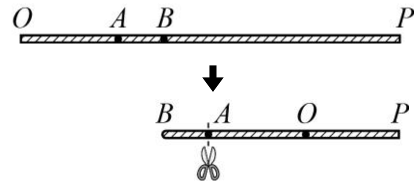
第 1 節　連比

(B) 1. 如附圖，$\overline{OP}$ 為一條拉直的細線，A、B 兩點在 $\overline{OP}$ 上，且 $\overline{OA}:\overline{AP}=1:3$，$\overline{OB}:\overline{BP}=3:5$。若先固定 B 點，將 $\overline{OB}$ 摺向 $\overline{BP}$，使得 $\overline{OB}$ 重疊在 $\overline{BP}$ 上，再從重疊後的 A 點及與 A 點重疊處一起剪開，使得細線分成三段，則此三段細線由小到大的長度比為何？【105 會考】



(A) $1:1:1$　(B) $1:1:2$

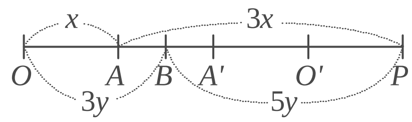
(C) $1:2:2$　(D) $1:2:5$

【解析】令 $\overline{OA}=x$，$\overline{AP}=3x$

$\overline{OB}=3y$，$\overline{BP}=5y$

$4x=8y$，$x=2y$，

剪後三段，即 $\overline{OA}$、$\overline{AA'}$、$\overline{A'P}$，



$\overline{OA}:\overline{AA'}:\overline{A'P}=x:2(3y-x):〔5y-(3y-x)〕$

$=2y:2y:4y$

$=1:1:2$

故選(B)。

(B) 2. 小柔想要榨果汁，她有蘋果、芭樂、柳丁三種水果，且其顆數比為 $9:7:6$。小柔榨完果汁後，蘋果、芭樂、柳丁的顆數比變為 $6:3:4$。已知小柔榨果汁時沒有使用柳丁，關於她榨果汁時另外兩種水果的使用情形，下列敘述何者正確？【107 會考】

(A) 只使用蘋果

(B) 只使用芭樂

(C) 使用蘋果及芭樂，且使用的蘋果顆數比使用的芭樂顆數多

(D) 使用蘋果及芭樂，且使用的芭樂顆數比使用的蘋果顆數多

【解析】設 k、$t\neq0$，$6k=4t$，$t=\dfrac{3}{2}k$，

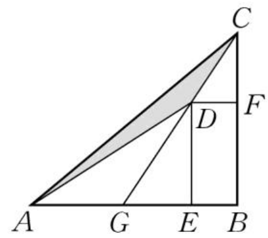
使用後，蘋果 $=6t=6\times\dfrac{3}{2}k=9k$，

芭樂 $=3t=3\times\dfrac{3}{2}k=\dfrac{9}{2}k$，

故選(B)。

	蘋果	芭樂	柳丁
原來	$9k$	$7k$	$6k$
使用後	$6t$	$3t$	$4t$

(B) 3. 如附圖，D 為△ABC 內部一點，E、F 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 上，且四邊形 $DEBF$ 為矩形，直線 CD 交 $\overline{AB}$ 於 G 點。若 $\overline{CF}=6$，$\overline{BF}=9$，$\overline{AG}=8$，則△ADC 的面積為何？



(A) 16 (B) 24 (C) 36 (D) 54 【103 會考】

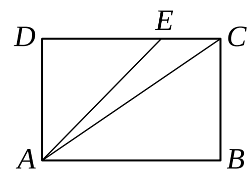
【解析】∵$DEBF$ 為矩形 ∴ $\overline{DF}$ // $\overline{AB}$

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{CG}}=\frac{\overline{CF}}{\overline{CB}}=\frac{6}{6+9}=\frac{2}{5}$$

$$\triangle ADC\text{ 面積}=\frac{2}{5}\triangle ACG\text{ 面積}=\frac{2}{5}\times\frac{8\times(6+9)}{2}=24$$

故選(B)。

(D) 4. 附圖的矩形 $ABCD$ 中，E 點在 $\overline{CD}$ 上，且 $\overline{AE}<\overline{AC}$ 。若 P、Q 兩點分別在 $\overline{AD}$ 、 $\overline{AE}$ 上，$\overline{AP}:\overline{PD}=4:1$，$\overline{AQ}:\overline{QE}=4:1$，直線 PQ 交 $\overline{AC}$ 於 R 點，且 Q、R 兩點到 $\overline{CD}$ 的距離分別為 q、r，則下列關係何者正確？【105 會考】



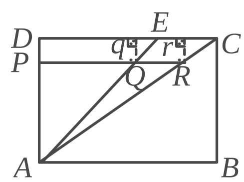
(A) $q<r$，$\overline{QE}=\overline{RC}$

(B) $q<r$，$\overline{QE}<\overline{RC}$

(C) $q=r$，$\overline{QE}=\overline{RC}$

(D) $q=r$，$\overline{QE}<\overline{RC}$

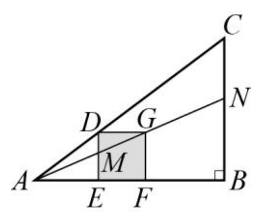
【解析】∵ $\overline{AP}:\overline{PD}=\overline{AQ}:\overline{QE}=4:1$



∴ $\overleftrightarrow{PQ}$ // $\overline{CD}$，$q=r$

$\overline{QE}=\frac{1}{5}\overline{AE}<\frac{1}{5}\overline{AC}=\overline{RC}$，故選(D)。

(D) 5. 附圖的△ABC 中有一正方形 $DEFG$，其中 D 在 $\overline{AC}$ 上，E、F 在 $\overline{AB}$ 上，直線 AG 分別交 $\overline{DE}$ 、 $\overline{BC}$ 於 M、N 兩點。若 $\angle B=90°$，$\overline{AB}=4$，$\overline{BC}=3$，$\overline{EF}=1$，則 $\overline{BN}$ 的長度為何？



(A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{8}{5}$ (D) $\frac{12}{7}$ 【105 會考新店高中考場重考】

【解析】∵ $\overline{DE}$ // $\overline{BC}$

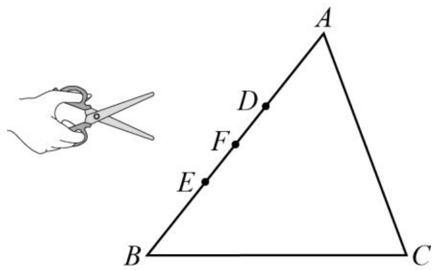
∴ $\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$，$\overline{AE}:4=1:3$，$\overline{AE}=\frac{4}{3}$

∵ $\overline{FG}$ // $\overline{BN}$

∴ $\overline{AF}:\overline{AB}=\overline{FG}:\overline{BN}$，$\frac{7}{3}:4=1:\overline{BN}$，$\overline{BN}=\frac{12}{7}$

故選(D)。

(D) 6. 附圖為三角形紙片 ABC，其中 D 點和 E 點將 $\overline{AB}$ 分成三等分，F 點為 $\overline{DE}$ 中點。若小慕從 $\overline{AB}$ 上的一點 P，沿著與直線 BC 平行的方向將紙片剪開後，剪下的小三角形紙片面積為△ABC 的 $\frac{1}{3}$，則下列關於 P 點位置的敘述，何者正確？【109 會考(一)】



(A) 與 D 點重合
(B) 與 E 點重合
(C) 在 $\overline{DF}$ 上，但不與 D 點也不與 F 點重合
(D) 在 $\overline{FE}$ 上，但不與 F 點也不與 E 點重合

【解析】∵剪下的小三角形紙片與△ABC 相似（AA 相似）

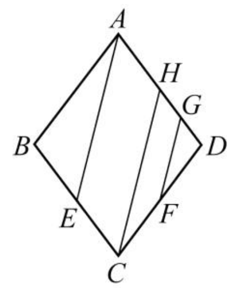
∴ $\overline{AP}:\overline{AB}=1:\sqrt{3}$（面積比等於邊長的平方比）

$\Rightarrow \sqrt{3}\times\overline{AP}=\overline{AB}$ $\Rightarrow \overline{AP}=\frac{1}{\sqrt{3}}\overline{AB}=\frac{\sqrt{3}}{3}\overline{AB}\fallingdotseq 0.577\overline{AB}$

又 $\overline{AF}=\frac{1}{2}\overline{AB}$，$\overline{AE}=\frac{2}{3}\overline{AB}$，

可知 P 點在 $\overline{FE}$ 上，但不與 F 點也不與 E 點重合，故選(D)。

(A) 7. 如附圖，菱形 $ABCD$ 中，E 點在 $\overline{BC}$ 上，F 點在 $\overline{CD}$ 上，G 點、H 點在 $\overline{AD}$ 上，且 $\overline{AE}$ // $\overline{HC}$ // $\overline{GF}$。若 $\overline{AH}=8$，$\overline{HG}=5$，$\overline{GD}=4$，則下列選項中的線段，何者的長度最長？【110 會考(一)】



(A) $\overline{CF}$
(B) $\overline{FD}$
(C) $\overline{BE}$
(D) $\overline{EC}$

【解析】∵ $\overline{HC}$ // $\overline{GF}$ ∴ $\overline{FD}:\overline{CF}=\overline{DG}:\overline{HG}=4:5$

又∵四邊形 $ABCD$ 為菱形

∴ $\overline{CD}=\overline{AD}=\overline{AH}+\overline{HG}+\overline{GD}=8+5+4=17$

$\Rightarrow \overline{CF}=17\times\frac{5}{9}=\frac{85}{9}=9\frac{4}{9}$，$\overline{FD}=17\times\frac{4}{9}=\frac{68}{9}=7\frac{5}{9}$

∵四邊形 $ABCD$ 為菱形 ∴ $\overline{AH}$ // $\overline{EC}$

又∵ $\overline{AE}$ // $\overline{HC}$

∴四邊形 $AECH$ 為平行四邊形

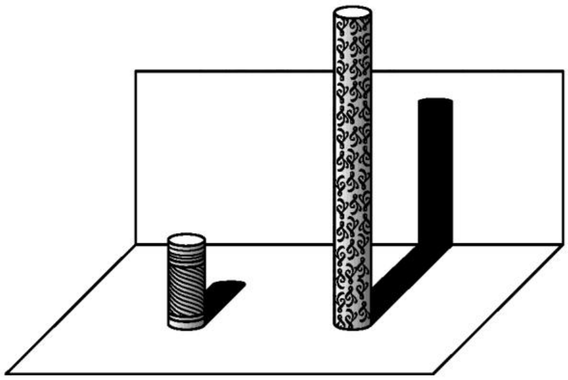
$\Rightarrow \overline{EC}=\overline{AH}=8$

∵ $\overline{BC}=\overline{AD}=17$ ∴ $\overline{BE}=17-8=9$

$\Rightarrow \overline{CF}>\overline{BE}>\overline{EC}>\overline{FD}$

故選(A)。

8. 在公園有兩座垂直於水平地面且高度不一的圓柱，兩座圓柱後面有一堵與地面互相垂直的牆，且圓柱與牆的距離皆為 120 公分。敏敏觀察到高度 90 公分矮圓柱的影子落在地面上，其影長為 60 公分；而高圓柱的部分影子落在牆上，如附圖所示。



已知落在地面上的影子皆與牆面互相垂直，並視太陽光為平行光，在不計圓柱厚度與影子寬度的情況下，請回答下列問題：

(1) 若敏敏的身高為 150 公分，且此刻她的影子完全落在地面上，則影長為多少公分？

(2) 若同一時間量得高圓柱落在牆上的影長為 150 公分，則高圓柱的高度為多少公分？請詳細解釋或完整寫出你的解題過程，並求出答案。【108 會考】

【解析】(1) 150：影長＝90：60

$\Rightarrow$ 影長＝$\dfrac{150\times 60}{90}$＝100（公分）

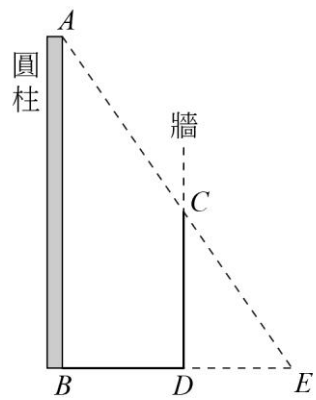
(2) $\overline{BD}=120$，$\overline{CD}=150$，

$\overline{CD}:\overline{DE}=90:60$，$150:\overline{DE}=90:60$

$\Rightarrow \overline{DE}=\dfrac{150\times 60}{90}=100$

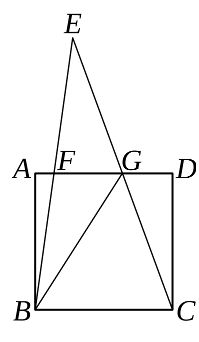
$\overline{AB}:\overline{BE}=90:60$，$\overline{AB}:(120+100)=90:60$

$\overline{AB}=\dfrac{(120+100)\times 90}{60}=330$（公分）



答：(1) 100 公分；(2) 330 公分

(C) 9. 如附圖，正方形 $ABCD$ 與△EBC 中，$\overline{AD}$ 分別與 $\overline{EB}$、$\overline{EC}$ 相交於 F 點、G 點。若△EBG 的面積為 6，正方形 $ABCD$ 的面積為 16，則 $\overline{FG}$ 與 $\overline{BC}$ 的長度比為何？【112 會考】



(A) 3：5　(B) 3：6

(C) 3：7　(D) 3：8

【解析】△BCG 面積＝$\dfrac{1}{2}$正方形 $ABCD$ 面積＝$\dfrac{1}{2}\times 16=8$，

△BGE 面積：△BCG 面積＝$\overline{EG}:\overline{GC}$（同高）

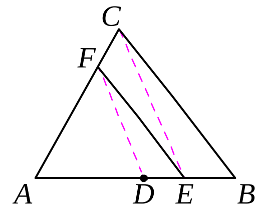
$\Rightarrow \overline{EG}:\overline{GC}=6:8=3:4$

$\because \overline{AD} // \overline{BC}$

$\therefore \overline{FG}:\overline{BC}=\overline{EG}:\overline{EC}=3:(3+4)=3:7$

故選(C)。

(D) 10.如圖(十)，△ABC 中，D 點為 $\overline{AB}$ 的中點，E 點在 $\overline{AB}$ 上，F 點在 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{EF}$ // $\overline{BC}$。若 $\overline{AF}=7$，$\overline{FC}=3$，則下列敘述何者正確？【114 會考】



圖(十)

(A) $\overline{DE}>\overline{EB}$，$\overline{DF}$ 與 $\overline{EC}$ 平行

(B) $\overline{DE}>\overline{EB}$，$\overline{DF}$ 與 $\overline{EC}$ 不平行

(C) $\overline{DE}<\overline{EB}$，$\overline{DF}$ 與 $\overline{EC}$ 平行

(D) $\overline{DE}<\overline{EB}$，$\overline{DF}$ 與 $\overline{EC}$ 不平行

【解析】 ∵ $\overline{EF}$ // $\overline{BC}$

∴ $\overline{AE}:\overline{EB}=\overline{AF}:\overline{FC}=7:3$

設 $\overline{AE}=7x$，$\overline{EB}=3x$，$x>0$

∵D 為 $\overline{AB}$ 的中點

∴ $\overline{AD}=\dfrac{7x+3x}{2}=5x$

⇒ $\overline{DE}=\overline{AE}-\overline{AD}=7x-5x=2x$

①∵ $\overline{DE}=2x$，$\overline{EB}=3x$

∴ $\overline{DE}<\overline{EB}$

②∵ $\overline{AD}:\overline{DE}=5x:2x=5:2$

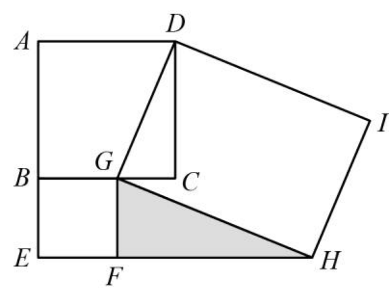
$\overline{AF}:\overline{FC}=7:3$

∴ $\overline{DF}$ 與 $\overline{EC}$ 不平行

故選(D)。

第 3 節 相似形

(D) 11.附圖為兩正方形 $ABCD$、$BEFG$ 和矩形 $DGHI$ 的位置圖，其中 G、F 兩點分別在 $\overline{BC}$ 、 $\overline{EH}$ 上。若 $\overline{AB}=5$，$\overline{BG}=3$，則△GFH 的面積為何？【104 會考】



(A) 10　(B) 11　(C) $\dfrac{15}{2}$　(D) $\dfrac{45}{4}$

【解析】在△GFH、△GCD 中

∵$\angle GFH=\angle GCD=90^\circ$

$\angle 1=\angle 3$ ($\angle 1+\angle 2=\angle 2+\angle 3=90^\circ$)

∴△GFH∼△GCD (AA 相似性質)

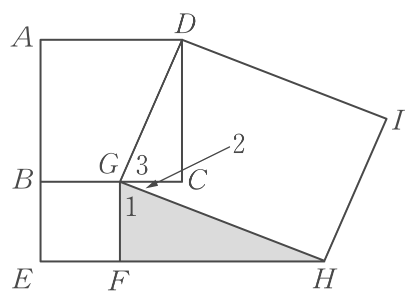
⇒ $\overline{GF}:\overline{GC}=\overline{FH}:\overline{CD}$

⇒$3:(5-3)=\overline{FH}:5$

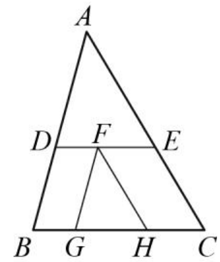
⇒ $\overline{FH}=\dfrac{15}{2}$

∴△GFH 面積$=\dfrac{15}{2}\times3\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{45}{4}$

故選(D)。



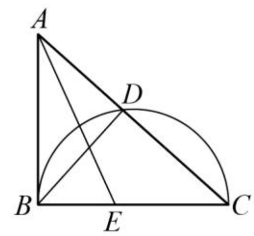
(D) 12.如附圖，△ABC、△FGH 中，D、E 兩點分別在 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 上，F 點在 $\overline{DE}$ 上，G、H 兩點在 $\overline{BC}$ 上，且 $\overline{DE}$ // $\overline{BC}$，$\overline{FG}$ // $\overline{AB}$，$\overline{FH}$ // $\overline{AC}$。若 $\overline{BG}$：$\overline{GH}$：$\overline{HC}$ ＝4：6：5，則△ADE 與△FGH 的面積比為何？【107 會考】



(A) 2：1
(B) 3：2
(C) 5：2
(D) 9：4

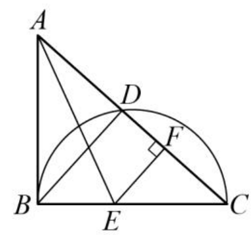
【解析】設 $\overline{BG}=4k$，$\overline{GH}=6k$，$\overline{HC}=5k$，$k\neq0$，
又 $DBGF$、$FHCE$ 為平行四邊形
⇒ $\overline{DF}=4k$，$\overline{FE}=5k$
⇒ $\overline{DE}=9k$
△ADE～△ABC～△FGH (AA 相似性質)
⇒△ADE 面積：△FGH 面積
$=\overline{DE}^2:\overline{GH}^2$
$=81k^2:36k^2$
$=9:4$
故選(D)。

(B) 13.如附圖，半圓 $\overset{\frown}{BC}$ 與△ABC 的一邊 $\overline{AC}$ 相交於 D 點，E 點在 $\overline{BC}$ 上，且 $\overline{AE}$ 為∠BAC 的角平分線。若 $\overline{BD}=10$，$\overline{EC}=9$，$\angle ABC=90°$，則 E 到 $\overline{AC}$ 的距離為何？【109 會考(二)】



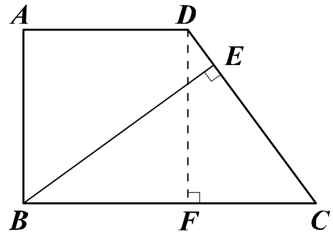
(A) 5
(B) 6
(C) $\dfrac{11}{2}$
(D) $\dfrac{25}{4}$

【解析】作 $\overline{EF}\perp\overline{AC}$ 於 F 點



∵ $\overline{AE}$ 為∠BAC 的角平分線，$\angle ABC=90°$，$\overline{EF}\perp\overline{AC}$
∴ $\overline{BE}=\overline{EF}$
在△CEF 及△CBD 中
∵ $\angle BCD=\angle ECF$，$\angle CFE=\angle CDB=90°$
∴△CEF～△CBD (AA 相似性質)
⇒ $\overline{CE}:\overline{CB}=\overline{EF}:\overline{BD}$
設 $\overline{EF}=\overline{BE}=x$，
$9:(x+9)=x:10$，$x^2+9x=90$
$x^2+9x-90=0$，$(x+15)(x-6)=0$
$x=-15$ (不合) 或 $x=6$，故選(B)。

(A) 14.如附圖，梯形 $ABCD$ 中，E 點在 $\overline{CD}$ 上，$\angle A$、$\angle ABC$、$\angle BEC$ 皆為直角。若 $\overline{AD}=6$，$\overline{BC}=10$，$\overline{BE}=8$，則 $\overline{DE}$ 的長度為何？【110 會考(二)】



(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{4}{3}$

(C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

【解析】作 $\overline{DF}\perp\overline{BC}$ 於 F，

$\overline{CF}=10-6=4$，

$\overline{CE}=\sqrt{10^2-8^2}=6$。

在 $\triangle BEC$、$\triangle DFC$ 中

$\because \angle C=\angle C$，$\angle BEC=\angle DFC=90°$

$\therefore \triangle BEC\sim\triangle DFC$ (AA 相似)

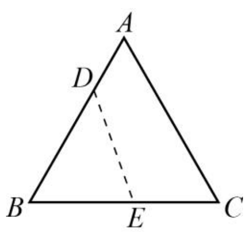
$\Rightarrow \overline{CE}:\overline{CF}=\overline{BC}:\overline{CD}$ $\Rightarrow 6:4=10:\overline{CD}$

$\Rightarrow \overline{CD}=\frac{20}{3}$

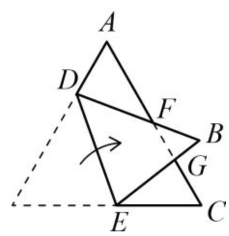
$\Rightarrow \overline{DE}=\frac{20}{3}-6=\frac{2}{3}$

故選(A)。

(C) 15.圖(一)為一張正三角形紙片 ABC，其中 D 點在 $\overline{AB}$ 上，E 點在 $\overline{BC}$ 上。今以 $\overline{DE}$ 為摺線將 B 點往右摺後，$\overline{BD}$、$\overline{BE}$ 分別與 $\overline{AC}$ 相交於 F 點、G 點，如圖(二)所示。若 $\overline{AD}=10$，$\overline{AF}=16$，$\overline{DF}=14$，$\overline{BF}=8$，則 $\overline{CG}$ 的長度為多少？【111 會考(一)】



圖(一)



圖(二)

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

【解析】

在 $\triangle ADF$、$\triangle BGF$ 中

$\because \angle A=\angle B=60°$，$\angle AFD=\angle BFG$ (對頂角相等)

$\therefore \triangle ADF\sim\triangle BGF$ (AA 相似)

$\Rightarrow \overline{AF}:\overline{BF}=\overline{DF}:\overline{GF}$

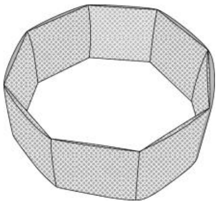
$\Rightarrow 16:8=14:\overline{GF}$ $\Rightarrow \overline{GF}=7$

又 $\overline{AC}=\overline{AB}=10+14+8=32$

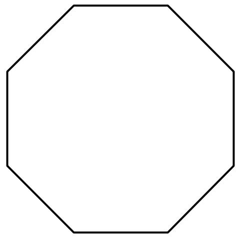
$\Rightarrow \overline{CG}=32-16-7=9$

故選(C)。

16. <u>小儀</u>利用一副撲克牌摺疊出一個環套，如圖(三)所示。環套的上視圖為邊長 6 公分的正八邊形，如圖(四)所示。



圖(三)



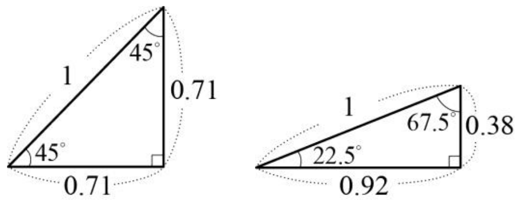
圖(四)

請根據上述資訊回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：

(1) 圖(四)的正八邊形的一個內角度數為多少？

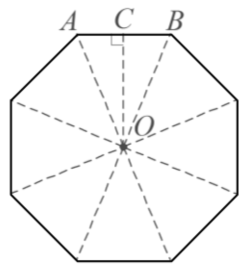
(2) 已知有一個圓柱形花瓶其底面半徑為 8 公分，假設不考慮花瓶與環套厚度，判斷圖(三)的環套是否能在不變形的前提下，套在此圓柱形花瓶側面外圍？【112 會考】

圖(五)呈現 45°－45°－90°的三角形與 22.5°－67.5°－90°的三角形，當斜邊為 1 時的兩股近似值，供作答時參考。



圖(五)

【解析】(1) $\dfrac{(8-2)\times180°}{8}=\dfrac{6\times180°}{8}=135°$



(2) 設正八邊形對角線交於 O 點，

作 $\overline{OC}\perp\overline{AB}$，$\overline{AB}=6$，$\overline{AC}=6\div2=3$，

$\angle OAC=135°\div2=67.5°$，

$\angle COA=180°-90°-67.5°=22.5°$，

可知△OAC 為 22.5°－67.5°－90°的三角形。

$\overline{AC}:\overline{OC}:\overline{OA}=0.38:0.92:1$

$\Rightarrow 3:\overline{OC}=0.38:0.92$

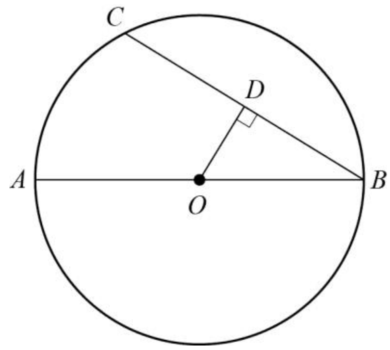
$\Rightarrow 0.38\overline{OC}=2.76$ $\Rightarrow \overline{OC}=7.\cdots\cdots<8$

故環套無法在不變形的情況下套在花瓶外圍。

答：(1) 135°；(2) 否

第 1 節 圓形及點、直線與圓之間的關係

(A) 1. 如附圖，$\overline{AB}$ 為圓 O 的直徑，$\overline{BC}$ 為圓 O 的一弦，自 O 點作 $\overline{BC}$ 的垂線，且交 $\overline{BC}$ 於 D 點。若 $\overline{AB}=16$，$\overline{BC}=12$，則△OBD 的面積為何？【104 會考】



(A) $6\sqrt{7}$　(B) $12\sqrt{7}$
(C) 15　(D) 30

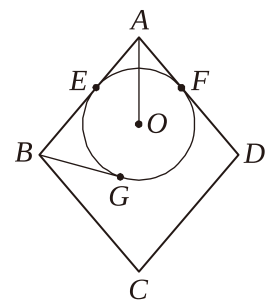
【解析】$\overline{OB}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=8$，$\overline{BD}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=6$

$\Rightarrow \overline{OD}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$

因此△OBD 面積$=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{7}\times 6=6\sqrt{7}$，

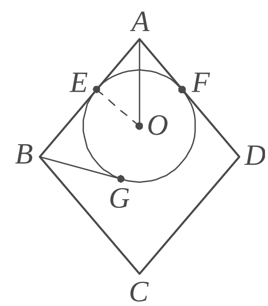
故選(A)。

(C) 2. 如附圖，菱形 $ABCD$ 的邊長為 10，圓 O 分別與 $\overline{AB}$、$\overline{AD}$ 相切於 E、F 兩點，且與 $\overline{BG}$ 相切於 G 點。若 $\overline{AO}=5$，且圓 O 的半徑為 3，則 $\overline{BG}$ 的長度為何？【105 會考新店高中考場重考】



(A) 4
(B) 5
(C) 6
(D) 7

【解析】連接 $\overline{OE}$，則 $\overline{OE}\perp\overline{AB}$，



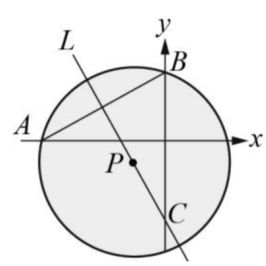
$\overline{AE}=\sqrt{5^2-3^2}=4$，

$\overline{BE}=10-4=6$，

$\overline{BG}=\overline{BE}=6$，

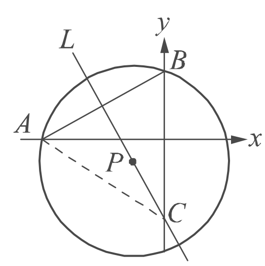
故選(C)。

(A) 3. 如附圖，坐標平面上，A、B 兩點分別為圓 P 與 x 軸、y 軸的交點，有一直線 L 通過 P 點且與 $\overline{AB}$ 垂直，C 點為 L 與 y 軸的交點。若 A、B、C 的坐標分別為 $(a,0)$、$(0,4)$、$(0,-5)$，其中 $a<0$，則 a 的值為何？【107 會考】



(A) $-2\sqrt{14}$　(B) $-2\sqrt{5}$
(C) -8　(D) -7

【解析】連接 $\overline{AC}=\overline{BC}=9$，



$\sqrt{a^2+(0+5)^2}=9$，

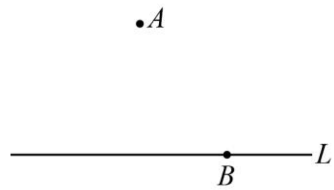
$a^2+25=81$，$a^2=56$，

$a=\pm\sqrt{56}$（取負），

$a=-2\sqrt{14}$，

故選(A)。

(C) 4. 附圖表示平面上 A、B 兩點與直線 L 的位置關係，其中 B 點在 L 上。若有一動點 P 從 A 點開始移動，移動過程中與 B 點的距離保持不變，則下列關於 P 點移動路徑的敘述，何者正確？【109 會考(一)】



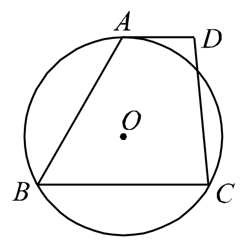
(A) 在與直線 L 平行且通過 A 點的直線上
(B) 在與直線 L 垂直且通過 A 點的直線上
(C) 在以 B 點為圓心且通過 A 點的圓上
(D) 在以 $\overline{AB}$ 為直徑的圓上

【解析】∵ 從 A 點開始移動
∴ 該路徑通過 A 點
∵ 圓周上任一點到圓心的距離相等
∴ 該路徑為以 B 點為圓心的圓
故選(C)。

(D) 5. 將一半徑為 6 的圓形紙片，沿著兩條半徑剪開形成兩個扇形。若其中一個扇形的弧長為 5π，則另一個扇形的圓心角度數是多少？【110 會考(一)】
(A) 30°
(B) 60°
(C) 105°
(D) 210°

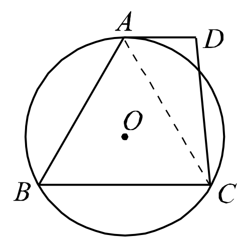
【解析】圓形紙片圓周長 $=6\times2\times\pi=12\pi$，
弧長為 5π 的扇形圓心角 $=\dfrac{5\pi}{12\pi}\times360°=150°$
$\Rightarrow$所求 $=360°-150°=210°$
故選(D)。

(D) 6. 如附圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$，有一圓 O 通過 A、B、C 三點，且 $\overline{AD}$ 與圓 O 相切於 A 點。若 $\angle B=58°$，則 $\overset{\frown}{BC}$ 的度數為何？【110 會考(一)】



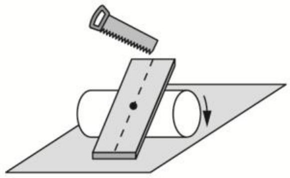
(A) 116°
(B) 120°
(C) 122°
(D) 128°

【解析】連 $\overline{AC}$

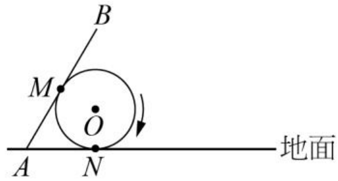


∵ $\angle B=58°$
∴ $\overset{\frown}{AC}=2\angle B=2\times58°=116°$
∵ $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$
∴ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}=116°$
$\Rightarrow\overset{\frown}{BC}=360°-116°-116°=128°$
故選(D)。

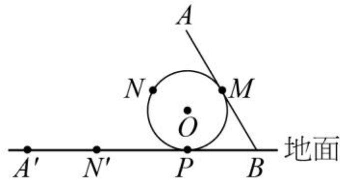
7. 有個由實心圓柱和長方形木板組成的模型在水平地面上滾動，如圖(一)所示，在沿著圖中虛線做的垂直截面上，O 點為圓柱截面的圓心，M 點為木板 $\overline{AB}$ 與圓 O 的固定點，也是 $\overline{AB}$ 的中點，而 N 點為圓 O 與地面的接觸點，如圖(二)所示，其中圓 O 半徑為 5，$\overline{AB}=10\sqrt{3}$。今在沒有滑動的情況下，將圓 O 向右滾動，直到 B 點接觸地面為止，如圖(三)所示，其中 P 點為圓 O 與地面的接觸點，A'、N'兩點分別為圓 O 滾動前 A、N 兩點在地面上的位置。



圖(一)



圖(二)



圖(三)

在不計木板厚度的情況下，請根據上述資訊，回答下列問題：【109 會考(二)】

(1) 圖(二)中 $\angle MAO$ 的度數為多少？

(2) 判斷圖(三)中 $\overline{N'P}$ 與 $\overline{AM}$，哪個線段長度較長，並詳細解釋或完整寫出你的理由。

【解析】(1) 連接 $\overline{MO}$、$\overline{AO}$

$\because M$ 點為 $\overline{AB}$ 與圓 O 的固定點，也是 $\overline{AB}$ 的中點

$\therefore \angle OMA=90°$，$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=5\sqrt{3}$

$\Rightarrow \overline{AO}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2+5^2}=10$

$\Rightarrow \triangle AMO$ 為 $30°-60°-90°$的直角三角形

$\Rightarrow \angle MAO=30°$

(2) $\because \triangle AMO$ 為 $30°-60°-90°$的直角三角形

$\therefore \angle AOM=60°$

同理 $\angle AON=\angle BOM=\angle BOP=60°$

$\Rightarrow \angle PON=360°-60°\times 4=120°$

$\because \overline{N'P}=\overparen{NP}=2\times 5\times \pi \times \frac{120°}{360°}=\frac{10}{3}\pi \fallingdotseq 10.47$

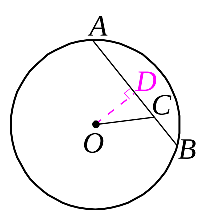
$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=5\sqrt{3}\fallingdotseq 8.66$

$\therefore \overline{N'P}>\overline{AM}$

答：(1) $30°$；(2) 如解析

(D) 8. 如右圖，$\overline{AB}$ 為圓 O 的一弦，且 C 點在 $\overline{AB}$ 上。若 $\overline{AC}=6$，$\overline{BC}=2$，$\overline{AB}$ 的弦心距為 3，則 $\overline{OC}$ 的長度為何？

(A) 3　(B) 4　(C) $\sqrt{11}$　(D) $\sqrt{13}$　【111 會考(一)】



【解析】作 $\overline{OD}\perp\overline{AB}$ 於 D 點

$\because \overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}(6+2)=4$

$\therefore \overline{CD}=\overline{AC}-\overline{AD}=6-4=2$

$\Rightarrow \overline{OC}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

(A) 9. $\triangle ABC$ 中，$\angle B=55°$，$\angle C=65°$。今分別以 B、C 為圓心，$\overline{BC}$ 長為半徑畫圓 B、圓 C，關於 A 點位置，下列敘述何者正確？【113 會考】

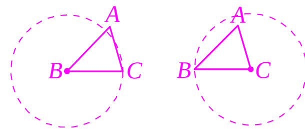
(A) 在圓 B 外部，在圓 C 內部
(B) 在圓 B 外部，在圓 C 外部
(C) 在圓 B 內部，在圓 C 內部
(D) 在圓 B 內部，在圓 C 外部

【解析】$\angle A=180°-\angle B-\angle C=180°-55°-65°=60°$，

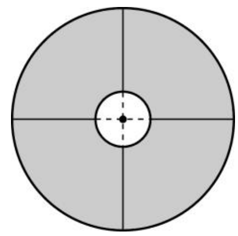
因為 $\angle C>\angle A>\angle B$，所以 $\overline{AB}>\overline{BC}>\overline{AC}$。

B 為圓心時，因為 $\overline{AB}>\overline{BC}$，所以 A 在圓 B 外部；

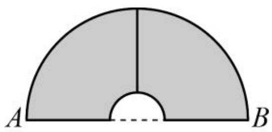
C 為圓心時，因為 $\overline{AC}<\overline{BC}$，所以 A 在圓 C 內部，故選(A)。



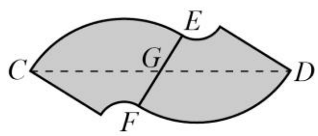
10. 某教室內的桌子皆為同一款多功能桌，4 張此款桌子可緊密拼接成中間有圓形鏤空的大圓桌，上視圖如圖(四)所示，其外圍及鏤空邊界為一大一小的同心圓，其中大圓的半徑為 80 公分，小圓的半徑為 20 公分，且任兩張相鄰桌子接縫的延長線皆通過圓心。為了有效運用教室空間，老師考慮了圖(五)及圖(六)兩種拼接此款桌子的方式。



圖(四)



圖(五)



圖(六)

這兩種方式皆是將 2 張桌子的一邊完全貼合進行拼接。A、B 兩點為圖(五)中距離最遠的兩個桌角，C、D 兩點為圖(六)中距離最遠的兩個桌角，且 $\overline{CD}$ 與 2 張桌子的接縫 $\overline{EF}$ 相交於 G 點，G 為 $\overline{EF}$ 中點。請根據上述資訊及圖(五)、圖(六)中的標示回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：

(1) $\overline{GF}$ 的長度為多少公分？

(2) 判斷 $\overline{CD}$ 與 $\overline{AB}$ 的長度何者較大？請說明理由。【113 會考】

【解析】(1) $\overline{EF}=80-20=60$

$\because G$ 為 $\overline{EF}$ 中點

$\therefore \overline{GF}=\frac{1}{2}\overline{EF}=\frac{1}{2}\times 60=30$

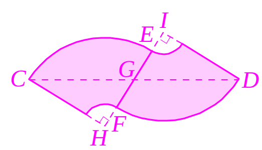
(2) $\because \overline{CG}$ 為直角$\triangle CGH$ 的斜邊

$\therefore \overline{CG}>\overline{CH}$

同理 $\overline{DG}>\overline{DI}$，

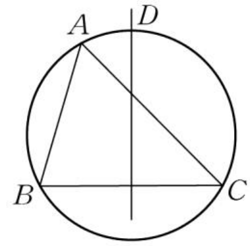
可得 $\overline{CD}=\overline{CG}+\overline{DG}>\overline{CH}+\overline{DI}=\overline{AB}$，

即 $\overline{CD}>\overline{AB}$。



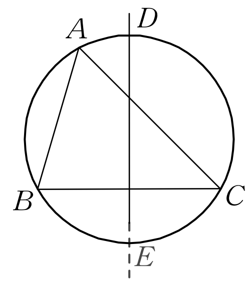
答：(1) 30 公分；(2) $\overline{CD}$

(B) 11. 如附圖，有一圓通過△ABC 的三個頂點，且 $\overline{BC}$ 的中垂線與 $\overset{\frown}{AC}$ 相交於 D 點。若 $\angle B=74°$，$\angle C=46°$，則 $\overset{\frown}{AD}$ 的度數為何？【103 會考】



(A) 23°
(B) 28°
(C) 30°
(D) 37°

【解析】$\overline{BC}$ 的中垂線必通過圓心



$\Rightarrow \overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{BE}=180°$

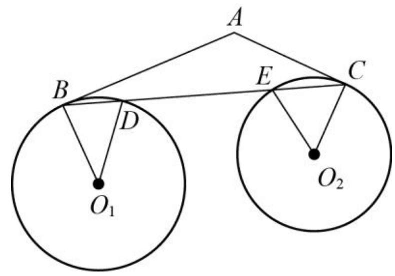
$\because \overset{\frown}{AB}=2\angle C=92°$

$\overset{\frown}{BE}=\dfrac{1}{2}\overset{\frown}{BC}=\dfrac{1}{2}\times 2\angle A=\angle A=60°$

$\therefore \overset{\frown}{AD}=180°-92°-60°=28°$

故選(B)

(C) 12. 如附圖，$\overline{AB}$ 切圓 O_1 於 B 點，$\overline{AC}$ 切圓 O_2 於 C 點，$\overline{BC}$ 分別交圓 O_1、圓 O_2 於 D、E 兩點。若 $\angle BO_1D=40°$，$\angle CO_2E=60°$，則 $\angle A$ 的度數為何？【104 會考】



(A) 100°
(B) 120°
(C) 130°
(D) 140°

【解析】$\because \overline{AB}$、$\overline{AC}$ 分別為圓 O_1、圓 O_2 的切線

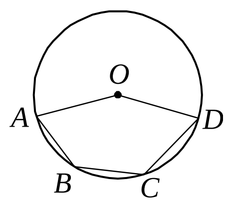
$\therefore \angle ABC=\dfrac{1}{2}\overset{\frown}{BD}=\dfrac{1}{2}\angle BO_1D=20°$

$\angle ACB=\dfrac{1}{2}\overset{\frown}{CE}=\dfrac{1}{2}\angle CO_2E=30°$

$\Rightarrow \angle A=180°-20°-30=130°$

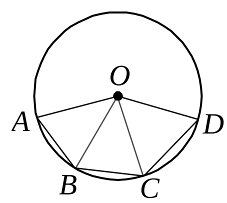
故選(C)。

(B) 13. 如附圖，圓 O 通過五邊形 $OABCD$ 的四個頂點。若 $\overset{\frown}{ABD}=150°$，$\angle A=65°$，$\angle D=60°$，則 $\overset{\frown}{BC}$ 的度數為何？【105 會考】



(A) 25°
(B) 40°
(C) 50°
(D) 55°

【解析】連接 $\overline{BO}$、$\overline{CO}$，



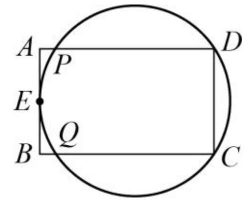
$\overset{\frown}{AB}=\angle AOB=180°-65°\times 2=50°$，

$\overset{\frown}{CD}=\angle COD=180°-60°\times 2=60°$，

$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{ABD}-\overset{\frown}{AB}-\overset{\frown}{CD}=150°-50°-60°=40°$，

故選(B)。

(A) 14.附圖的矩形 $ABCD$ 中，E 為 $\overline{AB}$ 的中點，有一圓過 C、D、E 三點，且此圓分別與 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$ 相交於 P、Q 兩點。甲、乙兩人想找到此圓的圓心 O，其作法如下：



(甲) 作 $\angle DEC$ 的角平分線 L，作 $\overline{DE}$ 的中垂線，交 L 於 O 點，則 O 即為所求

(乙) 連接 $\overline{PC}$ 、 $\overline{QD}$ ，兩線段交於一點 O，則 O 即為所求

對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？【105 會考】

(A) 兩人皆正確　(B) 兩人皆錯誤

(C) 甲正確，乙錯誤　(D) 甲錯誤，乙正確

【解析】(甲) $\because E$ 為 $\overline{AB}$ 的中點　$\therefore \triangle DCE$ 為等腰三角形

$\angle DEC$ 的角平分線 L，也是 $\overline{CD}$ 的中垂線

利用弦心距性質，可知 L 和 $\overline{DE}$ 的中垂線交點即為圓心，甲為正確。

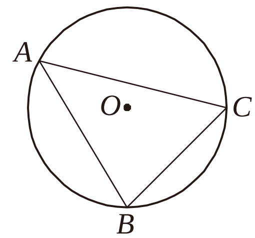
(乙) $\because \angle C=90°$　$\therefore \overline{QD}$ 為直徑

$\because \angle D=90°$　$\therefore \overline{PC}$ 為直徑

則兩直徑的交點即為圓心，乙為正確。

故選(A)。

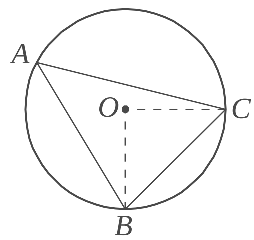
(B) 15.如附圖，有一圓 O 通過$\triangle ABC$ 的三個頂點。若 $\angle B=75°$，$\angle C=60°$，且$\overset{\frown}{BC}$的長度為 4π ，則 $\overline{BC}$ 的長度為何？



(A) 8　(B) $8\sqrt{2}$　【105 會考新店高中考場重考】

(C) 16　(D) $16\sqrt{2}$

【解析】$\angle A=180°-60°-75°=45°$，



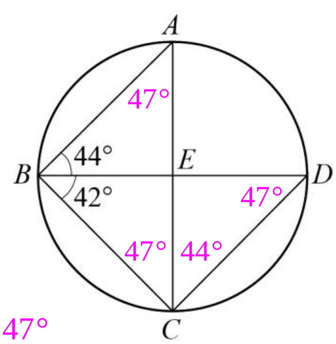
連接 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OC}$ ，

$\angle BOC=\overset{\frown}{BC}=2\angle A=90°$

$\overset{\frown}{BC}=\overline{OB}\times 2\times\pi\times\dfrac{90}{360}=4\pi$

$\overline{OB}=8$，$\overline{BC}=\sqrt{8^2+8^2}=8\sqrt{2}$，故選(B)。

(B) 16.圓上有 A、B、C、D 四點，其位置如附圖所示，其中 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 相交於 E 點，且 $\overline{AB}=\overline{BC}$ 。根據圖中標示的角度，判斷下列四條線段何者的長度最長？【109 會考(一)】



(A) $\overline{AE}$　(B) $\overline{BE}$　(C) $\overline{CE}$　(D) $\overline{DE}$

【解析】$\because \overline{AB}=\overline{BC}$　$\therefore \angle BAC=\angle BCA=\dfrac{180°-44°-42°}{2}=47°$

在$\triangle ABE$ 中，因為$\angle BAE>\angle ABE$，所以 $\overline{BE}>\overline{AE}$　(大角對大邊)；

在$\triangle BCE$ 中，因為$\angle BCE>\angle CBE$，所以 $\overline{BE}>\overline{CE}$　(大角對大邊)。

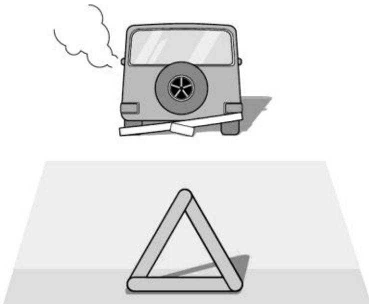
又$\angle ACD=\dfrac{1}{2}\overset{\frown}{AD}=\angle ABD=44°$，$\angle CDB=\dfrac{1}{2}\overset{\frown}{BC}=\angle CAB=47°$，

在$\triangle CDE$ 中，因為$\angle CDE>\angle DCE$，所以 $\overline{CE}>\overline{DE}$　(大角對大邊)，

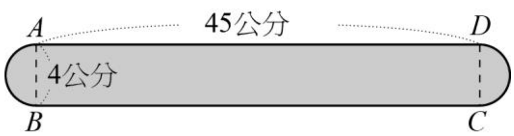
可得 $\overline{BE}$ 最長，故選(B)。

17. 預警三角標誌牌用於放置在車道上，告知後方來車前有停置車輛，如圖(七)所示。貝貝想製作類似此標誌的圖形，先使用反光材料設計一個物件，如圖(八)所示，其中四邊形 $ABCD$ 為長方形，$\overset{\frown}{AB}$、$\overset{\frown}{CD}$分別為以 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 為直徑的半圓，且灰色部分為反光區域。

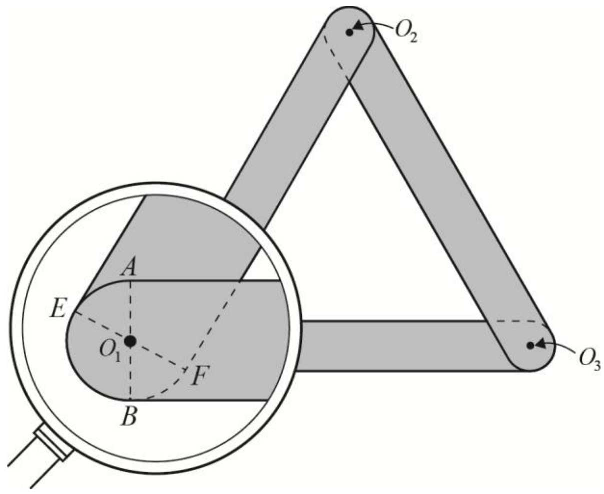
接著，將三個圖(八)的物件以圖(九)的方式組合並固定，其中固定點 O_1、O_2、O_3 皆與半圓的圓心重合，且各半圓恰好與長方形的長邊相切，而在圖(九)左下方的局部放大圖中，B、E 皆為切點，$\overline{AB}$ 、 $\overline{EF}$ 皆為直徑。



圖(七)



圖(八)

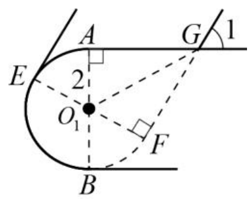


圖(九)

請根據上述資訊，回答下列問題：

(1) 圖(九)中，$\angle AO_1F$ 的度數為多少？

(2) 根據圖(九)的組合方式，求出可看見的反光區域面積為多少？請詳細解釋或完整寫出你的解題過程，並求出答案。【109 會考(一)】



【解析】(1) ∵中間中空部分為正三角形

$\therefore \angle 1 = 60°$

$\Rightarrow \angle AGF = \angle 1 = 60°$（對頂角相等）

∵四邊形 $ABCD$ 為長方形

$\therefore \angle GAO_1 = \angle GFO_1 = 90°$

$\Rightarrow \angle AO_1F = 360° - \angle AGF - \angle GAO_1 - \angle GFO_1$

$= 360° - 60° - 90° - 90° = 120°$

(2) 四邊形 $ABCD$ 面積 $= 45 \times 4 = 180$，半圓面積 $= 2^2 \times \pi \times \dfrac{1}{2} = 2\pi$

$\Rightarrow$ 一個物件面積 $= 180 + 2 \times 2\pi = 180 + 4\pi$

連接 $\overline{O_1G}$　∵ $\angle AO_1F = 120°$　$\therefore \angle AO_1G = 60°$

$\Rightarrow \overline{AG} = \sqrt{3} \times \overline{AO_1} = 2\sqrt{3}$

四邊形 AO_1FG 面積 $= 2 \times 2\sqrt{3} \times \dfrac{1}{2} \times 2 = 4\sqrt{3}$

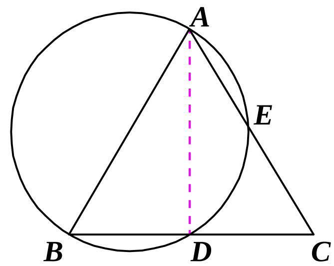
扇形 O_1AEF 面積 $= 2^2 \times \pi \times \dfrac{240°}{360°} = \dfrac{8}{3}\pi$

$\Rightarrow$ 所求 $= (180 + 4\pi) \times 3 - (4\sqrt{3} + \dfrac{8}{3}\pi) \times 3$

$= 540 + 12\pi - 12\sqrt{3} - 8\pi = 540 - 12\sqrt{3} + 4\pi$（平方公分）

答：(1) 120°；(2) $(540 - 12\sqrt{3} + 4\pi)$ 平方公分

(A) 18.如附圖，等腰三角形 ABC 中，$\overline{AB}=\overline{AC}<\overline{BC}$，且 D 為 $\overline{BC}$ 中點。已知有一圓過 A、B、D 三點，且與 $\overline{AC}$ 相交於 E 點，關於 $\overset{\frown}{AE}$、$\overset{\frown}{DE}$、$\overset{\frown}{BD}$ 的度數大小，下列敘述何者正確？【110 會考(二)】



(A) $\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{BD}>\overset{\frown}{AE}$

(B) $\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{BD}>\overset{\frown}{DE}$

(C) $\overset{\frown}{DE}>\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{BD}$

(D) $\overset{\frown}{AE}>\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{BD}$

【解析】連接 $\overline{AD}$

$\because \overline{BC}>\overline{AC}$

$\therefore \angle BAC>\angle B \Rightarrow \overset{\frown}{BDE}>\overset{\frown}{AED}$

$\Rightarrow \overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{BDE}-\overset{\frown}{DE}>\overset{\frown}{AED}-\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{AE}$

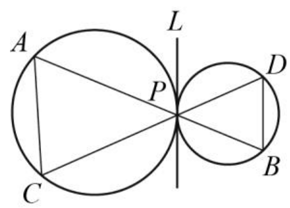
$\because \overline{AB}=\overline{AC}$

$\therefore \angle BAD=\angle CAD$

$\Rightarrow \overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{DE} \Rightarrow \overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{BD}>\overset{\frown}{AE}$

故選(A)。

(D) 19.如附圖，兩圓外切於 P 點，且通過 P 點的公切線為 L。過 P 點作兩直線，兩直線與兩圓的交點為 A、B、C、D，其位置如附圖示。若 $\overline{AP}=10$，$\overline{CP}=9$，則下列角度關係何者正確？【107 會考】



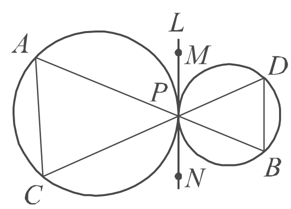
(A) $\angle PBD>\angle PAC$

(B) $\angle PBD<\angle PAC$

(C) $\angle PBD>\angle PDB$

(D) $\angle PBD<\angle PDB$

【解析】(A)(B) $\angle PBD=\angle MPD=\angle NPC=\angle PAC$



(C)(D) $\because \overline{AP}>\overline{CP} \Rightarrow \angle C>\angle A$

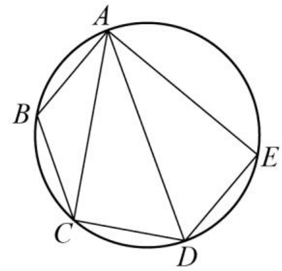
又 $\angle C=\angle APM=\angle NPB=\angle PDB$

$\angle A=\angle CPN=\angle MPD=\angle PBD$

$\therefore \angle PBD<\angle PDB$

故選(D)。

(D) 20.$\triangle ABC$、$\triangle ACD$、$\triangle ADE$ 的頂點都在同一圓上，其中各點位置如附圖所示。若 $\overline{AC}=\overline{AE}$，且 $\angle CAD=\angle DAE=30°$，$\angle BAC=29°$，則 $\overset{\frown}{AB}$ 的度數為何？【109 會考(二)】



(A) 56　(B) 58　(C) 60　(D) 62

【解析】$\because \angle CAD=\angle DAE=30°$，$\angle BAC=29°$

$\therefore \overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}=60°$，$\overset{\frown}{BC}=58°$

$\because \overline{AC}=\overline{AE}$

$\therefore \overset{\frown}{AC}=\dfrac{360°-60°-60°}{2}=\dfrac{240°}{2}=120°$

$\Rightarrow \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}-\overset{\frown}{BC}=120°-58°=62°$，故選(D)

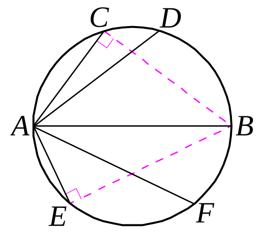
(B) 21. 有一直徑為 $\overline{AB}$ 的圓，且圓上有 C、D、E、F 四點，其位置如右圖所示。若 $\overline{AC}=6$，$\overline{AD}=8$，$\overline{AE}=5$，$\overline{AF}=9$，$\overline{AB}=10$，則下列弧長關係何者正確？【111 會考(一)】

(A) $\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AB}$，$\overset{\frown}{AE}+\overset{\frown}{AF}=\overset{\frown}{AB}$

(B) $\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AB}$，$\overset{\frown}{AE}+\overset{\frown}{AF}\neq\overset{\frown}{AB}$

(C) $\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{AD}\neq\overset{\frown}{AB}$，$\overset{\frown}{AE}+\overset{\frown}{AF}=\overset{\frown}{AB}$

(D) $\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{AD}\neq\overset{\frown}{AB}$，$\overset{\frown}{AE}+\overset{\frown}{AF}\neq\overset{\frown}{AB}$



圖(十三)

【解析】連接 $\overline{BC}$

$\because \overline{AB}$ 為直徑 $\therefore \angle ACB=90°$

$\Rightarrow \overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

$\because \overline{BC}=\overline{AD}$ $\therefore \overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{AD}$ (等弦對等弧)

$\Rightarrow \overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{AB}$

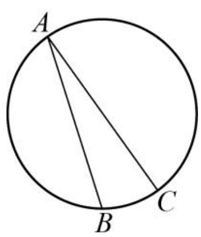
同理，連接 $\overline{BE}$，$\overline{BE}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}$

$\because \overline{AF}\neq\overline{BE}$ $\therefore \overset{\frown}{AF}\neq\overset{\frown}{BE}$

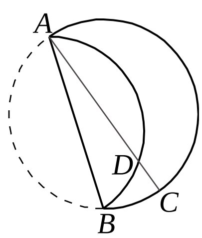
$\Rightarrow \overset{\frown}{AE}+\overset{\frown}{AF}\neq\overset{\frown}{AE}+\overset{\frown}{BE}=\overset{\frown}{AB}$

故選(B)。

(B) 22. 圖(十)為一圓形紙片，A、B、C 為圓周上三點，其中 $\overline{AC}$ 為直徑。今以 $\overline{AB}$ 為摺線將紙片向右摺後，紙片蓋住部分的 $\overline{AC}$，而 $\overset{\frown}{AB}$ 上與 $\overline{AC}$ 重疊的點為 D，如圖(十一)所示。若 $\overset{\frown}{BC}=35°$，則 $\overset{\frown}{AD}$ 的度數為何？【112 會考】



圖(十)



圖(十一)

(A) 105

(B) 110

(C) 120

(D) 145

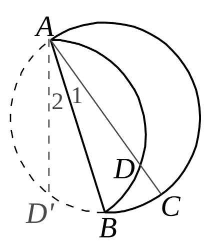
【解析】以 $\overline{AB}$ 為對稱軸，作 $\overline{AD'}$ 對稱於 $\overline{AD}$，

則 $\angle 1=\angle 2=\dfrac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$，

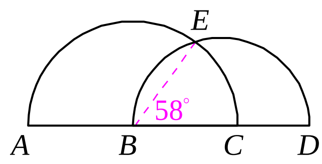
$\overset{\frown}{D'C}=2\angle D'AC=2(\angle 1+\angle 2)=2\overset{\frown}{BC}=2\times 35°=70°$

$\Rightarrow \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AD'}=\overset{\frown}{AC}-\overset{\frown}{D'C}=180°-70°=110°$

故選(B)。



(D) 23.如附圖，$\overset{\frown}{AC}$、$\overset{\frown}{BD}$皆為半圓，$\overset{\frown}{AC}$與$\overset{\frown}{BD}$相交於 E 點，其中 A、B、C、D 在同一直線上，且 B 為 $\overline{AC}$ 的中點。若$\overset{\frown}{CE}=58°$，則$\overset{\frown}{BE}$的度數為何？【113 會考】



(A) 58

(B) 60

(C) 62

(D) 64

【解析】連接 $\overline{BE}$

$\because B$ 為 $\overline{AC}$ 中點　$\therefore B$ 為$\overset{\frown}{AC}$所在圓的圓心

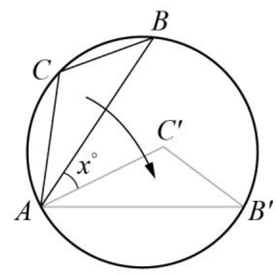
$\Rightarrow \angle CBE=\overset{\frown}{CE}=58°$

$\because \overset{\frown}{BD}$為半圓，$\angle CBE$ 為$\overset{\frown}{BD}$所在圓的圓周角

$\therefore \overset{\frown}{DE}=2\angle CBE=116°$

$\Rightarrow \overset{\frown}{BE}=180°-116°=64°$，故選(D)。

(D) 24.如圖 (十六)，$\triangle ABC$ 的三個頂點都在一圓上，固定 A 點將$\triangle ABC$ 依順時針方向旋轉，旋轉後的三角形為$\triangle AB'C'$，且 B'會落在同一圓上，其中 $\overline{AB}$ 與 $\overline{AC'}$ 的夾角為 $x°$。若 $\overset{\frown}{BC}=54°$，$\overset{\frown}{CA}=62°$，則 x 值為何？【114 會考】



圖(十六)

(A) 27
(B) 31
(C) 32
(D) 37

【解析】$\because \overline{AB}=\overline{AB'}$

$\therefore \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AB'}=54°+62°=116°$

$\Rightarrow \overset{\frown}{BB'}=360°-\overset{\frown}{AB}-\overset{\frown}{AB'}=360°-116°-116°=128°$

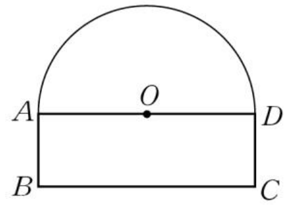
$\Rightarrow \angle BAB'=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BB'}=\frac{1}{2}\times 128°=64°$

又$\angle C'AB'=\angle CAB=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}=\frac{1}{2}\times 54°=27°$

$\therefore x°=\angle BAB'-\angle C'AB'=64°-27°=37°$
故選(D)。

第 1 節 推理與證明

(B) 1. 如附圖，矩形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}=3\overline{AB}$，$O$ 為 $\overline{AD}$ 中點，$\overset{\frown}{AD}$ 是半圓。甲、乙兩人想在 $\overset{\frown}{AD}$ 上取一點 P，使得△PBC 的面積等於矩形 $ABCD$ 的面積，其作法如下：



(甲) 延長 $\overline{BO}$，交 $\overset{\frown}{AD}$ 於 P 點，則 P 即為所求

(乙) 以 A 為圓心，$\overline{AB}$ 長為半徑畫弧，交 $\overset{\frown}{AD}$ 於 P 點，則 P 即為所求

對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？【103 會考】

(A) 兩人皆正確

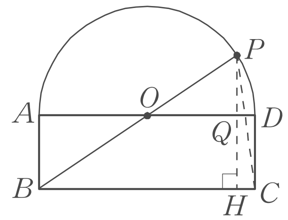
(B) 兩人皆錯誤

(C) 甲正確，乙錯誤

(D) 甲錯誤，乙正確

【解析】(甲) 作 $\overline{PH}\perp\overline{BC}$ 於 H 點，交 $\overline{AD}$ 於 Q 點，

則 $\overline{PQ}\perp\overline{AD}$，



可得到△OAB～△OQP

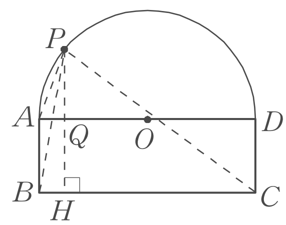
∵ $\overline{OQ}<\overline{OD}=\overline{OA}$ ∴ $\overline{PQ}<\overline{AB}$

則 $\overline{PH}<2\overline{AB}$，

△PBC 面積$=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{PH}<\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times2\overline{AB}=\overline{BC}\times\overline{AB}$，

即△PBC 面積＜矩形 $ABCD$ 面積。

(乙) 作 $\overline{PH}\perp\overline{BC}$ 於 H 點，交 $\overline{AD}$ 於 Q 點，



則 $\overline{PQ}\perp\overline{AD}$

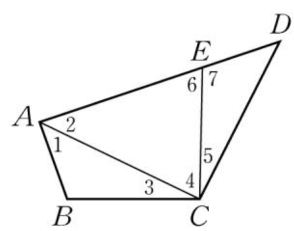
∵ $\overline{PQ}<\overline{AP}=\overline{AB}$ ∴ $\overline{PH}<2\overline{AB}$

△PBC 面積$=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{PH}<\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times2\overline{AB}=\overline{BC}\times\overline{AB}$，

即△PBC 面積＜矩形 $ABCD$ 面積。

可得兩人皆錯誤，故選(B)。

2. 如附圖，四邊形 $ABCD$ 中，E 點在 $\overline{AD}$ 上，其中 $\angle BAE=\angle BCE=\angle ACD=90°$，且 $\overline{BC}=\overline{CE}$。請完整說明為何△$ABC$ 與△DEC 全等的理由。【103 會考】



【解析】∵ $\angle BCE=\angle ACD=90°$ ∴ $\angle 3+\angle 4=\angle 4+\angle 5$

$\Rightarrow\angle 3=\angle 5$……………①

又 $\angle B+\angle 6=360°-\angle BAE-\angle BCE=180°=\angle 6+\angle 7$

$\Rightarrow\angle B=\angle 7$……………②

而 $\overline{BC}=\overline{CE}$ ……………③

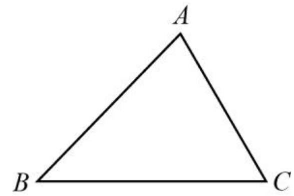
由①②③及 ASA 全等性質，可得△$ABC\cong$△DEC。

答：如解析

(　C　) 3. 如附圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{AC}$。甲、乙兩人想在 $\overline{BC}$ 上取一點 P，使得 $\angle APC = 2\angle ABC$，其作法如下：

(甲) 作 $\overline{AB}$ 的中垂線，交 $\overline{BC}$ 於 P 點，則 P 即為所求

(乙) 以 B 為圓心，$\overline{AB}$ 長為半徑畫弧，交 $\overline{BC}$ 於 P 點，則 P 即為所求對於兩人的作法，下列判斷何者正確？【104 會考】

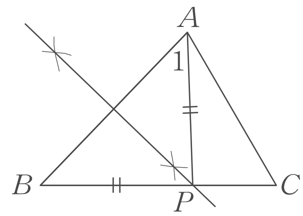


(A) 兩人皆正確
(B) 兩人皆錯誤
(C) 甲正確，乙錯誤
(D) 甲錯誤，乙正確

【解析】甲：$\because \overline{AP} = \overline{BP}$

$\therefore \angle B = \angle 1$

$\Rightarrow \angle APC = \angle B + \angle 1 = \angle B + \angle B = 2\angle B$



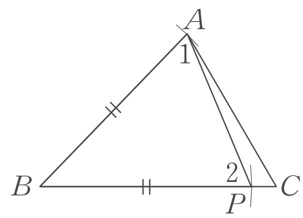
乙：$\because \overline{AB} = \overline{BP}$

$\therefore \angle 1 = \angle 2$

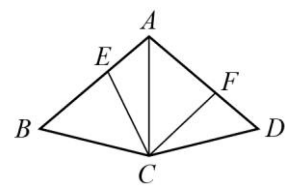
$\Rightarrow \angle 1 + \angle B = \angle APC \neq 2\angle ABC$

可得甲正確，乙錯誤，

故選(C)。



4. 如附圖，四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AC}$ 為 $\angle BAD$ 的角平分線，$\overline{AB} = \overline{AD}$，$E$、$F$ 兩點分別在 $\overline{AB}$、$\overline{AD}$ 上，且 $\overline{AE} = \overline{DF}$。請完整說明為何四邊形 $AECF$ 的面積為四邊形 $ABCD$ 的一半。【104 會考】



【解析】在 $\overline{AB}$、$\overline{AD}$ 上找 G、H 兩點，使得 $\overline{CG} \perp \overline{AB}$、$\overline{CH} \perp \overline{AD}$

① 在 $\triangle ABC$、$\triangle ACD$ 中

$\because \overline{AC}$ 為 $\angle BAD$ 的角平分線

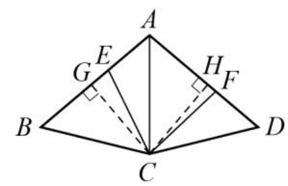
$\therefore \overline{CG} = \overline{CH}$，又 $\overline{AB} = \overline{AD}$

故 $\triangle ABC$ 面積 $= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{CG}$

$= \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{CH}$

$= \triangle ACD$ 面積

$= \frac{1}{2} ABCD$ 面積



② 在 $\triangle AEC$、$\triangle CDF$ 中

$\because \overline{AE} = \overline{DF}$

$\therefore \triangle AEC$ 面積 $= \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{CG}$

$= \frac{1}{2} \times \overline{DF} \times \overline{CH} = \triangle CFD$ 面積

由①②可知

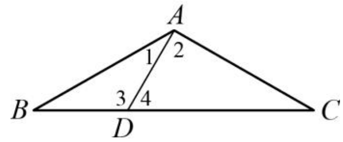
四邊形 $AECF$ 面積 $= \triangle AFC$ 面積 $+ \triangle AEC$ 面積

$= \triangle AFC$ 面積 $+ \triangle CFD$ 面積

$= \triangle ACD$ 面積 $= \frac{1}{2}$ 四邊形 $ABCD$ 面積

答：如解析

5. 如附圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，$D$ 點在 $\overline{BC}$ 上，$\angle BAD=30°$，且 $\angle ADC=60°$。請完整說明為何 $\overline{AD}=\overline{BD}$ 與 $\overline{CD}=2\overline{BD}$ 的理由。【105 會考】



【解析】① $\triangle ABD$ 中

由外角定理 $\angle B=\angle 4-\angle 1=60°-30°=30°$

又 $\angle 1=30°$

$\Rightarrow \triangle ABD$ 為等腰三角形

$\Rightarrow \overline{AD}=\overline{BD}$

② $\triangle ACD$ 中

$\because \overline{AB}=\overline{AC}$，$\angle B=30°$ $\therefore \angle C=30°$

又 $\angle 4=60°$

$\Rightarrow \angle 2=90°$

$\Rightarrow \triangle ABC$ 為 $30°-60°-90°$ 之三角形

$\Rightarrow \overline{AD}:\overline{CD}=1:2$

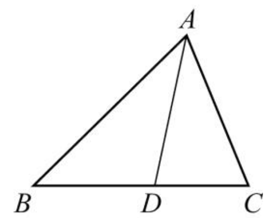
$\Rightarrow \overline{CD}=2\overline{AD}$

而由①可知 $\overline{AD}=\overline{BD}$

$\Rightarrow \overline{CD}=2\overline{BD}$

答：如解析

(A) 6. 如附圖，銳角三角形 ABC 中，D 點在 $\overline{BC}$ 上，$\angle B=\angle BAD=\angle CAD$。今欲在 $\overline{AD}$ 上找一點 P，使得 $\angle APC=\angle ADB$，以下是甲、乙兩人的作法：



(甲) 作 $\overline{AC}$ 的中垂線交 $\overline{AD}$ 於 P 點，則 P 即為所求

(乙) 以 C 為圓心，$\overline{CD}$ 長為半徑畫弧，交 $\overline{AD}$ 於異於 D 點的一點 P，則 P 即為所求

對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？【110 會考(一)】

(A) 兩人皆正確

(B) 兩人皆錯誤

(C) 甲正確，乙錯誤

(D) 甲錯誤，乙正確

【解析】(甲) 連接 $\overline{PC}$

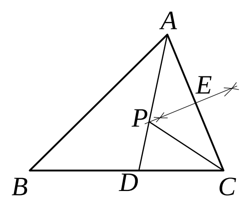
$\because \overleftrightarrow{PE}$ 為 $\overline{AC}$ 的中垂線 $\therefore \overline{PA}=\overline{PC}$

$\Rightarrow \angle CAD=\angle ACP$

又 $\angle B=\angle BAD=\angle CAD$，

得 $\angle APC=180°-\angle CAD-\angle ACP$

$=180°-\angle B-\angle BAD=\angle ADB$

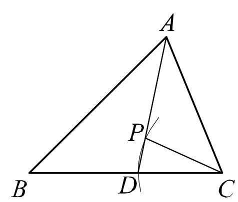


(乙) 連接 $\overline{PC}$

$\because \overline{CD}=\overline{PC}$ $\therefore \angle CDP=\angle CPD$

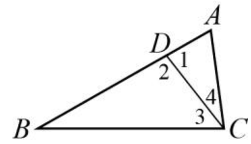
$\Rightarrow \angle APC=180°-\angle CPD$

$=180°-\angle CDP=\angle ADB$



可知兩人皆正確，故選(A)。

7. 如附圖，$\triangle ABC$ 中，D 為 $\overline{AB}$ 上一點。已知$\triangle ADC$ 與$\triangle DBC$ 的面積比為 1：3，且 $\overline{AD}=3$，$\overline{AC}=6$，請求出 $\overline{BD}$ 的長度，並完整說明為何$\angle ACD=\angle B$ 的理由。【105 會考新店高中考場重考】



【解析】① $\triangle ACD$ 面積：$\triangle BCD$ 面積$=1:3$，

又$\triangle ACD$ 和$\triangle BCD$ 以 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BD}$ 為底邊的高相同

$\Rightarrow \overline{AD}:\overline{BD}=1:3$

$\Rightarrow 3:\overline{BD}=1:3$

$\Rightarrow \overline{BD}=9$

② $\triangle ACD$ 和$\triangle ABC$ 中

$\because \angle CAD=\angle BAC$

$\overline{AD}:\overline{AC}=3:6=1:2$

$\overline{AC}:\overline{AB}=6:(3+9)$

$=6:12$

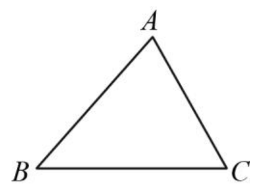
$=1:2$

$\therefore \triangle ACD\sim\triangle ABC$ (SAS 相似)

$\Rightarrow \angle ACD=\angle B$

答：如解析

(D) 8. 如附圖，銳角三角形 ABC 中，$\overline{BC}>\overline{AB}>\overline{AC}$，甲、乙兩人想找一點 P，使得$\angle BPC$ 與$\angle A$ 互補，其作法分別如下：



(甲) 以 A 為圓心，$\overline{AC}$ 長為半徑畫弧交 $\overline{AB}$ 於 P 點，則 P 即為所求

(乙) 作過 B 點且與 $\overline{AB}$ 垂直的直線 L，作過 C 點且與 $\overline{AC}$ 垂直的直線，交 L 於 P 點，則 P 即為所求

對於甲、乙兩人的作法，下列敘述何者正確？【107 會考】

(A) 兩人皆正確

(B) 兩人皆錯誤

(C) 甲正確，乙錯誤

(D) 甲錯誤，乙正確

【解析】(甲) $\because \overline{AC}=\overline{AP}$

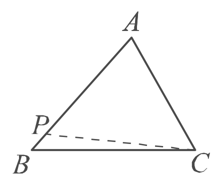
$\therefore \angle APC=\angle ACP$

$\because \overline{BC}>\overline{AB}$

$\therefore \angle A>\angle ACB>\angle ACP=\angle APC$

$\angle BPC+\angle A>\angle BPC+\angle APC=180°$，

故 $\angle BPC$ 與$\angle A$ 不互補。



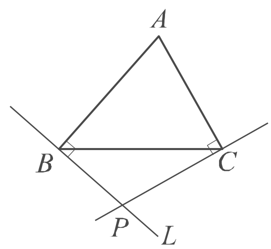
(乙) $\angle ABP=\angle ACP=90°$

得$\angle A+\angle BPC$

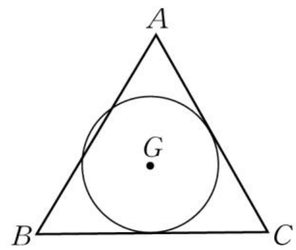
$=360°-90°\times 2$

$=180°$

可得甲錯誤，乙正確，故選(D)。



(D) 9. 如附圖，G 為△ABC 的重心。若圓 G 分別與 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 相切，且與 $\overline{AB}$ 相交於兩點，則關於△ABC 三邊長的大小關係，下列何者正確？【103 會考】



(A) $\overline{BC} < \overline{AC}$

(B) $\overline{BC} > \overline{AC}$

(C) $\overline{AB} < \overline{AC}$

(D) $\overline{AB} > \overline{AC}$

【解析】連接 $\overline{AG}$ 、 $\overline{BG}$ 、 $\overline{CG}$ ，

且 G 到三邊的垂直距離分別為 a、b、c，

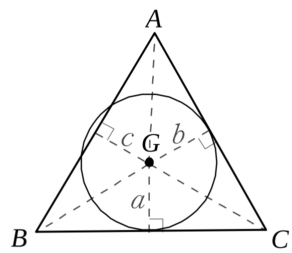
則 $a=b>c$，

又△ABG 面積＝△BCG 面積＝△ACG 面積，

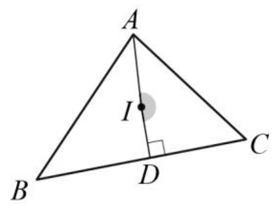
即 $\dfrac{\overline{AB}\times c}{2}=\dfrac{\overline{BC}\times a}{2}=\dfrac{\overline{AC}\times b}{2}$

$\Rightarrow \overline{AB} > \overline{BC} = \overline{AC}$

故選(D)。



(A) 10.如附圖，I 點為△ABC 的內心，D 點在 $\overline{BC}$ 上，且 $\overline{ID} \perp \overline{BC}$ 。若∠B＝44°，∠C＝56°，則∠AID 的度數為何？【107 會考】



(A) 174　(B) 176

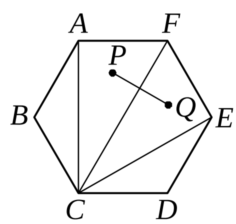
(C) 178　(D) 180

【解析】$\angle IAC=\dfrac{1}{2}\angle BAC=\dfrac{1}{2}\times(180°-44°-56°)=40°$，

$\angle AID=360°-40°-56°-90°=174°$，

故選(A)。

(C) 11.如附圖，正六邊形 $ABCDEF$ 中，P、Q 兩點分別為△ACF、△CEF 的內心。若 $\overline{AF}=2$，則 $\overline{PQ}$ 的長度為何？【105 會考】



(A) 1　(B) 2　(C) $2\sqrt{3}-2$　(D) $4-2\sqrt{3}$

【解析】∵$ABCDEF$ 為正六邊形

∴$\angle FAC=90°$，$\angle AFC=60°$，$\angle ACF=30°$

又 $\overline{AF}=2 \Rightarrow \overline{AC}=2\sqrt{3}$ ，$\overline{CF}=4$，

連接 $\overline{FP}$ 、 $\overline{CP}$ 、 $\overline{CQ}$ 、 $\overline{FQ}$

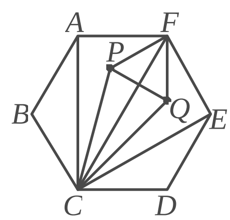
⇒△FPC≅△FQC (ASA 全等性質)

$\Rightarrow \overline{FP}=\overline{FQ}$ ，$\overline{PC}=\overline{CQ}$

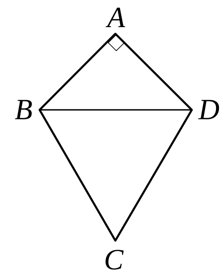
⇒$FPCQ$ 為箏形　$\Rightarrow \overline{PQ}\perp\overline{CF}$

△ACF 內切圓半徑＝$\dfrac{2+2\sqrt{3}-4}{2}=\sqrt{3}-1$，

$\overline{PQ}=(\sqrt{3}-1)\times 2=2\sqrt{3}-2$，故選(C)。



(A) 12.如附圖，四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=\overline{AD}$，$\overline{BC}=\overline{DC}$，$\angle A=90°$，$\angle ABC=105°$。若 $\overline{AB}=5\sqrt{6}$，則△ABD 外心與△BCD 外心的距離為何？【105 會考新店高中考場重考】



(A) 5　(B) $5\sqrt{3}$　(C) $\dfrac{10}{3}$　(D) $\dfrac{10}{3}\sqrt{3}$

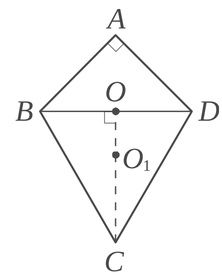
【解析】$\angle ABD=\dfrac{180°-90°}{2}=45°$，$\angle DBC=105°-45°=60°$，

又 $\overline{BC}=\overline{DC}$ ⇒△BCD 為正三角形

∵△ABD 為等腰直角三角形

∴△ABD 的外心 O 在 $\overline{BD}$ 中點

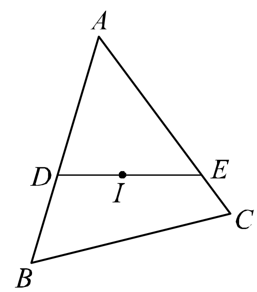
又∵△BCD 為正三角形 ∴△BCD 的三心共點為 O_1



$\overline{BD}=5\sqrt{6}\times\sqrt{2}=10\sqrt{3}$，$\overline{OC}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times10\sqrt{3}=15$，

$\overline{OO_1}=\dfrac{1}{3}\overline{OC}=\dfrac{1}{3}\times15=5$，故選(A)。

(A) 13.如附圖，I 為△ABC 的內心，有一直線通過 I 點且分別與 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 相交於 D 點、E 點。若 $\overline{AD}=\overline{DE}=5$，$\overline{AE}=6$，則 I 點到 $\overline{BC}$ 的距離為何？【110 會考(一)】



(A) $\dfrac{24}{11}$　(B) $\dfrac{30}{11}$

(C) 2　(D) 3

【解析】作 $\overline{DJ}\perp\overline{AE}$ 於 J 點，

⇒ $\overline{EJ}=\overline{AJ}=6\div2=3$

⇒ $\overline{DJ}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

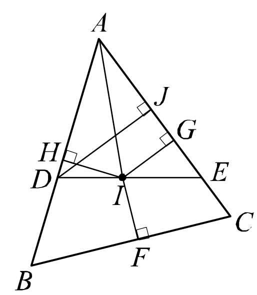
∵I 為△ABC 的內心 ∴ $\overline{HI}=\overline{GI}$

又△ADE 面積＝△ADI 面積＋△AEI 面積

⇒$\dfrac{1}{2}\times6\times4=\dfrac{1}{2}\times5\times\overline{HI}+\dfrac{1}{2}\times6\times\overline{GI}$

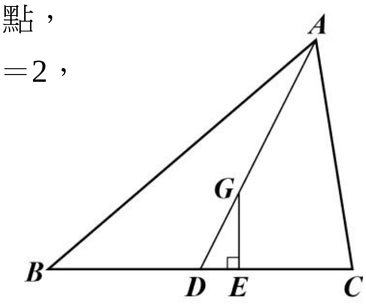
⇒ $\overline{GI}=\dfrac{24}{11}=I$ 點到 $\overline{BC}$ 的距離

故選(A)。



(D) 14.如圖(八)，G 為△ABC 的重心，直線 AG 與 $\overline{BC}$ 相交於 D 點，E 點在 $\overline{CD}$ 上且 $\overline{GE} \perp \overline{BC}$。若 $\overline{BE}=5$，$\overline{CE}=3$，$\overline{GE}=2$，則 $\overline{AG}$ 的長度為多少？【110 會考(二)】

(A) $\sqrt{13}$
(B) $\sqrt{29}$
(C) $2\sqrt{3}$
(D) $2\sqrt{5}$



圖(八)

【解析】∵G 為重心　∴$\overline{AD}$ 為中線，$\overline{AG}=2\overline{DG}$

$\Rightarrow \overline{BD}=\dfrac{5+3}{2}=4 \Rightarrow \overline{DE}=5-4=1$

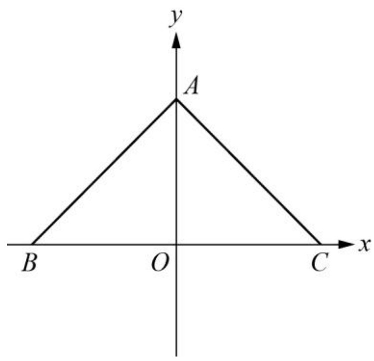
$\Rightarrow \overline{DG}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

$\Rightarrow \overline{AG}=2\overline{DG}=2\sqrt{5}$

故選(D)。

(D) 15.如附圖，坐標平面上有 $A(0, a)$、$B(-9, 0)$、$C(10, 0)$ 三點，其中 $a>0$。若 $\angle BAC=95°$，則△ABC 的外心在第幾象限？【104 會考】

(A) 一　(B) 二　(C) 三　(D) 四



【解析】∵△ABC 為鈍角三角形

∴外心在△ABC 外部

又∵外心到三頂點等距離

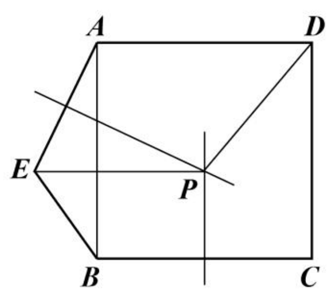
∴外心在 $\overline{BC}$ 中垂線 $x=\dfrac{1}{2}$ 上

⇒外心在第四象限

故選(D)。

(C) 16.如附圖，正方形 $ABCD$ 與△AEB 中，$\overline{AE}$ 的中垂線與 $\overline{BC}$ 的中垂線相交於 P 點。若 $\angle AEB=130°$，$\angle EBA=30°$，則 $\angle EPD$ 的度數為何？【110 會考(二)】

(A) 110
(B) 130
(C) 140
(D) 145



【解析】∵$\overline{BC}$ 的中垂線，亦是 $\overline{AD}$ 的中垂線

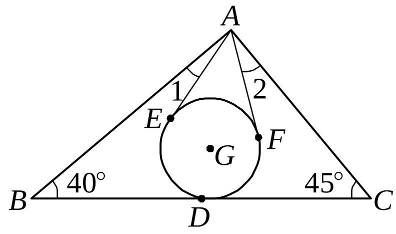
∴P 點為△AED 的外心

∵$\angle EAD=180°-130°-30°+90°=110°$

∴$\angle EPD=360°-2\times110°=140°$

故選(C)。

(B) 17. 如右圖，△ABC 的重心為 G，$\overline{BC}$ 的中點為 D，今以 G 為圓心，$\overline{GD}$ 長為半徑畫一圓，且作 A 點到圓 G 的兩切線段 $\overline{AE}$ 、$\overline{AF}$ ，其中 E、F 均為切點。根據圖中標示的角與角度，求∠1 與∠2 的度數和為多少？【111 會考(一)】



(A) 30

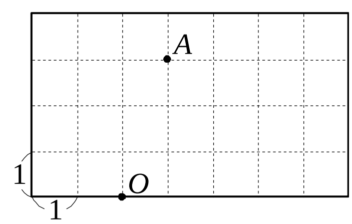
(B) 35

(C) 40

(D) 45

【解析】∵G 為△ABC 的重心，且 D 為 $\overline{BC}$ 中點
∴A、G、D 三點在同一直線上
連接 $\overline{AD}$ 、$\overline{GE}$
∵G 為△ABC 的重心
∴ $\overline{AG}$ ：$\overline{GD}$ ＝2：1
又∵ $\overline{GD}$ ＝ $\overline{GE}$ ∴ $\overline{AG}$ ：$\overline{GE}$ ＝2：1
而 $\overline{AE}$ 為切線，E 為切點
⇒∠AEG＝90°
⇒△AEG 為 30°－60°－90°三角形
⇒∠EAG＝30°
同理∠FAG＝30°
⇒∠1＋∠2＝180°－40°－45°－30°－30°＝35°，故選(B)。

(D) 18. 附圖的方格紙中，每個方格的邊長為 1，A、O 兩點皆在格線的交點上。今在此方格紙格線的交點上另外找兩點 B、C，使得△ABC 的外心為 O，求 $\overline{BC}$ 的長度為何？【112 會考】



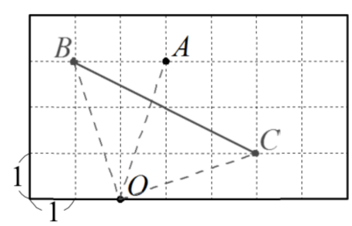
(A) 4

(B) 5

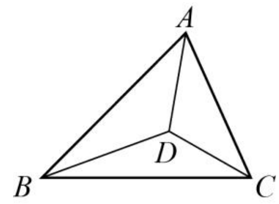
(C) $\sqrt{10}$

(D) $\sqrt{20}$

【解析】∵外心到三頂點等距離，且 $\overline{OA}$ ＝$\sqrt{1^2+3^2}$ ＝$\sqrt{10}$
∴可在方格紙中找出 B、C 兩點
使得 $\overline{OB}$ ＝ $\overline{OC}$ ＝ $\overline{OA}$ ＝$\sqrt{10}$，
如解析附圖所示，
可得 $\overline{BC}$ ＝$\sqrt{2^2+4^2}$ ＝$\sqrt{20}$
故選(D)。



(A) 19.如附圖，$\triangle ABC$ 內部有一點 D，且$\triangle DAB$、$\triangle DBC$、$\triangle DCA$ 的面積分別為 5、4、3。若$\triangle ABC$ 的重心為 G，則下列敘述何者正確？【113 會考】



(A) $\triangle GBC$ 與$\triangle DBC$ 的面積相同，且 $\overline{DG}$ 與 $\overline{BC}$ 平行

(B) $\triangle GBC$ 與$\triangle DBC$ 的面積相同，且 $\overline{DG}$ 與 $\overline{BC}$ 不平行

(C) $\triangle GCA$ 與$\triangle DCA$ 的面積相同，且 $\overline{DG}$ 與 $\overline{AC}$ 平行

(D) $\triangle GCA$ 與$\triangle DCA$ 的面積相同，且 $\overline{DG}$ 與 $\overline{AC}$ 不平行

【解析】$\because G$ 為$\triangle ABC$ 的重心

$\therefore \triangle GAB$ 面積$=\triangle GBC$ 面積$=\triangle GCA$ 面積

$=\dfrac{1}{3}\triangle ABC$ 面積$=\dfrac{1}{3}\times(5+4+3)=4$

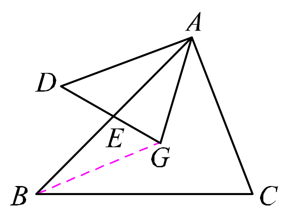
$\Rightarrow \triangle GBC$ 面積$=\triangle DBC$ 面積

$\because \triangle GBC$ 與$\triangle DBC$ 的面積與底 $\overline{BC}$ 皆相同

$\therefore D$、G 到 $\overline{BC}$ 的距離也相同（同高）

$\Rightarrow \overline{DG} \parallel \overline{BC}$，故選(A)。

(B) 20. 如圖 (十五)，$\triangle ADG$ 的頂點 G 為$\triangle ABC$ 的重心，$\overline{DG}$ 與 $\overline{AB}$ 相交於 E 點。若 $\overline{DE}:\overline{EG}=3:2$，$\overline{AE}:\overline{EB}=3:4$，則$\triangle ADG$ 面積為$\triangle ABC$ 面積的多少倍？【114 會考】



圖(十五)

(A) $\dfrac{5}{12}$

(B) $\dfrac{5}{14}$

(C) $\dfrac{5}{15}$

(D) $\dfrac{5}{21}$

【解析】連接 $\overline{BG}$

$\because \overline{AE}:\overline{EB}=3:4$

$\therefore \triangle AGE$ 面積：$\triangle BGE$ 面積$=3:4$

設$\triangle AGE$ 面積為 $3x$，$\triangle BGE$ 面積為 $4x$，$x\neq 0$

$\because \overline{DE}:\overline{EG}=3:2$

$\therefore \triangle ADE$ 面積：$\triangle AGE$ 面積$=3:2$

$\Rightarrow \triangle ADE$ 面積：$3x=3:2$

$\Rightarrow \triangle ADE$ 面積$=\dfrac{9}{2}x$

$\Rightarrow$ $\triangle ADG$ 面積$=\frac{9}{2}x+3x=\frac{15}{2}x$

又 G 為$\triangle ABC$ 的重心

$\therefore \triangle ABG$ 面積$=\frac{1}{3}\triangle ABC$ 面積

$\Rightarrow \triangle ABC$ 面積$=3$（ $3x+4x$ ）$=21x$

所求$=\frac{15}{2}x \div 21x=\frac{15}{2}x \times \frac{1}{21x}=\frac{5}{14}$（倍）

故選(B)。