南一

九年級上學期
第五冊

目次 CONTENTS

第 1 章　比例線段與相似形

1-1 連　比

實力養成　重點 1　連比與連比例式

1. 設 a、b、c 都是不為 0 的數，$a：b：c$ 這樣的比稱為**連比**。
2. 若 $x：y=a：b$，$y：z=b：c$，$x：z=a：c$，可以表示成 $x：y：z=a：b：c$，稱為**連比例式**。
3. 若 a、b、c 都是不為 0 的整數，且 a、b、c 三數的最大公因數是 1，則 $a：b：c$ 稱為**最簡整數比**。
4. 設 a、b、c 都是不為 0 的數，若 $x：y：z=a：b：c$，則：
   (1) $x：y：z=ka：kb：kc$，$k\neq 0$。
   (2) $\dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z}{c}$。
   (3) $x=ar$，$y=br$，$z=cr$，$r\neq 0$。

題型 1　求連比例式中的值

1. 若 $3：x：4=1：2：y$，則 $x=$ __6__，$y=$ __$\dfrac{4}{3}$__。

2. 若 $6：9：x=y：3：8$，則 $x=$ __24__，$y=$ __2__。

題型 2　連比例式性質的運用

1. 若 $x：y：z=5：3：2$，且 $x+y+z=100$，則 $x=$ __50__，$y=$ __30__，$z=$ __20__。

2. 已知 $2a：3b：4c=3：4：5$，則：
   (1) $a：b：c=$ __18：16：15__。
   (2) $(a+b-c)：c=$ __19：15__。

題型 3　由關係式求比值

設 a、b、c 均不為 0，且 $\dfrac{a}{2}=\dfrac{b}{6}=\dfrac{c}{7}$，則 $(3a+2b)：(2b+3c)$ 的比值是 __$\dfrac{6}{11}$__。

題型 4　由連比求其他相關連比

若 $(a+b)：(b+c)：(c+a)=3：4：5$，則 $a：b：c=$ __2：1：3__。

題型 5　由兩組比求相關連比 I

求下列各數的連比：
(1) 若 $5a：4c=10：8$，$3b：7c=9：14$，則 $a：b：c=$ __2：3：2__。
(2) 若 $a：3b=2：3$，$3a：c=12：5$，則 $a：b：c=$ __4：2：5__。

題型 6　由兩組比求相關連比 II

1. 若 $\dfrac{x}{7}=\dfrac{z}{6}$，$y：z=8：15$，則 $x：y：z=$ __35：16：30__。

2. 若 $2x=3y=4z$，且 x、y、z 三數皆不為 0，則 $x：y：z=$ __6：4：3__。

題型 7 連比例的圖形問題

1. 已知△ABC 的三邊長分別為 a、b、c，若 $a:b=3:5$，且 $b:c=3:4$，則 $a:b:c=$ ___9：15：20___。

2. 在△ABC 中，若 $\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{3}\overline{AC}$，$5\overline{AB}=4\overline{BC}$，且△$ABC$ 的周長為 60，則 $\overline{AB}=$ ___16___，$\overline{BC}=$ ___20___，$\overline{AC}=$ ___24___。

題型 8 連比的應用問題

已知<u>大漢游泳池</u>內分為溫水區、冷水區以及兒童區三種游泳池。若這三區的水量比為 3：5：2，而且此三區的水量總共有 1800 公秉，那麼溫水區的水量有___540___公秉，冷水區的水量有___900___公秉，兒童區的水量有___360___公秉。

強化練習

1. 求下列各比例式中 x 與 y 的值：
 (1) 若 $5:x:4=6:2:y$，則 $x=$ ___$\frac{5}{3}$___，$y=$ ___$\frac{24}{5}$___。
 (2) 若 $x:5:4=3:4:y$，則 $x=$ ___$\frac{15}{4}$___，$y=$ ___$\frac{16}{5}$___。

2. 求下列各數的連比：
 (1) 若 $8a:5b=4:3$，$2b:9c=1:3$，則 $a:b:c=$ ___5：6：4___。
 (2) 若 $3a:c=12:5$，$b:3c=7:15$，則 $a:b:c=$ ___4：7：5___。
 (3) 若 $xyz\neq 0$，$7y=2z$，$\frac{x}{4}=\frac{z}{3}$，則 $x:y:z=$ ___28：6：21___。

3. 若<u>小明</u>、<u>小英</u>與<u>阿花</u>分別為 x 歲、y 歲與 z 歲，且已知 $x:y=3:5$，$y:z=4:7$，則 $x:y:z=$ ___12：20：35___。

4. 若 $x:y:z=3:3:2$，且 $x+y+z=120$，則 $x=$ ___45___，$y=$ ___45___，$z=$ ___30___。

5. 若 $\frac{a}{7}=\frac{b}{5}=\frac{c}{3}\neq 0$，則 $(2a+3b-c):c$ 的比值是 ___$\frac{26}{3}$___。

6. 設 x、y、z 三數皆不為 0，且 $3x=4y=5z$，則 $x:y:z=$ ___20：15：12___。

7. 已知 $3a:2b:c=1:2:3$，求下列各比的比值：
 (1) $(a+2b+c):c$ 的比值是 ___$\frac{16}{9}$___。 (2) $(a+2b):(b+3c)$ 的比值是 ___$\frac{7}{30}$___。

8. 甲、乙、丙三人投資做生意。已知甲、乙、丙三人出資的比例為 2：3：4，公司的總資本為 18,000,000 元，那麼甲出資___4,000,000___元，乙出資___6,000,000___元，丙出資___8,000,000___元。

9. 設 $(a+b):(b+c):(c+a)=5:7:8$，且 $abc\neq 0$，則 $a:b:c=$ ___3：2：5___。

10. 在△ABC 中，若 $\angle A:\angle B:\angle C=3:1:2$，則 $\angle A=$ ___90___度，$\angle C=$ ___60___度。

11. 在△ABC 中，若 $8\overline{AB}=5\overline{BC}$，$3\overline{AB}=2\overline{AC}$，且△$ABC$ 的周長為 82，則 $\overline{AB}=$ ___20___，$\overline{AC}=$ ___30___。

一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

(B) 1. 已知 $a：b=3：2$，$a：c=3：11$，則 $a：b：c=$？
(A) $3：22：11$　(B) $3：2：11$
(C) $9：33：22$　(D) $11：2：3$

(B) 2. 設 $x：y：18=3：2：6$，則 $x=$？
(A) 6　(B) 9　(C) 12　(D) 15

(D) 3. 設 a、b、c 均不為 0，且 $3a=5b=2c$，則 $a：b：c=$？
(A) $3：5：2$　(B) $6：10：8$
(C) $10：6：21$　(D) $10：6：15$

(C) 4. 若 $x：y=3：4$，$y：z=2：3$，則 $x：y：z=$？
(A) $6：8：15$　(B) $6：8：9$
(C) $3：4：6$　(D) $3：4：9$

(D) 5. 已知 $x：y：z=3：8：7$，則 $6x：2y：3z=$？
(A) $6：16：14$　(B) $9：16：14$
(C) $9：16：21$　(D) $18：16：21$

二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 求下列各連比：(化為最簡整數比)
(1) $a：b=5：4$，$b：c=2：3$，則 $a：b：c=$ <u>5：4：6</u>。
(2) $a：b=7：2$，$a：c=3：1$，則 $a：b：c=$ <u>21：6：7</u>。

2. 已知 $\frac{x}{2}=\frac{y}{5}=\frac{z}{6}$，則 $x：y：z=$ <u>2：5：6</u>。

3. 已知 $a：b：c=6：10：15$。若 $a=18$，則 $b+c=$ <u>75</u>。

4. 若 $3x=4y=6z$，則 $x：y：z=$ <u>4：3：2</u>。

5. 設 $x：y=5：7$，且 $\frac{x}{3}=\frac{z}{2}$，則 $x：y：z=$ <u>15：21：10</u>。

6. 已知 a、b、c 皆不為 0，且 $2a=3b$，$3a=4c$，試問：
(1) $a:b:c=$ 12：8：9 。
(2) 若 $a+b+c=58$，則 $a=$ 24 ，$b=$ 16 ，$c=$ 18 。

7. 設 $x:17:11=12:51:y$，則 $\frac{y}{x}=$ $\frac{33}{4}$ 。

8. 已知 $x:y:z=5:2:7$，則 $(x+y):(x+z):(y+z)=$ 7：12：9 。

9. 已知三角形 ABC 中，三個內角的度數比為 3：2：1，則此三角形最大的內角度數為 90 度。

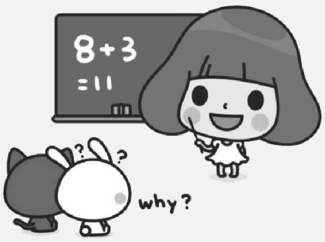
三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 已知一三角形的三邊長比為 4：3：5。若此三角形的周長為 84 公分，則三邊長分別為多少公分？

解：設三邊長為 $4k$ 公分、$3k$ 公分、$5k$ 公分，$k\neq 0$，
$4k+3k+5k=84$，$12k=84$，$k=7$，
三邊長分別為 28 公分、21 公分、35 公分。
答：28 公分、21 公分、35 公分

2. 已知大寶、二寶、小寶三人共有 940 元，且大寶錢的 3 倍是二寶錢的 4 倍；二寶錢的 4 倍是小寶錢的 5 倍，則大寶、二寶、小寶三人各有多少元？

解：設大寶有 a 元，二寶有 b 元，小寶有 c 元，
則 $3a=4b$，$4b=5c$，$a:b:c=20:15:12$。
設 $a=20k$，$b=15k$，$c=12k$，$k\neq 0$，
則 $20k+15k+12k=940$，$47k=940$，$k=20$，
故大寶有 400 元，二寶有 300 元，小寶有 240 元。
答：大寶 400 元，二寶 300 元，小寶 240 元



每週一題

創新×素養 NANi

過年期間，小文和阿茂到年貨大街採買，在某個攤位上看見有販賣 A、B、C 三種糖果，商家以每 100 公克為單位來販售，且 A、B、C 的單價比為 $6:5:3$。若小文買了 A、B、C 三種糖果，且所買的重量比為 $1:3:2$。試問：

(1)小文購買 A、B、C 所花的費用比為何？

(2)若 A、B、C 三種糖果每 100 公克實際的單價分別為 30 元、25 元、15 元，且阿茂也在同一家店用 250 元買了 A、B、C 共 1000 公克的糖果，則阿茂所買糖果的重量比為何？

解

(1) 設 A、B、C 三種糖果的價格分別為 $6r$ 元、$5r$ 元、$3r$ 元，$r\neq0$，
小文購買 A、B、C 三種糖果的重量分別為 m 公克、$3m$ 公克、$2m$ 公克，$m\neq0$，
則小文購買 A、B、C 所花的費用比為 $6r\times m:5r\times3m:3r\times2m=2:5:2$。

(2) 設阿茂購買 A、B、C 三種糖果的重量分別為 $100x$ 公克、$100y$ 公克、$100z$ 公克，由題意可知

$$\begin{cases}100x+100y+100z=1000\ldots\ldots①\\30x+25y+15z=250\ldots\ldots\ldots\ldots②\end{cases}$$

①化簡後得 $x+y+z=10$ ………③
②化簡後得 $6x+5y+3z=50$……④
④－③×3，得 $3x+2y=20$，

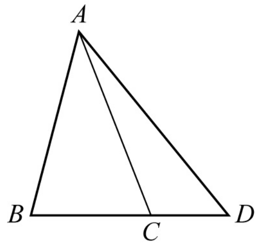
符合上式的解有 $\begin{cases}x=6\\y=1\\z=3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=4\\y=4\\z=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=2\\y=7\\z=1\end{cases}$，

則阿茂所買糖果的重量比 $100x:100y:100z=x:y:z$
為 $6:1:3$、$2:2:1$ 或 $2:7:1$。

1-2 比例線段

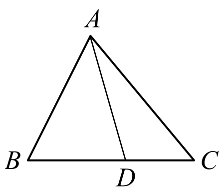
實力養成 重點 1 三角形面積與邊長的關係

▲ 兩個等高三角形的面積比等於其底邊長的比：
如右圖，已知 C 在 $\overline{BD}$ 上，則
$\triangle ABC$ 面積：$\triangle ACD$ 面積＝$\overline{BC}$：$\overline{CD}$。



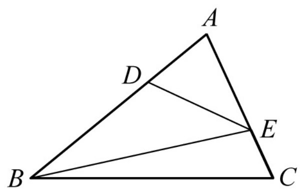
題型 1 等高三角形的面積比

如右圖，D 在 $\overline{BC}$ 上。
已知 $\overline{BD}$：$\overline{DC}$＝3：2，
且$\triangle ABC$ 面積為 10 平方公分，則$\triangle ABD$ 面積為 __6__ 平方公分，$\triangle ADC$ 面積為 __4__ 平方公分。



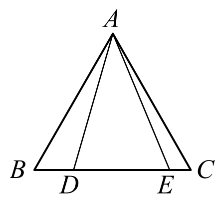
題型 2 等高三角形面積比的應用

如右圖，$\triangle ABC$ 中，
已知 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{DB}$，
且 $\overline{AE}=2\overline{EC}$，則
$\dfrac{\triangle BDE\text{ 面積}}{\triangle ABC\text{ 面積}}=$ __$\frac{4}{9}$__。

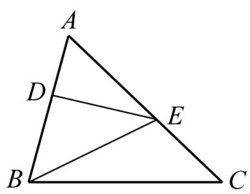


強化練習

1. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\triangle ABC$ 面積為 140 cm^2。
   (1) 若 $\overline{BC}=4\overline{BD}$，則$\triangle ABD$ 面積為 __35__ cm^2。
   (2) 若 $\overline{BC}=7\overline{CE}$，則$\triangle AEC$ 面積為 __20__ cm^2。

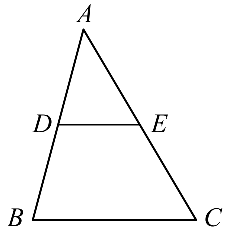


2. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AD}=\frac{2}{3}\overline{DB}$，$\overline{AE}=\frac{4}{3}\overline{EC}$，
   則 $\dfrac{\triangle BDE\text{ 面積}}{\triangle ABC\text{ 面積}}=$ __$\frac{12}{35}$__。

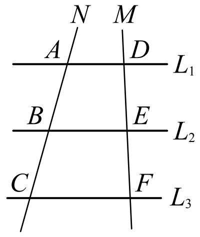


平行線截比例線段性質

1. 平行線截三角形的兩邊成比例線段：
   如右圖，$\triangle ABC$ 中，D、E 分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上。
   若 $\overline{DE}$ // $\overline{BC}$ ，則：
   (1) $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$ 。
   (2) $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AE}:\overline{AC}$ 。
   (3) $\overline{AB}:\overline{DB}=\overline{AC}:\overline{EC}$ 。
   (4) $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$ 。

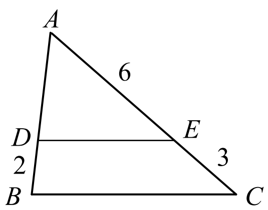


2. 如右圖，L_1 // L_2 // L_3，N、M 是它們的截線，交點為 A、B、C、D、E、F，
   則 $\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{DE}:\overline{EF}$ 。



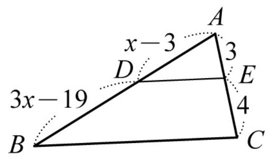
題型 1　平行線截比例線段 I

如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{DE}$ // $\overline{BC}$ 。已知 $\overline{AE}=6$，$\overline{EC}=3$，$\overline{DB}=2$，則 $\overline{AD}=$ __4__ 。



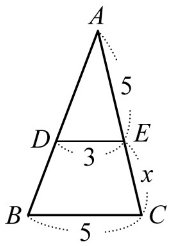
題型 2　平行線截比例線段 II

如右圖，$\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{DE}$ // $\overline{BC}$ ，則 $x=$ __9__ 。



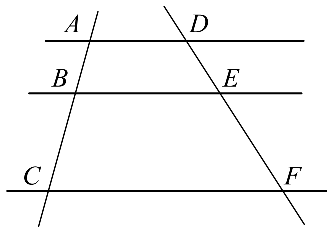
題型 3　平行線截比例線段 III

如右圖，$\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{DE}$ // $\overline{BC}$ ，則 $x=$ __$\frac{10}{3}$__ 。

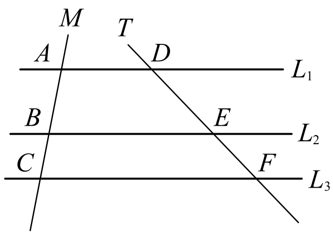


題型 4　三條平行線截比例線段 I

如右圖，已知 $\overline{AD}$ // $\overline{BE}$ // $\overline{CF}$ ，$\overline{AB}=7$ cm，$\overline{AC}=21$ cm，$\overline{DE}=(3x+2)$ cm，$\overline{EF}=(7x+2)$ cm，則 $x=$ __2__ 。

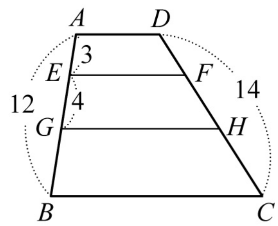


題型 5　三條平行線截比例線段 Ⅱ



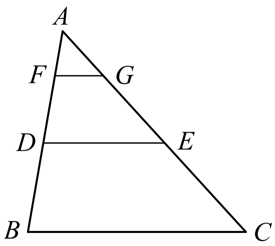
如右圖，$L_1 // L_2 // L_3$，其中 M、T 是截線。若 $\overline{AB}=9$，$\overline{EF}=8$，且 $\overline{DE}=2\overline{BC}$，則 $\overline{DE}=$ <u>12</u> 。

題型 6　三條平行線截比例線段 Ⅲ



如右圖，已知 $\overline{AD} // \overline{EF} // \overline{GH} // \overline{BC}$。若 $\overline{AB}=12$，$\overline{AE}=3$，$\overline{EG}=4$，$\overline{CD}=14$，則 $\overline{DF}=$ <u>$\frac{7}{2}$</u>，$\overline{CH}=$ <u>$\frac{35}{6}$</u> 。

題型 7　平行線截比例線段的應用 Ⅰ

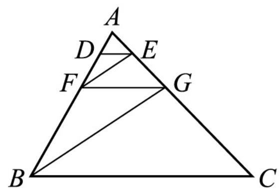


如右圖，已知 $\overline{FG} // \overline{DE} // \overline{BC}$，$\overline{AF}=2$，$\overline{FD}=3$，$\overline{DB}=4$。

(1) 若 $\overline{AC}=12$，則 $\overline{AG}+\overline{EC}=$ <u>8</u>，$\overline{GE}=$ <u>4</u> 。

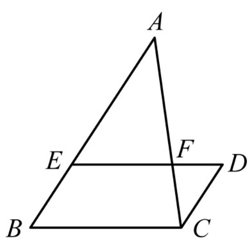
(2) 若 $\overline{BC}=9$，則 $\overline{FG}=$ <u>2</u>，$\overline{DE}=$ <u>5</u> 。

題型 8　平行線截比例線段的應用 Ⅱ



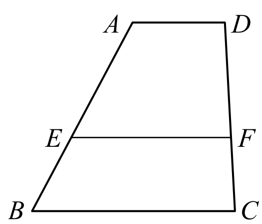
如右圖，$\overline{DE} // \overline{FG} // \overline{BC}$，$\overline{EF} // \overline{BG}$。若 $\overline{AD}:\overline{DF}=3:5$，則 $\overline{AE}:\overline{AC}=$ <u>9：64</u> 。

題型 9　平行線截比例線段的應用 Ⅲ



如右圖，△ABC 中，$\overline{AE}=2\overline{BE}$，$\overline{BC}=9$。已知四邊形 $BCDE$ 為平行四邊形，$\overline{DE}$ 交 $\overline{AC}$ 於 F 點，則 $\overline{DF}=$ <u>3</u> 。

題型 10　三條平行線截比例線段的應用



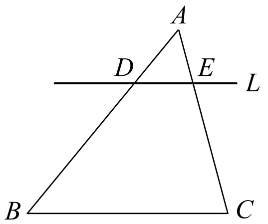
如右圖，四邊形 $ABCD$ 是梯形，$\overline{AD} // \overline{EF} // \overline{BC}$，$\overline{AE}:\overline{EB}=3:2$。若 $\overline{AD}=4$ 公分，$\overline{BC}=9$ 公分，則 $\overline{EF}=$ <u>7</u> 公分。

強化練習

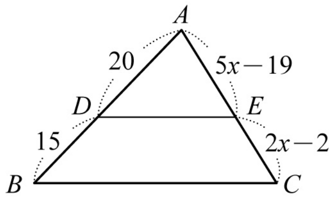
1. 如下圖(一)，$L \,//\, \overline{BC}$。若 $\overline{AE} = \frac{8}{5}$，$\overline{EC} = 4$，$\overline{DB} = 5$，則 $\overline{AD} =$ 2 。

2. 如下圖(二)，$\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{DE} \,//\, \overline{BC}$，則 $\overline{AE} - \overline{EC} =$ 4 。

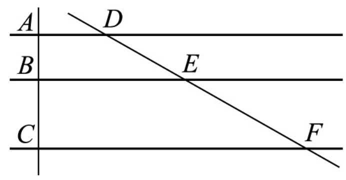
3. 如下圖(三)，$\overline{AD} \,//\, \overline{BE} \,//\, \overline{CF}$。若 $\overline{AB} = 2$，$\overline{BC} = 3$，$\overline{DE} = x+3$，$\overline{EF} = x+5$，則 $x=$ 1 。



圖(一)



圖(二)

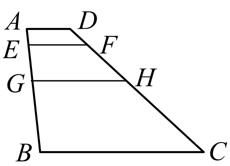


圖(三)

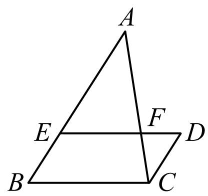
4. 如下圖(四)，若 $\overline{AD} \,//\, \overline{EF} \,//\, \overline{GH} \,//\, \overline{BC}$，$\overline{AE} = 2$，$\overline{EG} = 4$，$\overline{DC} = 24$，$\overline{HC} = 14$，則 $\overline{BG} =$ 8.4 。

5. 如下圖(五)，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB} = 3\overline{BE}$，$\overline{BC} = 15$。已知四邊形 $BCDE$ 為平行四邊形，$\overline{DE}$ 交 $\overline{AC}$ 於 F 點，則 $\overline{DF} =$ 5 。

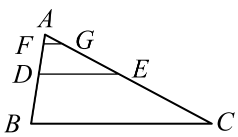
6. 如下圖(六)，已知 $\overline{FG} \,//\, \overline{DE} \,//\, \overline{BC}$，$\overline{AF} = 1$，$\overline{FD} = 3$，$\overline{DB} = 5$，$\overline{BC} = 18$，則 $\overline{FG} =$ 2 ，$\overline{DE} =$ 8 。



圖(四)



圖(五)

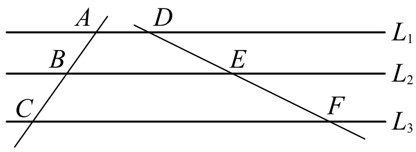


圖(六)

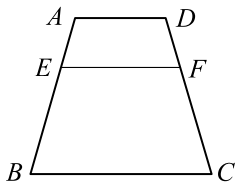
7. $\triangle ABC$ 中，已知 D、E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{DE} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 。若 $\overline{AD}=3x-3$，$\overline{BD}=3x+1$， $\overline{DE}$ ： $\overline{BC}=3：7$，則 $x=$___5___。

8. $\triangle ABC$ 中，已知 D、E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{DE} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 。若 $\overline{AD}=x-3$，$\overline{BD}=x-1$， $\overline{BC}=x-2$， $\overline{DE}=3$，則 $\overline{AB}=$___14___。

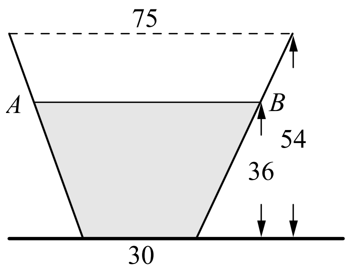
9. 如右圖，$L_1 \mathbin{/\!/} L_2 \mathbin{/\!/} L_3$。若 $\overline{AB}=\sqrt{7}-1$，$\overline{EF}=\sqrt{7}+1$，且 $\overline{DE}=\overline{BC}+1$，則 $\overline{DE}=$___3___。



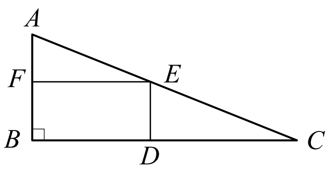
10. 如右圖，$ABCD$ 為梯形， $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{EF} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 。若 $\overline{AD}=10$，$\overline{BC}=20$， $\overline{AE}$ ： $\overline{EB}=1：2$，則 $\overline{EF}=$___$\frac{40}{3}$___。



11. 右圖為一梯形水桶的剖面圖，下底寬 30 公分，上底開口寬 75 公分，桶高 54 公分。若桶內盛水高 36 公分，則水面寬 $\overline{AB}$ 為___60___公分。

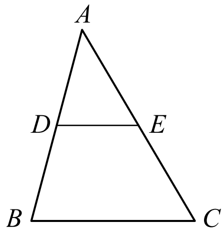


12. 如右圖，四邊形 $BDEF$ 為矩形， $\overline{BD}$ ： $\overline{DE}=2：1$，且 $\overline{AB}=5$， $\overline{BC}=12$，則 $\overline{BF}=$___$\frac{30}{11}$___。



由比例線段判別平行線

1. 三角形中，平行線的判別：

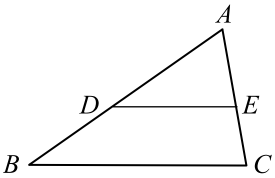


如右圖，△ABC 中，D、E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上。
如果下面三個比例式有一個成立，則 $\overline{DE}$ // $\overline{BC}$ 。
(1) $\overline{AD}$ ： $\overline{DB}$ ＝ $\overline{AE}$ ： $\overline{EC}$ 。
(2) $\overline{AD}$ ： $\overline{AB}$ ＝ $\overline{AE}$ ： $\overline{AC}$ 。
(3) $\overline{AB}$ ： $\overline{DB}$ ＝ $\overline{AC}$ ： $\overline{EC}$ 。

2. 三角形兩邊中點連線平行於第三邊，且此線段長為第三邊長度的一半。

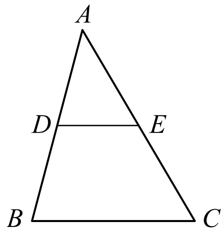
題型 1 由比例線段判別平行線

如右圖，△ABC 中，已知 $\overline{AD}$ ： $\overline{AB}$ ＝ $\overline{AE}$ ： $\overline{AC}$ ，∠A＝65°，∠C＝80°，則∠ADE＝__35__度。



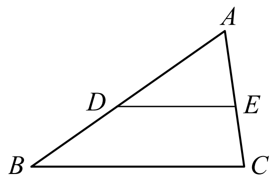
題型 2 三角形兩邊中點連線性質

如右圖，△ABC 中，D、E 兩點分別是 $\overline{AB}$ 及 $\overline{AC}$ 的中點。若 $\overline{BC}$ ＝6，則 $\overline{DE}$ ＝__3__。

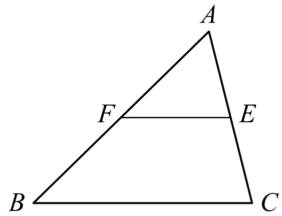


強化練習

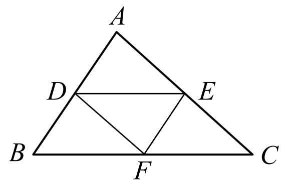
1. 如右圖，△ABC 中，已知 $\overline{AB}$ ： $\overline{DB}$ ＝ $\overline{AC}$ ： $\overline{EC}$ ，∠B＝35°，∠A＝63°，則∠AED＝__82__度。



2. 如右圖，△ABC 中，F、E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{AF}$ ＝ $\overline{BF}$ ， $\overline{AE}$ ＝ $\overline{EC}$ 。若 $\overline{EF}$ ＝5，則 $\overline{BC}$ ＝__10__。

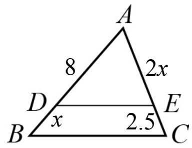


3. 如右圖，有一三角形的荷花池 ABC，取三邊中點 D、E、F，建三座橋 $\overline{DE}$ 、 $\overline{DF}$ 、 $\overline{EF}$ 。已知橋的長度 $\overline{DE}$ ＝6 公尺， $\overline{DF}$ ＝5 公尺， $\overline{EF}$ ＝4 公尺，那麼此三角形荷花池的周長為__30__公尺。



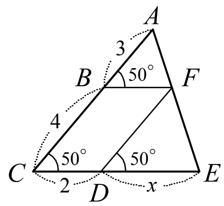
一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

(A) 1. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{DE}\,//\,\overline{BC}$，且 $\overline{AD}=8$，$\overline{BD}=x$，$\overline{AE}=2x$，$\overline{CE}=2.5$，則 $\overline{BD}$ 為何？
(A) $\sqrt{10}$　(B) 3　(C) $\sqrt{15}$　(D) 5



(C) 2. 承第 1.題，試問 $\overline{AE}$ 為何？
(A) $3\sqrt{10}$　(B) 3　(C) $2\sqrt{10}$　(D) 5

(D) 3. 如右圖，試問下列選項何者正確？
(A) $\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{AF}:\overline{FE}$　(B) $\overline{AF}:\overline{FE}=\overline{CD}:\overline{DE}$
(C) $\overline{AC}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{FE}$　(D) 以上皆是

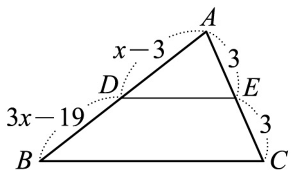


(B) 4. 承第 3.題，試問 $\overline{AF}:\overline{FE}=$？
(A) 1：2　(B) 3：4　(C) 3：2　(D) 2：3

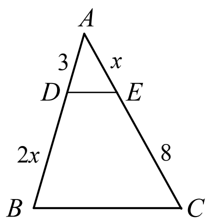
(D) 5. 承第 3.題，已知 $\overline{DE}$ 的長度為 x，則 $x=$？
(A) 3　(B) $\dfrac{10}{3}$　(C) $\dfrac{5}{2}$　(D) $\dfrac{8}{3}$

二、填充題：每格 5 分，共 55 分

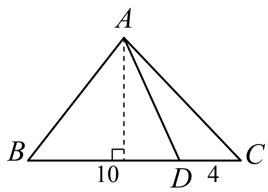
1. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{DE}\,//\,\overline{BC}$，則 $x=$ __8__ 。



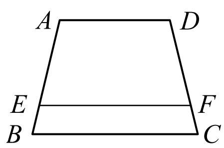
2. 如右圖，已知 $\overline{DE}\,//\,\overline{BC}$，且 $\overline{AD}=3$，$\overline{AE}=x$，$\overline{BD}=2x$，$\overline{EC}=8$，則 $x=$ __$2\sqrt{3}$__ 。



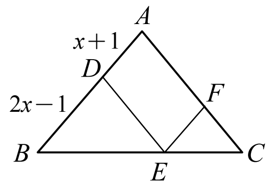
3. 在$\triangle ABC$ 中，D 為 $\overline{BC}$ 上一點。若 $\overline{BD}=10$，$\overline{CD}=4$，則：
(1) $\triangle ABD$ 面積：$\triangle ACD$ 面積＝__5：2__ 。
(2) $\triangle ABD$ 面積：$\triangle ABC$ 面積＝__5：7__ 。



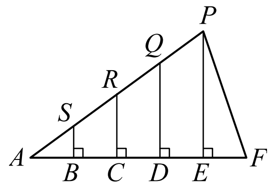
4. 如右圖，$ABCD$ 為等腰梯形，且 $\overline{AD}\,//\,\overline{EF}\,//\,\overline{BC}$ 。
若 $\overline{AE}:\overline{EB}=3:1$，$\overline{AB}=8$ cm，則 $\overline{FC}=$ __2__ cm。



5. 如右圖，若 $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{AC}$，$\overline{EF} \,/\!/\, \overline{AB}$，$\overline{AF}$：$\overline{FC}$＝5：3，
且 $\overline{AD}$＝$x+1$，$\overline{BD}$＝$2x-1$，則：
(1) $\overline{BE}$：$\overline{EC}$＝__5：3__。
(2) $\overline{BD}$：$\overline{AD}$＝__5：3__。
(3) x＝__8__。

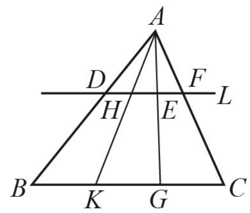


6. 如右圖，$\overline{AP}$ 上有 Q、R、S 三點。若 $\overline{AB}$＝$\overline{BC}$＝$\overline{CD}$＝$\overline{DE}$＝$\overline{EF}$，
且 $\overline{PE}$＝8，則：
(1) $\overline{AB}$：$\overline{AE}$＝__1：4__。
(2) $\overline{SB}$＝__2__。
(3) △ABS 面積：△PEF 面積＝__1：4__。



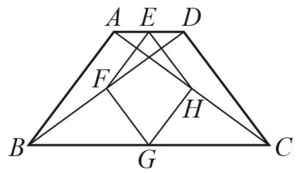
三、計算題：共 20 分

1. 如右圖，直線 $L \,/\!/\, \overline{BC}$，已知 $\overline{AD}$：$\overline{BD}$＝2：3，則：
(1) 在△ABK 中，$\overline{AH}$：$\overline{AK}$＝？　(5 分)
(2) 在△AKG 中，$\overline{HE}$：$\overline{KG}$＝？　(5 分)



解：(1) 在△ABK 中，$\overline{AH}$：$\overline{AK}$＝$\overline{AD}$：$\overline{AB}$＝2：5。
(2) 在△AKG 中，$\overline{HE}$：$\overline{KG}$＝$\overline{AH}$：$\overline{AK}$＝2：5。
答：(1) 2：5；(2) 2：5

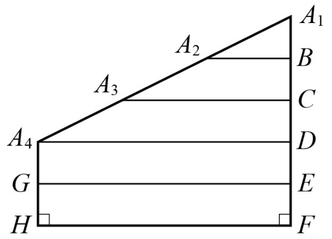
2. 如右圖，等腰梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$，$\overline{AB}$＝$\overline{CD}$＝12。
若 E、F、G、H 分別為 $\overline{AD}$、$\overline{BD}$、$\overline{BC}$、$\overline{AC}$ 的中點，則：
(1) 在△ABD 中，$\overline{EF}$＝？　(5 分)
(2) 在△DBC 中，$\overline{FG}$＝？　(5 分)



解：(1) 在△ABD 中，因為 $\overline{DE}$：$\overline{AD}$＝$\overline{DF}$：$\overline{BD}$＝1：2，所以 $\overline{EF} \,/\!/\, \overline{AB}$，
又 $\overline{DE}$：$\overline{AD}$＝1：2＝$\overline{EF}$：12，故 $\overline{EF}$＝12÷2＝6。
(2) 在△DBC 中，因為 $\overline{BF}$：$\overline{BD}$＝$\overline{BG}$：$\overline{BC}$＝1：2，所以 $\overline{FG} \,/\!/\, \overline{CD}$，
又 $\overline{BF}$：$\overline{BD}$＝1：2＝$\overline{FG}$：12，故 $\overline{FG}$＝12÷2＝6。
答：(1) 6；(2) 6

每週一題

南一百貨公司內，有一個電扶梯下方規劃親子閱讀區，設置如右圖的書櫃，已知 B、C、D、E 為 $\overline{A_1F}$ 等分點，$\overline{A_1F}$ 、 $\overline{A_4H}$ 分別垂直 $\overline{HF}$ 於 F、H，且 $\overline{BA_2}$ 、 $\overline{CA_3}$ 、 $\overline{DA_4}$ 都與 $\overline{FH}$ 平行，試回答下列問題：



(1) $\overline{A_1A_2}:\overline{A_2A_3}:\overline{A_3A_4}=$？

(2) 若擺放書量與櫃子的寬度成正比，且 $\overline{CA_3}$ 那層可擺到 200 本書，則 $\overline{FH}$ 那層是否可擺 500 本書？(假設書本厚度都一樣)

$\boxed{解}$

(1) 因為 $\overline{BA_2}$ 、 $\overline{CA_3}$ 、 $\overline{DA_4}$ 都與 $\overline{FH}$ 平行，即 $\overline{BA_2}\,//\,\overline{CA_3}\,//\,\overline{DA_4}$ ，

又 B、C、D、E 為 $\overline{A_1F}$ 等分點，

所以 $\overline{A_1A_2}:\overline{A_2A_3}:\overline{A_3A_4}=\overline{A_1B}:\overline{BC}:\overline{CD}=1:1:1$。

(2) 由題意可知，

四邊形 $DFHA_4$ 為矩形$\Rightarrow\overline{FH}=\overline{DA_4}\Rightarrow\overline{FH}$ 可擺書量即 $\overline{DA_4}$ 可擺書量

由(1)$\triangle A_1A_4D$ 中，$\overline{DA_4}:\overline{CA_3}=\overline{A_4A_1}:\overline{A_3A_1}=3:2$，

$\Rightarrow\overline{DA_4}$ 那層可擺書量為 $200\times\dfrac{3}{2}=300$(本)，亦即 $\overline{FH}$ 那層可擺 300 本，

故不能擺到 500 本。

1-3 相似形

實力養成 重點 1 縮放圖形與比例線段

▲ 圖形縮放的性質：

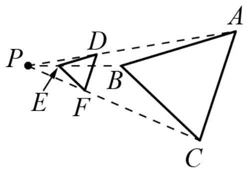
(1) 一線段經過縮放為 k 倍後，若新線段與原線段不在同一直線上，其新線段與原線段會平行。

(2) 一線段經過縮放為 k 倍後，其新線段的長度是原線段的 k 倍。

(3) 一角經過縮放後，其新的角和原角的度數相等。

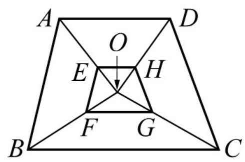
題型 1　比例線段性質作縮放

右圖中，D、E、F 三點是以 P 點為中心，分別將 A、B、C 三點與 P 點的距離縮小為 $\frac{1}{3}$ 倍的點。若 $\angle ACB=65°$，$\angle DEF=60°$，則 $\angle EDF=$ ＿55＿度。



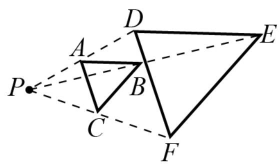
題型 2　比例線段性質作縮放的應用

如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AO}$、$\overline{BO}$、$\overline{CO}$、$\overline{DO}$ 分別為 $\overline{EO}$、$\overline{FO}$、$\overline{GO}$、$\overline{HO}$ 的 3 倍，則四邊形 $ABCD$ 的周長為四邊形 $EFGH$ 周長的 ＿3＿倍。

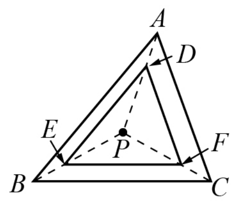


強化練習

1. 右圖中，D、E、F 三點是以 P 點為中心，分別將 A、B、C 三點與 P 點的距離放大為 2 倍的點。若 $\angle BAC=70°$，$\angle EFD=60°$，則 $\angle ABC=$ ＿50＿度。



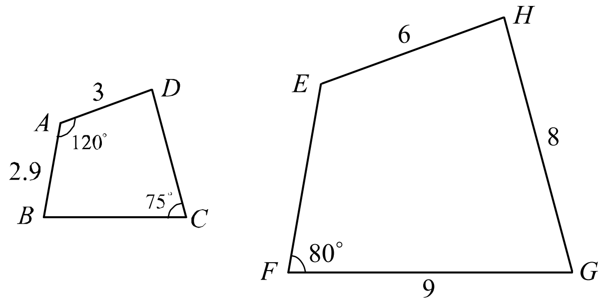
2. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AP}$、$\overline{BP}$、$\overline{CP}$ 分別為 $\overline{AD}$、$\overline{BE}$、$\overline{CF}$ 的 3 倍，則 $\triangle DEF$ 的周長為 $\triangle ABC$ 周長的 ＿$\frac{2}{3}$＿倍。



▲ **相似多邊形**：兩個邊數相同的多邊形，若它們的對應角相等，且對應邊成比例，則這兩個多邊形會相似。

題型 1　求相似形的對應邊、對應角

如下圖，設四邊形 $ABCD$～四邊形 $EFGH$，則：



(1) $\angle B=$ 80 度。

(2) $\angle H=$ 85 度。

(3) $\overline{AB}:\overline{EF}=$ 1：2 。

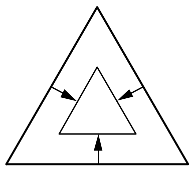
(4) $\overline{EF}=$ 5.8 。

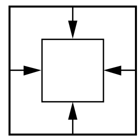
(5) $\overline{CD}=$ 4 。

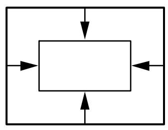
題型 2　相似形的判斷

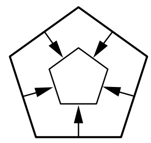
下列各圖形的各邊分別往內縮減 1 單位長後，得到另一個較小的圖形，則下列何者的新圖形和原圖形<u>不相似</u>？

答：(C)。

(A)

(正三角形)

(B)

(正方形)

(C)

(長方形)

(D)

(正五邊形)

題型 3　求相似形的周長

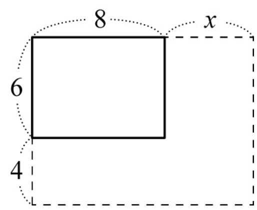
將邊長 10 公分的正方形放在影印機上，以 120%的放大倍率連續放大兩次後，所得新的正方形周長為多少公分？

(A) 14.4　(B) 4.8
(C) 48.4　(D) 57.6

答：(D)。

題型 4　求相似形的對應邊

右圖矩形的長為 8 cm，寬為 6 cm。若將寬增加 4 cm，那麼長要增加 x cm，才能使所得新的矩形與原矩形相似，則 $x=\frac{16}{3}$ 。



強化練習

1. 設五邊形 $ABCDE$ 和五邊形 $A'B'C'D'E'$ 相似，且 A、B、C、D、E 的對應點依次為 A'、B'、C'、D'、E'。已知 $\overline{AB}=5$，且它的對應邊 $\overline{A'B'}=20$。

   (1) 若 $\overline{C'D'}=5$，則 $\overline{C'D'}$ 的對應邊 $\overline{CD}=$ 1.25 。

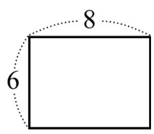
   (2) 若 $\angle A=80°$，則 $\angle A$ 的對應角 $\angle A'=$ 80 度。

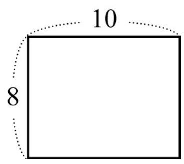
2. 已知四邊形 $ABCD\sim$四邊形 $A'B'C'D'$，

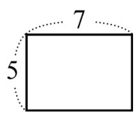
   (1) 若 $\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CD}:\overline{DA}=2:3:5:4$，且 $\overline{B'C'}=12$，則四邊形 $A'B'C'D'$ 的周長 $=$ 56 。

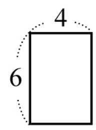
   (2) 若 $\angle A=90°$，$\angle C'=65°$，$\angle D=60°$，則 $\angle B'=$ 145 度。

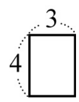
3. 右圖是一個長為 8，寬為 6 的矩形。試問下列哪一個選項中的矩形與這個矩形相似？ 答： (D) 。



(A)


(B)


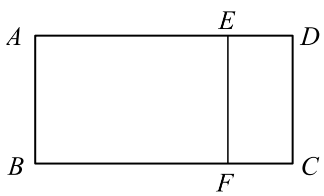
(C)


(D)


4. 將邊長 4 公分的正方形放在影印機上，以 150%的放大倍率連續放大兩次後，所得新的正方形面積為 81 平方公分。

5. 將一個長為 10 公尺，寬為 7 公尺的長方形花園，沿著四周開闢一條寬 2 公尺的通路，則剩下的長方形花園與原長方形花園會是何種關係？
   (A) 相似　(B) 不相似　(C) 全等　(D) 無法判別
   答： (B) 。

6. 如右圖，矩形 $ABCD\sim$矩形 $CFED$。若 $\overline{AB}=6$ cm，$\overline{AD}=12$ cm，則 $\overline{BF}=$ 9 cm。



實力養成　重點 3　相似三角形的判別

▲ 相似三角形的判別：

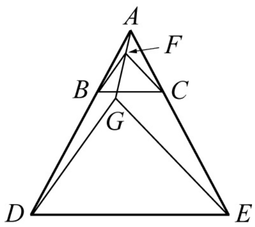
(1) SSS 相似性質：$\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，若 $\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{EF}=\overline{AC}:\overline{DF}$，則 $\triangle ABC\sim\triangle DEF$。

(2) SAS 相似性質：$\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，若 $\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{DF}$，$\angle A=\angle D$，則 $\triangle ABC\sim\triangle DEF$。

(3) AA 相似性質：$\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，若 $\angle A=\angle D$，$\angle B=\angle E$，則 $\triangle ABC\sim\triangle DEF$。

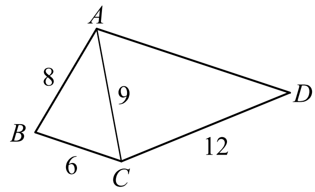
題型 1　　*SSS* 相似

如右圖，G 為 $\triangle ADE$ 內任一點。若 $\overline{AB}:\overline{BD}=\overline{AF}:\overline{FG}=\overline{AC}:\overline{CE}=1:2$，則 $\triangle BCF$ 周長：$\triangle DEG$ 周長＝__1：3__。



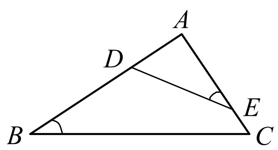
題型 2　　*SAS* 相似

如右圖，已知 $\angle B=\angle ACD$，$\overline{AB}=8$ cm，$\overline{BC}=6$ cm，$\overline{AC}=9$ cm，$\overline{CD}=12$ cm，則 $\overline{AD}=$__13.5__cm。



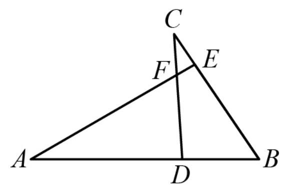
題型 3　　*AA* 相似

如右圖，$\triangle ABC$ 中，已知 $\angle AED=\angle B$。若 $\overline{AD}=4$ 公分，$\overline{BD}=8$ 公分，$\overline{AE}=6$ 公分，則 $\overline{CE}=$__2__公分。



題型 4　　*SAS* 相似的應用

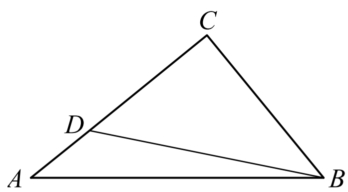
如右圖，若 $\overline{AD}=4$，$\overline{BD}=2$，$\overline{AE}=5$，$\overline{BE}=3$，$\overline{CE}=1$，則 $\overline{CD}=$__$\frac{10}{3}$__。



強化練習

1. $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，已知 $\angle A=\angle D$，$\angle B=\angle E$，$\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=5$，$\overline{CA}=6$，$\overline{DE}=4.5$，則 $\triangle DEF$ 周長為__21__。

2. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，D 為 $\overline{AC}$ 上一點。若 $\angle DBC=\angle A$，$\overline{BC}=\sqrt{6}$，$\overline{AC}=3$，則 $\overline{CD}=$__2__。



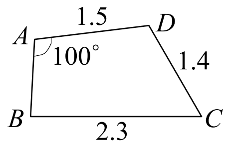
一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

(B) 1. 如下圖(一)、(二)，四邊形 $ABCD$～四邊形 $EFGH$。若 $\overline{AD}=1.5$，$\overline{BC}=2.3$，$\overline{CD}=1.4$，$\angle A=100^\circ$，$\overline{EH}=3$，$\overline{EF}=2$，$\angle G=60^\circ$，則 $\overline{GH}=$？

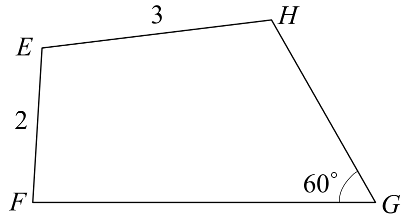
(A) 2.6　(B) 2.8　(C) 4　(D) 4.6

(D) 2. 承第 1.題，$\angle C=$？

(A) 120°　(B) 100°　(C) 80°　(D) 60°



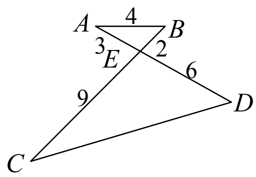
圖(一)



圖(二)

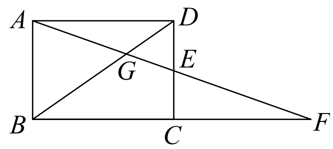
(C) 3. 如右圖，$\overline{AD}$ 與 $\overline{BC}$ 交於 E 點。若 $\overline{AB}=4$，$\overline{AE}=3$，$\overline{BE}=2$，$\overline{CE}=9$，$\overline{DE}=6$，則 $\overline{CD}=$？

(A) 8　(B) 10　(C) 12　(D) 14



(A) 4. 如右圖，$ABCD$ 為長方形。若延長 $\overline{BC}$ 至 F 點，連 $\overline{AF}$ 交 $\overline{BD}$ 於 G 點，則$\triangle CEF$ 與下列何者相似？

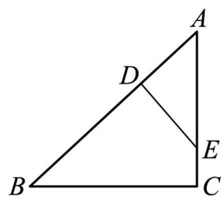
(A) $\triangle ABF$　(B) $\triangle AGD$　(C) $\triangle GED$　(D) $\triangle ABG$



(C) 5. 如右圖，若 $\overline{AD}=2$，$\overline{AE}=3$，$\overline{AB}=6$，$\overline{AC}=4$，則$\triangle ADE$～$\triangle ACB$ 是根據何種相似性質？

(A) AA　(B) SSS

(C) SAS　(D) SSA

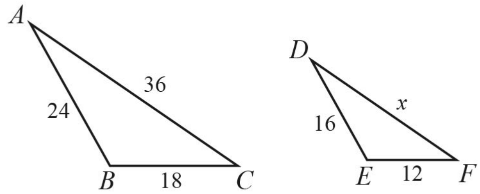


二、填充題：每格 5 分，共 60 分

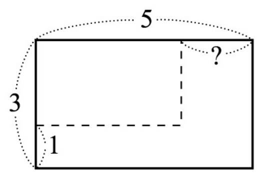
1. 已知$\triangle ABC$ 是$\triangle DEF$ 的放大圖，則：

(1) $x=$ __24__ 。

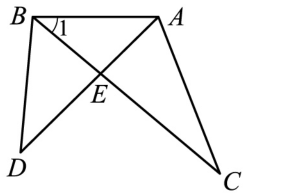
(2)$\triangle DEF$ 是$\triangle ABC$ 的 __$\frac{2}{3}$__ 倍縮小圖。



2. 右圖是長、寬分別為 5 cm、3 cm 的長方形，若將寬減少 1 cm，則長最少要減 __$\frac{5}{3}$__ cm，所得的長方形才會與原長方形相似。

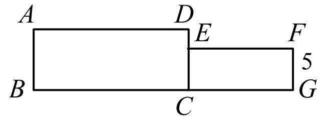


3. 如右圖，已知 $\overline{AD}$ 與 $\overline{BC}$ 相交於 E 點，其中 $\angle 1=\angle D$，依據 ___AA___ 相似性質，可知 $\triangle ABE$ 與 $\triangle ADB$ 相似。



4. 承第 3.題，若 $\overline{AE}=3.5$，$\overline{AB}=5$，則 $\overline{AD}=$ ___$\frac{50}{7}$___。

5. 如右圖，已知長方形 $ABCD\sim$ 長方形 $ECGF$，且 $\overline{DE}=x$，$\overline{FG}=5$，且 $\overline{AD}:\overline{CG}=10:7$，則：



(1) $\overline{CD}=$ ___$\frac{50}{7}$___。

(2) $x=$ ___$\frac{15}{7}$___。

6. 已知坐標平面上，$\triangle ABC$ 是 $\triangle DEF$ 放大為 k 倍的相似三角形。若 $A(12,0)$、$B(12,-6)$、$C(-6,12)$、$D(4,-2)$、$E(-2,4)$、$F(4,0)$，則 $k=$ ___3___。

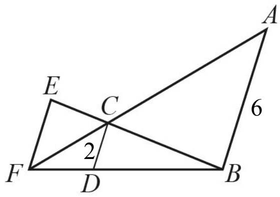
7. 如右圖，已知 $\overline{AB}\,//\,\overline{CD}\,//\,\overline{EF}$。若 $\overline{AB}=6$、$\overline{CD}=2$，試求：

(1) $\overline{DF}:\overline{BF}=$ ___1 : 3___。

(2) $\overline{BD}:\overline{BF}=$ ___2 : 3___。

(3) $\overline{CD}:\overline{EF}=$ ___2 : 3___。

(4) $\overline{EF}=$ ___3___。

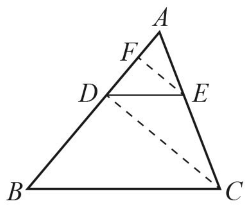


三、計算題：共 15 分

1. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{DE}\,//\,\overline{BC}$，$\overline{EF}\,//\,\overline{CD}$。若 $\overline{AF}=16$，$\overline{AD}=40$，則：

(1) $\overline{AE}:\overline{AC}=$? (5 分)

(2) $\overline{AB}=$? (5 分)



解：(1) 在 $\triangle ADC$ 中，$\overline{AF}:\overline{AD}=\overline{AE}:\overline{AC}$，

可得 $16:40=\overline{AE}:\overline{AC}$，

故 $\overline{AE}:\overline{AC}=2:5$。

(2) 在 $\triangle ABC$ 中，$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AE}:\overline{AC}=2:5$，

$\Rightarrow 40:\overline{AB}=2:5$

$\Rightarrow \overline{AB}=100$

答：(1) 2 : 5；(2) 100

2. 如右圖，$\triangle ABC$ 與 $\triangle AED$ 相似。若 $\angle C=90°$、$\angle DEC=125°$，則 $\angle B=$? (5 分)

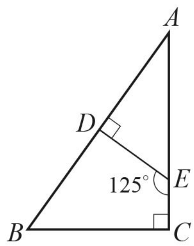
解：因為 $\triangle ABC$ 與 $\triangle AED$ 相似，

所以 $\angle B=\angle DEA$，

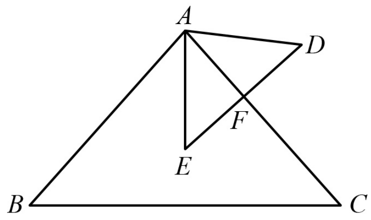
又 $\angle DEA+125°=180°$，

故 $\angle B=\angle DEA=180°-125°=55°$

答：55°



如右圖，已知$\angle C=\angle D$，$\angle BAE=\angle DAF$，$\triangle AEF\cong\triangle ADF$，且$\overline{AE}=\overline{AD}=3$，$\overline{EF}=\overline{DF}=2$，試回答下列問題：



(1) 說明$\angle BAE=\angle DAF=\angle EAF$。

(2) 若$\overline{BC}=8$，則$\overline{AC}=$?

$\boxed{解}$

(1) $\because\ \triangle AEF\cong\triangle ADF$

$\therefore\ \angle EAF=\angle DAF$

又因為$\angle BAE=\angle DAF$，所以$\angle BAE=\angle DAF=\angle EAF$。

(2) $\because\ \angle BAC=\angle BAE+\angle EAF=\angle DAF+\angle EAF=\angle EAD$，$\angle C=\angle D$

$\therefore\ \triangle BAC\sim\triangle EAD$ (AA 相似性質)

得$\overline{BC}:\overline{ED}=\overline{AC}:\overline{AD}$

$8:(2+2)=\overline{AC}:3$

$8:4=\overline{AC}:3$

$4\overline{AC}=24$

$\overline{AC}=6$

故$\overline{AC}=6$。

1-4 相似形的應用

實力養成 重點 1 相似三 S 角形的性質

▲ 相似三角形的性質：

(1) 對應高的比＝對應邊長的比。

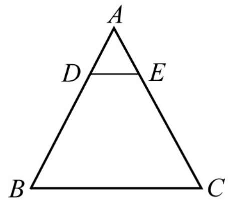
(2) 面積的比＝對應邊平方的比。

題型 1 對應邊與高的比

已知△ABC～△$A'B'C'$，且 $\overline{AB}$ ： $\overline{A'B'}$ ＝ 2：3。若 $\overline{AE}$ 為 $\overline{BC}$ 上的高，$\overline{A'E'}$ 為 $\overline{B'C'}$ 上的高，則 $\overline{AE}$ ： $\overline{A'E'}$ ＝__2：3__。

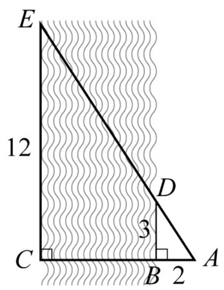
題型 2 面積＝邊長平方比

如右圖，$\overline{DE}$ // $\overline{BC}$ 。若 $\overline{AD}$ ： $\overline{AB}$ ＝2：7，且△ABC 面積為 49 cm^2，則△ADE 面積為__4__cm^2。



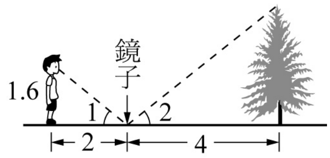
題型 3 三角形的測量 I

如右圖，祖生設計兩個直角三角形來測量河寬 $\overline{BC}$ 。若 $\overline{AB}$ ＝2 公尺，$\overline{BD}$ ＝3 公尺，$\overline{CE}$ ＝12 公尺，則河寬 $\overline{BC}$ 為__6__公尺。



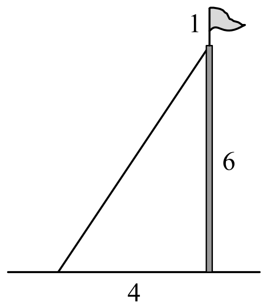
題型 4 三角形的測量 II

如右圖，創創想測量樹高，他先在樹的西方 4 公尺處的地面上平放一面鏡子，再由鏡子西方 2 公尺處向鏡子看，透過光的反射看到了樹梢。根據光的反射定律，知道∠1＝∠2。若創創的身高為 1.6 公尺，則樹高為__3.2__公尺。



題型 5 三角形的測量 III

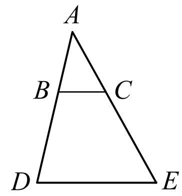
如右圖，一根竹竿長 6 公尺，當時的影子長 4 公尺。若同一時間，在竹竿頂端插一支旗子，且旗子高出竹竿頂 1 公尺，則旗子的影子長為 $\frac{2}{3}$ 公尺。



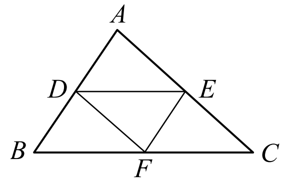
強化練習

1. 已知△ABC∼△$A'B'C'$，$\overline{AH}$ 為 $\overline{BC}$ 上的高，$\overline{A'H'}$ 為 $\overline{B'C'}$ 上的高。若 $\overline{BC}=16$，$\overline{B'C'}=20$，則 $\overline{AH}:\overline{A'H'}=$ __4：5__ 。

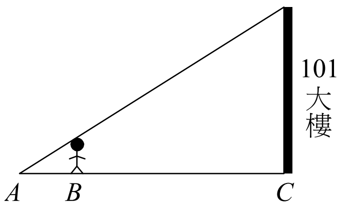
2. 如右圖，△ADE 中，$\overline{BC}\,//\,\overline{DE}$，且 $\overline{AC}:\overline{AE}=2:5$，則△$ABC$ 面積：△ADE 面積＝ __4：25__ 。



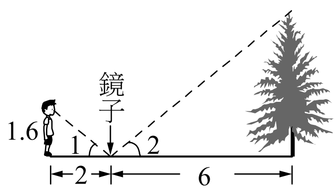
3. 如右圖，D、E、F 分別為三邊長 $\overline{AB}$、$\overline{CA}$、$\overline{BC}$ 的中點，則△DEF 面積：△ABC 面積＝ __1：4__ 。



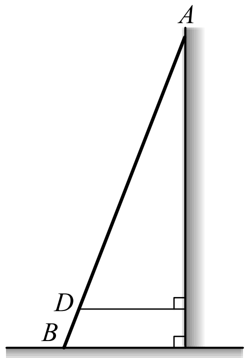
4. 如下圖(一)，若 101 大樓高 594 m，人高 1.8 m，$\overline{AC}=990$ m，則人與 101 大樓間的距離 $\overline{BC}=$ __987__ m。



圖(一)



圖(二)



圖(三)

5. 如上圖(二)，李先生想測量樹高，他先在樹的前面 6 公尺處放一面鏡子，再由鏡子前 2 公尺處向鏡子看，透過光的反射看到了樹梢。已知李先生的身高是 1.6 公尺，且∠1＝∠2，則樹高為 __4.8__ 公尺。

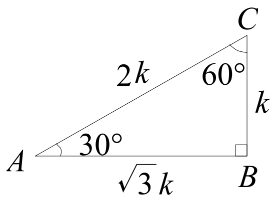
6. 如上圖(三)，$\overline{AB}$ 是斜靠在牆壁上的長梯，梯腳 B 距離牆腳 1.6 公尺，D 點距離牆壁 1.4 公尺，$\overline{BD}=0.55$ 公尺，則梯子長度 $\overline{AB}$ 為 __4.4__ 公尺。

實力養成 重點 2 直角三角形的邊長比

1. **特殊直角三角形的邊長關係：**

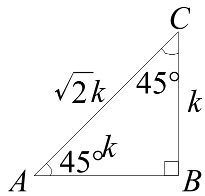
   (1) 如右圖，在 30°－60°－90°三角形中，

   $\overline{BC}:\overline{AB}:\overline{AC}=1:\sqrt{3}:2$。

   (2) 如右圖，在 45°－45°－90°三角形中，

   $\overline{BC}:\overline{AB}:\overline{AC}=1:1:\sqrt{2}$。

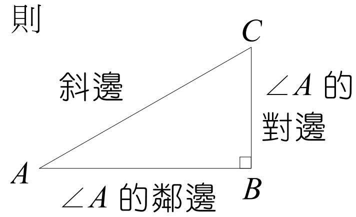
   

2. **直角三角形的邊長比：**

   如右圖，在直角三角形 ABC 中，若 $\angle B=90°$，$\angle A$ 為一銳角，則

   (1) $\dfrac{\angle A\text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}}=\sin A$　(2) $\dfrac{\angle A\text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}}=\cos A$

   (3) $\dfrac{\angle A\text{ 的對邊長}}{\angle A\text{ 的鄰邊長}}=\tan A$

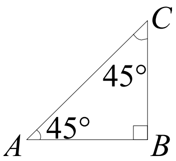
   

題型 1　直角三角形的邊長關係

1. 如右圖，在直角三角形 ABC 中，若 $\overline{AB}=3$，

   則 $\overline{BC}=$ __3__，

   $\overline{AC}=$ __$3\sqrt{2}$__。

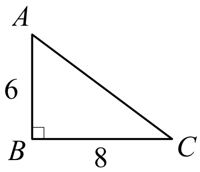


2. 有一直角三角形 ABC 如右圖，

   則 $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=$ __$\dfrac{4}{5}$__，

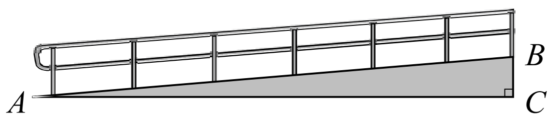
   $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=$ __$\dfrac{3}{5}$__，

   $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=$ __$\dfrac{3}{4}$__。



題型 2　直角三角比的應用

某校在校園內設置一個無障礙通行坡道如下圖，已知坡度$=\dfrac{\text{高度差}}{\text{水平距離}}=\dfrac{1}{12}$。若校長想再建一個一模一樣的坡道在校園另外一處，於是請秘書去測量該坡道的三邊數據，結果秘書報告書只記錄高度 $\overline{BC}=\dfrac{3}{4}$公尺，則此坡道的水平寬度 $\overline{AC}=$ __9__公尺。



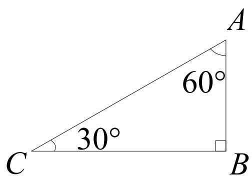
強化練習

1. 如右圖(一)，在直角三角形 ABC 中，若 $\overline{AB}=5$，

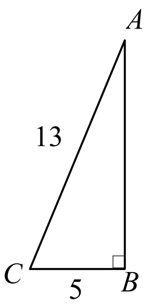
   則 $\overline{BC}=$ __$5\sqrt{3}$__，$\overline{AC}=$ __10__。

2. 有一直角三角形 ABC 如右圖(二)，則 $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=$ __$\dfrac{5}{13}$__，

   $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=$ __$\dfrac{12}{13}$__，$\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=$ __$\dfrac{12}{5}$__。



圖(一)



圖(二)

3. 小蘭想製作一個正三角形的賀年卡給新一，於是拿了一張邊長 20 公分的正方形色卡剪裁，若以色卡其中一邊為三角型的底邊，則此正三角形賀年卡的高度為__$10\sqrt{3}$__公分。

國中 **4** 數學(五) 隨堂基礎卷

1-4 相似形的應用

年　班 座號 姓名　得分

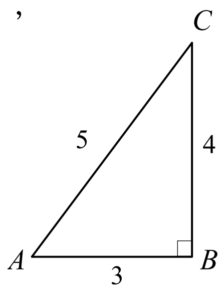
一、選擇題：每題 6 分，共 30 分

(D) 1. 在△ABC 中，$\angle A=60°$，$\angle B=90°$，$\angle C=30°$，若 $\overline{AC}=10$，則 $\overline{BC}=$？

(A) 5　(B) 10

(C) $5\sqrt{2}$　(D) $5\sqrt{3}$

(A) 2. 如右圖，在△ABC 中，若 $\angle B=90°$，$\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=4$，$\overline{AC}=5$，則 $\frac{4}{5}$ 與下列何者相同？



(A) $\sin A$　(B) $\cos A$　(C) $\tan A$　(D) 以上皆非

(C) 3. 承第 2.題，試問 $\frac{4}{3}$ 與下列何者相同？

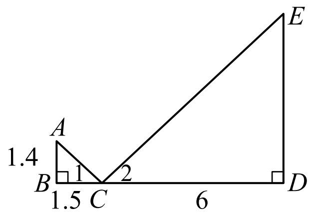
(A) $\sin A$　(B) $\cos A$　(C) $\tan A$　(D) 以上皆非

(B) 4. 在地圖上面積為 4 平方公分的森林，實際面積為 64 公畝。請觀察地圖長度與實際長度，求出此地圖的比例尺為多少？(1 公畝＝100 平方公尺＝1000000 平方公分)

(A) 1：200　(B) 1：4000

(C) 1：160000　(D) 1：16000000

(C) 5. 如右圖，某人眼睛到腳的高度 (即 $\overline{AB}$ 長) 為 1.4 公尺。將鏡子放置於 C 處測量樹高 (即 $\overline{DE}$ 長)，且 $\angle 1=\angle 2$，$\overline{BC}=1.5$ 公尺，$\overline{CD}=6$ 公尺，則樹高為多少公尺？

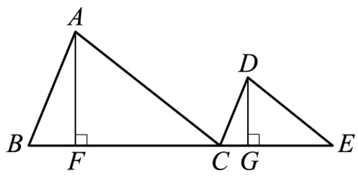


(A) 5.2　(B) 5.4

(C) 5.6　(D) 5.8

二、填充題：每格 6 分，共 60 分

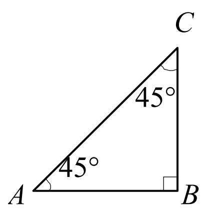
1. 如右圖，已知△ABC～△DCE，若 $\overline{AF}$ ：$\overline{DG}=5:3$，則：



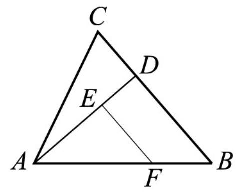
(1) $\overline{BC}$ ：$\overline{CE}=$ 5：3 。

(2) △ABC 面積：△CDE 面積＝ 25：9 。

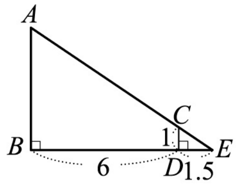
2. 如右圖，直角△ABC 的 $\angle A=\angle C=45°$，若 $\overline{BC}=6$，則 $\overline{AC}=$ $6\sqrt{2}$ 。



3. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{BD}=2\overline{CD}$，$\overline{AF}=2\overline{FB}$，
$\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BD}$。若$\triangle AEF$ 的面積為 8，則：
(1) $\triangle AEF$ 面積：$\triangle ABD$ 面積＝ 4：9 。
(2) $\triangle ABD$ 的面積為 18 。
(3) $\triangle ABD$ 面積：$\triangle ABC$ 面積＝ 2：3 。
(4) $\triangle ABC$ 的面積為 27 。



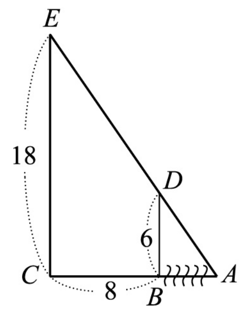
4. 如右圖，$\overline{AB}$ 為一棵樹，$\overline{CD}$ 為一根長 1 公尺的標竿，離樹 6 公尺。
若於 $\overleftrightarrow{BD}$ 上找一點 E，使 A、C、E 三點共線，且 $\overline{DE}=1.5$ 公尺，
則樹高 $\overline{AB}=$ 5 公尺。



5. 有一天下午，小胡與爸爸在公園散步時發現他的影子比爸爸的影子短，而且量得爸爸的影子長為 270 公分。若小胡的身高為 160 公分，爸爸的身高為 180 公分，則：
(1) 此時在公園中，所測得身高與影子長的比＝ 2：3 。
(2) 小胡的影子長為 240 公分。

三、計算題：共 10 分

1. 如右圖，明仁設計兩個直角三角形來測量河寬 $\overline{AB}$，B、D 兩點分別在 $\overline{AC}$、$\overline{AE}$ 上。已知河寬 $\overline{AB}=x$ 公尺，若 $\overline{BC}=8$ 公尺，$\overline{BD}=6$ 公尺，$\overline{CE}=18$ 公尺，則 $x=$？



解：∵ $\angle A=\angle A$（公用角）
$\angle ABD=\angle C=90°$
∴ $\triangle ABD\sim\triangle ACE$（$AA$ 相似性質）
$\Rightarrow \overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CE}$
$x:(x+8)=6:18$
$6x+48=18x$
$12x=48$
$x=4$
答：4

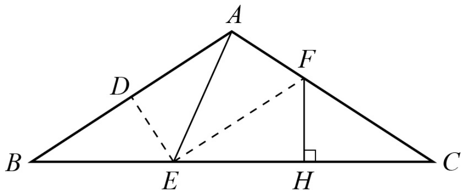
每週一題

創新 × 素養 NANi

如附圖，等腰三角形ABC中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，將 B 點往 A 點上摺，再摺回，得摺線 $\overline{DE}$，$\overline{DE}$ 分別交 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$ 於 D、E，連接 $\overline{AE}$，將 $\overline{CE}$ 摺到 $\overline{AE}$ 上，再摺回，得摺線 $\overline{EF}$ 交 $\overline{AC}$ 於 F，並作 $\overline{FH}\perp\overline{BC}$ 於 H。

(1) 請說明$\angle AEC=2\angle ABC$。

(2) 請說明$\triangle BED\sim\triangle EFH$。



解

(1) $\because\ \overline{DE}$ 是 $\overline{AB}$ 的垂直平分線 $\Rightarrow\ \overline{EA}=\overline{EB}$

$\therefore\triangle EAB$ 為等腰三角形$\Rightarrow\angle EAB=\angle EBA=\angle ABC$

故$\angle AEC=\angle EAB+\angle EBA=2\angle ABC$（外角定理）。

(2) 依題意可知$\angle FEH=\angle FEA=\dfrac{1}{2}\angle AEC$，

又由(1)可知$\angle AEC=2\angle ABC\Rightarrow\angle FEH=\angle ABC$。

$\because\ \overline{DE}$ 是 $\overline{AB}$ 的垂直平分線，且 $\overline{FH}\perp\overline{BC}$

$\therefore\angle EDB=\angle EHF=90°$

故$\triangle BED\sim\triangle EFH$（$AA$相似性質）。

第 2 章　圓的性質

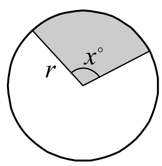
2-1 圓形及點、直線與圓之間的關係

實力養成　重點 1　圓、扇形與弓形

若扇形所對的圓心角為 $x°$，則：

(1) 弧長＝圓周長×$\dfrac{\text{弧所對的圓心角度數}}{360}$＝$2\pi r\times\dfrac{x}{360}$。

(2) 扇形面積＝圓面積×$\dfrac{\text{扇形中弧所對的圓心角度數}}{360}$＝$\pi r^2\times\dfrac{x}{360}$。



題型 1　圓的性質判別

下列敘述何者錯誤？

(A) 圓上任取兩點所連成的線段稱為弦

(B) 圓的一弦與其所對弧組成的圖形稱為弓形

(C) 圓上最短的弦就是半徑

(D) 任兩半徑與其夾弧所組成的圖形稱為扇形

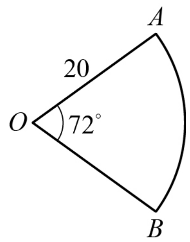
答：__(C)__。

題型 2　求弧長與扇形面積

如右圖，扇形 AOB 中，若 $\angle AOB=72°$，$\overline{OA}=20$ cm，則：

(1) $\overset{\frown}{AB}$＝__8π__cm。

(2) 扇形面積＝__80π__cm^2。

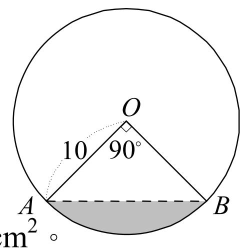


題型 3　求三角形與弓形面積

如右圖，$\angle AOB=90°$，圓 O 的半徑＝10 cm。試問：

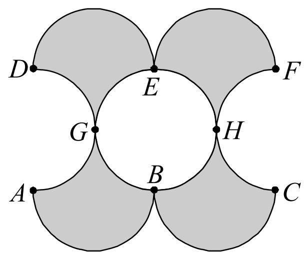
(1) $\triangle AOB$ 面積＝__50__cm^2。

(2) 弓形面積＝__$25\pi-50$__cm^2。



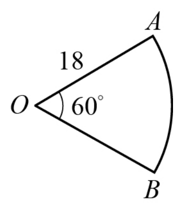
題型 4　求複合圖形面積

如右圖，$\overset{\frown}{AB}$、$\overset{\frown}{BC}$、$\overset{\frown}{DE}$、$\overset{\frown}{EF}$、$\overset{\frown}{AGD}$、$\overset{\frown}{BGE}$、$\overset{\frown}{BHE}$、$\overset{\frown}{CHF}$ 都是直徑為 2 的半圓，則灰色部分面積為__8__。



強化練習

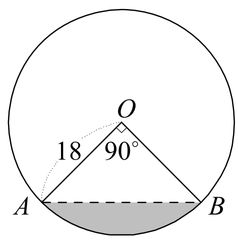
1. 如右圖，扇形 AOB 中，若 $\angle AOB=60°$，$\overline{OA}=18$ cm，則 $\overset{\frown}{AB}$＝__6π__cm，扇形面積＝__54π__cm^2。



2. 如右圖，若 $\angle AOB=90°$，$\overline{OA}=18$ cm，則：

   (1) $\triangle AOB$ 面積＝__162__cm^2。

   (2) 弓形面積＝__$81\pi-162$__cm^2。



3. 小伊布置教室，先用壁報紙剪出一個直徑 20 公分的圓，再將此圓對摺 3 次後，摺出的圖形為扇形，其圓心角為__45__度。

實力養成 重點 2 點、直線與圓的位置關係

1. 已知一圓的圓心為 O，P 為同一平面上的一點，圓 O 的半徑為 r。
   (1) 若 $\overline{OP}>r$，則 P 點在圓外。
   (2) 若 $\overline{OP}=r$，則 P 點在圓上。
   (3) 若 $\overline{OP}<r$，則 P 點在圓內。
2. 直線 L 和圓 O 的位置關係：
   (1) 不相交：圓心 O 到 L 的距離大於半徑。
   (2) 恰交於一點 (L 是圓 O 的切線)：圓心 O 到 L 的距離等於半徑。
   (3) 相交於兩點 (L 是圓 O 的割線)：圓心 O 到 L 的距離小於半徑。
3. (1) 一弦的弦心距必垂直平分此弦。
   (2) 在同一圓中，弦愈長，所對應的弦心距愈短；弦心距愈長，所對應的弦愈短。

題型 1 判斷點與圓的位置關係

已知一圓的直徑為 6 公分，有一點 P 與圓心相距 $\sqrt{10}$ 公分，則 P 點必在：

(A) 圓內　(B) 圓上　(C) 圓外

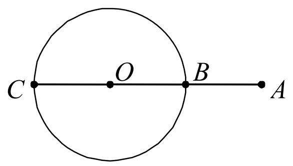
答：＿(C)＿。

題型 2 由點與圓的位置關係判斷半徑

有一圓的圓心 O 與 A、B、C 三點的距離分別為 $\overline{OA}=5$，$\overline{OB}=7$，$\overline{OC}=9$。已知 A、B、C 三點中，有兩點在圓內，有一點在圓外，則此圓的半徑 r 可能的範圍為＿$7<r<9$＿。

題型 3 求點到圓的距離

如右圖，A 在圓 O 外，$\overline{AC}$ 交圓 O 於 B、C 兩點。已知 $\overline{OA}=6$ 公分，圓 O 的半徑為 3 公分，則：



(1) A 到圓 O 的最短距離為＿3＿公分。

(2) A 到圓 O 的最長距離為＿9＿公分。

題型 4 直線與圓的位置關係 I

已知圓 O 的半徑為 6，且圓心 O 到三條直線 L_1、L_2、L_3 的距離分別為 4、6、8，則：

(1) 直線＿L_1＿和圓 O 相交於兩點。

(2) 直線＿L_2＿和圓 O 相交於一點。

(3) 直線＿L_3＿和圓 O 不相交。

題型 5 直線與圓的位置關係 II

已知圓 O 的半徑為 5，且圓心 O 到三條直線 L_1、L_2、L_3 的距離分別為 3、5、7，則其中圓 O 的切線是直線 $\underline{\ L_2\ }$，割線是直線 $\underline{\ L_1\ }$，而直線 $\underline{\ L_3\ }$ 與圓 O 不相交。

題型 6 利用弦心距求直徑 I

已知有一圓 O，$\overline{AB}$ 為其一弦，且 $\overline{AB}=24$ 公分，此弦到圓心的距離是 5 公分，則此圓 O 的直徑為 $\underline{\ 26\ }$ 公分。

題型 7 求弦心距

已知一圓的直徑是 10 公分，且有一弦 $\overline{AB}$ 的長為 8 公分，則此弦到圓心的距離為 $\underline{\ 3\ }$ 公分。

題型 8 求不同弦的弦心距

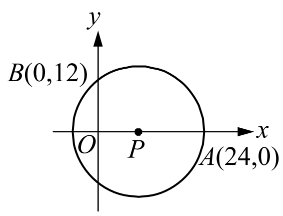
圓中有一弦長為 24 公分，此弦的弦心距是 5 公分。若此圓的另一弦長是 10 公分，則此弦的弦心距是 $\underline{\ 12\ }$ 公分。

題型 9 利用弦心距求直徑 II

已知一圓的直徑 $\overline{AB}$ 平分此圓的弦 $\overline{CD}$ 於 M。若 $\overline{AM}>\overline{BM}$，且 $\overline{CD}=6$，$\overline{MB}=1$，則 $\overline{AB}=\underline{\ 10\ }$。

題型 10 弦心距垂直平分弦的應用

如右圖，圓 P 與 x 軸相交於 $A(24,0)$，且與 y 軸相交於 $B(0,12)$，則圓心 P 的坐標為 $\underline{\ (9,0)\ }$。



強化練習

1. 有一圓的直徑是 10 公分。請在空格中填入外、內或上：
   (1) 有一點 P 與圓心相距 7 公分，則 P 點必在圓__外__。
   (2) 有一點 Q 與圓心相距 5 公分，則 Q 點必在圓__上__。
   (3) 有一點 R 與圓心相距 3 公分，則 R 點必在圓__內__。

2. 若圓 O 的半徑為 6，P 為圓 O 內部一點，$\overline{OP}=t$，則 t 的範圍為__$0\leq t<6$__。

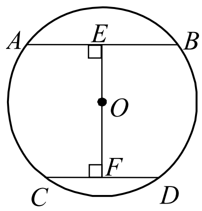
3. 若圓 O 的半徑為 6，圓外一點 P 到圓心 O 的距離為 10，則 P 點到圓 O 的最短距離為__4__，P 點到圓 O 的最長距離為__16__。

4. (1) 設圓的直徑是 16 公分，若一直線與圓心的距離為$\sqrt{53}$公分，則此直線與圓相交於__2__個點。
   (2) 設圓 O 的直徑為 13 公分，若圓心 O 與三直線 L、M、N 的距離分別為 5 公分、6.5 公分、8 公分，則哪一條直線與圓 O 不相交？ **答**：__N__。

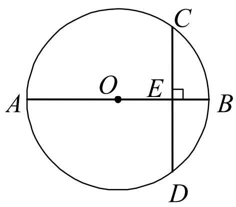
5. 圓 O 的半徑為 13 公分，圓心 O 到弦 $\overline{AB}$ 的弦心距為 12 公分，則 $\overline{AB}=$__10__公分。

6. 已知圓 O 的一弦 $\overline{AB}=12$ 公分，弦心距為 4 公分，則圓 O 面積為__52π__平方公分。

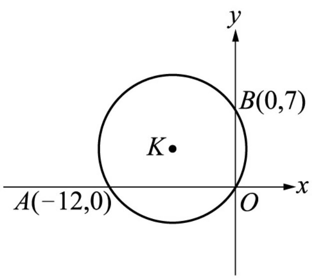
7. 如右圖，$\overline{AB}$、$\overline{CD}$ 為圓 O 的兩弦，$\overline{AB}\parallel\overline{CD}$。若一圓 O 的半徑為 10 公分，$\overline{AB}=16$ 公分，$\overline{CD}=12$ 公分，則兩弦 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 的距離 $\overline{EF}=$__14__公分。



8. 如右圖，已知 $\overline{AB}$ 是圓 O 的直徑，且 $\overline{AB}\perp\overline{CD}$，$\overline{AE}=\overline{CD}=8$，則 $\overline{CD}$ 的弦心距 $\overline{OE}=$__3__。

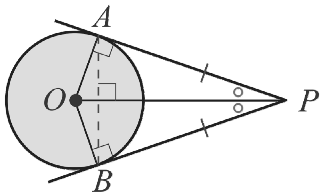


9. 如右圖，圓 K 與坐標軸交於原點 O、點 $A(-12,0)$ 與點 $B(0,7)$，則圓心 K 的坐標為__$(-6,3.5)$__。



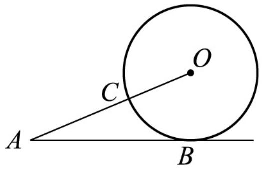
實力養成 重點 3 圓的切線

1. 圓心到切線的距離等於圓的半徑。
2. 如右圖，若 P 點在圓 O 的外部，$\overleftrightarrow{PA}$ 與 $\overleftrightarrow{PB}$ 分別與圓 O 相切於 A 與 B 兩點，則：
   (1) $\overline{AP}=\overline{BP}$。
   (2) $\overline{OP}$ 平分 $\angle APB$，即 $\angle APO=\angle BPO$。
   (3) $\overline{OP}$ 垂直平分 $\overline{AB}$。



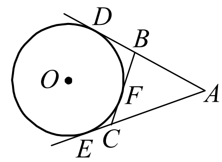
題型 1 切線性質的應用

如右圖，$\overleftrightarrow{AB}$ 切圓 O 於 B，$\overline{AO}$ 交圓 O 於 C。若 $\overline{AB}=15$，$\overline{OC}=8$，則 $\overline{AC}=$ 9 。



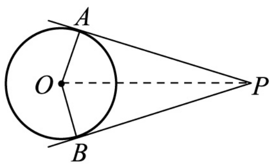
題型 2 圓外一點到圓的兩切線等長

如右圖，$\overleftrightarrow{AD}$、$\overleftrightarrow{AE}$、$\overline{BC}$ 分別切圓 O 於 D、E、F 三點。若 $\overline{AD}=15$ 公分，則 $\triangle ABC$ 周長為 30 公分。



題型 3 圓的切線性質應用 I

如右圖，P 點在圓 O 的外部，$\overleftrightarrow{PA}$ 與 $\overleftrightarrow{PB}$ 分別與圓 O 相切於 A 與 B 兩點。

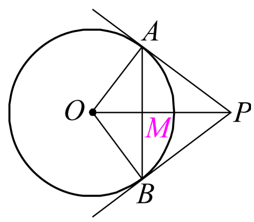


(1) 若 $\angle APB=35°$，則 $\angle AOB=$ 145 度。

(2) 若 $\overline{AO}=7$，$\overline{OP}=25$，則四邊形 $AOBP$ 的面積為 168 。

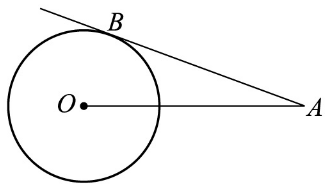
題型 4 圓的切線性質應用 II

如右圖，P 點在圓 O 的外部，且 $\overleftrightarrow{PA}$ 與 $\overleftrightarrow{PB}$ 分別與圓 O 相切於 A 與 B 兩點。若圓 O 的半徑為 6，$\overline{PA}=8$，則 $\overline{AB}=$ $\dfrac{48}{5}$ 。

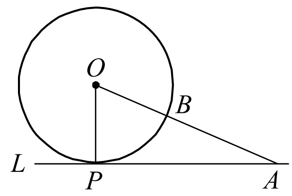


強化練習

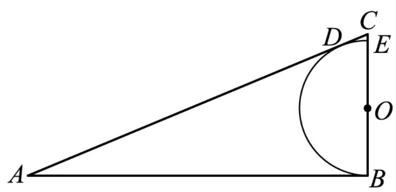
1. 如右圖，$\overleftrightarrow{AB}$ 切圓 O 於 B 點。若 $\overline{AB}=24$，$\overline{AO}=26$，則圓 O 的周長為__20 π__。



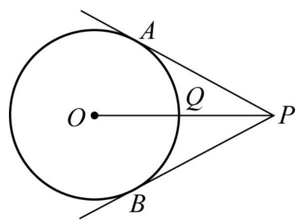
2. 如右圖，直線 L 與圓 O 相切於 P 點，A 為直線 L 上一點，$\overline{AO}$ 與圓 O 交於 B 點。若 $\overline{PA}=12$，$\overline{AB}=8$，則圓 O 的半徑為__5__。



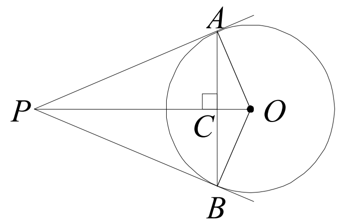
3. 如右圖，$\triangle ABC$ 為直角三角形，$\angle ABC=90°$，半圓和 $\overline{AC}$ 相切於 D 點，和 $\overline{BC}$ 相交於 B、E 兩點。已知 $\overline{AC}=13$，$\overline{BC}=5$，則圓 O 的半徑為__2.4__。



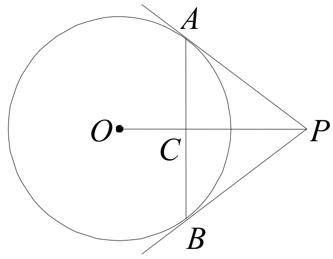
4. 如右圖，已知圓 O 及圓外一點 P，$\overleftrightarrow{PA}$ 與 $\overleftrightarrow{PB}$ 為圓 O 的切線。若圓 O 直徑為 16 cm，$\overline{PQ}=9$ cm，則切線段 $\overline{PA}=$__15__cm。



5. 如右圖，P 點在圓 O 的外部，且 $\overleftrightarrow{PA}$ 與 $\overleftrightarrow{PB}$ 分別與圓 O 相切於 A 與 B 兩點。$\overline{OP}=13$，$\overline{PA}=12$，則四邊形 $AOBP$ 的面積為__60__。



6. 如右圖，P 點在圓 O 的外部，且 $\overleftrightarrow{PA}$ 與 $\overleftrightarrow{PB}$ 分別與圓 O 相切於 A 與 B 兩點。若圓 O 的半徑為 3，$\overline{PA}=4$，則 $\overline{AB}=$__$\frac{24}{5}$__。



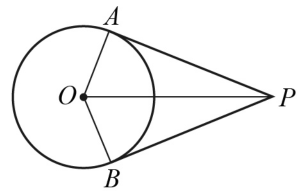
一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

(B) 1. 若欲利用對摺法找出一個圓的圓心，則至少要摺幾次？
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(D) 2. 已知一圓上有相異 3 點，則可在圓上決定出多少個弧？
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

(A) 3. 已知一圓 O 的半徑為 5 公分，若有一點 P 在圓 O 內，則 P 點到圓心的距離可能為多少公分？
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

(B) 4. 如右圖，若 $\overline{PA}$ 、 $\overline{PB}$ 分別切圓 O 於 A、B 兩點。
若 $\overline{PA}=12$， $\overline{BO}=5$，則 $\overline{PO}=$？
(A) $12\sqrt{3}$
(B) 13
(C) $15\sqrt{3}$
(D) 16



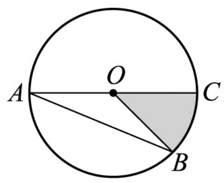
(A) 5. 大、小兩個圓是同心圓，圓心都是 O 點，兩圓的半徑分別為 6 公分與 3 公分。若 O 點至直線 L 的距離為 5 公分，則下列敘述何者正確？
(A) 直線 L 為大圓的割線
(B) 直線 L 為大圓的切線
(C) 直線 L 為小圓的割線
(D) 直線 L 為小圓的切線

二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 已知一圓的半徑為 10 公分，則圓上相異兩點最長的距離是__20__公分。

2. 請依據右圖，在空格中填入適當的答案：

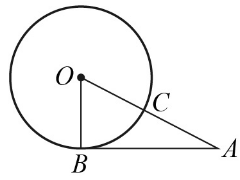
(A) 扇形	(B) 弓形	(C) 直徑	(D) 弦



(1) A、B 兩點連接的線段稱為__(D)__。
(2) $\overline{AC}$ 是圓 O 上通過圓心的弦，也就是__(C)__。
(3) 半徑 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OC}$ 與 $\overset{\frown}{BC}$ 所圍成的灰色部分稱為__(A)__。
(4) $\overline{AB}$ 與其所對的弧所圍成的區域稱為__(B)__。

3. 已知圓 O 的半徑為 7 公分，圓心 O 點到直線 L 的距離為 5 公分，則圓 O 與直線 L 共有__2__個交點。

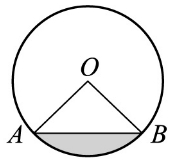
4. 如右圖，$\overline{AB}$ 切圓 O 於 B 點，$\overline{AO}$ 交圓 O 於 C 點。已知 $\overline{AB}=24$，$\overline{AO}=25$，則此圓的半徑為 7 。



5. 如右圖，若圓 O 半徑為 4 公分，且 $\angle AOB=90°$，則：

(1) 扇形 OAB 的面積為 4π 平方公分。

(2) 灰色區域的面積為 $4\pi-8$ 平方公分。



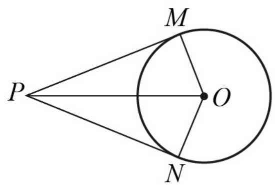
6. 如右圖，P 為圓 O 外一點，$\overline{PM}$ 、$\overline{PN}$ 為圓 O 的切線，M、N 為切點。若半徑為 5，$\overline{OP}=13$，則：

(1) $\angle MOP+\angle MPO=$ 90 度。

(2) $\overline{MP}=$ 12 。

(3) $\triangle OMP$ 的面積＝ 30 。

(4) $\overline{MN}=$ $\dfrac{120}{13}$ 。



三、計算題：每題 5 分，共 10 分

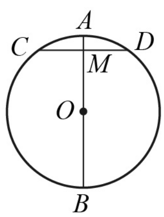
1. 若一個扇形的半徑是 9，弧長是 6π，則扇形的面積為多少？

解：扇形圓心角為 $360°\times\dfrac{6\pi}{2\times9\times\pi}=120°$，

故扇形面積$=9^2\times\pi\times\dfrac{120°}{360°}=81\pi\times\dfrac{1}{3}=27\pi$。

答：27π

2. 如右圖，圓 O 的直徑 $\overline{AB}$ 平分弦 $\overline{CD}$ 於 M 點，$\overline{CD}=6$ 公分，$\overline{AM}=1$ 公分，則圓 O 的半徑為多少公分？



解：設半徑 $\overline{OC}=x$ 公分，

因為 $\overline{AM}=1$ 公分，所以 $\overline{OM}=(x-1)$ 公分。

因為圓內一弦的弦心距垂直平分此弦，

所以 $\angle OMC=90°$，$\triangle OMC$ 為直角三角形，

又 $\overline{CM}=\overline{CD}\div2=6\div2=3$，

可得 $x^2=(x-1)^2+3^2$

$\Rightarrow x^2=x^2-2x+1+9$

$\Rightarrow 2x=10$，$x=5$

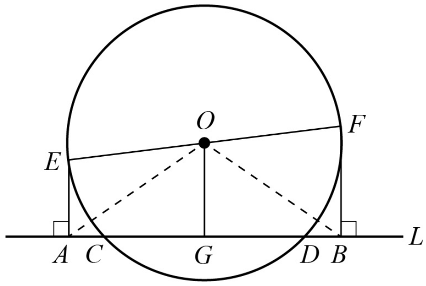
故圓 O 的半徑＝5 (公分)

答：5 公分

每週一題

創新×素養 NANi

如右圖，已知 $\overline{EF}$ 為圓 O 的直徑，$\overline{AE}$、$\overline{BF}$ 皆垂直 L，$\overline{OG}$ 為 $\overline{CD}$ 的弦心距，$\overline{AO}=\overline{BO}$，試回答下列問題：



(1) 說明 $\overline{AC}=\overline{BD}$。

(2) 若 $\overline{AE}=4$，$\overline{BF}=6$，$\overline{CD}=24$，則圓 O 的面積是多少？

解

(1) $\because$ $\overline{OG}$ 為 $\overline{CD}$ 的弦心距，且 $\overline{AO}=\overline{BO}$

$\therefore$ $\overline{AG}=\overline{BG}$

$\because$ $\overline{OG}$ 為 $\overline{CD}$ 的弦心距

$\therefore$ $\overline{CG}=\overline{DG}$

因此 $\overline{AG}-\overline{CG}=\overline{BG}-\overline{DG}$，

故 $\overline{AC}=\overline{BD}$。

(2) 因為四邊形 $AEFB$ 為梯形，且 O、G 分別為 $\overline{EF}$、$\overline{AB}$ 中點，

所以 $\overline{OG}=\dfrac{1}{2}(4+6)=5$，$\overline{CG}=\dfrac{1}{2}\times 24=12$，

則圓 O 半徑 $=\overline{OC}=\sqrt{\overline{OG}^2+\overline{CG}^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13$，

故圓 O 的面積 $=13\times 13\times\pi=169\pi$。

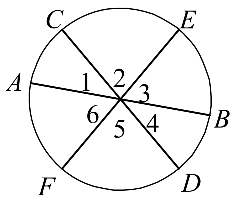
2-2 弧與圓周角

實力養成 重點 1 弦、弧、圓心角與圓周角

1. 在同一圓中，等弧對等弦，等弦對等弧。
2. 圓周角：
   (1) 圓周角的度數等於其所對弧度數的一半。
   (2) 同弧所對的圓周角度數是圓心角度數的一半。
   (3) 半圓所對的圓周角都是 90°。
3. 圓內接四邊形的對角互補。

題型 1 弧與圓心角的度數

如右圖，$\overline{AB}$、$\overline{CD}$、$\overline{EF}$ 皆為直徑，$\overparen{AC}=2x°$，$\overparen{CE}=4x°$，$\overparen{EB}=3x°$，則：



(1) $x=$ <u>20</u>。

(2) $\angle 4=$ <u>40</u> 度。

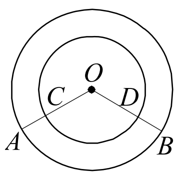
(3) $\angle 6=$ <u>60</u> 度。

題型 2 求圓心角

已知 A、B、C 是圓 O 上相異三點，若 $\overparen{ACB}$ 的度數比 $\overparen{AB}$ 度數的 3 倍多 60°，則 $\angle AOB=$ <u>75</u> 度。

題型 3 求弧的度數與長度

右圖兩同心圓的圓心為 O，$\overline{OA}$、$\overline{OB}$ 為大圓的半徑，$\overline{OC}$、$\overline{OD}$ 為小圓的半徑。若 $\angle AOB=120°$，$\overline{OA}=\overline{OB}=9$ 公分，$\overline{OC}=\overline{OD}=6$ 公分，則：

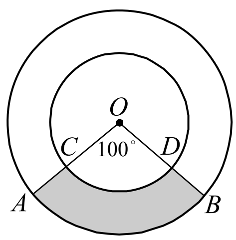


(1) $\angle COD=$ <u>120</u> 度。

(2) $\overparen{AB}=$ <u>6π</u> 公分，$\overparen{CD}=$ <u>4π</u> 公分。

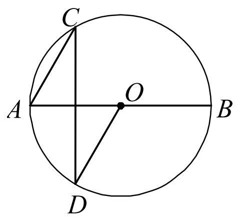
題型 4 求同心圓的部分面積

右圖兩同心圓的半徑 $\overline{OA}=8$ 公分，$\overline{OC}=5$ 公分，且 $\angle COD=100°$，則灰色部分面積為 <u>$\dfrac{65\pi}{6}$</u> 平方公分。



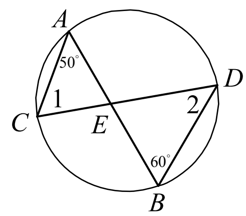
題型 5 已知圓周角，求圓心角

如右圖，圓 O 中，若 $\overline{AB}$ 是直徑，且 $\angle ACD=30°$，則 $\angle DOB=$ ___120___ 度。



題型 6 求圓周角

如右圖，$\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 是圓的兩弦，且相交於 E 點。若 $\angle B=60°$，$\angle A=50°$，則：

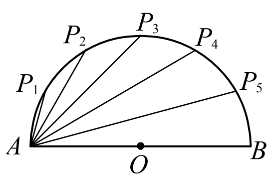


(1) $\angle 1=$ ___60___ 度。

(2) $\angle 2=$ ___50___ 度。

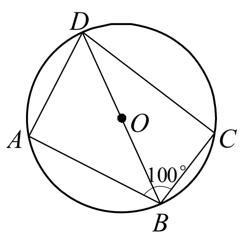
題型 7 半圓所對圓周角的應用

如右圖，將半徑為 5 的半圓分成六等分，設等分點依次為 P_1、P_2、P_3、P_4、P_5，則 $\overline{AP_1}^2+\overline{AP_2}^2+\overline{AP_3}^2+\overline{AP_4}^2+\overline{AP_5}^2=$ ___250___ 。



題型 8 圓內接四邊形對角互補

如右圖，四邊形 $ABCD$ 內接於圓 O 中，已知 $\overline{BD}$ 為圓 O 的直徑，且 $\angle ABC=100°$，則：



(1) $\angle A=$ ___90___ 度。

(2) $\angle C=$ ___90___ 度。

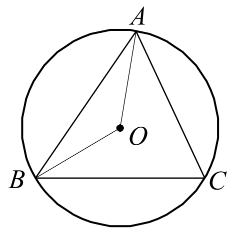
(3) $\angle ADC=$ ___80___ 度。

強化練習

1. 圓 O 上有四點 A、B、C、D 依次分圓周為四部分。若 $\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CD}:\overset{\frown}{AD}=2:1:3:4$，則 $\angle AOB+\angle COD=$ ___180___ 度。

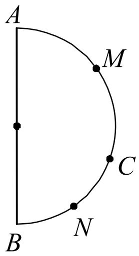
2. 若 $\overline{AB}$ 是圓 O 的直徑，C 點在圓 O 上，且 $\overset{\frown}{AC}=2\overset{\frown}{BC}$，則 $\angle BOC=$ ___60___ 度。

3. 如右圖，$\triangle ABC$ 為圓 O 的內接三角形。若 $\angle C=65°$，
則 $\angle AOB=$ __130__ 度。

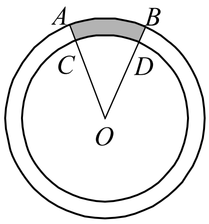


4. 如下圖(一)，$\overline{AB}$ 是半圓的直徑，C 為 $\overset{\frown}{AB}$ 上一點，M 為 $\overset{\frown}{AC}$ 的中點，N 為 $\overset{\frown}{BC}$ 的中點。
若 $\overline{AB}=12$ 公分，則 $\overset{\frown}{MCN}$ 的長為 __3π__ 公分。

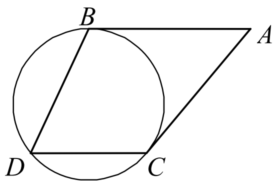
5. 如下圖(二)，兩同心圓的半徑分別為 12、10，$\overset{\frown}{AB}$ 比 $\overset{\frown}{CD}$ 長 $\dfrac{\pi}{2}$，則灰色部分的面積為 __$\dfrac{11\pi}{2}$__ 。



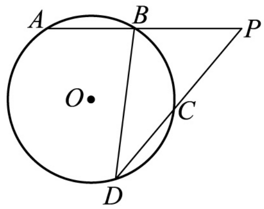
圖(一)



圖(二)



圖(三)



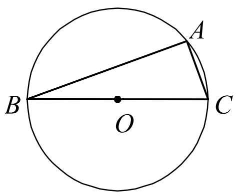
圖(四)

6. 如上圖(三)，自圓外一點 A 作圓的兩切線，切點分別為 B、C，D 為圓上一點。若 $\angle BAC=50°$，
則 $\angle BDC=$ __65__ 度。

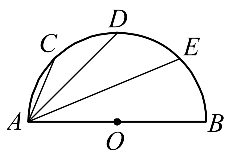
7. 如上圖(四)，在圓 O 中，已知 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$，弦 $\overline{AB}$ 與弦 $\overline{DC}$ 的延長線交於 P 點。若
$\angle ABD=82.5°$，則 $\angle P=$ __50__ 度。

8. 如下圖(五)，$\triangle ABC$ 內接於一圓 O，且 $\overline{BC}$ 為圓 O 的直徑。已知 $\angle B=20°$，則 $\angle C=$ __70__ 度。

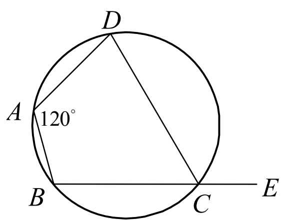
9. 如下圖(六)，已知半圓 O 的半徑為 2，且 C、D、E 三點將半圓弧分成四等分，則
$\overline{AC}^2-\overline{AD}^2+\overline{AE}^2=$ __8__ 。



圖(五)



圖(六)

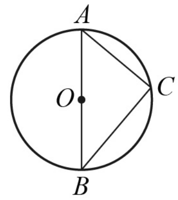


圖(七)

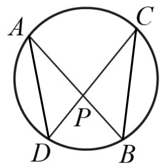
10. 如上圖(七)，四邊形 $ABCD$ 內接於一圓，且 $\overline{BC}$ 延長至 E 點。已知 $\angle A=120°$，
則 $\angle BCD=$ __60__ 度，$\angle DCE=$ __120__ 度。

一、選擇題：每題 6 分，共 30 分

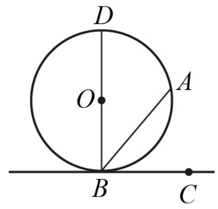
(C) 1. 如右圖，$\overline{AB}$ 為直徑，則圓周角 $\angle ACB$＝？
(A) 50° (B) 60° (C) 90° (D) 120°



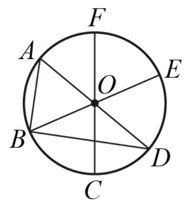
(A) 2. 如右圖，已知 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AD}$ 、 $\overline{CB}$ 、 $\overline{CD}$ 為圓 O 的弦，且 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 交於 P 點。若 $\angle BAD$＝25°，則 $\angle PCB$＝？
(A) 25° (B) 30° (C) 35° (D) 40°



(B) 3. 如右圖， $\overline{BD}$ 為圓 O 的直徑，且 $\overleftrightarrow{BC}$ 切圓 O 於 B 點。若 $\overset{\frown}{AD}$＝80°，則 $\angle ABC$＝？
(A) 40° (B) 50° (C) 60° (D) 80°



(A) 4. 如右圖，A、B、D 三點共圓，且 $\overline{AD}$ 為直徑。若 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$ 也為直徑，且 $\overset{\frown}{AB}$＝$6x$°，$\overset{\frown}{BC}$＝70°，$\overset{\frown}{CD}$＝$5x$°，則 x＝？
(A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 40



(B) 5. 承第 4.題，$\overset{\frown}{AF}$＝？
(A) 40° (B) 50° (C) 60° (D) 70°

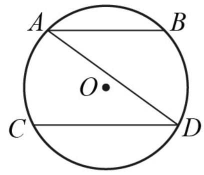
二、填充題：每格 5 分，共 60 分

1. 已知 A、B、C 是圓 O 上相異三點，則：

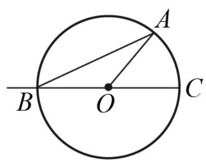
(1) $\overset{\frown}{ACB}$的度數＋$\overset{\frown}{AB}$的度數＝__360__度。

(2) 若$\overset{\frown}{ACB}$的度數比$\overset{\frown}{AB}$度數的 4 倍多 30°，則$\overset{\frown}{AB}$所對的圓心角 $\angle AOB$＝__66__度。

2. 如右圖，若 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 為圓 O 的弦，且 $\overline{AB}$ // $\overline{CD}$ ，$\angle ADC$＝35°，則 $\overset{\frown}{BD}$＝__70__度。



3. 如右圖，若 $\angle AOC$＝50°，則：
(1) $\angle OAB$＝__25__度。
(2) $\angle ABC$ 的外角＝__155__度。

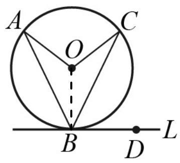


4. 如右圖，直線 L 與圓 O 相切於 B 點，且 A、B、C 三點將圓周長平均分成三等分，則：

(1) $\angle AOC=$ __120__ 度。

(2) $\angle CBO=$ __30__ 度。

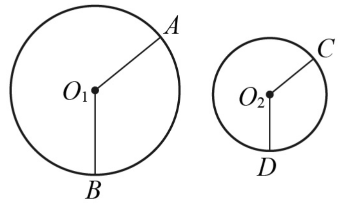
(3) $\angle CBD=$ __60__ 度。



5. 如右圖，已知$\overset{\frown}{AB}=6\pi$ ，圓 O_1、圓 O_2 的半徑分別為 8 和 5，且$\angle AO_1B=\angle CO_2D$，則：

(1) $\angle AO_1B=$ __135__ 度。

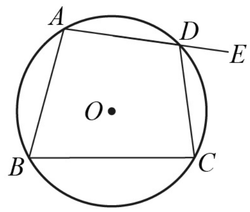
(2) $\overset{\frown}{CD}$的長度＝ __$\frac{15}{4}\pi$__ 。



6. 如右圖，$ABCD$ 為圓 O 的內接四邊形。已知$\angle EDC=75°$，則：

(1) $\angle ADC=$ __105__ 度。

(2) $\angle B=$ __75__ 度。

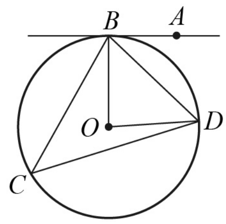


三、計算題：共 10 分

1. 如右圖，$\overline{BC}$ 為圓 O 的一弦，$\overleftrightarrow{AB}$ 切圓 O 於 B 點。
已知$\angle ABD=42°$，試求：

(1) $\angle DBO$ 的度數。 (5 分)

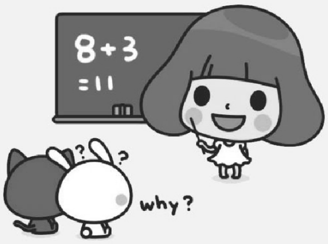
(2) $\angle BOD$ 的度數。 (5 分)



解：(1) 因為$\overleftrightarrow{AB}$ 切圓 O 於 B 點，
所以$\angle DBO=90°-42°=48°$。

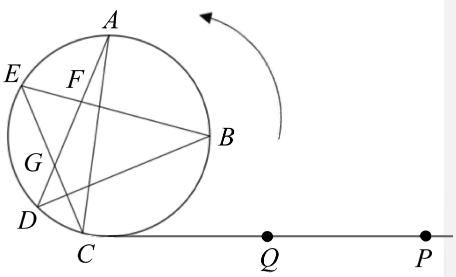
(2) 因為$\angle BDO=\angle DBO=48°$，
所以$\angle BOD=180°-48°-48°=84°$。

答：(1) 48°；(2) 84°



每週一題

<u>魯班</u>設計了一個圓盤如右圖，分別標記了 A、B、C、D、E 五個點。若將此圓盤從 A 點在地面上滾動一圈回到 A 點，並將 A、B、C、D、E 與地板接觸的點標記為 P、Q、R、S、T、P'，可測量出 $\overline{PQ}:\overline{QR}:\overline{RS}:\overline{ST}:\overline{TP'}=6:7:2:5:4$，試回答下列問題：



(1) $\angle EBD:\angle EBC$ 是多少？

(2) $\angle EGD:\angle BFD$ 是多少？

解

(1) 依題意可知 $\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CD}:\overset{\frown}{DE}:\overset{\frown}{AE}$

$=\overline{PQ}:\overline{QR}:\overline{RS}:\overline{ST}:\overline{TP'}$

$=6:7:2:5:4$

設 $\overset{\frown}{AB}=6r$，$\overset{\frown}{BC}=7r$，$\overset{\frown}{CD}=2r$，$\overset{\frown}{DE}=5r$，$\overset{\frown}{AE}=4r$，$r\neq 0$，

則 $\angle EBD:\angle EBC=\frac{1}{2}\overset{\frown}{DE}:\frac{1}{2}\overset{\frown}{CDE}=\overset{\frown}{DE}:(\overset{\frown}{CD}+\overset{\frown}{DE})=5r:7r=5:7$。

(2) 由(1)可知，$\angle EGD:\angle BFD=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{DE}+\overset{\frown}{ABC}):\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AE}+\overset{\frown}{BCD})$

$=(\overset{\frown}{DE}+\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{BC}):(\overset{\frown}{AE}+\overset{\frown}{BC}+\overset{\frown}{CD})$

$=(5r+6r+7r):(4r+7r+2r)$

$=18:13$

第 3 章　推理證明與三角形的心

3-1 推理與證明

實力養成　重點 1　學習證明

1. 證明的格式：
   【已知】所給定的條件。
   【求證】想得到的結論。
   【證明】根據已知的事實及幾何性質推導出結論。
2. 三角形的全等性質：SSS、SAS、ASA、AAS、RHS。

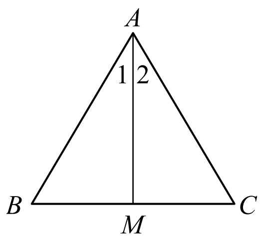
題型 1　全等性質的判斷 I

(1) 「兩個三角形中，若有兩角及其所夾的邊對應相等，則兩三角形全等。」這種性質稱為__ASA__全等性質。

(2) 在△ABC 與△DEF 中，若 $\overline{AB}=\overline{DE}$，$\angle A=\angle D$，$\overline{AC}=\overline{DF}$，則△$ABC\cong$△$DEF$ (__SAS__全等性質)。

題型 2　全等性質的判斷 II

右圖△AMB 與△AMC 中，已知 $\angle B=\angle C$，$\angle 1=\angle 2$，$\overline{AM}=\overline{AM}$，則△$AMB\cong$△$AMC$ (__AAS__全等性質)。



題型 3　滿足全等的條件

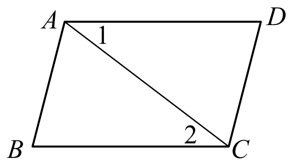
△ABC 及△DEF 中，已知 $\overline{AB}=\overline{DE}$，$\overline{BC}=\overline{EF}$，請問下列敘述何者錯誤？

(A) 使用 SAS 全等，應加條件 $\angle C=\angle F$，才能使兩個三角形全等
(B) 使用 SSS 全等，應加條件 $\overline{AC}=\overline{DF}$，才能使兩個三角形全等
(C) 使用 RHS 全等，應加條件 $\angle C=\angle F=90°$，才能使兩個三角形全等
(D) 使用 RHS 全等，應加條件 $\angle A=\angle D=90°$，才能使兩個三角形全等

答：__(A)__。

題型 4　學習證明 I

【已知】如右圖，
　$\overline{AD}=\overline{BC}$，
　$\angle 1=\angle 2$。

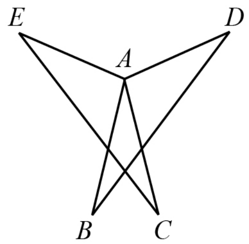


【求證】$\angle B=\angle D$。

【證明】∵ $\overline{AD}=$__$\overline{BC}$__
　$\angle 1=$__$\angle 2$__
　__$\overline{AC}$__$=$__$\overline{AC}$__(公用邊)
∴ △$ABC\cong$△CDA
　(__SAS__全等性質)
⇒ $\angle B=\angle D$ (對應角相等)

題型 5 學習證明 II

【已知】如右圖，
$\angle B = \angle C$，
$\angle D = \angle E$，
$\overline{AD} = \overline{AE}$。

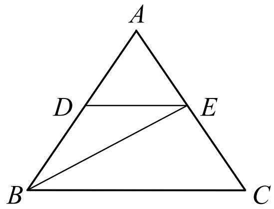


【求證】$\overline{AB} = \overline{AC}$。

【證明】在$\triangle ABD$與$\triangle ACE$中
$\because$ $\angle B =$ __$\angle C$__
$\angle D =$ __$\angle E$__
$\overline{AD} =$ __$\overline{AE}$__
$\therefore$ $\triangle ABD \cong \triangle ACE$
(__AAS__ 全等性質)
$\Rightarrow$ $\overline{AB} = \overline{AC}$ (對應邊相等)

題型 6 學習證明 III

【已知】如右圖，$\overline{BE}$為$\angle ABC$的角平分線，$\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$。

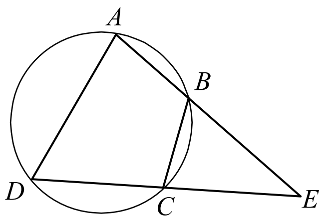


【求證】$\overline{DE} = \overline{BD}$。

【證明】$\because$ $\overline{BE}$為$\angle ABC$的角平分線
$\therefore$ $\angle DBE =$ __$\angle CBE$__
$\because$ $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$
$\therefore$ $\angle CBE =$ __$\angle DEB$__
故$\angle DBE =$ __$\angle DEB$__
$\Rightarrow$ $\overline{DE} = \overline{BD}$

題型 7 相似形的應用

如右圖，A、B、C、D為圓上四點，直線AB、DC相交於E。已知$\overline{AD} = 9$，$\overline{BE} = 8$，$\overline{DE} = 15$，則$\overline{BC} =$ __$\dfrac{24}{5}$__。



題型 8 代數推理證明 I

已知a、b、c為三個相異正整數，且$(a+b+c)(a-b-c)=0$，試證$b+c$可以整除a^2。

$(a+b+c)(a-b-c)=0$
$\Rightarrow a^2-(b+c)^2=0$
$\Rightarrow a^2=(b+c)^2$
$\therefore$ $b+c$為a^2的因數
故$b+c$可以整除a^2。

題型 9　代數推理證明 II

已知 $a<0$，$a+b>0$，試證 $|a|<|b|$。

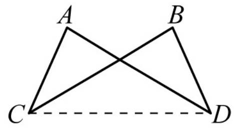
$a+b>0 \Rightarrow b>-a$

又 $a<0 \Rightarrow b>-a>0$

$\Rightarrow |b|=b>-a=|a|$

故 $|a|<|b|$。

題型 10　利用輔助線作證明



【已知】如右圖，

$\overline{AC}=\overline{BD}$，

$\overline{AD}=\overline{BC}$。

【求證】$\angle A=\angle B$。

【證明】連接 $\overline{CD}$

在 $\triangle ACD$ 與 $\triangle BDC$ 中

$\because$ $\overline{AC}=$ __$\overline{BD}$__

$\overline{AD}=$ __$\overline{BC}$__

__$\overline{CD}$__ $=$ __$\overline{CD}$__ (公用邊)

$\therefore$ $\triangle ACD \cong \triangle BDC$

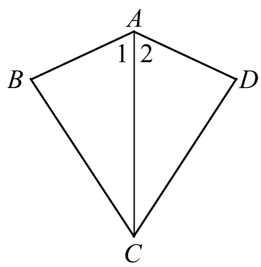
(__*SSS*__ 全等性質)

$\Rightarrow \angle A=\angle B$ (對應角相等)

強化練習

1. 小苑發現 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中的 $\overline{AB}=\overline{DE}$，$\angle B=\angle E$。她想用不同的全等性質來證明兩個三角形全等，請問下列哪一個是錯誤的？ 答：__(D)__。
   (A) 如欲使用 *SAS* 全等，應加條件 $\overline{BC}=\overline{EF}$，才能使兩個三角形全等
   (B) 如欲使用 *ASA* 全等，應加條件 $\angle A=\angle D$，才能使兩個三角形全等
   (C) 如欲使用 *AAS* 全等，應加條件 $\angle C=\angle F$，才能使兩個三角形全等
   (D) 如欲使用 *SSA* 全等，應加條件 $\overline{AC}=\overline{DF}$，才能使兩個三角形全等

2. 【已知】如右圖，$\overline{AB}=\overline{AD}$，$\angle 1=\angle 2$。



   【求證】$\overline{BC}=\overline{DC}$。

   【證明】在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ADC$ 中

   $\because$ $\overline{AB}=$ __$\overline{AD}$__

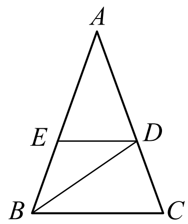
   $\angle 1=$ __$\angle 2$__

   __$\overline{AC}$__ $=$ __$\overline{AC}$__ (公用邊)

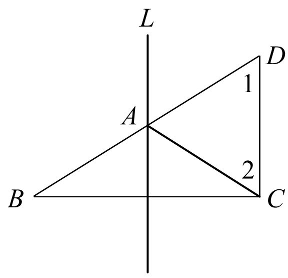
   $\therefore$ $\triangle ABC \cong \triangle ADC$(__*SAS*__ 全等性質)

   $\Rightarrow \overline{BC}=\overline{DC}$ (對應邊相等)

3. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=\overline{AC}=10$ cm，$\angle ABC$ 的角平分線 $\overline{BD}$ 交 $\overline{AC}$ 於 D 點，過 D 點作 $\overline{DE}$ 平行 $\overline{BC}$。若 $\overline{DE}=4$ cm，則 $\triangle ADE$ 的周長為__16__cm。



4. 【已知】如右圖，L 為 $\overline{BC}$ 的垂直平分線，直線 L 交 $\overline{BD}$ 於 A，且 $\overline{AB}=\overline{AD}$。



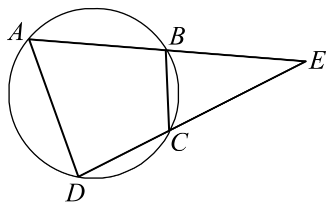
【求證】$\angle 1=\angle 2$。

【證明】$\because$ L 為 $\overline{BC}$ 的垂直平分線　$\therefore$ $\overline{AB}=$ __$\overline{AC}$__

又 $\overline{AB}=$ __$\overline{AD}$__　$\therefore$ $\overline{AC}=$ __$\overline{AD}$__

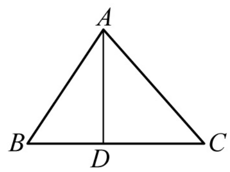
$\Rightarrow \angle 1=\angle 2$ (__等腰__ 三角形的兩底角相等)

5. 如右圖，A、B、C、D 為圓上四點，直線 AB 與直線 DC 相交於圓外一點 E。若 $\overline{AD}=4$，$\overline{BE}=4$，$\overline{DE}=7$，則 $\overline{BC}=$ __$\dfrac{16}{7}$__ 。



6. 已知 $a<0$，$a+b>0$，$b+c<0$，則 a、b、c 的大小關係為 __$b>a>c$__ 。

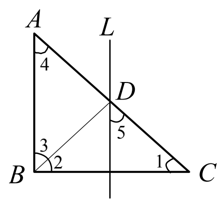
7. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=\sqrt{13}$，$\overline{AC}=4$，$\overline{BD}=2$，$\overline{AD}=3$，則 $\overline{CD}=$ __$\sqrt{7}$__ 。



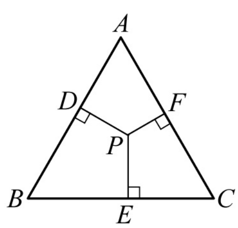
8. 如右圖，直線 L 為 $\overline{BC}$ 的中垂線，且 $\angle ABC=90°$。若 $\overline{DA}=\overline{DC}$，則下列何者不一定成立？　答： __(C)__ 。

(A) $\angle 1=\angle 2$　(B) $\angle 3=\angle 4$

(C) $\angle 2=\angle 5$　(D) $\angle 4=\angle 5$



9. 如右圖，P 為正$\triangle ABC$ 內部的一點，且 $\overline{PE}\perp\overline{BC}$，$\overline{PD}\perp\overline{AB}$，$\overline{PF}\perp\overline{AC}$。若 $\overline{AB}=10$，則 $\overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF}=$ __$5\sqrt{3}$__ 。

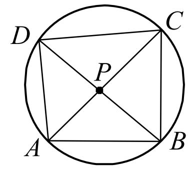


一、選擇題：每題 6 分，共 30 分

(　C　) 1. △ABC 中，E、F 分別為 $\overline{AB}$ 與 $\overline{AC}$ 的中點。若 $\overline{AB} > \overline{AC}$，則下列敘述何者錯誤？

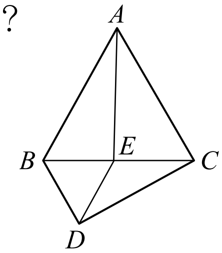
(A) $\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{AB}$　(B) $\overline{AF}=\overline{CF}$　(C) $\overline{BE}=\overline{CF}$　(D) $\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

(　A　) 2. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為圓內接四邊形，且其對角線交於 P 點，下列何者與△ABP 相似？



(A) △DCP　(B) △ADP
(C) △BPC　(D) △ABC

(　B　) 3. 如右圖，△ABC 和△BDE 都是正三角形。則下列何者與△ABE 全等？



(A) △ACE　(B) △CBD
(C) △DEC　(D) 以上皆非

(　D　) 4. 承第 3.題，若∠BAE＝28°，則∠EDC＝？

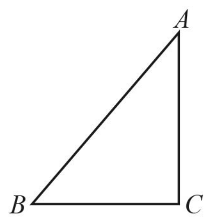
(A) 18°
(B) 36°
(C) 54°
(D) 32°

(　B　) 5. 下列敘述何者正確？

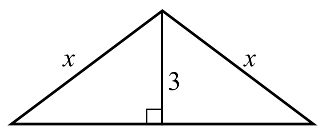
(A) 菱形的兩條對角線互相平分；反之，兩條對角線互相平分就是菱形
(B) 矩形的四個角為 90°；反之，四個角為 90°的就是矩形
(C) 正方形的四邊等長；反之，四邊等長就是正方形
(D) 正三角形的三個角皆是銳角；反之，三個角皆是銳角的就是正三角形

二、填充題：每格 6 分，共 60 分

1. 如右圖，在△ABC 中，$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2$，則∠$C$＝__90__度。

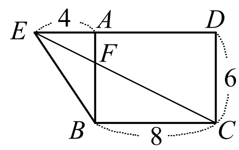


2. 如右圖，已知一等腰三角形的周長為 18 公分，若其腰為 x 公分，底邊上的高為 3 公分，則 x＝__5__。



3. 若一直角三角形的三邊長成等差數列，則當斜邊為 10 時，此三角形的最短邊邊長為__6__。

4. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為矩形，$\overline{BC}=8$ 公分，$\overline{CD}=6$ 公分，$\overline{AE}=4$ 公分，則：



(1) 在△FAE 與△FBC 中，

∵ $\angle AFE=\angle BFC$ (對頂角相等)

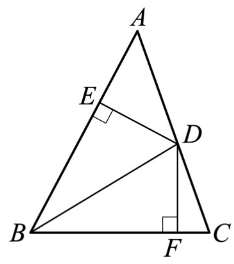
$\angle FAE=\angle FBC=90°$

∴ △FAE～△FBC (___AA___相似性質)

(2) $\overline{AF}=$___2___公分。

5. 根據下面的敘述，分別寫出已知與求證：

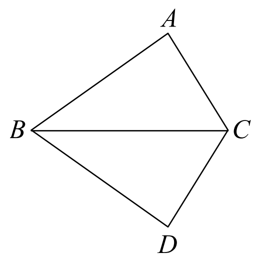
如右圖，△ABC 中，$\overline{BD}$ 平分 $\angle ABC$，則 $\overline{DE}=\overline{DF}$。



已知：___△ABC中，$\overline{BD}$ 平分 $\angle ABC$___。

求證：___$\overline{DE}=\overline{DF}$___。

6. 已知：如右圖，$\overline{BC}$ 平分 $\angle ABD$，$\overline{AB}=\overline{BD}$。



求證：$\overline{AC}=\overline{DC}$。

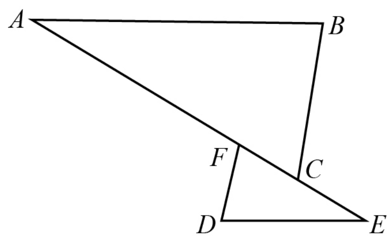
證明：在△ABC 和△DBC 中

∵ $\overline{AB}=$___$\overline{BD}$___	(已知)
$\angle ABC=\angle$___DBC___	($\overline{BC}$ 平分 $\angle ABD$)
$\overline{BC}=\overline{BC}$	(公用邊)
∴ △ABC≅△DBC	(___SAS___全等性質)
∴ $\overline{AC}=\overline{DC}$	

三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 已知：如右圖，$\overline{AB}\,//\,\overline{DE}$，$\overline{BC}=2\overline{DF}$，$\angle B=\angle D$。

求證：$\overline{AB}=2\overline{DE}$。



證：∵ $\overline{AB}\,//\,\overline{DE}$

∴ $\angle A=\angle E$ (內錯角相等)

在△ABC 和△EDF 中

∵ $\angle A=\angle E$，$\angle B=\angle D$

∴△ABC～△EDF (AA 相似性質)

又 $\overline{BC}=2\overline{DF}$，

故 $\overline{AB}=2\overline{DE}$ (對應邊成比例)

2. 已知 n 為正整數，試證 $n(n+1)$ 為偶數。

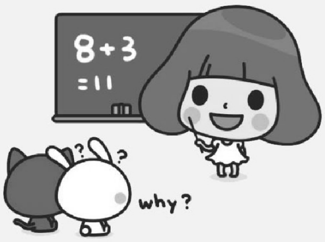
證：∵ n 為正整數

∴ n 可為偶數或奇數

(1) 當 n 為偶數時，$n+1$ 為奇數，則 $n(n+1)=$偶×奇，為偶數。

(2) 當 n 為奇數時，$n+1$ 為偶數，則 $n(n+1)=$奇×偶，為偶數。

故 $n(n+1)$ 為偶數。

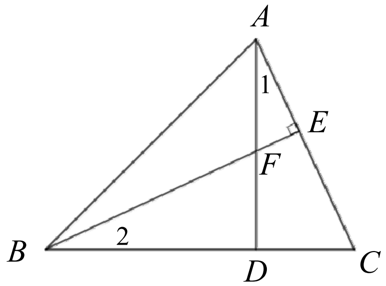


每週一題

如右圖，在$\triangle ABC$中，已知$\angle DAB=\angle DBA$，$\angle 1=\angle 2$，且$\overline{BE}\perp\overline{AC}$，試說明：

(1) $\overline{AD}\perp\overline{BC}$。

(2) $\overline{CD}=\overline{DF}$。



解

(2) 由圖可知，$\angle AFE=\angle BFD$（對頂角相等），又$\angle 1=\angle 2$，

故$\angle 1+\angle AFE=90°=\angle 2+\angle BFD$，

因此$\angle BDF=\angle AEF=90°$，

即$\overline{AD}\perp\overline{BC}$。

(3) $\because\angle DAB=\angle DBA$

$\therefore\triangle ADB$是等腰三角形，得$\overline{DA}=\overline{DB}$

在$\triangle ADC$與$\triangle BDF$中，

因為$\angle ADC=\angle BDF=90°$，

$\angle 1=\angle 2$，

$\overline{DA}=\overline{DB}$，

所以$\triangle ADC\cong\triangle BDF$（ASA 全等性質）。

因此$\overline{CD}=\overline{DF}$（對應邊相等）。

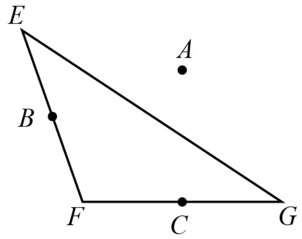
3-2 三角形的外心、內心與重心

實力養成 重點 1 外心

1. 三角形三邊的中垂線交於同一點，此點為三角形的**外心**。
2. 三角形的外心到三頂點的距離相等。
3. 以外心為圓心，外心到頂點的距離為半徑，可畫出三角形的外接圓。
4. 銳角三角形的外心在三角形的內部。
5. 鈍角三角形的外心在三角形的外部。
6. 直角三角形的外心必在斜邊中點上，外接圓半徑＝$\frac{1}{2}$×(斜邊長)。

題型 1 判斷外心位置

如右圖，△*EFG* 的外心可能是 *A*、*B*、*C* 三點中的哪一點？



答：__*A*__。

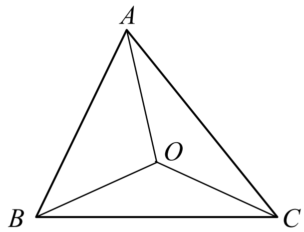
題型 2 外心的位置與性質判斷

下列關於外心的敘述，何者錯誤？
(A) 直角三角形的外心在斜邊中點上
(B) 鈍角三角形的外心在三角形內部
(C) 外心與三角形的三頂點等距離
(D) 外心是三角形三中垂線的交點

答：__(B)__。

題型 3 求外心到頂點的距離

如右圖，*O* 為△*ABC* 的外心。若 $\overline{OA}$＝5 公分，則 $\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{OC}$＝__15__公分。



題型 4 外心到頂點距離的應用

直角△*ABC* 中，∠*C*＝90°。若外心 *O* 到 *A*、*B*、*C* 三點的距離和為 21 公分，則 $\overline{AB}$＝__14__公分。

題型 5 直角三角形的外接圓半徑

△*ABC* 中，已知三邊長分別為 7、24、25，則△*ABC* 的外接圓半徑＝__$\frac{25}{2}$__。

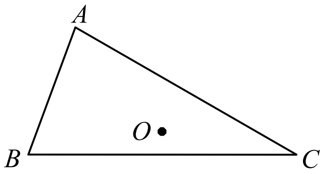
題型 6 等腰三角形的外接圓半徑

(1) 若銳角△*ABC* 為等腰三角形，且 *O* 為外心，$\overline{AB}=\overline{AC}$＝5，$\overline{BC}$＝6，則△*ABC* 的外接圓半徑＝__$\frac{25}{8}$__。

(2) 若鈍角△*ABC* 為等腰三角形，且 *O* 為外心，$\overline{AB}=\overline{AC}$＝25，$\overline{BC}$＝14，則△*ABC* 的外接圓半徑＝__$\frac{625}{48}$__。

題型 7　求外心角度 I

右圖△ABC 中，$\angle A=80°$，$\angle B=70°$，$\angle C=30°$，O 為外心，求：



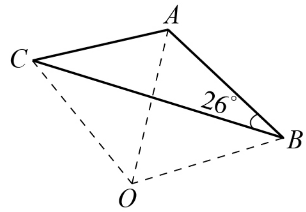
(1) $\angle AOB=$ 60 度。

(2) $\angle BOC=$ 160 度。

(3) $\angle COA=$ 140 度。

題型 8　求外心角度 II

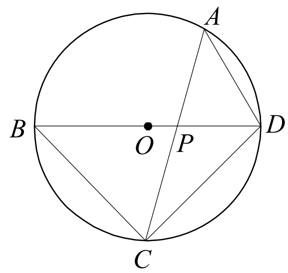
右圖△ABC 中，O 為△ABC 的外心。若 $\angle ABC=26°$，則 $\angle CAO=$ 64 度。



強化練習

1. 若圓 O 是△ABC 的外接圓，且圓心 O 在 $\overline{AC}$ 上，則下列何者不正確？ 答：(D)。
   (A) △ABC 必為直角三角形　(B) $\overparen{ABC}=180°$
   (C) $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$　(D) $\angle C=90°$

2. 如右圖，$\overline{BD}$ 為圓 O 的直徑，弦 $\overline{AC}$ 未過圓心 O，則下列哪一個敘述是正確的？ 答：(C)。
   (A) O 是△PCD 的外心　(B) O 是△APD 的外心
   (C) O 是△ACD 的外心　(D) O 是△BCP 的外心

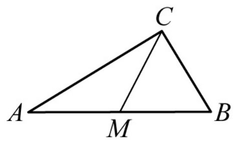


3. 已知△ABC 的三邊長分別為 6 公分、8 公分、10 公分。若 O 為△ABC 的外心，則 $\overline{OA}:\overline{OB}:\overline{OC}=$ 1：1：1。

4. (1) 如果一直角三角形的兩股長分別為 5 公分、12 公分，那麼其外心到各頂點的距離和為 19.5 公分。

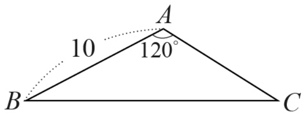
   (2) 直角△ABC 中，$\angle A=90°$。若 $\overline{AB}=10$ 公分，$\overline{AC}=24$ 公分，則△ABC 的外接圓半徑為 13 公分。

5. 如右圖，$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=5$。若$\overline{BC}=6$，則△$ABC$ 的面積為__24__。



6. 已知一等腰直角三角形的外接圓半徑為 6 公分，則此直角三角形的面積為__36__平方公分。

7. 如右圖，已知△ABC 為等腰三角形，$\overline{AB}=\overline{AC}$。若∠$A$＝120°，$\overline{AB}=10$，則△$ABC$ 的外心到$\overline{BC}$的距離為__5__。



8. (1) 設 O 為銳角△ABC 的外心，若∠BOC＝100°，則∠A＝__50__度。

(2) △ABC 中，已知∠A：∠B：∠C＝2：3：5，且 O 為外心，則∠AOC＝__108__度。

9. 設 O 為△ABC 的外心，若∠A：∠B：∠C＝2：3：7，則下列敘述何者正確？
(A)∠BOC＝120°　(B)∠AOB＝150°　(C)∠AOC＝60°
答：__(B)__。

10. 已知△ABC 的外接圓圓心為 O，又∠B＝40°，∠C＝30°，則∠BOC＝__140__度。

11. 設 O 為△ABC 的外心，且∠BOC＝160°，則∠BAC＝__80 或 100__度。(有兩個答案)

1. 三角形的三內角平分線交於同一點，此點為三角形的**內心**。
2. 三角形的內心到三邊的距離相等。
3. 以內心為圓心，內心到邊的距離為半徑，可在三角形內部畫出一個和三邊相切的內切圓。
4. 三角形面積$=\frac{1}{2}\times$(三角形周長)$\times$(三角形內切圓半徑)。
5. 直角三角形的內切圓半徑$=\frac{1}{2}\times$(兩股和－斜邊長)。

題型 1　判斷三角形的內心位置

若某三角形的內心在該三角形的內部，則此三角形為何種三角形？
(A) 必為銳角三角形
(B) 必為直角三角形
(C) 必為鈍角三角形
(D) 以上皆有可能

答：(D)。

題型 2　求內切圓半徑

已知 O 為$\triangle ABC$ 的內心，且 $\overline{OM}\perp\overline{BC}$ 於 M 點。若$\triangle ABC$ 面積為 9 平方公分，且 $\overline{AB}=7$ 公分，$\overline{AC}=5$ 公分，$\overline{BC}=6$ 公分，則 $\overline{OM}=$ 1 公分。

題型 3　利用內切圓半徑求面積 I

$\triangle ABC$ 中，$\angle A：\angle B：\angle C=1：2：3$。若 I 為$\triangle ABC$ 的內心，則$\triangle AIB$ 面積：$\triangle AIC$ 面積：$\triangle BIC$ 面積$=$ $2：\sqrt{3}：1$。

題型 4　利用內切圓半徑求面積 II

設$\triangle ABC$ 的周長為 24 公分，內切圓半徑為 2 公分，則$\triangle ABC$ 面積$=$ 24 平方公分。

題型 5　求等腰三角形的內切圓半徑

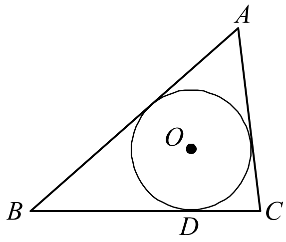
已知$\triangle ABC$ 為等腰三角形，若 $\overline{AB}=\overline{AC}=5$，$\overline{BC}=6$，$I$ 為內心，則$\triangle ABC$ 的內切圓半徑$=$ $\frac{3}{2}$。

題型 6　求直角三角形的內切圓半徑

已知$\triangle ABC$ 為直角三角形，$\angle C=90^\circ$，r 為內切圓半徑。若 $\overline{AC}=12$，$\overline{BC}=16$，則 $r=$ 4。

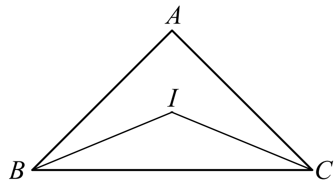
題型 7　內切圓的應用

如右圖，圓 O 為 $\triangle ABC$ 的內切圓，$\overline{BC}$ 切圓 O 於 D。若 $\overline{BC}=5$，$\overline{AC}=4$，$\overline{AB}=6$，則 $\overline{BD}=$ ___3.5___。



題型 8　求內心角度 I

如右圖，I 為 $\triangle ABC$ 的內心，$\angle A=90°$，$\overline{AB}=\overline{AC}$，則：



(1) $\angle IBC=$ ___22.5___ 度。

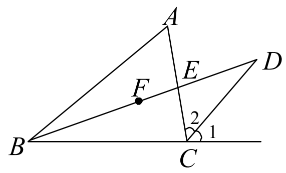
(2) $\angle BIC=$ ___135___ 度。

題型 9　求內心角度 II

在 $\triangle ABC$ 中，已知 O 為 $\triangle ABC$ 的內心，且 $\angle A=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{3}\angle C$，則 $\angle BOC=$ ___105___ 度。

題型 10　內心的應用

如右圖，已知 F 為 $\triangle ABC$ 的內心。若 $\angle 1=\angle 2$，且 $\angle A=60°$，則 $\angle D=$ ___30___ 度。



強化練習

1. 已知 O 為 $\triangle ABC$ 的內心，$\overline{OL}\perp\overline{AB}$ 於 L 點，$\overline{OM}\perp\overline{BC}$ 於 M 點，$\overline{ON}\perp\overline{AC}$ 於 N 點。若 $\overline{OM}=2$ 公分，則 $\overline{OL}+\overline{OM}+\overline{ON}=$ ___6___ 公分。

2. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A：\angle B：\angle C=3：2：1$，且 I 為 $\triangle ABC$ 的內心，則 $\triangle AIB：\triangle BIC：\triangle CIA$ 的面積比為 ___$1：2：\sqrt{3}$___。

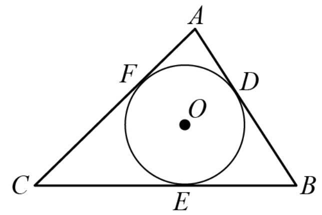
3. (1) 已知一個三角形的周長為 32 公分，面積為 48 平方公分，則其內切圓的半徑為 ___3___ 公分。

   (2) 已知 $\triangle ABC$ 的周長是 20 cm，面積是 15 cm^2，則其內切圓的直徑＝ ___3___ cm。

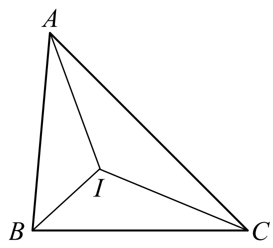
4. 已知△ABC 為等腰三角形，若 $\overline{AB}=\overline{AC}=25$，$\overline{BC}=14$，則△$ABC$ 的內切圓半徑＝$\underline{\dfrac{21}{4}}$。

5. 一個直角三角形的三邊長分別為 6 公分、8 公分、10 公分，則此直角三角形的內切圓周長為 $\underline{4\pi}$ 公分。

6. 如右圖，已知圓 O 為△ABC 的內切圓，D、E、F 為切點。設 $\overline{AD}=2$ 公分，$\overline{BE}=3$ 公分，$\overline{CF}=4$ 公分，則△ABC 的周長為 $\underline{18}$ 公分。



7. 如右圖，I 為△ABC 的內心，$\angle CAI=25°$，則：



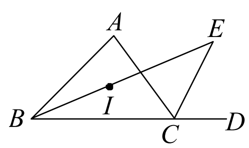
(1) $\angle ABC+\angle ACB=\underline{130}$ 度。

(2) $\angle BIC=\underline{115}$ 度。

8. (1) 已知 I 為△ABC 的內切圓圓心，且 $\angle A=90°$，則 $\angle BIC=\underline{135}$ 度。

(2) △ABC 中，已知 $\angle A=102°$，且 $\angle ABC$ 與 $\angle ACB$ 的角平分線相交於 I 點，則 $\angle BIC=\underline{141}$ 度。

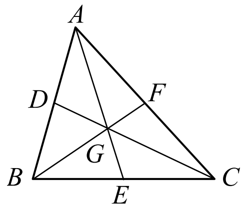
9. 如右圖，I 為△ABC 的內心，$\overline{CE}$ 平分 $\angle ACD$，且 B、I、E 三點共線。已知 $\angle BEC=40°$，則 $\angle A=\underline{80}$ 度。



1. 三角形的三中線必交於同一點，此點為三角形的**重心**。
2. 重心到一頂點的距離等於它到對邊中點距離的 2 倍。
3. 重心與三頂點的連線將三角形面積三等分，三中線將三角形面積六等分。

題型 1　利用重心求長度 I

如右圖，$\overline{AE}$、$\overline{BF}$、$\overline{CD}$ 為△ABC 的三中線。若 $\overline{AG}=5$，$\overline{FG}=2$，$\overline{DG}=3$，則 $\overline{AE}+\overline{BF}+\overline{CD}=$ 22.5 。

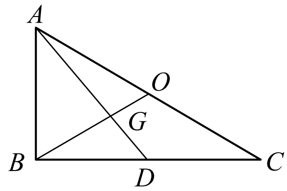


題型 2　利用重心求長度 II

如右圖，G 為直角△ABC 的重心，O 為斜邊 $\overline{AC}$ 的中點，$\overline{AB}=6$，$\overline{AC}=12$，則：

(1) $\overline{GO}=$ 2 。

(2) $\overline{AG}=$ $2\sqrt{7}$ 。



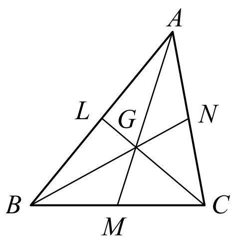
題型 3　面積等分 I

如右圖，G 是△ABC 的重心。若△GBM 的面積是 8，則：

(1) △ACG 面積 = 16 。

(2) △ABC 面積 = 48 。

(3) 四邊形 $BMGL$ 面積 = 16 。

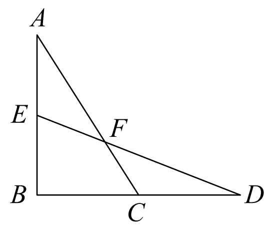


題型 4　面積等分 II

如右圖，E、C 分別為 $\overline{AB}$、$\overline{BD}$ 的中點。

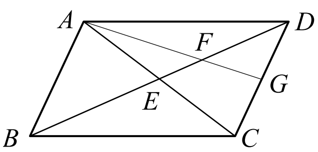
(1) 若 $\overline{DE}=15$，則 $\overline{EF}=$ 5 。

(2) 若 $\angle B=90°$，$\overline{AB}=10$，$\overline{BD}=12$，則△AEF 面積 = 10 。



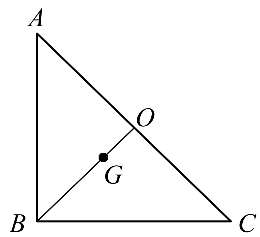
題型 5　面積等分 III

如右圖，若平行四邊形 $ABCD$ 的面積為 60 cm^2，$\overline{BD}=12$ cm，且 $\overline{DG}=\overline{GC}$，則△$AEF$ 面積 = 5 cm^2，$\overline{EF}=$ 2 cm。



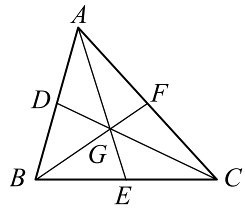
題型 6　利用重心求斜邊

右圖直角△ABC 中，$\angle ABC=90°$，O 為斜邊的中點，G 為重心。若 $\overline{GO}=10$ 公分，則 $\overline{AC}=$ 60 公分。

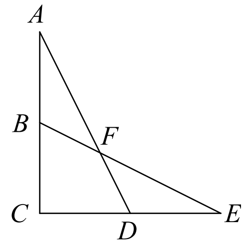


強化練習

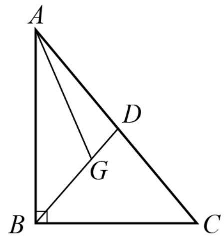
1. 如右圖，G 為$\triangle ABC$ 的重心。
   (1) 若 $\overline{AG}=6$，則 $\overline{AE}=$ __9__ 。
   (2) 若 $\overline{GD}+\overline{GE}+\overline{GF}=8$，則$\triangle ABC$ 三中線長的和＝ __24__ 。



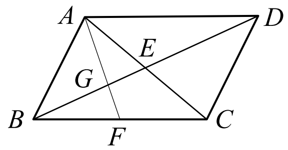
2. 如右圖，已知 $\overline{AC}\perp\overline{CE}$，$\overline{AB}=\overline{BC}$，$\overline{CD}=\overline{DE}$。
   若 $\overline{AC}=\overline{CE}=10$ 公分，則 $\overline{DF}=$ __$\dfrac{5\sqrt{5}}{3}$__ 公分。



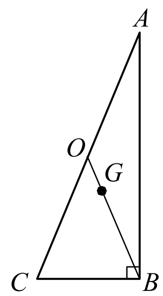
3. 如右圖，G 為直角$\triangle ABC$ 的重心，$\angle ABC=90°$。
   若 $\overline{AB}=8$ 公分，$\overline{BC}=6$ 公分，則$\triangle AGD$ 的面積為 __4__ 平方公分。



4. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 的兩對角線 $\overline{AC}$ 和 $\overline{BD}$ 交於 E 點，F 是 $\overline{BC}$ 中點，且 $\overline{AF}$ 和 $\overline{BD}$ 交於 G 點，則$\triangle AGB$ 面積：$\triangle ECD$ 面積＝ __2：3__ 。

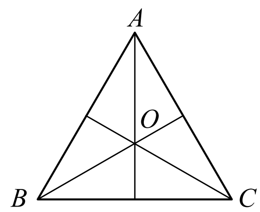


5. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90°$，$\overline{AB}=24$，$\overline{BC}=10$，G 是$\triangle ABC$ 的重心，O 是$\triangle ABC$ 的斜邊的中點，則 $\overline{GO}=$ __$\dfrac{13}{3}$__ 。



6. 設 G 為正$\triangle ABC$ 的重心，且 $\overline{AG}=6$ 公分，則$\triangle ABC$ 的周長為 __$18\sqrt{3}$__ 公分。

7. 如右圖，若 O 為正$\triangle ABC$ 的重心，且 $\overline{OA}=4$ 公分，則$\triangle ABC$ 的面積為 __$12\sqrt{3}$__ 平方公分。



3-2 三角形的外心、內心與重心

年　班　座號　姓名　得分

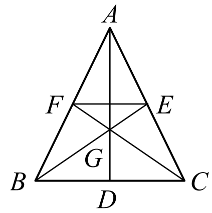
一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

(D) 1. 下列哪一個是外心？
(A) 三角形三高的交點
(B) 三角形三內角平分線的交點
(C) 三角形三中線的交點
(D) 三角形三邊垂直平分線的交點

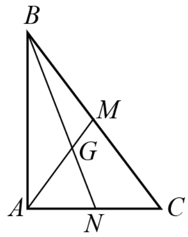
(A) 2. 已知在△ABC 中，$\angle ABC=90°$，且圓 O 為△ABC 的外接圓。若△ABC 的三邊長為 10、24、26，則其外接圓半徑＝？
(A) 13　(B) 12
(C) 6　(D) 4

(D) 3. 承第 2.題，其內切圓半徑＝？
(A) 13　(B) 12
(C) 6　(D) 4

(B) 4. 如右圖，已知△ABC 的三條中線 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$ 交於 G 點。若 $\overline{AD}=12$，則 $\overline{AG}$ 為何？
(A) 12　(B) 8
(C) 6　(D) 4



(A) 5. 如右圖，△ABC 是直角三角形，$\angle BAC=90°$，兩中線 $\overline{AM}$ 與 $\overline{BN}$ 交於 G 點。若 $\overline{AB}=24$， $\overline{AC}=7$，則△BGM 面積＝？
(A) 14　(B) 28
(C) 42　(D) 56

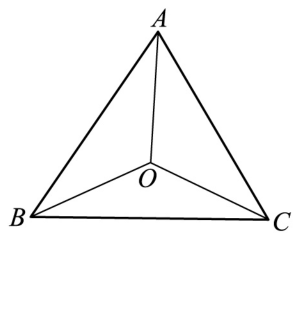


二、填充題：每格 5 分，共 65 分

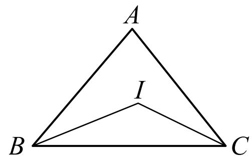
1. 設 O 點為△ABC 的外心。若 $\angle A：\angle B：\angle C=4：5：11$，則：
(1) O 點在△ABC 的＿外部＿。（請填入外部或內部）
(2) $\angle AOB=$＿162＿度。

2. 若等腰直角△ABC 的外接圓面積為 64π 平方公分，則△ABC 的斜邊長為＿16＿公分。

3. 如右圖，設 O 點是△ABC 的外心。若 $\angle ACB=60°$，$\angle ABC=55°$，則 $\angle BOC=$＿130＿度。

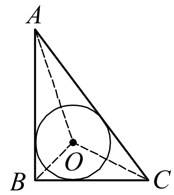


4. 如右圖，I 為△ABC 的內心。若∠ABC＋∠ACB＝100°，則∠BIC＝$\underline{\quad 130 \quad}$度。



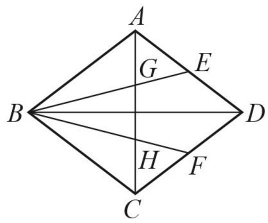
5. △ABC 中，已知 I 為內心，∠BIC＝110°，則∠A＝$\underline{\quad 40 \quad}$度。

6. 如右圖，△ABC 中，∠ABC＝90°，且圓 O 為△ABC 的內切圓。若 $\overline{AB}$ ＝8 公分，$\overline{BC}$ ＝6 公分，則：
(1) △ABC 面積＝$\underline{\quad 24 \quad}$平方公分。
(2) 圓 O 半徑＝$\underline{\quad 2 \quad}$公分。
(3) △AOB 面積：△BOC 面積：△AOC 面積＝$\underline{\quad 4：3：5 \quad}$。



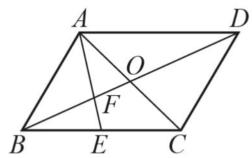
7. △ABC 中，$\overline{AB}$ ＝ $\overline{AC}$ ＝13，$\overline{BC}$ ＝10，則其內切圓半徑＝$\underline{\quad \frac{10}{3} \quad}$。

8. 如右圖，菱形 $ABCD$ 中，E、F 兩點分別是 $\overline{AD}$ 、 $\overline{CD}$ 的中點。若 $\overline{AG}$ ＝4，$\overline{BD}$ ＝16，則：
(1) $\frac{1}{2}\overline{AC}$ ＝$\underline{\quad 6 \quad}$。
(2) △ABD 的面積＝$\underline{\quad 48 \quad}$。
(3) 四邊形 $BFDE$ 的面積＝$\underline{\quad 48 \quad}$。



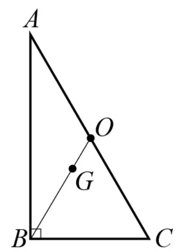
三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 如右圖，▱$ABCD$ 中，E 為 $\overline{BC}$ 的中點，且 $\overline{AE}$ 、 $\overline{BD}$ 相交於 F 點。若△BEF 的面積為 6，則△ABF 的面積＝？



解：因 F 為△ABC 的重心
故△ABF 的面積＝2△BEF 的面積＝2×6＝12。
答：12

2. 若 O、G 分別為直角△ABC 的外心及重心，且∠B＝90°，$\overline{AC}$ ＝14，則 $\overline{OG}$ ＝？



解：因為 O 為直角△ABC 的外心，
所以 $\overline{OB}=\overline{OC}=\frac{1}{2}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times14=7$，
因為 G 為直角△ABC 的重心，
故 $\overline{OG}=\frac{1}{3}\overline{OB}=\frac{1}{3}\times7=\frac{7}{3}$。

答：$\frac{7}{3}$

每週一題

創新×素養 NANi

忠勇是一位戰技頂尖的特戰隊員，尤其是跳傘更是拿手項目之一，某日，乘坐運輸機準備進行跳傘訓練，接到了來自地面的訊息，訊息如下：

> 目標區域：地面上紅色標記點為頂點，所構成的三角形區域範圍內。
> 坐標為：東經 6 度　　北緯 8 度
> 　　　　東經 30 度　　北緯 8 度
> 　　　　東經 6 度　　北緯 26 度

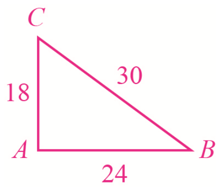
(1) 請判別此三角形為何種三角形？

(2) 忠勇接收到消息後，立即向地面的訓練單位表示，此範圍過大容易遭受到敵方攻擊，請儘速將範圍縮至內切圓內，以躲避攻擊。試問此內切圓面積為何？

解

(1) 將三點以坐標形式表示為 $A(6,8)$、$B(30,8)$、$C(6,26)$。
三邊長分別為 18、24、30，又因為 $18^2+24^2=30^2$，
所以此$\triangle ABC$ 為直角三角形。

(2) 由(1)可知三邊長分別為 18、24、30，



$$\text{內切圓半徑}=\frac{1}{2}\times(\text{兩股和}-\text{斜邊長})$$
$$=\frac{1}{2}\times(18+24-30)=6$$

內切圓面積$=6\times6\times\pi=36\pi$。

第五冊

第 1 章 比例線段與相似形

1-1 連比

1 實力養成重點 1

題型❶ **1.** 6、$\frac{4}{3}$；**2.** 24、2

題型❷ **1.** 50、30、20；**2.** (1) 18：16：15、(2) 19：15

題型❸ $\frac{6}{11}$

題型❹ 2：1：3

題型❺ (1) 2：3：2；(2) 4：2：5

題型❻ **1.** 35：16：30；**2.** 6：4：3

2 題型❼ **1.** 9：15：20；**2.** 16、20、24

題型❽ 540、900、360

● 強化練習

1. (1) $\frac{5}{3}$、$\frac{24}{5}$；(2) $\frac{15}{4}$、$\frac{16}{5}$

2. (1) 5：6：4；(2) 4：7：5；(3) 28：6：21

3. 12：20：35　**4.** 45、45、30

5. $\frac{26}{3}$　**6.** 20：15：12　**7.** (1) $\frac{16}{9}$；(2) $\frac{7}{30}$

8. 4,000,000、6,000,000、8,000,000

9. 3：2：5　**10.** 90、60

11. 20、30

3 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. B　**2.** B　**3.** D　**4.** C　**5.** D

二、填充題

1. (1) 5：4：6；(2) 21：6：7

2. 2：5：6　**3.** 75

4. 4：3：2

5. 15：21：10

4 **6.** (1) 12：8：9；(2) 24，16，18

7. $\frac{33}{4}$　**8.** 7：12：9　**9.** 90

三、計算題

1.⋯⋯設三邊長為 $4k$ 公分、$3k$ 公分、$5k$ 公分，$k\neq0$，
$4k+3k+5k=84$，$12k=84$，$k=7$，
三邊長分別為 28 公分、21 公分、35 公分。
答：28 公分、21 公分、35 公分

2. 設大寶有 a 元，二寶有 b 元，小寶有 c 元，
則 $3a=4b$，$4b=5c$，$a:b:c=20:15:12$。
設 $a=20k$，$b=15k$，$c=12k$，$k\neq0$，
則 $20k+15k+12k=940$，$47k=940$，$k=20$，
故大寶有 400 元，二寶有 300 元，小寶有 240 元
答：大寶 400 元，二寶 300 元，小寶 240 元

5 每週一題

(1) 設 A、B、C 三種糖果的價格分別為 $6r$ 元、$5r$ 元、$3r$ 元，$r\neq0$，
小文購買 A、B、C 三種糖果的重量分別為 m 公克、$3m$ 公克、$2m$ 公克，$m\neq0$，
則小文購買 A、B、C 所花的費用比為
$6r\times m:5r\times3m:3r\times2m=2:5:2$。

(2) 設阿茂購買 A、B、C 三種糖果的重量分別為 $100x$ 公克、$100y$ 公克、$100z$ 公克，由題意可知

$$\begin{cases}100x+100y+100z=1000\cdots\cdots① \\ 30x+25y+15z=250\cdots\cdots\cdots\cdots②\end{cases}$$

①化簡後得 $x+y+z=10$ ⋯⋯⋯③
②化簡後得 $6x+5y+3z=50$⋯⋯④
④－③×3，得 $3x+2y=20$，

符合上式的解有 $\begin{cases}x=6\\y=1\\z=3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=4\\y=4\\z=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=2\\y=7\\z=1\end{cases}$，

則阿茂所買糖果的重量比 $100x:100y:100z$
$=x:y:z$ 為 6：1：3、2：2：1 或 2：7：1。

1-2 比例線段

6 實力養成重點 1

題型❶ 6、4

題型❷ $\frac{4}{9}$

● 強化練習

1. (1) 35；(2) 20

2. $\frac{12}{35}$

7 實力養成重點 2

題型❶ 4

題型❷ 9

題型❸ $\frac{10}{3}$

題型❹ 2

8 題型❺ 12

題型❻ $\frac{7}{2}$、$\frac{35}{6}$

題型❼ (1) 8、4；(2) 2、5

題型❽ 9：64

題型❾ 3

題型❿ 7

● 強化練習

9 **1.** 2　**2.** 4　**3.** 1

4. 8.4　**5.** 5　**6.** 2、8

10 **7.** 5　**8.** 14　**9.** 3

10. $\frac{40}{3}$　**11.** 60　**12.** $\frac{30}{11}$

11 實力養成重點 3

題型❶ 35

題型❷ 3

● 強化練習

1. 82

2. 10

3. 30

12 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. A　**2.** C　**3.** D　**4.** B　**5.** D

二、填充題

1. 8　**2.** $2\sqrt{3}$

3. (1) 5：2；(2) 5：7

4. 2

13 **5.** (1) 5：3；(2) 5：3；(3) 8
6. (1) 1：4；(2) 2；(3) 1：4
三、計算題
1. ………………………………………………… (1) 在△ABK 中，
$\overline{AH}:\overline{AK}=\overline{AD}:\overline{AB}=2:5$。
(2) 在△AKG 中，
$\overline{HE}:\overline{KG}=\overline{AH}:\overline{AK}=2:5$。
答：(1) 2：5；(2) 2：5
2. (1) 在△ABD 中，
因為 $\overline{DE}:\overline{AD}=\overline{DF}:\overline{BD}=1:2$，
所以 $\overline{EF}\,//\,\overline{AB}$，
又 $\overline{DE}:\overline{AD}=1:2=\overline{EF}:12$，
故 $\overline{EF}=12\div 2=6$。
(2) 在△DBC 中，
因為 $\overline{BF}:\overline{BD}=\overline{BG}:\overline{BC}=1:2$，
所以 $\overline{FG}\,//\,\overline{CD}$，
又 $\overline{BF}:\overline{BD}=1:2=\overline{FG}:12$，
故 $\overline{FG}=12\div 2=6$。
答：(1) 6；(2) 6

14 每週一題
(1) 因為 $\overline{BA_2}$、$\overline{CA_3}$、$\overline{DA_4}$ 都與 $\overline{FH}$ 平行，
即 $\overline{BA_2}\,//\,\overline{CA_3}\,//\,\overline{DA_4}$，
又 B、C、D、E 為 $\overline{A_1F}$ 等分點，
所以 $\overline{A_1A_2}:\overline{A_2A_3}:\overline{A_3A_4}$
$=\overline{A_1B}:\overline{BC}:\overline{CD}=1:1:1$。
(2) 由題意可知，
四邊形 $DFHA_4$ 為矩形⇒ $\overline{FH}=\overline{DA_4}$
⇒ $\overline{FH}$ 可擺書量即 $\overline{DA_4}$ 可擺書量
由(1)△A_1A_4D 中，$\overline{DA_4}:\overline{CA_3}$
$=\overline{A_4A_1}:\overline{A_3A_1}=3:2$，
⇒ $\overline{DA_4}$ 那層可擺書量為 $200\times\frac{3}{2}=300$ (本)，
亦即 $\overline{FH}$ 那層可擺 300 本，故不能擺到 500 本。

1-3 相似形

15 實力養成重點 1
題型❶ 55
題型❷ 3
● 強化練習 ---
1. 50
2. $\frac{2}{3}$

16 實力養成重點 2
題型❶ (1) 80；(2) 85；(3) 1：2；(4) 5.8；(5) 4
題型❷ (C)
題型❸ (D)
題型❹ $\frac{16}{3}$
● 強化練習 ---

17 **1.** (1) 1.25；(2) 80
2. (1) 56；(2) 145 **3.** (D) **4.** 81 **5.** (B) **6.** 9

18 實力養成重點 3
題型❶ 1：3
題型❷ 13.5
題型❸ 2
題型❹ $\frac{10}{3}$
● 強化練習 ---
1. 21
2. 2

19 隨堂基礎卷
一、選擇題
1. B **2.** D **3.** C **4.** A **5.** C
二、填充題
1. (1) 24；(2) $\frac{2}{3}$ **2.** $\frac{5}{3}$

20 **3.** AA **4.** $\frac{50}{7}$ **5.** (1) $\frac{50}{7}$；(2) $\frac{15}{7}$ **6.** 3
7. (1) 1：3；(2) 2：3；(3) 2：3；(4) 3
三、計算題
1. ……………………………………………………(1) 在△ADC 中，
$\overline{AF}:\overline{AD}=\overline{AE}:\overline{AC}$，
可得 $16:40=\overline{AE}:\overline{AC}$，
故 $\overline{AE}:\overline{AC}=2:5$。
(2) 在△ABC 中，
$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AE}:\overline{AC}=2:5$，
⇒ $40:\overline{AB}=2:5$
⇒ $\overline{AB}=100$
答：(1) 2：5；(2) 100
2. 因為△ABC 與△AED 相似，所以∠B=∠DEA，
又∠DEA+125°=180°，
故∠B=∠DEA=180°−125°=55°
答：55°

21 每週一題
(1) ∵ △AEF ≅ △ADF
∴ ∠EAF=∠DAF
又因為∠BAE=∠DAF，
所以∠BAE=∠DAF=∠EAF。
(2) ∵∠BAC=∠BAE+∠EAF
=∠DAF+∠EAF=∠EAD，∠C=∠D
∴ △BAC∼△EAD (AA 相似性質)
得 $\overline{BC}:\overline{ED}=\overline{AC}:\overline{AD}$
$8:(2+2)=\overline{AC}:3$
$8:4=\overline{AC}:3$
$4\overline{AC}=24$，$\overline{AC}=6$，故 $\overline{AC}=6$。

1-4 相似形的應用

22 實力養成重點 1

題型❶ 2：3

題型❷ 4

題型❸ 6

題型❹ 3.2

題型❺ $\frac{2}{3}$

● 強化練習

23 **1.** 4：5　**2.** 4：25

3. 1：4

4. 987　**5.**4.8　**6.** 4.4

24 實力養成重點 2

題型❶ (1) 3、$3\sqrt{2}$；(2) $\frac{4}{5}$、$\frac{3}{5}$、$\frac{3}{4}$

題型❷ 9

● 強化練習

1. $5\sqrt{3}$、10

2. $\frac{5}{13}$、$\frac{12}{13}$、$\frac{12}{5}$

3. $\frac{20\sqrt{3}}{3}$

25 隨堂基礎卷

一、選擇題

1.D　**2.**A　**3.**C　**4.**B　**5.**C

二、填充題

1. (1) 5：3；(2) 25：9

2. $6\sqrt{2}$

26 **3.** (1) 4：9；(2) 18；(3) 2：3；(4) 27

4. 5

5. (1) 2：3；(2) 240

三、計算題

1.……………………………… ∵ $\angle A=\angle A$ (公用角)

$\angle ABD=\angle C=90°$

∴ $\triangle ABD\sim\triangle ACE$ (AA 相似性質)

$\Rightarrow \overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CE}$

$x:(x+8)=6:18$

$6x+48=18x$

$12x=48$

$x=4$

答：4

27 每週一題

(1) ∵ $\overline{DE}$ 是 $\overline{AB}$ 的垂直平分線 $\Rightarrow \overline{EA}=\overline{EB}$

∴$\triangle EAB$ 為等腰三角形 $\Rightarrow\angle EAB=\angle EBA=\angle ABC$

故 $\angle AEC=\angle EAB+\angle EBA=2\angle ABC$

(外角定理)。

(2) 依題意可知$\angle FEH=\angle FEA=\frac{1}{2}\angle AEC$，

又由(1)可知$\angle AEC=2\angle ABC\Rightarrow\angle FEH=\angle ABC$。

∵ $\overline{DE}$ 是 $\overline{AB}$ 的垂直平分線，且 $\overline{FH}\perp\overline{BC}$

∴$\angle EDB=\angle EHF=90°$

故$\triangle BED\sim\triangle EFH$ (AA 相似性質)。

第 2 章 圓的性質

2-1 圓形及點、直線與圓之間的關係

28 實力養成重點 1

題型❶ (C)

題型❷ (1) 8π；(2) 80π

題型❸ (1) 50；(2) $25\pi-50$

題型❹ 8

● 強化練習

1. 6π、54π

2. (1) 162；(2) $81\pi-162$

3. 45

29 實力養成重點 2

題型❶ (C)

題型❷ $7<r<9$

題型❸ (1) 3；(2) 9

題型❹ (1) L_1；(2) L_2；(3) L_3

30 題型❺ L_2、L_1、L_3

題型❻ 26

題型❼ 3

題型❽ 12

題型❾ 10

題型❿ (9 , 0)

● 強化練習

31 **1.** (1) 外；(2) 上；(3) 內

2. $0\leq t<6$

3. 4、16

4. (1) 2；(2) N

5. 10

6. 52π

7. 14

8. 3

9. (−6 , 3.5)

32 實力養成重點 3

題型❶ 9

題型❷ 30

題型❸ (1) 145；(2) 168

題型❹ $\frac{48}{5}$

● 強化練習

33 **1.** 20π　**2.** 5　**3.** 2.4

4. 15

5. 60

6. $\frac{24}{5}$

34 隨堂基礎卷

一、選擇題

1.B　**2.**D　**3.**A　**4.**B　**5.**A

二、填充題

1. 20

2. (1) (D)；(2) (C)；(3) (A)；(4) (B)

3. 2

35 **4.** 7

5. (1) 4π；(2) $4\pi-8$

6. (1) 90；(2) 12；(3) 30；(4) $\frac{120}{12}$

三、計算題

1. ……………………扇形圓心角為 $360° \times \dfrac{6\pi}{2\times 9\times \pi}=120°$，

故扇形面積 $=9^2\times \pi \times \dfrac{120°}{360°}=81\pi \times \dfrac{1}{3}=27\pi$。

答：27π

2. ……………………………………………… 設半徑 $\overline{OC}=x$ 公分，

因為 $\overline{AM}=1$ 公分，所以 $\overline{OM}=(x-1)$ 公分。

因為圓內一弦的弦心距垂直平分此弦，

所以 $\angle OMC=90°$，$\triangle OMC$ 為直角三角形，

又 $\overline{CM}=\overline{CD}\div 2=6\div 2=3$，

可得 $x^2=(x-1)^2+3^2$

$\Rightarrow x^2=x^2-2x+1+9$

$\Rightarrow 2x=10$，$x=5$

故圓 O 的半徑 $=5$ (公分)

答：5 公分

36 每週一題

(1) $\because \overline{OG}$ 為 $\overline{CD}$ 的弦心距，且 $\overline{AO}=\overline{BO}$

$\therefore \overline{AG}=\overline{BG}$

$\because \overline{OG}$ 為 $\overline{CD}$ 的弦心距

$\therefore \overline{CG}=\overline{DG}$

因此 $\overline{AG}-\overline{CG}=\overline{BG}-\overline{DG}$，

故 $\overline{AC}=\overline{BD}$。

(2) 因為四邊形 $AEFB$ 為梯形，且 O、G 分別為 $\overline{EF}$、$\overline{AB}$ 中點，

所以 $\overline{OG}=\dfrac{1}{2}(4+6)=5$，

$\overline{CG}=\dfrac{1}{2}\times 24=12$，

則圓 O 半徑 $=\overline{OC}$

$=\sqrt{\overline{OG}^2+\overline{CG}^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13$，

故圓 O 的面積 $=13\times 13\times \pi=169\pi$。

2-2 弧與圓周角

37 實力養成重點 1

題型❶ (1) 20；(2) 40；(3) 60

題型❷ 75

題型❸ (1) 120；(2) 6π、4π

題型❹ $\dfrac{65\pi}{6}$

38 題型❺ 120

題型❻ (1) 60；(2) 50

題型❼ 250

題型❽ (1) 90；(2) 90；(3) 80

● 強化練習

1. 180 **2.** 60

39 **3.** 130 **4.** 3π

5. $\dfrac{11\pi}{2}$

6. 65 **7.** 50

8. 70 **9.** 8

10. 60、120

40 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. C **2.** A **3.** B **4.** A **5.** B

二、填充題

1. (1) 360；(2) 66 **2.** 70 **3.** (1) 25；(2) 155

41 **4.** (1) 120；(2) 30；(3) 60

5. (1) 135；(2) $\dfrac{15}{4}\pi$ **6.** (1) 105；(2) 75

三、計算題

1. …………………………………… (1) 因為 $\overleftrightarrow{AB}$ 切圓 O 於 B 點，

所以 $\angle DBO=90°-42°=48°$。

(2) 因為 $\angle BDO=\angle DBO=48°$，

所以 $\angle BOD=180°-48°-48°=84°$。

答：(1) 48°；(2) 84°

42 每週一題

(1) 依題意可知 $\overparen{AB}:\overparen{BC}:\overparen{CD}:\overparen{DE}:\overparen{AE}$

$=\overline{PQ}:\overline{QR}:\overline{RS}:\overline{ST}:\overline{TP'}$

$=6:7:2:5:4$

設 $\overparen{AB}=6r$，$\overparen{BC}=7r$，$\overparen{CD}=2r$，$\overparen{DE}=5r$，

$\overparen{AE}=4r$，$r\neq 0$，

則 $\angle EBD:\angle EBC=\dfrac{1}{2}\overparen{DE}:\dfrac{1}{2}\overparen{CDE}$

$=\overparen{DE}:(\overparen{CD}+\overparen{DE})=5r:7r=5:7$。

(2) 由(1)可知，$\angle EGD:\angle BFD$

$=\dfrac{1}{2}(\overparen{DE}+\overparen{ABC}):\dfrac{1}{2}(\overparen{AE}+\overparen{BCD})$

$=(\overparen{DE}+\overparen{AB}+\overparen{BC}):(\overparen{AE}+\overparen{BC}+\overparen{CD})$

$=(5r+6r+7r):(4r+7r+2r)$

$=18:13$

第 3 章 推理證明與三角形的心

3-1 推理與證明

43 實力養成重點 1

題型❶ (1) ASA；(2) SAS

題型❷ AAS

題型❸ (A)

題型❹ $\overline{BC}$、$\angle 2$、$\overline{AC}$、$\overline{AC}$、SAS

44 題型❺ $\angle C$、$\angle E$、$\overline{AE}$、AAS

題型❻ $\angle CBE$、$\angle DEB$、$\angle DEB$

題型❼ $\dfrac{24}{5}$

題型❽ $(a+b+c)(a-b-c)=0$

$\Rightarrow a^2-(b+c)^2=0$

$\Rightarrow a^2=(b+c)^2$

$\therefore b+c$ 為 a^2 的因數

故 $b+c$ 可以整除 a^2。

45 題型❾ $a+b>0 \Rightarrow b>-a$

又 $a<0 \Rightarrow b>-a>0$

$\Rightarrow |b|=b>-a=|a|$

故 $|a|<|b|$。

題型❿ $\overline{BD}$、$\overline{BC}$、$\overline{CD}$、$\overline{CD}$、SSS

● 強化練習

1. (D)

2. $\overline{AD}$、$\angle 2$、$\overline{AC}$、$\overline{AC}$、SAS

3. 16

46 **4.** $\overline{AC}$、$\overline{AD}$、$\overline{AD}$、等腰

5. $\frac{16}{7}$

6. $b>a>c$,

7. $\sqrt{7}$

8. (C)

9. $5\sqrt{3}$

47 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. C **2.** A **3.** B **4.** D **5.** B

二、填充題

1. 90

2. 5

3. 6

48 **4.** (1) AA；(2) 2

5. (1) $\triangle ABC$ 中，$\overline{BD}$ 平分 $\angle ABC$；

(2) $\overline{DE}=\overline{DF}$

6. $\overline{BD}$，DBC，SAS

三、計算題

1. ∵ $\overline{AB} // \overline{DE}$

∴ $\angle A=\angle E$ (內錯角相等)

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDF$ 中

∵ $\angle A=\angle E$，$\angle B=\angle D$

∴ $\triangle ABC \sim \triangle EDF$ (AA 相似性質)

又 $\overline{BC}=2\overline{DF}$，故 $\overline{AB}=2\overline{DE}$

(對應邊成比例)

2. ∵ n 為正整數

∴ n 可為偶數或奇數

(1) 當 n 為偶數時，$n+1$ 為奇數，
則 $n(n+1)$＝偶×奇，為偶數。

(2) 當 n 為奇數時，$n+1$ 為偶數，
則 $n(n+1)$＝奇×偶，為偶數。

故 $n(n+1)$ 為偶數。

49 每週一題

(1) 由圖可知，$\angle AFE=\angle BFD$ (對頂角相等)，
又 $\angle 1=\angle 2$，
故 $\angle 1+\angle AFE=90°=\angle 2+\angle BFD$，
因此 $\angle BDF=\angle AEF=90°$，
即 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$。

(2) ∵ $\angle DAB=\angle DBA$
∴ $\triangle ADB$ 是等腰三角形，得 $\overline{DA}=\overline{DB}$
在 $\triangle ADC$ 與 $\triangle BDF$ 中，
因為 $\angle ADC=\angle BDF=90°$，
$\angle 1=\angle 2$，$\overline{DA}=\overline{DB}$，
所以 $\triangle ADC \cong \triangle BDF$ (ASA 全等性質)。
因此 $\overline{CD}=\overline{DF}$ (對應邊相等)。

3-2 三角形的外心、內心與重心

50 實力養成重點 1

題型❶ A

題型❷ (B)

題型❸ 15

題型❹ 14

題型❺ $\frac{25}{2}$

題型❻ (1) $\frac{25}{8}$；(2) $\frac{625}{48}$

51 題型❼ (1) 60；(2) 160；(3) 140

題型❽ 64

● 強化練習

1. (D)

2. (C)

3. 1：1：1

4. (1) 19.5；(2) 13

52 **5.** 24

6. 36

7. 5

8. (1) 50；(2) 108

9. (B)

10. 140

11. 80 或 100

53 實力養成重點 2

題型❶ (D)

題型❷ 1

題型❸ $2:\sqrt{3}:1$

題型❹ 24

題型❺ $\frac{3}{2}$

題型❻ 4

54 題型❼ 3.5

題型❽ (1) 22.5；(2) 135

題型❾ 105

題型❿ 30

● 強化練習

1. 6

2. $1:2:\sqrt{3}$

3. (1) 3；(2) 3

55 **4.** $\frac{21}{4}$

5. 4π **6.** 18

7. (1) 130；(2) 115

8. (1) 135；(2) 141

9. 80

56 實力養成重點 3

題型❶ 22.5

題型❷ (1) 2；(2) $2\sqrt{7}$

題型❸ (1) 16；(2) 48；(3) 16

題型❹ (1) 5；(2) 10

題型❺ 5、2

題型❻ 60

● 強化練習 --

57 **1.** (1) 9；(2) 24

2. $\frac{5\sqrt{5}}{3}$

3. 4

4. 2：3

5. $\frac{13}{3}$

6. $18\sqrt{3}$

7. $12\sqrt{3}$

58 隨堂基礎卷

一、選擇題

1. D　**2.** A　**3.** D　**4.** B　**5.** A

二、填充題

1. (1) 外部；(2) 162

2. 16

3. 130

59 **4.** 130

5. 40

6. (1) 24；(2) 2；(3) 4：3：5

7. $\frac{10}{3}$

8. (1) 6；(2) 48；(3) 48

三、計算題

1. ……………………………………因 F 為 $\triangle ABC$ 的重心

故 $\triangle ABF$ 的面積 $=2\triangle BEF$ 的面積 $=2\times 6=12$

答：12

2. ……………………………因為 O 為直角 $\triangle ABC$ 的外心，

所以 $\overline{OB}=\overline{OC}=\frac{1}{2}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 14=7$，

因為 G 為直角 $\triangle ABC$ 的重心，

故 $\overline{OG}=\frac{1}{3}\overline{OB}=\frac{1}{3}\times 7=\frac{7}{3}$。

答：$\frac{7}{3}$

60 每週一題

(1) 將三點以坐標形式表示為 $A(6,8)$、$B(30,8)$、$C(6,26)$。
三邊長分別為 18、24、30，
又因為 $18^2+24^2=30^2$，
所以此 $\triangle ABC$ 為直角三角形。

(2) 由(1)可知三邊長分別為 18、24、30，

$$\text{內切圓半徑}=\frac{1}{2}\times(\text{兩股和}-\text{斜邊長})=\frac{1}{2}\times(18+24-30)=6$$

內切圓面積 $=6\times 6\times\pi=36\pi$。

Notes
筆記欄

Notes
筆記欄