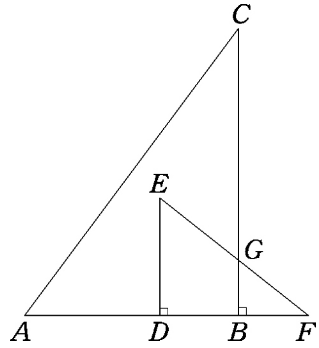
$\triangle PQR$ 中，$\overline{OH} \parallel \overline{PR}$

$\therefore \overline{OH}：\overline{PR}=\overline{QO}：\overline{QP}=2：(2+1)=2：3$

$\therefore 30：\overline{PR}=2：3$，$\overline{PR}=45$

$\overline{BP}=\overline{PR}-\overline{BR}=45-30=15$ (公分)

(B) 8. 如附圖，△ABC、△DEF 皆為直角三角形，D、B 兩點在 $\overline{AF}$ 上，$\overline{BC}$ 與 $\overline{EF}$ 相交於 G 點。若 $\overline{AC}=25$，$\overline{EF}=15$，$\overline{BC}=20$，$\overline{DE}=9$，且 $\overline{DB}=\frac{2}{5}\overline{AB}$，則 $\overline{CG}=$？



【94 基測(二)】

(A) 14.5　(B) 15.5　(C) 16.5　(D) 17.5

【解析】∵ △ABC 為直角三角形

$\therefore\ \overline{AB}=\sqrt{25^2-20^2}=15$，又 $\overline{DB}=\frac{2}{5}\times 15=6$

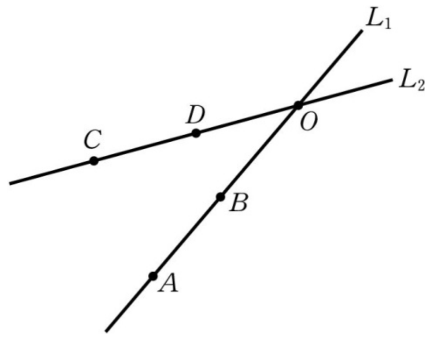
同理 $\overline{DF}=\sqrt{15^2-9^2}=12$　$\therefore\ \overline{BF}=12-6=6$

$\because\ \overline{BG}\ /\!/\ \overline{DE}$，且 B 為 $\overline{DF}$ 中點

$\therefore\ \overline{BG}=\frac{1}{2}\overline{DE}=\frac{9}{2}$

$\therefore\ \overline{CG}=20-\frac{9}{2}=\frac{31}{2}=15.5$

(D) 9. 附圖中的兩直線 L_1、L_2 相交於 O 點，其中 A、B 兩點在 L_1 上，C、D 兩點在 L_2 上。已知 $\overline{CD}$ 上有一點 P，且 M、N 分別是 $\overline{PA}$ 與 $\overline{PB}$ 的中點。今將 P 點沿 $\overline{CD}$ 自 C 移向 D 點，則關於 $\overline{MN}$、△PAB 的變化，下列敘述何者正確？【95 基測(二)】



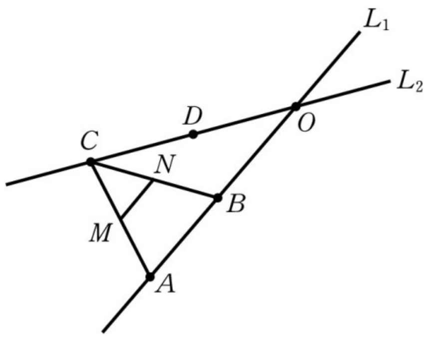
(A) $\overline{MN}$ 的長度越來越長

(B) $\overline{MN}$ 的長度越來越短

(C) △PAB 的面積越來越大

(D) △PAB 的面積越來越小

【解析】$\because\ \overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

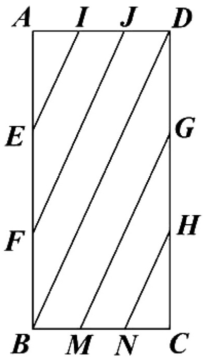


$\therefore\ \overline{MN}$ 之長度不變

但△PAB 面積 $=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times$高，又高越來越小

∴△PAB 的面積越來越小

(B)10. 附圖表示 E、F、G、H、I、J、M、N 八點在長方形 $ABCD$ 四邊上的位置，其中 $\overline{AE}=\overline{EF}=\overline{FB}=\overline{DG}=\overline{GH}=\overline{HC}$，且 $\overline{AI}=\overline{IJ}=\overline{JD}=\overline{BM}=\overline{MN}=\overline{NC}$。若長方形 $ABCD$ 的周長為 32，對角線長為 12，則 $\overline{EI}$、$\overline{FJ}$、$\overline{BD}$、$\overline{MG}$、$\overline{NH}$ 五線段的長度和為何？【98 基測(二)】



(A) 28　　(B) 36

(C) 44　　(D) 48

【解析】$\because$ $\overline{AE}:\overline{EB}=\overline{AI}:\overline{ID}=1:2$　$\therefore$ $\overline{EI}\,//\,\overline{BD}$

$\Rightarrow$ $\overline{EI}:\overline{BD}=\overline{AI}:\overline{AD}$ $\Rightarrow$ $\overline{EI}:12=1:3 \Rightarrow \overline{EI}=4$

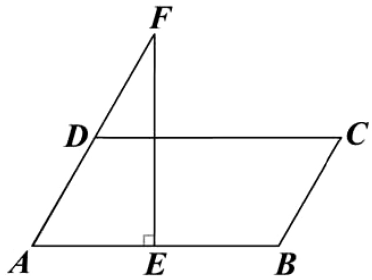
又 $\overline{FJ}$ 為梯形 $EBDI$ 的兩腰中點連線

$\therefore 2\overline{FJ}=\overline{EI}+\overline{BD}=4+12=16$　$\therefore$ $\overline{FJ}=8$

同理 $\overline{NH}=\overline{EI}$，$\overline{MG}=\overline{FJ}$

$\therefore$ 五線段的長度和為 $2\times4+2\times8+12=36$

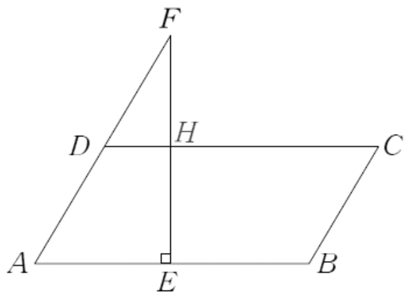
(B)11. 附圖為平行四邊形 $ABCD$ 與$\triangle AEF$ 的重疊情形，其中 E 是 $\overline{AB}$ 的中點，D 在 $\overline{AF}$ 上。若 $\overline{AB}=2\overline{AD}$，$\angle A=60°$，$\angle AEF=90°$，則平行四邊形 $ABCD$ 與$\triangle AEF$ 的面積比為何？【98 基測(二)】



(A) $\sqrt{3}:1$　　(B) $2:1$

(C) $3:2$　　(D) $2\sqrt{3}:3$

【解析】$\because$ $\triangle AEF$ 為 30°-60°-90°的三角形



$\therefore$ $\overline{AF}=2\overline{AE}=\overline{AB}=2\overline{AD}$，又 $\overline{CD}\,//\,\overline{AB}$

$\therefore$ $\overline{EF}=2\overline{HE}$

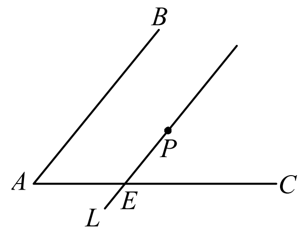
$\therefore$ 平行四邊形 $ABCD$：$\triangle AEF$

$=(\overline{AB}\times\overline{HE}):\dfrac{1}{2}\times(\overline{AE}\times\overline{EF})$

$=(2\overline{AE}\times\overline{HE}):(\dfrac{1}{2}\times\overline{AE}\times2\overline{HE})$

$=2:1$

(A)12. 如附圖，$\angle BAC$ 內有一點 P，直線 L 過 P 與 $\overline{AB}$ 平行且交 $\overline{AC}$ 於 E 點。今欲在 $\angle BAC$ 的兩邊上各找一點 Q、R，使得 P 為 $\overline{QR}$ 的中點，以下是甲、乙兩人的作法：



(甲) 1. 過 P 作平行 $\overline{AC}$ 的直線 L_1，交直線 AB 於 F 點，並連接 $\overline{EF}$

2. 過 P 作平行 $\overline{EF}$ 的直線 L_2，分別交兩直線 AB、AC 於 Q、R 兩點，則 Q、R 即為所求

(乙) 1. 在直線 AC 上另取一點 R，使得 $\overline{AE} = \overline{ER}$

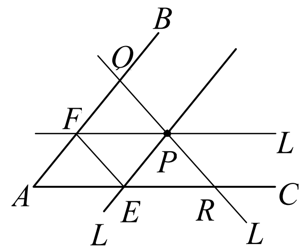
2. 作直線 PR，交直線 AB 於 Q 點，則 Q、R 即為所求

對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？【100 基測(二)】

(A) 兩人皆正確　　(B) 兩人皆錯誤

(C) 甲正確，乙錯誤　　(D) 甲錯誤，乙正確

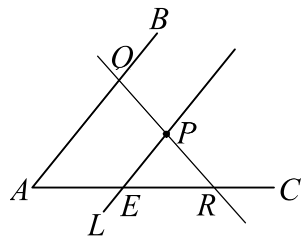
【解析】甲：如附圖



$\because$ $EPQF$、$ERPF$ 為平行四邊形

$\therefore$ $\overline{PQ} = \overline{EF} = \overline{PR}$

乙：如附圖

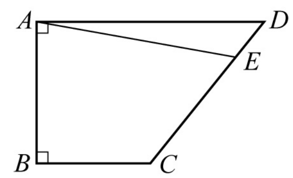


$\because$ $\overline{EP} \parallel \overline{AB}$ 且 $\overline{AE} = \overline{ER}$

$\therefore$ $\overline{PQ} = \overline{PR}$

故選(A)

(C)13. 如附圖，梯形 $ABCD$ 中，$\angle DAB = \angle ABC = 90°$，$E$ 點在 $\overline{CD}$ 上，且 $\overline{DE} : \overline{EC} = 1 : 4$。若 $\overline{AB} = 5$，$\overline{BC} = 4$，$\overline{AD} = 8$，則四邊形 $ABCE$ 的面積為何？【101 基測】



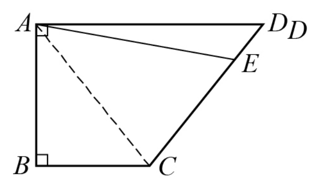
(A) 24

(B) 25

(C) 26

(D) 27

【解析】連接 $\overline{AC}$，則 $\triangle ACD$ 面積 $= \dfrac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20$，



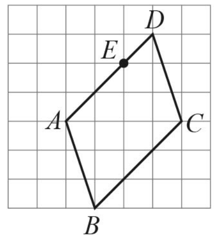
又 $\overline{DE} : \overline{EC} = 1 : 4$

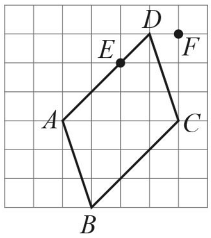
$\therefore$ $\triangle ADE$ 面積 $= 20 \times \dfrac{1}{5} = 4$

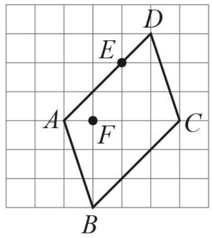
$\therefore$ 所求面積 $= \dfrac{1}{2} \times (4 + 8) \times 5 - 4 = 30 - 4 = 26$

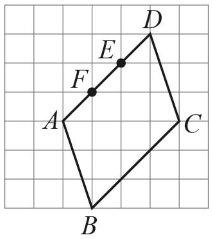
故選(C)

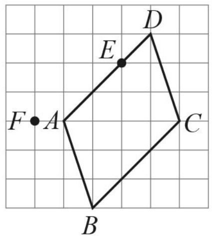
(D)14. 附圖的方格紙上有一平行四邊形 $ABCD$，其頂點均在格線的交點上，且 E 點在 $\overline{AD}$ 上。今<u>大華</u>在方格紙格線的交點上任取一點 F，發現△FBC 的面積比△EBC 的面積大。判斷下列哪一個圖形可表示<u>大華</u>所取 F 點的位置？【101 基測】



(A)


(B)


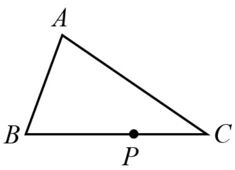
(C)


(D)


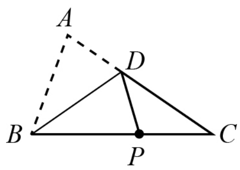
【解析】∵ △FBC 與△EBC 面積的底邊皆為 $\overline{BC}$

∴ 比較三角形的高，故選(D)

(A)15. 附圖(一)為一張三角形 ABC 紙片，P 點在 $\overline{BC}$ 上。今將 A 摺至 P 時，出現摺線 $\overline{BD}$，其中 D 點在 $\overline{AC}$ 上，如圖(二)所示。若△ABC 的面積為 80，△DBC 的面積為 50，則 $\overline{BP}$ 與 $\overline{PC}$ 的長度比為何？【102 基測】



圖(一)



圖(二)

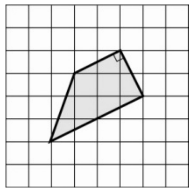
(A) 3：2　(B) 5：3
(C) 8：5　(D) 13：8

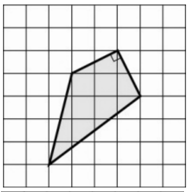
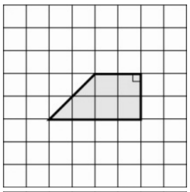
【解析】△BDP＝△BDA＝80－50＝30

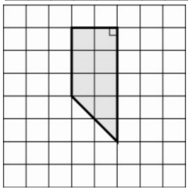
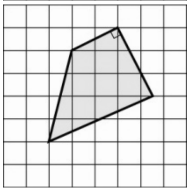
△DPC＝50－30＝20

⇒ $\overline{BP}$ ： $\overline{CP}$ ＝△BDP：△DPC＝30：20＝3：2

(B)16.下列各圖形中哪一個四邊形與附圖的四邊形相似？【90 基測(一)】

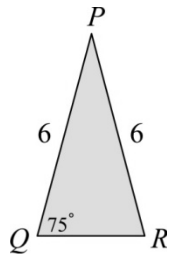


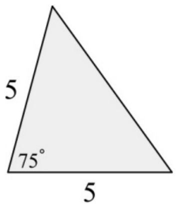
(A)

(B)


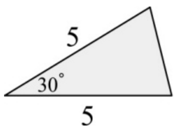
(C)

(D)


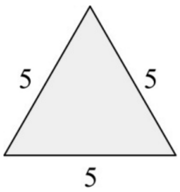
【解析】兩四邊形相似，需對應角相等且對應邊成比例。

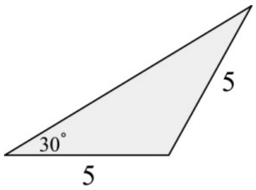
(B)17.如附圖，已知△PQR，則下列四個三角形中，哪一個與△PQR 相似？【90 基測(二)】



(A)


(B)


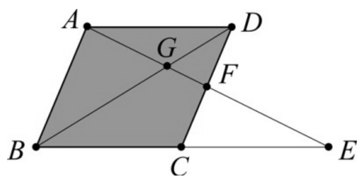
(C)


(D)


【解析】∵ $\overline{PQ}=\overline{PR}=6$ ∴ $\angle R=\angle Q=75° \Rightarrow \angle P=30°$

∴(B) 與△PQR 相似 (SAS 相似)

(D)18.如附圖，平行四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=\overline{AD}$，直線 AF 交 $\overline{BD}$ 於 G 點，交直線 BC 於 E 點。若 $\angle A \neq 120°$，且 F 是 $\overline{CD}$ 的中點，則下列哪一個選項中的兩個三角形<u>不會</u>相似？【90 基測(二)】



(A) △ABG，△FDG

(B) △AGD，△EGB

(C) △AFD，△EAB

(D) △FCE，△FDG

【解析】由圖知：

△ABG～△FDG (AA 相似)，

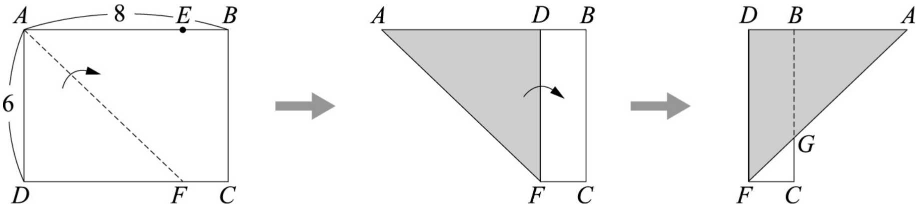
△AGD～△EGB (AA 相似)，

△AFD～△EAB (AA 相似)。

(B)19. 如附圖(一)，$ABCD$ 為一長方形，$\overline{AB}=8$、$\overline{AD}=\overline{AE}=6$。

(1) 將 $\overline{AD}$ 向 $\overline{AE}$ 方向摺過去，使得 $\overline{AD}$ 與 $\overline{AE}$ 重合，出現摺線 $\overline{AF}$，如附圖(二)。

(2) 將△AFD 以 $\overline{DF}$ 為摺線向右摺過去，如附圖(三)，求△CFG 的面積是多少？



圖(一)　　圖(二)　　圖(三)

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4【91 基測(二)】

【解析】圖(三) 之 $\overline{BD}=8-6=2$，$\overline{AB}=6-2=4$，$\overline{AF}=6\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{AG}:\overline{GF}=\overline{AB}:\overline{BD}=4:2=2:1$

$\therefore\ \overline{FG}=6\sqrt{2}\times\dfrac{1}{3}=2\sqrt{2}$

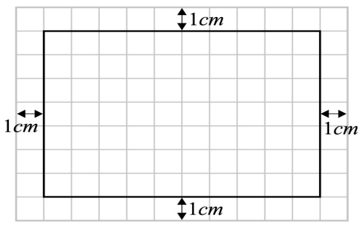
在△CFG 中，$\overline{FG}=2\sqrt{2}$，$\overline{CF}=\overline{BD}=2$

$\therefore\ \overline{CG}=2$

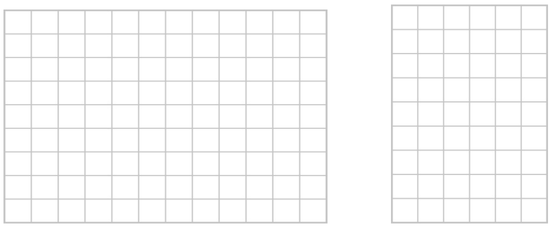
故△CFG 的面積$=\dfrac{1}{2}\times2\times2=2$

(D)20. 下列每個選項中都有兩個長方形。根據圖中所給的方格紙、數據，判斷哪一個選項中的兩個長方形是相似的？【91 基測(二)】

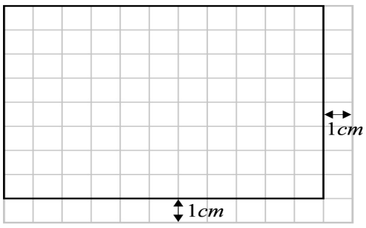
(A)



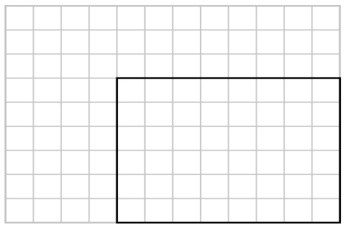
(B)



(C)



(D)



【解析】(A) $\dfrac{12}{9}\neq\dfrac{10}{7}$

(B) $\dfrac{12}{9}\neq\dfrac{9}{6}$

(C) $\dfrac{12}{9}\neq\dfrac{11}{8}$

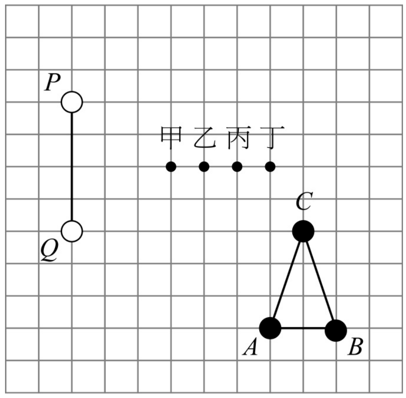
(D) $\dfrac{12}{9}=\dfrac{8}{6}$

$\therefore$ (D) 中的兩個長方形相似

(D)21.如附圖，棋盤上有 A、B、C 三個黑子與 P、Q 兩個白子。請問第三個白子 R 應放在下列哪一個位置，才會使得$\triangle ABC\sim\triangle PQR$？【92 基測(一)】

(A) 甲　(B) 乙

(C) 丙　(D) 丁



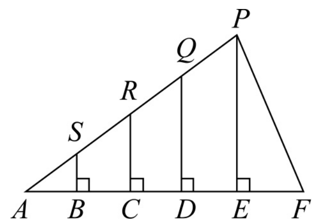
【解析】$\because\ \overline{AB}=2$，$\overline{PQ}=4$，$\overline{AC}=\sqrt{10}$

$\therefore\ \overline{RP}=2\sqrt{10}=\sqrt{40}$

$40-4=36$，$36=6^2$

$\therefore R$ 在丁的位置

(D)22.如附圖，S、R、Q 在 $\overline{AP}$ 上，B、C、D、E 在 $\overline{AF}$ 上，其中 $\overline{BS}$、$\overline{CR}$、$\overline{DQ}$ 皆垂直於 $\overline{AF}$，且 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}$。若 $\overline{PE}=2$ 公尺，則 $\overline{BS}+\overline{CR}+\overline{DQ}$ 的長是多少公尺？【92 基測(一)】



(A) $\frac{3}{2}$　(B) 2　(C) $\frac{5}{2}$　(D) 3

【解析】$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{CD}+\overline{DE}=\overline{CE}$

$\overline{PE}=2$ (公尺) $\Rightarrow \overline{RC}=1$ (公尺)

$\overline{AB}=\overline{BC}$，$\overline{CR}=1$ (公尺) $\Rightarrow \overline{BS}=0.5$ (公尺)

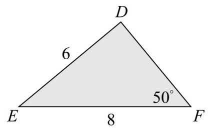
$\because \triangle ABS\sim\triangle ADQ \quad \therefore \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BS}}=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{DQ}}$

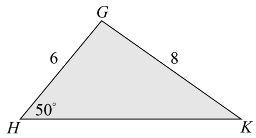
又 $\overline{AD}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}=3\overline{AB}$

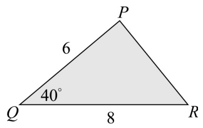
故 $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BS}}=\dfrac{3\overline{AB}}{\overline{DQ}}$，$\overline{DQ}=3\overline{BS}=3\times0.5=1.5$ (公尺)

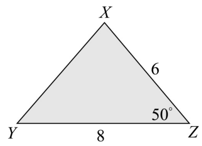
$\overline{BS}+\overline{CR}+\overline{DQ}=0.5+1+1.5=3$ (公尺)

(D)23.已知$\triangle ABC$中，$\overline{AB}=4$，$\overline{AC}=3$，$\angle BAC=50°$。請問下列四個三角形中，哪一個與$\triangle ABC$相似？【92 基測(二)】

(A)


(B)


(C)


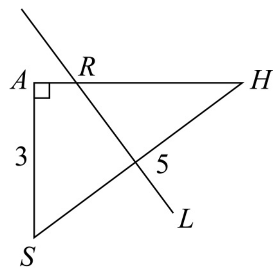
(D)


【解析】在$\triangle ABC$與$\triangle ZYX$中

$$\because \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{ZY}}{\overline{ZX}}=\frac{4}{3}，\angle BAC=\angle YZX$$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ZYX$ (SAS 相似性質)

(C)24.如附圖，$\triangle ASH$為直角三角形，其中$\angle A=90°$，L為$\overline{SH}$的中垂線，交$\overline{AH}$於R點。若$\overline{AS}=3$，$\overline{SH}=5$，則$\overline{RH}=$？



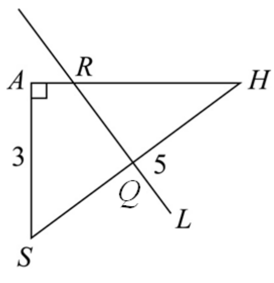
(A) 1.5
(B) 2
(C) $\frac{25}{8}$
(D) 2.5【92 基測(二)】

【解析】$\triangle ASH$為直角三角形，又$\overline{AS}=3$，$\overline{SH}=5$，故$\overline{AH}=4$。

L為$\overline{SH}$中垂線，故$\overline{QH}=\overline{QS}=\frac{5}{2}$。

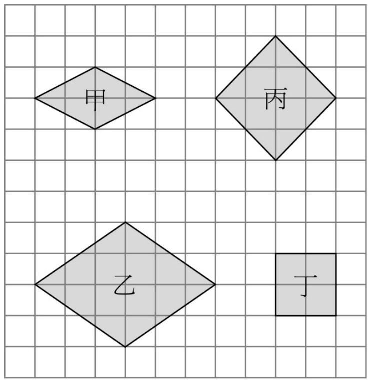
$\because \triangle ASH \sim \triangle QRH$ (AA 相似)

$$\therefore \frac{5}{4}=\frac{\overline{RH}}{\frac{5}{2}}，4\overline{RH}=\frac{25}{2}，\overline{RH}=\frac{25}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{25}{8}$$



(D)25.如附圖，四邊形甲、乙、丙、丁的四邊各自等長。

請問下列哪一個敘述是正確的？【92 基測(二)】



(A) 甲與乙相似

(B) 甲與丙相似

(C) 乙與丙相似

(D) 丙與丁相似

【解析】(A) 甲、乙不相似

∵ 對角線將甲、乙各分割成 4 個相等的直角三角形

又其對應邊長比 $\frac{1}{2} \neq \frac{2}{3}$

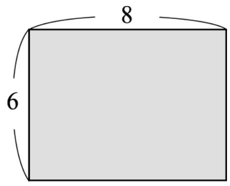
∴ 四邊形甲、乙的對應邊不成比例

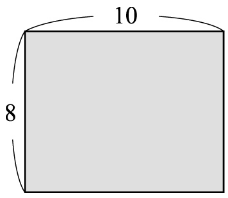
(B) 甲、丙不相似 (對應角不相等)

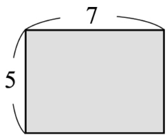
(C) 乙、丙不相似 (對應角不相等)

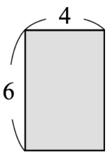
(D) 丙、丁相似 (∵對應角相等，對應邊成比例)

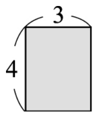
(D)26.附圖是一個長為 8、寬為 6 的矩形。請問，下列哪一個選項中的矩形與這個矩形相似？【93 基測(一)】



(A)


(B)


(C)


(D)


【解析】∵ (A) 8：10≠6：8

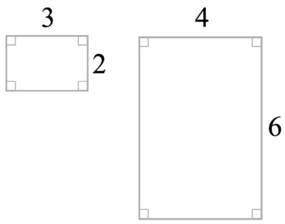
(B) 8：7≠6：5

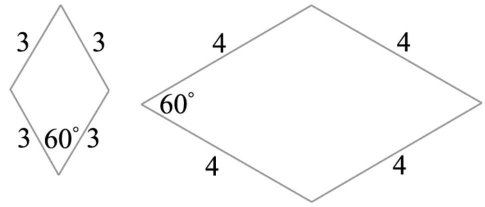
(C) 8：6≠6：4

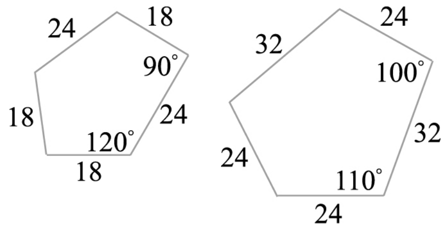
(D) 8：4＝6：3

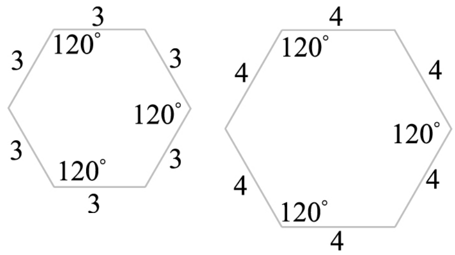
∴ 選 (D)

(C)27. 下列哪一個選項中的兩個圖形<u>不是</u>相似形？【93 基測(二)】

(A)


(B)


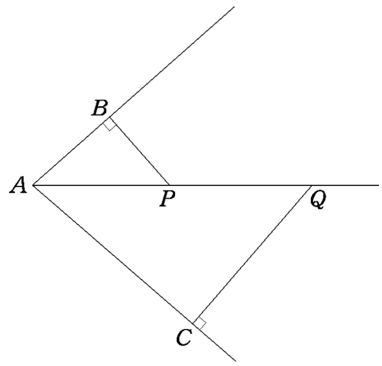
(C)


(D)


【解析】(C) $\because \dfrac{18}{24}=\dfrac{18}{24}=\dfrac{24}{32}=\dfrac{18}{24}=\dfrac{24}{32}$ (對應邊成比例)

但 $120°\neq110°$ (對應角不相等) $\therefore$ 不相似

(B)28. 如附圖，$\overline{AQ}$ 為 $\angle BAC$ 的角平分線，P 在 $\overline{AQ}$ 上，且 $\overline{PB}\perp\overline{AB}$、$\overline{QC}\perp\overline{AC}$。若 $\overline{PB}=3$、$\overline{QC}=9$、$\overline{AP}=5$，則 $\overline{PQ}=$？【94 基測(一)】



(A) 7 (B) 10 (C) 12 (D) 15

【解析】$\because \angle BAP=\angle CAQ$，$\angle ABP=\angle QCA=90°$

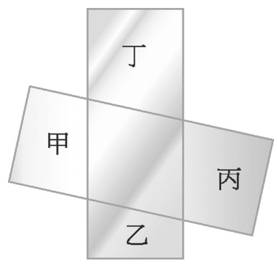
$\therefore \triangle ABP\sim\triangle ACQ$ (AA 相似性質)

$\therefore \overline{AQ}:\overline{AP}=\overline{QC}:\overline{PB}$

$\Rightarrow \overline{AQ}:5=9:3 \Rightarrow \overline{AQ}=15$

$\therefore \overline{PQ}=15-5=10$

(D)29. 附圖是兩全等長方形玻璃板放置的情形，其中分成甲、乙、丙、丁四塊梯形及一塊平行四邊形。若甲、乙、丙、丁的面積比為 4：3：5：6，則此四梯形的關係，下列敘述何者正確？



(A) 甲乙相似 (B) 甲丙相似

(C) 乙丁相似 (D) 甲乙丙丁均不相似

【解析】$\because$ 對應邊不成比例【94 基測(一)】

$\therefore$ 甲、乙、丙、丁均不相似

(A)30.如附圖，四邊形 $ABCD$ 為四邊不互相平行的四邊形，已知：

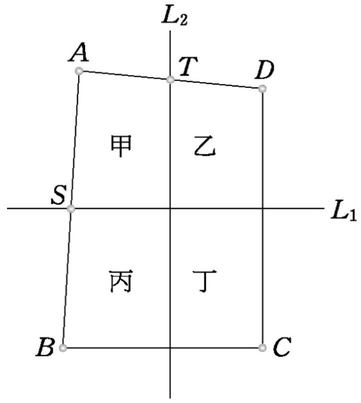
(1) S、T 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AD}$ 中點

(2) 直線 L_1 過 S 點與 $\overline{BC}$ 平行

(3) 直線 L_2 過 T 點與 $\overline{CD}$ 平行

若 L_1 及 L_2 將四邊形 $ABCD$ 分成甲、乙、丙、丁四個四邊形，則其中哪一個與四邊形 $ABCD$ 相似？【94 基測(二)】

(A) 甲　(B) 乙　(C) 丙　(D) 丁



【解析】$\because L_1 // \overline{BC} \Rightarrow \angle 1 = \angle B$，$\angle 3 = \angle C$

$L_2 // \overline{CD} \Rightarrow \angle 2 = \angle 3$，$\angle 4 = \angle D$

$\therefore \angle 1 = \angle B$，$\angle 2 = \angle 3 = \angle C$，$\angle 4 = \angle D$，$\angle A = \angle A$

連 $\overline{AC}$

$\because$ T 為 $\overline{AD}$ 之中點且 $\overline{OT} // \overline{CD}$

$\therefore \overline{OT} : \overline{CD} = 1:2$，同理 $\overline{OS} : \overline{BC} = 1:2$

$\therefore \overline{AT} : \overline{AD} = \overline{OT} : \overline{CD}$

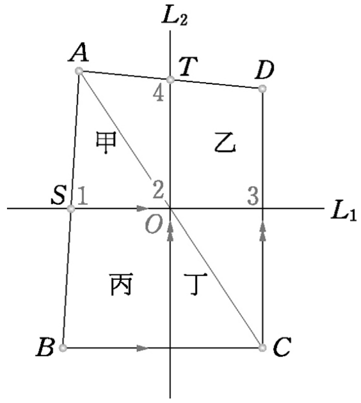
$= \overline{OT} : \overline{AC}$

$= \overline{AS} : \overline{AB}$

$= \overline{OS} : \overline{BC}$

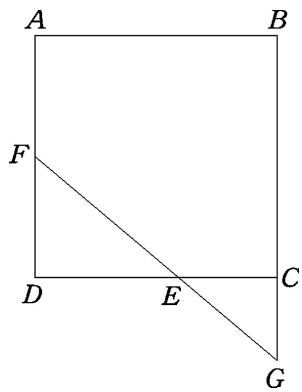
$= 1:2$

$\therefore$ 甲與四邊形 $ABCD$ 相似



(A)31.如附圖，四邊形 $ABCD$ 是正方形，E、F 兩點分別在 $\overline{CD}$ 、 $\overline{AD}$ 上，延長 $\overline{EF}$ 交直線 BC 於 G 點。若 $\overline{AB} = 12$，$\overline{DE} = 8$，$\overline{DF} = 6$，則四邊形 $AFGB$ 面積為何？【94 基測(二)】

(A) 126　(B) 132　(C) 140　(D) 144



【解析】$\because \angle ADE = \angle GCE = 90°$，且 $\angle DEF = \angle GEC$

$\therefore \triangle DEF \sim \triangle CEG$ (AA 相似)

$\therefore \overline{DF} : \overline{CG} = \overline{DE} : \overline{CE}$

$\Rightarrow 6 : \overline{CG} = 8 : (12-8)$

$\therefore \overline{CG} = 3$，又 $\overline{AF} = 12-6 = 6$

$\therefore$ 四邊形 $AFGB$ 面積 $= \dfrac{(6+12+3)\times 12}{2} = 126$ (平方單位)

(D)32.有甲、乙、丙、丁、戊五塊三角形紙板，已知各紙板其中的兩內角分別為甲：55°、80°，乙：55°、45°，丙：45°、80°，丁：55°、65°，戊：45°、55°。在甲、乙、丙、丁四塊紙板中，哪一塊與戊<u>不相似</u>？【95 基測(一)】

(A) 甲　(B) 乙　(C) 丙　(D) 丁

【解析】戊：180°－45°－55°＝80°，45°，55°

甲：180°－55°－80°＝45°，55°，80°

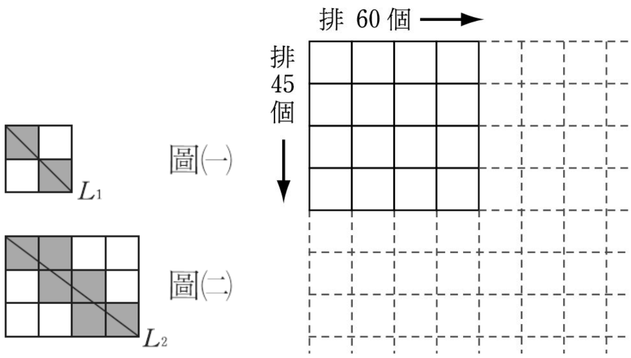
乙：180°－55°－45°＝80°，45°，55°

丙：180°－45°－80°＝55°，45°，80°

丁：180°－55°－65°＝60°，55°，65°

∴ 選 (D)

(C)33.附圖(一)為一長方形，其內部分成 4 個大小相同的小正方形，且對角線 L_1 通過 2 個小正方形 (如灰色部分)。附圖(二)為一長方形，其內部分成 12 個大小相同的小正方形，且對角線 L_2 通過 6 個小正方形 (如灰色部分)。如附圖，若將 2700 個大小相同的小正方形緊密地排出一個長邊有 60 個小正方形、短邊有 45 個小正方形的長方形後，在此長方形中畫一條對角線，則此線通過幾個小正方形？【95 基測(一)】



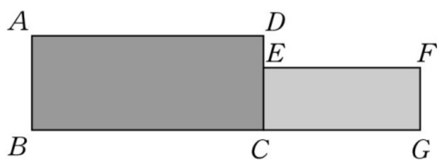
(A) 60　(B) 75　(C) 90　(D) 105

【解析】∵ 60：45＝4：3

∴ 每一列皆通過 2 個小正方形

∴ 2×45＝90 (個)

(D)34.附圖的兩長方形 $ABCD$、$ECGF$ 為相似形，且 $\overline{AD}$ 的對應邊為 $\overline{EF}$。若 $\overline{AB}$＝6，$\overline{FG}$＝4，$\overline{BG}$＝25，則兩長方形的面積和為何？【95 基測(二)】



(A) 115　(B) 120　(C) 125　(D) 130

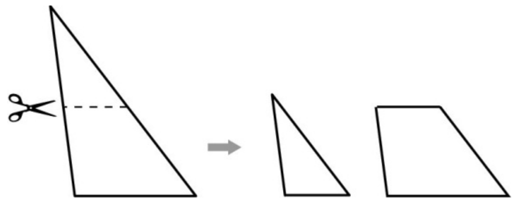
【解析】∵ 兩長方形 $ABCD$、$ECGF$ 相似

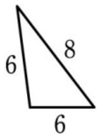
∴ $\overline{BC}：\overline{CG}＝\overline{AB}：\overline{FG}＝6：4＝3：2$

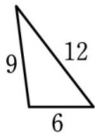
∴ $\overline{BC}＝25×\dfrac{3}{3+2}＝15$，$\overline{CG}＝25×\dfrac{2}{3+2}＝10$

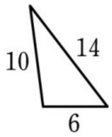
∴ 兩長方形面積和＝6×15＋4×10＝90＋40＝130

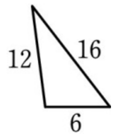
(B)35. 如附圖，將一個大三角形剪成一個小三角形及一個梯形。若梯形上、下底的長分別為 6、14，兩腰長為 12、16，則下列哪一選項中的數據表示此三角形的三邊長？【96 基測(一)】



(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

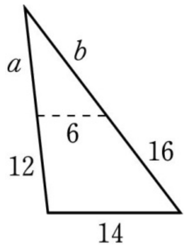
【解析】設小三角形另兩邊長為 a、b，

因為梯形的上、下底平行，

所以 $\dfrac{a}{a+12}=\dfrac{6}{14}=\dfrac{b}{b+16}$

$\Rightarrow \begin{cases} 14a=6a+72 \\ 6b+96=14b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=9 \\ b=12 \end{cases}$

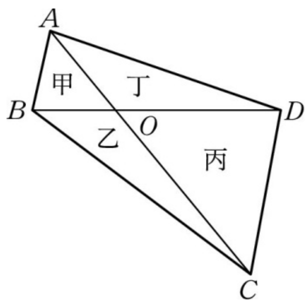
故小三角形的三邊長為 9、12、6



(B)36. 如附圖，不等長的兩對角線 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$ 相交於 O 點，且將四邊形 $ABCD$ 分成甲、乙、丙、丁四個三角形。若 $\overline{OA}$ ： $\overline{OC}$ ＝ $\overline{OB}$ ： $\overline{OD}$ ＝1：2，則此四個三角形的關係，下列敘述何者正確？【96 基測(一)】

(A) 甲丙相似，乙丁相似　(B) 甲丙相似，乙丁不相似

(C) 甲丙不相似，乙丁相似　(D) 甲丙不相似，乙丁不相似



【解析】設 $\overline{AO}=x$， $\overline{OC}=2x$， $\overline{BO}=y$， $\overline{OD}=2y$

(1) $\because$ $\overline{AO}$ ： $\overline{OC}$ ＝ $\overline{BO}$ ： $\overline{OD}$ ，

又 $\angle AOB=\angle COD$

$\therefore \triangle AOB \sim \triangle COD$，即甲丙相似

(2) $\because$ $\overline{AO}$ ： $\overline{OD}=x:2y$

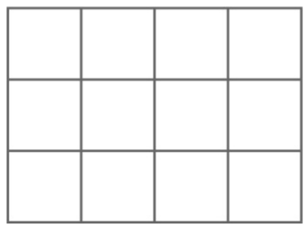
$\overline{BO}$ ： $\overline{OC}=y:2x$

$\therefore$ $\overline{AO}$ ： $\overline{OD} \neq \overline{BO}$ ： $\overline{OC}$

$\therefore \triangle AOD$ 與 $\triangle BOC$ 不相似，即乙丁不相似

(D)37. 附圖是由 12 張相同的正方形紙板緊密拼成的長方形。若用同樣的正方形紙板，緊密地拼成另一個圖形，則用完下列哪一數量的紙板，才能拼成與附圖相似的圖形？【96 基測(二)】

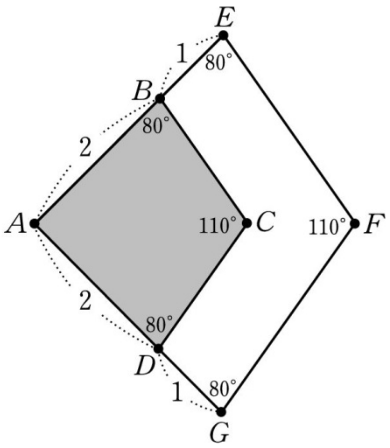
(A) 49　(B) 84　(C) 90　(D) 108



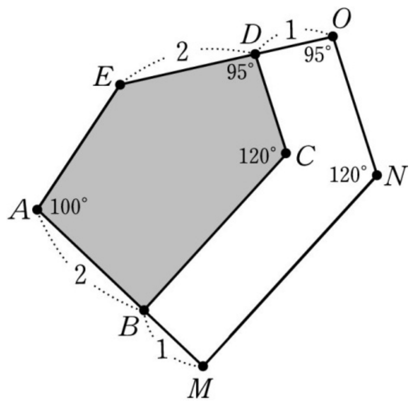
【解析】$\because$ 相似

$\therefore$ 可以用 $12\times2^2=48$ (張)，$12\times3^2=108$ (張)，⋯

(B)38.附圖(一)有兩個四邊形 $ABCD$ 與 $AEFG$，其中 B、D 分別在 $\overline{AE}$ 、 $\overline{AG}$ 上。附圖(二)有兩個五邊形 $ABCDE$ 與 $AMNOE$，其中 B、D 分別在 $\overline{AM}$ 、 $\overline{EO}$ 上。依據圖中的數據，比較上述的多邊形是否相似。下列判斷何者正確？【96 基測(二)】



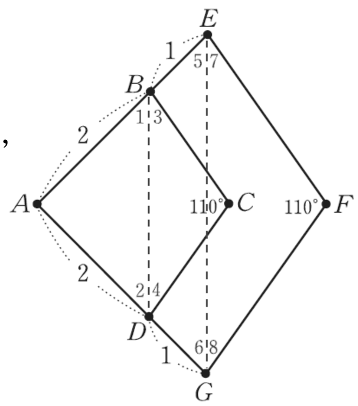
圖(一)



圖(二)

(A) 兩個四邊形相似，兩個五邊形相似
(B) 兩個四邊形相似，兩個五邊形不相似
(C) 兩個四邊形不相似，兩個五邊形相似
(D) 兩個四邊形不相似，兩個五邊形不相似

【解析】圖(一)：連 $\overline{BD}$ 、 $\overline{EG}$



(1) 因為 $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AE}}=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AG}}=\dfrac{2}{3}$，$\angle A=\angle A$，

所以 $\triangle ABD\sim\triangle AEG$。

(2) 因為 $\overline{AB}=\overline{AD}$ ，

所以 $\angle 1=\angle 2\Rightarrow\angle 3=\angle 4$

同理可得 $\angle 5=\angle 6$

$\Rightarrow\angle 7=\angle 8$

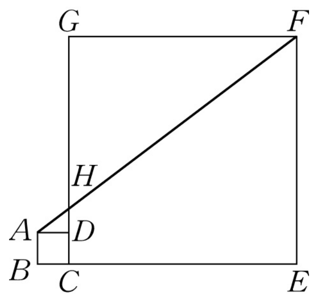
$\Rightarrow\triangle BCD\sim\triangle EFG$

由(1)、(2)可知兩個四邊形相似

圖(二)：$\because\dfrac{\overline{ED}}{\overline{EO}}\neq\dfrac{\overline{AE}}{\overline{AE}}$

$\therefore$ 兩個五邊形不相似

(B)39. 如附圖，兩正方形 $ABCD$、$GCEF$ 的面積分別為 1、49，且 C 點在 $\overline{BE}$ 上。若 $\overline{AF}$ 與 $\overline{CG}$ 相交於 H 點，則 $\overline{DH}$ ＝？



(A) 1　(B) $\frac{3}{4}$　(C) $\frac{5}{6}$　(D) $\frac{7}{8}$【97 基測(二)】

【解析】∵ $\triangle ADH \sim \triangle FGH$ (AA 相似)

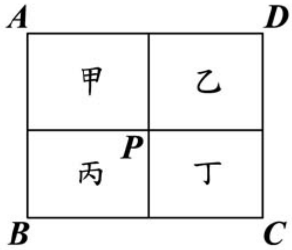
∴ $\overline{AD} : \overline{GF} = \overline{DH} : \overline{GH}$

令 $\overline{DH} = x$，$\overline{GH} = 7-1-x = 6-x$

∴ $1 : 7 = x : (6-x)$

$7x = 6-x \Rightarrow 8x = 6 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$

(A)40. 附圖中，過 P 點的兩直線將矩形 $ABCD$ 分成甲、乙、丙、丁四個矩形，其中 P 在 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{AP} : \overline{PC} = \overline{AD} : \overline{AB} = 4 : 3$。下列對於矩形是否相似的判斷，何者正確？



(A) 甲、乙不相似
(B) 甲、丁不相似
(C) 丙、乙相似
(D) 丙、丁相似【98 基測(一)】

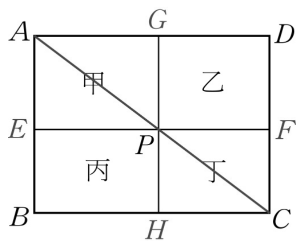
【解析】∵ $\overline{EP} \,/\!/\, \overline{BC}$

∴ $\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{AP} : \overline{PC} = 4 : 3$

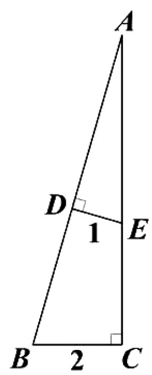
同理，$\overline{AG} : \overline{GD} = \overline{AP} : \overline{PC} = 4 : 3$

∴ $\overline{AG} : \overline{GD} = 4 : 3 \neq \overline{AE} : \overline{DF} = 1 : 1$

∴ 甲、乙不相似



(C)41. 如附圖，$\triangle ABC$ 中，D、E 兩點分別在 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 上，其中 $\angle ADE = \angle ACB = 90°$，且 $\overline{DE} = 1$，$\overline{BC} = 2$。若 $\overline{AD} = x$，$\overline{AE} = y$，則 $\overline{CE}$ ＝？【98 基測(二)】



(A) x　(B) y　(C) $2x-y$　(D) $2y-x$

【解析】在 $\triangle ADE$ 與 $\triangle ACB$ 中

∵ $\angle A = \angle A$，$\angle ADE = \angle ACB = 90°$

∴ $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ (AA 相似性質)

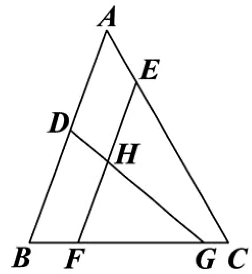
∴ $\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{BC}$

$\Rightarrow x : \overline{AC} = 1 : 2$

$\Rightarrow \overline{AC} = 2x$

∴ $\overline{CE} = \overline{AC} - \overline{AE} = 2x - y$

(B)42. 附圖表示 D、E、F、G 四點在△ABC 三邊上的位置，其中 $\overline{DG}$ 與 $\overline{EF}$ 交於 H 點。若∠ABC＝∠EFC＝70°，∠ACB＝60°，∠DGB＝40°，則下列哪一組三角形相似？【99 基測(一)】



(A) △BDG，△CEF

(B) △ABC，△CEF

(C) △ABC，△BDG

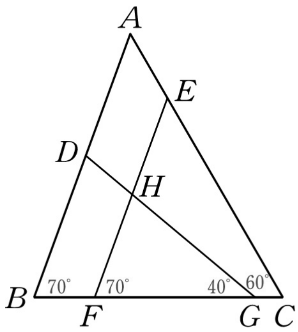
(D) △FGH，△ABC

【解析】∵ ∠A＝180°－70°－60°＝50°

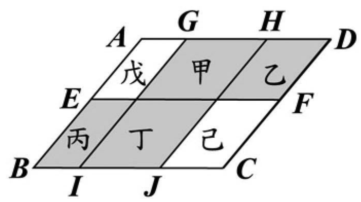
∠CEF＝180°－70°－60°＝50°

∴ △ABC～△EFC (AA 相似)

故選(B)



(B)43. 附圖是 E、F、G、H、I、J 六點在菱形 $ABCD$ 四邊上的位置圖，其中 $\overline{EF}$、$\overline{GI}$、$\overline{HJ}$ 將菱形分成甲、乙、丙、丁、戊、己六個平行四邊形。若 $\overline{AG}$：$\overline{GH}$：$\overline{HD}$＝5：10：9，$\overline{AE}$：$\overline{EB}$＝3：5，則下列哪一圖形與菱形 $ABCD$ 相似？【99 基測(二)】



(A) 甲　(B) 乙　(C) 丙　(D) 丁

【解析】令 $\overline{AG}$＝$5a$，$\overline{GH}$＝$10a$，$\overline{HD}$＝$9a$，$\overline{AE}$＝$3b$，$\overline{EB}$＝$5b$

∴ $\overline{AD}$：$\overline{AB}$＝($5a+10a+9a$)：($3b+5b$)＝$24a$：$8b$＝$3a$：b

甲 ⇒ $10a$：$3b$

乙 ⇒ $9a$：$3b$＝$3a$：b

丙 ⇒ $5a$：$5b$＝a：b

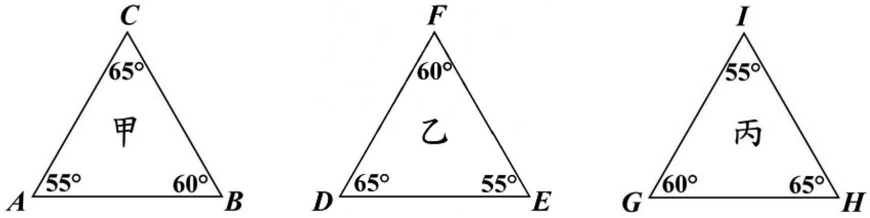
丁 ⇒ $10a$：$5b$＝$2a$：b

戊 ⇒ $5a$：$3b$

己 ⇒ $9a$：$5b$

故選(B)

(B)44. 附圖表示甲、乙、丙三個三角形，每個三角形的內角均為 55°、60°、65°。若 $\overline{AB}=\overline{DE}=\overline{GH}$，則甲、乙、丙周長的關係為何？【99 基測(二)】



(A) 甲＝乙＝丙　(B) 甲＜乙＜丙　(C) 甲＜丙＜乙　(D) 丙＜乙＜甲

【解析】$\because \angle C>\angle B>\angle A$　$\therefore \overline{AB}>\overline{AC}>\overline{BC}$

$\because \angle D>\angle F>\angle E$　$\therefore \overline{EF}>\overline{DE}>\overline{DF}$

又 $\angle H>\angle G>\angle I$

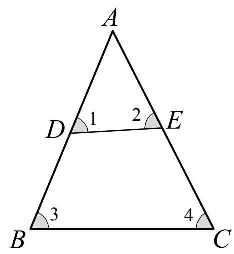
$\therefore \overline{GI}>\overline{HI}>\overline{GH}$

$\because \triangle ABC\sim\triangle EFD\sim\triangle IGH$，且 $\overline{AB}=\overline{DE}=\overline{GH}$

$\therefore$ 甲＜乙＜丙

故選(B)

(D)45. 附圖為一$\triangle ABC$，其中 D、E 兩點分別在 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 上，且 $\overline{AD}=31$，$\overline{DB}=29$，$\overline{AE}=30$，$\overline{EC}=32$。若$\angle A=50°$，則圖中$\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$、$\angle 4$ 的大小關係，下列何者正確？



(A) $\angle 1>\angle 3$　(B) $\angle 2=\angle 4$

(C) $\angle 1>\angle 4$　(D) $\angle 2=\angle 3$【100 北北基】

【解析】$\because \overline{AD}:\overline{AE}=31:30$

且 $\overline{AC}:\overline{AB}=62:60=31:30$，$\angle A=\angle A$

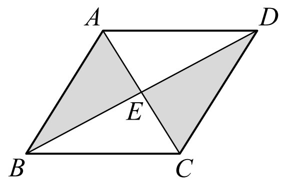
$\therefore \triangle ADE\sim\triangle ACB$ (SAS 相似)

$\therefore \angle 1=\angle 4$，$\angle 2=\angle 3$

又 $\angle 2>\angle 1$，$\angle 3>\angle 4$

故選(D)

(D)46. 附圖為一個四邊形 $ABCD$，其中 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 E 點，且兩灰色區域的面積相等。若 $\overline{AD}=11$，$\overline{BC}=10$，則下列關係何者正確？【100 北北基】



(A) $\angle DAE<\angle BCE$　(B) $\angle DAE>\angle BCE$

(C) $\overline{BE}>\overline{DE}$　(D) $\overline{BE}<\overline{DE}$

【解析】$\triangle ABE=\triangle CDE \Rightarrow \triangle ABC=\triangle CBD$

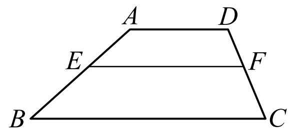
$\therefore \overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$，又 $\overline{AD}>\overline{BC}$

$\therefore \triangle ADE>\triangle BCE$

$\because \triangle ADE\sim\triangle CBE$　$\therefore \overline{DE}>\overline{BE}$

故選(D)

(D)47. 如附圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$，E、F 兩點分別在 $\overline{AB}$、$\overline{DC}$ 上。若 $\overline{AE}=4$，$\overline{EB}=6$，$\overline{DF}=2$，$\overline{FC}=3$，且梯形 $AEFD$ 與梯形 $EBCF$ 相似，則 $\overline{AD}$ 與 $\overline{BC}$ 的長度比為何？【100 基測(二)】



(A) $1:2$　(B) $2:3$　(C) $2:5$　(D) $4:9$

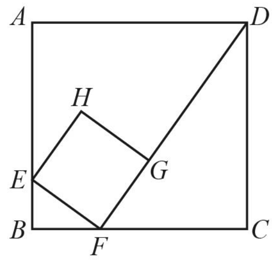
【解析】$\overline{AD}:\overline{EF}=2:3=\overline{EF}:\overline{BC}$

令 $\overline{AD}=2r$，$\overline{EF}=3r \Rightarrow \overline{BC}=\dfrac{9}{2}r$

$\therefore \overline{AD}:\overline{BC}=2r:\dfrac{9}{2}r=4:9$

故選(D)

(B)48. 如附圖，邊長 12 的正方形 $ABCD$ 中，有一個小正方形 $EFGH$，其中 E、F、G 分別在 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{FD}$ 上。若 $\overline{BF}=3$，則小正方形的邊長為何？【101 基測】



(A) $\sqrt{12}$　(B) $\dfrac{15}{4}$　(C) 5　(D) 6

【解析】$\because \triangle BEF \sim \triangle CFD$

$\therefore \dfrac{\overline{EF}}{\overline{BF}}=\dfrac{\overline{DF}}{\overline{CD}} \Rightarrow \dfrac{\overline{EF}}{3}=\dfrac{\sqrt{(12-3)^2+12^2}}{12}=\dfrac{15}{12}$，$\overline{EF}=\dfrac{15}{4}$

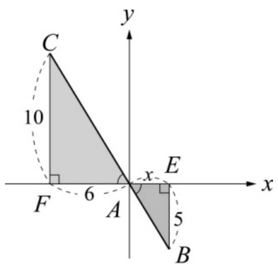
故選(B)

第 4 節 相似形的應用

(A)49. 一群海盜在無名島上藏了三批珠寶，先在島上 A 地藏第一批珠寶，然後向東走 x 公里，再向南走 5 公里到 B 地藏第二批珠寶，再循原路回到 A 地後，向西走 6 公里，再向北走 10 公里到 C 地藏第三批珠寶，如果 A、B、C 三地恰好在一條直線上，則 $x=$？【90 基測(一)】

(A) 3　(B) 6　(C) $\dfrac{25}{3}$　(D) 12

【解析】設 A 地在原點，依題意畫圖，如附圖



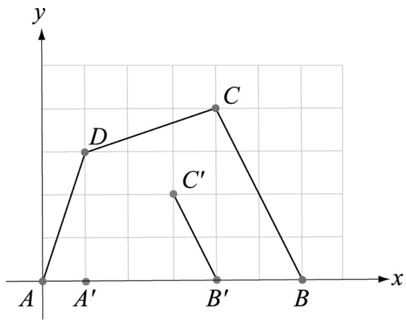
$\because \triangle AEB \sim \triangle AFC$ (AA 相似)

$\therefore \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AF}}=\dfrac{\overline{EB}}{\overline{FC}} \Rightarrow \dfrac{x}{6}=\dfrac{5}{10}$

$\therefore x=3$

(B)50. 如附圖，有一四邊形 $ABCD$ 的頂點坐標分別為 $A(0,0)$、$B(6,0)$、$C(4,4)$、$D(1,3)$。如要畫另一四邊形 $A'B'C'D'$ 與四邊形 $ABCD$ 相似，且其頂點坐標分別為 $A'(1,0)$、$B'(4,0)$、$C'(3,2)$、$D'(s,t)$，則 $s+t=$？

(A) 2　(B) 3　(C) $\frac{7}{2}$　(D) 4【91 基測(一)】



【解析】$\overline{AB}:\overline{A'B'}=6:3=2:1$

$\because A\to D$：向右 1，向上 3

$\therefore A'\to D'$：向右 0.5，向上 1.5

$\therefore D'(1.5,1.5)$

$\therefore s+t=1.5+1.5=3$

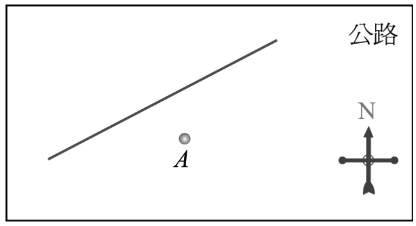
(D)51. 如附圖，有 A 村與一條直線型的公路，今以 A 村為基準點，向北走 4 公里可到達公路。若由 A 村向東走 6 公里，再向北走 6 公里也可到達公路，則由 A 村向西走多少公里可到達公路？【93 基測(一)】

(A) 4

(B) 6

(C) 9

(D) 12



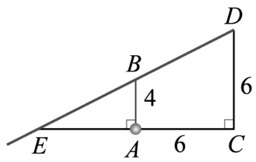
【解析】$\because \overline{AB} \parallel \overline{CD}$

$\therefore \triangle EAB\sim\triangle ECD$

$\therefore \dfrac{\overline{AE}}{\overline{EC}}=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{CD}}$，令 $\overline{AE}=x$ 公里

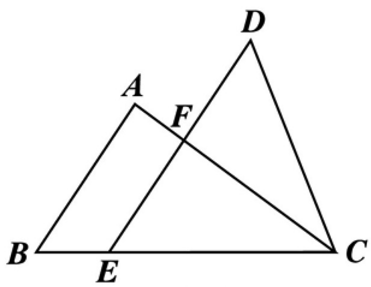
$\therefore \dfrac{x}{x+6}=\dfrac{4}{6}\Rightarrow 6x=4x+24\Rightarrow x=12$

$\therefore$ 選 (D)



(B)52. 附圖為$\triangle ABC$ 與$\triangle DEC$ 重疊的情形，其中 E 在 $\overline{BC}$ 上，$\overline{AC}$ 交 $\overline{DE}$ 於 F 點，且 $\overline{AB}\parallel\overline{DE}$。若$\triangle ABC$ 與$\triangle DEC$ 的面積相等，且 $\overline{EF}=9$，$\overline{AB}=12$，則 $\overline{DF}=$？

(A) 3　(B) 7　(C) 12　(D) 15【97 基測(一)】



【解析】$\because \triangle ABC=\triangle DEC$

$\therefore \triangle CEF:\triangle DEC=\triangle CEF:\triangle ABC$

又 $\because \overline{EF}\parallel\overline{AB}$

$\therefore \triangle CEF:\triangle DEC=\triangle CEF:\triangle ABC=\overline{EF}^2:\overline{AB}^2=9^2:12^2=9:16$

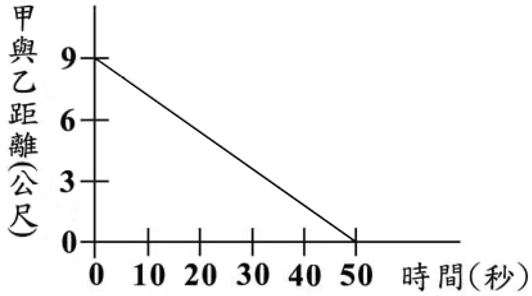
又 $\triangle CEF:\triangle ABC=\overline{EF}:\overline{DE}=9:\overline{DE}=9:16$ (等高)

$\therefore \overline{DE}=16\Rightarrow\overline{DF}=16-9=7$

$\Rightarrow$ 選 (B)

(C)53. 如附圖(一)，在同一直線上，甲自 A 點開始追趕等速度前進的乙，且附圖(二)表示兩人距離與所經時間的線型關係。若乙的速率為每秒 1.5 公尺，則經過 40 秒，甲自 A 點移動多少公尺？【99 基測(一)】

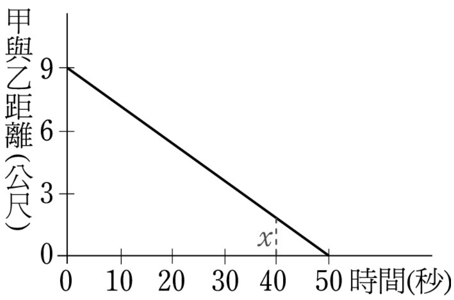
圖(一)



圖(二)

(A) 60　(B) 61.8　(C) 67.2　(D) 69

【解析】



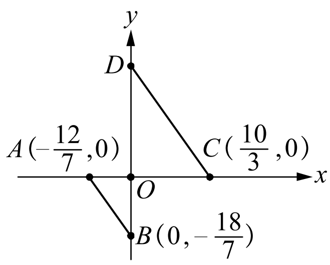
設 40 秒時，甲、乙相距 x 公尺

則 $x：9＝(50－40)：50$，$x＝1.8$

∴ 甲共走 $9＋1.5×40－1.8＝67.2$ (公尺)

故選(C)

(C)54. 附圖為 A、B、C、D 四點在座標平面上的位置，其中 O 為原點，$\overline{AB}$ // $\overline{CD}$。根據圖中各點座標，求 D 點座標為何？【100 基測(二)】



(A) $(0, \frac{20}{9})$

(B) $(0, \frac{10}{3})$

(C) $(0, 5)$

(D) $(0, 6)$

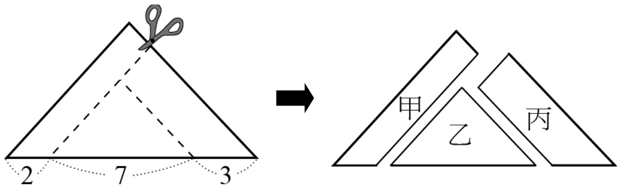
【解析】$\triangle OAB \sim \triangle OCD$

$\Rightarrow \frac{12}{7} : \frac{18}{7} = \frac{10}{3} : \overline{OD}$

$\Rightarrow \overline{OD} = 5$

故選(C)

(D)55.如附圖，將一張三角形紙片沿虛線剪成甲、乙、丙三塊，其中甲、丙為梯形，乙為三角形。根據圖中標示的邊長數據，比較甲、乙、丙的面積大小，下列判斷何者正確？【102 基測】



(A) 甲＞乙，乙＞丙

(B) 甲＞乙，乙＜丙

(C) 甲＜乙，乙＞丙

(D) 甲＜乙，乙＜丙

【解析】∵ $\triangle ABC \sim \triangle DEC$，$\triangle DEC \sim \triangle GEF$

∴ 乙：(乙＋丙)$=7^2 : 10^2 = 49 : 100$

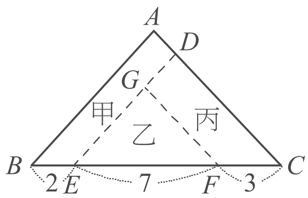
⇒ 乙：丙$=49 : (100-49) = 49 : 51$

⇒ 乙＜丙

(乙＋丙)：(甲＋乙＋丙)$=10^2 : 12^2 = 100 : 144$

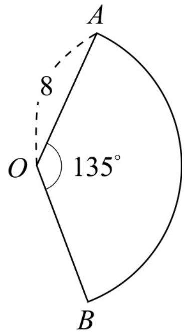
⇒ 甲：(乙＋丙)$=(144-100) : 100 = 44 : 100$

⇒ 甲：乙$=44 : 100 \times \dfrac{49}{100} = 44 : 49$ ⇒ 甲＜乙



第 1 節 圓形及點、直線與圓之間的關係

(B) 1. 如附圖，有一扇形，$\overline{OA}=8$ 公分，$\angle AOB=135°$，求$\overset{\frown}{AB}$的長為多少公分？【92 基測(二)】



(A) 3π

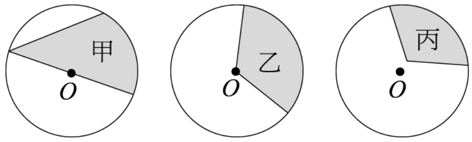
(B) 6π

(C) 12π

(D) 24π

【解析】$\overset{\frown}{AB}=\dfrac{135}{360}\times 2\times\pi\times 8=6\pi$（公分）

(B) 2. 如附圖，甲是由一條直徑、一條弦及一圓弧所圍成的灰色圖形；乙是由兩條半徑與一圓弧所圍成的灰色圖形；丙是由不過圓心 O 的兩線段與一圓弧所圍成的灰色圖形。下列關於此三圖形的敘述何者正確？【93 基測(一)】



(A) 只有甲是扇形　　(B) 只有乙是扇形

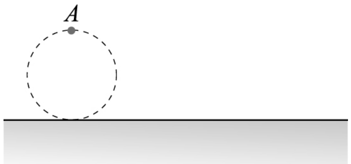
(C) 只有丙是扇形　　(D) 只有乙、丙是扇形

【解析】∵ 扇形是兩半徑與圓弧所圍成的圖形　∴ 選 (B)

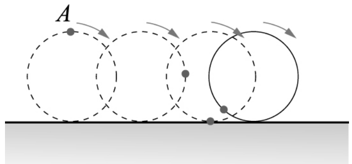
(D) 3. 如附圖(一)，地板上有一圓，其圓周上有一點 A。今在沒有滑動的情況下，將此圓向右滾動。已知當 A 接觸到地板時，會在地板上留下一個印子，如附圖(二)所示，且此圓滾動的方式是：

第 1 分鐘轉 1 圈　　第 2 分鐘轉 2 圈　　第 3 分鐘轉 4 圈　　…

依此規則（即每一分鐘轉的圈數都是前一分鐘的兩倍），愈轉愈快。下列哪一圖形是此圓轉了 4 圈之後，留在地板上四個印子的位置關係圖？【93 基測(一)】

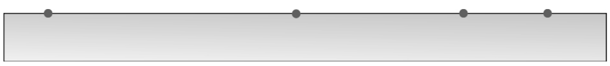


圖(一)



圖(二)

(A) 

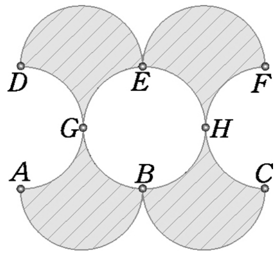
(B) 

(C) 

(D) 

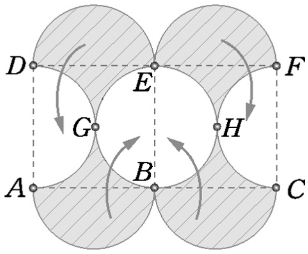
【解析】∵ 每轉 1 圈等於圓周長且其圓周長為定長　∴ 選 (D)

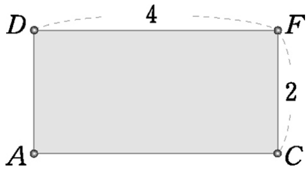
(B) 4. 如附圖，$\overset{\frown}{AB}$、$\overset{\frown}{BC}$、$\overset{\frown}{DE}$、$\overset{\frown}{EF}$、$\overset{\frown}{AGD}$、$\overset{\frown}{BGE}$、$\overset{\frown}{BHE}$、$\overset{\frown}{CHF}$ 皆為直徑為 2 的半圓。求斜線部分面積為何？【94 基測(一)】



(A) 4 (B) 8 (C) 2π (D) 4π

【解析】

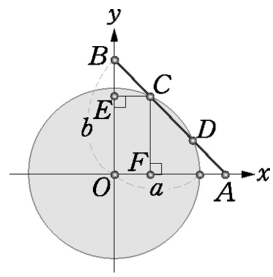




由附圖可知斜線部分面積＝長方形 $ACFD$ 面積，

故得斜線部分面積＝$2\times4=8$ (平方單位)。

(B) 5. 如附圖，圓的圓心為原點 O，半徑為 a；A、F 兩點在 x 軸上，B、E 兩點在 y 軸上，直線 AB 方程式為 $x+y=b$，且 $b>a$。若 $\overline{AB}$ 與圓 O 交於 C、D 兩點，且 $\overline{CF}\perp\overline{OA}$，$\overline{CE}\perp\overline{OB}$。矩形 $OFCE$ 的周長為何？【94 基測(一)】



(A) $2a$ (B) $2b$ (C) $a+b$ (D) $\sqrt{a^2+b^2}$

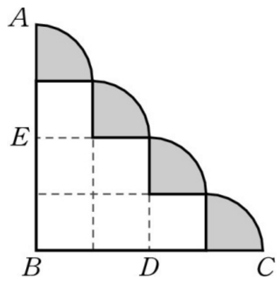
【解析】$\because$ $\overline{OA}=\overline{OB}=b$ $\therefore$ $\angle OBA=\angle OAB=45°$

$\therefore$ $\triangle BCE$ 與 $\triangle CFA$ 皆為等腰直角三角形 $\therefore$ $\overline{EC}=\overline{EB}$，$\overline{CF}=\overline{FA}$

$\therefore$ 矩形 $OFCE$ 周長＝$\overline{OE}+\overline{EC}+\overline{OF}+\overline{FC}=\overline{OE}+\overline{EB}+\overline{OF}+\overline{FA}$

$=\overline{OB}+\overline{OA}=b+b=2b$

(A) 6. 附圖是由四個半徑為 1 的$\frac{1}{4}$圓與六個邊長為 1 的正方形所組成。判斷下列各選項所敘述的圖形，哪一個的面積與附圖灰色區域面積相等？【95 基測(一)】



(A) 以 $\overline{BD}$ 為直徑之圓

(B) 以 $\overline{BC}$ 為直徑之圓

(C) 以 $\overline{AB}$ 為直徑之半圓

(D) 以 $\overline{AC}$ 為直徑之半圓

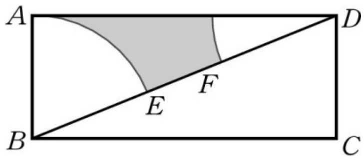
【解析】$\because$ 4 個半徑為 1 的$\frac{1}{4}$圓面積之和

＝1 個半徑為 1 之圓的面積

＝1 個直徑為 2 之圓的面積

$\therefore$ 選 (A)

(A) 7. 如附圖，四邊形 $ABCD$ 為長方形，$\overline{BD}$ 為對角線。



今分別以 B、D 為圓心，$\overline{AB}$ 為半徑畫弧，交 $\overline{BD}$ 於 E、F 兩點。若 $\overline{AB}=8$，$\overline{BC}=5\pi$，則圖中灰色區域的面積為何？【95 基測(一)】

(A) 4π　(B) 5π　(C) 8π　(D) 10π

【解析】∵ $\angle ABD+\angle ADB=90°$

∴ 所求面積

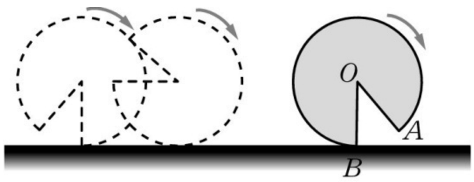
$=\triangle ABD$ 面積 $-\dfrac{90}{360}\times$ 半徑為 8 之圓面積

$=8\times 5\pi\times\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}\times\pi\times 8^2$

$=20\pi-16\pi=4\pi$

(C) 8. 如附圖(一)，水平地面上有一面積為 30π 平方公分的灰色扇形 OAB，其中 $\overline{OA}$ 的長度為 6 公分，且與地面垂直。若在沒有滑動的情況下，將附圖(一)的扇形向右滾動至 $\overline{OB}$ 垂直地面為止，如附圖(二)所示，則 O 點移動多少公分？【96 基測(一)】

圖(一)



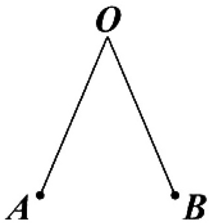
圖(二)

(A) 20　(B) 24　(C) 10π　(D) 30π

【解析】∵ 共轉了 $\dfrac{30\pi}{\pi\times 6^2}\times 360°=300°$

∴ O 點移動了 $2\times\pi\times 6\times\dfrac{300}{360}=10\pi$

(A) 9. 如附圖，將一根木棒的一端固定在 O 點，另一端綁一重物。小如將此重物拉到 A 點後放開，讓此重物由 A 點擺動至 B 點。若下列有一圖形為此重物移動的路徑，則此圖形應為何者？【98 基測(二)】

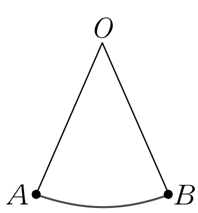


(A) 弧　(B) 拋物線

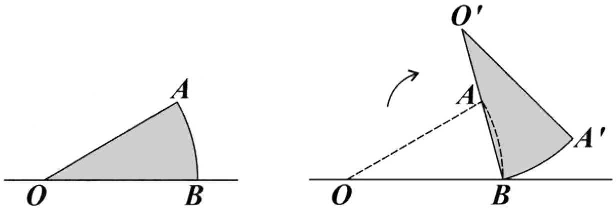
(C) 傾斜直線　(D) 水平直線

【解析】如附圖 $\overparen{AB}$

∴ 選 (A)



(D)10. 如附圖(一)，扇形 AOB 中，$\overline{OA}=10$，$\angle AOB=36°$。若固定 B 點，將此扇形依順時針方向旋轉，得一新扇形 $A'O'B$，其中 A 點在 $\overline{O'B}$ 上，如附圖(二)所示，則 O 點旋轉至 O' 點所經過的軌跡長度為何？【99 基測(一)】



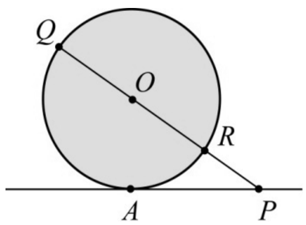
圖(一)　　　　圖(二)

(A) π　(B) 2π　(C) 3π　(D) 4π

【解析】$\because$ $\angle OBA=\dfrac{180°-36°}{2}=72°$

$\therefore$ 所經過軌跡長為 $2\times\pi\times10\times\dfrac{72}{360}=4\pi$，故選(D)

(A)11. 如附圖，直線 AP 切圓 O 於 A 點，且圓 O 的半徑長為 6，$\overline{PQ}=16$。若有一直線 L 與圓心距離$=\overline{AP}-\overline{PR}$，則直線 L 與圓 O 有幾個交點？【90 基測(二)】



(A) 2　(B) 1　(C) 0　(D) 無法確定

【解析】連接 $\overline{OA}$，則 $\overline{OA}\perp\overline{AP}$，$\overline{OA}=6$

$\because$ $\overline{OQ}=\overline{OR}=6$

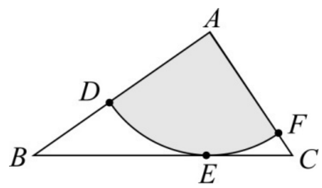
$\therefore$ $\overline{PR}=16-6-6=4$

$\therefore$ $\overline{AP}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

L 與圓心的距離$=\overline{AP}-\overline{PR}=8-4=4<6$

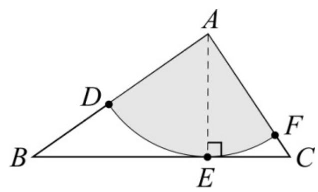
故 L 與圓 O 有兩個交點

(D)12. 如附圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90°$，$\overline{AC}=3$，$\overline{AB}=4$，以 A 為圓心作一圓弧，切 $\overline{BC}$ 於 E 點，且分別交 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 於 D、F 兩點。請問此圖形灰色部分的面積為多少？【90 基測(二)】



(A) $\dfrac{9}{25}\pi$　(B) $\dfrac{16}{25}\pi$　(C) $\dfrac{24}{25}\pi$　(D) $\dfrac{36}{25}\pi$

【解析】連接 $\overline{AE}$，則 $\overline{AE}\perp\overline{BC}$。



$\because$ $\overline{BC}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

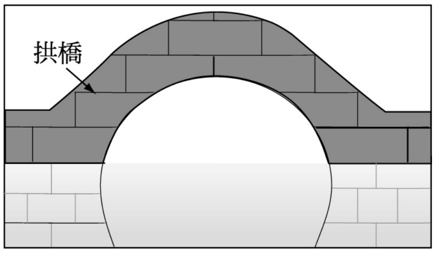
$\therefore$ $\overline{AE}=\dfrac{3\times4}{5}=\dfrac{12}{5}$

灰色部分面積$=\dfrac{90}{360}\times\pi\times(\dfrac{12}{5})^2$

$=\dfrac{90}{360}\times\dfrac{144\pi}{25}$

$=\dfrac{36}{25}\pi$

(B)13. 附圖為一拱橋的側面圖，其拱橋下緣呈一弧形，若洞頂為橋洞的最高點，且知當洞頂至水面距離為 90 公分時，量得洞內水面寬為 240 公分。後因久旱不雨，水面位置下降，使得拱橋下緣呈現半圓，這時，橋洞內的水面寬度變為多少公分？【91 基測(一)】



(A) 240 (B) 250 (C) 260 (D) 270

【解析】設半徑為 x，

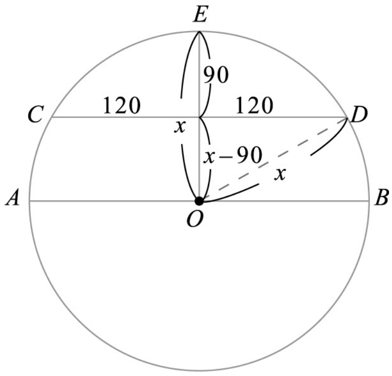
$x^2=(x-90)^2+120^2$

$x^2=x^2-180x+8100+14400$

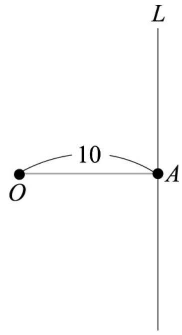
$180x=22500$

$\therefore x=125$

$\therefore \overline{AB}=2x=2\times125=250$



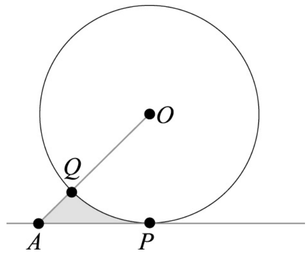
(D)14. 如附圖，直線 L 與 $\overline{OA}$ 垂直，垂足為 A，$\overline{OA}=10$。現以 O 為圓心，r 為半徑作一圓，則當 r 為下列哪一個值時，可使 L 為此圓的割線？【91 基測(二)】



(A) 5
(B) 8
(C) 10
(D) 13

【解析】$r>10$ 與 L 交於兩點，則 L 為此圓的割線。

(A)15. 如附圖，$\overline{AP}$ 切圓 O 於 P 點，$\overline{AP}=4$、$\overline{AO}=4\sqrt{2}$，求灰色部分的面積＝？【91 基測(二)】



(A) $8-2\pi$ (B) $8-4\pi$ (C) $16-2\pi$ (D) $16-4\pi$

【解析】連接 $\overline{OP}$，則 $\overline{OP}\perp\overline{AP}$。

在△OAP 中

$\because \angle P=90°$

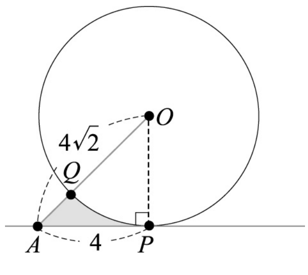
$\therefore \overline{OP}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2-4^2}=4$

$\therefore \angle AOP=45°$

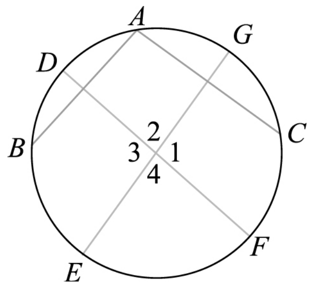
灰色部分面積＝△OAP 的面積－扇形 OPQ 面積

$=\dfrac{1}{2}\times4\times4-\dfrac{45}{360}\times\pi\times4^2$

$=8-2\pi$



(D)16.如附圖，有一半徑為 3 的圓，$\overline{AB}$ 、$\overline{AC}$ 、$\overline{DF}$ 、$\overline{EG}$ 為此圓的四條弦，$\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$、$\angle 4$ 為 $\overline{DF}$ 與 $\overline{EG}$ 相交所成的角。已知 $\overline{DF}$ 垂直平分 $\overline{AB}$ ，$\overline{EG}$ 垂直平分 $\overline{AC}$ 。$\overline{DF}^2+\overline{EG}^2=$？【93 基測(二)】



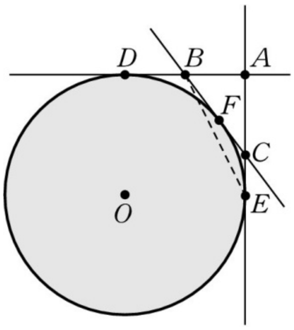
(A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 72

【解析】$\because$ $\overline{DF}$ 與 $\overline{EG}$ 為直徑(弦的中垂線必過圓心)

$\therefore$ $\overline{DF}=\overline{EG}=2\times 3=6$

$\therefore$ $\overline{DF}^2+\overline{EG}^2=6^2+6^2=36+36=72$

(C)17.如附圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=3$，$\overline{AC}=4$，$\overline{BC}=5$。若三直線 AB、AC、BC 分別與圓 O 切於 D、E、F 三點，則 $\overline{BE}=$？【95 基測(一)】



(A) 6 (B) $\dfrac{25}{3}$

(C) $\sqrt{45}$ (D) $\sqrt{72}$

【解析】$\because$ $\overline{BD}=\overline{BF}$ ，$\overline{CF}=\overline{CE}$

$\therefore$ $\overline{AD}+\overline{AE}=\overline{AB}+\overline{BD}+\overline{AC}+\overline{CE}$

$=\overline{AB}+\overline{BF}+\overline{AC}+\overline{CF}$

$=\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BC}=3+4+5=12$

$\therefore$ $\overline{AD}=\overline{AE}=\dfrac{12}{2}=6$

$\because$ $3^2+4^2=5^2\Rightarrow\angle A=90°$

$\therefore$ $\overline{BE}=\sqrt{3^2+6^2}=\sqrt{9+36}=\sqrt{45}$

(C)18.圓 O 與直線 L 在同一平面上。若圓 O 半徑為 3 公分，且其圓心到直線 L 的距離為 2 公分，則圓 O 和直線 L 的位置關係為何？【96 基測(一)】

(A) 不相交

(B) 相交於一點

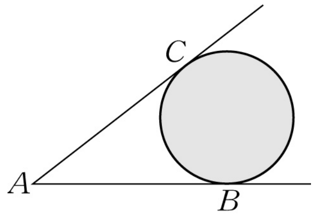
(C) 相交於兩點

(D) 無法判別

【解析】$\because$ 圓心 O 到直線 L 的距離＝2 公分＜半徑＝3 公分

$\therefore$ 圓 O 與直線 L 相交於兩點

(C)19. 如附圖，$\angle A$ 的兩邊分別與圓相切於 B、C 兩點。以下是甲、乙兩人找出圓心的作法：



甲：1. 過 B 點作一直線 L 垂直直線 AB。

2. 連接 $\overline{BC}$，作 $\overline{BC}$ 中垂線交 L 於 O 點，O 點即為所求。

乙：1. 作 $\angle A$ 的平分線 L。

2. 以 A 為圓心，$\overline{AB}$ 長為半徑畫弧交 L 於 O 點，O 點即為所求。

對於兩人的做法，下列哪一個判斷是正確的？【97 基測(二)】

(A) 兩人都正確

(B) 兩人都錯誤

(C) 甲正確，乙錯誤

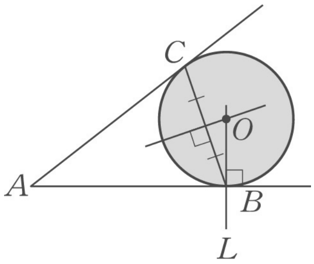
(D) 甲錯誤，乙正確

【解析】甲：$\because L \perp \overline{AB}$

$\therefore$ 圓心 O 在 L 上，且 $\overline{BO} = \overline{CO}$

$\therefore$ 圓心 O 在 $\overline{BC}$ 的中垂線上

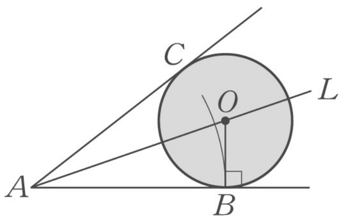
$\therefore$ 甲正確



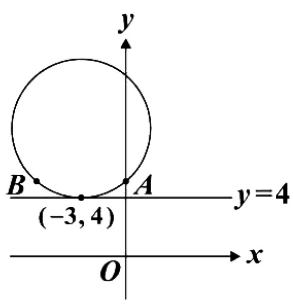
乙：$\because \overline{BO} \perp \overline{AB}$

$\therefore \overline{AO} > \overline{AB}$

$\therefore$ 乙不正確



(D)20. 如附圖，座標平面上，一圓與方程式 $y=4$ 的直線相切於點 $(-3, 4)$，且交 y 軸於 A 點。若 B 點在圓上，且 $\overline{AB} \perp y$ 軸，則 $\overline{AB}=$？【98 基測(二)】

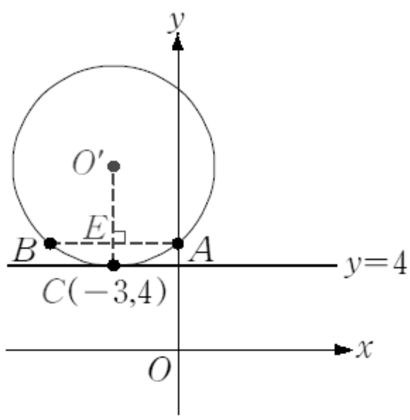


(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

【解析】$\because \overline{O'C}$ 垂直平分 $\overline{AB}$

$\therefore \overline{BE} = \overline{AE} = 3$

$\therefore \overline{AB} = 2 \times 3 = 6$



(D)21.附圖有 $\overline{AB}$ 與 $\overline{AC}$ 兩線段。若一圓 O 過 A、B 兩點，且與直線 AC 相切，則下列哪一條直線會通過圓心 O？【98 基測(二)】

(A) $\angle CAB$ 的角平分線　　(B) $\overline{AC}$ 的中垂線

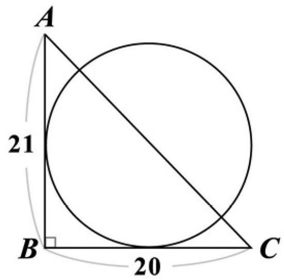
(C) 過 C 點與 $\overline{AC}$ 垂直的直線　　(D) 過 A 點與 $\overline{AC}$ 垂直的直線

【解析】∵ 圓 O 過 A、B 兩點，且與直線 AC 相切

∴ A 為圓 O 的切點　∴ $\overline{OA} \perp \overline{AC}$

故選 (D)

(D)22.如附圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，$\overline{AB}=21$，$\overline{BC}=20$。若有一半徑為 10 的圓分別與 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$ 相切，則下列何種方法可找到此圓的圓心？【99 基測(二)】



(A) $\angle B$ 的角平分線與 $\overline{AC}$ 的交點

(B) $\overline{AB}$ 的中垂線與 $\overline{BC}$ 中垂線的交點

(C) $\angle B$ 的角平分線與 $\overline{AB}$ 中垂線的交點

(D) $\angle B$ 的角平分線與 $\overline{BC}$ 中垂線的交點

【解析】設圓心為 O，D、E 為切點，作 $\overline{OD}$、$\overline{OE}$

$\angle ODB=\angle OEB=\angle B=90°$

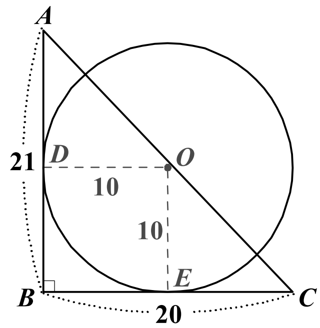
又 $\overline{OD}=\overline{OE}=10 \Rightarrow O$ 在 $\angle B$ 的角平分線上

∴ 四邊形 $ODBE$ 為正方形

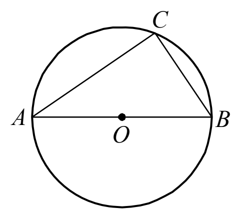
∴ $\overline{BE}=\overline{BD}=10=\dfrac{1}{2}\overline{BC}$

$\Rightarrow O$ 在 $\overline{BC}$ 的中垂線上

故選(D)



(D)23.如附圖，$\overline{AB}$ 為圓 O 的直徑，在圓 O 上取異於 A、B 的一點 C，並連接 $\overline{BC}$、$\overline{AC}$。若想在 $\overline{AB}$ 上取一點 P，使得 P 與直線 BC 的距離等於 $\overline{AP}$ 長，判斷下列四個作法何者正確？【100 基測(一)】



(A) 作 $\overline{AC}$ 的中垂線，交 $\overline{AB}$ 於 P 點

(B) 作 $\angle ACB$ 的角平分線，交 $\overline{AB}$ 於 P 點

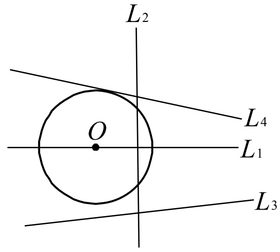
(C) 作 $\angle ABC$ 的角平分線，交 $\overline{AC}$ 於 D 點，過 D 作直線 BC 的平行線，交 $\overline{AB}$ 於 P 點

(D) 過 A 作圓 O 的切線，交直線 BC 於 D 點，作 $\angle ADC$ 的角平分線，交 $\overline{AB}$ 於 P 點

【解析】角平分線上一點到角的兩邊等距離

$\Rightarrow$ 過 A 作圓 O 切線與 $\overline{BC}$ 的延長線交於 D，作 $\angle ADB$ 的角平分線交 $\overline{AB}$ 於 P 點即為所求

(B)24.附圖為平面上圓 O 與四條直線 L_1、L_2、L_3、L_4 的位置關係。若圓 O 的半徑為 20 公分，且 O 點到其中一直線的距離為 14 公分，則此直線為何？【100 基測(二)】



(A) L_1

(B) L_2

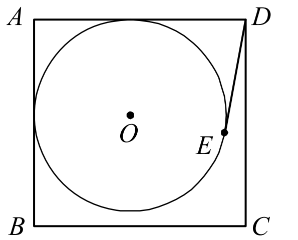
(C) L_3

(D) L_4

【解析】$0<14<20 \Rightarrow$ 交於兩點且不過圓心

故選(B)

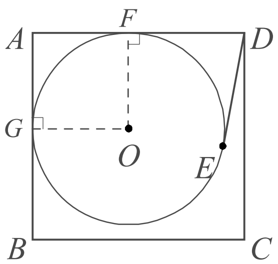
(B)25.如附圖，圓 O 與正方形 $ABCD$ 的兩邊 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AD}$ 相切，且 $\overline{DE}$ 與圓 O 相切於 E 點。若圓 O 的半徑為 5，且 $\overline{AB}=11$，則 $\overline{DE}$ 的長度為何？【102 基測】



(A) 5 (B) 6

(C) $\sqrt{30}$ (D) $\frac{11}{2}$

【解析】



作 $\overline{OF} \perp \overline{AD}$ 於 F 點，$\overline{OG} \perp \overline{AB}$ 於 G 點

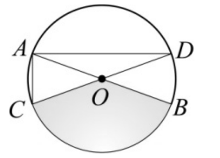
$\because$ $AGOF$ 為正方形，且其邊長為圓 O 的半徑 $=5$

又過圓外一點到圓的兩切線段等長

$\therefore$ $\overline{DE}=\overline{DF}=\overline{AD}-\overline{AF}=11-5=6$

第 2 節 弧與圓周角

(D)26.如附圖，$\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 為圓 O 的兩條直徑，若 $\angle ACD=2\angle AOC$，且圓 O 的半徑為 30 公分，則 $\angle BOC$ 所對的弧長是多少公分？



(A) 10π (B) 12π (C) 20π (D) 24π【90 基測(一)】

【解析】設 $\angle AOC=x°$，則 $\angle OAC=\angle OCA=2x°$

$x+2x+2x=180$，$5x=180$ $\therefore x=36$

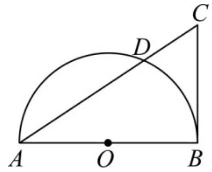
$\angle BOC=180°-36°=144°$

$\therefore$所求$=\frac{144}{360}\times 2\pi\times 30=24\pi$（公分）

(B)27.如附圖，$\overline{AB}$ 是圓 O 的直徑，$\overline{BC}$ 是過 B 點之切線，D 在 $\overset{\frown}{AB}$ 上。

求作：在 $\overline{BC}$ 上取 P 點，使得 $\overline{AP}$ 平分△ABC 的面積。

下列有四個尺規作圖的方法，何者錯誤？【90 基測(一)】

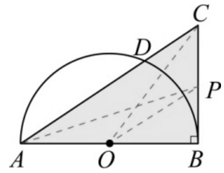


(A) 取 $\overline{BC}$ 的中點 P，連 $\overline{AP}$

(B) 作∠A 之角平分線交 $\overline{BC}$ 於 P 點

(C) 作 $\overline{BD}$ 的中垂線交 $\overline{BC}$ 於 P 點，連 $\overline{AP}$

(D) 過 O 點作直線平行 $\overline{AC}$ 交 $\overline{BC}$ 於 P 點，連 $\overline{AP}$



【解析】(A) 取 $\overline{BC}$ 的中點 P，連 $\overline{AP}$，可將△ABC 的面積二等分。

(B) 作∠A 之角平分線交 $\overline{BC}$ 於 P，則 P 未必是 $\overline{BC}$ 的中點，故未必可將△ABC 面積二等分。

(C) 作 $\overline{BD}$ 的中垂線交 $\overline{BC}$ 於 P，則 P 點為 $\overline{BC}$ 的中點，故連 $\overline{AP}$，可將△ABC 面積二等分。

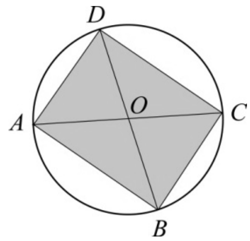
(D) 過 O 作直線平行 $\overline{AC}$ 交 $\overline{BC}$ 於 P，連 $\overline{AP}$、$\overline{OC}$

∵ O 為 $\overline{AB}$ 的中點　∴ $\triangle AOC=\frac{1}{2}\triangle ABC$

又 $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{OP}$ $\Rightarrow \triangle ACP=\triangle AOC=\frac{1}{2}\triangle ABC$

故可將△ABC 面積二等分

(D)28.如附圖，$\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 是圓 O 的直徑，且∠COD＞∠AOD，則下列哪一種幾何圖形沒有出現在圖形中？【90 基測(二)】



(A) 矩形　　(B) 直角三角形

(C) 等腰三角形　　(D) 等腰直角三角形

【解析】∵ $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 是圓 O 的直徑

∴ $\angle ADC=\angle ABC=\angle DAB=\angle DCB=90^\circ$

又 O 為圓心

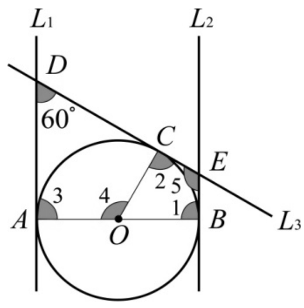
∴ $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}$

∵ $\angle COD>\angle AOD$

∴△DOC、△DOA、△AOB、△OBC 皆不是直角三角形

故圖中沒有等腰直角三角形

(A)29.如附圖，平面上三條直線 L_1、L_2、L_3 分別切圓 O 於 A、B、C 三點，且 L_1 與 L_2 分別交 L_3 於 D、E 兩點。若∠$ADC=60^\circ$，則下列哪一個選項是正確的？【90 基測(二)】



(A) $\angle 1+\angle 2=180^\circ$　　(B) $\angle 3+\angle 4=180^\circ$

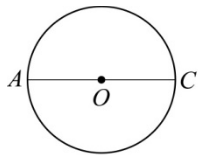
(C) $\angle 2+\angle 4=180^\circ$　　(D) $\angle 1+\angle 5=180^\circ$

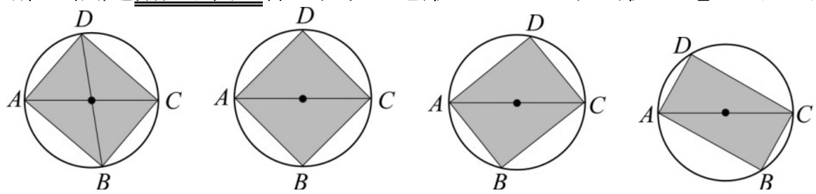
【解析】∵ L_1、L_2、L_3 分別切圓 O 於 A、B、C

∴ $\angle 1=\angle 2=\angle 3=90^\circ$，又 $\angle ADC=60^\circ$

∴ $\angle 4=120^\circ$，$\angle 5=120^\circ \Rightarrow \angle 1+\angle 2=180^\circ$

(　B　)30. 如附圖，$\overline{AC}$ 是圓 O 的直徑，試問下列四個尺規作圖的方法中，哪一個是<u>無法確定</u>作出的四邊形 $ABCD$ 為矩形？【90 基測(二)】





圖(一)　　圖(二)　　圖(三)　　圖(四)

(A) 如附圖(一)，任意再作一條直徑 $\overline{BD}$ ，連接 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{DA}$

(B) 如附圖(二)，分別在上下兩個半圓上取 B、D 兩點，使得 $\angle DAC=\angle BAC$，連接 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{DA}$

(C) 如附圖(三)，分別在上下兩個半圓上取 B、D 兩點，使得 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$，連接 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{DA}$

(D) 如附圖(四)，分別在上下兩個半圓上取 B、D 兩點，使得 $\overline{AB} // \overline{DC}$ ，連接 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{DA}$

【解析】在附圖(二) 中，

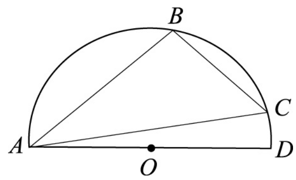
因為 $\angle DAC=\angle BAC$，$\angle D=\angle B=90°$，$\overline{AC}=\overline{AC}$ ，

所以 $\triangle ADC\cong\triangle ABC$ (AAS)

$\Rightarrow \angle DCA=\angle BCA$，$\overline{DA}=\overline{AB}$

但 $\angle DAB\neq\angle DCB\neq 90°$，故 $ABCD$ 不是矩形。

(　C　)31. 如附圖，$\overline{AD}$ 是圓 O 的直徑，B、C 兩點在 $\overset{\frown}{AD}$ 上，如要在 $\overset{\frown}{BC}$ 上取一點 M，使得 $\overset{\frown}{BM}=\overset{\frown}{CM}$，則下列四個作法中，哪一個是<u>錯誤</u>的？【91 基測(一)】



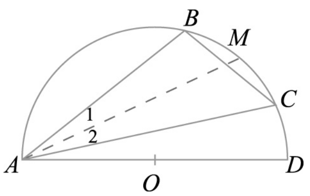
(A) 作 $\angle BAC$ 之平分線交 $\overset{\frown}{BC}$ 於 M

(B) 作 $\overline{BC}$ 中垂線交 $\overset{\frown}{BC}$ 於 M

(C) 自 A 作 $\overline{BC}$ 邊的中線延長交 $\overset{\frown}{BC}$ 於 M

(D) 作 O 與 $\overline{BC}$ 邊的中點連線，延長交 $\overset{\frown}{BC}$ 於 M

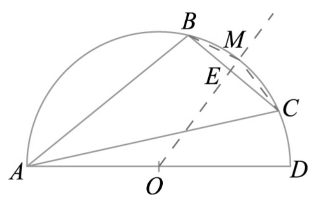
【解析】(A) $\because \angle 1=\angle 2$　$\therefore \overset{\frown}{BM}=\overset{\frown}{CM}$



(B) $\overline{BC}$ 之中垂線交 $\overset{\frown}{BC}$ 於 M，交 $\overline{BC}$ 於 E，

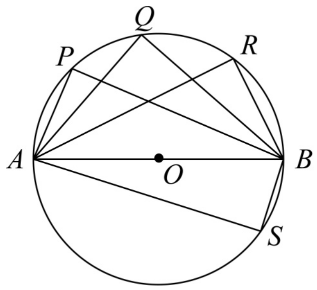
則 $\triangle BEM\cong\triangle CEM$ (SAS)

$\therefore \overline{BM}=\overline{CM}\Rightarrow \overset{\frown}{BM}=\overset{\frown}{CM}$



(D) 即為 $\overline{BC}$ 之中垂線，與 (B) 同

(B)32. 如附圖，$\overline{AB}$ 為圓 O 的直徑，P、Q、R、S 為圓上相異四點。下列敘述何者正確？【92 基測(一)】



(A) $\angle APB$ 為銳角

(B) $\angle AQB$ 為直角

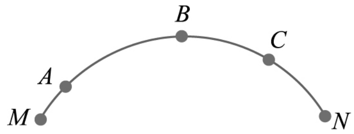
(C) $\angle ARB$ 為鈍角

(D) $\angle ASB < \angle ARB$

【解析】$\because$ $\overline{AB}$ 是直徑

$\therefore$ $\angle APB$、$\angle AQB$、$\angle ARB$、$\angle ASB$ 均為直角

(A)33. 如附圖，圓弧上有五個點 A、B、C、M、N。比較 $\angle MAN$、$\angle MBN$、$\angle MCN$ 的大小關係，下列敘述何者正確？【93 基測(一)】



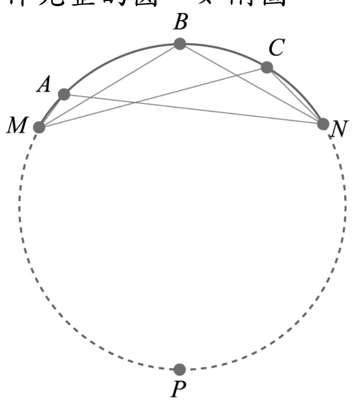
(A) $\angle MBN = \angle MCN = \angle MAN$

(B) $\angle MBN > \angle MCN > \angle MAN$

(C) $\angle MAN > \angle MCN > \angle MBN$

(D) $\angle MAN = \angle MCN < \angle MBN$

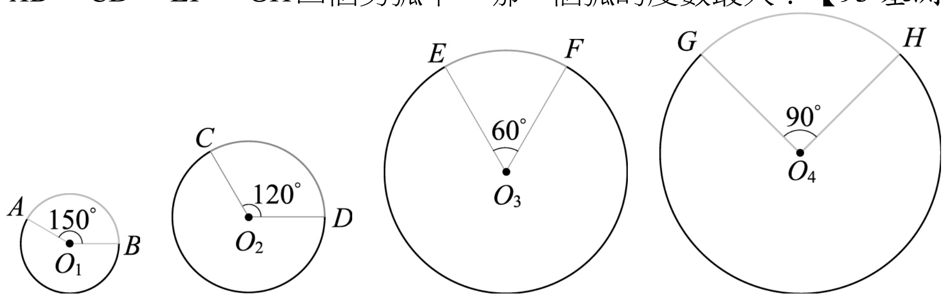
【解析】作完整的圓，如附圖



$\because \angle MAN = \angle MBN = \angle MCN = \dfrac{1}{2}\overset{\frown}{MPN}$

$\therefore$ 選 (A)

(A)34. 如附圖，平面上圓 O_1、圓 O_2、圓 O_3、圓 O_4 的半徑分別為 1、2、3、4。請問圖中 $\overset{\frown}{AB}$、$\overset{\frown}{CD}$、$\overset{\frown}{EF}$、$\overset{\frown}{GH}$ 四個劣弧中，哪一個弧的度數最大？【93 基測(二)】

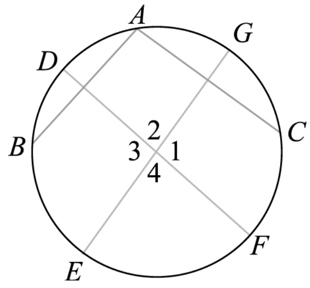


(A) $\overset{\frown}{AB}$ (B) $\overset{\frown}{CD}$ (C) $\overset{\frown}{EF}$ (D) $\overset{\frown}{GH}$

【解析】$\because$ $\overset{\frown}{AB} = 150°$，$\overset{\frown}{CD} = 120°$，$\overset{\frown}{EF} = 60°$，$\overset{\frown}{GH} = 90°$

$\therefore$ $\overset{\frown}{AB}$ 最大

(　B　)35. 如附圖，有一半徑為 3 的圓，$\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{DF}$ 、 $\overline{EG}$ 為此圓的四條弦，∠1、∠2、∠3、∠4 為 $\overline{DF}$ 與 $\overline{EG}$ 相交所成的角。已知 $\overline{DF}$ 垂直平分 $\overline{AB}$ ， $\overline{EG}$ 垂直平分 $\overline{AC}$ 。若 $\overset{\frown}{CAB}=150°$，則∠2＝？【93 基測(二)】



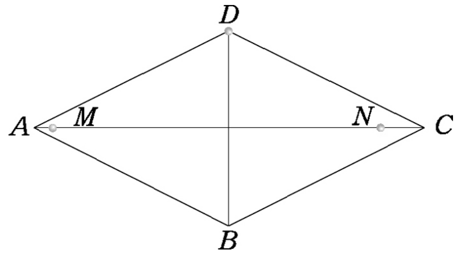
(A) 60°　(B) 75°　(C) 80°　(D) 90°

【解析】∵ $\overline{DF}$ 垂直平分 $\overline{AB}$

∴ $\overset{\frown}{AD}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AB}$，同理 $\overset{\frown}{AG}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$

$\Rightarrow \angle 2=\overset{\frown}{DG}=\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{AG}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{AC})=\frac{1}{2}\overset{\frown}{CAB}=\frac{1}{2}\times 150°=75°$

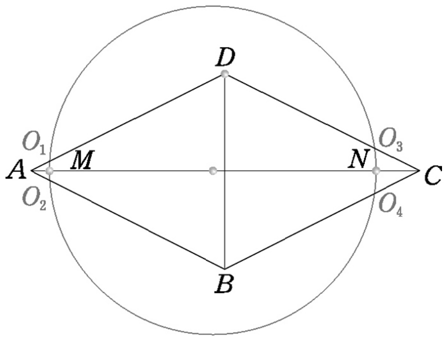
(　B　)36. 如附圖，四邊形 $ABCD$ 為一菱形，M、N 兩點在 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{AC}=20$， $\overline{BD}=10$， $\overline{MN}=18$。若在菱形的四邊上找一點 O，使得∠MON 為直角，則滿足上述條件的 O 點共有幾個？【94 基測(二)】



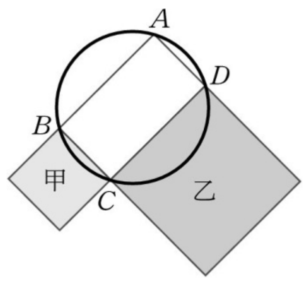
(A) 2　(B) 4　(C) 6　(D) 8

【解析】∵ 以 $\overline{MN}$ 為直徑作一圓交菱形 $ABCD$ 四邊於 4 個點即為滿足條件之 O 點 (半圓上之圓周角為直角)

∴ 共有 O_1、O_2、O_3、O_4，四個



(　D　)37. 如附圖，有一圓及長方形 $ABCD$，其中 A、B、C、D 四點皆在圓上且 $\overline{BC}<\overline{CD}$ 。今分別以 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 為邊長作甲、乙兩正方形。若圓半徑為 1.5 公分，則甲、乙面積和為多少平方公分？【95 基測(一)】



(A) 4.5　(B) 6　(C) 7.5　(D) 9

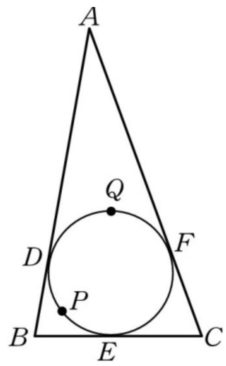
【解析】∵ ∠A＝∠BCD＝90°

∴ $\overline{BD}$ 為圓 O 之直徑

∴ $\overline{BD}=1.5\times 2=3$ (公分)

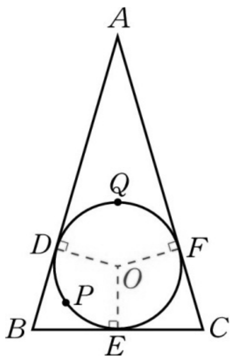
又甲＋乙＝$\overline{BC}^2+\overline{CD}^2=\overline{BD}^2=3^2=9$ (平方公分)

(A)38.如附圖，$\triangle ABC$ 的內切圓分別切 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 於 D、E、F 三點，其中 P、Q 兩點分別在$\overset{\frown}{DE}$、$\overset{\frown}{DF}$上。若$\angle A=30°$，$\angle B=80°$，$\angle C=70°$，則$\overset{\frown}{DPE}$弧長與$\overset{\frown}{DQF}$弧長的比值為何？【96 基測(一)】



(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{8}{7}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{8}{3}$

【解析】



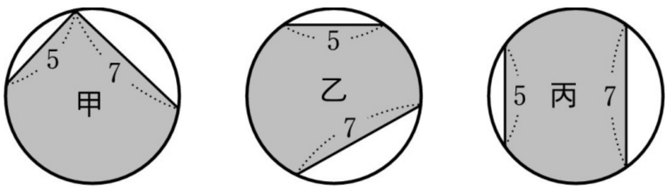
$\because \angle DOE=180°-\angle B=180°-80°=100°$

$\angle DOF=180°-\angle A=180°-30°=150°$

$\therefore \overset{\frown}{DPE}=100°$，$\overset{\frown}{DQF}=150°$

$\therefore \overset{\frown}{DPE}$弧長與$\overset{\frown}{DQF}$弧長之比值$=\frac{100°}{150°}=\frac{2}{3}$

(D)39.附圖有三個大小相同的圓，其中各有長度分別為 5、7 的兩弦，且甲、乙、丙分別是各圓與其兩弦形成的灰色區域。根據圖中圓與弦的位置，判斷甲、乙、丙面積的大小關係為何？【96 基測(二)】



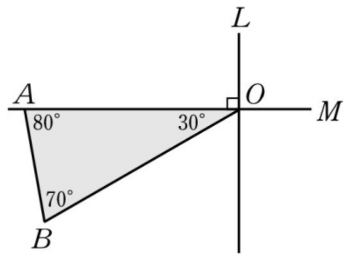
(A) 甲＞乙＞丙 (B) 甲＞丙＞乙 (C) 甲＞乙＝丙 (D) 甲＝乙＝丙

【解析】$\because$ 等弦對等弧

$\therefore$ 甲、乙、丙三圓中之兩弓形面積相等

$\therefore$ 甲＝乙＝丙

(B)40.附圖的兩直線 L、M 互相垂直，交於 O 點，且 A 點在 M 上。若在 L 上找一點 P，使得 $\angle OPA = \angle OBA$，則下列作法中，哪一個是正確的？【96 基測(二)】



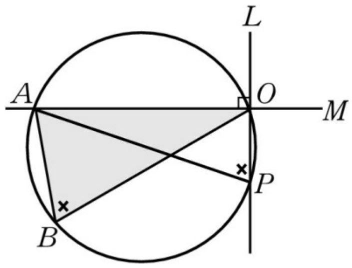
(A) 作 $\overline{OB}$ 的中垂線，交 L 於 P 點

(B) 作△ABO 的外接圓，交 L 於 P 點

(C) 過 B 作一直線垂直 L，交 L 於 P 點

(D) 作 $\angle OAB$ 的角平分線，交 L 於 P 點

【解析】作△ABO 的外接圓交 L 於 P 點，如附圖。

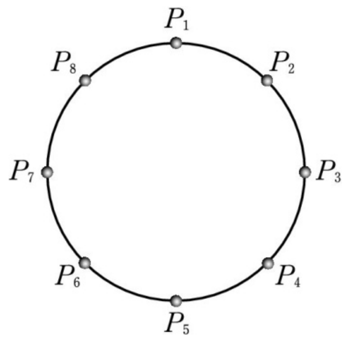


∵ 等弧所對之圓周角相等

∴ $\angle OPA = \angle OBA = \frac{1}{2}\overset{\frown}{OA}$

故 (B) 的作法是正確的。

(D)41.附圖是八個點 P_1、P_2、⋯、P_8 在圓上的位置，且此八點將圓周分成八等分。若△$P_3P_5P_7$、梯形 $P_2P_3P_7P_8$、四邊形 $P_1P_2P_3P_7$ 的周長分別為 a、b、c，則下列關係何者正確？



(A) $c > b > a$

(B) $a = b = c$

(C) $a > c = b$

(D) $c = b > a$【96 基測(二)】

【解析】∵ $\overline{P_1P_2} = \overline{P_2P_3} = \overline{P_7P_8}$，且 $\overline{P_1P_7} = \overline{P_2P_8}$

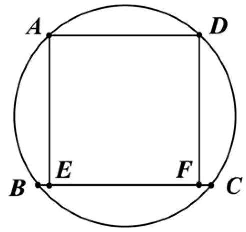
∴ $b = c$⋯⋯①

∵ $\overline{P_3P_5} = \overline{P_2P_8}$ 且 $\overline{P_7P_8} + \overline{P_2P_3} = \overline{P_1P_2} + \overline{P_2P_3} > \overline{P_1P_3} = \overline{P_5P_7}$

∴ $b > a$⋯⋯②

由①、②知 $c = b > a$

(C)42. 如附圖，圓上有 A、B、C、D 四點，圓內有 E、F 兩點且 E、F 在 $\overline{BC}$ 上。若四邊形 $AEFD$ 為正方形，則下列弧長關係，何者正確？



(A) $\overset{\frown}{AB}<\overset{\frown}{AD}$　　(B) $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$

(C) $\overset{\frown}{AB}<\overset{\frown}{BC}$　　(D) $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$【97 基測(一)】

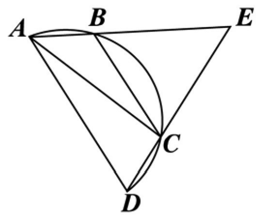
【解析】$\because$ $\overline{AB}>\overline{AE}=\overline{AD}\Rightarrow\overset{\frown}{AB}>\overset{\frown}{AD}$

又 $\overline{BC}>\overline{BF}=\overline{BE}+\overline{EF}=\overline{BE}+\overline{AE}>\overline{AB}$

$\therefore$ $\overset{\frown}{BC}>\overset{\frown}{AB}\Rightarrow\overset{\frown}{AB}<\overset{\frown}{BC}$

$\Rightarrow$ 選 (C)

(B)43. 如附圖，A、B、C、D 四點均在一圓弧上，$\overline{BC}\ /\!/\ \overline{AD}$，且直線 AB 與直線 CD 相交於 E 點。若 $\angle BCA=10°$，$\angle BAC=60°$，則 $\angle BEC=$？【97 基測(一)】



(A) 35°　(B) 40°　(C) 60°　(D) 70°

【解析】$\because$ $\overline{BC}\ /\!/\ \overline{AD}$

$\Rightarrow\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}\Rightarrow\overline{AB}=\overline{CD}$

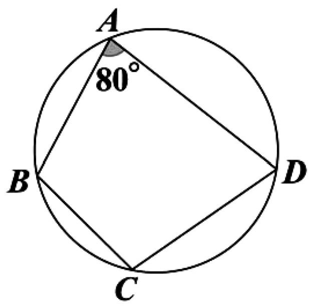
$\therefore$ $\angle EAD=\angle EDA$

又 $\angle EBC=\angle BAC+\angle BCA=60°+10°=70°$

$\therefore$ $\angle BEC=180°-2\times70°=40°$

$\Rightarrow$ 選 (B)

(C)44. 如附圖，圓上有 A、B、C、D 四點，其中 $\angle BAD=80°$。若 $\overset{\frown}{ABC}$、$\overset{\frown}{ADC}$ 的長度分別為 7π、11π，則 $\overset{\frown}{BAD}$ 的長度為何？



(A) 4π　(B) 8π

(C) 10π　(D) 15π【98 基測(一)】

【解析】$\because$ $\overset{\frown}{ABC}$、$\overset{\frown}{ADC}$ 的長度分別為 7π、11π

$\therefore$ 圓周長 $=7\pi+11\pi=18\pi$

$\because$ $ABCD$ 為圓內接四邊形

$\therefore$ $\angle C=180°-80°=100°$

故 $\overset{\frown}{BAD}$ 的長度為 $18\pi\times\dfrac{100°\times2}{360°}=10\pi$

(B)45. $\overline{AB}$ 是一圓的直徑，C、D 是圓周上的兩點。已知 $\overline{AC}=7$，$\overline{BC}=24$，$\overline{AD}=15$，求 $\overline{BD}=$？【98 基測(一)】

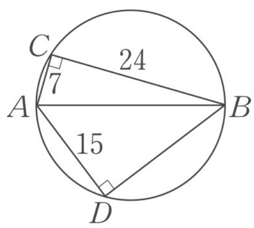
(A) 16　(B) 20　(C) $\dfrac{35}{8}$　(D) $\dfrac{56}{5}$

【解析】$\because$ $\overline{AB}$ 為直徑

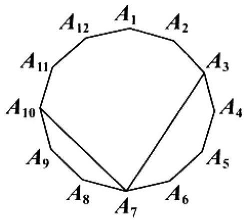
$\therefore$ $\angle C=\angle D=90°$

$\because$ $\overline{AB}=\sqrt{7^2+24^2}=25$

$\therefore$ $\overline{BD}=\sqrt{25^2-15^2}=20$



(C)46. 附圖為正十二邊形，其頂點依序為 A_1、A_2、⋯、A_{12}。若連接 $\overline{A_3A_7}$ 、 $\overline{A_7A_{10}}$ ，則 $\angle A_3A_7A_{10}$＝？【98 基測(二)】



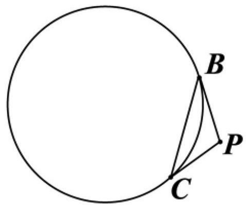
(A) 45° (B) 60° (C) 75° (D) 90°

【解析】∵ 為正十二邊形

$$\therefore \overset{\frown}{A_{10}A_1A_3}=360°\times\frac{5}{12}=150°$$

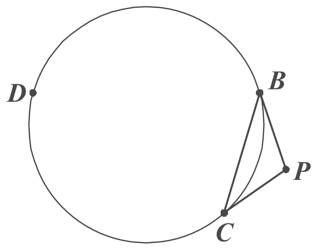
$$\Rightarrow \angle A_3A_7A_{10}=\frac{1}{2}\times 150°=75°$$

(C)47. 如附圖，圓上有 B、C 兩點，$\overline{PB}$ 、 $\overline{PC}$ 為圓的兩切線。若 $\overline{BC}$ 將圓分成兩弧，且其中一弧的長為圓周長的 $\frac{1}{10}$，則 $\angle BPC$ 的度數為何？【99 基測(二)】



(A) 108 (B) 120 (C) 144 (D) 162

【解析】

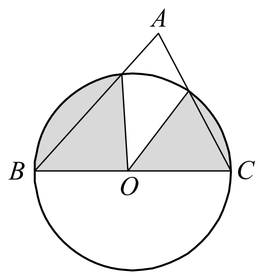


$$\because \overset{\frown}{BC}=360°\times\frac{1}{10}=36°，\overset{\frown}{BDC}=360°\times\frac{9}{10}=324°$$

$$\therefore \angle BPC=\frac{1}{2}\times(324°-36°)=144°$$

故選(C)

(D)48. 附圖為△ABC 與圓 O 的重疊情形，其中 $\overline{BC}$ 為圓 O 之直徑。若 $\angle A=70°$，$\overline{BC}=2$，則圖中灰色區域的面積為何？



(A) $\frac{55}{360}\pi$ (B) $\frac{110}{360}\pi$

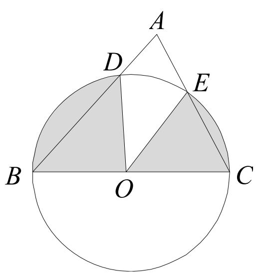
(C) $\frac{125}{360}\pi$ (D) $\frac{140}{360}\pi$【100 北北基】

【解析】$\angle A=70° \Rightarrow \angle B+\angle C=110°$

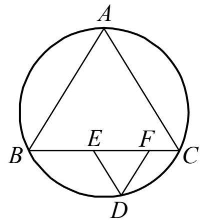
$\therefore \angle BOD+\angle COE=2\times180°-2\times110°=140°$

$\therefore$ 所求$=\pi\times1^2\times\frac{140}{360}=\frac{140}{360}\pi$

故選(D)



(C)49. 如附圖，△ABC 的外接圓上，$\overset{\frown}{AB}$、$\overset{\frown}{BC}$、$\overset{\frown}{CA}$ 三弧的度數比為 12：13：11。自 $\overset{\frown}{BC}$ 上取一點 D，過 D 分別作直線 AC、直線 AB 的平行線，且交 $\overline{BC}$ 於 E、F 兩點，則∠EDF 的度數為何？

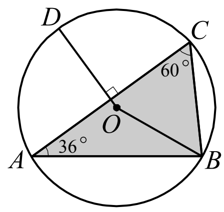


(A) 55 (B) 60 (C) 65 (D) 70【100 基測(一)】

【解析】$\angle EDF = \angle A = 180^\circ \times \dfrac{13}{11+12+13} = 180^\circ \times \dfrac{13}{36} = 65^\circ$

故選(C)

(C)50. 如附圖，圓 O 為△ABC 的外接圓，其中 D 點在 $\overset{\frown}{AC}$ 上，且 $\overline{OD} \perp \overline{AC}$。已知∠$A$＝36°，∠$C$＝60°，則∠$BOD$ 的度數為何？【100 基測(二)】



(A) 132 (B) 144 (C) 156 (D) 168

【解析】$\angle ABC = 180^\circ - 36^\circ - 60^\circ = 84^\circ$

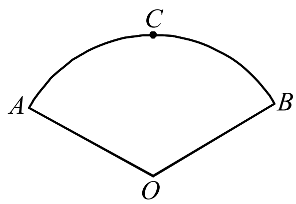
$\Rightarrow \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{AD} = 84^\circ$

又 $\overset{\frown}{BC} = 2\angle A = 72^\circ$

$\therefore \angle BOD = 72^\circ + 84^\circ = 156^\circ$

故選(C)

(A)51. 如附圖，圓心角為 120°的扇形 AOB，C 為 $\overset{\frown}{AB}$ 的中點。若 $\overset{\frown}{CB}$ 上有一點 P，今將 P 點自 C 沿 $\overset{\frown}{CB}$ 移向 B 點，其中 $\overset{\frown}{AP}$ 的中點 Q 也隨著移動，則關於扇形 POQ 的面積變化，下列敘述何者正確？【100 基測(二)】



(A) 越來越大

(B) 越來越小

(C) 先變小再變大

(D) 先變大再變小

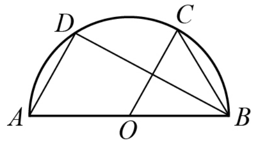
【解析】當 P 點在 C 點時，$\angle POQ = 30^\circ$

當 P 點在 B 點時，$\angle POQ = 60^\circ$

又 P 在 $\overset{\frown}{CB}$ 之間時，$\angle POQ = \dfrac{1}{2}\angle POA = 30^\circ + \dfrac{1}{2}\angle POC$

故選(A)

(A)52. 如附圖，$\overset{\frown}{AB}$是半圓，O 為 $\overline{AB}$ 中點，C、D 兩點在$\overset{\frown}{AB}$上，且 $\overline{AD} // \overline{OC}$，連接 $\overline{BC}$ 、 $\overline{BD}$ 。若$\overset{\frown}{CD}=62°$，則$\overset{\frown}{AD}$的度數為何？【102 基測】



(A) 56 (B) 58

(C) 60 (D) 62

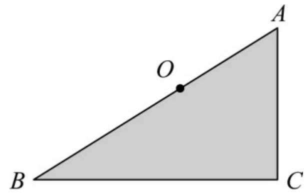
【解析】設$\overset{\frown}{AD}=x°$，則$\angle ABD=\dfrac{x°}{2}$

又 $\overline{AD} // \overline{OC} \Rightarrow \overset{\frown}{BC}=\angle COB=\angle DAB=(90-\dfrac{x}{2})°$

$\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{CD}+\overset{\frown}{BC}=180° \Rightarrow x+62+90-\dfrac{x}{2}=180$，$\dfrac{x}{2}=28$，$x=56$

第1節 推理與證明

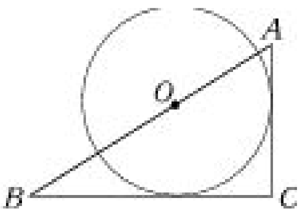
(D) 1. 如附圖，已知在△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$且$\overline{BC}>\overline{AC}$。求作：一圓與$\overline{AC}$、$\overline{BC}$相切，且圓心 O 在$\overline{AB}$上。下列四個取得圓心 O 的作圖方法，何者正確？【90 基測(一)】



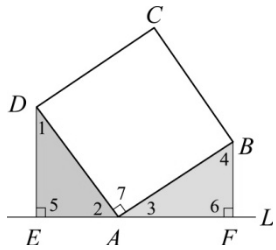
(A) 取$\overline{AB}$中點為 O
(B) 作$\overline{AC}$中垂線交$\overline{AB}$於 O
(C) 作$\overline{BC}$中垂線交$\overline{AB}$於 O
(D) 作$\angle ACB$ 平分線交$\overline{AB}$於 O

【解析】(1) 作$\angle ACB$ 的平分線交$\overline{AB}$於 O。

(2) 以 O 為圓心，O 到$\overline{AC}$、$\overline{BC}$的距離為半徑畫圓，則圓 O 會與$\overline{AC}$、$\overline{BC}$相切。



(D) 2. 如附圖，已知 $ABCD$ 是正方形，A 在 L 上，$\overline{DE}\perp L$，$\overline{BF}\perp L$，垂足分別為 E、F ($\overline{AE}\neq\overline{AF}$)。



求證：$\triangle ADE\cong\triangle BAF$。

證明：(1) ∵ $ABCD$ 是正方形　∴ $\overline{AB}=\overline{AD}$，$\angle 7=90^\circ$

(2) 又∵ $\overline{DE}\perp L$，$\overline{BF}\perp L$　∴ $\angle 5=\angle 6=90^\circ$

(3) ＿＿(甲)＿＿

(4) ∴ $\triangle ADE\cong\triangle BAF$

從下列選項中，選出可填入 (甲) 中的正確證明過程。【90 基測(一)】

(A) ∵ $\overline{DE}\perp L$，$\overline{BF}\perp L$，$\angle 7=90^\circ$　∴ $\overline{DE}=\overline{BF}$
(B) ∵ $\overline{DE}\perp L$，$\overline{BF}\perp L$，$\angle 7=90^\circ$　∴ $\angle 1=\angle 4$
(C) ∵ $\angle 7=90^\circ$，$\angle 5=\angle 6=90^\circ$　∴ $\angle 2=\angle 3$
(D) ∵ $\angle 7=\angle 5=90^\circ$　∴ $\angle 1+\angle 2=\angle 2+\angle 3$　∴ $\angle 1=\angle 3$

(A) 3. 在直徑為 a 的圓上依逆時針方向取 A、B、C、D 四點。已知 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$，

$\overline{AB} \neq \overline{DC}$，且 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 P 點。請問下列哪一個選項是正確的？

(A) $\overline{AC} = \overline{BD}$　　(B) $\overline{AP} = \overline{CP}$

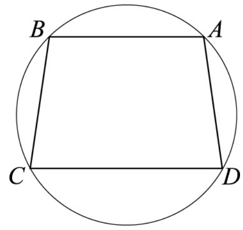
(C) $\overline{AC} = a$　　(D) $\frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{CD}) = a$【91 基測(二)】

【解析】$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$　$\therefore \angle B + \angle C = 180°$

又 $\angle B + \angle D = 180°$

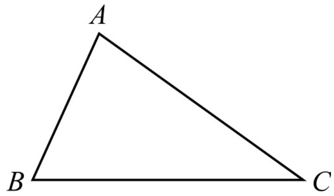
$\therefore \angle C = \angle D \Rightarrow ABCD$ 為等腰梯形

$\therefore \overline{AC} = \overline{BD}$



(B) 4. 如附圖，已知△ABC 中，$\overline{AB} < \overline{AC} < \overline{BC}$。

求作：一圓的圓心 O，使得 O 在 $\overline{BC}$ 上，且圓 O 與 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 皆相切。



下列四種作法中，哪一種是正確的？【92 基測(一)】

(A) 作 $\overline{BC}$ 的中點 O

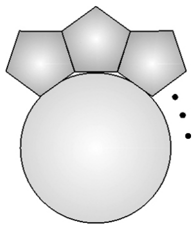
(B) 作 $\angle A$ 的平分線交 $\overline{BC}$ 於 O 點

(C) 作 $\overline{AC}$ 的中垂線，交 $\overline{BC}$ 於 O 點

(D) 自 A 點作一直線垂直 $\overline{BC}$，交 $\overline{BC}$ 於 O 點

【解析】角平分線上的點距兩邊相等，故作 $\angle A$ 的平分線交 $\overline{BC}$ 於 O。

(B) 5. 小明有一些大小相同的正五邊形，他用下列方式將正五邊形擺放在一圓周上，如附圖所示：



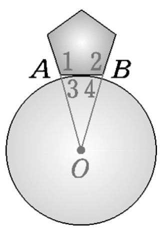
(1) 每個正五邊形與相鄰的正五邊形皆有一邊緊密地放在一起

(2) 每一個正五邊形皆有一邊與圓相切

若這些正五邊形正好將此圓全部圍住，則這些正五邊形最少有幾個？

(A) 9　　(B) 10　　(C) 11　　(D) 12【94 基測(二)】

【解析】

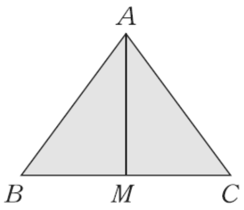


$\because \angle 3 = \angle 4 = \frac{360°}{5} = 72°$

$\therefore \angle AOB = 180° - 2 \times 72° = 36°$

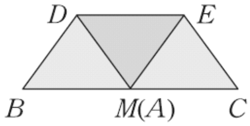
$\therefore$ 共 $360° \div 36° = 10$ (個)

(B) 6. 如附圖(一)，$\overline{AM}$ 為△ABC 的中線，$\angle C > \angle B$。將 A 點摺向 M，使得 A、M 兩點重疊，出現摺線 $\overline{DE}$，如附圖(二)。若展開，如附圖(三)所示，則對於 $\overline{DE}$ 的敘述，下列哪一個選項是正確的？【95 基測(二)】



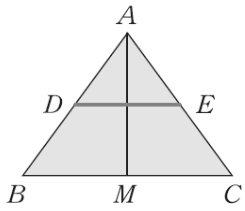
圖(一)

⇒



圖(二)

⇒



圖(三)

(A) $\overline{DE}$ 平行 $\overline{BC}$ (B) $\overline{DE}$ 垂直 $\overline{AM}$ (C) $\overline{DE}$ 平分 $\overline{AB}$ (D) $\overline{DE}$ 平分 $\overline{AC}$

【解析】∵ A、M 兩點重疊

∴ $\overline{DE}$ 為 $\overline{AM}$ 之中垂線

∴ 選 (B)

(A) 7. 以下是甲、乙兩人證明 $\sqrt{15}+\sqrt{8}\neq\sqrt{15+8}$ 的過程：

(甲)因為 $\sqrt{15}>\sqrt{9}=3$，$\sqrt{8}>\sqrt{4}=2$

所以 $\sqrt{15}+\sqrt{8}>3+2=5$

且 $\sqrt{15+8}=\sqrt{23}<\sqrt{25}=5$

所以 $\sqrt{15}+\sqrt{8}>5>\sqrt{15+8}$

故 $\sqrt{15}+\sqrt{8}\neq\sqrt{15+8}$

(乙)作一個直角三角形，兩股長分別為 $\sqrt{15}$、$\sqrt{8}$

利用商高定理 $(\sqrt{15})^2+(\sqrt{8})^2=15+8$

得斜邊長為 $\sqrt{15+8}$

因為 $\sqrt{15+8}$、$\sqrt{15}$、$\sqrt{8}$ 為此三角形的三邊長

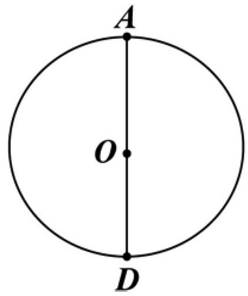
所以 $\sqrt{15}+\sqrt{8}>\sqrt{15+8}$

故 $\sqrt{15}+\sqrt{8}\neq\sqrt{15+8}$

對於兩人的證法，下列哪一個判斷是正確的？【96 基測(一)】

(A) 兩人都正確 (B) 兩人都錯誤 (C) 甲正確，乙錯誤 (D) 甲錯誤，乙正確

(A) 8. 如附圖，$\overline{AD}$ 為圓 O 的直徑。



甲、乙兩人想在圓上找 B、C 兩點，作一正三角形 ABC，其作法如下：

甲：1. 作 $\overline{OD}$ 中垂線，交圓於 B、C 兩點

2. 連 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ ，$\triangle ABC$ 即為所求。

乙：1. 以 D 為圓心，$\overline{OD}$ 長為半徑畫弧，交圓於 B、C 兩點

2. 連 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CA}$ ，$\triangle ABC$ 即為所求。【97 基測(一)】

(A) 甲、乙皆正確　　(B) 甲、乙皆錯誤

(C) 甲正確，乙錯誤　　(D) 甲錯誤，乙正確

【解析】甲：$\because \overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OD}=\frac{1}{2}\overline{OB}$

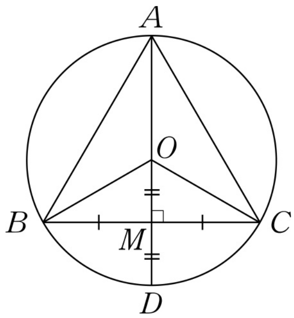
$\therefore \triangle OBM$ 為 $30°-60°-90°$的三角形

$\therefore \angle BOM=60°$，同理$\angle COM=60°$

$\therefore \angle BOC=2\times 60°=120°$

又$\angle AOB=\angle AOC=180°-60°=120°$

$\therefore \overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$



乙：$\because \overline{DO}=\overline{DB}=\overline{OB}$

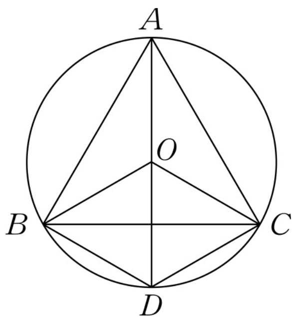
$\therefore \angle BOD=60°$

同理$\angle COD=60°$

$\therefore \angle BOC=120°$

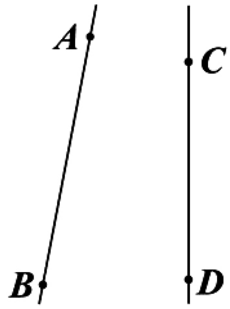
又$\angle AOB=\angle AOC=180°-60°=120°$

$\therefore \overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$



$\Rightarrow$ 選 (A)

(D) 9. 如附圖，直線 AB、直線 CD 為不平行之二直線，今欲作一圓 O 同時與直線 AB、直線 CD 相切，以下是甲、乙兩人的作法：



(甲) 1. 過 D，作一直線 L 與直線 AB 垂直，且交直線 AB 於 E

2. 取 $\overline{DE}$ 中點 O

3. 以 O 為圓心，$\overline{OE}$ 長為半徑畫圓，則圓 O 即為所求

(乙) 1. 設直線 AB 與直線 CD 相交於 P

2. 作 $\angle BPD$ 之角平分線 L

3. 過 C，作一直線 M 與直線 CD 垂直，且交直線 L 於 O

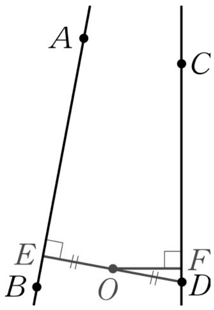
4. 以 O 為圓心，$\overline{OC}$ 長為半徑畫圓，則圓 O 即為所求

對於兩人的作法，下列敘述何者正確？【98 基測(一)】

(A) 兩人皆正確　　(B) 兩人皆錯誤

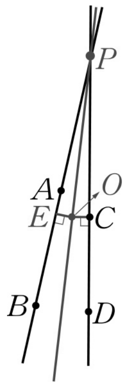
(C) 甲正確，乙錯誤　　(D) 甲錯誤，乙正確

【解析】



$\because \overline{OE} = \overline{OD} > \overline{OF}$

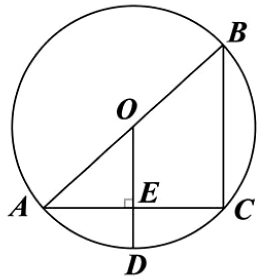
$\therefore$ 圓與直線 CD 不相切



$\because \overline{OC} = \overline{OE}$

$\therefore$ 圓與直線 AB、CD 相切

(　C　)10. 如附圖，$\overline{AB}$ 為圓 O 的直徑，C、D 兩點均在圓上，其中 $\overline{OD}$ 與 $\overline{AC}$ 交於 E 點，且 $\overline{OD} \perp \overline{AC}$。若 $\overline{OE}=4$，$\overline{ED}=2$，則 $\overline{BC}$ 長度為何？【99 基測(一)】



(A) 6　　(B) 7　　(C) 8　　(D) 9

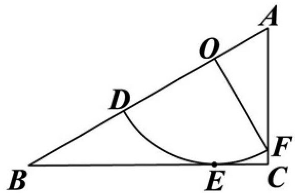
【解析】$\because \overline{OD} \perp \overline{AC}$，且 $\overline{AO}=\overline{OC}$

$\therefore \overline{AE}=\overline{CE}$，又 $\overline{AO}=\overline{BO}$

$\therefore \overline{BC}=2\overline{OE}=8$

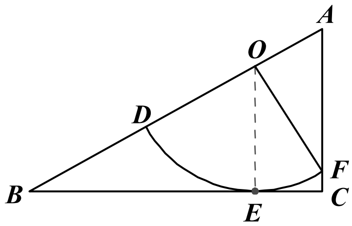
故選(C)

(　C　)11. 附圖為扇形 DOF 與直角$\triangle ABC$ 的重疊情形，其中 O、D、F 分別在 $\overline{AB}$、$\overline{OB}$、$\overline{AC}$ 上，且 $\overset{\frown}{DF}$ 與 $\overline{BC}$ 相切於 E 點。若 $\overline{OF}=3$，$\angle DOF=\angle ACB=90°$，且 $\overset{\frown}{DE}:\overset{\frown}{EF}=2:1$，則 $\overline{AB}$ 的長度為何？【99 基測(二)】



(A) 6　　(B) $3\sqrt{3}$　　(C) $6+\sqrt{3}$　　(D) $3+2\sqrt{3}$

【解析】作 $\overline{OE}$　$\because \overline{BC}$ 為圓 O 之切線　$\therefore \angle OEB=90°$



又 $\overset{\frown}{DE}=90°\times\dfrac{2}{2+1}=60°$

$\therefore \angle DOE=60° \Rightarrow \angle B=180°-90°-60°=30°$

$\because \overline{OD}=\overline{OE}$，又 $\angle DOE=60°$

$\therefore \triangle ODE$ 為正三角形

$\therefore \angle DEB=60°-30°=30°=\angle B$　$\therefore \overline{BD}=\overline{DE}=\overline{OD}=3$

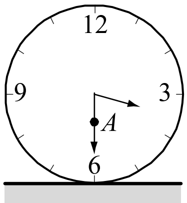
又$\triangle AOF$ 為 30°-60°-90°的三角形

$\therefore \overline{AO}=\dfrac{\overline{OF}}{\sqrt{3}}=\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

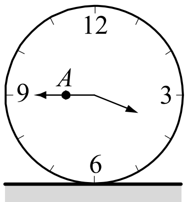
$\therefore \overline{AB}=3+3+\sqrt{3}=6+\sqrt{3}$

故選(C)

(D)12.附圖(一)表示一個時鐘的鐘面垂直固定於水平桌面上，其中分針上有一點 A，且當鐘面顯示 3 點 30 分時，分針垂直於桌面，A 點距桌面的高度為 10 公分。如附圖(二)，若此鐘面顯示 3 點 45 分時，A 點距桌面的高度為 16 公分，則鐘面顯示 3 點 50 分時，A 點距桌面的高度為多少公分？【100 北北基】



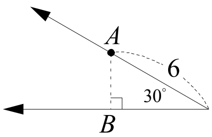
圖(一)



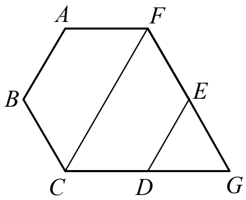
圖(二)

(A) $22-3\sqrt{3}$
(B) $16+\pi$
(C) 18
(D) 19

【解析】A 點移動的軌跡為一個圓
且其半徑＝16－10＝6
又 3 點 45 分到 3 點 50 分共轉了 30°，如附圖所示
$\therefore \overline{AB}=3$
⇒ 所求＝16＋3＝19
故選(D)

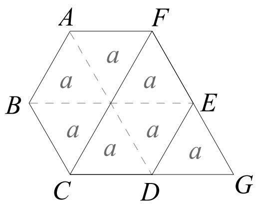


(D)13.判斷附圖中正六邊形 $ABCDEF$ 與正三角形 FCG 的面積比為何？【100 基測(一)】

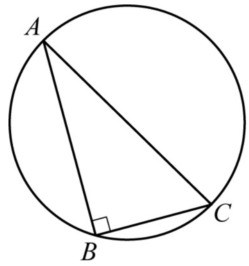


(A) 2：1
(B) 4：3
(C) 3：1
(D) 3：2

【解析】$6a：4a=3：2$
故選(D)



(D)14.如附圖，直角三角形 ABC 有一外接圓，其中 $\angle B=90°$，$\overline{AB}>\overline{BC}$，今欲在 $\overset{\frown}{BC}$ 上找一點 P，使得 $\overset{\frown}{BP}=\overset{\frown}{CP}$，以下是甲、乙兩人的作法：



(甲) 1. 取 $\overline{AB}$ 中點 D

2. 過 D 作直線 AC 的平行線，交 $\overset{\frown}{BC}$ 於 P，則 P 即為所求

(乙) 1. 取 $\overline{AC}$ 中點 E

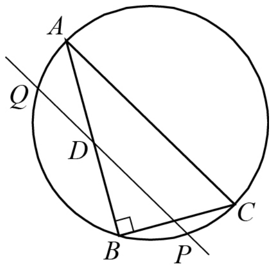
2. 過 E 作直線 AB 的平行線，交 $\overset{\frown}{BC}$ 於 P，則 P 即為所求

對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？【101 基測】

(A) 兩人皆正確　　(B) 兩人皆錯誤

(C) 甲正確，乙錯誤　　(D) 甲錯誤，乙正確

【解析】$\because \overline{PQ}\,//\,\overline{AC}$ $\therefore \overset{\frown}{AQ}=\overset{\frown}{CP}$，又 $\overset{\frown}{AQ}\neq\overset{\frown}{BP}$ $\therefore \overset{\frown}{BP}\neq\overset{\frown}{CP}$



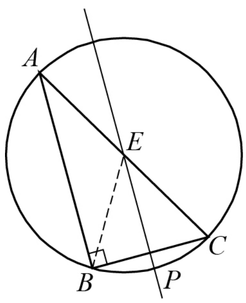
$\because \overline{EP}\,//\,\overline{AB}$

$\therefore \angle CEP=\angle CAB$，$\angle ABE=\angle BEP$

又 E 為圓心 $\Rightarrow \overline{EA}=\overline{EB}$

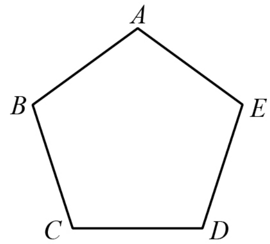
$\therefore \angle CAB=\angle ABE$，$\angle BEP=\angle CEP$

$\Rightarrow \overset{\frown}{BP}=\overset{\frown}{CP}$



故選(D)

(C)15. 如附圖，甲、乙兩人想在正五邊形 $ABCDE$ 內部找一點 P，使得四邊形 $ABPE$ 為平行四邊形，其作法如下：



(甲) 連接 $\overline{BD}$ 、 $\overline{CE}$ ，兩線段相交於 P 點，則 P 即為所求

(乙) 先取 $\overline{CD}$ 的中點 M，再以 A 為圓心， $\overline{AB}$ 長為半徑畫弧，交 $\overline{AM}$ 於 P 點，則 P 即為所求

對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？【102 基測】

(A) 兩人皆正確
(B) 兩人皆錯誤
(C) 甲正確，乙錯誤
(D) 甲錯誤，乙正確

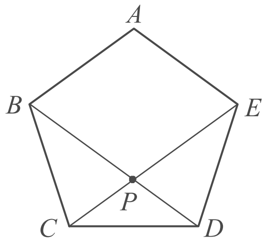
【解析】(甲) $\angle CBD=\dfrac{180°-108°}{2}=36°$

$\angle ABP=108°-36°=72°$

同理，$\angle AEP=72°$

$\therefore \angle BPE=360°-108°-72°-72°=108°$

$\therefore ABPE$ 為平行四邊形

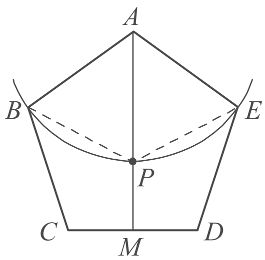


(乙) $\angle PAE=\dfrac{108°}{2}=54°$

$\because \overline{AE}=\overline{AP}$ $\therefore \angle AEP=\dfrac{108°-54°}{2}=63°$

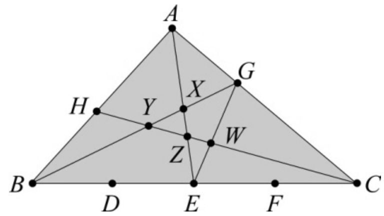
$\because \angle BAE+\angle AEP=108°+63°=171°\neq 180°$

$\therefore ABPE$ 不是平行四邊形



第 2 節　三角形的外心、內心與重心

(D)16. 如附圖，$\triangle ABC$ 中，D、E、F 三點將 $\overline{BC}$ 四等分，$\overline{AG}$ ：$\overline{AC}$ ＝1：3，H 為 $\overline{AB}$ 之中點。下列哪一個點為$\triangle ABC$ 的重心？【90 基測(一)】

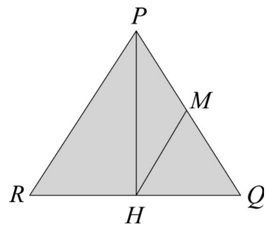


(A) X　(B) Y　(C) Z　(D) W

【解析】Z 為 $\overline{BC}$ 與 $\overline{AB}$ 上之中線 $\overline{AE}$ 與 $\overline{CH}$ 的交點

$\therefore$ Z 為$\triangle ABC$ 的重心

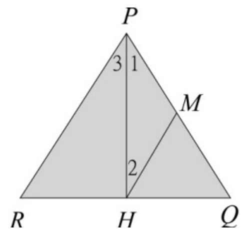
(A)17. 附圖中，直線 PH 是$\triangle PQR$ 的對稱軸，$\overline{PQ} \neq \overline{RQ}$，$M$ 是 $\overline{PQ}$ 的中點。下列哪一個選項是錯誤的？【90 基測(一)】



(A) $\overline{MH} = \overline{HQ}$　(B) $\overline{MH} \,//\, \overline{PR}$

(C) $\overline{MH} = \overline{MP}$　(D) $\triangle PQH \cong \triangle PRH$

【解析】$\because$ $\overline{PH}$ 是$\triangle PQR$ 的對稱軸



$\therefore$ $\overline{PR} = \overline{PQ}$，$\overline{RH} = \overline{QH}$，又 $\overline{PH} = \overline{PH}$

$\Rightarrow \triangle PRH \cong \triangle PQH$ (SSS 全等)

$\therefore$ $\angle PHR = \angle PHQ = 90°$，$\angle 1 = \angle 3$

又 M 為直角$\triangle PHQ$ 斜邊 $\overline{PQ}$ 的中點

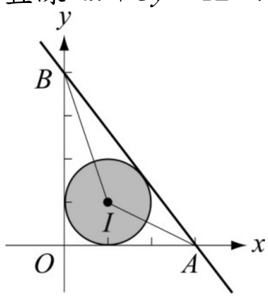
$\therefore$ $\overline{MP} = \overline{MH} = \overline{MQ}$

$\therefore$ $\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow \angle 2 = \angle 3$　$\therefore$ $\overline{MH} \,//\, \overline{PR}$

(B)18. 坐標平面上直線 $4x+3y=12$ 交 x 軸於 A 點，交 y 軸於 B 點。若 O 為原點，I 為$\triangle AOB$ 之內心，則$\triangle AIB$ 的面積＝？【90 基測(二)】

(A) 2　(B) $\frac{5}{2}$　(C) 4　(D) 5

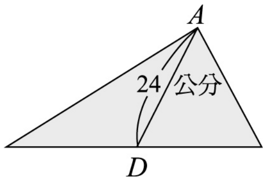
【解析】直線 $4x+3y=12 \Rightarrow A\,(\,3\,,0\,)$，$B\,(\,0\,,4\,)$



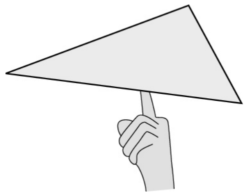
$\therefore$ $\overline{AB} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$，內切圓半徑 $r = \dfrac{3+4-5}{2} = 1$

$\therefore$ $\triangle AIB$ 面積＝$\dfrac{1}{2} \times 5 \times 1 = \dfrac{5}{2}$

(B)19. 如附圖(一)，有一質地均勻的三角形鐵片，其中一中線 $\overline{AD}$ 長 24 公分。若阿龍想用食指撐住此鐵片，如附圖(二)，則支撐點應設在 $\overline{AD}$ 上的何處最恰當？【91 基測(一)】



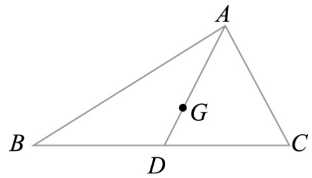
圖(一)



圖(二)

(A) 距離 D 點 6 公分處　(B) 距離 D 點 8 公分處

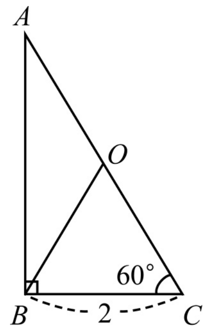
(C) 距離 D 點 12 公分處　(D) 距離 D 點 16 公分處



【解析】支撐點應在重心 G 處

$$\overline{DG}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times 24=8$$

(C)20. 如附圖，△ABC 中，$\angle ABC=90^\circ$，O 為△ABC 的外心，$\angle C=60^\circ$，$\overline{BC}=2$。若△AOB 面積 $=a$，△OBC 面積 $=b$，則下列敘述何者正確？【92 基測(一)】



(A) $a>b$　(B) $a<b$

(C) $a-b=0$　(D) $a+b=4$

【解析】△AOB 與△OBC 有相同的高

∵ O 為△ABC 的外心　∴ $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

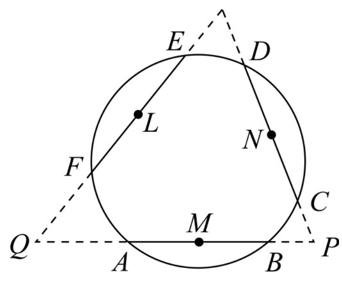
$$\therefore \triangle AOB\text{ 面積}=\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times\overline{BP}$$

$$=\frac{1}{2}\times\overline{OC}\times\overline{BP}$$

$$=\triangle OBC\text{ 面積}$$

∴ $a=b$，$a-b=0$

(C)21. 如附圖，圓上三弦 $\overline{AB}$、$\overline{CD}$、$\overline{EF}$，欲在圓內找一點，使其到三弦的距離相等。下列四種做法中，哪一種是正確的？【92 基測(二)】



(A) 作 $\overline{AB}$ 中垂線與 $\overline{CD}$ 中垂線的交點

(B) 作 $\angle FAB$ 角平分線與 $\angle ABC$ 角平分線的交點

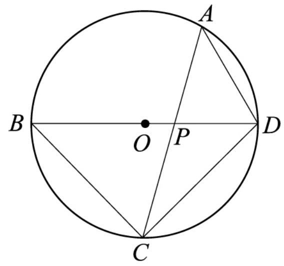
(C) 取 $\overline{AB}$、$\overline{CD}$、$\overline{EF}$ 三邊中點 M、N、L，作 $\overline{MN}$ 中垂線與 $\overline{ML}$ 中垂線的交點

(D) 分別延長 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 交於 P，分別延長 $\overline{AB}$ 與 $\overline{EF}$ 交於 Q，作 $\angle P$ 角平分線與 $\angle Q$ 角平分線的交點

【解析】由圖知，分別延長 $\overline{AB}$、$\overline{CD}$、$\overline{EF}$，形成一個三角形。

要找圓內一點到三邊的距離相等，只要作角平分線，找出交點即為所求，故選項 (D) 合乎所求。

(C)22. 如附圖，$\overline{BD}$ 為圓 O 的直徑，弦 $\overline{AC}$ 未過圓心 O，



則下列哪一個敘述是正確的？【93 基測(一)】

(A) O 是△PCD 的外心　(B) O 是△APD 的外心

(C) O 是△ACD 的外心　(D) O 是△BCP 的外心

【解析】∵ 外心為三角形外接圓圓心

∴ O 為△ACD 的外心

故選 (C)

(A)23. △ABC 中，$\angle A=40°$，$\angle B=40°$，$\angle C=100°$。若 I 為△ABC 的內心，則下列有關△AIB、△AIC、△BIC 之面積關係的敘述何者正確？【93 基測(二)】

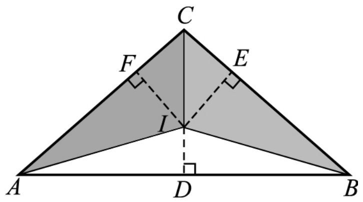
(A) △AIC 的面積＝△BIC 的面積

(B) △AIB 的面積＝△BIC 的面積

(C) △AIB 的面積＝△AIC 的面積

(D) △AIC 的面積＋△BIC 的面積＝△AIB 的面積

【解析】



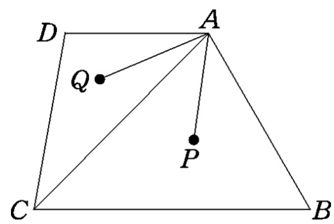
∵ I 為△ABC 的內心　∴ $\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}$

∵ $\angle A=\angle B$　∴ $\overline{AC}=\overline{BC}$

∴ △AIC 面積$=\dfrac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{IF}$

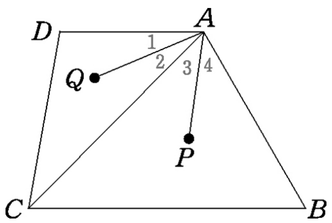
$=\dfrac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{IE}=$△$BIC$ 面積

(A)24. 如附圖，四邊形 $ABCD$ 中，$\angle B=60°$、$\angle DCB=80°$、$\angle D=100°$。若 P、Q 兩點分別為△ABC 及△ACD 的內心，則$\angle PAQ=$？【94 基測(一)】



(A) 60°　(B) 70°　(C) 80°　(D) 90°

【解析】



∵ $\angle DAB=360°-60°-80°-100°=120°$

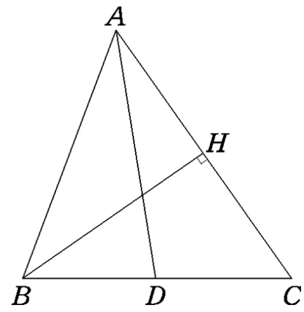
又 P、Q 兩點分別為△ABC 及△ACD 的內心

∴ $\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$

∴ $\angle PAQ=\angle 2+\angle 3=\dfrac{1}{2}(\angle DAC+\angle BAC)=\dfrac{1}{2}\angle DAB=\dfrac{1}{2}\times 120°=60°$

(B)25. 如附圖，$\overline{AD}$ 是△ABC 的中線，H 點在 $\overline{AC}$ 上且 $\overline{BH} \perp \overline{AC}$ 。若 $\overline{AB}=12$，$\overline{BC}=10$，$\overline{AC}=14$，連接 $\overline{DH}$，則 $\overline{DH}=$？

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7【94 基測(二)】



【解析】∵ △BCH 為直角三角形且 D 為斜邊 $\overline{BC}$ 之中點

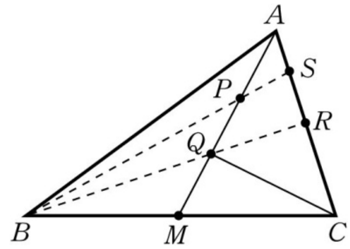
∴ D 為△BCH 之外心

$\Rightarrow \overline{DH}=\overline{DB}=\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 10=5$

(B)26. 如附圖，$\overline{AB}=\overline{BC}$，$\overline{BC}>\overline{AC}$，$P$、$Q$ 兩點在 $\overline{AM}$ 上，其中 $\overline{AP}=\overline{PQ}$，且 Q 為△ABC 的重心。若兩直線 BP、BQ 與 $\overline{AC}$ 分別交於 S、R 兩點，則下列關係何者正確？

(A) $\overline{AS}=\overline{SR}$ (B) $\overline{AR}=\overline{RC}$

(C) $\overline{QB}=\overline{QC}$ (D) $\overline{QR}=2\overline{PS}$【95 基測(一)】



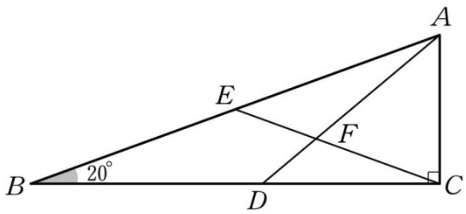
【解析】∵ Q 為△ABC 之重心

∴ $\overline{BR}$ 為 $\overline{AC}$ 之中線

∴ $\overline{AR}=\overline{RC}$

(C)27. 如附圖，△ABC 中，$\angle C=90°$，D 在 $\overline{BC}$ 上，E 為 $\overline{AB}$ 之中點，$\overline{AD}$、$\overline{CE}$ 相交於 F，且 $\overline{AD}=\overline{DB}$。若 $\angle B=20°$，則 $\angle DFE=$？【96 基測(一)】

(A) 40° (B) 50° (C) 60° (D) 70°



【解析】∵ E 為直角△ABC 斜邊之中點

∴ $\overline{BE}=\overline{CE}=\overline{AE}$

∴ $\angle ECB=\angle B=20°$

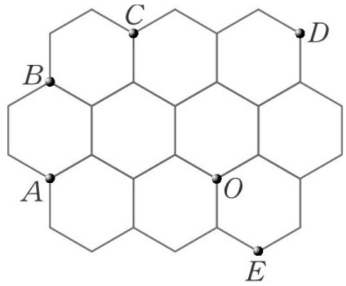
∴ $\angle AEF=\angle B+\angle ECB=40°$

又 $\overline{AD}=\overline{DB} \Rightarrow \angle DAE=\angle B=20°$

∴ $\angle DFE=\angle DAE+\angle AEF=20°+40°=60°$

(C)28. 附圖是 10 個相同的正六邊形緊密排列在同一平面上的情形。根據圖中各點的位置，判斷 O 點是下列哪一個三角形的外心？【96 基測(二)】

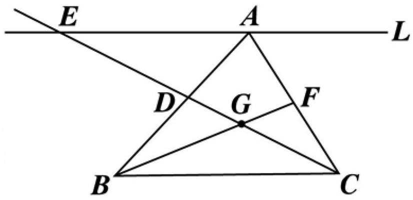
(A) △ABD (B) △BCD (C) △ACD (D) △ADE



【解析】∵ O 在 $\overline{AD}$ 之中垂線上，且在 $\overline{CD}$ 之中垂線上

∴ O 為△ACD 的外心

(D)29.如附圖，G 是△ABC 的重心，直線 L 過 A 點與 $\overline{BC}$ 平行，若直線 CG 分別與 $\overline{AB}$ 、L 交於 D、E 兩點，直線 BG 與 $\overline{AC}$ 交於 F 點，則△AED 的面積：四邊形 $ADGF$ 的面積＝？【97 基測(一)】



(A) 1：2 (B) 2：1
(C) 2：3 (D) 3：2

【解析】$\because L // \overline{BC}$

$\therefore \angle EAD = \angle DBC$，又 $\overline{AD} = \overline{BD}$，$\angle ADE = \angle BDC$

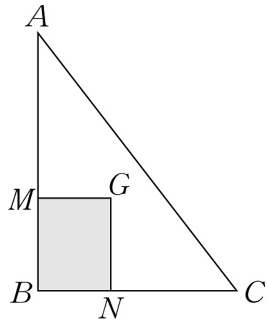
$\therefore$ △$AED \cong$ △BCD (ASA)，又 G 為重心

$\therefore$ △$BCD = \dfrac{1}{2}$△ABC，四邊形 $ADGF = \dfrac{1}{3}$△ABC

$\therefore$ 面積比＝$\dfrac{1}{2}$△ABC：$\dfrac{1}{3}$△$ABC = \dfrac{1}{2} : \dfrac{1}{3} = 3 : 2$

$\Rightarrow$ 選 (D)

(D)30.如附圖，G 為△ABC 的重心，M、N 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、$\overline{BC}$ 上，且 $\overline{GM} \perp \overline{AB}$ ，$\overline{GN} \perp \overline{BC}$ 。若 $\overline{AB} = 4$，$\overline{BC} = 3$，$\angle B = 90°$，長方形 $MBNG$ 的面積為何？【97 基測(二)】



(A) 2 (B) 3

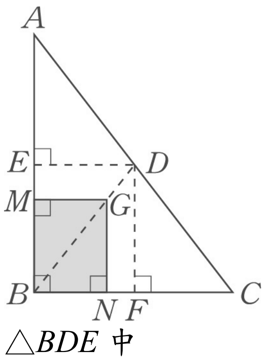
(C) $\dfrac{3}{4}$ (D) $\dfrac{4}{3}$

【解析】作射線 BG 交 $\overline{AC}$ 於 D

$\because G$ 為重心 $\therefore D$ 為 $\overline{AC}$ 之中點

作 $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ，$\overline{DF} \perp \overline{BC}$

$\therefore \overline{DE} = \dfrac{1}{2}\overline{BC} = \dfrac{3}{2}$，$\overline{DF} = \dfrac{1}{2}\overline{AB} = 2$



△BDE 中

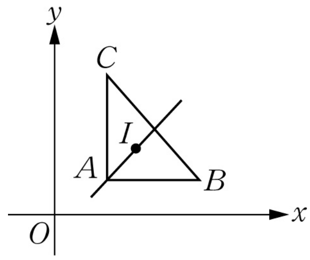
$\because \overline{MG} // \overline{DE} \Rightarrow \overline{MG} : \overline{DE} = \overline{BG} : \overline{BD}$

$\therefore \overline{MG} : \dfrac{3}{2} = 2 : 3 \Rightarrow \overline{MG} = 1$

同理 $\overline{GN} : \overline{DF} = \overline{BG} : \overline{BD} \Rightarrow \overline{GN} : 2 = 2 : 3 \Rightarrow \overline{GN} = \dfrac{4}{3}$

$\therefore$ 長方形 $MBNG$ 面積＝$1 \times \dfrac{4}{3} = \dfrac{4}{3}$

(　B　)31. 如附圖，座標平面上，I 為△ABC 的內心，其中 $\overline{AB}$ 平行 x 軸，$\angle CAB=90°$，且 A 的座標為 (2 , 1)。求直線 AI 與 y 軸的交點座標為何？【97 基測(二)】



(A) $(0,-\frac{1}{2})$　　(B) $(0,-1)$

(C) $(0,-\frac{3}{2})$　　(D) $(0,-2)$

【解析】作直線 AI 交 x 軸、y 軸於 E、F

$\because I$ 為內心

$\therefore \angle IAC=\frac{1}{2}\times 90°=45°$

$\therefore \angle DAE=\angle IAC=45°$

$\therefore \overline{AD}=\overline{DE}=1$

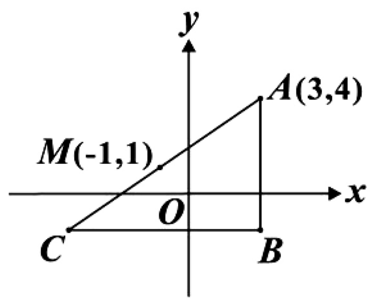
$\therefore \overline{OE}=2-1=1$

又 $\angle OEF=\angle AED=45°$　$\therefore \angle OFE=45°$

$\therefore \overline{OF}=\overline{OE}=1$

$\therefore$ 與 y 軸之交點坐標為 $(0,-1)$

(　B　)32. 如附圖，在座標平面上，△ABC 為直角三角形，$\angle B=90°$，$\overline{AB}$ 垂直 x 軸，M 為△ABC 的外心。若 A 點座標為 (3 , 4)，M 點座標為 (－1 , 1)，則 B 點座標為何？【98 基測(一)】



(A) $(3,-1)$

(B) $(3,-2)$

(C) $(3,-3)$

(D) $(3,-4)$

【解析】$\because M$ 為直角△ABC 的外心

$\therefore M$ 為 $\overline{AC}$ 的中點

令 $C(a,b)$

$$\therefore \begin{cases} \frac{a+3}{2}=-1\Rightarrow a=-5 \\ \frac{b+4}{2}=1\Rightarrow b=-2 \end{cases}$$

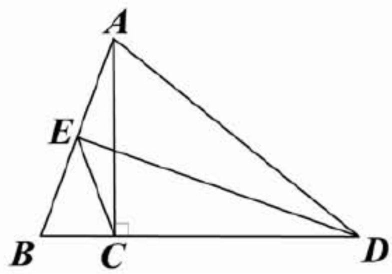
$\therefore C(-5,-2)$

又 B 點的 x 坐標與 A 相同，y 坐標與 C 相同

$\therefore B$ 點座標為 $(3,-2)$

故選 (B)

(B)33. 如附圖，△ABD 中，$\overline{DA}=\overline{DB}$，$E$ 為 $\overline{AB}$ 的中點，$\overline{AC}\perp\overline{BD}$，且 $\overline{AC}$ 交 $\overline{BD}$ 於 C 點。若∠B＝70°，則∠DEC＝？【98 基測(二)】



(A) 40° (B) 50° (C) 60° (D) 70°

【解析】∵ $\overline{DA}=\overline{DB}$，且 E 為 $\overline{AB}$ 的中點

∴ $\overline{DE}\perp\overline{AB}\Rightarrow\angle DEB=90°$

又△ABC 中，∠ACB＝90°，E 為 $\overline{AB}$ 的中點

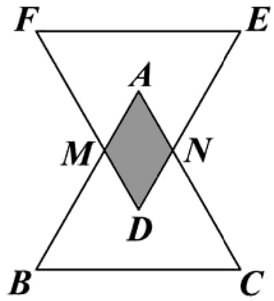
∴ $\overline{EB}=\overline{EC}=\overline{EA}$

$\Rightarrow\angle ECB=\angle B=70°$

∴ $\angle BEC=180°-2\times70°=40°$

∴ $\angle DEC=90°-40°=50°$

(C)34. 如附圖，D、A 兩點分別是兩正三角形 ABC、DEF 的重心，其中 $\overline{AB}$ 與 $\overline{DF}$ 相交於 M 點，$\overline{AC}$ 與 $\overline{DE}$ 相交於 N 點。若△ABC 與△DEF 的面積均為 18，則四邊形 $AMDN$ 的面積為何？



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6【98 基測(二)】

【解析】∵ $\overline{AH}$ 為正△ABC 的中線

∴ $\angle MAO=\angle NAO=30°$

同理 $\angle MDO=\angle NDO=30°$

$\Rightarrow\overline{AM}=\overline{DM}$，$\overline{DN}=\overline{AN}$

故 $\overline{MN}$ 為 $\overline{AD}$ 的中垂線

∴ $\angle AMO=180°-30°-90°=60°$

$\angle ANO=180°-30°-90°=60°$

⇒△AMN 為正三角形

同理△DMN 也為正三角形，故 $\overline{AO}=\overline{DO}$

∵△AMN 與△ABC 皆為正三角形

∴△AMN～△ABC，又 D 為△ABC 的重心

∴ $\overline{AO}=\overline{DO}=\overline{DH}=\dfrac{1}{3}\overline{AH}$

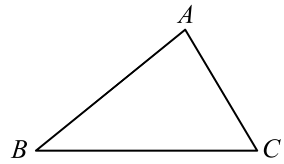
$\Rightarrow\overline{AO}:\overline{AH}=1:3$

∴△AMN：△ABC＝$\overline{AO}^2:\overline{AH}^2$

⇒△AMN：18＝1：9⇒△AMN＝2

∴ 四邊形 $AMDN$ 面積＝2×2＝4

(B)35. 如附圖，三邊均不等長的$\triangle ABC$，若在此三角形內找一點 O，使得$\triangle OAB$、$\triangle OBC$、$\triangle OCA$ 的面積均相等。判斷下列作法何者正確？【100 北北基】



(A) 作中線$\overline{AD}$，再取$\overline{AD}$的中點 O

(B) 分別作中線$\overline{AD}$、$\overline{BE}$，再取此兩中線的交點 O

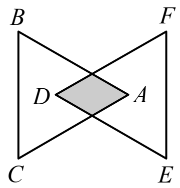
(C) 分別作$\overline{AB}$、$\overline{BC}$的中垂線，再取此兩中垂線的交點 O

(D) 分別作$\angle A$、$\angle B$ 的角平分線，再取此兩角平分線的交點 O

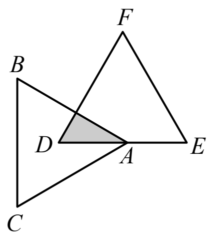
【解析】O 點即為$\triangle ABC$ 的重心

故選(B)

(C)36. 如附圖，有兩全等的正三角形 ABC、DEF，且 D、A 分別為$\triangle ABC$、$\triangle DEF$ 的重心。固定 D 點，將$\triangle DEF$ 逆時針旋轉，使得 A 落在$\overline{DE}$上，如附圖(一)所示。求附圖(一)與附圖(二)中，兩個三角形重疊區域的面積比為何？【100 基測(一)】



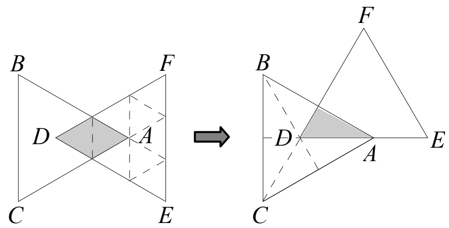
圖(一)



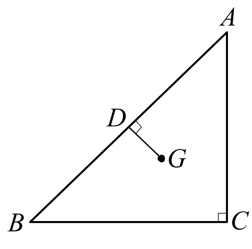
圖(二)

(A) 2：1　(B) 3：2　(C) 4：3　(D) 5：4

【解析】$\frac{2}{9}:\frac{1}{6}=4:3$，故選(C)



(C)37. 如附圖，G 為$\triangle ABC$ 的重心，其中$\angle C=90°$，D 在$\overline{AB}$上，$\overline{GD}\perp\overline{AB}$。若$\overline{AB}=29$，$\overline{AC}=20$，$\overline{BC}=21$，則$\overline{GD}$的長度為何？【100 基測(二)】



(A) 7　(B) 14　(C) $\frac{140}{29}$　(D) $\frac{420}{29}$

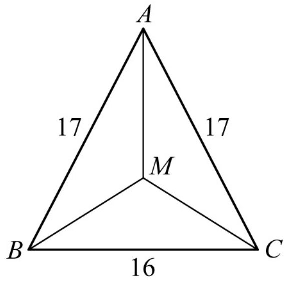
【解析】$\triangle AGB$ 面積$=\frac{1}{3}\triangle ABC$ 面積$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 21\times 20=70$

又$\frac{1}{2}\times 29\times\overline{GD}=70$

$\Rightarrow\overline{GD}=\frac{140}{29}$

故選(C)

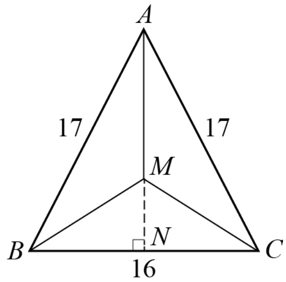
(B)38.如附圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=\overline{AC}=17$，$\overline{BC}=16$，$M$ 是$\triangle ABC$ 的重心，求 $\overline{AM}$ 的長度為何？【101 基測】



(A) 8　　(B) 10

(C) $\dfrac{17}{2}$　　(D) $\dfrac{289}{30}$

【解析】延長 $\overline{AM}$ 交 $\overline{BC}$ 於 N 點



$\therefore\ \overline{BN}=\dfrac{16}{2}=8$

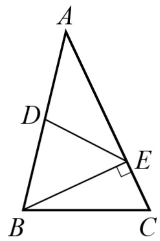
$\therefore\ \overline{AN}=\sqrt{17^2-8^2}=15$

$\because\ M$ 為重心

$\therefore\ \overline{AM}=\dfrac{2}{3}\overline{AN}=\dfrac{2}{3}\times 15=10$

故選(B)

(C)39.如附圖，$\triangle ABC$ 中，D 為 $\overline{AB}$ 中點，E 在 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{BE}\perp\overline{AC}$。若 $\overline{DE}=10$，$\overline{AE}=16$，則 $\overline{BE}$ 的長度為何？【102 基測】



(A) 10　　(B) 11　　(C) 12　　(D) 13

【解析】$\because\ \triangle ABE$ 為直角三角形，且 D 為 $\overline{AB}$ 中點

$\therefore\ D$ 為$\triangle ABE$ 的外心

$\Rightarrow\ \overline{AD}=\overline{BD}=\overline{DE}=10$

$\Rightarrow\ \overline{BE}=\sqrt{\overline{AB}^{\,2}-\overline{AE}^{\,2}}=\sqrt{(10+10)^2-16^2}=12$