

	名稱	內容	頁碼
第1章 比例線段與相似形	1-1 連比	實力養成	1
		隨堂基礎卷	3
		每週一題	5
	1-2 比例線段	實力養成	6
		隨堂基礎卷	12
		每週一題	14
	1-3 相似形	實力養成	15
		隨堂基礎卷	19
		每週一題	21
	1-4 相似形的應用	實力養成	22
		隨堂基礎卷	25
		每週一題	27
第2章 圓的性質	2-1 圓形及點、直線與圓之間的關係	實力養成	28
		隨堂基礎卷	34
		每週一題	36
	2-2 弧與圓周角	實力養成	37
		隨堂基礎卷	40
		每週一題	42
第3章 推理證明與 三角形的心	3-1 推理與證明	實力養成	43
		隨堂基礎卷	47
		每週一題	49
	3-2 三角形的外心、內心與重心	實力養成	50
		隨堂基礎卷	58
		每週一題	60
解答			61

# 第 1 章 比例線段與相似形

## 1-1 連 比

### 實力養成 重點 1 連比與連比例式

1. 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  都是不為 0 的數， $a:b:c$  這樣的比稱為連比。
2. 若  $x:y=a:b$ ， $y:z=b:c$ ， $x:z=a:c$ ，可以表示成  $x:y:z=a:b:c$ ，稱為連比例式。
3. 若  $a$ 、 $b$ 、 $c$  都是不為 0 的整數，且  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三數的最大公因數是 1，則  $a:b:c$  稱為最簡整數比。
4. 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  都是不為 0 的數，若  $x:y:z=a:b:c$ ，則：
  - (1)  $x:y:z=ka:kb:kc$ ， $k \neq 0$ 。
  - (2)  $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ 。
  - (3)  $x=ar$ ， $y=br$ ， $z=cr$ ， $r \neq 0$ 。

#### 題型 1 求連比例式中的值

1. 若  $3:x:4=1:2:y$ ，則  $x=$  \_\_\_\_\_，  
 $y=$  \_\_\_\_\_。
2. 若  $6:9:x=y:3:8$ ，則  $x=$  \_\_\_\_\_，  
 $y=$  \_\_\_\_\_。

#### 題型 3 由關係式求比值

設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  均不為 0，且  $\frac{a}{2}=\frac{b}{6}=\frac{c}{7}$ ，則  
 $(3a+2b):(2b+3c)$  的比值是 \_\_\_\_\_。

#### 題型 5 由兩組比求相關連比 I

- 求下列各數的連比：
- (1) 若  $5a:4c=10:8$ ， $3b:7c=9:14$ ，  
則  $a:b:c=$  \_\_\_\_\_。
  - (2) 若  $a:3b=2:3$ ， $3a:c=12:5$ ，  
則  $a:b:c=$  \_\_\_\_\_。

#### 題型 2 連比例式性質的運用

1. 若  $x:y:z=5:3:2$ ，且  $x+y+z=100$ ，  
則  $x=$  \_\_\_\_\_， $y=$  \_\_\_\_\_， $z=$  \_\_\_\_\_。
2. 已知  $2a:3b:4c=3:4:5$ ，則：
  - (1)  $a:b:c=$  \_\_\_\_\_。
  - (2)  $(a+b-c):c=$  \_\_\_\_\_。

#### 題型 4 由連比求其他相關連比

若  $(a+b):(b+c):(c+a)=3:4:5$ ，則  
 $a:b:c=$  \_\_\_\_\_。

#### 題型 6 由兩組比求相關連比 II

1. 若  $\frac{x}{7}=\frac{z}{6}$ ， $y:z=8:15$ ，則  $x:y:z=$   
 $=$  \_\_\_\_\_。
2. 若  $2x=3y=4z$ ，且  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三數皆不為 0，則  $x:y:z=$  \_\_\_\_\_。

**題型 7**

連比例的圖形問題

- 已知 $\triangle ABC$ 的三邊長分別為 $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，若 $a:b=3:5$ ，且 $b:c=3:4$ ，則 $a:b:c=$ \_\_\_\_\_。
- 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{3}\overline{AC}$ ， $5\overline{AB}=4\overline{BC}$ ，且 $\triangle ABC$ 的周長為60，則 $\overline{AB}=$ \_\_\_\_\_， $\overline{BC}=$ \_\_\_\_\_， $\overline{AC}=$ \_\_\_\_\_。

**題型 8**

連比的應用問題

已知大漢游泳池內分為溫水區、冷水區以及兒童區三種游泳池。若這三區的水量比為 $3:5:2$ ，而且此三區的水量總共有1800公秉，那麼溫水區的水量有\_\_\_\_\_公秉，冷水區的水量有\_\_\_\_\_公秉，兒童區的水量有\_\_\_\_\_公秉。

**強化練習**

- 求下列各比例式中 $x$ 與 $y$ 的值：
  - 若 $5:x:4=6:2:y$ ，則 $x=$ \_\_\_\_\_， $y=$ \_\_\_\_\_。
  - 若 $x:5:4=3:4:y$ ，則 $x=$ \_\_\_\_\_， $y=$ \_\_\_\_\_。
- 求下列各數的連比：
  - 若 $8a:5b=4:3$ ， $2b:9c=1:3$ ，則 $a:b:c=$ \_\_\_\_\_。
  - 若 $3a:c=12:5$ ， $b:3c=7:15$ ，則 $a:b:c=$ \_\_\_\_\_。
  - 若 $xyz \neq 0$ ， $7y=2z$ ， $\frac{x}{4}=\frac{z}{3}$ ，則 $x:y:z=$ \_\_\_\_\_。
- 若小明、小英與阿花分別為 $x$ 歲、 $y$ 歲與 $z$ 歲，且已知 $x:y=3:5$ ， $y:z=4:7$ ，則 $x:y:z=$ \_\_\_\_\_。
- 若 $x:y:z=3:3:2$ ，且 $x+y+z=120$ ，則 $x=$ \_\_\_\_\_， $y=$ \_\_\_\_\_， $z=$ \_\_\_\_\_。
- 若 $\frac{a}{7}=\frac{b}{5}=\frac{c}{3} \neq 0$ ，則 $(2a+3b-c):c$ 的比值是\_\_\_\_\_。
- 設 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 三數皆不為0，且 $3x=4y=5z$ ，則 $x:y:z=$ \_\_\_\_\_。
- 已知 $3a:2b:c=1:2:3$ ，求下列各比的比值：
  - $(a+2b+c):c$ 的比值是\_\_\_\_\_。
  - $(a+2b):(b+3c)$ 的比值是\_\_\_\_\_。
- 甲、乙、丙三人投資做生意。已知甲、乙、丙三人出資的比例為 $2:3:4$ ，公司的總資本為18,000,000元，那麼甲出資\_\_\_\_\_元，乙出資\_\_\_\_\_元，丙出資\_\_\_\_\_元。
- 設 $(a+b):(b+c):(c+a)=5:7:8$ ，且 $abc \neq 0$ ，則 $a:b:c=$ \_\_\_\_\_。
- 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A:\angle B:\angle C=3:1:2$ ，則 $\angle A=$ \_\_\_\_\_度， $\angle C=$ \_\_\_\_\_度。
- 在 $\triangle ABC$ 中，若 $8\overline{AB}=5\overline{BC}$ ， $3\overline{AB}=2\overline{AC}$ ，且 $\triangle ABC$ 的周長為82，則 $\overline{AB}=$ \_\_\_\_\_， $\overline{AC}=$ \_\_\_\_\_。

## 一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- ( ) 1. 已知  $a:b=3:2$ ， $a:c=3:11$ ，則  $a:b:c=?$   
 (A)  $3:22:11$  (B)  $3:2:11$   
 (C)  $9:33:22$  (D)  $11:2:3$
- ( ) 2. 設  $x:y:18=3:2:6$ ，則  $x=?$   
 (A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 15
- ( ) 3. 設  $a、b、c$  均不為 0，且  $3a=5b=2c$ ，則  $a:b:c=?$   
 (A)  $3:5:2$  (B)  $6:10:8$   
 (C)  $10:6:21$  (D)  $10:6:15$
- ( ) 4. 若  $x:y=3:4$ ， $y:z=2:3$ ，則  $x:y:z=?$   
 (A)  $6:8:15$  (B)  $6:8:9$   
 (C)  $3:4:6$  (D)  $3:4:9$
- ( ) 5. 已知  $x:y:z=3:8:7$ ，則  $6x:2y:3z=?$   
 (A)  $6:16:14$  (B)  $9:16:14$   
 (C)  $9:16:21$  (D)  $18:16:21$

## 二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 求下列各連比：(化為最簡整數比)

- (1)  $a:b=5:4$ ， $b:c=2:3$ ，則  $a:b:c=$ \_\_\_\_\_。
- (2)  $a:b=7:2$ ， $a:c=3:1$ ，則  $a:b:c=$ \_\_\_\_\_。

2. 已知  $\frac{x}{2}=\frac{y}{5}=\frac{z}{6}$ ，則  $x:y:z=$ \_\_\_\_\_。3. 已知  $a:b:c=6:10:15$ 。若  $a=18$ ，則  $b+c=$ \_\_\_\_\_。4. 若  $3x=4y=6z$ ，則  $x:y:z=$ \_\_\_\_\_。5. 設  $x:y=5:7$ ，且  $\frac{x}{3}=\frac{z}{2}$ ，則  $x:y:z=$ \_\_\_\_\_。

6. 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  皆不為 0，且  $2a=3b$ ， $3a=4c$ ，試問：

(1)  $a:b:c=$ \_\_\_\_\_。

(2) 若  $a+b+c=58$ ，則  $a=$ \_\_\_\_\_， $b=$ \_\_\_\_\_， $c=$ \_\_\_\_\_。

7. 設  $x:17:11=12:51:y$ ，則  $\frac{y}{x}=$ \_\_\_\_\_。

8. 已知  $x:y:z=5:2:7$ ，則  $(x+y):(x+z):(y+z)=$ \_\_\_\_\_。

9. 已知三角形  $ABC$  中，三個內角的度數比為  $3:2:1$ ，則此三角形最大的內角度數為\_\_\_\_\_度。

### 三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 已知一三角形的三邊長比為  $4:3:5$ 。若此三角形的周長為 84 公分，則三邊長分別為多少公分？

**解：**

2. 已知大寶、二寶、小寶三人共有 940 元，且大寶錢的 3 倍是二寶錢的 4 倍；二寶錢的 4 倍是小寶錢的 5 倍，則大寶、二寶、小寶三人各有多少元？

**解：**



# 每週一題



過年期間，小文和阿茂到年貨大街採買，在某個攤位上看見有販賣  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三種糖果，商家以每 100 公克為單位來販售，且  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的單價比為  $6:5:3$ 。若小文買了  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三種糖果，且所買的重量比為  $1:3:2$ 。試問：

- (1) 小文購買  $A$ 、 $B$ 、 $C$  所花的費用比為何？
- (2) 若  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三種糖果每 100 公克實際的單價分別為 30 元、25 元、15 元，且阿茂也在同一家店用 250 元買了  $A$ 、 $B$ 、 $C$  共 1000 公克的糖果，則阿茂所買糖果的重量比為何？

**解**

(1) 設  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三種糖果的單價分別為  $6x$ 、 $5x$ 、 $3x$  元， $A$ 、 $B$ 、 $C$  三種糖果的重量分別為  $100a$ 、 $100b$ 、 $100c$  公克，則 小文購買  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三種糖果所花的費用分別為  $60ax$ 、 $500bx$ 、 $300cx$  元，故 小文購買  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三種糖果所花的費用比為  $60a:500b:300c$ 。又  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三種糖果的重量比為  $1:3:2$ ，故  $a:b:c=1:3:2$ ，則 小文購買  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三種糖果所花的費用比為  $60:1500:600$ ，化簡得  $1:25:10$ 。

# 1-2 ➡ 比例線段

## 實力養成

### 重點

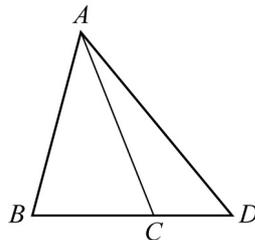
### 1

## 三角形面積與邊長的關係

▲ 兩個等高三角形的面積比等於其底邊長的比：

如右圖，已知  $C$  在  $\overline{BD}$  上，則

$$\triangle ABC \text{ 面積} : \triangle ACD \text{ 面積} = \overline{BC} : \overline{CD}。$$



### 題型 1

等高三角形的面積比

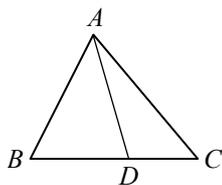
如右圖， $D$  在  $\overline{BC}$  上。

已知  $\overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$ ，

且  $\triangle ABC$  面積為 10 平方公分，則  $\triangle ABD$  面積為

\_\_\_\_\_ 平方公分， $\triangle ADC$

面積為 \_\_\_\_\_ 平方公分。



### 題型 2

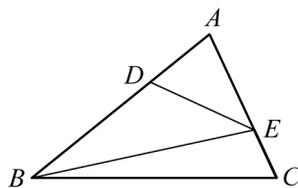
等高三角形面積比的應用

如右圖， $\triangle ABC$  中，

已知  $\overline{AD} = \frac{1}{2} \overline{DB}$ ，

且  $\overline{AE} = 2 \overline{EC}$ ，則

$$\frac{\triangle BDE \text{ 面積}}{\triangle ABC \text{ 面積}} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

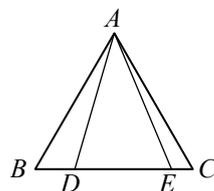


### 強化練習

1. 如右圖， $\triangle ABC$  中， $\triangle ABC$  面積為  $140 \text{ cm}^2$ 。

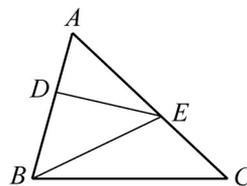
(1) 若  $\overline{BC} = 4 \overline{BD}$ ，則  $\triangle ABD$  面積為 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ 。

(2) 若  $\overline{BC} = 7 \overline{CE}$ ，則  $\triangle AEC$  面積為 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ 。



2. 如右圖， $\triangle ABC$  中，若  $\overline{AD} = \frac{2}{3} \overline{DB}$ ， $\overline{AE} = \frac{4}{3} \overline{EC}$ ，

則  $\frac{\triangle BDE \text{ 面積}}{\triangle ABC \text{ 面積}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



# 實力養成 重點 2 平行線截比例線段性質

1. 平行線截三角形的兩邊成比例線段：

如右圖， $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  分別在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  上。

若  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，則：

(1)  $\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$ 。

(2)  $\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}}$ 。

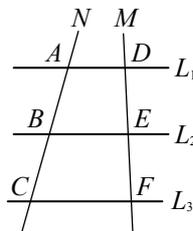
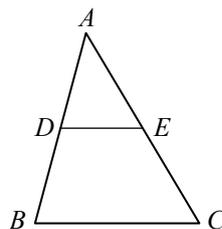
(3)  $\frac{\overline{AB}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{EC}}$ 。

(4)  $\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{BC}}$ 。

2. 如右圖， $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ ， $N$ 、 $M$  是它們的

截線，交點為  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$ ，

則  $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{EF}}$ 。



## 題型 1 平行線截比例線段 I

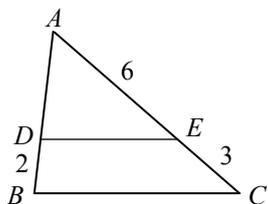
如右圖， $\triangle ABC$  中，

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 。已知

$\overline{AE} = 6$ ， $\overline{EC} = 3$ ，

$\overline{DB} = 2$ ，則

$\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

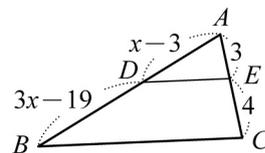


## 題型 2 平行線截比例線段 II

如右圖， $\triangle ABC$  中，

已知  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，

則  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

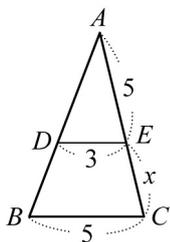


## 題型 3 平行線截比例線段 III

如右圖， $\triangle ABC$  中，

已知  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，

則  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



## 題型 4 三條平行線截比例線段 I

如右圖，已知

$\overline{AD} \parallel \overline{BE} \parallel \overline{CF}$ ，

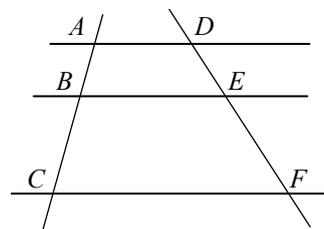
$\overline{AB} = 7 \text{ cm}$ ，

$\overline{AC} = 21 \text{ cm}$ ，

$\overline{DE} = (3x + 2) \text{ cm}$ ，

$\overline{EF} = (7x + 2) \text{ cm}$ ，

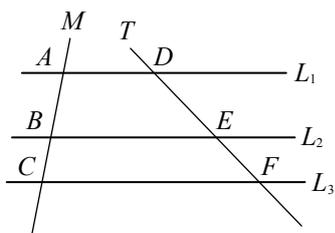
則  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



**題型 5** ..... 三條平行線截比例線段 II

如右圖，

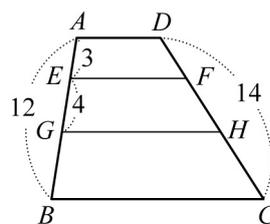
$L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ ，其中  
 $M$ 、 $T$  是截線。若  
 $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{EF} = 8$ ，  
 且  $\overline{DE} = 2\overline{BC}$ ，  
 則  $\overline{DE} =$  \_\_\_\_\_。



**題型 6** ..... 三條平行線截比例線段 III

如右圖，已知

$\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{GH} \parallel \overline{BC}$ 。若  $\overline{AB} = 12$ ，  
 $\overline{AE} = 3$ ， $\overline{EG} = 4$ ，  
 $\overline{CD} = 14$ ，則  
 $\overline{DF} =$  \_\_\_\_\_， $\overline{CH} =$  \_\_\_\_\_。

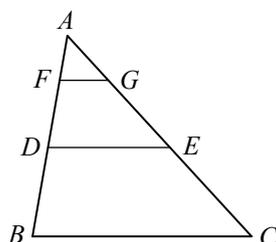


**題型 7** ..... 平行線截比例線段的應用 I

如右圖，已知  $\overline{FG} \parallel \overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AF} = 2$ ，  
 $\overline{FD} = 3$ ， $\overline{DB} = 4$ 。

(1) 若  $\overline{AC} = 12$ ，  
 則  $\overline{AG} + \overline{EC}$   
 = \_\_\_\_\_，  
 $\overline{GE} =$  \_\_\_\_\_。

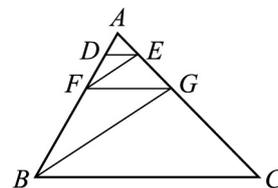
(2) 若  $\overline{BC} = 9$ ，則  $\overline{FG} =$  \_\_\_\_\_，  
 $\overline{DE} =$  \_\_\_\_\_。



**題型 8** ..... 平行線截比例線段的應用 II

如右圖， $\overline{DE} \parallel \overline{FG} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{EF} \parallel \overline{BG}$ 。

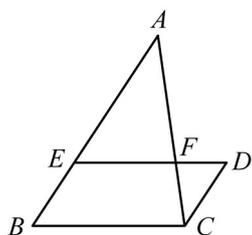
若  $\overline{AD} : \overline{DF} = 3 : 5$ ，  
 則  $\overline{AE} : \overline{AC} =$   
 \_\_\_\_\_。



**題型 9** ..... 平行線截比例線段的應用 III

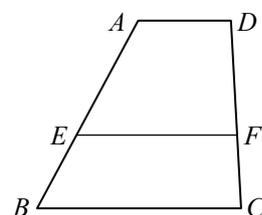
如右圖， $\triangle ABC$  中，  
 $\overline{AE} = 2\overline{BE}$ ， $\overline{BC} = 9$ 。

已知四邊形  $BCDE$   
 為平行四邊形，  
 $\overline{DE}$  交  $\overline{AC}$  於  $F$  點，  
 則  $\overline{DF} =$  \_\_\_\_\_。



**題型 10** ..... 三條平行線截比例線段的應用

如右圖，四邊形  
 $ABCD$  是梯形，  
 $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ ，  
 $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 2$ 。  
 若  $\overline{AD} = 4$  公分，  
 $\overline{BC} = 9$  公分，則  
 $\overline{EF} =$  \_\_\_\_\_ 公分。

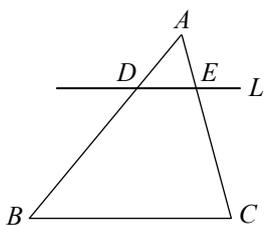


## 強化練習

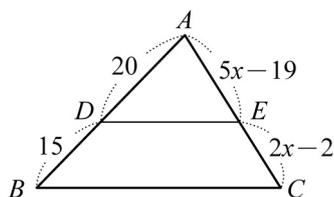
1. 如下圖(一),  $L \parallel BC$ 。若  $\overline{AE} = \frac{8}{5}$ ,  $\overline{EC} = 4$ ,  $\overline{DB} = 5$ , 則  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。

2. 如下圖(二),  $\triangle ABC$  中, 已知  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ , 則  $\overline{AE} - \overline{EC} =$  \_\_\_\_\_。

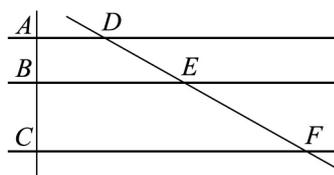
3. 如下圖(三),  $\overline{AD} \parallel \overline{BE} \parallel \overline{CF}$ 。若  $\overline{AB} = 2$ ,  $\overline{BC} = 3$ ,  $\overline{DE} = x+3$ ,  $\overline{EF} = x+5$ , 則  $x =$  \_\_\_\_\_。



圖(一)



圖(二)

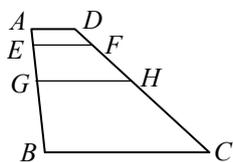


圖(三)

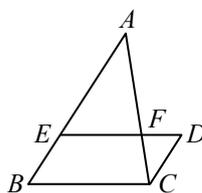
4. 如下圖(四), 若  $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{GH} \parallel \overline{BC}$ ,  $\overline{AE} = 2$ ,  $\overline{EG} = 4$ ,  $\overline{DC} = 24$ ,  $\overline{HC} = 14$ , 則  $\overline{BG} =$  \_\_\_\_\_。

5. 如下圖(五),  $\triangle ABC$  中,  $\overline{AB} = 3\overline{BE}$ ,  $\overline{BC} = 15$ 。已知四邊形  $BCDE$  為平行四邊形,  $\overline{DE}$  交  $\overline{AC}$  於  $F$  點, 則  $\overline{DF} =$  \_\_\_\_\_。

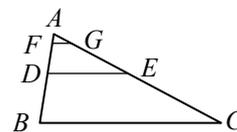
6. 如下圖(六), 已知  $\overline{FG} \parallel \overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ,  $\overline{AF} = 1$ ,  $\overline{FD} = 3$ ,  $\overline{DB} = 5$ ,  $\overline{BC} = 18$ , 則  $\overline{FG} =$  \_\_\_\_\_,  $\overline{DE} =$  \_\_\_\_\_。



圖(四)



圖(五)

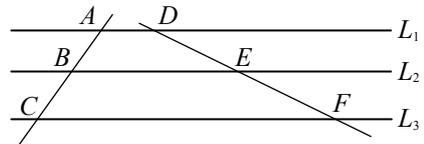


圖(六)

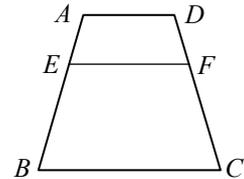
7.  $\triangle ABC$  中，已知  $D$ 、 $E$  兩點分別在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  上，且  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 。若  $\overline{AD} = 3x - 3$ ， $\overline{BD} = 3x + 1$ ， $\overline{DE} : \overline{BC} = 3 : 7$ ，則  $x =$  \_\_\_\_\_。

8.  $\triangle ABC$  中，已知  $D$ 、 $E$  兩點分別在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  上，且  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 。若  $\overline{AD} = x - 3$ ， $\overline{BD} = x - 1$ ， $\overline{BC} = x - 2$ ， $\overline{DE} = 3$ ，則  $\overline{AB} =$  \_\_\_\_\_。

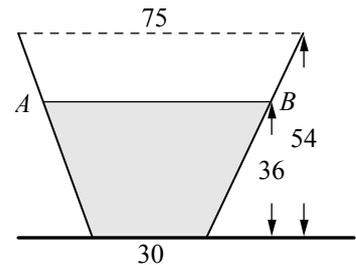
9. 如右圖， $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ 。若  $\overline{AB} = \sqrt{7} - 1$ ， $\overline{EF} = \sqrt{7} + 1$ ，且  $\overline{DE} = \overline{BC} + 1$ ，則  $\overline{DE} =$  \_\_\_\_\_。



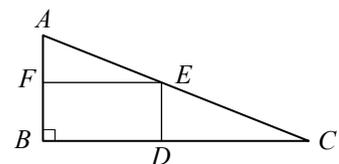
10. 如右圖， $ABCD$  為梯形， $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 。若  $\overline{AD} = 10$ ， $\overline{BC} = 20$ ， $\overline{AE} : \overline{EB} = 1 : 2$ ，則  $\overline{EF} =$  \_\_\_\_\_。



11. 右圖為一梯形水桶的剖面圖，下底寬 30 公分，上底開口寬 75 公分，桶高 54 公分。若桶內盛水高 36 公分，則水面寬  $\overline{AB}$  為 \_\_\_\_\_ 公分。



12. 如右圖，四邊形  $BDEF$  為矩形， $\overline{BD} : \overline{DE} = 2 : 1$ ，且  $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 12$ ，則  $\overline{BF} =$  \_\_\_\_\_。



# 實力養成 重點 3 由比例線段判別平行線

1. 三角形中，平行線的判別：

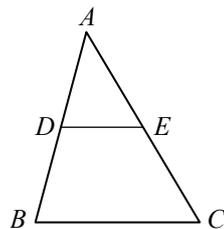
如右圖， $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  兩點分別在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  上。

如果下面三個比例式有一個成立，則  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 。

(1)  $\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$ 。

(2)  $\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}}$ 。

(3)  $\frac{\overline{AB}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{EC}}$ 。



2. 三角形兩邊中點連線平行於第三邊，且此線段長為第三邊長度的一半。

## 題型 1 由比例線段判別平行線

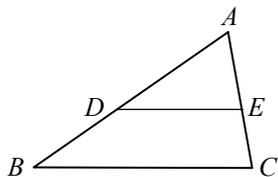
如右圖， $\triangle ABC$  中，

已知  $\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} =$

$\frac{\overline{AE}}{\overline{AC}}$ ， $\angle A =$

$65^\circ$ ， $\angle C = 80^\circ$ ，

則  $\angle ADE =$  \_\_\_\_\_ 度。



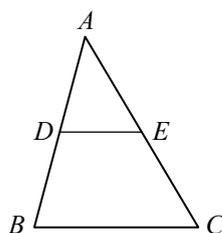
## 題型 2 三角形兩邊中點連線性質

如右圖， $\triangle ABC$  中，

$D$ 、 $E$  兩點分別是  $\overline{AB}$

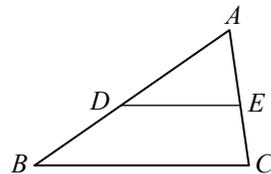
及  $\overline{AC}$  的中點。若  $\overline{BC}$

$= 6$ ，則  $\overline{DE} =$  \_\_\_\_\_。

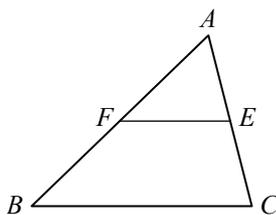


## 強化練習

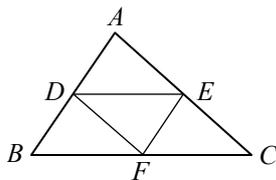
1. 如右圖， $\triangle ABC$  中，已知  $\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$ ，  
 $\angle B = 35^\circ$ ， $\angle A = 63^\circ$ ，則  $\angle AED =$  \_\_\_\_\_ 度。



2. 如右圖， $\triangle ABC$  中， $F$ 、 $E$  兩點分別在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  上，  
且  $\overline{AF} = \overline{BF}$ ， $\overline{AE} = \overline{EC}$ 。若  $\overline{EF} = 5$ ，則  $\overline{BC} =$   
\_\_\_\_\_。

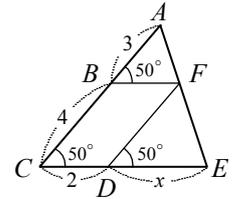
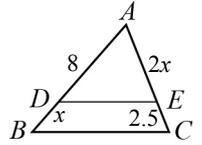


3. 如右圖，有一三角形的荷花池  $ABC$ ，取三邊中點  
 $D$ 、 $E$ 、 $F$ ，建三座橋  $\overline{DE}$ 、 $\overline{DF}$ 、 $\overline{EF}$ 。已知橋的  
長度  $\overline{DE} = 6$  公尺， $\overline{DF} = 5$  公尺， $\overline{EF} = 4$  公尺，  
那麼此三角形荷花池的周長為 \_\_\_\_\_ 公尺。



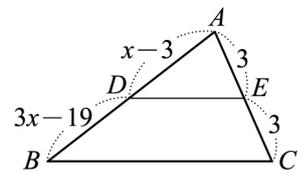
一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- ( ) 1. 如右圖， $\triangle ABC$  中，已知  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，且  $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{BD} = x$ ， $\overline{AE} = 2x$ ， $\overline{CE} = 2.5$ ，則  $\overline{BC}$  為何？  
 (A)  $\sqrt{10}$  (B) 3 (C)  $\sqrt{15}$  (D) 5
- ( ) 2. 承第 1.題，試問  $\overline{AE}$  為何？  
 (A)  $3\sqrt{10}$  (B) 3 (C)  $2\sqrt{10}$  (D) 5
- ( ) 3. 如右圖，試問下列選項何者正確？  
 (A)  $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AF} : \overline{FE}$  (B)  $\overline{AF} : \overline{FE} = \overline{CD} : \overline{DE}$   
 (C)  $\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{FE}$  (D) 以上皆是
- ( ) 4. 承第 3.題，試問  $\overline{AF} : \overline{FE} = ?$   
 (A) 1 : 2 (B) 3 : 4 (C) 3 : 2 (D) 2 : 3
- ( ) 5. 承第 3.題，已知  $\overline{DE}$  的長度為  $x$ ，則  $x = ?$   
 (A) 3 (B)  $\frac{10}{3}$  (C)  $\frac{5}{2}$  (D)  $\frac{8}{3}$

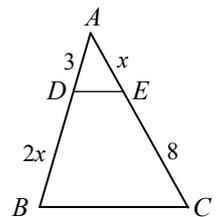


二、填充題：每格 5 分，共 55 分

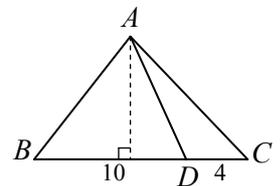
1. 如右圖， $\triangle ABC$  中，已知  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，則  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



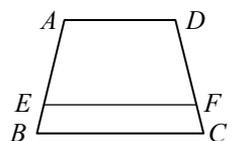
2. 如右圖，已知  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，且  $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{AE} = x$ ， $\overline{BD} = 2x$ ， $\overline{EC} = 8$ ，則  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



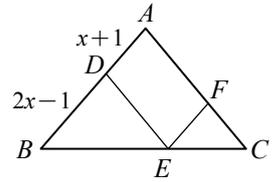
3. 在  $\triangle ABC$  中， $D$  為  $\overline{BC}$  上一點。若  $\overline{BD} = 10$ ， $\overline{CD} = 4$ ，則：  
 (1)  $\triangle ABD$  面積： $\triangle ACD$  面積 =  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。  
 (2)  $\triangle ABD$  面積： $\triangle ABC$  面積 =  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



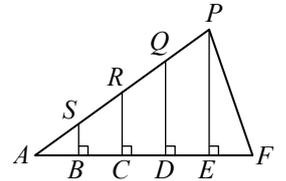
4. 如右圖， $ABCD$  為等腰梯形，且  $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 。  
 若  $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 1$ ， $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$ ，則  $\overline{FC} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$ 。



5. 如右圖，若  $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ ， $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ ， $\overline{AF} : \overline{FC} = 5 : 3$ ，  
且  $\overline{AD} = x+1$ ， $\overline{BD} = 2x-1$ ，則：
- (1)  $\overline{BE} : \overline{EC} =$  \_\_\_\_\_。
  - (2)  $\overline{BD} : \overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。
  - (3)  $x =$  \_\_\_\_\_。



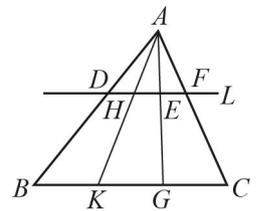
6. 如右圖， $\overline{AP}$  上有  $Q$ 、 $R$ 、 $S$  三點。若  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF}$ ，  
且  $\overline{PE} = 8$ ，則：
- (1)  $\overline{AB} : \overline{AE} =$  \_\_\_\_\_。
  - (2)  $\overline{SB} =$  \_\_\_\_\_。
  - (3)  $\triangle ABS$  面積： $\triangle PEF$  面積 = \_\_\_\_\_。



### 三、計算題：共 20 分

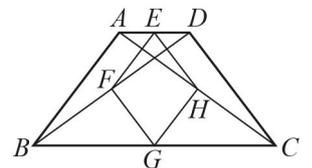
1. 如右圖，直線  $L \parallel \overline{BC}$ ，已知  $\overline{AD} : \overline{BD} = 2 : 3$ ，則：
- (1) 在  $\triangle ABK$  中， $\overline{AH} : \overline{AK} = ?$  (5 分)
  - (2) 在  $\triangle AKG$  中， $\overline{HE} : \overline{KG} = ?$  (5 分)

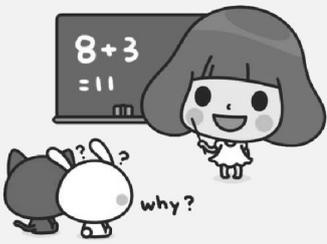
**解：**



2. 如右圖，等腰梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD} = 12$ 。  
若  $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  分別為  $\overline{AD}$ 、 $\overline{BD}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$  的中點，則：
- (1) 在  $\triangle ABD$  中， $\overline{EF} = ?$  (5 分)
  - (2) 在  $\triangle DBC$  中， $\overline{FG} = ?$  (5 分)

**解：**

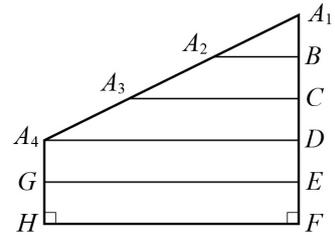




# 每週一題



南一百貨公司內，有一個電扶梯下方規劃親子閱讀區，設置如右圖的書櫃，已知  $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  為  $\overline{A_1F}$  等分點， $\overline{A_1F}$ 、 $\overline{A_4H}$  分別垂直  $\overline{HF}$  於  $F$ 、 $H$ ，且  $\overline{BA_2}$ 、 $\overline{CA_3}$ 、 $\overline{DA_4}$  都與  $\overline{FH}$  平行，試回答下列問題：



- (1)  $\overline{A_1A_2} : \overline{A_2A_3} : \overline{A_3A_4} = ?$
- (2) 若擺放書量與櫃子的寬度成正比，且  $\overline{CA_3}$  那層可擺到 200 本書，則  $\overline{FH}$  那層是否可擺 500 本書？（假設書本厚度都一樣）

**解**

(1) 由題意知

$\overline{BA_2} \parallel \overline{CA_3} \parallel \overline{DA_4}$

所以

(2) 由題意知

$\overline{BA_2} \parallel \overline{CA_3} \parallel \overline{DA_4}$

所以

三層櫃

的寬度

# 1-3 ➡ 相似形

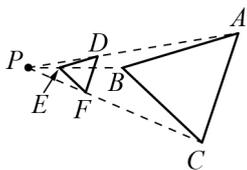
## 實力養成 重點 1 縮放圖形與比例線段

### ▲ 圖形縮放的性質：

- (1) 一線段經過縮放為  $k$  倍後，若新線段與原線段不在同一直線上，其新線段與原線段會平行。
- (2) 一線段經過縮放為  $k$  倍後，其新線段的長度是原線段的  $k$  倍。
- (3) 一角經過縮放後，其新的角和原角的度數相等。

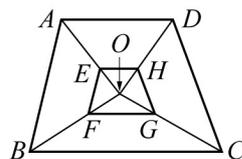
### 題型 1 比例線段性質作縮放

右圖中， $D$ 、 $E$ 、 $F$  三點是以  $P$  點為中心，分別將  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點與  $P$  點的距離縮小為  $\frac{1}{3}$  倍的點。若  $\angle ACB = 65^\circ$ ， $\angle DEF = 60^\circ$ ，則  $\angle EDF =$  \_\_\_\_\_ 度。



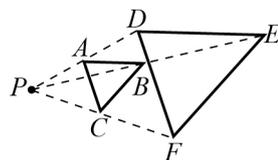
### 題型 2 比例線段性質作縮放的應用

如右圖，四邊形  $ABCD$  中， $\overline{AO}$ 、 $\overline{BO}$ 、 $\overline{CO}$ 、 $\overline{DO}$  分別為  $\overline{EO}$ 、 $\overline{FO}$ 、 $\overline{GO}$ 、 $\overline{HO}$  的 3 倍，則四邊形  $ABCD$  的周長為四邊形  $EFGH$  周長的 \_\_\_\_\_ 倍。

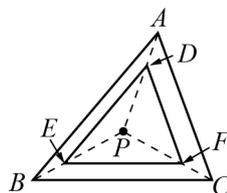


### 強化練習

1. 右圖中， $D$ 、 $E$ 、 $F$  三點是以  $P$  點為中心，分別將  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點與  $P$  點的距離放大為 2 倍的點。若  $\angle BAC = 70^\circ$ ， $\angle EFD = 60^\circ$ ，則  $\angle ABC =$  \_\_\_\_\_ 度。



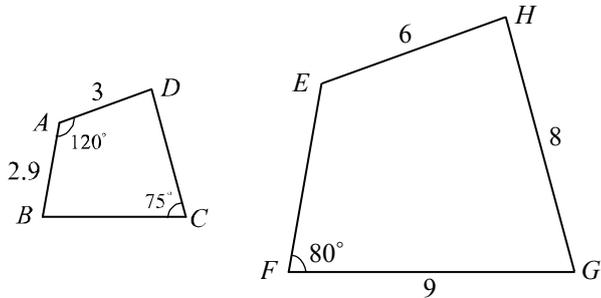
2. 如右圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AP}$ 、 $\overline{BP}$ 、 $\overline{CP}$  分別為  $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$  的 3 倍，則  $\triangle DEF$  的周長為  $\triangle ABC$  周長的 \_\_\_\_\_ 倍。



▲ 相似多邊形：兩個邊數相同的多邊形，若它們的對應角相等，且對應邊成比例，則這兩個多邊形會相似。

**題型 1** 求相似形的對應邊、對應角

如下圖，設四邊形  $ABCD \sim$  四邊形  $EFGH$ ，則：



- (1)  $\angle B =$  \_\_\_\_\_ 度。
- (2)  $\angle H =$  \_\_\_\_\_ 度。
- (3)  $\frac{AB}{EF} =$  \_\_\_\_\_。
- (4)  $\frac{EF}{CD} =$  \_\_\_\_\_。
- (5)  $\frac{CD}{EF} =$  \_\_\_\_\_。

**題型 3** 求相似形的周長

將邊長 10 公分的正方形放在影印機上，以 120% 的放大倍率連續放大兩次後，所得新的正方形周長為多少公分？

- (A) 14.4      (B) 4.8  
(C) 48.4      (D) 57.6

答：\_\_\_\_\_。

**題型 2** 相似形的判斷

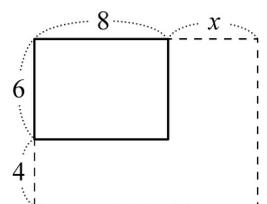
下列各圖形的各邊分別往內縮減 1 單位長後，得到另一個較小的圖形，則下列何者的新圖形和原圖形不相似？

答：\_\_\_\_\_。

- (A) (正三角形)  
(B) (正方形)  
(C) (長方形)  
(D) (正五邊形)

**題型 4** 求相似形的對應邊

右圖矩形的長為 8 cm，寬為 6 cm。若將寬增加 4 cm，那麼長要增加  $x$  cm，才能使所得新的矩形與原矩形相



似，則  $x =$  \_\_\_\_\_。

## 強化練習

1. 設五邊形  $ABCDE$  和五邊形  $A'B'C'D'E'$  相似，且  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  的對應點依次為  $A'$ 、 $B'$ 、 $C'$ 、 $D'$ 、 $E'$ 。已知  $\overline{AB} = 5$ ，且它的對應邊  $\overline{A'B'} = 20$ 。

(1) 若  $\overline{C'D'} = 5$ ，則  $\overline{C'D'}$  的對應邊  $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

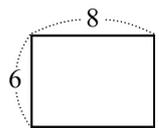
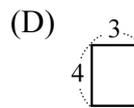
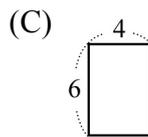
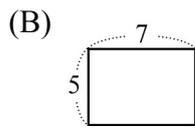
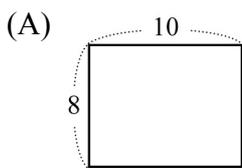
(2) 若  $\angle A = 80^\circ$ ，則  $\angle A$  的對應角  $\angle A' = \underline{\hspace{2cm}}$  度。

2. 已知四邊形  $ABCD \sim$  四邊形  $A'B'C'D'$ ，

(1) 若  $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} : \overline{DA} = 2 : 3 : 5 : 4$ ，且  $\overline{B'C'} = 12$ ，則四邊形  $A'B'C'D'$  的周長 =  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若  $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle C' = 65^\circ$ ， $\angle D = 60^\circ$ ，則  $\angle B' = \underline{\hspace{2cm}}$  度。

3. 右圖是一個長為 8，寬為 6 的矩形。試問下列哪一個選項中的矩形與這個矩形相似？ **答**：  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



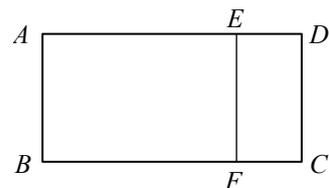
4. 將邊長 4 公分的正方形放在影印機上，以 150% 的放大倍率連續放大兩次後，所得新的正方形面積為  $\underline{\hspace{2cm}}$  平方公分。

5. 將一個長為 10 公尺，寬為 7 公尺的長方形花園，沿著四周開闢一條寬 2 公尺的通路，則剩下的長方形花園與原長方形花園會是何種關係？

(A) 相似 (B) 不相似 (C) 全等 (D) 無法判別

**答**：  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 如右圖，矩形  $ABCD \sim$  矩形  $CFED$ 。若  $\overline{AB} = 6$  cm， $\overline{AD} = 12$  cm，則  $\overline{BF} = \underline{\hspace{2cm}}$  cm。



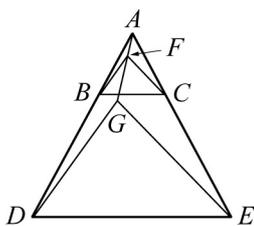
# 實力養成 重點 3 相似三角形的判別

## ▲ 相似三角形的判別：

- (1) SSS 相似性質：△ABC 與△DEF 中，若  $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF} = \overline{AC} : \overline{DF}$ ，則  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。
- (2) SAS 相似性質：△ABC 與△DEF 中，若  $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{DF}$ ， $\angle A = \angle D$ ，則  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。
- (3) AA 相似性質：△ABC 與△DEF 中，若  $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ，則  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

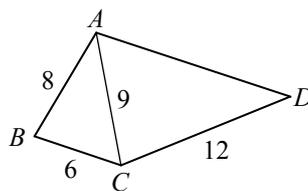
### 題型 1 SSS 相似

如右圖，G 為△ADE 內任一點。若  $\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{AF} : \overline{FG} = \overline{AC} : \overline{CE} = 1 : 2$ ，則△BCF 周長：△DEG 周長 = \_\_\_\_\_。



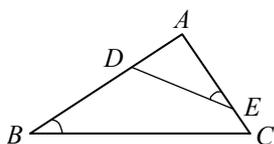
### 題型 2 SAS 相似

如右圖，已知  $\angle B = \angle ACD$ ， $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$ ， $\overline{BC} = 6 \text{ cm}$ ， $\overline{AC} = 9 \text{ cm}$ ， $\overline{CD} = 12 \text{ cm}$ ，則  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_ cm。



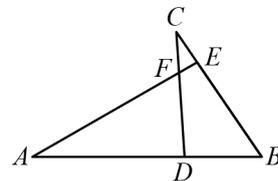
### 題型 3 AA 相似

如右圖，△ABC 中，已知  $\angle AED = \angle B$ 。若  $\overline{AD} = 4$  公分， $\overline{BD} = 8$  公分， $\overline{AE} = 6$  公分，則  $\overline{CE} =$  \_\_\_\_\_ 公分。



### 題型 4 SAS 相似的應用

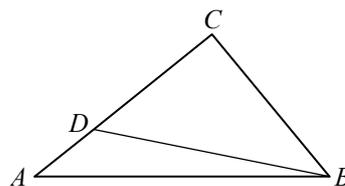
如右圖，若  $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{BD} = 2$ ， $\overline{AE} = 5$ ， $\overline{BE} = 3$ ， $\overline{CE} = 1$ ，則  $\overline{CD} =$  \_\_\_\_\_。



## 強化練習

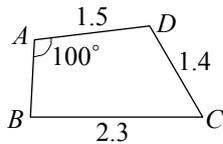
1. △ABC 與△DEF 中，已知  $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{CA} = 6$ ， $\overline{DE} = 4.5$ ，則△DEF 周長為\_\_\_\_\_。

2. 如右圖，△ABC 中，D 為  $\overline{AC}$  上一點。若  $\angle DBC = \angle A$ ， $\overline{BC} = \sqrt{6}$ ， $\overline{AC} = 3$ ，則  $\overline{CD} =$  \_\_\_\_\_。

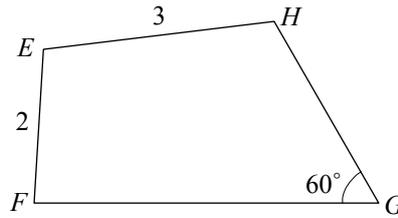


一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- ( ) 1. 如下圖(一)、(二)，四邊形  $ABCD \sim$  四邊形  $EFGH$ 。若  $\overline{AD} = 1.5$ ， $\overline{BC} = 2.3$ ， $\overline{CD} = 1.4$ ， $\angle A = 100^\circ$ ， $\overline{EH} = 3$ ， $\overline{EF} = 2$ ， $\angle G = 60^\circ$ ，則  $\overline{GH} = ?$   
 (A) 2.6 (B) 2.8 (C) 4 (D) 4.6
- ( ) 2. 承第 1 題， $\angle C = ?$   
 (A)  $120^\circ$  (B)  $100^\circ$  (C)  $80^\circ$  (D)  $60^\circ$

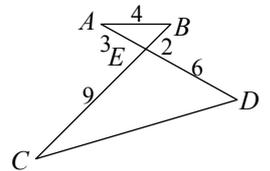


圖(一)

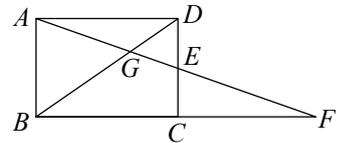


圖(二)

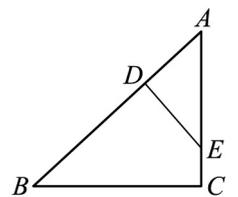
- ( ) 3. 如右圖， $\overline{AD}$  與  $\overline{BC}$  交於  $E$  點。若  $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AE} = 3$ ， $\overline{BE} = 2$ ， $\overline{CE} = 9$ ， $\overline{DE} = 6$ ，則  $\overline{CD} = ?$   
 (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14



- ( ) 4. 如右圖， $ABCD$  為長方形。若延長  $\overline{BC}$  至  $F$  點，連  $\overline{AF}$  交  $\overline{BD}$  於  $G$  點，則  $\triangle CEF$  與下列何者相似？  
 (A)  $\triangle ABF$  (B)  $\triangle AGD$  (C)  $\triangle GED$  (D)  $\triangle ABG$



- ( ) 5. 如右圖，若  $\overline{AD} = 2$ ， $\overline{AE} = 3$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = 4$ ，則  $\triangle ADE \sim \triangle ACB$  是根據何種相似性質？  
 (A) AA (B) SSS  
 (C) SAS (D) SSA

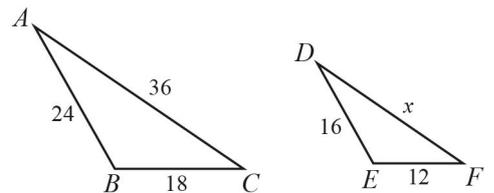


二、填充題：每格 5 分，共 60 分

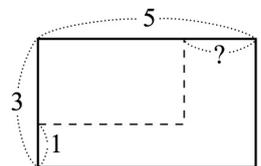
1. 已知  $\triangle ABC$  是  $\triangle DEF$  的放大圖，則：

(1)  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

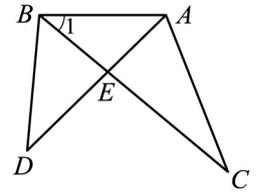
(2)  $\triangle DEF$  是  $\triangle ABC$  的                      倍縮小圖。



2. 右圖是長、寬分別為 5 cm、3 cm 的長方形，若將寬減少 1 cm，則長最少要減                      cm，所得的長方形才會與原長方形相似。

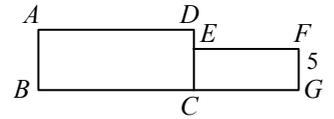


3. 如右圖，已知  $\overline{AD}$  與  $\overline{BC}$  相交於  $E$  點，其中  $\angle 1 = \angle D$ ，  
依據\_\_\_\_\_相似性質，可知  $\triangle ABE$  與  $\triangle ADB$  相似。



4. 承第 3 題，若  $\overline{AE} = 3.5$ ， $\overline{AB} = 5$ ，則  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。

5. 如右圖，已知長方形  $ABCD \sim$  長方形  $ECGF$ ，且  $\overline{DE} = x$ ，  
 $\overline{FG} = 5$ ，且  $\overline{AD} : \overline{CG} = 10 : 7$ ，則：



(1)  $\overline{CD} =$  \_\_\_\_\_。

(2)  $x =$  \_\_\_\_\_。

6. 已知坐標平面上， $\triangle ABC$  是  $\triangle DEF$  放大為  $k$  倍的相似三角形。若  $A(12, 0)$ 、 $B(12, -6)$ 、  
 $C(-6, 12)$ 、 $D(4, -2)$ 、 $E(-2, 4)$ 、 $F(4, 0)$ ，則  $k =$  \_\_\_\_\_。

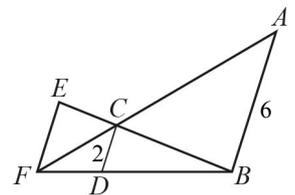
7. 如右圖，已知  $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF}$ 。若  $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{CD} = 2$ ，試求：

(1)  $\overline{DF} : \overline{BF} =$  \_\_\_\_\_。

(2)  $\overline{BD} : \overline{BF} =$  \_\_\_\_\_。

(3)  $\overline{CD} : \overline{EF} =$  \_\_\_\_\_。

(4)  $\overline{EF} =$  \_\_\_\_\_。



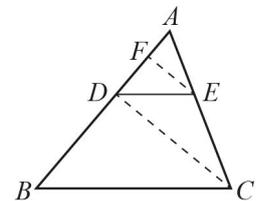
### 三、計算題：共 15 分

1. 如右圖， $\triangle ABC$  中，已知  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{EF} \parallel \overline{CD}$ 。若  $\overline{AF} = 16$ ，  
 $\overline{AD} = 40$ ，則：

(1)  $\overline{AE} : \overline{AC} = ?$  (5 分)

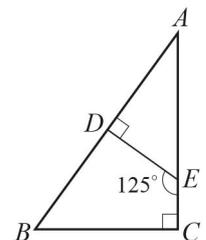
(2)  $\overline{AB} = ?$  (5 分)

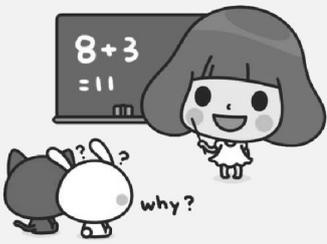
**解：**



2. 如右圖， $\triangle ABC$  與  $\triangle AED$  相似。若  $\angle C = 90^\circ$ 、 $\angle DEC = 125^\circ$ ，  
則  $\angle B = ?$  (5 分)

**解：**



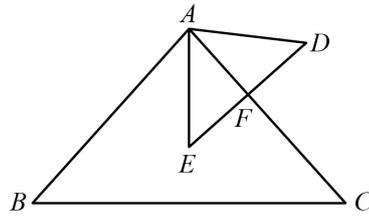


# 每週一題



如右圖，已知  $\angle C = \angle D$ ， $\angle BAE = \angle DAF$ ，  
 $\triangle AEF \cong \triangle ADF$ ，且  $\overline{AE} = \overline{AD} = 3$ ，  
 $\overline{EF} = \overline{DF} = 2$ ，試回答下列問題：

- (1) 說明  $\angle BAE = \angle DAF = \angle EAF$ 。
- (2) 若  $\overline{BC} = 8$ ，則  $\overline{AC} = ?$



**解**

(1)

(2)

# 1-4 ➡ 相似形的應用

## 實力養成 重點 1 相似三 S 三角形的性質

### ▲ 相似三角形的性質：

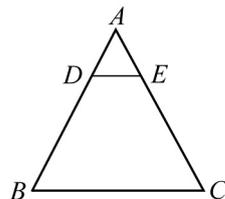
- (1) 對應高的比 = 對應邊長的比。
- (2) 面積的比 = 對應邊平方的比。

### 題型 1 ..... 對應邊與高的比

已知  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，且  $\overline{AB} : \overline{A'B'} = 2 : 3$ 。若  $\overline{AE}$  為  $\overline{BC}$  上的高， $\overline{A'E'}$  為  $\overline{B'C'}$  上的高，則  $\overline{AE} : \overline{A'E'} =$  \_\_\_\_\_。

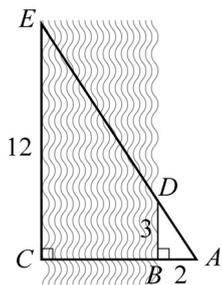
### 題型 2 ..... 面積 = 邊長平方比

如右圖， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 。  
若  $\overline{AD} : \overline{AB} = 2 : 7$ ，  
且  $\triangle ABC$  面積為  $49 \text{ cm}^2$ ，則  $\triangle ADE$  面積為 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ 。



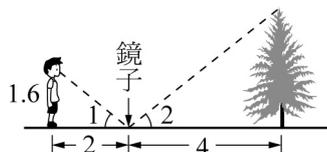
### 題型 3 ..... 三角形的測量 I

如右圖，祖生設計兩個直角三角形來測量河寬  $\overline{BC}$ 。若  $\overline{AB} = 2$  公尺， $\overline{BD} = 3$  公尺， $\overline{CE} = 12$  公尺，則河寬  $\overline{BC}$  為 \_\_\_\_\_ 公尺。



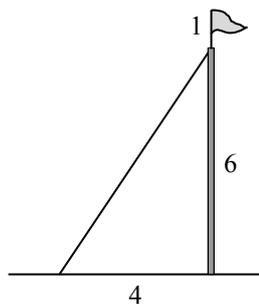
### 題型 4 ..... 三角形的測量 II

如右圖，創創想測量樹高，他先在樹的西方 4 公尺處的地面上平放一面鏡子，再由鏡子西方 2 公尺處向鏡子看，透過光的反射看到了樹梢。根據光的反射定律，知道  $\angle 1 = \angle 2$ 。若 創創的身高為 1.6 公尺，則樹高為 \_\_\_\_\_ 公尺。



### 題型 5 ..... 三角形的測量 III

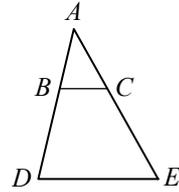
如右圖，一根竹竿長 6 公尺，當時的影子長 4 公尺。若同一時間，在竹竿頂端插一支旗子，且旗子高出竹竿頂 1 公尺，則旗子的影子長為 \_\_\_\_\_ 公尺。



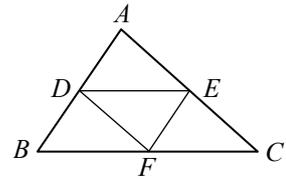
## 強化練習

1. 已知  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， $\overline{AH}$  為  $\overline{BC}$  上的高， $\overline{A'H'}$  為  $\overline{B'C'}$  上的高。若  $\overline{BC} = 16$ ， $\overline{B'C'} = 20$ ，則  $\overline{AH} : \overline{A'H'} =$  \_\_\_\_\_。

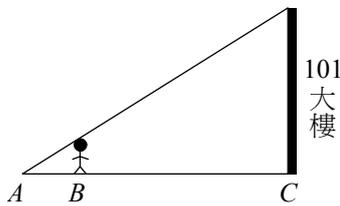
2. 如右圖， $\triangle ADE$  中， $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ ，且  $\overline{AC} : \overline{AE} = 2 : 5$ ，則  $\triangle ABC$  面積： $\triangle ADE$  面積 = \_\_\_\_\_。



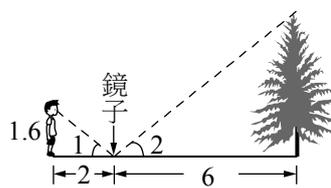
3. 如右圖， $D$ 、 $E$ 、 $F$  分別為三邊長  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CA}$ 、 $\overline{BC}$  的中點，則  $\triangle DEF$  面積： $\triangle ABC$  面積 = \_\_\_\_\_。



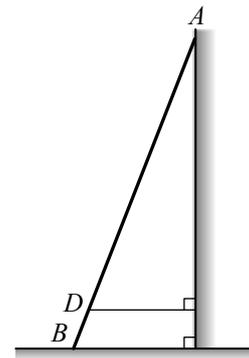
4. 如下圖(一)，若 101 大樓高 594 m，人高 1.8 m， $\overline{AC} = 990$  m，則人與 101 大樓間的距離  $\overline{BC} =$  \_\_\_\_\_ m。



圖(一)



圖(二)



圖(三)

5. 如上圖(二)，李先生想測量樹高，他先在樹的前面 6 公尺處放一面鏡子，再由鏡子前 2 公尺處向鏡子看，透過光的反射看到了樹梢。已知李先生的身高是 1.6 公尺，且  $\angle 1 = \angle 2$ ，則樹高為 \_\_\_\_\_ 公尺。

6. 如上圖(三)， $\overline{AB}$  是斜靠在牆壁上的長梯，梯腳  $B$  距離牆腳 1.6 公尺， $D$  點距離牆壁 1.4 公尺， $\overline{BD} = 0.55$  公尺，則梯子長度  $\overline{AB}$  為 \_\_\_\_\_ 公尺。

# 實力養成 重點 2 直角三角形的邊長比

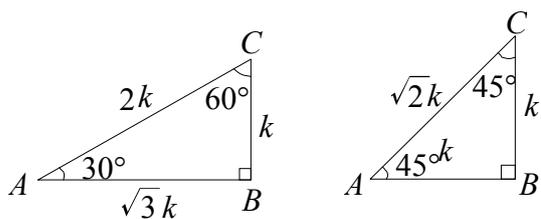
## 1. 特殊直角三角形的邊長關係：

(1) 如右圖，在  $30^\circ-60^\circ-90^\circ$  三角形中，

$$\overline{BC} : \overline{AB} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{3} : 2。$$

(2) 如右圖，在  $45^\circ-45^\circ-90^\circ$  三角形中，

$$\overline{BC} : \overline{AB} : \overline{AC} = 1 : 1 : \sqrt{2}。$$

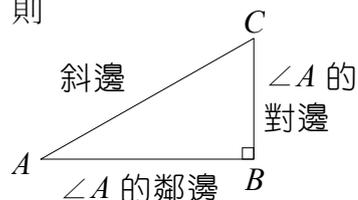


## 2. 直角三角形的邊長比：

如右圖，在直角三角形  $ABC$  中，若  $\angle B=90^\circ$ ， $\angle A$  為一銳角，則

(1)  $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}} = \sin A$     (2)  $\frac{\angle A \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}} = \cos A$

(3)  $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}} = \tan A$



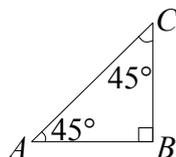
### 題型 1 直角三角形的邊長關係

1. 如右圖，在直角三角形

$ABC$  中，若  $\overline{AB} = 3$ ，

則  $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

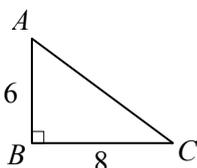


2. 有一直角三角形  $ABC$  如右圖，

則  $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



### 題型 2 直角三角比的應用

某校在校園內設置一個無障礙通行坡道如下

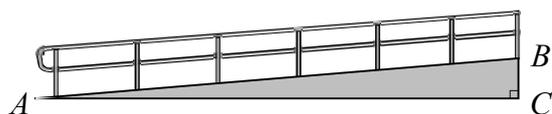
圖，已知坡度 =  $\frac{\text{高度差}}{\text{水平距離}} = \frac{1}{12}$ 。若校長想

再建一個一模一樣的坡道在校園另外一處，

於是請秘書去測量該坡道的三邊數據，結果

秘書報告書只記錄高度  $\overline{BC} = \frac{3}{4}$  公尺，則

此坡道的水平寬度  $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$  公尺。



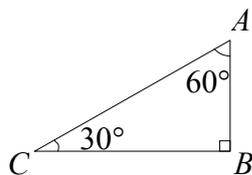
### 強化練習

1. 如右圖(一)，在直角三角形  $ABC$  中，若  $\overline{AB} = 5$ ，

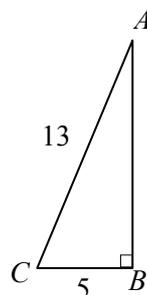
則  $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 有一直角三角形  $ABC$  如右圖(二)，則  $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



圖(一)



圖(二)

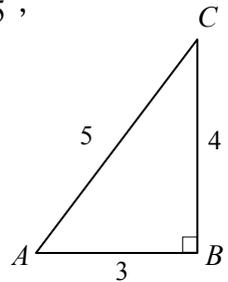
3. 小蘭想製作一個正三角形的賀年卡給新一，於是拿了一張邊長 20 公分的正方形色卡剪裁，若以色卡其中一邊為三角型的底邊，則此正三角形賀年卡的高度為  $\underline{\hspace{2cm}}$  公分。

一、選擇題：每題 6 分，共 30 分

- ( ) 1. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=60^\circ$ ， $\angle B=90^\circ$ ， $\angle C=30^\circ$ ，若 $\overline{AC}=10$ ，則 $\overline{BC}=?$   
 (A) 5 (B) 10  
 (C)  $5\sqrt{2}$  (D)  $5\sqrt{3}$

- ( ) 2. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B=90^\circ$ ， $\overline{AB}=3$ ， $\overline{BC}=4$ ， $\overline{AC}=5$ ，  
 則 $\frac{4}{5}$ 與下列何者相同？

(A)  $\sin A$  (B)  $\cos A$  (C)  $\tan A$  (D) 以上皆非



- ( ) 3. 承第 2 題，試問 $\frac{4}{3}$ 與下列何者相同？

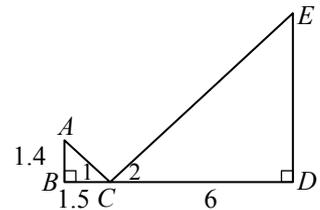
(A)  $\sin A$  (B)  $\cos A$  (C)  $\tan A$  (D) 以上皆非

- ( ) 4. 在地圖上面積為 4 平方公分的森林，實際面積為 64 公畝。請觀察地圖長度與實際長度，求出此地圖的比例尺為多少？(1 公畝=100 平方公尺=1000000 平方公分)

(A) 1 : 200 (B) 1 : 4000  
 (C) 1 : 160000 (D) 1 : 16000000

- ( ) 5. 如右圖，某人眼睛到腳的高度 (即 $\overline{AB}$ 長) 為 1.4 公尺。  
 將鏡子放置於 C 處測量樹高 (即 $\overline{DE}$ 長)，且 $\angle 1 = \angle 2$ ，  
 $\overline{BC}=1.5$ 公尺， $\overline{CD}=6$ 公尺，則樹高為多少公尺？

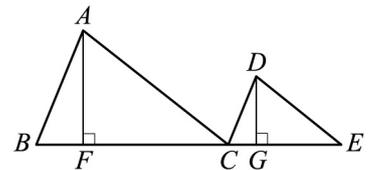
(A) 5.2 (B) 5.4  
 (C) 5.6 (D) 5.8



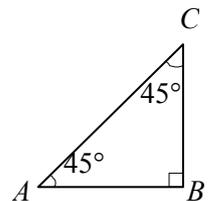
二、填充題：每格 6 分，共 60 分

1. 如右圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DCE$ ，若 $\overline{AF} : \overline{DG} = 5 : 3$ ，則：

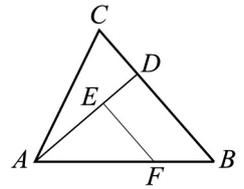
(1)  $\overline{BC} : \overline{CE} =$  \_\_\_\_\_。  
 (2)  $\triangle ABC$  面積 :  $\triangle CDE$  面積 = \_\_\_\_\_。



2. 如右圖，直角 $\triangle ABC$ 的 $\angle A = \angle C = 45^\circ$ ，若 $\overline{BC}=6$ ，  
 則 $\overline{AC} =$  \_\_\_\_\_。

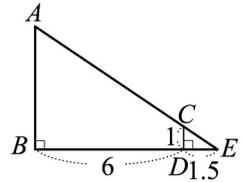


3. 如右圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{BD} = 2\overline{CD}$ ， $\overline{AF} = 2\overline{FB}$ ， $\overline{EF} \parallel \overline{BD}$ 。若 $\triangle AEF$ 的面積為 8，則：



- (1)  $\triangle AEF$  面積： $\triangle ABD$  面積 = \_\_\_\_\_。
- (2)  $\triangle ABD$  的面積為 \_\_\_\_\_。
- (3)  $\triangle ABD$  面積： $\triangle ABC$  面積 = \_\_\_\_\_。
- (4)  $\triangle ABC$  的面積為 \_\_\_\_\_。

4. 如右圖， $\overline{AB}$  為一棵樹， $\overline{CD}$  為一根長 1 公尺的標竿，離樹 6 公尺。若於 $\overline{BD}$ 上找一點  $E$ ，使  $A$ 、 $C$ 、 $E$  三點共線，且  $\overline{DE} = 1.5$  公尺，則樹高  $\overline{AB} =$  \_\_\_\_\_ 公尺。



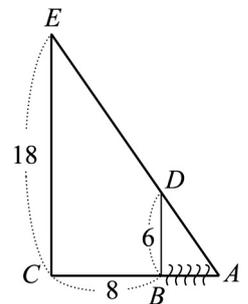
5. 有一天下午，小胡與爸爸在公園散步時發現他的影子比爸爸的影子短，而且量得爸爸的影子長為 270 公分。若小胡的身高為 160 公分，爸爸的身高為 180 公分，則：

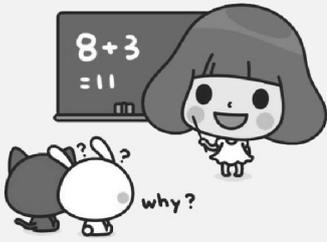
- (1) 此時在公園中，所測得身高與影子長的比 = \_\_\_\_\_。
- (2) 小胡的影子長為 \_\_\_\_\_ 公分。

### 三、計算題：共 10 分

1. 如右圖，明仁設計兩個直角三角形來測量河寬  $\overline{AB}$ ， $B$ 、 $D$  兩點分別在  $\overline{AC}$ 、 $\overline{AE}$  上。已知河寬  $\overline{AB} = x$  公尺，若  $\overline{BC} = 8$  公尺， $\overline{BD} = 6$  公尺， $\overline{CE} = 18$  公尺，則  $x = ?$

**解：**





# 每週一題

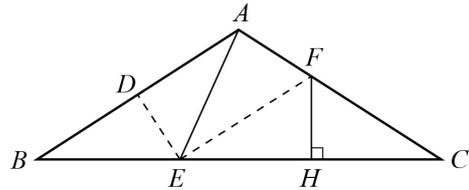


如附圖，等腰三角形 $ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，將 $B$ 點往 $A$ 點上摺，再摺回，得摺線 $\overline{DE}$ ， $\overline{DE}$ 分別交 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 於 $D$ 、 $E$ ，連接 $\overline{AE}$ ，將 $\overline{CE}$ 摺到 $\overline{AE}$ 上，再摺回，得摺線 $\overline{EF}$ 交 $\overline{AC}$ 於 $F$ ，並作 $\overline{FH} \perp \overline{BC}$ 於 $H$ 。

- (1) 請說明 $\angle AEC = 2\angle ABC$ 。
- (2) 請說明 $\triangle BED \sim \triangle EFH$ 。

**解**

- (1) 由摺紙的性質可知， $\angle B = \angle AED$ 。
- (2) 由摺紙的性質可知， $\angle C = \angle AFE$ 。



# 第 2 章 圓的性質

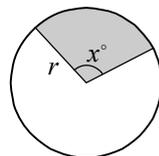
## 2-1 圓形及點、直線與圓之間的關係

### 實力養成 重點 1 圓、扇形與弓形

若扇形所對的圓心角為  $x^\circ$ ，則：

$$(1) \text{ 弧長} = \text{圓周長} \times \frac{\text{弧所對的圓心角度數}}{360} = 2\pi r \times \frac{x}{360}。$$

$$(2) \text{ 扇形面積} = \text{圓面積} \times \frac{\text{扇形中弧所對的圓心角度數}}{360} = \pi r^2 \times \frac{x}{360}。$$



#### 題型 1 圓的性質判別

下列敘述何者錯誤？

- (A) 圓上任取兩點所連成的線段稱為弦
- (B) 圓的一弦與其所對弧組成的圖形稱為弓形
- (C) 圓上最短的弦就是半徑
- (D) 任兩半徑與其夾弧所組成的圖形稱為扇形

答：\_\_\_\_\_。

#### 題型 3 求三角形與弓形面積

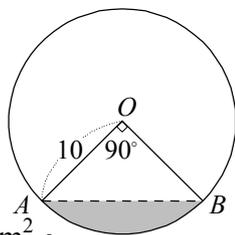
如右圖， $\angle AOB = 90^\circ$ ，

圓  $O$  的半徑 = 10 cm。

試問：

(1)  $\triangle AOB$  面積 = \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ 。

(2) 弓形面積 = \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ 。



#### 題型 2 求弧長與扇形面積

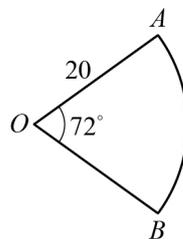
如右圖，扇形  $AOB$  中，若

$\angle AOB = 72^\circ$ ， $\overline{OA} = 20 \text{ cm}$ ，

則：

(1)  $\widehat{AB} =$  \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ 。

(2) 扇形面積 = \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ 。



#### 題型 4 求複合圖形面積

如右圖， $\widehat{AB}$ 、 $\widehat{BC}$ 、

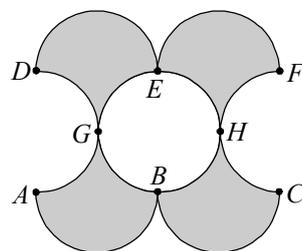
$\widehat{DE}$ 、 $\widehat{EF}$ 、 $\widehat{AGD}$ 、

$\widehat{BGE}$ 、 $\widehat{BHE}$ 、 $\widehat{CHF}$

都是直徑為 2 的半圓，則灰色部分面

積為\_\_\_\_\_。

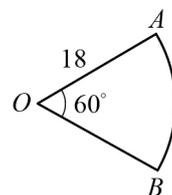
積為\_\_\_\_\_。



### 強化練習

1. 如右圖，扇形  $AOB$  中，若  $\angle AOB = 60^\circ$ ， $\overline{OA} = 18 \text{ cm}$ ，

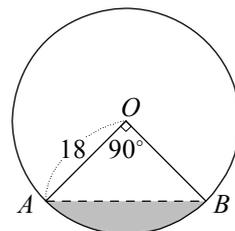
則  $\widehat{AB} =$  \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ ，扇形面積 = \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ 。



2. 如右圖，若  $\angle AOB = 90^\circ$ ， $\overline{OA} = 18 \text{ cm}$ ，則：

(1)  $\triangle AOB$  面積 = \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ 。

(2) 弓形面積 = \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ 。



3. 小伊布置教室，先用壁報紙剪出一個直徑 20 公分的圓，再將此圓對摺 3 次後，摺出的圖形為扇形，其圓心角為\_\_\_\_\_度。

- 已知一圓的圓心為  $O$ ， $P$  為同一平面上的一點，圓  $O$  的半徑為  $r$ 。
  - 若  $\overline{OP} > r$ ，則  $P$  點在圓外。
  - 若  $\overline{OP} = r$ ，則  $P$  點在圓上。
  - 若  $\overline{OP} < r$ ，則  $P$  點在圓內。
- 直線  $L$  和圓  $O$  的位置關係：
  - 不相交：圓心  $O$  到  $L$  的距離大於半徑。
  - 恰交於一點 ( $L$  是圓  $O$  的切線)：圓心  $O$  到  $L$  的距離等於半徑。
  - 相交於兩點 ( $L$  是圓  $O$  的割線)：圓心  $O$  到  $L$  的距離小於半徑。
- 一弦的弦心距必垂直平分此弦。
  - 在同一圓中，弦愈長，所對應的弦心距愈短；弦心距愈長，所對應的弦愈短。

### 題型 1 判斷點與圓的位置關係

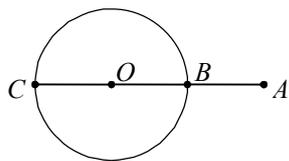
已知一圓的直徑為 6 公分，有一點  $P$  與圓心相距  $\sqrt{10}$  公分，則  $P$  點必在：

(A) 圓內 (B) 圓上 (C) 圓外

答：\_\_\_\_\_。

### 題型 3 求點到圓的距離

如右圖， $A$  在圓  $O$  外， $\overline{AC}$  交圓  $O$  於  $B$ 、 $C$  兩點。已知  $\overline{OA} = 6$  公分，圓  $O$  的半徑為 3 公分，則：



(1)  $A$  到圓  $O$  的最短距離為\_\_\_\_\_公分。

(2)  $A$  到圓  $O$  的最長距離為\_\_\_\_\_公分。

### 題型 2 由點與圓的位置關係判斷半徑

有一圓的圓心  $O$  與  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點的距離分別為  $\overline{OA} = 5$ ， $\overline{OB} = 7$ ， $\overline{OC} = 9$ 。已知  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點中，有兩點在圓內，有一點在圓外，則此圓的半徑  $r$  可能的範圍為\_\_\_\_\_。

### 題型 4 直線與圓的位置關係 I

已知圓  $O$  的半徑為 6，且圓心  $O$  到三條直線  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  的距離分別為 4、6、8，則：

(1) 直線\_\_\_\_\_和圓  $O$  相交於兩點。

(2) 直線\_\_\_\_\_和圓  $O$  相交於一點。

(3) 直線\_\_\_\_\_和圓  $O$  不相交。

**題型 5** ..... 直線與圓的位置關係 II

已知圓  $O$  的半徑為 5，且圓心  $O$  到三條直線  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  的距離分別為 3、5、7，則其中圓  $O$  的切線是直線\_\_\_\_\_，割線是直線\_\_\_\_\_，而直線\_\_\_\_\_與圓  $O$  不相交。

**題型 7** ..... 求弦心距

已知一圓的直徑是 10 公分，且有一弦  $\overline{AB}$  的長為 8 公分，則此弦到圓心的距離為\_\_\_\_\_公分。

**題型 9** ..... 利用弦心距求直徑 II

已知一圓的直徑  $\overline{AB}$  平分此圓的弦  $\overline{CD}$  於  $M$ 。若  $\overline{AM} > \overline{BM}$ ，且  $\overline{CD} = 6$ ， $\overline{MB} = 1$ ，則  $\overline{AB} =$ \_\_\_\_\_。

**題型 6** ..... 利用弦心距求直徑 I

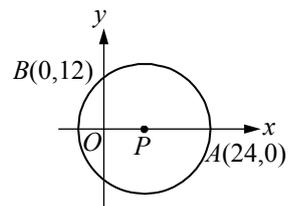
已知有一圓  $O$ ， $\overline{AB}$  為其一弦，且  $\overline{AB} = 24$  公分，此弦到圓心的距離是 5 公分，則此圓  $O$  的直徑為\_\_\_\_\_公分。

**題型 8** ..... 求不同弦的弦心距

圓中有一弦長為 24 公分，此弦的弦心距是 5 公分。若此圓的另一弦長是 10 公分，則此弦的弦心距是\_\_\_\_\_公分。

**題型 10** ..... 弦心距垂直平分弦的應用

如右圖，圓  $P$  與  $x$  軸相交於  $A(24, 0)$ ，且與  $y$  軸相交於  $B(0, 12)$ ，則圓心  $P$  的坐標為\_\_\_\_\_。



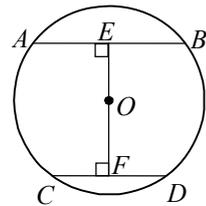
## 強化練習

- 有一圓的直徑是 10 公分。請在空格中填入外、內或上：
  - 有一點  $P$  與圓心相距 7 公分，則  $P$  點必在圓\_\_\_\_\_。
  - 有一點  $Q$  與圓心相距 5 公分，則  $Q$  點必在圓\_\_\_\_\_。
  - 有一點  $R$  與圓心相距 3 公分，則  $R$  點必在圓\_\_\_\_\_。
- 若圓  $O$  的半徑為 6， $P$  為圓  $O$  內部一點， $\overline{OP} = t$ ，則  $t$  的範圍為\_\_\_\_\_。
- 若圓  $O$  的半徑為 6，圓外一點  $P$  到圓心  $O$  的距離為 10，則  $P$  點到圓  $O$  的最短距離為\_\_\_\_\_， $P$  點到圓  $O$  的最長距離為\_\_\_\_\_。
- (1) 設圓的直徑是 16 公分，若一直線與圓心的距離為  $\sqrt{53}$  公分，則此直線與圓相交於\_\_\_\_\_個點。  
 (2) 設圓  $O$  的直徑為 13 公分，若圓心  $O$  與三直線  $L$ 、 $M$ 、 $N$  的距離分別為 5 公分、6.5 公分、8 公分，則哪一條直線與圓  $O$  不相交？ **答**：\_\_\_\_\_。

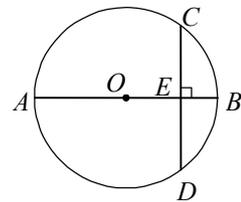
5. 圓  $O$  的半徑為 13 公分，圓心  $O$  到弦  $\overline{AB}$  的弦心距為 12 公分，則  $\overline{AB} =$  \_\_\_\_\_ 公分。

6. 已知圓  $O$  的一弦  $\overline{AB} = 12$  公分，弦心距為 4 公分，則圓  $O$  面積為\_\_\_\_\_平方公分。

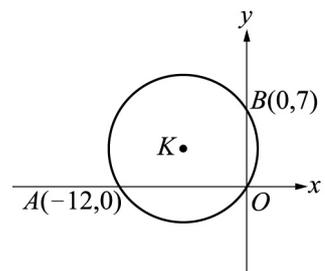
7. 如右圖， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  為圓  $O$  的兩弦， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 。若一圓  $O$  的半徑為 10 公分， $\overline{AB} = 16$  公分， $\overline{CD} = 12$  公分，則兩弦  $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$  的距離  $\overline{EF} =$  \_\_\_\_\_ 公分。



8. 如右圖，已知  $\overline{AB}$  是圓  $O$  的直徑，且  $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ ， $\overline{AE} = \overline{CD} = 8$ ，則  $\overline{CD}$  的弦心距  $\overline{OE} =$  \_\_\_\_\_。

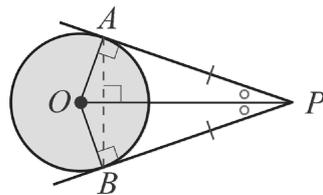


9. 如右圖，圓  $K$  與坐標軸交於原點  $O$ 、點  $A(-12, 0)$  與點  $B(0, 7)$ ，則圓心  $K$  的坐標為\_\_\_\_\_。



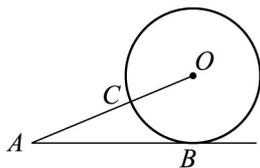
# 實力養成 重點 3 圓的切線

1. 圓心到切線的距離等於圓的半徑。
2. 如右圖，若  $P$  點在圓  $O$  的外部， $\overleftrightarrow{PA}$  與  $\overleftrightarrow{PB}$  分別與圓  $O$  相切於  $A$  與  $B$  兩點，則：
  - (1)  $\overline{AP} = \overline{BP}$ 。
  - (2)  $\overline{OP}$  平分  $\angle APB$ ，即  $\angle APO = \angle BPO$ 。
  - (3)  $\overline{OP}$  垂直平分  $\overline{AB}$ 。



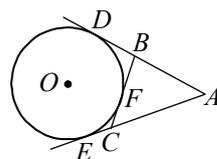
## 題型 1 切線性質的應用

如右圖， $\overleftrightarrow{AB}$  切圓  $O$  於  $B$ ， $\overline{AO}$  交圓  $O$  於  $C$ 。若  $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{OC} = 8$ ，則  $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



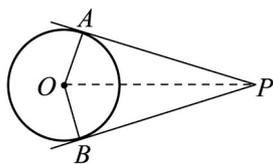
## 題型 2 圓外一點到圓的兩切線等長

如右圖， $\overleftrightarrow{AD}$ 、 $\overleftrightarrow{AE}$ 、 $\overline{BC}$  分別切圓  $O$  於  $D$ 、 $E$ 、 $F$  三點。若  $\overline{AD} = 15$  公分，則  $\triangle ABC$  周長為  $\underline{\hspace{2cm}}$  公分。



## 題型 3 圓的切線性質應用 I

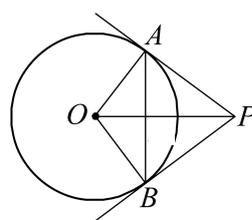
如右圖， $P$  點在圓  $O$  的外部， $\overleftrightarrow{PA}$  與  $\overleftrightarrow{PB}$  分別與圓  $O$  相切於  $A$  與  $B$  兩點。



- (1) 若  $\angle APB = 35^\circ$ ，則  $\angle AOB = \underline{\hspace{2cm}}$  度。
- (2) 若  $\overline{AO} = 7$ ， $\overline{OP} = 25$ ，則四邊形  $AOBP$  的面積為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

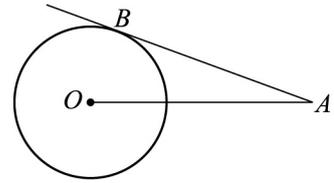
## 題型 4 圓的切線性質應用 II

如右圖， $P$  點在圓  $O$  的外部，且  $\overleftrightarrow{PA}$  與  $\overleftrightarrow{PB}$  分別與圓  $O$  相切於  $A$  與  $B$  兩點。若圓  $O$  的半徑為 6， $\overline{PA} = 8$ ，則  $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

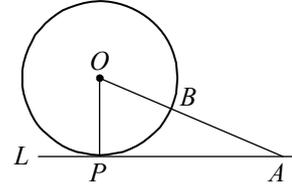


## 強化練習

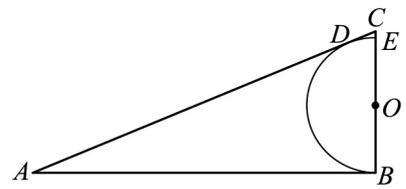
1. 如右圖， $\overleftrightarrow{AB}$  切圓  $O$  於  $B$  點。若  $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{AO} = 26$ ，則圓  $O$  的周長為\_\_\_\_\_。



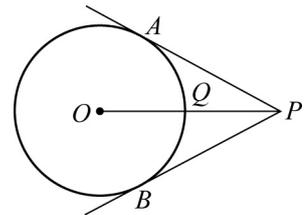
2. 如右圖，直線  $L$  與圓  $O$  相切於  $P$  點， $A$  為直線  $L$  上一點， $\overline{AO}$  與圓  $O$  交於  $B$  點。若  $\overline{PA} = 12$ ， $\overline{AB} = 8$ ，則圓  $O$  的半徑為\_\_\_\_\_。



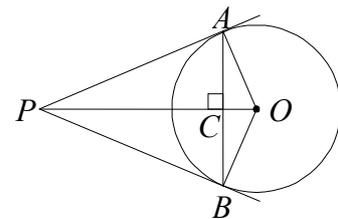
3. 如右圖， $\triangle ABC$  為直角三角形， $\angle ABC = 90^\circ$ ，半圓和  $\overline{AC}$  相切於  $D$  點，和  $\overline{BC}$  相交於  $B$ 、 $E$  兩點。已知  $\overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 5$ ，則圓  $O$  的半徑為\_\_\_\_\_。



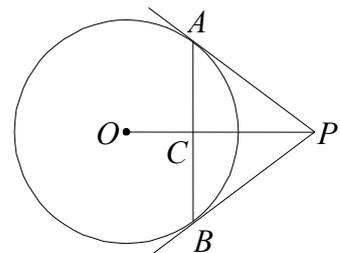
4. 如右圖，已知圓  $O$  及圓外一點  $P$ ， $\overleftrightarrow{PA}$  與  $\overleftrightarrow{PB}$  為圓  $O$  的切線。若圓  $O$  直徑為  $16\text{ cm}$ ， $\overline{PQ} = 9\text{ cm}$ ，則切線段  $\overline{PA} =$  \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ 。



5. 如右圖， $P$  點在圓  $O$  的外部，且  $\overleftrightarrow{PA}$  與  $\overleftrightarrow{PB}$  分別與圓  $O$  相切於  $A$  與  $B$  兩點。若  $\overline{OP} = 13$ ， $\overline{PA} = 12$ ，則四邊形  $AOBP$  的面積為\_\_\_\_\_。

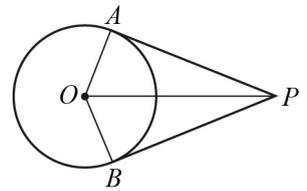


6. 如右圖， $P$  點在圓  $O$  的外部，且  $\overleftrightarrow{PA}$  與  $\overleftrightarrow{PB}$  分別與圓  $O$  相切於  $A$  與  $B$  兩點。若圓  $O$  的半徑為  $3$ ， $\overline{PA} = 4$ ，則  $\overline{AB} =$  \_\_\_\_\_。



## 一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- ( ) 1. 若欲利用對摺法找出一個圓的圓心，則至少要摺幾次？  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- ( ) 2. 已知一圓上有相異 3 點，則可在圓上決定出多少個弧？  
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
- ( ) 3. 已知一圓  $O$  的半徑為 5 公分，若有一點  $P$  在圓  $O$  內，則  $P$  點到圓心的距離可能為多少公分？  
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7
- ( ) 4. 如右圖，若  $\overline{PA}$ 、 $\overline{PB}$  分別切圓  $O$  於  $A$ 、 $B$  兩點。  
若  $\overline{PA} = 12$ ， $\overline{BO} = 5$ ，則  $\overline{PO} = ?$   
(A)  $12\sqrt{3}$   
(B) 13  
(C)  $15\sqrt{3}$   
(D) 16
- ( ) 5. 大、小兩個圓是同心圓，圓心都是  $O$  點，兩圓的半徑分別為 6 公分與 3 公分。  
若  $O$  點至直線  $L$  的距離為 5 公分，則下列敘述何者正確？  
(A) 直線  $L$  為大圓的割線  
(B) 直線  $L$  為大圓的切線  
(C) 直線  $L$  為小圓的割線  
(D) 直線  $L$  為小圓的切線



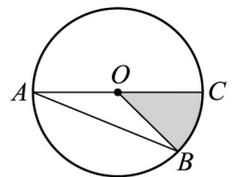
## 二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 已知一圓的半徑為 10 公分，則圓上相異兩點最長的距離是\_\_\_\_\_公分。

2. 請依據右圖，在空格中填入適當的答案：

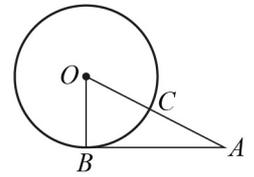
(A) 扇形 (B) 弓形 (C) 直徑 (D) 弦

- (1)  $A$ 、 $B$  兩點連接的線段稱為\_\_\_\_\_。
- (2)  $\overline{AC}$  是圓  $O$  上通過圓心的弦，也就是\_\_\_\_\_。
- (3) 半徑  $\overline{OB}$ 、 $\overline{OC}$  與  $\widehat{BC}$  所圍成的灰色部分稱為\_\_\_\_\_。
- (4)  $\overline{AB}$  與其所對的弧所圍成的區域稱為\_\_\_\_\_。



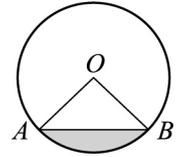
3. 已知圓  $O$  的半徑為 7 公分，圓心  $O$  點到直線  $L$  的距離為 5 公分，則圓  $O$  與直線  $L$  共有\_\_\_\_\_個交點。

4. 如右圖， $\overline{AB}$  切圓  $O$  於  $B$  點， $\overline{AO}$  交圓  $O$  於  $C$  點。已知  $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{AO} = 25$ ，則此圓的半徑為\_\_\_\_\_。



5. 如右圖，若圓  $O$  半徑為 4 公分，且  $\angle AOB = 90^\circ$ ，則：

- (1) 扇形  $OAB$  的面積為\_\_\_\_\_平方公分。  
 (2) 灰色區域的面積為\_\_\_\_\_平方公分。



6. 如右圖， $P$  為圓  $O$  外一點， $\overline{PM}$ 、 $\overline{PN}$  為圓  $O$  的切線，

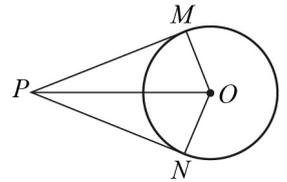
$M$ 、 $N$  為切點。若半徑為 5， $\overline{OP} = 13$ ，則：

(1)  $\angle MOP + \angle MPO =$  \_\_\_\_\_ 度。

(2)  $\overline{MP} =$  \_\_\_\_\_。

(3)  $\triangle OMP$  的面積 = \_\_\_\_\_。

(4)  $\overline{MN} =$  \_\_\_\_\_。



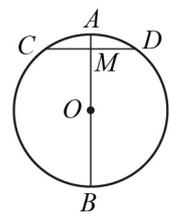
### 三、計算題：每題 5 分，共 10 分

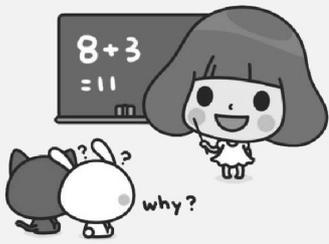
1. 若一個扇形的半徑是 9，弧長是  $6\pi$ ，則扇形的面積為多少？

**解：**

2. 如右圖，圓  $O$  的直徑  $\overline{AB}$  平分弦  $\overline{CD}$  於  $M$  點， $\overline{CD} = 6$  公分， $\overline{AM} = 1$  公分，則圓  $O$  的半徑為多少公分？

**解：**



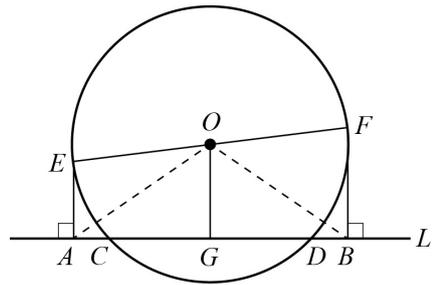


# 每週一題



如右圖，已知  $\overline{EF}$  為圓  $O$  的直徑， $\overline{AE}$ 、 $\overline{BF}$  皆垂直  $L$ ， $\overline{OG}$  為  $\overline{CD}$  的弦心距， $\overline{AO} = \overline{BO}$ ，試回答下列問題：

- (1) 說明  $\overline{AC} = \overline{BD}$ 。
- (2) 若  $\overline{AE} = 4$ ， $\overline{BF} = 6$ ， $\overline{CD} = 24$ ，則圓  $O$  的面積是多少？



**解**

- (1)  $\because OG \perp \overline{CD}$ ， $\therefore \overline{CG} = \overline{GD}$ 。
- $\because \overline{AE} \perp L$ ， $\overline{BF} \perp L$ ， $\therefore \overline{AE} \parallel \overline{BF}$ 。
- $\therefore \angle AEO = \angle BFO$ 。
- $\because \overline{AO} = \overline{BO}$ ， $\therefore \angle A = \angle B$ 。
- $\therefore \triangle AEO \cong \triangle BFO$ 。
- $\therefore \overline{AE} = \overline{BF}$ 。
- (2)  $\because \overline{AE} = 4$ ， $\therefore \overline{BF} = 4$ 。
- $\because \overline{BF} = 6$ ， $\therefore \overline{FD} = 6 - 4 = 2$ 。
- $\therefore \overline{CD} = 24$ ， $\therefore \overline{CG} = \overline{GD} = 12$ 。
- $\therefore \overline{AC} = \overline{CG} - \overline{AE} = 12 - 4 = 8$ 。
- $\therefore \overline{BD} = \overline{GD} + \overline{BF} = 12 + 4 = 16$ 。
- $\therefore \overline{AC} \neq \overline{BD}$ 。

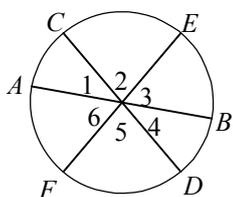
## 2-2 ➡ 弧與圓周角

### 實力養成 重點 1 弦、弧、圓心角與圓周角

1. 在同一圓中，等弧對等弦，等弦對等弧。
2. 圓周角：
  - (1) 圓周角的度數等於其所對弧度數的一半。
  - (2) 同弧所對的圓周角度數是圓心角度數的一半。
  - (3) 半圓所對的圓周角都是  $90^\circ$ 。
3. 圓內接四邊形的對角互補。

#### 題型 1 弧與圓心角的度數

如右圖， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{EF}$  皆為直徑， $\widehat{AC} = 2x^\circ$ ， $\widehat{CE} = 4x^\circ$ ， $\widehat{EB} = 3x^\circ$ ，

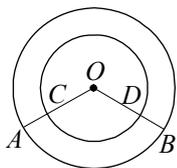


則：

- (1)  $x =$  \_\_\_\_\_。
- (2)  $\angle 4 =$  \_\_\_\_\_ 度。
- (3)  $\angle 6 =$  \_\_\_\_\_ 度。

#### 題型 3 求弧的度數與長度

右圖兩同心圓的圓心為  $O$ ， $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$  為大圓的半徑， $\overline{OC}$ 、 $\overline{OD}$  為小圓的半徑。若  $\angle AOB = 120^\circ$ ， $\overline{OA} = \overline{OB} = 9$  公分， $\overline{OC} = \overline{OD} = 6$  公分，則：



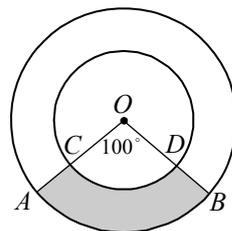
- (1)  $\angle COD =$  \_\_\_\_\_ 度。
- (2)  $\widehat{AB} =$  \_\_\_\_\_ 公分， $\widehat{CD} =$  \_\_\_\_\_ 公分。

#### 題型 2 求圓心角

已知  $A$ 、 $B$ 、 $C$  是圓  $O$  上相異三點，若  $\widehat{ACB}$  的度數比  $\widehat{AB}$  度數的 3 倍多  $60^\circ$ ，則  $\angle AOB =$  \_\_\_\_\_ 度。

#### 題型 4 求同心圓的部分面積

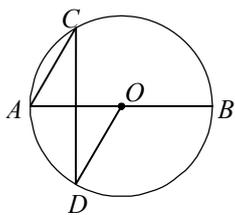
右圖兩同心圓的半徑  $\overline{OA} = 8$  公分， $\overline{OC} = 5$  公分，且  $\angle COD = 100^\circ$ ，則灰色部分面積為 \_\_\_\_\_ 平方公分。



### 題型 5

已知圓周角，求圓心角

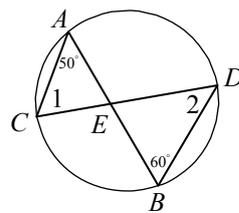
如右圖，圓  $O$  中，若  $\overline{AB}$  是直徑，且  $\angle ACD = 30^\circ$ ，則  $\angle DOB =$  \_\_\_\_\_ 度。



### 題型 6

求圓周角

如右圖， $\overline{AB}$  和  $\overline{CD}$  是圓的兩弦，且相交於  $E$  點。若  $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle A = 50^\circ$ ，則：



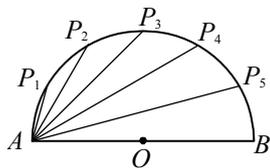
(1)  $\angle 1 =$  \_\_\_\_\_ 度。

(2)  $\angle 2 =$  \_\_\_\_\_ 度。

### 題型 7

半圓所對圓周角的應用

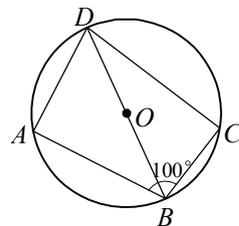
如右圖，將半徑為 5 的半圓分成六等分，設等分點依次為  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$ 、 $P_5$ ，則  $\overline{AP_1}^2 + \overline{AP_2}^2 + \overline{AP_3}^2 + \overline{AP_4}^2 + \overline{AP_5}^2 =$  \_\_\_\_\_。



### 題型 8

圓內接四邊形對角互補

如右圖，四邊形  $ABCD$  內接於圓  $O$  中，已知  $\overline{BD}$  為圓  $O$  的直徑，且  $\angle ABC = 100^\circ$ ，則：



(1)  $\angle A =$  \_\_\_\_\_ 度。

(2)  $\angle C =$  \_\_\_\_\_ 度。

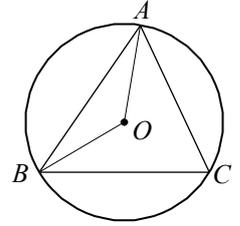
(3)  $\angle ADC =$  \_\_\_\_\_ 度。

### 強化練習

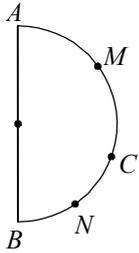
1. 圓  $O$  上有四點  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  依次分圓周為四部分。若  $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CD} : \widehat{AD} = 2 : 1 : 3 : 4$ ，則  $\angle AOB + \angle COD =$  \_\_\_\_\_ 度。

2. 若  $\overline{AB}$  是圓  $O$  的直徑， $C$  點在圓  $O$  上，且  $\widehat{AC} = 2\widehat{BC}$ ，則  $\angle BOC =$  \_\_\_\_\_ 度。

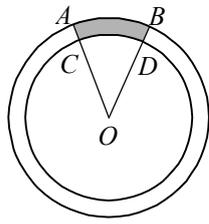
3. 如右圖， $\triangle ABC$  為圓  $O$  的內接三角形。若  $\angle C = 65^\circ$ ，則  $\angle AOB =$  \_\_\_\_\_ 度。



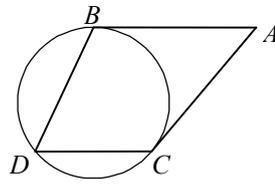
4. 如下圖(一)， $\overline{AB}$  是半圓的直徑， $C$  為  $\widehat{AB}$  上一點， $M$  為  $\widehat{AC}$  的中點， $N$  為  $\widehat{BC}$  的中點。若  $\overline{AB} = 12$  公分，則  $\widehat{MCN}$  的長為 \_\_\_\_\_ 公分。



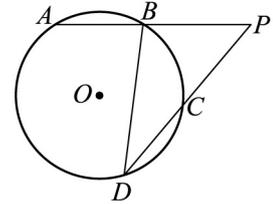
圖(一)



圖(二)



圖(三)



圖(四)

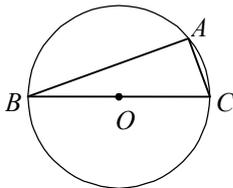
5. 如下圖(二)，兩同心圓的半徑分別為 12、10， $\widehat{AB}$  比  $\widehat{CD}$  長  $\frac{\pi}{2}$ ，則灰色部分的面積為 \_\_\_\_\_。

6. 如上圖(三)，自圓外一點  $A$  作圓的兩切線，切點分別為  $B$ 、 $C$ ， $D$  為圓上一點。若  $\angle BAC = 50^\circ$ ，則  $\angle BDC =$  \_\_\_\_\_ 度。

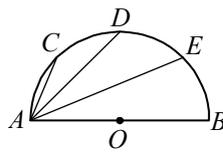
7. 如上圖(四)，在圓  $O$  中，已知  $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$ ，弦  $\overline{AB}$  與弦  $\overline{DC}$  的延長線交於  $P$  點。若  $\angle ABD = 82.5^\circ$ ，則  $\angle P =$  \_\_\_\_\_ 度。

8. 如下圖(五)， $\triangle ABC$  內接於一圓  $O$ ，且  $\overline{BC}$  為圓  $O$  的直徑。已知  $\angle B = 20^\circ$ ，則  $\angle C =$  \_\_\_\_\_ 度。

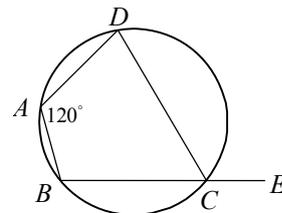
9. 如下圖(六)，已知半圓  $O$  的半徑為 2，且  $C$ 、 $D$ 、 $E$  三點將半圓弧分成四等分，則  $\overline{AC}^2 - \overline{AD}^2 + \overline{AE}^2 =$  \_\_\_\_\_。



圖(五)



圖(六)

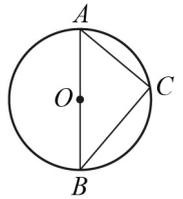


圖(七)

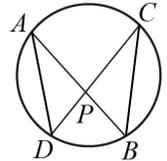
10. 如上圖(七)，四邊形  $ABCD$  內接於一圓，且  $\overline{BC}$  延長至  $E$  點。已知  $\angle A = 120^\circ$ ，則  $\angle BCD =$  \_\_\_\_\_ 度， $\angle DCE =$  \_\_\_\_\_ 度。

## 一、選擇題：每題 6 分，共 30 分

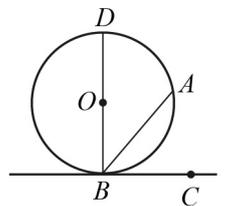
- ( ) 1. 如右圖， $\overline{AB}$  為直徑，則圓周角  $\angle ACB = ?$   
(A)  $50^\circ$  (B)  $60^\circ$  (C)  $90^\circ$  (D)  $120^\circ$



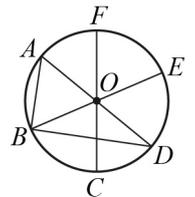
- ( ) 2. 如右圖，已知  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AD}$ 、 $\overline{CB}$ 、 $\overline{CD}$  為圓  $O$  的弦，且  $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$  交於  $P$  點。若  $\angle BAD = 25^\circ$ ，則  $\angle PCB = ?$   
(A)  $25^\circ$  (B)  $30^\circ$  (C)  $35^\circ$  (D)  $40^\circ$



- ( ) 3. 如右圖， $\overline{BD}$  為圓  $O$  的直徑，且  $\overline{BC}$  切圓  $O$  於  $B$  點。若  $\widehat{AD} = 80^\circ$ ，則  $\angle ABC = ?$   
(A)  $40^\circ$  (B)  $50^\circ$  (C)  $60^\circ$  (D)  $80^\circ$



- ( ) 4. 如右圖， $A$ 、 $B$ 、 $D$  三點共圓，且  $\overline{AD}$  為直徑。若  $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$  也為直徑，且  $\widehat{AB} = 6x^\circ$ ， $\widehat{BC} = 70^\circ$ ， $\widehat{CD} = 5x^\circ$ ，則  $x = ?$   
(A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 40



- ( ) 5. 承第 4 題， $\widehat{AF} = ?$   
(A)  $40^\circ$  (B)  $50^\circ$  (C)  $60^\circ$  (D)  $70^\circ$

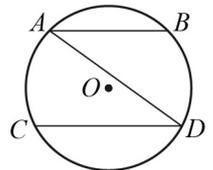
## 二、填充題：每格 5 分，共 60 分

1. 已知  $A$ 、 $B$ 、 $C$  是圓  $O$  上相異三點，則：

(1)  $\widehat{ACB}$  的度數 +  $\widehat{AB}$  的度數 = \_\_\_\_\_ 度。

(2) 若  $\widehat{ACB}$  的度數比  $\widehat{AB}$  度數的 4 倍多  $30^\circ$ ，則  $\widehat{AB}$  所對的圓心角  $\angle AOB =$  \_\_\_\_\_ 度。

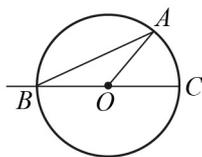
2. 如右圖，若  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  為圓  $O$  的弦，且  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\angle ADC = 35^\circ$ ，則  $\widehat{BD} =$  \_\_\_\_\_ 度。



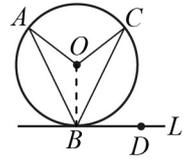
3. 如右圖，若  $\angle AOC = 50^\circ$ ，則：

(1)  $\angle OAB =$  \_\_\_\_\_ 度。

(2)  $\angle ABC$  的外角 = \_\_\_\_\_ 度。

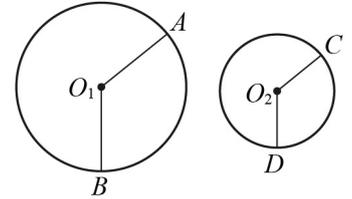


4. 如右圖，直線  $L$  與圓  $O$  相切於  $B$  點，且  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點將圓周長平均分成三等分，則：



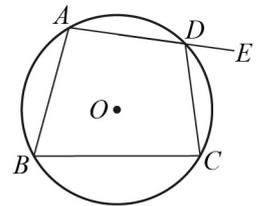
- (1)  $\angle AOC =$  \_\_\_\_\_ 度。  
 (2)  $\angle CBO =$  \_\_\_\_\_ 度。  
 (3)  $\angle CBD =$  \_\_\_\_\_ 度。

5. 如右圖，已知  $\widehat{AB} = 6\pi$ ，圓  $O_1$ 、圓  $O_2$  的半徑分別為 8 和 5，且  $\angle AO_1B = \angle CO_2D$ ，則：



- (1)  $\angle AO_1B =$  \_\_\_\_\_ 度。  
 (2)  $\widehat{CD}$  的長度 = \_\_\_\_\_。

6. 如右圖， $ABCD$  為圓  $O$  的內接四邊形。已知  $\angle EDC = 75^\circ$ ，則：



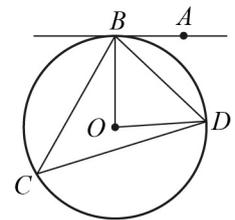
- (1)  $\angle ADC =$  \_\_\_\_\_ 度。  
 (2)  $\angle B =$  \_\_\_\_\_ 度。

### 三、計算題：共 10 分

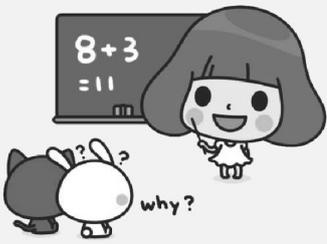
1. 如右圖， $\overline{BC}$  為圓  $O$  的一弦， $\overleftrightarrow{AB}$  切圓  $O$  於  $B$  點。

已知  $\angle ABD = 42^\circ$ ，試求：

- (1)  $\angle DBO$  的度數。 (5 分)  
 (2)  $\angle BOD$  的度數。 (5 分)



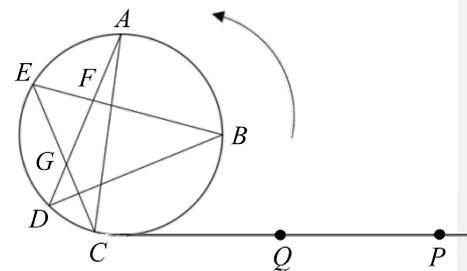
**解：**



# 每週一題



魯班設計了一個圓盤如右圖，分別標記了  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  五個點。若將此圓盤從  $A$  點在地面上滾動一圈回到  $A$  點，並將  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  與地板接觸的點標記為  $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 、 $S$ 、 $T$ 、 $P'$ ，可測量出  $\overline{PQ} : \overline{QR} : \overline{RS} : \overline{ST} : \overline{TP'} = 6 : 7 : 2 : 5 : 4$ ，試回答下列問題：



- (1)  $\angle EBD : \angle EBC$  是多少？
- (2)  $\angle EGD : \angle BFD$  是多少？

**解**

(1) 略解

(2) 略解

(3) 略解

# 第 3 章 推理證明與三角形的心

## 3-1 推理與證明

### 實力養成 重點 1 學習證明

- 證明的格式：
  - 【已知】所給定的條件。
  - 【求證】想得到的結論。
  - 【證明】根據已知的事實及幾何性質推導出結論。
- 三角形的全等性質： $SSS$ 、 $SAS$ 、 $ASA$ 、 $AAS$ 、 $RHS$ 。

#### 題型 1 全等性質的判斷 I

- 「兩個三角形中，若有兩角及其所夾的邊對應相等，則兩三角形全等。」這種性質稱為\_\_\_\_\_全等性質。
- 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，若 $\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\angle A = \angle D$ ， $\overline{AC} = \overline{DF}$ ，則 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  (\_\_\_\_\_全等性質)。

#### 題型 3 滿足全等的條件

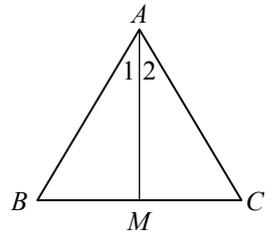
$\triangle ABC$ 及 $\triangle DEF$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\overline{BC} = \overline{EF}$ ，請問下列敘述何者錯誤？

- 使用  $SAS$  全等，應加條件  $\angle C = \angle F$ ，才能使兩個三角形全等
- 使用  $SSS$  全等，應加條件  $\overline{AC} = \overline{DF}$ ，才能使兩個三角形全等
- 使用  $RHS$  全等，應加條件  $\angle C = \angle F = 90^\circ$ ，才能使兩個三角形全等
- 使用  $RHS$  全等，應加條件  $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ，才能使兩個三角形全等

答：\_\_\_\_\_。

#### 題型 2 全等性質的判斷 II

右圖 $\triangle AMB$ 與 $\triangle AMC$ 中，已知 $\angle B = \angle C$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{AM} = \overline{AM}$ ，則 $\triangle AMB \cong \triangle AMC$  (\_\_\_\_\_全等性質)。

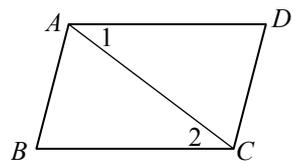


#### 題型 4 學習證明 I

【已知】如右圖， $\overline{AD} = \overline{BC}$ ， $\angle 1 = \angle 2$ 。

【求證】 $\angle B = \angle D$ 。

【證明】 $\because \overline{AD} = \underline{\hspace{1cm}}$   
 $\angle 1 = \underline{\hspace{1cm}}$   
 $\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$  (公用邊)  
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA$   
 (\_\_\_\_\_全等性質)  
 $\Rightarrow \angle B = \angle D$  (對應角相等)



### 題型 5

學習證明 II

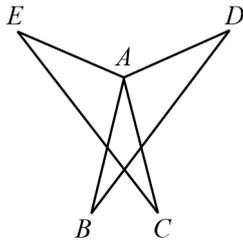
【已知】如右圖，

$$\angle B = \angle C,$$

$$\angle D = \angle E,$$

$$\overline{AD} = \overline{AE}.$$

【求證】 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。



【證明】在 $\triangle ABD$ 與 $\triangle ACE$ 中

$$\because \angle B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$$

(          全等性質)

$$\Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC} \text{ (對應邊相等)}$$

### 題型 6

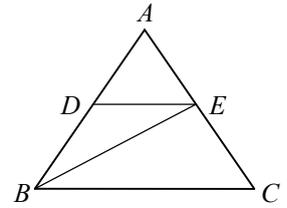
學習證明 III

【已知】如右圖， $\overline{BE}$

為 $\angle ABC$ 的  
角平分線，

$$\overline{DE} \parallel \overline{BC}.$$

【求證】 $\overline{DE} = \overline{BD}$ 。



【證明】 $\because \overline{BE}$  為 $\angle ABC$ 的角平分線

$$\therefore \angle DBE = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\because \overline{DE} \parallel \overline{BC}$$

$$\therefore \angle CBE = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{故 } \angle DBE = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\Rightarrow \overline{DE} = \overline{BD}$$

### 題型 7

相似形的應用

如右圖， $A$ 、 $B$ 、

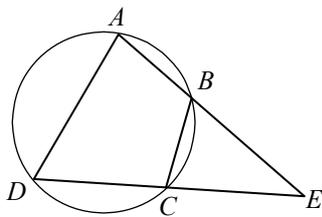
$C$ 、 $D$  為圓上四

點，直線  $AB$ 、

$DC$  相交於  $E$ 。

已知  $\overline{AD} = 9$ ，

$\overline{BE} = 8$ ， $\overline{DE} = 15$ ，則  $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



### 題型 8

代數推理證明 I

已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為三個相異正整數，且

$(a+b+c)(a-b-c)=0$ ，試證  $b+c$  可以整除  $a^2$ 。

### 題型 9

代數推理證明 II

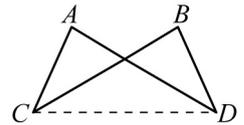
已知  $a < 0$ ,  $a + b > 0$ , 試證  $|a| < |b|$ 。

### 題型 10

利用輔助線作證明

【已知】如右圖，

$$\begin{aligned} \overline{AC} &= \overline{BD}, \\ \overline{AD} &= \overline{BC}. \end{aligned}$$



【求證】 $\angle A = \angle B$ 。

【證明】連接  $\overline{CD}$

在  $\triangle ACD$  與  $\triangle BDC$  中

$$\therefore \overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$  (公用邊)

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BDC$$

( $\underline{\hspace{2cm}}$  全等性質)

$\Rightarrow \angle A = \angle B$  (對應角相等)

### 強化練習

1. 小苑發現  $\triangle ABC$  與  $\triangle DEF$  中的  $\overline{AB} = \overline{DE}$ ,  $\angle B = \angle E$ 。她想用不同的全等性質來證明兩個三角形全等，請問下列哪一個是錯誤的？ 答： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(A) 如欲使用 SAS 全等，應加條件  $\overline{BC} = \overline{EF}$ ，才能使兩個三角形全等

(B) 如欲使用 ASA 全等，應加條件  $\angle A = \angle D$ ，才能使兩個三角形全等

(C) 如欲使用 AAS 全等，應加條件  $\angle C = \angle F$ ，才能使兩個三角形全等

(D) 如欲使用 SSA 全等，應加條件  $\overline{AC} = \overline{DF}$ ，才能使兩個三角形全等

2. 【已知】如右圖， $\overline{AB} = \overline{AD}$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ 。

【求證】 $\overline{BC} = \overline{DC}$ 。

【證明】在  $\triangle ABC$  與  $\triangle ADC$  中

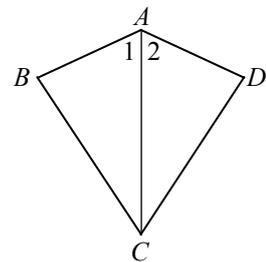
$$\therefore \overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

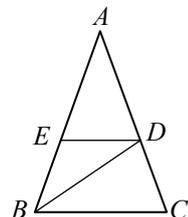
$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$  (公用邊)

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC (\underline{\hspace{2cm}} \text{全等性質})$$

$\Rightarrow \overline{BC} = \overline{DC}$  (對應邊相等)



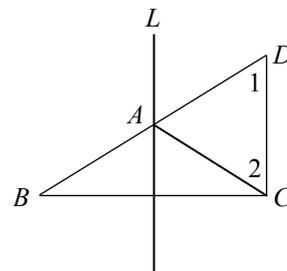
3. 如右圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$  cm， $\angle ABC$  的角平分線  $\overline{BD}$  交  $\overline{AC}$  於  $D$  點，過  $D$  點作  $\overline{DE}$  平行  $\overline{BC}$ 。若  $\overline{DE} = 4$  cm，則  $\triangle ADE$  的周長為  $\underline{\hspace{2cm}}$  cm。



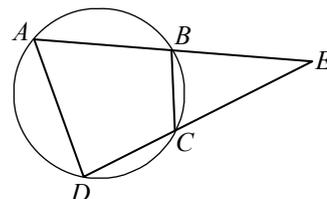
4. 【已知】如右圖， $L$  為  $\overline{BC}$  的垂直平分線，直線  $L$  交  $\overline{BD}$  於  $A$ ，  
且  $\overline{AB} = \overline{AD}$ 。

【求證】 $\angle 1 = \angle 2$ 。

【證明】 $\because L$  為  $\overline{BC}$  的垂直平分線  $\therefore \overline{AB} =$  \_\_\_\_\_  
又  $\overline{AB} =$  \_\_\_\_\_  $\therefore \overline{AC} =$  \_\_\_\_\_  
 $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$  ( \_\_\_\_\_ 三角形的兩底角相等)

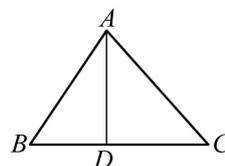


5. 如右圖， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  為圓上四點，直線  $AB$  與直線  $DC$  相交於圓外一點  $E$ 。若  $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{BE} = 4$ ， $\overline{DE} = 7$ ，則  $\overline{BC} =$  \_\_\_\_\_。

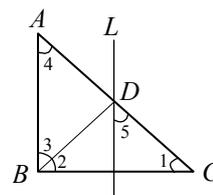


6. 已知  $a < 0$ ， $a + b > 0$ ， $b + c < 0$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小關係為 \_\_\_\_\_。

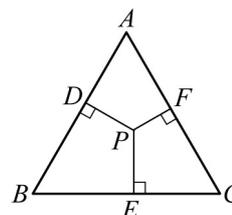
7. 如右圖， $\triangle ABC$  中，已知  $\overline{AB} = \sqrt{13}$ ， $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{BD} = 2$ ， $\overline{AD} = 3$ ，則  $\overline{CD} =$  \_\_\_\_\_。



8. 如右圖，直線  $L$  為  $\overline{BC}$  的中垂線，且  $\angle ABC = 90^\circ$ 。  
若  $\overline{DA} = \overline{DC}$ ，則下列何者不一定成立？ 答：\_\_\_\_\_。
- (A)  $\angle 1 = \angle 2$     (B)  $\angle 3 = \angle 4$   
(C)  $\angle 2 = \angle 5$     (D)  $\angle 4 = \angle 5$

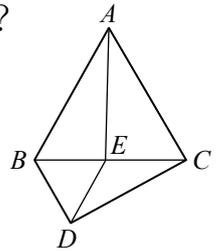
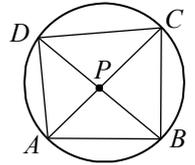


9. 如右圖， $P$  為正  $\triangle ABC$  內部的一點，且  $\overline{PE} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{PD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{PF} \perp \overline{AC}$ 。若  $\overline{AB} = 10$ ，則  $\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF} =$  \_\_\_\_\_。



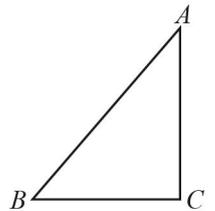
一、選擇題：每題 6 分，共 30 分

- ( ) 1.  $\triangle ABC$  中， $E$ 、 $F$  分別為  $\overline{AB}$  與  $\overline{AC}$  的中點。若  $\overline{AB} > \overline{AC}$ ，則下列敘述何者錯誤？  
 (A)  $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AB}$  (B)  $\overline{AF} = \overline{CF}$  (C)  $\overline{BE} = \overline{CF}$  (D)  $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{BC}$
- ( ) 2. 如右圖，四邊形  $ABCD$  為圓內接四邊形，且其對角線交於  $P$  點，下列何者與  $\triangle ABP$  相似？  
 (A)  $\triangle DCP$  (B)  $\triangle ADP$   
 (C)  $\triangle BPC$  (D)  $\triangle ABC$
- ( ) 3. 如右圖， $\triangle ABC$  和  $\triangle BDE$  都是正三角形。則下列何者與  $\triangle ABE$  全等？  
 (A)  $\triangle ACE$  (B)  $\triangle CBD$   
 (C)  $\triangle DEC$  (D) 以上皆非
- ( ) 4. 承第 3 題，若  $\angle BAE = 28^\circ$ ，則  $\angle EDC = ?$   
 (A)  $18^\circ$   
 (B)  $36^\circ$   
 (C)  $54^\circ$   
 (D)  $32^\circ$
- ( ) 5. 下列敘述何者正確？  
 (A) 菱形的兩條對角線互相平分；反之，兩條對角線互相平分就是菱形  
 (B) 矩形的四個角為  $90^\circ$ ；反之，四個角為  $90^\circ$  的就是矩形  
 (C) 正方形的四邊等長；反之，四邊等長就是正方形  
 (D) 正三角形的三個角皆是銳角；反之，三個角皆是銳角的就是正三角形

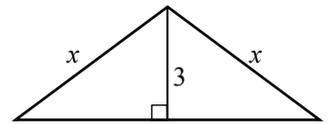


二、填充題：每格 6 分，共 60 分

1. 如右圖，在  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$ ，則  $\angle C =$  \_\_\_\_\_ 度。

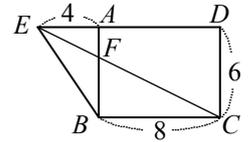


2. 如右圖，已知一等腰三角形的周長為 18 公分，若其腰為  $x$  公分，底邊上的高為 3 公分，則  $x =$  \_\_\_\_\_。



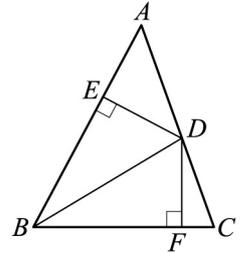
3. 若一直角三角形的三邊長成等差數列，則當斜邊為 10 時，此三角形的最短邊邊長為 \_\_\_\_\_。

4. 如右圖，四邊形  $ABCD$  為矩形， $\overline{BC} = 8$  公分， $\overline{CD} = 6$  公分， $\overline{AE} = 4$  公分，則：

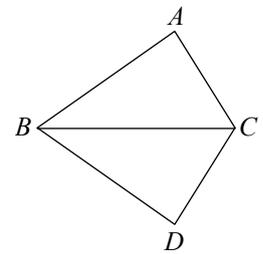


- (1) 在  $\triangle FAE$  與  $\triangle FBC$  中，  
 $\because \angle AFE = \angle BFC$  (對頂角相等)  
 $\angle FAE = \angle FBC = 90^\circ$   
 $\therefore \triangle FAE \sim \triangle FBC$  (\_\_\_\_\_相似性質)  
 (2)  $\overline{AF} =$  \_\_\_\_\_ 公分。

5. 根據下面的敘述，分別寫出已知與求證：  
 如右圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{BD}$  平分  $\angle ABC$ ，則  $\overline{DE} = \overline{DF}$ 。  
 已知：\_\_\_\_\_。  
 求證：\_\_\_\_\_。



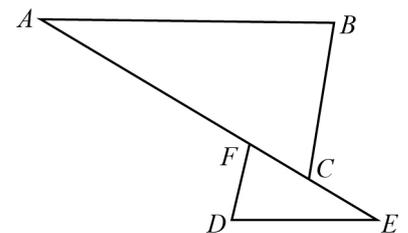
6. 已知：如右圖， $\overline{BC}$  平分  $\angle ABD$ ， $\overline{AB} = \overline{BD}$ 。  
 求證： $\overline{AC} = \overline{DC}$ 。



證明：在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DBC$  中  
 $\because \overline{AB} =$  \_\_\_\_\_ (已知)  
 $\angle ABC = \angle$  \_\_\_\_\_ (  $\overline{BC}$  平分  $\angle ABD$  )  
 $\overline{BC} = \overline{BC}$  (公用邊)  
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DBC$  (\_\_\_\_\_全等性質)  
 $\therefore \overline{AC} = \overline{DC}$

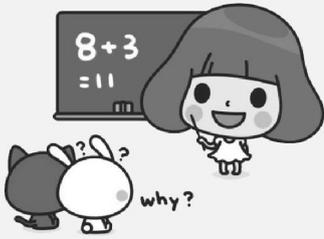
三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 已知：如右圖， $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ， $\overline{BC} = 2\overline{DF}$ ， $\angle B = \angle D$ 。  
 求證： $\overline{AB} = 2\overline{DE}$ 。



證：

2. 已知  $n$  為正整數，試證  $n(n+1)$  為偶數。  
 證：



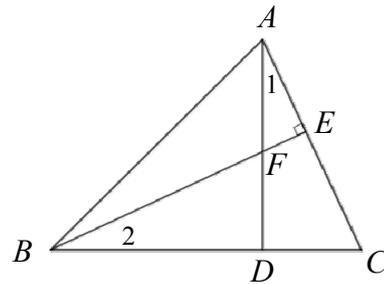
# 每週一題



如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle DAB = \angle DBA$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，且 $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ ，試說明：

- (1)  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 。
- (2)  $\overline{CD} = \overline{DF}$ 。

**解**



# 3-2 三角形的重心、內心與外心

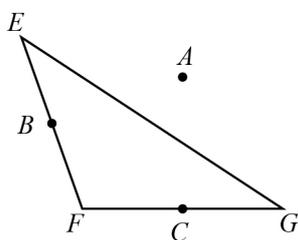
## 實力養成 重點 1 外心

1. 三角形三邊的中垂線交於同一點，此點為三角形的外心。
2. 三角形的外心到三頂點的距離相等。
3. 以外心為圓心，外心到頂點的距離為半徑，可畫出三角形的外接圓。
4. 銳角三角形的外心在三角形的內部。
5. 鈍角三角形的外心在三角形的外部。
6. 直角三角形的外心必在斜邊中點上，外接圓半徑 =  $\frac{1}{2} \times (\text{斜邊長})$ 。

### 題型 1 判斷外心位置

如右圖， $\triangle EFG$  的外心可能是  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點中的哪一點？

答：\_\_\_\_\_。



### 題型 2 外心的位置與性質判斷

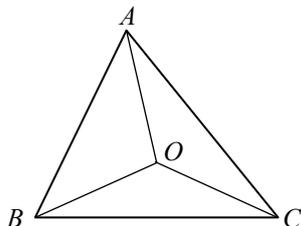
下列關於外心的敘述，何者錯誤？

- (A) 直角三角形的外心在斜邊中點上  
 (B) 鈍角三角形的外心在三角形內部  
 (C) 外心與三角形的三頂點等距離  
 (D) 外心是三角形三中垂線的交點

答：\_\_\_\_\_。

### 題型 3 求外心到頂點的距離

如右圖， $O$  為  $\triangle ABC$  的外心。若  $\overline{OA} = 5$  公分，則  $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} =$  \_\_\_\_\_ 公分。



### 題型 4 外心到頂點距離的應用

直角  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ 。若外心  $O$  到  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點的距離和為 21 公分，則  $\overline{AB} =$  \_\_\_\_\_ 公分。

### 題型 5 直角三角形的外接圓半徑

$\triangle ABC$  中，已知三邊長分別為 7、24、25，則  $\triangle ABC$  的外接圓半徑 = \_\_\_\_\_。

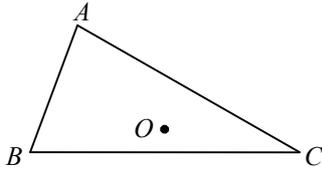
### 題型 6 等腰三角形的外接圓半徑

- (1) 若銳角  $\triangle ABC$  為等腰三角形，且  $O$  為外心， $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ，則  $\triangle ABC$  的外接圓半徑 = \_\_\_\_\_。
- (2) 若鈍角  $\triangle ABC$  為等腰三角形，且  $O$  為外心， $\overline{AB} = \overline{AC} = 25$ ， $\overline{BC} = 14$ ，則  $\triangle ABC$  的外接圓半徑 = \_\_\_\_\_。

**題型 7**

求外心角度 I

右圖 $\triangle ABC$ 中，  
 $\angle A=80^\circ$ ， $\angle B=70^\circ$ ， $\angle C=30^\circ$ ，  
 $O$ 為外心，求：

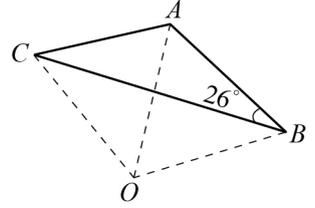


- (1)  $\angle AOB =$  \_\_\_\_\_ 度。  
 (2)  $\angle BOC =$  \_\_\_\_\_ 度。  
 (3)  $\angle COA =$  \_\_\_\_\_ 度。

**題型 8**

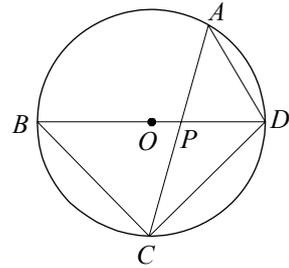
求外心角度 II

右圖 $\triangle ABC$ 中，  
 $O$ 為 $\triangle ABC$ 的外心。若  
 $\angle ABC=26^\circ$ ，則  
 $\angle CAO =$  \_\_\_\_\_ 度。

**強化練習**

1. 若圓 $O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圓，且圓心 $O$ 在 $\overline{AC}$ 上，則下列何者不正確？ **答**：\_\_\_\_\_。
- (A)  $\triangle ABC$ 必為直角三角形      (B)  $\widehat{ABC} = 180^\circ$   
 (C)  $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$       (D)  $\angle C = 90^\circ$

2. 如右圖， $\overline{BD}$ 為圓 $O$ 的直徑，弦 $\overline{AC}$ 未過圓心 $O$ ，則下列哪一個敘述是正確的？ **答**：\_\_\_\_\_。
- (A)  $O$ 是 $\triangle PCD$ 的外心      (B)  $O$ 是 $\triangle APD$ 的外心  
 (C)  $O$ 是 $\triangle ACD$ 的外心      (D)  $O$ 是 $\triangle BCP$ 的外心

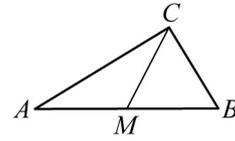


3. 已知 $\triangle ABC$ 的三邊長分別為6公分、8公分、10公分。若 $O$ 為 $\triangle ABC$ 的外心，則  
 $\overline{OA} : \overline{OB} : \overline{OC} =$  \_\_\_\_\_。

4. (1) 如果一直角三角形的兩股長分別為5公分、12公分，那麼其外心到各頂點的距離和為 \_\_\_\_\_ 公分。

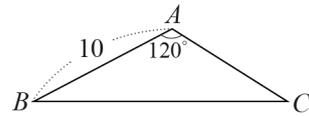
- (2) 直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=90^\circ$ 。若 $\overline{AB} = 10$ 公分， $\overline{AC} = 24$ 公分，則 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 \_\_\_\_\_ 公分。

5. 如右圖， $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = 5$ 。若 $\overline{BC} = 6$ ，  
則 $\triangle ABC$ 的面積為\_\_\_\_\_。



6. 已知一等腰直角三角形的外接圓半徑為 6 公分，則此直角三角形的面積為\_\_\_\_\_平方公分。

7. 如右圖，已知 $\triangle ABC$ 為等腰三角形， $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。  
若 $\angle A = 120^\circ$ ， $\overline{AB} = 10$ ，則 $\triangle ABC$ 的外心到 $\overline{BC}$   
的距離為\_\_\_\_\_。



8. (1) 設 $O$ 為銳角 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\angle BOC = 100^\circ$ ，則 $\angle A =$ \_\_\_\_\_度。

(2)  $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 5$ ，且 $O$ 為外心，則 $\angle AOC =$ \_\_\_\_\_度。

9. 設 $O$ 為 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 7$ ，則下列敘述何者正確？

(A)  $\angle BOC = 120^\circ$     (B)  $\angle AOB = 150^\circ$     (C)  $\angle AOC = 60^\circ$

答：\_\_\_\_\_。

10. 已知 $\triangle ABC$ 的外接圓圓心為 $O$ ，又 $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ，則 $\angle BOC =$ \_\_\_\_\_度。

11. 設 $O$ 為 $\triangle ABC$ 的外心，且 $\angle BOC = 160^\circ$ ，則 $\angle BAC =$ \_\_\_\_\_度。(有兩個答案)

1. 三角形的三內角平分線交於同一點，此點為三角形的內心。
2. 三角形的內心到三邊的距離相等。
3. 以內心為圓心，內心到邊的距離為半徑，可在三角形內部畫出一個和三邊相切的內切圓。
4. 三角形面積 =  $\frac{1}{2} \times (\text{三角形周長}) \times (\text{三角形內切圓半徑})$ 。
5. 直角三角形的內切圓半徑 =  $\frac{1}{2} \times (\text{兩股和} - \text{斜邊長})$ 。

### 題型 1 判斷三角形的內心位置

若某三角形的內心在該三角形的內部，則此三角形為何種三角形？

- (A) 必為銳角三角形  
 (B) 必為直角三角形  
 (C) 必為鈍角三角形  
 (D) 以上皆有可能

答：\_\_\_\_\_。

### 題型 3 利用內切圓半徑求面積 I

$\triangle ABC$  中， $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ 。

若  $I$  為  $\triangle ABC$  的內心，則  $\triangle AIB$  面積：

$\triangle AIC$  面積： $\triangle BIC$  面積 = \_\_\_\_\_。

### 題型 5 求等腰三角形的內切圓半徑

已知  $\triangle ABC$  為等腰三角形，若  $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $I$  為內心，則  $\triangle ABC$  的內切圓半徑 = \_\_\_\_\_。

### 題型 2 求內切圓半徑

已知  $O$  為  $\triangle ABC$  的內心，且  $\overline{OM} \perp \overline{BC}$  於  $M$  點。若  $\triangle ABC$  面積為 9 平方公分，且  $\overline{AB} = 7$  公分， $\overline{AC} = 5$  公分， $\overline{BC} = 6$  公分，則  $\overline{OM} =$  \_\_\_\_\_ 公分。

### 題型 4 利用內切圓半徑求面積 II

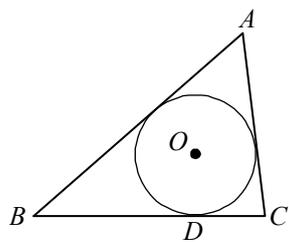
設  $\triangle ABC$  的周長為 24 公分，內切圓半徑為 2 公分，則  $\triangle ABC$  面積 = \_\_\_\_\_ 平方公分。

### 題型 6 求直角三角形的內切圓半徑

已知  $\triangle ABC$  為直角三角形， $\angle C = 90^\circ$ ， $r$  為內切圓半徑。若  $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BC} = 16$ ，則  $r =$  \_\_\_\_\_。

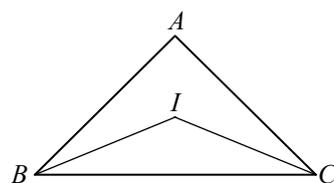
**題型 7** ..... 內切圓的應用

如右圖，圓  $O$  為  $\triangle ABC$  的內切圓，  
 $\overline{BC}$  切圓  $O$  於  $D$ 。  
 若  $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 4$ ，  
 $\overline{AB} = 6$ ，則  $\overline{BD} =$   
 \_\_\_\_\_。



**題型 8** ..... 求內心角度 I

如右圖， $I$  為  $\triangle ABC$  的內心， $\angle A = 90^\circ$ ，  
 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，則：  
 (1)  $\angle IBC =$   
 \_\_\_\_\_度。



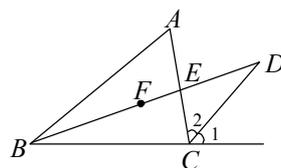
(2)  $\angle BIC =$  \_\_\_\_\_度。

**題型 9** ..... 求內心角度 II

在  $\triangle ABC$  中，已知  $O$  為  $\triangle ABC$  的內心，且  
 $\angle A = \frac{1}{2} \angle B = \frac{1}{3} \angle C$ ，則  $\angle BOC =$  \_\_\_\_\_度。

**題型 10** ..... 內心的應用

如右圖，已知  $F$  為  $\triangle ABC$  的內心。  
 若  $\angle 1 = \angle 2$ ，  
 且  $\angle A = 60^\circ$ ，  
 則  $\angle D =$  \_\_\_\_\_度。



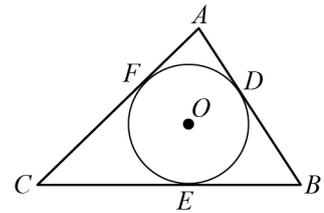
**強化練習**

- 已知  $O$  為  $\triangle ABC$  的內心， $\overline{OL} \perp \overline{AB}$  於  $L$  點， $\overline{OM} \perp \overline{BC}$  於  $M$  點， $\overline{ON} \perp \overline{AC}$  於  $N$  點。  
 若  $\overline{OM} = 2$  公分，則  $\overline{OL} + \overline{OM} + \overline{ON} =$  \_\_\_\_\_公分。
- $\triangle ABC$  中，已知  $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 2 : 1$ ，且  $I$  為  $\triangle ABC$  的內心，則  $\triangle AIB : \triangle BIC : \triangle CIA$  的面積比為\_\_\_\_\_。
- (1) 已知一個三角形的周長為 32 公分，面積為 48 平方公分，則其內切圓的半徑為 \_\_\_\_\_公分。  
 (2) 已知  $\triangle ABC$  的周長是 20 cm，面積是  $15 \text{ cm}^2$ ，則其內切圓的直徑 = \_\_\_\_\_ cm。

4. 已知 $\triangle ABC$ 為等腰三角形，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 25$ ， $\overline{BC} = 14$ ，則 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑 = \_\_\_\_\_。

5. 一個直角三角形的三邊長分別為 6 公分、8 公分、10 公分，則此直角三角形的內切圓周長為 \_\_\_\_\_ 公分。

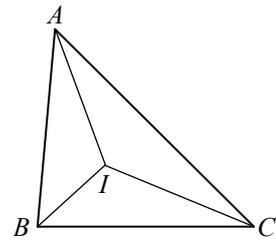
6. 如右圖，已知圓  $O$  為 $\triangle ABC$ 的內切圓， $D$ 、 $E$ 、 $F$  為切點。設  $\overline{AD} = 2$  公分， $\overline{BE} = 3$  公分， $\overline{CF} = 4$  公分，則 $\triangle ABC$  的周長為 \_\_\_\_\_ 公分。



7. 如右圖， $I$  為 $\triangle ABC$ 的內心， $\angle CAI = 25^\circ$ ，則：

(1)  $\angle ABC + \angle ACB =$  \_\_\_\_\_ 度。

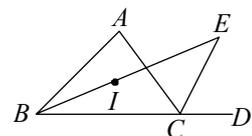
(2)  $\angle BIC =$  \_\_\_\_\_ 度。



8. (1) 已知  $I$  為 $\triangle ABC$ 的內切圓圓心，且 $\angle A = 90^\circ$ ，則 $\angle BIC =$  \_\_\_\_\_ 度。

(2)  $\triangle ABC$  中，已知 $\angle A = 102^\circ$ ，且 $\angle ABC$ 與 $\angle ACB$ 的角平分線相交於  $I$  點，則 $\angle BIC =$  \_\_\_\_\_ 度。

9. 如右圖， $I$  為 $\triangle ABC$ 的內心， $\overline{CE}$  平分 $\angle ACD$ ，且  $B$ 、 $I$ 、 $E$  三點共線。已知 $\angle BEC = 40^\circ$ ，則 $\angle A =$  \_\_\_\_\_ 度。

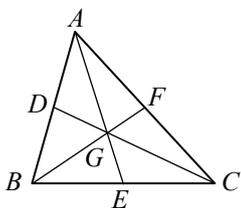


# 實力養成 重點 3 重心

1. 三角形的三中線必交於同一點，此點為三角形的重心。
2. 重心到一頂點的距離等於它到對邊中點距離的 2 倍。
3. 重心與三頂點的連線將三角形面積三等分，三中線將三角形面積六等分。

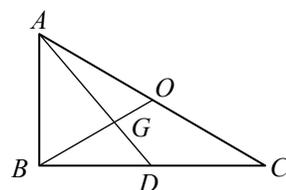
## 題型 1 利用重心求長度 I

如右圖， $\overline{AE}$ 、 $\overline{BF}$ 、 $\overline{CD}$  為  $\triangle ABC$  的三中線。  
若  $\overline{AG} = 5$ ， $\overline{FG} = 2$ ， $\overline{DG} = 3$ ，則  $\overline{AE} + \overline{BF} + \overline{CD} =$  \_\_\_\_\_。



## 題型 2 利用重心求長度 II

如右圖， $G$  為直角  $\triangle ABC$  的重心， $O$  為斜邊  $\overline{AC}$  的中點， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = 12$ ，則：

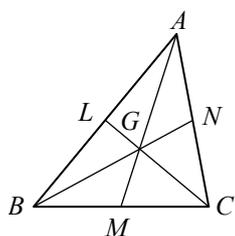


- (1)  $\overline{GO} =$  \_\_\_\_\_。
- (2)  $\overline{AG} =$  \_\_\_\_\_。

## 題型 3 面積等分 I

如右圖， $G$  是  $\triangle ABC$  的重心。若  $\triangle GBM$  的面積是 8，則：

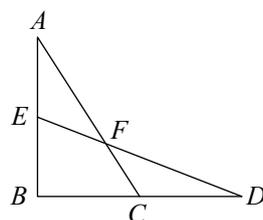
- (1)  $\triangle ACG$  面積 = \_\_\_\_\_。
- (2)  $\triangle ABC$  面積 = \_\_\_\_\_。
- (3) 四邊形  $BMGL$  面積 = \_\_\_\_\_。



## 題型 4 面積等分 II

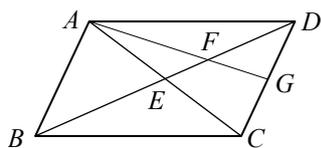
如右圖， $E$ 、 $C$  分別為  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BD}$  的中點。

- (1) 若  $\overline{DE} = 15$ ，則  $\overline{EF} =$  \_\_\_\_\_。
- (2) 若  $\angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{BD} = 12$ ，則  $\triangle AEF$  面積 = \_\_\_\_\_。



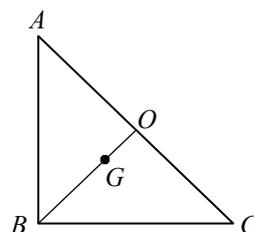
## 題型 5 面積等分 III

如右圖，若平行四邊形  $ABCD$  的面積為  $60 \text{ cm}^2$ ， $\overline{BD} = 12 \text{ cm}$ ，且  $\overline{DG} = \overline{GC}$ ，則  $\triangle AEF$  面積 = \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ ， $\overline{EF} =$  \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ 。



## 題型 6 利用重心求斜邊

右圖直角  $\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $O$  為斜邊的中點， $G$  為重心。若  $\overline{GO} = 10$  公分，則  $\overline{AC} =$  \_\_\_\_\_ 公分。

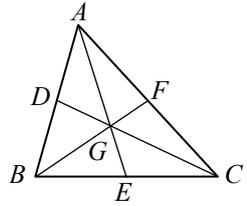


## 強化練習

1. 如右圖， $G$  為  $\triangle ABC$  的重心。

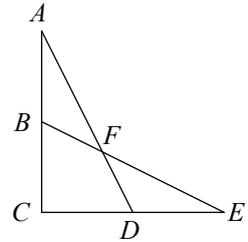
(1) 若  $\overline{AG} = 6$ ，則  $\overline{AE} =$  \_\_\_\_\_。

(2) 若  $\overline{GD} + \overline{GE} + \overline{GF} = 8$ ，則  $\triangle ABC$  三中線長的和 = \_\_\_\_\_。



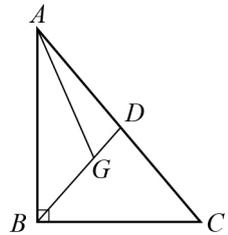
2. 如右圖，已知  $\overline{AC} \perp \overline{CE}$ ， $\overline{AB} = \overline{BC}$ ， $\overline{CD} = \overline{DE}$ 。

若  $\overline{AC} = \overline{CE} = 10$  公分，則  $\overline{DF} =$  \_\_\_\_\_ 公分。

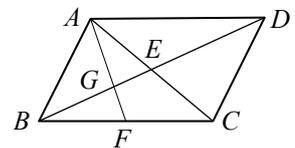


3. 如右圖， $G$  為直角  $\triangle ABC$  的重心， $\angle ABC = 90^\circ$ 。

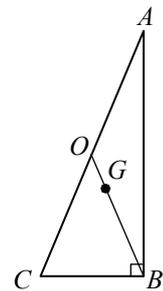
若  $\overline{AB} = 8$  公分， $\overline{BC} = 6$  公分，則  $\triangle AGD$  的面積為 \_\_\_\_\_ 平方公分。



4. 如右圖，平行四邊形  $ABCD$  的兩對角線  $\overline{AC}$  和  $\overline{BD}$  交於  $E$  點， $F$  是  $\overline{BC}$  中點，且  $\overline{AF}$  和  $\overline{BD}$  交於  $G$  點，則  $\triangle AGB$  面積： $\triangle ECD$  面積 = \_\_\_\_\_。

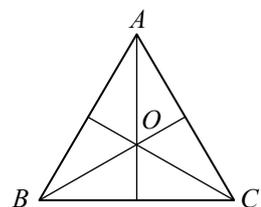


5. 如右圖， $\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $G$  是  $\triangle ABC$  的重心， $O$  是  $\triangle ABC$  的斜邊的中點，則  $\overline{GO} =$  \_\_\_\_\_。



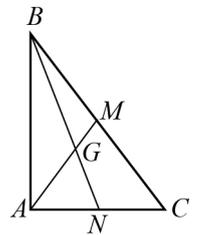
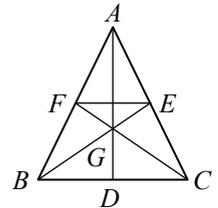
6. 設  $G$  為正  $\triangle ABC$  的重心，且  $\overline{AG} = 6$  公分，則  $\triangle ABC$  的周長為 \_\_\_\_\_ 公分。

7. 如右圖，若  $O$  為正  $\triangle ABC$  的重心，且  $\overline{OA} = 4$  公分，則  $\triangle ABC$  的面積為 \_\_\_\_\_ 平方公分。



## 一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

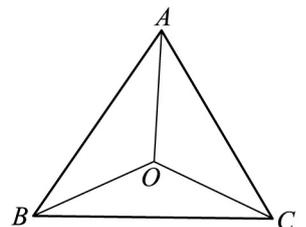
- ( ) 1. 下列哪一個是外心？  
 (A) 三角形三高的交點  
 (B) 三角形三內角平分線的交點  
 (C) 三角形三中線的交點  
 (D) 三角形三邊垂直平分線的交點
- ( ) 2. 已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ，且圓 $O$ 為 $\triangle ABC$ 的外接圓。若 $\triangle ABC$ 的三邊長為 10、24、26，則其外接圓半徑＝？  
 (A) 13 (B) 12  
 (C) 6 (D) 4
- ( ) 3. 承第 2 題，其內切圓半徑＝？  
 (A) 13 (B) 12  
 (C) 6 (D) 4
- ( ) 4. 如右圖，已知 $\triangle ABC$ 的三條中線 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$ 交於 $G$ 點。若 $\overline{AD}=12$ ，則 $\overline{AG}$ 為何？  
 (A) 12 (B) 8  
 (C) 6 (D) 4
- ( ) 5. 如右圖， $\triangle ABC$ 是直角三角形， $\angle BAC=90^\circ$ ，兩中線 $\overline{AM}$ 與 $\overline{BN}$ 交於 $G$ 點。若 $\overline{AB}=24$ ， $\overline{AC}=7$ ，則 $\triangle BGM$ 面積＝？  
 (A) 14 (B) 28  
 (C) 42 (D) 56



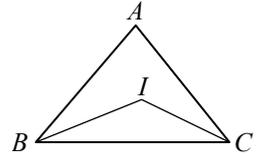
## 二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 設 $O$ 點為 $\triangle ABC$ 的外心。若 $\angle A : \angle B : \angle C = 4 : 5 : 11$ ，則：  
 (1)  $O$ 點在 $\triangle ABC$ 的\_\_\_\_\_。(請填入外部或內部)  
 (2)  $\angle AOB =$ \_\_\_\_\_度。
2. 若等腰直角 $\triangle ABC$ 的外接圓面積為 $64\pi$ 平方公分，則 $\triangle ABC$ 的斜邊長為\_\_\_\_\_公分。

3. 如右圖，設 $O$ 點是 $\triangle ABC$ 的外心。若 $\angle ACB=60^\circ$ ， $\angle ABC=55^\circ$ ，則 $\angle BOC =$ \_\_\_\_\_度。

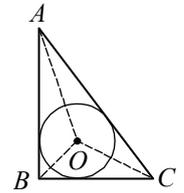


4. 如右圖， $I$  為  $\triangle ABC$  的內心。若  $\angle ABC + \angle ACB = 100^\circ$ ，  
則  $\angle BIC =$  \_\_\_\_\_ 度。



5.  $\triangle ABC$  中，已知  $I$  為內心， $\angle BIC = 110^\circ$ ，則  $\angle A =$  \_\_\_\_\_ 度。

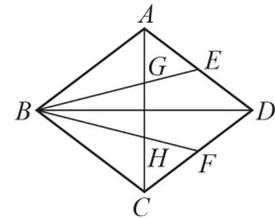
6. 如右圖， $\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，且圓  $O$  為  $\triangle ABC$  的內切圓。  
若  $\overline{AB} = 8$  公分， $\overline{BC} = 6$  公分，則：



- (1)  $\triangle ABC$  面積 = \_\_\_\_\_ 平方公分。  
(2) 圓  $O$  半徑 = \_\_\_\_\_ 公分。  
(3)  $\triangle AOB$  面積 :  $\triangle BOC$  面積 :  $\triangle AOC$  面積 = \_\_\_\_\_。

7.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ，則其內切圓半徑 = \_\_\_\_\_。

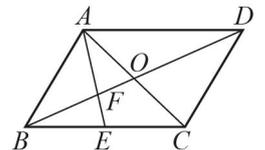
8. 如右圖，菱形  $ABCD$  中， $E$ 、 $F$  兩點分別是  $\overline{AD}$ 、 $\overline{CD}$  的中點。  
若  $\overline{AG} = 4$ ， $\overline{BD} = 16$ ，則：



- (1)  $\frac{1}{2} \overline{AC} =$  \_\_\_\_\_。  
(2)  $\triangle ABD$  的面積 = \_\_\_\_\_。  
(3) 四邊形  $BFDE$  的面積 = \_\_\_\_\_。

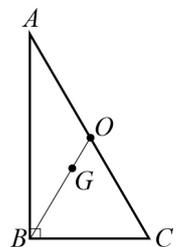
### 三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 如右圖， $\square ABCD$  中， $E$  為  $\overline{BC}$  的中點，且  $\overline{AE}$ 、 $\overline{BD}$  相交於  $F$  點。若  $\triangle BEF$  的面積為 6，則  $\triangle ABF$  的面積 = ?

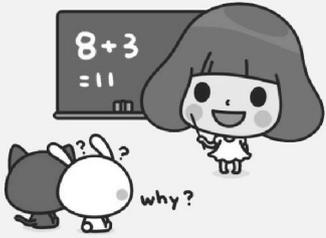


**解：**

2. 若  $O$ 、 $G$  分別為直角  $\triangle ABC$  的外心及重心，且  $\angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AC} = 14$ ，  
則  $\overline{OG} = ?$



**解：**



# 每週一題



忠勇是一位戰技頂尖的特戰隊員，尤其是跳傘更是拿手項目之一，某日，乘坐運輸機準備進行跳傘訓練，接到了來自地面的訊息，訊息如下：

目標區域：地面上紅色標記點為頂點，所構成的三角形區域範圍內。

坐標為：東經 6 度      北緯 8 度  
          東經 30 度    北緯 8 度  
          東經 6 度      北緯 26 度

- (1) 請判別此三角形為何種三角形？
- (2) 忠勇接收到消息後，立即向地面的訓練單位表示，此範圍過大容易遭受到敵方攻擊，請儘速將範圍縮至內切圓內，以躲避攻擊。試問此內切圓面積為何？

**解**

- (1) 將三點坐標分別代入，可得三點分別為  $(6, 8)$ 、 $(30, 8)$ 、 $(6, 26)$ 。  
由  $(6, 8)$  與  $(30, 8)$  可得底邊長為  $24$ 。  
由  $(6, 8)$  與  $(6, 26)$  可得高為  $18$ 。  
故該三角形為直角三角形。
- (2) 由 (1) 可知該三角形為直角三角形，故其內切圓半徑為  $6$ 。  
故其面積為  $36\pi$ 。

1-1 連比

1 實力養成重點 1

題型①  $1. 6、\frac{4}{3}; 2. 24、2$

題型②  $1. 50、30、20; 2. (1) 18:16:15、(2) 19:15$

題型③  $\frac{6}{11}$

題型④  $2:1:3$

題型⑤  $(1) 2:3:2; (2) 4:2:5$

題型⑥  $1. 35:16:30; 2. 6:4:3$

2 題型⑦  $1. 9:15:20; 2. 16、20、24$

題型⑧  $540、900、360$

● 強化練習

1.  $(1) \frac{5}{3}、\frac{24}{5}; (2) \frac{15}{4}、\frac{16}{5}$

2.  $(1) 5:6:4; (2) 4:7:5; (3) 28:6:21$

3.  $12:20:35$  4.  $45、45、30$

5.  $\frac{26}{3}$  6.  $20:15:12$  7.  $(1) \frac{16}{9}; (2) \frac{7}{30}$

8.  $4,000,000、6,000,000、8,000,000$

9.  $3:2:5$  10.  $90、60$

11.  $20、30$

3 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. B 2. B 3. D 4. C 5. D

二、填充題

1.  $(1) 5:4:6; (2) 21:6:7$

2.  $2:5:6$  3.  $75$

4.  $4:3:2$

5.  $15:21:10$

4 6.  $(1) 12:8:9; (2) 24、16、18$

7.  $\frac{33}{4}$  8.  $7:12:9$  9.  $90$

三、計算題

1. ……設三邊長為  $4k$  公分、 $3k$  公分、 $5k$  公分， $k \neq 0$ ，  
 $4k+3k+5k=84$ ， $12k=84$ ， $k=7$ ，

三邊長分別為  $28$  公分、 $21$  公分、 $35$  公分。

答： $28$  公分、 $21$  公分、 $35$  公分

2. 設大寶有  $a$  元，二寶有  $b$  元，小寶有  $c$  元，  
 則  $3a=4b$ ， $4b=5c$ ， $a:b:c=20:15:12$ 。

設  $a=20k$ ， $b=15k$ ， $c=12k$ ， $k \neq 0$ ，

則  $20k+15k+12k=940$ ， $47k=940$ ， $k=20$ ，

故大寶有  $400$  元，二寶有  $300$  元，小寶有  $240$  元

答：大寶  $400$  元，二寶  $300$  元，小寶  $240$  元

5 每週一題

(1) 設  $A、B、C$  三種糖果的價格分別為  $6r$  元、 $5r$  元、  
 $3r$  元， $r \neq 0$ ，

小文購買  $A、B、C$  三種糖果的重量分別為  $m$  公克、 $3m$   
 公克、 $2m$  公克， $m \neq 0$ ，

則小文購買  $A、B、C$  所花的費用比為

$6r \times m : 5r \times 3m : 3r \times 2m = 2 : 5 : 2$ 。

(2) 設阿茂購買  $A、B、C$  三種糖果的重量分別為  $100x$   
 公克、 $100y$  公克、 $100z$  公克，由題意可知

$$\begin{cases} 100x+100y+100z=1000 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 30x+25y+15z=250 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①化簡後得  $x+y+z=10 \cdots \cdots \textcircled{3}$

②化簡後得  $6x+5y+3z=50 \cdots \cdots \textcircled{4}$

④-③ $\times 3$ ，得  $3x+2y=20$ ，

$$\text{符合上式的解有 } \begin{cases} x=6 \\ y=1 \\ z=3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=4 \\ y=4 \\ z=2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=2 \\ y=7 \\ z=1 \end{cases}，$$

則阿茂所買糖果的重量比  $100x:100y:100z$   
 $=x:y:z$  為  $6:1:3、2:2:1$  或  $2:7:1$ 。

1-2 比例線段

6 實力養成重點 1

題型①  $6、4$

題型②  $\frac{4}{9}$

● 強化練習

1.  $(1) 35; (2) 20$

2.  $\frac{12}{35}$

7 實力養成重點 2

題型①  $4$

題型②  $9$

題型③  $\frac{10}{3}$

題型④  $2$

8 題型⑤  $12$

題型⑥  $\frac{7}{2}、\frac{35}{6}$

題型⑦  $(1) 8、4; (2) 2、5$

題型⑧  $9:64$

題型⑨  $3$

題型⑩  $7$

● 強化練習

9 1. 2 2. 4 3. 1

4. 8.4 5. 5 6. 2、8

10 7. 5 8. 14 9. 3

10.  $\frac{40}{3}$  11. 60 12.  $\frac{30}{11}$

11 實力養成重點 3

題型①  $35$

題型②  $3$

● 強化練習

1. 82

2. 10

3. 30

12 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. A 2. C 3. D 4. B 5. D

二、填充題

1. 8 2.  $2\sqrt{3}$

3.  $(1) 5:2; (2) 5:7$

4. 2

13 5. (1) 5 : 3 ; (2) 5 : 3 ; (3) 8

6. (1) 1 : 4 ; (2) 2 ; (3) 1 : 4

### 三、計算題

1. .... (1) 在 $\triangle ABK$ 中，

$$\overline{AH} : \overline{AK} = \overline{AD} : \overline{AB} = 2 : 5。$$

(2) 在 $\triangle AKG$ 中，

$$\overline{HE} : \overline{KG} = \overline{AH} : \overline{AK} = 2 : 5。$$

答：(1) 2 : 5 ; (2) 2 : 5

2. (1) 在 $\triangle ABD$ 中，

$$\text{因為 } \overline{DE} : \overline{AD} = \overline{DF} : \overline{BD} = 1 : 2，$$

所以  $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ ，

$$\text{又 } \overline{DE} : \overline{AD} = 1 : 2 = \overline{EF} : 12，$$

$$\text{故 } \overline{EF} = 12 \div 2 = 6。$$

(2) 在 $\triangle DBC$ 中，

$$\text{因為 } \overline{BF} : \overline{BD} = \overline{BG} : \overline{BC} = 1 : 2，$$

所以  $\overline{FG} \parallel \overline{CD}$ ，

$$\text{又 } \overline{BF} : \overline{BD} = 1 : 2 = \overline{FG} : 12，$$

$$\text{故 } \overline{FG} = 12 \div 2 = 6。$$

答：(1) 6 ; (2) 6

### 14 每週一題

(1) 因為  $\overline{BA_2}$ 、 $\overline{CA_3}$ 、 $\overline{DA_4}$  都與  $\overline{FH}$  平行，

$$\text{即 } \overline{BA_2} \parallel \overline{CA_3} \parallel \overline{DA_4}，$$

又  $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  為  $\overline{A_1F}$  等分點，

$$\text{所以 } \overline{A_1A_2} : \overline{A_2A_3} : \overline{A_3A_4}$$

$$= \overline{A_1B} : \overline{BC} : \overline{CD} = 1 : 1 : 1。$$

(2) 由題意可知，

$$\text{四邊形 } DFHA_4 \text{ 為矩形} \Rightarrow \overline{FH} = \overline{DA_4}$$

$$\Rightarrow \overline{FH} \text{ 可擺書量即 } \overline{DA_4} \text{ 可擺書量}$$

$$\text{由(1)} \triangle A_1A_4D \text{ 中， } \overline{DA_4} : \overline{CA_3}$$

$$= \overline{A_4A_1} : \overline{A_3A_1} = 3 : 2，$$

$$\Rightarrow \overline{DA_4} \text{ 那層可擺書量為 } 200 \times \frac{3}{2} = 300 \text{ (本)，}$$

亦即  $\overline{FH}$  那層可擺 300 本，故不能擺到 500 本。

## 1-3 相似形

### 15 實力養成重點 1

題型 1 55

題型 2 3

• 強化練習 -----

1. 50

2.  $\frac{2}{3}$

### 16 實力養成重點 2

題型 1 (1) 80 ; (2) 85 ; (3) 1 : 2 ; (4) 5.8 ; (5) 4

題型 2 (C)

題型 3 (D)

題型 4  $\frac{16}{3}$

• 強化練習 -----

17 1. (1) 1.25 ; (2) 80

2. (1) 56 ; (2) 145 3. (D) 4. 81 5. (B) 6. 9

### 18 實力養成重點 3

題型 1 1 : 3

題型 2 13.5

題型 3 2

題型 4  $\frac{10}{3}$

• 強化練習 -----

1. 21

2. 2

### 19 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. B 2. D 3. C 4. A 5. C

二、填充題

1. (1) 24 ; (2)  $\frac{2}{3}$  2.  $\frac{5}{3}$

20 3. AA 4.  $\frac{50}{7}$  5. (1)  $\frac{50}{7}$  ; (2)  $\frac{15}{7}$  6. 3

7. (1) 1 : 3 ; (2) 2 : 3 ; (3) 2 : 3 ; (4) 3

三、計算題

1. .... (1) 在 $\triangle ADC$ 中，

$$\overline{AF} : \overline{AD} = \overline{AE} : \overline{AC}，$$

$$\text{可得 } 16 : 40 = \overline{AE} : \overline{AC}，$$

$$\text{故 } \overline{AE} : \overline{AC} = 2 : 5。$$

(2) 在 $\triangle ABC$ 中，

$$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC} = 2 : 5，$$

$$\Rightarrow 40 : \overline{AB} = 2 : 5$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = 100$$

答：(1) 2 : 5 ; (2) 100

2. 因為 $\triangle ABC$ 與 $\triangle AED$ 相似，所以 $\angle B = \angle DEA$ ，

又 $\angle DEA + 125^\circ = 180^\circ$ ，

故 $\angle B = \angle DEA = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$

答：55°

### 21 每週一題

(1)  $\because \triangle AEF \cong \triangle ADF$

$$\therefore \angle EAF = \angle DAF$$

又因為 $\angle BAE = \angle DAF$ ，

$$\text{所以 } \angle BAE = \angle DAF = \angle EAF。$$

(2)  $\because \angle BAC = \angle BAE + \angle EAF$

$$= \angle DAF + \angle EAF = \angle EAD， \angle C = \angle D$$

$\therefore \triangle BAC \sim \triangle EAD$  (AA 相似性質)

$$\text{得 } \overline{BC} : \overline{ED} = \overline{AC} : \overline{AD}$$

$$8 : (2+2) = \overline{AC} : 3$$

$$8 : 4 = \overline{AC} : 3$$

$$4 \overline{AC} = 24， \overline{AC} = 6， \text{故 } \overline{AC} = 6。$$

## 1-4 相似形的應用

### 22 實力養成重點 1

題型① 2 : 3

題型② 4

題型③ 6

題型④ 3.2

題型⑤  $\frac{2}{3}$

• 強化練習

23 1.4 : 5 2.4 : 25

3.1 : 4

4.987 5.4.8 6.4.4

### 24 實力養成重點 2

題型① (1) 3、 $3\sqrt{2}$  ; (2)  $\frac{4}{5}$ 、 $\frac{3}{5}$ 、 $\frac{3}{4}$

題型② 9

• 強化練習

1.  $5\sqrt{3}$ 、10

2.  $\frac{5}{13}$ 、 $\frac{12}{13}$ 、 $\frac{12}{5}$

3.  $\frac{20\sqrt{3}}{3}$

### 25 隨堂基礎卷

一、選擇題

1.D 2.A 3.C 4.B 5.C

二、填充題

1. (1) 5 : 3 ; (2) 25 : 9

2.  $6\sqrt{2}$

26 3. (1) 4 : 9 ; (2) 18 ; (3) 2 : 3 ; (4) 27

4. 5

5. (1) 2 : 3 ; (2) 240

三、計算題

1. ....  $\therefore \angle A = \angle A$  (公用角)

$$\angle ABD = \angle C = 90^\circ$$

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACE$  (AA 相似性質)

$$\Rightarrow \overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CE}$$

$$x : (x+8) = 6 : 18$$

$$6x+48=18x$$

$$12x=48$$

$$x=4$$

答 : 4

### 27 每週一題

(1)  $\therefore DE$  是  $AB$  的垂直平分線  $\Rightarrow \overline{EA} = \overline{EB}$

$\therefore \triangle EAB$  為等腰三角形  $\Rightarrow \angle EAB = \angle EBA = \angle ABC$

故  $\angle AEC = \angle EAB + \angle EBA = 2\angle ABC$

(外角定理)。

(2) 依題意可知  $\angle FEH = \angle FEA = \frac{1}{2} \angle AEC$ ，

又由(1)可知  $\angle AEC = 2\angle ABC \Rightarrow \angle FEH = \angle ABC$ 。

$\therefore DE$  是  $AB$  的垂直平分線，且  $\overline{FH} \perp \overline{BC}$

$\therefore \angle EDB = \angle EHF = 90^\circ$

故  $\triangle BED \sim \triangle EFH$  (AA 相似性質)。

## 第 2 章 圓的性質

### 2-1 圓形及點、直線與圓之間的關係

#### 28 實力養成重點 1

題型① (C)

題型② (1)  $8\pi$  ; (2)  $80\pi$

題型③ (1) 50 ; (2)  $25\pi - 50$

題型④ 8

• 強化練習

1.  $6\pi$ 、 $54\pi$

2. (1) 162 ; (2)  $81\pi - 162$

3. 45

#### 29 實力養成重點 2

題型① (C)

題型②  $7 < r < 9$

題型③ (1) 3 ; (2) 9

題型④ (1)  $L_1$  ; (2)  $L_2$  ; (3)  $L_3$

#### 30 題型⑤ $L_2$ 、 $L_1$ 、 $L_3$

題型⑥ 26

題型⑦ 3

題型⑧ 12

題型⑨ 10

題型⑩ (9, 0)

• 強化練習

31 1. (1) 外 ; (2) 上 ; (3) 內

2.  $0 \leq t < 6$

3. 4、16

4. (1) 2 ; (2)  $N$

5. 10

6.  $52\pi$

7. 14

8. 3

9. (-6, 3.5)

#### 32 實力養成重點 3

題型① 9

題型② 30

題型③ (1) 145 ; (2) 168

題型④  $\frac{48}{5}$

• 強化練習

33 1.  $20\pi$  2. 5 3. 2.4

4. 15

5. 60

6.  $\frac{24}{5}$

#### 34 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. B 2. D 3. A 4. B 5. A

二、填充題

1. 20

2. (1) (D) ; (2) (C) ; (3) (A) ; (4) (B)

3. 2

#### 35 4. 7

5. (1)  $4\pi$  ; (2)  $4\pi - 8$

6. (1) 90 ; (2) 12 ; (3) 30 ; (4)  $\frac{120}{12}$

### 三、計算題

1. .... 扇形圓心角為  $360^\circ \times \frac{6\pi}{2 \times 9 \times \pi} = 120^\circ$ ,

故扇形面積  $= 9^2 \times \pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = 81\pi \times \frac{1}{3} = 27\pi$ 。

答：27π

2. .... 設半徑  $\overline{OC} = x$  公分，

因為  $\overline{AM} = 1$  公分，所以  $\overline{OM} = (x-1)$  公分。

因為圓內一弦的弦心距垂直平分此弦，  
所以  $\angle OMC = 90^\circ$ ， $\triangle OMC$  為直角三角形，

又  $\overline{CM} = \overline{CD} \div 2 = 6 \div 2 = 3$ ，

可得  $x^2 = (x-1)^2 + 3^2$

$\Rightarrow x^2 = x^2 - 2x + 1 + 9$

$\Rightarrow 2x = 10, x = 5$

故圓  $O$  的半徑 = 5 (公分)

答：5 公分

#### 36 每週一題

(1)  $\because \overline{OG}$  為  $\overline{CD}$  的弦心距，且  $\overline{AO} = \overline{BO}$

$\therefore \overline{AG} = \overline{BG}$

$\because \overline{OG}$  為  $\overline{CD}$  的弦心距

$\therefore \overline{CG} = \overline{DG}$

因此  $\overline{AG} - \overline{CG} = \overline{BG} - \overline{DG}$ ，

故  $\overline{AC} = \overline{BD}$ 。

(2) 因為四邊形  $AEFB$  為梯形，且  $O$ 、 $G$  分別為  $\overline{EF}$ 、 $\overline{AB}$  中點，

所以  $\overline{OG} = \frac{1}{2}(4+6) = 5$ ，

$\overline{CG} = \frac{1}{2} \times 24 = 12$ ，

則圓  $O$  半徑 =  $\overline{OC}$

$= \sqrt{\overline{OG}^2 + \overline{CG}^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ ，

故圓  $O$  的面積  $= 13 \times 13 \times \pi = 169\pi$ 。

### 2-2 弧與圓周角

#### 37 實力養成重點 1

題型① (1) 20；(2) 40；(3) 60

題型② 75

題型③ (1) 120；(2)  $6\pi$ 、 $4\pi$

題型④  $\frac{65\pi}{6}$

#### 38 題型⑤ 120

題型⑥ (1) 60；(2) 50

題型⑦ 250

題型⑧ (1) 90；(2) 90；(3) 80

#### ● 強化練習

1. 180 2. 60

39 3. 130 4.  $3\pi$

5.  $\frac{11\pi}{2}$

6. 65 7. 50

8. 70 9. 8

10. 60、120

#### 40 隨堂基礎卷

##### 一、選擇題

1. C 2. A 3. B 4. A 5. B

##### 二、填充題

1. (1) 360；(2) 66 2. 70 3. (1) 25；(2) 155

41 4. (1) 120；(2) 30；(3) 60

5. (1) 135；(2)  $\frac{15}{4}\pi$  6. (1) 105；(2) 75

##### 三、計算題

1. .... (1) 因為  $\overrightarrow{AB}$  切圓  $O$  於  $B$  點，  
所以  $\angle DBO = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$ 。

(2) 因為  $\angle BDO = \angle DBO = 48^\circ$ ，

所以  $\angle BOD = 180^\circ - 48^\circ - 48^\circ = 84^\circ$ 。

答：(1)  $48^\circ$ ；(2)  $84^\circ$

#### 42 每週一題

(1) 依題意可知  $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CD} : \widehat{DE} : \widehat{AE}$   
 $= \overline{PQ} : \overline{QR} : \overline{RS} : \overline{ST} : \overline{TP}$   
 $= 6 : 7 : 2 : 5 : 4$

設  $\widehat{AB} = 6r$ ， $\widehat{BC} = 7r$ ， $\widehat{CD} = 2r$ ， $\widehat{DE} = 5r$ ，  
 $\widehat{AE} = 4r$ ， $r \neq 0$ ，

則  $\angle EBD : \angle EBC = \frac{1}{2} \widehat{DE} : \frac{1}{2} \widehat{CDE}$

$= \widehat{DE} : (\widehat{CD} + \widehat{DE}) = 5r : 7r = 5 : 7$ 。

(2) 由(1)可知， $\angle EGD : \angle BFD$

$= \frac{1}{2} (\widehat{DE} + \widehat{ABC}) : \frac{1}{2} (\widehat{AE} + \widehat{BCD})$

$= (\widehat{DE} + \widehat{AB} + \widehat{BC}) : (\widehat{AE} + \widehat{BC} + \widehat{CD})$

$= (5r + 6r + 7r) : (4r + 7r + 2r)$

$= 18 : 13$

## 第 3 章 推理證明與三角形的心

### 3-1 推理與證明

#### 43 實力養成重點 1

題型① (1) ASA；(2) SAS

題型② AAS

題型③ (A)

題型④  $\overline{BC}$ 、 $\angle 2$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AC}$ 、SAS

44 題型⑤  $\angle C$ 、 $\angle E$ 、 $\overline{AE}$ 、AAS

題型⑥  $\angle CBE$ 、 $\angle DEB$ 、 $\angle DEB$

題型⑦  $\frac{24}{5}$

題型⑧  $(a+b+c)(a-b-c) = 0$

$\Rightarrow a^2 - (b+c)^2 = 0$

$\Rightarrow a^2 = (b+c)^2$

$\therefore b+c$  為  $a^2$  的因數

故  $b+c$  可以整除  $a^2$ 。

**45** 題型⑨  $a+b>0 \Rightarrow b>-a$

又  $a<0 \Rightarrow b>-a>0$

$\Rightarrow |b|=b>-a=|a|$

故  $|a|<|b|$ 。

題型⑩  $\overline{BD}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{CD}$ 、SSS

● 強化練習

1. (D)

2.  $\overline{AD}$ 、 $\angle 2$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AC}$ 、SAS

3. 16

**46** 4.  $\overline{AC}$ 、 $\overline{AD}$ 、 $\overline{AD}$ 、等腰

5.  $\frac{16}{7}$

6.  $b>a>c$ ,

7.  $\sqrt{7}$

8. (C)

9.  $5\sqrt{3}$

**47** 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. C 2. A 3. B 4. D 5. B

二、填充題

1. 90

2. 5

3. 6

**48** 4. (1) AA; (2) 2

5. (1)  $\triangle ABC$  中,  $\overline{BD}$  平分  $\angle ABC$ ;

(2)  $\overline{DE} = \overline{DF}$

6.  $\overline{BD}$ ,  $\angle DBC$ , SAS

三、計算題

1. ....  $\therefore \overline{AB} \parallel \overline{DE}$

$\therefore \angle A = \angle E$  (內錯角相等)

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle EDF$  中

$\therefore \angle A = \angle E, \angle B = \angle D$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDF$  (AA 相似性質)

又  $\overline{BC} = 2\overline{DF}$ , 故  $\overline{AB} = 2\overline{DE}$

(對應邊成比例)

2. ....  $\therefore n$  為正整數

$\therefore n$  可為偶數或奇數

(1) 當  $n$  為偶數時,  $n+1$  為奇數,  
則  $n(n+1) = \text{偶} \times \text{奇}$ , 為偶數。

(2) 當  $n$  為奇數時,  $n+1$  為偶數,  
則  $n(n+1) = \text{奇} \times \text{偶}$ , 為偶數。

故  $n(n+1)$  為偶數。

**49** 每週一題

(1) 由圖可知,  $\angle AFE = \angle BFD$  (對頂角相等),

又  $\angle 1 = \angle 2$ ,

故  $\angle 1 + \angle AFE = 90^\circ = \angle 2 + \angle BFD$ ,

因此  $\angle BDF = \angle AEF = 90^\circ$ ,

即  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 。

(2)  $\therefore \angle DAB = \angle DBA$

$\therefore \triangle ADB$  是等腰三角形, 得  $\overline{DA} = \overline{DB}$

在  $\triangle ADC$  與  $\triangle BDF$  中,

因為  $\angle ADC = \angle BDF = 90^\circ$ ,

$\angle 1 = \angle 2, \overline{DA} = \overline{DB}$ ,

所以  $\triangle ADC \cong \triangle BDF$  (ASA 全等性質)。

因此  $\overline{CD} = \overline{DF}$  (對應邊相等)。

### 3-2 三角形的外心、內心與重心

**50** 實力養成重點 1

題型① A

題型② (B)

題型③ 15

題型④ 14

題型⑤  $\frac{25}{2}$

題型⑥ (1)  $\frac{25}{8}$ ; (2)  $\frac{625}{48}$

**51** 題型⑦ (1) 60; (2) 160; (3) 140

題型⑧ 64

● 強化練習

1. (D)

2. (C)

3. 1:1:1

4. (1) 19.5; (2) 13

**52** 5. 24

6. 36

7. 5

8. (1) 50; (2) 108

9. (B)

10. 140

11. 80 或 100

**53** 實力養成重點 2

題型① (D)

題型② 1

題型③  $2 : \sqrt{3} : 1$

題型④ 24

題型⑤  $\frac{3}{2}$

題型⑥ 4

**54** 題型⑦ 3.5

題型⑧ (1) 22.5; (2) 135

題型⑨ 105

題型⑩ 30

● 強化練習

1. 6

2.  $1 : 2 : \sqrt{3}$

3. (1) 3; (2) 3

**55** 4.  $\frac{21}{4}$

5.  $4\pi$  6. 18

7. (1) 130; (2) 115

8. (1) 135; (2) 141

9. 80

**56 實力養成重點 3**

題型① 22.5

題型② (1) 2 ; (2)  $2\sqrt{7}$ 

題型③ (1) 16 ; (2) 48 ; (3) 16

題型④ (1) 5 ; (2) 10

題型⑤ 5、2

題型⑥ 60

● 強化練習 -----

**57** 1. (1) 9 ; (2) 242.  $\frac{5\sqrt{5}}{3}$ 

3. 4

4. 2 : 3

5.  $\frac{13}{3}$ 6.  $18\sqrt{3}$ 7.  $12\sqrt{3}$ **58 隨堂基礎卷**

一、選擇題

1.D 2.A 3.D 4.B 5.A

二、填充題

1. (1) 外部 ; (2) 162

2. 16

3. 130

**59** 4. 130

5. 40

6. (1) 24 ; (2) 2 ; (3) 4 : 3 : 5

7.  $\frac{10}{3}$ 

8. (1) 6 ; (2) 48 ; (3) 48

三、計算題

1. ....因  $F$  為  $\triangle ABC$  的重心  
故  $\triangle ABF$  的面積 =  $2\triangle BEF$  的面積 =  $2 \times 6 = 12$   
答 : 12

2. ....因為  $O$  為直角  $\triangle ABC$  的外心，  
所以  $\overline{OB} = \overline{OC} = \frac{1}{2} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7$ ，

因為  $G$  為直角  $\triangle ABC$  的重心，故  $\overline{OG} = \frac{1}{3} \overline{OB} = \frac{1}{3} \times 7 = \frac{7}{3}$ 。答 :  $\frac{7}{3}$ **60 每週一題**(1) 將三點以坐標形式表示為  $A(6, 8)$ 、 $B(30, 8)$ 、 $C(6, 26)$ 。

三邊長分別為 18、24、30，

又因為  $18^2 + 24^2 = 30^2$ ，所以此  $\triangle ABC$  為直角三角形。

(2) 由(1)可知三邊長分別為 18、24、30，

內切圓半徑 =  $\frac{1}{2} \times (\text{兩股和} - \text{斜邊長})$ 

$$= \frac{1}{2} \times (18 + 24 - 30) = 6$$

內切圓面積 =  $6 \times 6 \times \pi = 36\pi$ 。



# Notes

筆記欄



# Notes

筆記欄