

目次 CONTENTS

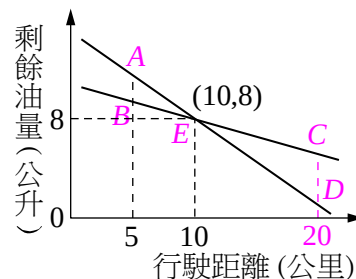
第五冊

名稱	題型	頁數
第一章 比例線段與相似形	選擇題	2
	非選擇題	17
第二章 圓的性質	選擇題	19
	非選擇題	27
	補充題	30
第三章 推理證明與三角形的心	選擇題	34
	非選擇題	40

※補充題：舊課綱內容，新綱已調整至高中或刪除。

選擇題

- (A) 1. 右圖表示甲、乙兩車行駛距離與剩餘油量的線型關係，其中甲、乙兩車均可行駛超過 20 公里。若甲、乙兩車均行駛 5 公里時，乙車剩餘油量比甲車剩餘油量多 0.5 公升，則根據圖中的數據，比較甲、乙兩車均行駛 20 公里時的剩餘油量，下列敘述何者正確？



- (A) 甲車剩餘油量比乙車剩餘油量多 1 公升
(B) 甲車剩餘油量比乙車剩餘油量多 2 公升
(C) 乙車剩餘油量比甲車剩餘油量多 1 公升
(D) 乙車剩餘油量比甲車剩餘油量多 2 公升

【103 特招】

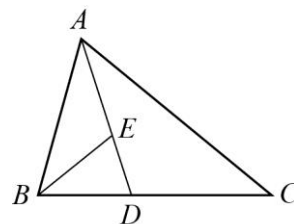
【解析】 $\triangle ABE \sim \triangle DCE$

$$\overline{AB} : \overline{CD} = (10-5) : (20-10), \text{ 又 } \overline{AB} = 0.5$$

$$0.5 : \overline{CD} = 5 : 10 \Rightarrow \overline{CD} = 1$$

又 $\overleftrightarrow{AD}$ 為乙車， $\overleftrightarrow{BC}$ 為甲車，故甲車剩餘油量比乙車多 1 公升，故選(A)

- (D) 2. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AD}$ 上，且 $\overline{AD}$ 為 $\angle BAC$ 的角平分線。若 $\angle ABE = \angle C$ ， $\overline{AE} : \overline{ED} = 2 : 1$ ，則 $\triangle BDE$ 與 $\triangle ABC$ 的面積比為何？



- (A) 1 : 6 (B) 1 : 9

- (C) 2 : 13 (D) 2 : 15

【103 特招】

【解析】 $\because \overline{AD}$ 平分 $\angle BAC \therefore \angle BAE = \angle CAD$ ，又 $\angle ABE = \angle C$

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ACD$ (AA 相似)

$$\text{又 } \overline{AE} : \overline{ED} = 2 : 1 \therefore \overline{AE} : \overline{AD} = 2 : 3$$

$$\therefore \triangle ABE \text{ 面積} : \triangle BDE \text{ 面積} = \overline{AE} : \overline{ED} = 2 : 1 = 4 : 2$$

$$\triangle ABE \text{ 面積} : \triangle ACD \text{ 面積} = \overline{AE}^2 : \overline{AD}^2 = 2^2 : 3^2 = 4 : 9$$

$$\therefore \triangle ABE \text{ 面積} : \triangle BDE \text{ 面積} : \triangle ACD \text{ 面積} = 4 : 2 : 9$$

$$\Rightarrow \triangle BDE \text{ 面積} : \triangle ABC \text{ 面積} = 2 : (4+2+9) = 2 : 15$$

故選(D)

- (D) 3. 甲、乙、丙三位學生摺紙星星送給即將退休的老師。甲生摺完 5 個紙星星的時間，乙生可以摺完 4 個；乙生摺完 6 個紙星星的時間，丙生可以摺完 5 個。已知三人所用的時間一樣，而且三人總共摺了 555 個紙星星，則甲生比丙生多摺了幾個紙星星？
(A) 37 個 (B) 45 個 (C) 74 個 (D) 75 個

【104 特招(臺南區)】

【解析】設甲、乙、丙同時間可摺星星個數的連比為 $a : b : c$

則 $a : b : c$

$$\frac{5}{15} : \frac{4}{12} : \frac{5}{10}$$

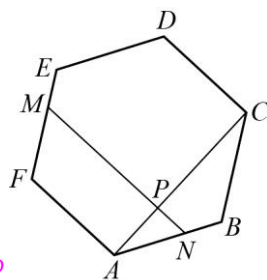
$$\frac{6}{15} : \frac{5}{12} : \frac{5}{10}$$

$$\text{甲比丙多摺 } 555 \times \frac{15-10}{15+12+10} = 75 \text{ (個)}, \text{ 故選(D)}$$

- (B) 4. 如右圖，正六邊形 $ABCDEF$ 中， M 、 N 分別是 $\overline{EF}$ 、 $\overline{AB}$ 上的點， P 是 $\overline{AC}$ 與 $\overline{MN}$ 的交點。若 $\overline{AF} \parallel \overline{MN}$ 且 $\overline{AP} : \overline{PC} = 1 : 2$ ，則 $\overline{MP} : \overline{PN}$ 的比值為何？

- (A) 5 (B) 4
(C) $3\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{3}$

【104 特招(臺南區)】



【解析】連接 $\overline{BE}$ 交 $\overline{AC}$ 於 Q ， $\overline{AQ} = \overline{QC}$

因 $\overline{AP} : \overline{PC} = 1 : 2$ ，則 $\overline{AP} : \overline{PQ} = 1 : \frac{1}{2} = 2 : 1$

$\Rightarrow \overline{BQ} : \overline{NP} = \overline{AQ} : \overline{AP} = 3 : 2$

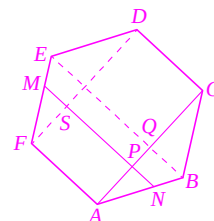
$\triangle BCQ$ 為 $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ 三角形

$\Rightarrow \overline{BQ} = \frac{1}{2} \overline{BC}$ ， $\overline{NP} = \frac{2}{3} \overline{BQ} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{3} \overline{AF}$

同理 $\overline{MS} = \frac{1}{3} \overline{AF}$

$\overline{MP} = \overline{PS} + \overline{MS} = \overline{AF} + \frac{1}{3} \overline{AF} = \frac{4}{3} \overline{AF}$ ， $\overline{MP} : \overline{PN} = \frac{4}{3} \overline{AF} : \frac{1}{3} \overline{AF} = 4 : 1$

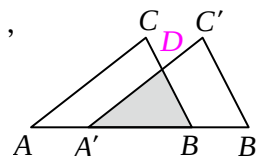
因此 $\overline{MP} : \overline{PN}$ 的比值為 4，故選(B)



- (D) 5. 如右圖，將 $\triangle ABC$ 沿 $\overline{AB}$ 邊平移到 $\triangle A'B'C'$ 的位置，已知 $\overline{AA'} = 1$ ，且兩個三角形重疊部份 (鋪色區域) 的面積是 $\triangle ABC$ 面積的一半，則 $\overline{AB}$ 之值為何？

- (A) 2 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $1 + \sqrt{2}$ (D) $2 + \sqrt{2}$

【104 特招(桃連區)】



【解析】 $\because \angle A = \angle BA'D$ ， $\angle ABC = \angle A'BD \therefore \triangle ABC \sim \triangle A'BD$ (AA 相似)

設 $\overline{AB} = x$ ， $\overline{A'B} = x - 1$

$\because \overline{AB}^2 : \overline{A'B}^2 = \triangle ABC \text{ 面積} : \triangle A'BD \text{ 面積}$

$\therefore x^2 : (x - 1)^2 = 2 : 1$

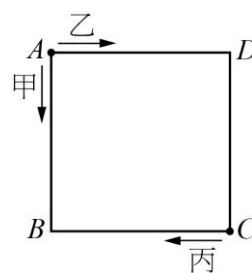
$\Rightarrow 2(x^2 - 2x + 1) = x^2 \Rightarrow x^2 - 4x + 2 = 0$

$\Rightarrow x = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$ ($2 - \sqrt{2} < 1$ ，不合)，故選(D)

- (D) 6. 甲、乙、丙三人沿著一個正方形廣場 $ABCD$ 的邊前進，甲、乙從 A 點，丙從 C 點同時出發，甲依逆時針方向，乙、丙依順時針方向前進，如右圖所示。若甲、乙、丙三人的速度比為 $1 : 2 : 3$ ，則當甲出發後繞了一圈再回到 A 點時，此過程中，甲遇到乙、丙的順序為下列何者？

- (A) 丙 $\rightarrow$ 乙 $\rightarrow$ 丙 $\rightarrow$ 乙 $\rightarrow$ 丙 $\rightarrow$ 乙
(B) 丙 $\rightarrow$ 丙 $\rightarrow$ 乙 $\rightarrow$ 丙 $\rightarrow$ 丙 $\rightarrow$ 乙
(C) 丙 $\rightarrow$ 乙 $\rightarrow$ 丙 $\rightarrow$ 乙 $\rightarrow$ 丙 $\rightarrow$ 丙 $\rightarrow$ 乙
(D) 丙 $\rightarrow$ 乙 $\rightarrow$ 丙 $\rightarrow$ 丙 $\rightarrow$ 乙 $\rightarrow$ 丙 $\rightarrow$ 乙

【105 特招(基北區)】



【解析】如右圖

$\because$ 甲、丙的速度比 $= 1 : 3$

$\therefore$ 將正方形 $ABCD$ 各邊兩等分，甲繞一圈依序與丙相遇於各邊中點

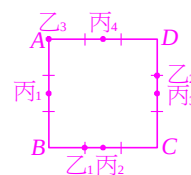
丙₁、丙₂、丙₃、丙₄

$\because$ 甲、乙的速度比 $= 1 : 2$

$\therefore$ 將正方形 $ABCD$ 各邊三等分，甲繞一圈依序與乙相遇於乙₁、乙₂、乙₃

$\therefore$ 由圖可知過程中甲遇到乙、丙的順序為丙₁ $\rightarrow$ 乙₁ $\rightarrow$ 丙₂ $\rightarrow$ 丙₃ $\rightarrow$ 乙₂ $\rightarrow$ 丙₄ $\rightarrow$ 乙₃

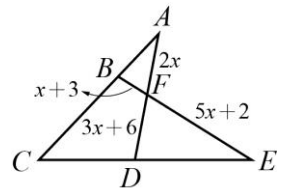
$\Rightarrow$ 丙 $\rightarrow$ 乙 $\rightarrow$ 丙 $\rightarrow$ 丙 $\rightarrow$ 乙 $\rightarrow$ 丙 $\rightarrow$ 乙，故選(D)



- (D) 7. 如右圖， $\angle CAD = \angle BEC$ ，且 $\overline{AF} = 2x$ 、 $\overline{BF} = x+3$ 、 $\overline{DF} = 3x+6$ 、 $\overline{EF} = 5x+2$ 。請問 x 之值為何？

- (A) 1 (B) 2
(C) $\frac{18}{7}$ (D) 6

【105 特招(臺南區)】



【解析】在 $\triangle ABF$ ， $\triangle EDF$ 中

$\therefore \angle CAD = \angle BEC$ (已知)

$\angle AFB = \angle DFE$ (對頂角)

$\therefore \triangle ABF \sim \triangle EDF$ (AA 相似)

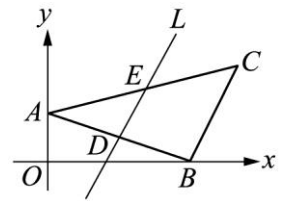
$\Rightarrow \overline{AF} : \overline{EF} = \overline{BF} : \overline{DF} \Rightarrow 2x : (5x+2) = (x+3) : (3x+6) \Rightarrow 5x^2 + 17x + 6 = 6x^2 + 12x$

$\Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 6$ 或 -1 (不合)

故選(D)

- (A) 8. 如右圖， $\triangle ABC$ 的三個頂點分別是 $A(0, 2)$ 、 $B(6, 0)$ 、 $C(8, 4)$ 。直線 L 與直線 BC 平行且分別與 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 交於 D 、 E 兩點，其中 D 恰為 $\overline{AB}$ 的中點。若直線 L 的方程式為 $y = ax + b$ ，則 $a + b$ 之值為何？

- (A) -3 (B) -4 (C) -5 (D) -6 【105 特招(臺南區)】



【解析】 $\because L \parallel \overline{BC}$ ，又 D 為 $\overline{AB}$ 中點 $\therefore E$ 為 $\overline{AC}$ 中點

D 的坐標為 $(\frac{0+6}{2}, \frac{2+0}{2}) = (3, 1)$

E 的坐標為 $(\frac{0+8}{2}, \frac{2+4}{2}) = (4, 3)$

$\begin{cases} 1 = 3a + b \\ 3 = 4a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \end{cases} \Rightarrow a + b = -3$

故選(A)

- (C) 9. 已知以四邊形 $ABCD$ 的各邊中點為頂點的四邊形是長方形，下列哪一個敘述必定正確？

【105 特招(臺南區)】

- (A) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ (B) $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ (C) $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ (D) $\overline{AC} = \overline{BD}$

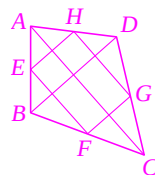
【解析】 $\because \overline{AH} : \overline{AD} = \overline{AE} : \overline{AB} = 1 : 2$

$\therefore \overline{EH} \parallel \overline{BD}$ ，同理 $\overline{HG} \parallel \overline{AC}$

$\therefore$ 四邊形 $EFGH$ 為矩形

$\therefore \overline{EH} \perp \overline{HG} \Rightarrow \overline{BD} \perp \overline{AC}$

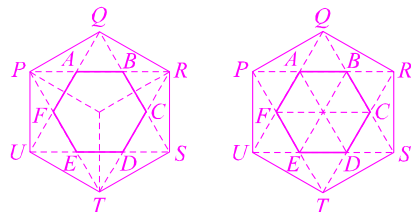
故選(C)



- (B) 10. 如右圖，將正六邊形 $ABCDEF$ 各邊延長交於 P 、 Q 、 R 、 S 、 T 、 U 六點，則正六邊形 $ABCDEF$ 面積與正六邊形 $PQRSTU$ 面積的比值為何？

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 【105 特招(臺南區)】

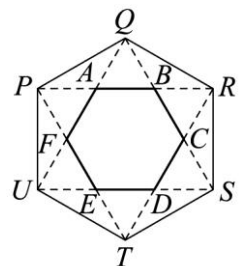
【解析】



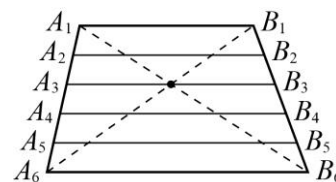
$\therefore \angle AQB = \angle QAB = \angle QBA = 60^\circ \therefore \angle AQP = (120^\circ - 60^\circ) \div 2 = 30^\circ$

$\overline{PQ} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \overline{AQ} = \sqrt{3} \overline{AB} \Rightarrow \frac{\text{正六邊形 } ABCDEF}{\text{正六邊形 } PQRSTU} = \frac{\overline{AB}^2}{\overline{PQ}^2} = \frac{\overline{AB}^2}{3 \overline{AB}^2} = \frac{1}{3}$

故選(B)



- (D) 11. 如右圖， $\overline{A_1A_2} = \overline{A_2A_3} = \overline{A_3A_4} = \overline{A_4A_5} = \overline{A_5A_6}$ ，
 $\overline{A_1B_1} \parallel \overline{A_2B_2} \parallel \overline{A_3B_3} \parallel \overline{A_4B_4} \parallel \overline{A_5B_5} \parallel \overline{A_6B_6}$ ，且 $\overline{A_1B_6}$
 與 $\overline{A_6B_1}$ 的交點剛好在 $\overline{A_3B_3}$ 上；已知 $\overline{A_4B_4} = 39$ ，則
 $\overline{A_1B_1} + \overline{A_2B_2} + \overline{A_3B_3} + \overline{A_4B_4} + \overline{A_5B_5} + \overline{A_6B_6}$ 之值
 為何？



- (A) 180 (B) 195 (C) 210 (D) 225

【105 特招(臺南區)】

【解析】 $\overline{A_2B_2} + \overline{A_6B_6} = 2 \overline{A_4B_4} = 78$

$\overline{A_3B_3} + \overline{A_5B_5} = 2 \overline{A_4B_4} = 78$

設 $\overline{A_1B_1} = a$

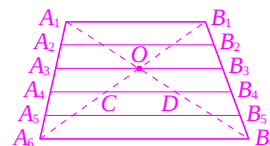
$\Rightarrow \overline{CD} = \frac{a}{2}$ ($\triangle A_1OB_1 \sim \triangle DOC$)

$\Rightarrow \overline{A_4C} = \overline{B_4D} = \frac{2}{5} \overline{A_1B_1} = \frac{2}{5}a$ (平行線截比例線段性質)

$\therefore \overline{A_4B_4} = 39 \quad \therefore \frac{2}{5}a + \frac{a}{2} + \frac{2}{5}a = 39 \Rightarrow a = 30 = \overline{A_1B_1}$

所以 $\overline{A_1B_1} + \overline{A_2B_2} + \overline{A_3B_3} + \overline{A_4B_4} + \overline{A_5B_5} + \overline{A_6B_6} = 78 + 78 + 39 + 30 = 225$

故選(D)



- (A) 12. 如右圖， $\triangle ABC$ 為等腰直角三角形，其中斜線區域為 $\triangle ABC$
 挖掉正三角形 ADE 之後的區域。則斜線區域面積與 $\triangle ADE$
 面積之比為何？

- (A) $2 : \sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3} : 2$

- (C) $2 : (\sqrt{3} + 1)$ (D) $(\sqrt{3} + 1) : 2$ 【105 特招(臺南區)】

【解析】作 $\overline{EF} \perp \overline{AD}$ ， $\overline{EG} \perp \overline{AC}$

設 $\overline{AF} = 1$

$\Rightarrow \overline{EF} = \sqrt{3}$ ($\triangle AEF$ 為 $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ 三角形)

$\Rightarrow \overline{AG} = \sqrt{3}$ ， $\overline{GE} = 1$ (四邊形 $AFEG$ 為矩形)

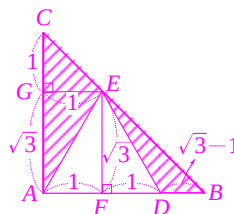
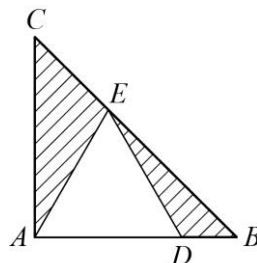
$\Rightarrow \overline{CG} = \overline{GE} = 1$ ($\triangle CGE$ 為等腰直角三角形)

$\Rightarrow \overline{BD} = \overline{AB} - \overline{AD} = (1 + \sqrt{3}) - 2 = \sqrt{3} - 1$

所以斜線區域面積：

$\triangle ADE$ 面積 = $\left[\frac{(1 + \sqrt{3}) \times 1}{2} + \frac{(\sqrt{3} - 1) \times \sqrt{3}}{2} \right] : \frac{2 \times \sqrt{3}}{2} = 2 : \sqrt{3}$

故選(A)



- (C) 13. 如右圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中， $\angle B = \angle E = 90^\circ$ ， $\angle ACB = \angle DFE$ ，
 且 C 、 F 兩點分別在 $\overline{EF}$ 、 $\overline{BC}$ 上。若 $\overline{AB} = \overline{CF} = 3$ ，
 $\overline{DE} = 6$ ， $\overline{BE} = 9$ ，則 $\overline{CE}$ 與 $\overline{BF}$ 的長度相差多少？

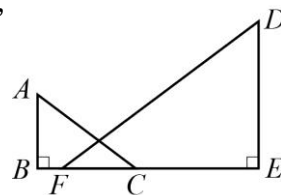
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 【105 特招(基北區)】

【解析】 $\because \angle B = \angle E = 90^\circ$ ， $\angle ACB = \angle DFE$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$ (AA 相似) $\Rightarrow \overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF}$

設 $\overline{BF} = x$ ， $\overline{EF} = 9 - x$ ， $3 : 6 = (x + 3) : (9 - x) \Rightarrow 6(x + 3) = 3(9 - x) \Rightarrow x = 1$

$\Rightarrow \overline{BF} = 1$ ， $\overline{CE} = 9 - 3 - 1 = 5 \Rightarrow \overline{CE} - \overline{BF} = 5 - 1 = 4$ ，故選(C)



- (C) 14. 時尚單車工廠有甲、乙、丙三條生產線，現在甲線已經生產 500 台單車，乙線已經
 生產 280 台單車，丙線已經生產 100 台單車。已知甲線每小時生產 50 台單車，乙
 線每小時生產 40 台單車，丙線每小時生產 x 台單車。若再經 y 小時後，甲、乙、
 丙三線的單車總數之比為 $3 : 2 : 1$ ，則 x 之值為何？

- (A) 15 (B) 20 (C) 25 (D) 30

【106 特招(臺南區)】

【解析】甲：乙：丙 = $(500 + 50y) : (280 + 40y) : (100 + xy) = 3 : 2 : 1$

$\Rightarrow \frac{500 + 50y}{3} = \frac{280 + 40y}{2} = \frac{100 + xy}{1} \Rightarrow 2(500 + 50y) = 3(280 + 40y) \Rightarrow 1000 + 100y = 840 + 120y$

$20y = 160$ ， $y = 8$ $\therefore 100 + 8x = 300$ ， $x = 25$ ，選(C)

- (C)15. 甲、乙、丙三輛車分別以不同速度等速直線前進。甲、乙行駛 30 公里所花費的時間比為 4 : 3，乙、丙 30 分鐘所行駛的距離比為 6 : 5。試求甲、丙的速度比為何？

(A) 5 : 8 (B) 8 : 5 (C) 9 : 10 (D) 10 : 9

【106 特招(臺南區)】

【解析】距離 = 速率 × 時間 $\Rightarrow$ 距離相同、速率與時間成反比

$$V_{\text{甲}} : V_{\text{乙}} = 3 : 4 \Rightarrow \text{時間相同、距離與速率成正比}$$

$$V_{\text{乙}} : V_{\text{丙}} = 6 : 5$$

$$V_{\text{甲}} : V_{\text{乙}} : V_{\text{丙}}$$

$$3 : 4$$

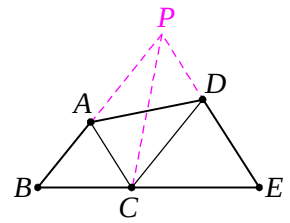
$$\frac{6 : 5}{9 : 12 : 10}$$

$$\Rightarrow V_{\text{甲}} : V_{\text{丙}} = 9 : 10$$

故選(C)

- (C)16. 如右圖，B、C、E 三點共線且 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 、 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ ，若 $\triangle ABC$ 的面積為 12， $\triangle CDE$ 的面積為 27，則 $\triangle ACD$ 的面積為何？

(A) 15 (B) 16 (C) 18 (D) $\frac{39}{2}$ 【106 特招(臺南區)】



【解析】延長 $\overline{AB}$ 、 $\overline{DE}$ 相交於 P，且 $\overline{PB} \parallel \overline{DC}$ ， $\overline{AC} \parallel \overline{PE}$

$$\therefore PACD \text{ 為平行四邊形，連 } \overline{PC}，\text{ 令 } \triangle ACD = \triangle PAC = \triangle PCD = x$$

$$\text{又 } \triangle BAC \sim \triangle BPE$$

$$\therefore \triangle BAC : \triangle BPE = \overline{AB}^2 : \overline{BP}^2 = 12^2 : (x+12)^2$$

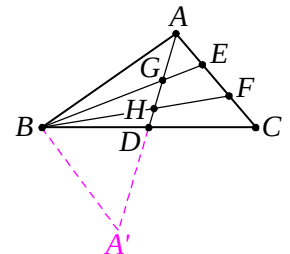
$$\therefore 12 : (12+27+2x) = 12^2 : (x+12)^2, 12^2(39+2x) = 12(x+12)^2$$

$$\therefore 468 + 24x = x^2 + 24x + 144, x^2 = 324 \Rightarrow x = \pm 18 \text{ (取正)}$$

故選(C)

- (C)17. 如右圖， $\triangle ABC$ 中，D 為 $\overline{BC}$ 的中點，點 E、F 在 $\overline{AC}$ 上使得 $\overline{AE} = \overline{EF} = \overline{FC}$ ，連 $\overline{BE}$ 交 $\overline{AD}$ 於點 G，連 $\overline{BF}$ 交 $\overline{AD}$ 於點 H，則 $\frac{\overline{AG}}{\overline{AH}}$ 之值為何？

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{5}{8}$ (D) $\frac{2}{3}$ 【106 特招(臺南區)】



【解析】延長 $\overline{AD}$ 且作 $\overline{AD} = \overline{A'D}$ ，連接 $\overline{BA'}$

$$\triangle ACD \text{ 與 } \triangle A'DB$$

$$\therefore \overline{BD} = \overline{DC}, \overline{A'D} = \overline{AD}, \angle BDA' = \angle ADC \text{ (對頂角相等)}$$

$$\Rightarrow \triangle ADC \cong \triangle A'DB \text{ (SAS 全等)} \Rightarrow \overline{AC} = \overline{A'B} \text{ 且 } \angle CAD = \angle BA'D \Rightarrow \overline{AC} \parallel \overline{A'B}$$

$$\text{令 } \overline{AD} = \overline{DA'} = k, \overline{AA'} = 2k$$

由圖可知

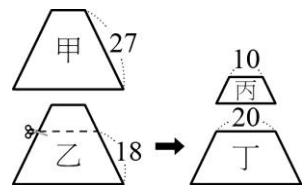
$$\overline{AC} = \overline{A'B} \text{ 且 } \overline{AE} = \overline{EF} = \overline{FC}$$

$$\frac{\overline{AG}}{\overline{GA'}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{BA'}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \overline{AG} = \frac{1}{3} \overline{GA'} = \frac{1}{4} \overline{AA'} = \frac{1}{2} k$$

$$\frac{\overline{AH}}{\overline{HA'}} = \frac{\overline{AF}}{\overline{BA'}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \overline{AH} = \frac{2}{3} \overline{HA'} = \frac{2}{5} \overline{AA'} = \frac{4}{5} k$$

$$\therefore \frac{\overline{AG}}{\overline{AH}} = \frac{\frac{1}{2} k}{\frac{4}{5} k} = \frac{5}{8}, \text{ 選(C)}$$

- (C)18. 如右圖，甲、乙為兩張全等的等腰梯形紙片，今將乙紙片沿虛線剪成丙、丁兩塊梯形紙片，根據圖中標示的邊長數據，判斷甲、丙、丁三個梯形的相似關係，下列何者正確？



- (A) 甲、丙相似，丙、丁相似
(B) 甲、丙相似，丙、丁不相似
(C) 甲、丙不相似，丙、丁相似
(D) 甲、丙不相似，丙、丁不相似

【106 特招(桃連區)】

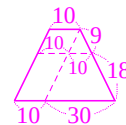
【解析】四邊形相似，需滿足對應角相等，對應邊成比例

如圖所示，甲、丙、丁對應角相等

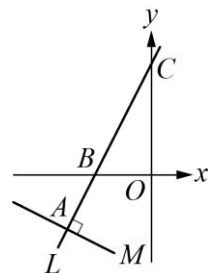
且甲、丙對應邊不成比例 ($\frac{10}{10} \neq \frac{27}{9}$)

丙、丁對應邊成比例 ($\frac{10}{20} = \frac{9}{18} = \frac{20}{40}$)

故選(C)



- (C)19. 如右圖，坐標平面上有 L 、 M 兩直線， $L \perp M$ ，且 L 分別與 M 、 x 軸、 y 軸相交於 A 、 B 、 C 三點。若 A 點的坐標為 $(-6, -4)$ ， $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 2$ ， M 與 x 軸相交於 $(m, 0)$ ，則 m 之值為何？



- (A) -10 (B) -12
(C) -14 (D) -16

【106 特招(桃連區)】

【解析】過 A 作 $\overline{AD} \parallel \overline{BO}$ ， $\overline{AD} = 6$ ， $\overline{DO} = 4$

$$\frac{\overline{BO}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{CA}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \overline{BO} = 4, \frac{\overline{CO}}{\overline{OD}} = \frac{2}{1} \Rightarrow \overline{OD} = 8$$

$$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 12^2} = 6\sqrt{5} \therefore \overline{AB} = \frac{1}{3} \times 6\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

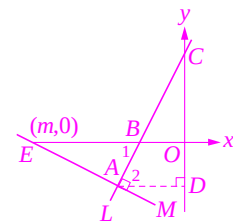
$\therefore \overline{AD} \parallel \overline{BO} \parallel x$ 軸 $\Rightarrow \angle ABE = \angle BAD$ (內錯角相等)

又 $\angle EAB = \angle CDA = 90^\circ \therefore \triangle EAB \sim \triangle CDA$ (AA 相似)

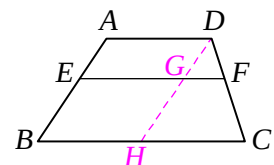
$$\Rightarrow \frac{\overline{EA}}{12} = \frac{2\sqrt{5}}{6} = \frac{\overline{EB}}{6\sqrt{5}} \Rightarrow \overline{EB} = \frac{6\sqrt{5} \times 2\sqrt{5}}{6} = 10$$

$$\therefore \overline{OE} = 4 + 10 = 14 \Rightarrow m = -14$$

故選(C)



- (A)20. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， E 、 F 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 上， $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 。若 $\overline{AD} = 120$ ， $\overline{AE} : \overline{EB} = 2 : 3$ ， $\overline{EF} : \overline{BC} = 4 : 5$ ，則 $\overline{BC}$ 長為多少？



- (A) 180 (B) 200
(C) 240 (D) 300

【106 特招(桃連區)】

【解析】過 D 作 $\overline{DH} \parallel \overline{AB}$ 交 $\overline{EF}$ 於 G 點

$$\text{又 } \overline{AD} = \overline{EG} = \overline{BH} = 120, \overline{EF} \parallel \overline{BC}, \text{ 且 } \frac{\overline{DG}}{\overline{DH}} = \frac{2}{5} = \frac{\overline{GF}}{\overline{HC}}$$

$$\therefore \text{令 } \overline{GF} = 2r, \overline{HC} = 5r$$

$$\therefore \overline{EF} : \overline{BC} = (120 + 2r) : (120 + 5r) = 4 : 5$$

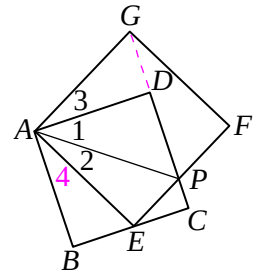
$$(120 + 5r) \times 4 = (120 + 2r) \times 5,$$

$$480 + 20r = 600 + 10r, 10r = 120, r = 12$$

$$\therefore \overline{BC} = 120 + 12 \times 5 = 180,$$

故選(A)

- (A) 21. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 、 $AEFG$ 均為正方形，其中 E 為 $\overline{BC}$ 中點，且 $\overline{CD}$ 與 $\overline{EF}$ 相交於 P 點。根據圖中標示的角，判斷 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 的大小關係，何者正確？



- (A) $\angle 2 = \angle 3 < \angle 1$ (B) $\angle 2 = \angle 3 = \angle 1$
(C) $\angle 2 < \angle 3 = \angle 1$ (D) $\angle 2 < \angle 3 < \angle 1$ 【106 特招(基北區)】

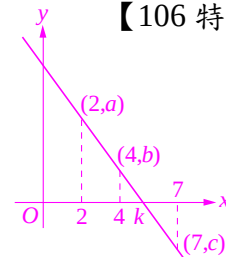
【解析】在 $\triangle ABE$ 與 $\triangle ECP$ 中， $\angle B = \angle ECP = 90^\circ$
 $\angle 4 + \angle AEB = \angle AEB + \angle CEP = 90^\circ \Rightarrow \angle 4 = \angle CEP$
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle ECP$ (AA 相似) $\therefore \overline{AE} : \overline{EP} = \overline{AB} : \overline{EC} = 2 : 1$
 又 $\overline{AB} : \overline{BE} = 2 : 1$ ， $\angle B = \angle AEP = 90^\circ$
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle AEP$ (SAS 相似) $\Rightarrow \angle 2 = \angle 4$
 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 \Rightarrow \angle 3 = \angle 4$
 $\therefore \angle 2 = \angle 3$①
 連 $\overline{DG}$ $\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADG$ (SAS 全等) $\therefore \angle ADG = \angle B = 90^\circ$ ，即 P 、 D 、 G 在同一直線上
 在 $\triangle APG$ 中 $\therefore \overline{AP} > \overline{AE} = \overline{AG}$
 $\therefore \angle AGP > \angle APG \Rightarrow \angle 3 < \angle 1$②
 由①②可得 $\angle 2 = \angle 3 < \angle 1$ ，故選(A)

- (C) 22. 坐標平面上有一直線 L ， L 通過 $(2, a)$ 、 $(4, b)$ 、 $(7, c)$ 三點，且 $|a| > |c| > |b|$ 。若直線 L 與 x 軸相交於 $(k, 0)$ ，則 k 值在下列哪一個範圍中？

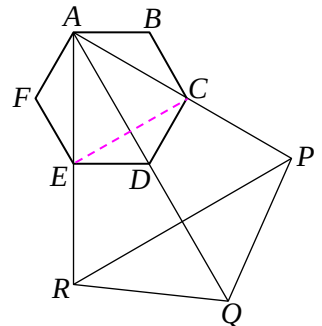
- (A) 2.5~3.5 (B) 3.5~4.5 (C) 4.5~5.5 (D) 5.5~6.5

【106 特招(基北區)】

【解析】由題意可知 $a > 0, c < 0$ 或 $a < 0, c > 0$
 當 $a > 0, c < 0$ 時 $\therefore |a| > |c|$
 $\therefore k - 2 > 7 - k \Rightarrow k > 4.5$①
 $\Rightarrow b > 0$
 $\therefore |b| < |c| \therefore k - 4 < 7 - k \Rightarrow k < 5.5$②
 由①②得 $4.5 < k < 5.5$
 當 $a < 0, c > 0$ 時，同上，故選(C)



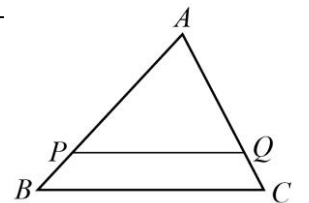
- (D) 23. 如右圖， $ABCDEF$ 為正六邊形，已知 C 、 D 、 E 分別為 $\overline{AP}$ 、 $\overline{AQ}$ 、 $\overline{AR}$ 之中點，則正六邊形 $ABCDEF$ 面積與 $\triangle PQR$ 面積的比值為何？



- (A) $\frac{3}{4}$ (B) 1 (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{3}{2}$ 【107 特招(臺南區)】

【解析】 $ABCDEF$ 面積 $= 6 \triangle CDE$ 面積
 又 $\triangle CDE \sim \triangle PQR$
 $\therefore \triangle PQR$ 面積 $= 4 \triangle CDE$ 面積
 所求 $= \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$
 故選(D)

- (A) 24. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 9$ ， $\overline{AC} = 7$ ， $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 分別交 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 於 P 、 Q 兩點，若 $\triangle APQ$ 的周長和梯形 $BCQP$ 的周長相等，則 $\overline{PQ}$ 長度為何？

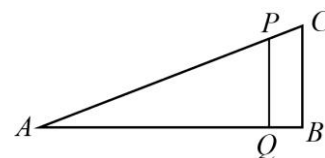


- (A) $\frac{36}{5}$ (B) $\frac{27}{4}$ (C) $\frac{13}{2}$ (D) 6

【107 特招(臺南區)】

【解析】設 $\overline{AP} = m$ ， $\overline{AQ} = n$ ， $\overline{PQ} = x$
 $m + n + x = (8 - m) + 9 + (7 - n) + x$
 $2m + 2n = 24$ ， $m + n = 12$
 又 $m : n = 8 : 7 \therefore m = 12 \times \frac{8}{15} = \frac{32}{5}$
 $\frac{32}{5} : 8 = x : 9$ ， $x = \frac{36}{5}$
 故選(A)

- (B)25. 如右圖， $\triangle ABC$ 為直角三角形，在斜邊 $\overline{AC}$ 上取一點 P ，作 $\overline{PQ} \perp \overline{AB}$ 於點 Q 。若 $\overline{AB} = 94$ ， $\overline{AC} = 100$ ， $\overline{PC} = 13$ ，則 $\overline{AQ} \times \overline{AB} + \overline{PQ} \times \overline{BC}$ 之值為何？



(A) 8178 (B) 8700

(C) 8778 (D) 9400

【107 特招(臺南區)】

【解析】 $\overline{AP} = 100 - 13 = 87$

$$\overline{AQ} = \frac{87}{100} \overline{AB}, \overline{PQ} = \frac{87}{100} \overline{BC}$$

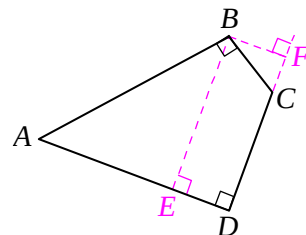
$$\text{所求} = \frac{87}{100} \overline{AB}^2 + \frac{87}{100} \overline{BC}^2 = \frac{87}{100} \overline{AC}^2 = 8700, \text{故選(B)}$$

- (B)26. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 4\sqrt{2}$ ， $\overline{BC} = 2$ ，則 $\overline{BD}$ 長度為何？

(A) $4\sqrt{2}$ (B) $3\sqrt{3}$

(C) $2\sqrt{6}$ (D) $3\sqrt{2}$

【107 特招(臺南區)】



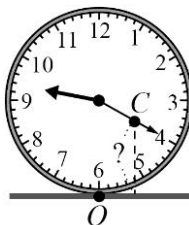
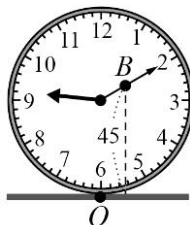
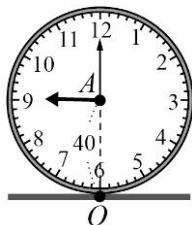
【解析】作 $\overline{BE} \perp \overline{AD}$ ， $\overline{BF} \perp \overline{CD}$

又 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle BCD = 120^\circ$

$$\Rightarrow \overline{BE} = 2\sqrt{6}, \overline{BF} = \sqrt{3} \quad \therefore \overline{BD} = \sqrt{24+3} = 3\sqrt{3}$$

故選(B)

- (B)27. 如下圖，一時鐘直放在地面上且固定不動，小張測量時鐘中心點 A 與地面接觸點 O 距離 40 公分、分針長度 30 公分。一隻小瓢蟲從點 A 於 9:00 時開始沿著分針等速前進，在 9:10 時測量小瓢蟲在分針上的位置點 B 距離地面 45 公分；則在 9:20 時，小瓢蟲在分針上的位置點 C 距離地面多少公分？



(A) 35 公分

(B) 30 公分

(C) $(45 - 10\sqrt{3})$ 公分

(D) 25 公分

【107 特招(臺南區)】

【解析】分針在 2:00~3:00 夾 30°

$$\Rightarrow \overline{AB} = 2(45 - 40) = 10 \quad \therefore \overline{AC} = 2 \times 10 = 20$$

$$\text{又 } \angle OAC = 60^\circ \quad \therefore \text{所求} = 40 - 20 \div 2 = 30$$

故選(B)

- (D)28. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，過 C 點作 $\overline{AB}$ 上的高，交 $\overline{AB}$ 於 D 點，且 O 為 $\overline{AB}$ 中點。若 $\overline{OD} = 7$ ， $\overline{AC} = 30$ ，則 $\overline{OB}$ 的長度為何？

(A) 17 (B) 18 (C) 24 (D) 25 【107 特招(桃連區)】

【解析】設 $\overline{AD} = x$ ， $\overline{AB} = 2(x + 7)$

由子母性質：

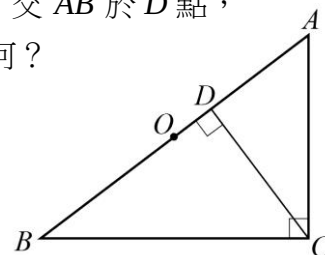
$$\overline{AC}^2 = \overline{AD} \times \overline{AB} \Rightarrow 30^2 = x \times (2x + 14) \Rightarrow x^2 + 7x - 450 = 0$$

$$x \begin{array}{r} \times +25 \\ \times -18 \end{array}$$

$$(x + 25)(x - 18) = 0, x = 18 \text{ 或 } -25 \text{ (不合)}$$

$$\overline{OB} = 18 + 7 = 25$$

故選(D)



- (B)29. 如右圖， E 、 F 、 G 、 H 為正方形 $ABCD$ 的各邊中點， P 、 Q 、 R 、 S 為四邊形 $EFGH$ 的各邊中點， M 、 N 分別為 $\overline{QR}$ 和 $\overline{RS}$ 的中點。若 $\triangle PMN$ 的面積為 6，則 $\overline{AB}$ 的長為何？

(A) 6 (B) 8

(C) 9 (D) 10

【107 特招(桃連區)】

【解析】 $\because M$ 、 N 分別為 $\overline{QR}$ 和 $\overline{RS}$ 的中點

$\therefore \triangle PMN$ 面積 $= 3\triangle MNR$ 面積 $\Rightarrow \triangle MNR$ 面積 $= 2$

$\triangle NPS$ 面積 $= \triangle MPQ$ 面積 $= 2\triangle MNR$ 面積 $= 4$

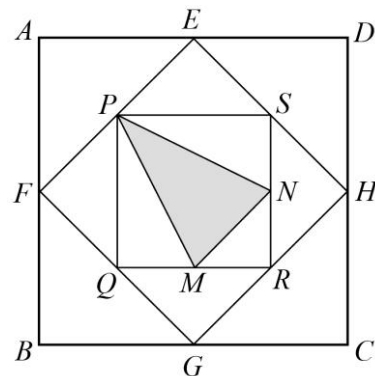
$\Rightarrow$ 正方形 $PQRS$ 面積 $= 2 + 4 + 4 + 6 = 16$

又 P 、 Q 、 R 、 S 為四邊形 $EFGH$ 的各邊中點

$\therefore$ 正方形 $EFGH$ 面積 $= 2$ 正方形 $PQRS$ 面積

同理，正方形 $ABCD$ 面積 $= 2$ 正方形 $EFGH$ 面積 $= 4$ 正方形 $PQRS$ 面積 $= 16 \times 4 = 64 \Rightarrow \overline{AB} = 8$

故選(B)



- (C)30. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， E 為 $\overline{AB}$ 中點， $\overline{AC}$ 與 $\overline{DE}$ 相交於 F 點，若 $\triangle AEF$ 面積為 64， $\triangle DFC$ 面積為 81，則四邊形 $ABCD$ 的面積為何？

(A) 408 (B) 409

(C) 425 (D) 442

【107 特招(桃連區)】

【解析】 $\because \overline{AB} \parallel \overline{CD} \therefore \triangle AEF \sim \triangle CDF$ (AA 相似性質)

$\overline{AF} : \overline{CF} = \overline{EF} : \overline{DF} = 8 : 9$

$\triangle AEF$ 面積 $: \triangle ADF$ 面積 $= 8 : 9$

$\triangle ADF$ 面積 $= 72$

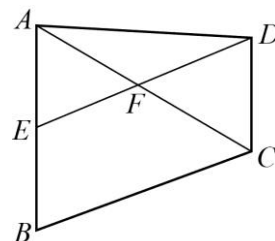
$\because E$ 為 $\overline{AB}$ 中點， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

$\therefore \triangle ADE$ 面積 $= \frac{1}{2} \triangle ABC$ 面積 (同高)

$\triangle ABC$ 面積 $= 272$

故所求 $= \triangle ABC$ 面積 $+ \triangle ADF$ 面積 $+ \triangle DFC$ 面積 $= 425$

故選(C)



- (A)31. 如右圖，五邊形 $ABCDE$ 中， $\triangle ABD$ 與 $\triangle ACE$ 全等，且 A 、 B 、 D 的對應頂點分別為 A 、 C 、 E 。若 $\angle EAC = 62^\circ$ ， $\angle DBA = 58^\circ$ ，則 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AE}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{DE}$ 長的大小關係為何？

(A) $\overline{AB} > \overline{AE}$ ， $\overline{BC} > \overline{DE}$

(B) $\overline{AB} > \overline{AE}$ ， $\overline{BC} = \overline{DE}$

(C) $\overline{AB} < \overline{AE}$ ， $\overline{BC} = \overline{DE}$

(D) $\overline{AB} < \overline{AE}$ ， $\overline{BC} < \overline{DE}$

【解析】 $\because \triangle ABD \cong \triangle ACE$

$\therefore \overline{AD} = \overline{AE}$ ， $\angle DAB = \angle EAC = 62^\circ$

在 $\triangle ABD$ 中

$\therefore \angle ADB = 180^\circ - 62^\circ - 58^\circ = 60^\circ$

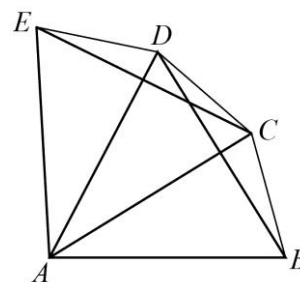
$\therefore \angle ADB > \angle ABD$ ，故 $\overline{AB} > \overline{AD} = \overline{AE}$

$\because \angle DAE = \angle BAC$ 且 $\overline{AD} = \overline{AE}$ ， $\overline{AB} = \overline{AC}$

$\therefore \triangle BAC \sim \triangle DAE$ (SAS 相似性質)

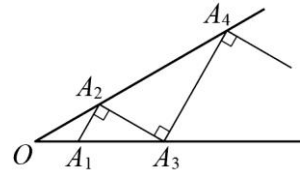
故 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$

$\because \overline{AB} > \overline{AD} \therefore \overline{BC} > \overline{DE}$ ，故選(A)



【107 特招(桃連區)】

- (C) 32. 如右圖， $\triangle OA_1A_2$ 中， $\overline{OA_1} = \overline{A_1A_2} = 2$ ， $\angle O = 30^\circ$ ，過 A_2 點作垂直 $\overline{A_1A_2}$ 的直線，並交直線 OA_1 於 A_3 點，再過 A_3 點作垂直 $\overline{A_2A_3}$ 的直線，並交直線 OA_2 於 A_4 點， $\dots$ ，依此規則，過 A_{k+1} 點作垂直 $\overline{A_kA_{k+1}}$ 的直線，並交直線 OA_k 於 A_{k+2} 點。判斷當 $\triangle OA_kA_{k+1}$ 面積大於 300 倍的 $\triangle OA_1A_2$ 面積時， k 的最小值為何？



- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

【107 特招(基北區)】

【解析】 $\triangle OA_1A_2 = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 1 = \sqrt{3}$

$\triangle OA_2A_3 = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3} = (\sqrt{3})^3$

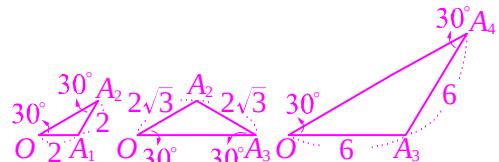
$\triangle OA_3A_4 = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 3 = 9\sqrt{3} = (\sqrt{3})^5$

$\therefore \triangle OA_kA_{k+1}$ 的面積 $= (\sqrt{3})^{2k-1}$

$(\sqrt{3})^{2k-1} > 300\sqrt{3}$ ， $(\sqrt{3})^{2k-2} > 300$ ， $(\sqrt{3})^{2(k-1)} > 300$

$3^{k-1} > 300$ ， $k-1=6$ ， $k=7$

故選(C)



- (B) 33. 設 a 、 b 、 c 皆為非零的實數，已知 $2a=3b$ 且 $a:c=2:3$ ，則 $\frac{4c-a}{a+b}$ 的值為何？

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) 3 (C) $\frac{9}{2}$ (D) 6

【108 特招(桃連區)】

【解析】 $a:b:c$

$3:2$

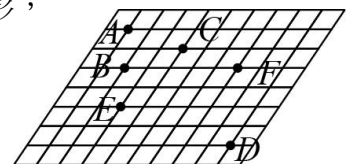
$\frac{2}{3} : \frac{3}{2}$

$6:4:9$

設 $a=6k$ ， $b=4k$ ， $c=9k$ ， $k \neq 0$ ，

$\frac{4c-a}{a+b} = \frac{36k-6k}{10k} = \frac{30}{10} = 3$

- (D) 34. 右圖是由許多相同的小平行四邊形緊密拼成的大平行四邊形，圖上有 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 共 6 個點，則 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 的面積比為何？



- (A) 2:3 (B) 2:5

- (C) 1:2 (D) 1:4

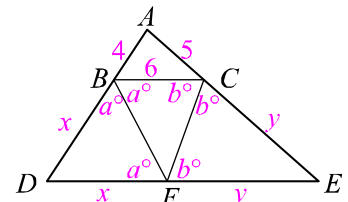
【108 特招(臺南區)】

【解析】 $\triangle ABC \sim \triangle DFE$

又 $\overline{AB} : \overline{DF} = 1:2$ $\therefore$ 所求 $= 1^2 : 2^2 = 1:4$

故選(D)

- (D) 35. 如右圖，已知 $\overline{AB}=4$ ， $\overline{BC}=6$ ， $\overline{CA}=5$ ，且 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 。若 F 為 $\overline{DE}$ 上一點，滿足 $\overline{BF}$ 平分 $\angle DBC$ ， $\overline{CF}$ 平分 $\angle ECB$ ，則四邊形 $ECBD$ 的周長為何？



- (A) 27 (B) 30

- (C) 33 (D) 42

【108 特招(臺南區)】

【解析】 $\because \overline{BC} \parallel \overline{DE}$

$\therefore 4:x=5:y$ ， $4y=5x$

設 $x=4k$ ， $y=5k$ ， $k>0$

$\frac{4}{4+x} = \frac{6}{x+y}$ ， $\frac{4}{4+4k} = \frac{6}{9k}$ ， $36k=24+24k$ ， $12k=24$ ， $k=2$ 。

$\therefore x=8$ ， $y=10$

所求周長 $= 6+8+18+10=42$ 。

- (A) 36. 平行四邊形 $ABCD$ 中， E 、 F 分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AD}$ 上，
且 $\overline{AE} : \overline{EB} = 5 : 7$ ， $\overline{AF} : \overline{FD} = 3 : 1$ 。若 $\overline{CE}$ 與 $\overline{BF}$ 交於 P ，則 $\triangle DPC$ 與 $\triangle DEP$ 的面積比為何？

(A) 16 : 7 (B) 8 : 3

(C) 7 : 3 (D) 2 : 1

【解析】延長 $\overline{CD}$ 和 $\overline{BF}$ 交於 O 點

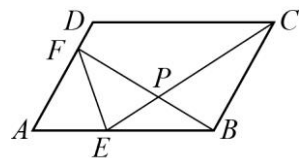
設 $\overline{AE} = 5k$ ， $\overline{EB} = 7k$ ， $k \neq 0$

$\triangle ODF \sim \triangle BAF$ (AA 相似性質)

$\therefore \overline{DF} : \overline{AF} = \overline{OD} : \overline{AB}$ ， $\overline{OD} = 4k$

$\triangle OCP \sim \triangle BEP$ (AA 相似性質)， $\overline{CP} : \overline{PE} = 16 : 7$

$\therefore \triangle DPC$ 面積 : $\triangle DEP$ 面積 = 16 : 7



【108 特招(桃連區)】

- (D) 37. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle ACD = \angle BCD$ 。

若 $\overline{AC} = 3$ ， $\overline{AD} = \frac{3}{2}$ ，則 $\overline{AB}$ 為下列何者？

(A) $\frac{11}{2}$ (B) 5 (C) $\frac{13}{3}$ (D) 4 【108 特招(桃連區)】

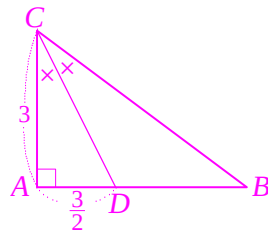
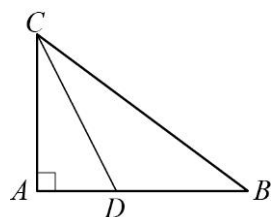
【解析】 $\because \overline{CD}$ 平分 $\angle ACB \therefore \overline{CA} : \overline{CB} = \overline{AD} : \overline{BD}$

設 $\overline{BD} = x$ ， $\overline{BC} = 2x$

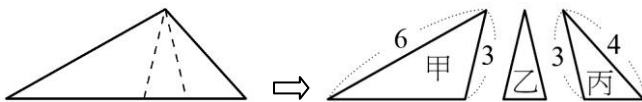
$3^2 + (\frac{3}{2} + x)^2 = (2x)^2$ ， $4x^2 - 4x - 15 = 0$ ， $(2x - 5)(2x + 3) = 0$ ，

$x = \frac{5}{2}$ ， $-\frac{3}{2}$ (負不合)。

$\overline{AB} = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 4$ 。



- (D) 38. 如下圖，將一張三角形紙片沿虛線剪出甲、乙、丙三塊三角形，其中甲、丙相似。
根據圖中標示的邊長數據，判斷乙的面積是原來三角形面積的多少倍？



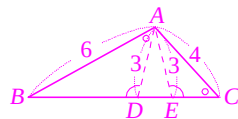
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{3}{13}$ (D) $\frac{3}{16}$

【解析】甲 $\sim$ 丙為 $\triangle ABD \sim \triangle CAE$ ，故 $\overline{CE} = 2$ ， $\overline{BD} = \frac{9}{2}$ 。

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DBA$ (AA 相似性質) $\therefore \overline{BC} : \overline{BA} = \overline{AC} : \overline{AD}$

$\Rightarrow \overline{BC} : 6 = 4 : 3$ ， $\overline{BC} = 8$ ，

$\triangle ABC$ 面積 : $\triangle ADE$ 面積 = $\overline{BC} : \overline{DE} = 8 : (8 - 2 - \frac{9}{2}) = 8 : \frac{3}{2} = 16 : 3$ 。



【108 特招(基北區)】

- (B) 39. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AC}$ 的中垂線與 $\overline{BC}$ 相交於 D 點， $\overline{BD}$ 的中垂線與 $\overline{AC}$ 交於 E 點。若 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{CD} = 5$ ，則 $\overline{AE}$ 與 $\overline{CE}$ 的長度比為何？

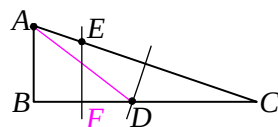
(A) 1 : 3 (B) 2 : 7

(C) 2 : 9 (D) 4 : 9

【解析】連 $\overline{AD}$ ， $\overline{AD} = \overline{CD} = 5$

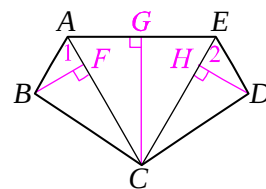
$\overline{BD} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ ， $\overline{BF} = \overline{FD} = 2$

$\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{BF} : \overline{CF} = 2 : (2 + 5) = 2 : 7$



【109 特招(基北區)】

- (B) 40. 如右圖，五邊形 $ABCDE$ 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CE}$ ， $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ ，且 $\triangle ACE$ 為正三角形。若 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ACE$ 、 $\triangle CDE$ 的面積分別為 12、27、15，則關於五邊形的邊長大小關係，何者正確？



- (A) $\overline{AE} > 2\overline{AB}$ ， $\overline{AE} > 2\overline{DE}$ (B) $\overline{AE} > 2\overline{AB}$ ， $\overline{AE} < 2\overline{DE}$
(C) $\overline{AE} < 2\overline{AB}$ ， $\overline{AE} > 2\overline{DE}$ (D) $\overline{AE} < 2\overline{AB}$ ， $\overline{AE} < 2\overline{DE}$

【109 特招(基北區)】

【解析】作 $\overline{BF} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{CG} \perp \overline{AE}$ ， $\overline{DH} \perp \overline{CE}$

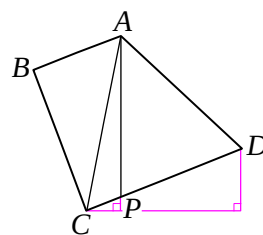
$\angle 1 = \angle ACE = \angle 2 = 60^\circ$ (內錯角)

$\triangle ABF \sim \triangle ACG \sim \triangle EDH$ (AA 相似)

$\therefore \overline{AB} : \overline{AC} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{AE} : \overline{DE} = \overline{BF} : \overline{CG} : \overline{DH} = 12 : 27 : 15 = 4 : 9 : 5$

$\Rightarrow 2\overline{AB} : \overline{AE} : 2\overline{DE} = 8 : 9 : 10 \quad \therefore \overline{AE} > 2\overline{AB}$ ， $\overline{AE} < 2\overline{DE}$

- (C) 41. 如右圖，坐標平面上有一個四邊形 $ABCD$ ， P 點在 $\overline{CD}$ 上，且 $\overline{AP}$ 將四邊形 $ABCD$ 的面積平分。若 A 、 P 、 C 、 D 四點的 x 坐標分別為 0、0、-2、7，且 $\triangle ABC$ 的面積為 23，則 $\overline{AP}$ 長最接近下列哪一個數？



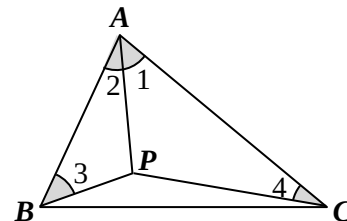
- (A) 8 (B) 8.5 (C) 9 (D) 9.5 【109 特招(基北區)】

【解析】 $\overline{CP} : \overline{PD} = 2 : 7$

設 $\triangle APC$ 面積 $= 2a$ ， $\triangle APD$ 面積 $= 7a$ ， $7a = 2a + 23$ ， $a = 4.6$

$\triangle APC$ 面積 $= \overline{AP} \times 2 \div 2 = 2a \Rightarrow \overline{AP} = 9.2$

- (A) 42. 如圖， P 為 $\triangle ABC$ 的內部一點，且 $\angle 1 = \angle 3 = 45^\circ$ ， $\angle 2 = \angle 4 = 30^\circ$ 。若 $\overline{PA} = \sqrt{2}$ ， $\overline{PC} = 2$ ，則 $\overline{PB}$ 的長度為何？



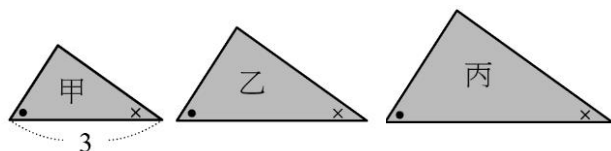
- (A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $2\sqrt{2} - 2$

【110 特招(基北區)】

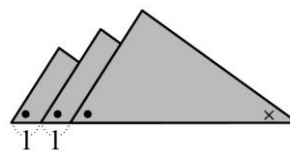
【解析】 $\because \angle 1 = \angle 3$ ， $\angle 2 = \angle 4 \quad \therefore \triangle ABP \sim \triangle CAP$ 則 $\overline{PB} : \overline{PA} = \overline{PA} : \overline{PC}$

$\Rightarrow \overline{PB} \times \overline{PC} = \overline{PA}^2 \Rightarrow \overline{PB} \times 2 = (\sqrt{2})^2 = 2 \Rightarrow \overline{PB} \times 2 = 1$ ，故選(A)

- (C) 43. 附圖(一)為甲、乙、丙三張三角形紙片，其中標記相同符號的內角代表角度相同，且甲、乙、丙的面積分別為 9、16、25。今小毛將甲、乙、丙三張紙片部分重疊黏貼出一個圖形，其外形有七個邊，如附圖(二)所示。根據圖中的資訊，求附圖(二)的圖形面積為何？



圖(一)



圖(二)

- (A) 32 (B) 35 (C) 37 (D) 38

【110 特招(基北區)】

【解析】如附圖，甲、乙、丙、己、庚皆相似 (AA)

$\because$ 甲、乙、丙面積比為 $9 : 16 : 25 = 3^2 : 4^2 : 5^2$

$\therefore$ 甲、乙、丙邊長比為 $3 : 4 : 5$

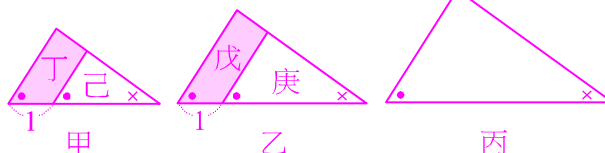
$\Rightarrow$ 甲、乙、己、庚邊長為 $3 : 4 : 2 : 3$

$\Rightarrow$ 己面積 $= 4$ ，庚面積 $= 9$

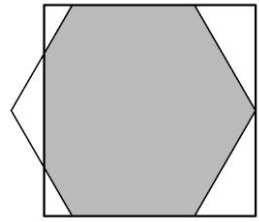
$\Rightarrow$ 圖(二)面積 $=$ 丁 $+$ 戊 $+$ 丙

$= (9 - 4) + (16 - 9) + 25 = 37$

故選(C)



- (D) 44. 附圖為一張正方形紙片與一張正六邊形紙片重疊的情形，其中正六邊形的五個頂點都在正方形的邊上。今小傑欲將正方形紙片向左平移，使兩紙片重疊的區域面積變得最大，若正方形的邊長為 $8\sqrt{3}$ 公分，則他需要向左平移多少公分？



- (A) 1 (B) 2
(C) $4\sqrt{3} - 4$ (D) $8 - 4\sqrt{3}$

【110 特招(基北區)】

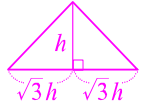
【解析】① $\overline{AB} = 8\sqrt{3}$ ， $\triangle ABC$ 為 $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ \Rightarrow \overline{BC} = 8$

② 原重疊區域 = 正六邊形 - 等腰 $\triangle$ 甲，後重疊區域 = 正六邊形 - (等腰 $\triangle$ 乙 + 等腰 $\triangle$ 丙)

③ 甲底邊上的高 = $8 \times 2 - 8\sqrt{3} = 16 - 8\sqrt{3}$ = 乙底邊上的高 + 丙底邊上的高

④ $30^\circ - 30^\circ - 120^\circ$ 底邊上的高為 h ，

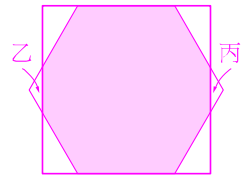
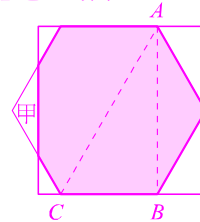
$$\text{則面積為 } \frac{2\sqrt{3}h \times h}{2} = \sqrt{3}h^2$$



⑤ 欲使重疊面積為最大 $\Rightarrow$ 乙 + 丙面積最小 $\Rightarrow$ 乙面積 = 丙面積

$$\Rightarrow \text{乙底邊上的高} = \text{丙底邊上的高} = \frac{16 - 8\sqrt{3}}{2} = 8 - 4\sqrt{3}$$

故選(D)



- (D) 45. 如右圖 $AEFB$ ， $BFGC$ ， $CGHD$ 均為邊長 1 公分的正方形，

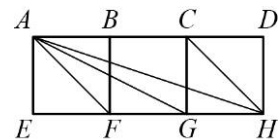
甲說： $\overline{AH} = \sqrt{10}$ 公分

丙說： $\triangle AGF$ 面積 = $\triangle AGH$ 面積

乙說： $\angle AGF + \angle AHF = 45^\circ$ 丁說： $\triangle AFG \sim \triangle ACH$

試問關於甲、乙、丙、丁四人敘述，正確的有哪些？

- (A) 甲、丙、丁 (B) 甲、丙
(C) 甲、乙、丙 (D) 甲、乙、丙、丁



【建國中學科學班模擬】

【解析】甲： $\overline{AH} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ (公分)

乙：在 $\triangle AFG$ 與 $\triangle HFA$ 中， $\overline{AF} : \overline{FG} : \overline{GA} = \sqrt{2} : 1 : \sqrt{5}$ ，

$$\overline{HF} : \overline{FA} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{2} : \sqrt{10}$$

$\triangle AFG \sim \triangle HFA$ (SSS 相似性質)

$$\therefore \angle AHF = \angle GAF \quad \therefore \angle AGF + \angle AHF = \angle AGF + \angle GAF = 180 - \angle AFG = 180 - 135 = 45^\circ$$

丙： $\triangle AGF = \triangle AGH = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$

丁： $\overline{AF} : \overline{FG} : \overline{GA} = \sqrt{2} : 1 : \sqrt{5}$ ， $\overline{AC} : \overline{CH} : \overline{HA} = 2 : \sqrt{2} : \sqrt{10}$

$\triangle AFG \sim \triangle ACH$ (SSS 相似性質)

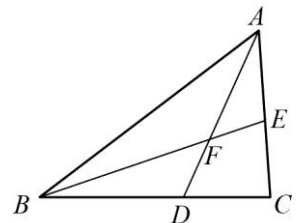
故選(D)

- (C) 46. 如圖， $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 為 $\angle BAC$ ， $\angle ABC$ 的角平分線， $\overline{AB} = 18$ ，

$\overline{BC} = 15$ ， $\overline{AC} = 11$ ，則下列選項何者為非？

- (A) $\overline{AE} : \overline{CE} = 6 : 5$ (B) $\triangle ABF : \triangle AEF = 3 : 1$
(C) $\overline{AF} : \overline{DF} = 28 : 15$ (D) $\triangle AEF : \triangle BDF = 29 : 45$

【建國中學科學班模擬】



【解析】 $\therefore \overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 為 $\angle BAC$ ， $\angle ABC$ 的角平分線

$$\therefore \text{(A) } \overline{BA} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{CE} = 18 : 15 = 6 : 5, \overline{AE} = 6, \overline{CE} = 5$$

$$\text{(B) } \overline{AB} : \overline{AE} = \overline{BF} : \overline{EF} = \triangle ABF : \triangle AEF = 18 : 6 = 3 : 1$$

$$\text{(C) } \overline{AF} : \overline{DF} = \overline{BA} : \overline{BD} = 18 : 15 \times \frac{18}{18+11} = 29 : 15$$

$$\text{(D) 令 } \triangle AEF = a, \triangle ABF = 3a$$

$$\triangle ABF : \triangle BDF = \overline{AF} : \overline{DF} = \overline{BA} : \overline{BD} = 18 : 15 \times \frac{18}{18+11} = 29 : 15 \Rightarrow 3a : \triangle BDF = 29 : 15$$

$$\triangle BDF = 3a \times 15 \times \frac{1}{29} = \frac{45a}{29}, \triangle AEF : \triangle BDF = a : \frac{45a}{29} = 29 : 45$$

故選(C)

- (B)47. 坐標平面上 A 、 B 、 C 三點的坐標分別為 $(0, 0)$ 、 $(12, 0)$ 、 $(20, 15)$ 。若 P 點在 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{AP} = \overline{BC} + \overline{CP}$ ，則 P 點的 x 坐標介於下列哪兩個整數之間？

(A) 15, 16 (B) 16, 17 (C) 17, 18 (D) 18, 19

【111 特招(基北區)】

【解析】如圖， $\overline{BC} = \sqrt{(20-12)^2 + (15-0)^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$

$$\overline{AC} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25$$

$$\text{設 } \overline{AP} = k, \overline{CP} = \overline{AC} - \overline{AP} = 25 - k$$

$$\text{又 } \overline{AP} = \overline{BC} + \overline{CP}$$

$$\therefore k = 17 + (25 - k), k = 21$$

$$\Rightarrow \overline{AP} = 21, \overline{CP} = 25 - 21 = 4$$

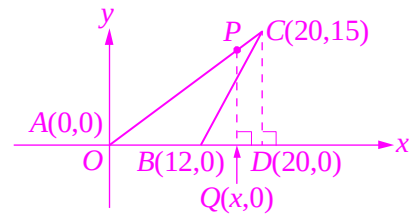
作 $\overline{PQ} \perp x$ 軸於 $Q(x, 0)$ ， $\overline{CD} \perp x$ 軸於 $D(20, 0)$

$$\therefore \overline{PQ} \parallel \overline{CD}$$

$$\therefore \overline{AP} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AD}$$

$$\Rightarrow 21 : 25 = x : 20, 25x = 420, x = 16.8$$

$\therefore P$ 點的 x 坐標為 16.8，故選(B)



- (A)48. 附圖中的灰色區域是兩個全等 $\triangle ABC$ 與 $\triangle BDE$ 的重疊部分，且 F 點在 $\overline{AC}$ 上， D 點在 $\overline{BF}$ 上， $\overline{BC} = \overline{BE}$ ， $\overline{AC} = \overline{DE} = 8$ ， $\overline{AB} = \overline{BD} = 4$ 。若 $\overline{AF} = 5$ ， $\overline{BF} = 6$ ，則圖中灰色區域的面積是 $\triangle BDE$ 面積的多少倍？

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{5}{8}$

【解析】設 $\overline{AC}$ 交 $\overline{DE}$ 於 G 點

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BE}, \overline{AC} = \overline{DE}, \overline{AB} = \overline{BD}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DBE \text{ (SSS 全等)} \Rightarrow \angle BAG = \angle BDG$$

連接 $\overline{AD}$ ，

$$\therefore \overline{AB} = \overline{BD} \quad \therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle BAG - \angle 1 = \angle BDG - \angle 2 = \angle 4$$

$$\Rightarrow \overline{AG} = \overline{DG} \quad \therefore \text{四邊形 } ABDG \text{ 為箏形, } \overline{BG} \text{ 為其對稱軸}$$

$$\overline{DF} = \overline{BF} - \overline{BD} = 6 - 4 = 2$$

$$\Rightarrow \triangle BDG \text{ 面積} : \triangle DFG \text{ 面積} = \overline{BD} : \overline{DF} = 4 : 2 = 2 : 1$$

$$\text{設 } \triangle ABG \text{ 面積} = \triangle BDG \text{ 面積} = 2k, \text{ 則 } 2k : \triangle DFG \text{ 面積} = 2 : 1$$

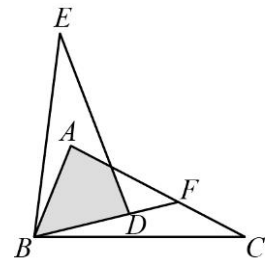
$$\triangle DFG \text{ 面積} = k, \triangle ABF \text{ 面積} = 2k + 2k + k = 5k$$

$$\triangle ABF \text{ 面積} : \triangle ABC \text{ 面積} = \overline{AF} : \overline{AC} = 5 : 8$$

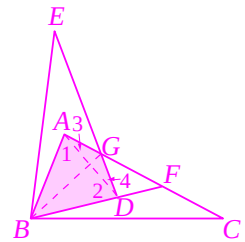
$$\Rightarrow 5k : \triangle ABC \text{ 面積} = 5 : 8$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \text{ 面積} = 8k = \triangle BDE \text{ 面積}$$

$$\therefore \frac{\text{灰色區域的面積}}{\triangle BDE \text{ 面積}} = \frac{4k}{8k} = \frac{1}{2}$$



【111 特招(基北區)】



- (B)49. 有一張大正方形紙片分割成 8 張三角形小紙片與 1 張正方形小紙片，分割情況如附圖所示。圖中數據表示該小紙片的面積，根據圖中資訊，求甲、乙兩紙片的面積和為何？

(A) 29 (B) 30 (C) 31 (D) 32 【111 特招(基北區)】

【解析】如圖，分別做正方形 $EFGH$ 及正方形 $WXYZ$ ，

① 過小正方形的四個頂點，做平行於大正方形 $ABCD$ 四個邊的平行線，

即，作 $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ ， $\overline{FG} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{GH} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{EH} \parallel \overline{AD}$ ，

則 $\angle E = \angle F = \angle G = \angle H = 90^\circ$

根據圖中的邊長、角度關係可得 $\triangle EPS \cong \triangle FQP \cong \triangle GRQ \cong \triangle HSR$

$\Rightarrow$ 四邊形 $EFGH$ 為正方形

$\therefore \triangle ABP$ 面積 $= \triangle BCQ$ 面積 $= 27$

$\therefore \overline{IP} = \overline{JQ}$ (等底等高)

又 $\overline{IP} + \overline{FG} + \overline{KR} = \overline{BC} = \overline{AB} = \overline{JQ} + \overline{EF} + \overline{LS}$

$\therefore \overline{KR} = \overline{LS} \Rightarrow \triangle CDR$ 面積 $= \triangle ADS$ 面積 (等底等高)

$\therefore$ 乙面積 $= 18$

② 過大正方形 $ABCD$ 的四個頂點，做平行於小正方形 $SPQR$ 四個邊的平行線，

即，作 $\overline{WX} \parallel \overline{SP}$ ， $\overline{XY} \parallel \overline{PQ}$ ， $\overline{YZ} \parallel \overline{QR}$ ， $\overline{WZ} \parallel \overline{SR}$ ，

與①同理，可得四邊形 $WXYZ$ 為正方形

作 $\overline{SP}$ ， $\overline{PQ}$ ， $\overline{QR}$ ， $\overline{SR}$ 為底邊的高， V 、 M 、 N 、 U 分別為垂足

則 $\overline{AV} + \overline{PQ} + \overline{CN} = \overline{XY} = \overline{WX} = \overline{BM} + \overline{QR} + \overline{DU}$

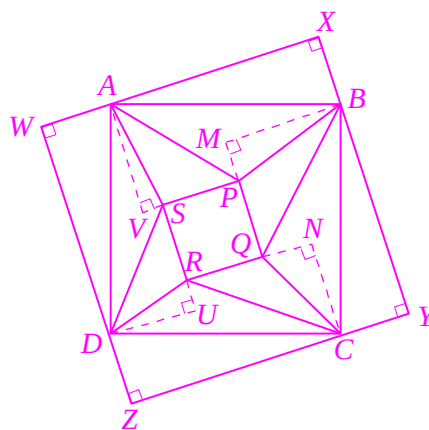
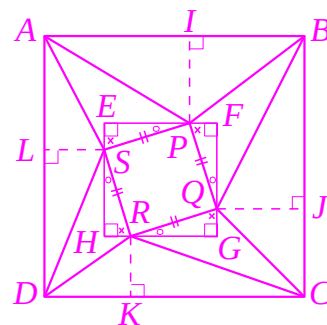
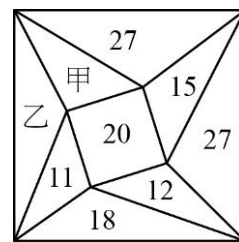
又 $\overline{PQ} = \overline{QR}$ ，故 $\overline{AV} + \overline{CN} = \overline{BM} + \overline{BM}$

$\therefore \triangle ASP$ 、 $\triangle BPQ$ 、 $\triangle CQR$ 、 $\triangle DRS$ 皆等底

$\therefore \triangle ASP$ 面積 $+ \triangle CQR$ 面積 $= \triangle BPQ$ 面積 $+ \triangle DRS$ 面積

$\Rightarrow$ 甲面積 $+ 12 = 15 + 11 \Rightarrow$ 甲面積 $= 14$

故 甲面積 $+ 乙面積 = 14 + 18 = 32$



非選擇題

1. 在矩形 $ABCD$ 中, E 點在 $\overline{CD}$ 上, $\overline{AC}$ 與 $\overline{BE}$ 交於 F 點, 如右圖所示。若 $\triangle BCF$ 面積為 6, $\triangle CEF$ 面積為 4, 則四邊形 $AFED$ 的面積為 11。

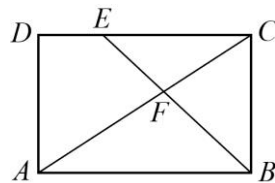
【105 特招(基北區)】

【解析】 $\triangle CEF \sim \triangle ABF$ (AA 相似)

$$\Rightarrow \triangle CEF \text{ 面積} : \triangle ABF \text{ 面積} = \overline{EF}^2 : \overline{BF}^2 = 4^2 : 6^2 = 4 : 9$$

$$\Rightarrow \triangle ABF \text{ 面積} = 9 \Rightarrow \triangle ACD \text{ 面積} = \triangle ABC \text{ 面積} = 9 + 6 = 15$$

$$\Rightarrow \text{四邊形 } AFED \text{ 面積} = 15 - 4 = 11$$



2. 如右圖, 有一直角 $\triangle APS$, $\angle A = 90^\circ$, 已知 Q 、 R 兩點在 $\overline{PS}$ 上, B 、 D 兩點分別在 $\overline{AP}$ 、 $\overline{AS}$ 上, $\overline{BQ}$ 與 $\overline{DR}$ 相交於 C 點, 且 $ABCD$ 為正方形, 若 $\overline{PR} = \frac{5}{4}$, $\overline{QS} = \frac{5}{3}$, 試求正方形 $ABCD$ 的邊長。

【108 特招(桃連區)】

【解析】作 $\overline{QM} \perp \overline{AS}$ 於 M 點, $\overline{RN} \perp \overline{AP}$ 於 N 點。

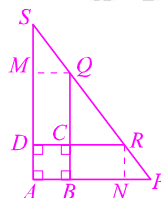
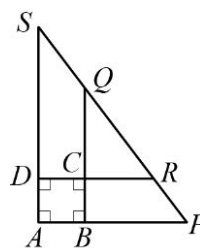
$$\because \triangle SMQ \sim \triangle RNP \text{ (AA 相似性質)} \quad \therefore \overline{MQ} : \overline{NP} = \overline{QS} : \overline{PR} = 4 : 3$$

$$\text{設正方形 } ABCD \text{ 邊長為 } x \Rightarrow \overline{MQ} = x, \quad \overline{NP} = \frac{3}{4}x,$$

$$\triangle RNP \text{ 中, 由畢氏定理可知 } (\frac{3}{4}x)^2 + x^2 = (\frac{5}{4})^2, \quad \frac{9}{16}x^2 + x^2 = \frac{25}{16},$$

$$x^2 = 1, x = \pm 1 \text{ (負不合)}.$$

$$\therefore \text{正方形 } ABCD \text{ 邊長} = 1$$



3. 如右圖, 在正方形 $ABCD$ 中, $\overline{AB} = 20$, E 點在 $\overline{AD}$ 上, F 點在 $\overline{CE}$ 上。若 $\triangle BCF$ 的面積為正方形 $ABCD$ 面積的 $\frac{2}{5}$, 且 $\overline{AE} = \overline{EF}$, 則 $\overline{CF} =$ 20。

【108 特招(基北區)】

【解析】設 $\overline{AE} = \overline{EF} = x$, 作 $\overline{FP} \perp \overline{BC}$,

$$\triangle BCF \text{ 面積} = \frac{20 \times \overline{FP}}{2} = 20^2 \times \frac{2}{5}, \quad \overline{FP} = 16.$$

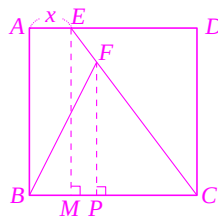
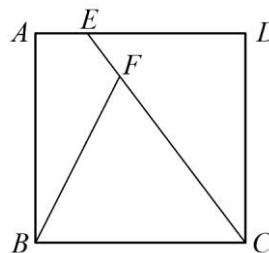
$$\text{作 } \overline{EM} \perp \overline{BC}, \quad \overline{CM} = \overline{DE} = 20 - x$$

$$\because \triangle CFP \sim \triangle CEM \text{ (AA 相似性質)} \quad \therefore \overline{CF} = 4x$$

$$\text{在 } \triangle CEM \text{ 中, } (20 - x)^2 + 20^2 = (5x)^2, \quad 3x^2 + 5x - 100 = 0,$$

$$x = 5 \text{ 或 } -\frac{20}{3} \text{ (負不合)}.$$

$$\therefore \overline{CF} = 20$$



4. 坐標平面上有一邊長為 7 的正方形 $ABCD$, 且圖中的甲、乙兩區域面積相等, 如附圖所示。若 A 、 B 兩點的坐標分別為 $(-3, -2)$ 、 (m, n) , 則 $m + n$ 之值為 $2\sqrt{6}$ 。

【110 特招(基北區)】

【解析】甲、乙相似 (AA), 且面積相等

$$\Rightarrow \text{甲、乙全等} \Rightarrow \text{甲、乙斜邊上的高相等}$$

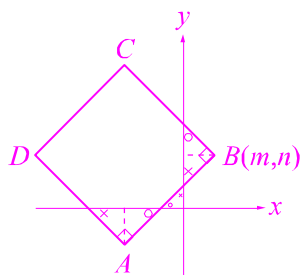
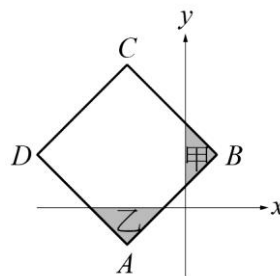
$$\Rightarrow m = 2, \text{ 又 } \overline{AB} = 7$$

$$\sqrt{[2 - (-3)]^2 + (n + 2)^2} = 7$$

$$\Rightarrow 25 + (n + 2)^2 = 49, n > 0$$

$$\Rightarrow n = -2 + 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow m + n = 2 + (-2 + 2\sqrt{6}) = 2\sqrt{6}$$



5. *wifi* 已經是人們生活中的一部份，較高的 *wifi* 等級往往帶來較高的傳輸速度，但如果電腦跟路由器支援不同的 *wifi* 等級，最終只能使用兩者較低的 *wifi* 等級，例如：*wifi 4* 電腦配合 *wifi 5* 路由器，只能使用 *wifi 4* 的傳輸速度。如今甲乙丙要上傳作業，他們決定分配不同大小的檔案量各自上傳，附表為他們家的電腦跟路由器支援的 *wifi* 等級。

成員	電腦支援 <i>wifi</i> 等級	路由器支援 <i>wifi</i> 等級	分配上傳檔案大小比例
甲	<i>wifi 6</i>	<i>wifi 6</i>	40%
乙	<i>wifi 5</i>	<i>wifi 6</i>	30%
丙	<i>wifi 6</i>	<i>wifi 4</i>	30%

已知對這三人來說，使用 *wifi 6* 傳輸速度都是使用 *wifi 5* 的四倍，使用 *wifi 5* 傳輸速度是使用 *wifi 4* 的三倍，則甲一個人上傳全部檔案所需時間是三人照表分配上傳所需總時間的 $\frac{5}{26}$ 倍（化為最簡分數）。

【110 特招(嘉義區)】

【解析】甲、乙、丙分別以 *wifi 6*、*wifi 5*、*wifi 4* 的傳送速度，設甲以 *wifi 6* 的傳送速度傳送整份文件的時間為 a

則甲花 $0.4a$ 、乙花 $0.3a \times 4 = 1.2a$ ，丙花 $0.3a \times 4 \times 3 = 3.6a$

$\Rightarrow$ 所求為 $a \div (0.4a + 1.2a + 3.6a) = a \div 5.2a = \frac{5}{26}$

6. 如右圖，在矩形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{AD} = 9$ ，將矩形固定 A 點，逆時針旋轉，將 B 點落在 $\overline{CD}$ 上的 E 點，連接 $\overline{DG}$ ，則 $\overline{DG}$ 長為 $\frac{9\sqrt{10}}{5}$ 。

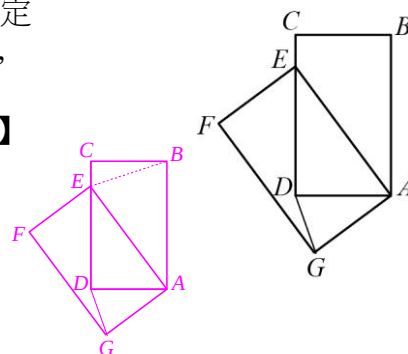
【建國中學科學班模擬】

【解析】 $\overline{AE} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$ ， $\overline{CE} = 15 - 12 = 3$ ， $\overline{BE} = \sqrt{3^2 + 9^2} = 3\sqrt{10}$

$\triangle ADG \sim \triangle ABE$

$\overline{AD} : \overline{DG} = \overline{AB} : \overline{BE}$ ， $9 : \overline{DG} = 15 : 3\sqrt{10}$

$\overline{DG} = \frac{27\sqrt{10}}{15} = \frac{9\sqrt{10}}{5}$



7. 如右圖， $ABCD$ 為平行四邊形 E 為 $\overline{AD}$ 延長線上一點。若 $3\overline{AD} = 4\overline{AE}$ ，則 $\triangle BFG$ 面積： $\triangle AFE$ 面積 = $64 : 99$ 。

【特招(基北區)模擬】

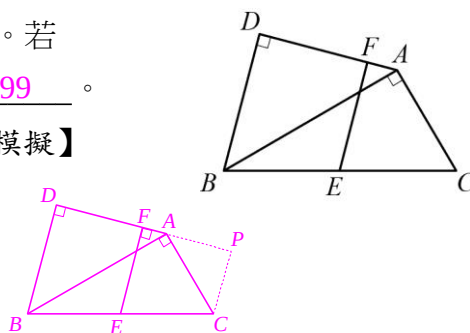
【解析】 $\overline{AD} : \overline{AE} = 4 : 3$ ， $\overline{BC} : \overline{AE} = 4 : 3$ ，

$\triangle BCF$ 面積： $\triangle AEF$ 面積 $= 4^2 : 3^2 = 16 : 9$ ，

$\overline{EA} : \overline{ED} = \overline{AF} : \overline{CD} = 3 : 7$ ，

$\overline{BF} : \overline{CD} = 4 : 7 = \overline{FG} : \overline{CG}$ ，

$\triangle BFG$ 面積： $\triangle AFE$ 面積 $= 16 \times \frac{4}{4+7} : 9 = 64 : 99$ 。



選擇題

- (A) 1. 如右圖，有一圓通過四邊形 $ABCD$ 的三頂點 A 、 B 、 D ，且此圓的半徑為 10。若 $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AD} = 12$ ， $\overline{BC} = 35$ ，則四邊形 $ABCD$ 的面積為何？

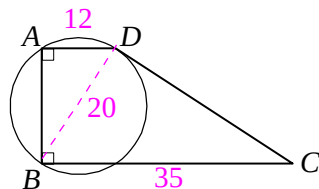
(A) 288 (B) 376 (C) 420 (D) 470 【103 特招】

【解析】連接 $\overline{BD}$

$$\because \angle A = 90^\circ \therefore \overline{BD} \text{ 為直徑} \Rightarrow \overline{BD} = 20, \text{ 又 } \overline{AD} = 12$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16, \text{ 又 } ABCD \text{ 為梯形}$$

$$\text{故其面積} = \frac{1}{2} \times (12 + 35) \times 16 = 376, \text{ 故選(B)}$$



- (C) 2. 如右圖，矩形 $ABCD$ 的外接圓 O 與水平地面相切於 A 點，圓 O 半徑為 2，且 $\widehat{BC} = 2\widehat{AB}$ 。若在沒有滑動的情況下，將圓 O 向右滾動，使得 O 點向右移動了 75π ，則此時哪一弧與地面相切？

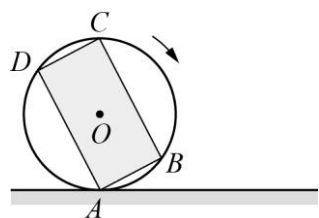
(A) $\widehat{BC}$ (B) $\widehat{CD}$
(C) $\widehat{DA}$ (D) $\widehat{AB}$

【解析】 $75\pi \div (4\pi) = 18\frac{3}{4}$ (圈)， $\frac{3}{4}$ 圈 $= \frac{3}{4} \times 360^\circ = 270^\circ$

$$\because \widehat{ABC} \text{ 為半圓}, \widehat{BC} = 2\widehat{AB} \therefore \widehat{AB} = 60^\circ, \widehat{BC} = 120^\circ, \text{ 同理 } \widehat{CD} = 60^\circ, \widehat{DA} = 120^\circ$$

$$\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} = 240^\circ < 270^\circ \therefore \widehat{DA} \text{ 與地面相切}$$

故選(C)



【103 特招】

- (B) 3. 如右圖， P 為圓 O 外一點， $\overline{OP}$ 交圓 O 於 A 點，且 $\overline{OA} = 2\overline{AP}$ 。甲、乙兩人想作一條通過 P 點且與圓 O 相切的直線，其作法如下：

(甲) 以 P 為圓心， $\overline{OP}$ 長為半徑畫弧，交圓 O 於 B 點，則直線 PB 即為所求

(乙) 作 $\overline{OP}$ 的中垂線，交圓 O 於 B 點，則直線 PB 即為所求
對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？

(A) 兩人皆正確 (B) 兩人皆錯誤
(C) 甲正確，乙錯誤 (D) 甲錯誤，乙正確 【103 特招】

【解析】(甲) $\because \overline{PB} = \overline{PO} \therefore \triangle PBO$ 為等腰三角形

$$\therefore \angle B \neq 90^\circ, \text{ 即 } \overline{OB} \text{ 與 } \overline{PB} \text{ 不垂直}$$

$$\therefore \overline{PB} \text{ 不是切線}$$

$$(乙) \text{ 令 } \overline{AP} = r, \text{ 則 } \overline{OA} = 2r \therefore \overline{OP} = 3r$$

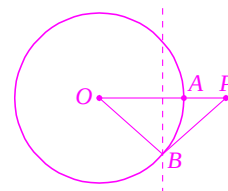
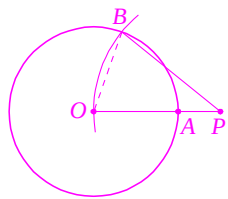
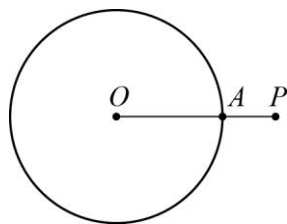
由中垂線性質可知

$$\overline{BP} = \overline{BO} = 2r, (2r)^2 + (2r)^2 \neq (3r)^2$$

$$\text{即 } \overline{BO}^2 + \overline{BP}^2 \neq \overline{OP}^2 \therefore \angle OBP \neq 90^\circ$$

$$\therefore \overline{PB} \text{ 不是切線}$$

故選(B)



- (A) 4. 如右圖， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 都是圓 O 的直徑， E 是圓 O 上一點，
已知 $\angle EAB = 32^\circ$ ， $\angle DBA = 34^\circ$ ，則 $\angle EDC$ 是幾度？

(A) 66° (B) 58°

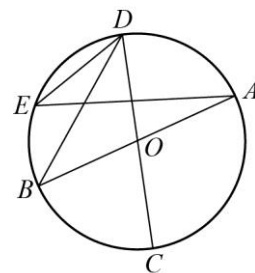
(C) 54° (D) 32°

【104 特招(臺南區)】

【解析】 $\widehat{AD} = 34^\circ \times 2 = 68^\circ$ ， $\widehat{BE} = 32^\circ \times 2 = 64^\circ$ ， $\widehat{DE} = 180^\circ - 68^\circ - 64^\circ = 48^\circ$

$$\angle EDC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$$

故選(A)



- (A) 5. 如右圖，邊長 a 的正三角形 ABC 中， D 是 $\overline{AB}$ 的中點。作一圓通過 B 、 D 兩點且與 $\overline{AC}$ 相切於 E 點，請問 $\triangle ABE$ 的面積為何？

(A) $\frac{\sqrt{6}}{8}a^2$

(B) $\frac{1}{4}a^2$

(C) $\frac{2-\sqrt{2}}{4}a^2$

(D) $\frac{3-\sqrt{3}}{8}a^2$

【104 特招(臺南區)】

【解析】連接 $\overline{DE}$

$$\because \angle AED = \frac{1}{2} \widehat{DE} = \angle ABE, \angle A = \angle A$$

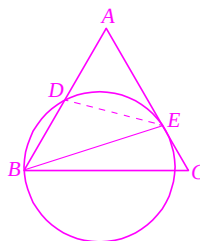
$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle AEB \text{ (AA 相似)}$$

$$\Rightarrow \overline{AD} : \overline{AE} = \overline{AE} : \overline{AB} \Rightarrow \overline{AE} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

$$\triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$\triangle ABE = \triangle ABC \times \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{8}a^2$$

故選(A)



- (A) 6. 如右圖，圓 O 中， A 、 B 、 C 、 D 為圓上四點，

已知 $\overline{AD} \perp \overline{OC}$ ， $\angle ABC = 23^\circ$ ，

則 $\angle ADO$ 的度數為何？

(A) 44 (B) 45

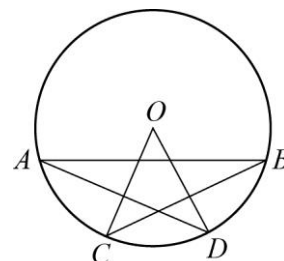
(C) 46 (D) 48

【104 特招(桃連區)】

【解析】 $\because \overline{AD} \perp \overline{OC} \therefore \widehat{CD} = \widehat{AC} = 2\angle ABC = 46^\circ$

$$\Rightarrow \angle COD = \widehat{CD} = 46^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ADO = 180^\circ - 90^\circ - 46^\circ = 44^\circ, \text{ 故選(A)}$$



- (B) 7. 如右圖， $\triangle ABC$ ， $\angle C = 90^\circ$ 。O 為 $\overline{AB}$ 上一點，以 O 為圓心，
 $\overline{OB}$ 為半徑作一圓，與 $\overline{AB}$ 交於 D 點，與 $\overline{AC}$ 相切於 E 點。

若 $\overline{AD} = 2$ ， $\overline{AE} = 4$ ，則 $\overline{BC}$ 之值為何？

(A) 5

(B) $\frac{24}{5}$

(C) $\frac{22}{5}$

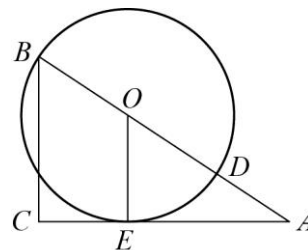
(D) 4 【104 特招(桃連區)】

【解析】 $\overline{AE}^2 = \overline{AD} \times \overline{AB}$ ， $4^2 = 2 \times \overline{AB}$ ， $\overline{AB} = 8$

$$\Rightarrow \overline{OE} = \overline{OB} = \overline{OD} = (8 - 2) \div 2 = 3$$

$$\because \overline{OE} \perp \overline{AC}, \angle C = 90^\circ \therefore \overline{OE} \parallel \overline{BC} \Rightarrow \overline{AO} : \overline{AB} = \overline{OE} : \overline{BC}$$

$$\Rightarrow (2 + 3) : 8 = 3 : \overline{BC}, \overline{BC} = \frac{24}{5}, \text{ 故選(B)}$$



- (C) 8. 如右圖，兩同心圓中，大圓的弦 $\overline{AD}$ 被小圓三等分，
若大圓半徑為 10，小圓半徑為 6，則 $\overline{AD}$ 之值為何？

- (A) $9\sqrt{2}$ (B) $9\sqrt{3}$
(C) $12\sqrt{2}$ (D) $12\sqrt{3}$

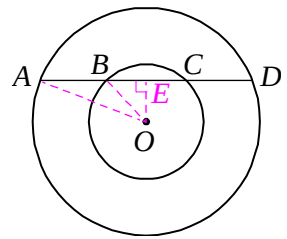
【104 特招(桃連區)】

【解析】設 $\overline{BE} = \overline{CE} = x$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \overline{CD} = 2x, \overline{AO}^2 - \overline{AE}^2 = \overline{OE}^2 = \overline{BO}^2 - \overline{BE}^2$$

$$10^2 - (3x)^2 = 6^2 - x^2, 100 - 9x^2 = 36 - x^2, 8x^2 = 64, x^2 = 8, x = \pm 2\sqrt{2} \text{ (負不合)}$$

$$\overline{AD} = 6x = 12\sqrt{2}, \text{故選(C)}$$



- (B) 9. 如右圖， O_1 、 O_2 分別為兩圓的圓心，直線 L 與兩圓分別切於 A 、 B 兩點，且直線 L 與 $\overline{O_1O_2}$ 交於 P 點。已知 $\overline{O_1A} = 5$ ， $\overline{O_2B} = 3$ ， $\overline{AB} = 6$ ，則 $\overline{PO_1}$ 的線段長為何？

- (A) $\frac{63}{8}$ (B) $\frac{25}{4}$ (C) $\frac{15}{2}$ (D) $\frac{11}{2}$ 【105 特招(臺南區)】

【解析】 $\because \overline{O_1A} \perp L, \overline{O_2B} \perp L$

$$\therefore \overline{O_1A} \parallel \overline{O_2B} \Rightarrow \angle AO_1P = \angle BO_2P \text{ (內錯角相等)}$$

在 $\triangle AO_1P$ 、 $\triangle BO_2P$ 中

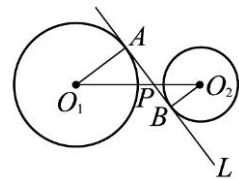
$$\because \angle AO_1P = \angle BO_2P, \angle APO_1 = \angle BPO_2 \text{ (對頂角相等)}$$

$$\therefore \triangle AO_1P \sim \triangle BO_2P \text{ (AA 相似)} \Rightarrow \overline{AO_1} : \overline{BO_2} = \overline{AP} : \overline{PB}$$

$$\text{設 } \overline{AP} = x, 5 : 3 = x : (6 - x), 3x = 30 - 5x, 8x = 30, x = \frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow \overline{PO_1} = \sqrt{5^2 + \left(\frac{15}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{625}{16}} = \frac{25}{4}$$

故選(B)



- (B) 10. 如右圖， B 是圓 O 上一點， O 是圓心， $\overline{PA}$ 與圓 O 相切於 A 點。若 $\angle ABP = 30^\circ$ 且 $\overline{PB} = 6$ ，則 $\overline{PA}$ 的長度為何？

- (A) 3 (B) $2\sqrt{3}$
(C) $3\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{6}$

【105 特招(臺南區)】

【解析】 $\because \overline{OB} = \overline{OA} \therefore \angle ABO = \angle BAO = 30^\circ$

$$\text{故 } \angle AOP = \angle ABO + \angle BAO = 60^\circ$$

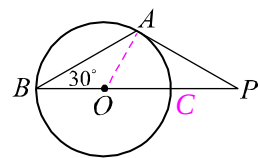
$$\text{設 } \overline{OB} = x = \overline{OA} = \overline{OC},$$

$$\text{又 } \angle OAP = 90^\circ \therefore \angle APO = 30^\circ$$

$$\text{則 } \overline{OP} = 2x \Rightarrow \overline{PB} = 2x + x = 6 \Rightarrow x = 2$$

$$\overline{PA} = \sqrt{3}x = 2\sqrt{3}$$

故選(B)



- (A) 11. 塔臺的雷達能偵測距塔臺 100 公里以內的飛機，且在監控螢幕上顯示該飛機距塔臺的距離。今甲、乙兩架飛機直線等速飛行，塔臺的雷達同時偵測到，監控螢幕不斷顯示它們距塔臺的距離，直到它們同時消失。若甲、乙兩飛機距塔臺的最短距離分別為 80、60 公里，則甲、乙兩飛機的速度比為何？

- (A) 3 : 4 (B) 4 : 3 (C) 9 : 16 (D) 16 : 9

【105 特招(桃連區)】

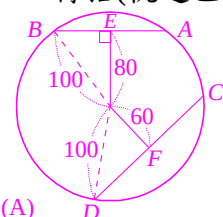
【解析】設甲飛機沿 $\overrightarrow{AB}$ 通過雷達，乙飛機沿 $\overrightarrow{CD}$ 通過雷達

$$\therefore \overline{BE} = \sqrt{100^2 - 80^2} = 60 \therefore \overline{AB} = 120$$

$$\therefore \overline{DF} = \sqrt{100^2 - 60^2} = 80 \therefore \overline{CD} = 160$$

$$\Rightarrow \text{甲、乙兩飛機於雷達偵測範圍內飛行的距離比為 } 120 : 160 = 3 : 4$$

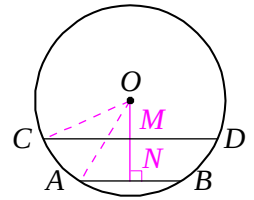
$$\therefore \text{時間固定 } \therefore \text{速度與距離成正比 } \Rightarrow \text{甲、乙兩飛機的速度比為 } 3 : 4, \text{故選(A)}$$



- (B)12. 如右圖，圓 O 的直徑為 26， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{CD} = 24$ ，則 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 的距離為何？

(A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 12 【105 特招(桃連區)】

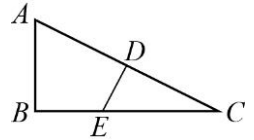
【解析】 $\because \overline{AB} = 10$ ， $\overline{CD} = 24$
 $\therefore \overline{AN} = 5$ ， $\overline{CM} = 12$
 $\Rightarrow \overline{OM} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ ， $\overline{ON} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$
 $\Rightarrow 12 - 5 = 7$ ，故選(B)



- (D)13. 如右圖，直角 $\triangle ABC$ ， $\angle B$ 為直角， $\overline{AB} = 1$ ， $\overline{BC} = 2$ ， $\overline{DE}$ 為 $\overline{AC}$ 的中垂線。則 $\triangle DEC$ 外接圓的半徑為何？

(A) 1 (B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{5}{8}$ 【105 特招(桃連區)】

【解析】 $\because \overline{AB} = 1$ ， $\overline{BC} = 2$ $\therefore \overline{AC} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \Rightarrow \overline{CD} = \frac{\sqrt{5}}{2}$
 在 $\triangle ABC$ 、 $\triangle EDC$ 中
 $\because \angle B = \angle EDC = 90^\circ$ ， $\angle C = \angle C$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 相似)
 $\Rightarrow \overline{BC} : \overline{AC} = \overline{CD} : \overline{CE}$
 $\Rightarrow 2 : \sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{2} : \overline{CE}$
 $\Rightarrow 2 \overline{CE} = \frac{5}{2}$ ， $\overline{CE} = \frac{5}{4}$
 $\triangle DEC$ 外接圓半徑 $= \frac{1}{2} \overline{CE} = \frac{5}{8}$ ，故選(D)



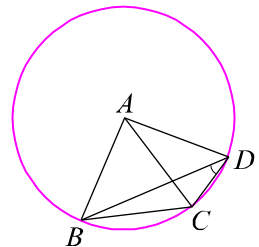
- (B)14. 如右圖，在正三角形 ABC 外有一點 D ，使得 $\overline{AD} = \overline{AC}$ ，則 $\angle BDC$ 的度數為

(A) 15° (B) 30°

(C) 45° (D) 60°

【105 特招(桃連區)】

【解析】作 $\triangle BCD$ 的外接圓， A 為圓心
 則 $\angle BDC = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 60 = 30$
 故選(B)



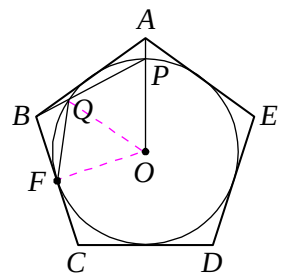
- (C)15. 如右圖，圓 O 為正五邊形 $ABCDE$ 的內切圓，且與 $\overline{BC}$ 相切於 F 點。若圓 O 與 $\overline{OA}$ 相交於 P 點，且與 $\overline{BP}$ 相交於 Q 點，則 $\angle PQF$ 的度數為何？

(A) 108 (B) 120

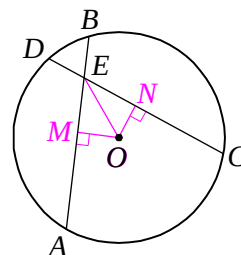
(C) 126 (D) 132

【105 特招(基北區)】

【解析】連 $\overline{OF}$ 、 $\overline{OQ}$ ， $\angle BFO = 90^\circ$ ，正五邊形的每個角 $= 108^\circ$ ，則 $\angle BAO = 108^\circ \div 2 = 54^\circ$
 $\because$ 四邊形 $ABFO$ 內角和 $= 360^\circ$
 $\therefore \angle AOF = 360^\circ - 90^\circ - 108^\circ - 54^\circ = 108^\circ$
 $\because \overline{OP} = \overline{OQ} = \overline{OF}$
 $\therefore \angle OPQ = \angle OQP$ ， $\angle OQF = \angle OFQ$
 又 $\triangle OPQ + \triangle OQF = 360^\circ$ ，
 即 $2\angle OQP + 2\angle OQF + \angle AOF = 360^\circ$
 $\therefore \angle PQF = \angle OQP + \angle OQF = (360^\circ - \angle AOF) \div 2 = 126^\circ$ ，
 故選(C)



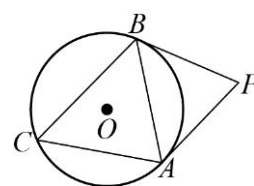
- (D)16. 如右圖， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 為圓 O 的兩弦，且兩弦相交於 E 點。若 M 、 N 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 的中點，且 $\overline{OM} = 15$ ， $\overline{ON} = 14$ ，則比較 $\overline{ME}$ 、 $\overline{NE}$ 、 $\overline{AE}$ 、 $\overline{CE}$ 的大小關係，下列何正確？
- (A) $\overline{ME} > \overline{NE}$ ， $\overline{AE} > \overline{CE}$ (B) $\overline{ME} > \overline{NE}$ ， $\overline{AE} < \overline{CE}$
 (C) $\overline{ME} < \overline{NE}$ ， $\overline{AE} > \overline{CE}$ (D) $\overline{ME} < \overline{NE}$ ， $\overline{AE} < \overline{CE}$



【106 特招(桃連區)】

【解析】 M 、 N 為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 之中點，如右圖
 $\Rightarrow \overline{OM} \perp \overline{AB}$ ，且 $\overline{ON} \perp \overline{CD}$ ， $\overline{OM}$ 、 $\overline{ON}$ 為弦心距
 連 $\overline{OE}$ ，則 $\overline{ME}^2 = \overline{OE}^2 - \overline{OM}^2$ ， $\overline{NE}^2 = \overline{OE}^2 - \overline{ON}^2$
 且 $\overline{OM} > \overline{ON} \Rightarrow \overline{OM}^2 > \overline{ON}^2 \Rightarrow \overline{OE}^2 - \overline{OM}^2 < \overline{OE}^2 - \overline{ON}^2 \Rightarrow \overline{ME}^2 < \overline{NE}^2 \Rightarrow \overline{ME} < \overline{NE}$
 又 $\overline{OM} > \overline{ON} \Rightarrow \overline{AB} < \overline{CD} \Rightarrow \frac{1}{2}\overline{AB} < \frac{1}{2}\overline{CD} \Rightarrow \overline{AM} < \overline{CN}$
 $\therefore \overline{AM} + \overline{ME} < \overline{CN} + \overline{NE} \Rightarrow \overline{AE} < \overline{CE}$ ，故選(D)

- (B)17. 如右圖，圓 O 為 $\triangle ABC$ 的外接圓， P 為圓外一點，且 $\overline{PA}$ 與圓 O 相切於 A 點， $\overline{PB}$ 與圓 O 相切於 B 點。若 $\overline{AC} = \overline{AB}$ ， $\overline{BC} = 50$ ， $\overline{PA} = 32$ ，則四邊形 $APBC$ 的周長為何？

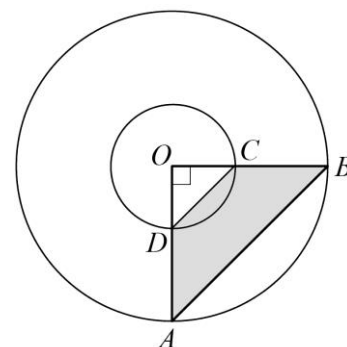


- (A) 146 (B) 154
 (C) 164 (D) 182

【106 特招(基北區)】

【解析】 $\because \overline{PA}$ 、 $\overline{PB}$ 分別切圓 O 於 A 、 B 兩點 $\therefore \overline{PA} = \overline{PB} = 32 \Rightarrow \angle PAB = \angle PBA$
 $\because \overline{AC} = \overline{AB} \therefore \angle ACB = \angle ABC \Rightarrow \angle PAB = \angle PBA = \frac{1}{2}\widehat{AB} = \angle ACB = \angle ABC$
 在 $\triangle PAB$ 、 $\triangle ABC$ 中 $\because \angle PAB = \angle ACB$ ， $\angle PBA = \angle ABC \therefore \triangle PAB \sim \triangle ACB$ (AA 相似)
 $\Rightarrow \overline{PA} : \overline{AC} = \overline{AB} : \overline{BC}$ ， $32 : \overline{AC} = \overline{AC} : 50$ ， $\overline{AC}^2 = 1600$ ， $\overline{AC} = \pm 40$ (負不合)
 $\Rightarrow$ 四邊形 $APBC$ 的周長 $= 32 + 32 + 50 + 40 = 154$
 故選(B)

- (B)18. 如右圖，以 O 為圓心的大小兩個同心圓， $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 為大圓半徑，分別交小圓於 D 、 C 兩點且 $\overline{OA} \perp \overline{OB}$ 。若四邊形 $ABCD$ (塗色部分) 的面積為 25，則大小兩圓的面積差最接近下列哪個選項？($\pi \approx 3.14$)



- (A) 78.5 (B) 157
 (C) 167 (D) 314

【107 特招(桃連區)】

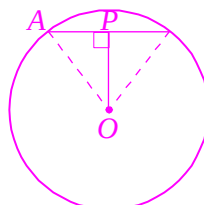
【解析】設 $\overline{OC} = \overline{OD} = r$ ， $\overline{OA} = \overline{OB} = R$
 $\therefore \frac{R^2}{2} - \frac{r^2}{2} = 25$
 $\therefore R^2 - r^2 = 50$
 $\Rightarrow \pi R^2 - \pi r^2 = 50\pi \approx 157$ ，故選(B)

- (A)19. 已知圓 O 的半徑為 10，若 P 點在圓 O 的內部，且 $\overline{OP} = 8$ ，則過 P 點所作的弦中，不可能出現的弦長為何？

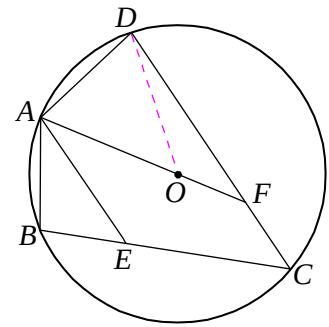
- (A) 11 (B) $\frac{25}{2}$ (C) $10\sqrt{2}$ (D) 20

【107 特招(桃連區)】

【解析】過 P 最長弦為直徑 20
 過 P 最短弦為 $2\overline{AP} = 2\sqrt{10^2 - 8^2} = 12$
 故選(A)



- (A) 20. 如右圖，圓 O 為四邊形 $ABCD$ 的外接圓， E 點在 $\overline{BC}$ 上，直線 AO 與 $\overline{CD}$ 相交於 F 點。若 $\widehat{AB} = 46^\circ$ ， $\widehat{AD} = 50^\circ$ ， $\angle D = 82^\circ$ ，且 $\overline{AE} \parallel \overline{CD}$ ，則 $\angle BAE$ 與 $\angle DAF$ 相差多少度？

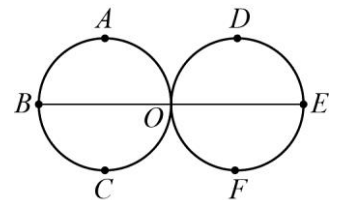


- (A) 31° (B) 32°
(C) 33° (D) 34°

【107 特招(桃連區)】

【解析】連 $\overline{OD}$ ， $\angle AOD = \widehat{AD} = 50^\circ$
 $\therefore \angle DAF = (180^\circ - 50^\circ) \div 2 = 65^\circ$
 $\angle C = \frac{1}{2}(\widehat{AB} + \widehat{AD}) = \frac{1}{2}(46^\circ + 50^\circ) = 48^\circ$
 又 $\overline{AE} \parallel \overline{CD} \therefore \angle AEB = \angle C = 48^\circ$
 $\because \angle B + \angle D = 180^\circ \Rightarrow \angle B + 82^\circ = 180^\circ \therefore \angle B = 98^\circ$
 $\Rightarrow \angle BAE = 180^\circ - 48^\circ - 98^\circ = 34^\circ \Rightarrow \text{所求} = 65^\circ - 34^\circ = 31^\circ$
 故選(A)

- (D) 21. 如右圖，平面上有兩個半徑長皆為 200 公尺的圓，兩圓相切於 O 點， $\overline{OB}$ 、 $\overline{OE}$ 為直徑， A 、 C 兩點在一圓上， D 、 F 兩點在另一圓上。小廷騎腳踏車沿圓周繞行，從 O 點出發，以 $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow O \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow O \rightarrow A \rightarrow \dots$ 的順序，依「 ∞ 」的形狀重複繞行。若小廷等速繞行且時速為 10 公里，騎了 2 個小時後停止，則小廷停止的位置會在一個弧上？

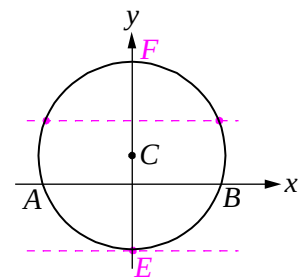


- (A) $\widehat{OAB}$ (B) $\widehat{BCO}$ (C) $\widehat{ODE}$ (D) $\widehat{EFO}$

【107 特招(基北區)】

【解析】一個圓的圓周長 $= 2 \times 200 \times \pi = 400\pi$ (公尺) ≈ 1256 (公尺)
 小廷 2 小時騎了 20 公里 $= 20000$ 公尺
 一個「 ∞ 」形走了大約 $1256 \times 2 = 2512$ (公尺)
 $20000 \div 2512 = 7.9\dots > 7.75 \therefore$ 小廷停在 $\widehat{EFO}$ 上
 故選(D)

- (C) 22. 如右圖，坐標平面有一圓 C ， C 點的坐標為 $(0, 1)$ ，此圓與 x 軸交於 A 、 B 兩點，且 $\overline{AB} = 4\sqrt{2}$ 。若欲在此圓上找 R 點，使得 $\triangle ABR$ 面積是 $\triangle ABC$ 面積的 2 倍，則滿足條件的 R 點總共有幾個？



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 【107 特招(基北區)】

【解析】 $\overline{BC} = \sqrt{1^2 + (2\sqrt{2})^2} = 3$
 $\therefore E(0, -2)$ 、 $F(0, 4)$
 $\triangle ABR$ 中以 $\overline{AB}$ 為底邊的高為 2
 $\therefore$ 滿足此條件的 R 點有 3 個
 故選(C)

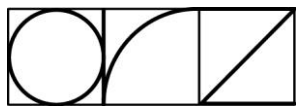
- (C) 23. 已知坐標平面上有 $A(6, 8)$ 、 $B(-6, 0)$ 、 $C(-3, -4)$ 、 $D(5, -12)$ 四點，且圓 O 是以原點為圓心、正整數 r 為半徑的圓。若 A 、 B 、 C 、 D 四點在圓內與圓外各有兩點，則正整數 r 的值有多少個？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【108 特招(臺南區)】

【解析】 $\overline{OA} = 10$ ， $\overline{OB} = 6$ ， $\overline{OC} = 5$ ， $\overline{OD} = 13$
 $\therefore$ 圓內與圓外各有兩點
 $\therefore 6 < r < 10$ ， $r = 7, 8, 9$ ，共 3 個

- (A) 24. 小南利用尺規作圖作出如圖(二)的圖案，作法是畫出圖(一)中三個邊長為 2 且相鄰的正方形，先作出第一個正方形的內切圓 (即與正方形四個邊均相切的圓)，接著以第二個正方形的一頂點為圓心、邊長為半徑作出圓弧，然後再作出第三個正方形的一對角線，最後把不需要的線段擦拭掉，就完成了。若圖(二)中圖案的線條總長度為 $a\pi + b\sqrt{2} + c$ ，其中 a 、 b 、 c 均為正整數，則 $a+b+c$ 之值為何？



圖(一)



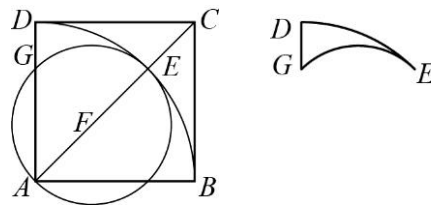
圖(二)

- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14

【108 特招(臺南區)】

【解析】圖(二)的線條總長度為 $2\pi + 2 + 2 \times 2 \times \pi \times \frac{1}{4} + 2 + 2\sqrt{2} + 2 = 3\pi + 2\sqrt{2} + 6$ ，
 $\therefore a=3, b=2, c=6, a+b+c=11$

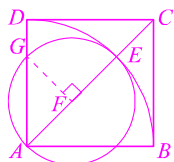
- (D) 25. 如右圖，有一邊長為 4 的正方形 $ABCD$ ，以 A 為圓心， $\overline{AD}$ 為半徑畫一圓弧 $\widehat{DB}$ ，交 $\overline{AC}$ 於一點 E ，設 $\overline{AE}$ 的中點為 F ，以 F 為圓心， $\overline{AF}$ 為半徑畫一圓，交 $\overline{AD}$ 於一點 G (另一點為 A)，則封閉區域 DGE (如右圖所示) 的面積為何？



- (A) $2\pi - 5$ (B) $2\pi - 6$ (C) $\pi - 1$ (D) $\pi - 2$

【108 特招(桃連區)】

【解析】



所求面積

$$\begin{aligned}
 & \text{Area of sector } ADE - \text{Area of triangle } AEF - \text{Area of sector } AFG \\
 &= \pi \times 4^2 \times \frac{45^\circ}{360^\circ} - \frac{2 \times 2}{2} - \pi \times 2^2 \times \frac{90^\circ}{360^\circ} \\
 &= 2\pi - 2 - \pi \\
 &= \pi - 2
 \end{aligned}$$

- (B) 26. 如右圖， $\triangle ABC$ 與五邊形 $BCDEF$ 均為正多邊形，且有一圓通過 A 、 E 、 F 三點。若此圓與直線 DE 相交於另一點 P ，則 $\angle APD$ 的度數為何？

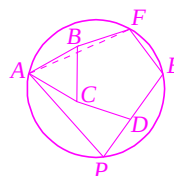
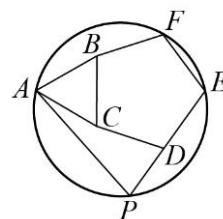
- (A) 72 (B) 78 (C) 81 (D) 84 【108 特招(基北區)】

【解析】連接 $\overline{AF}$ ， $\angle ABF = 60^\circ + 108^\circ = 168^\circ$ ，

$\therefore \angle BFA = (180^\circ - 168^\circ) \div 2 = 6^\circ$

$\therefore \angle AFE = 108^\circ - 6^\circ = 102^\circ$

$APEF$ 為圓內接四邊形， $\angle AFE + \angle P = 180^\circ$ ， $\angle P = 78^\circ$ 。

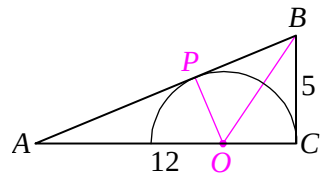


- (A) 27. 如右圖，在直角三角形 ABC 中， $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BC} = 5$ ，

$\angle C$ 為直角，有一個半圓內切於 $\triangle ABC$ 中，則此半圓的半徑為多少？

【109 特招(桃連區)】

- (A) $\frac{10}{3}$ (B) $\frac{13}{5}$ (C) $\frac{60}{13}$ (D) $\frac{59}{18}$



【解析】設 O 為半圓之圓心， P 為半圓與 $\overline{AB}$ 之切點，連接 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OP}$ ，設半徑 $= r = \overline{OP} = \overline{OC}$

$$\overline{AB} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

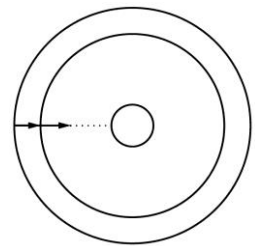
$\triangle AOB$ 面積 + $\triangle BOC$ 面積 = $\triangle ABC$ 面積

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 13r + \frac{1}{2} \times 5r = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 \Rightarrow 18r = 60, r = \frac{60}{18} = \frac{10}{3}$$

$$\angle OCD = 360^\circ - 130^\circ - 90^\circ - 65^\circ = 75^\circ$$

- (A) 28. 有一個半徑為 20 公分的圓形掃地機器人，其清潔面積等同於圓形面積，如今此機器人沿著一個半徑 3.2 公尺的房間牆壁清潔，並由外而內逐漸縮小圓形路徑，如附圖所示，則下列哪個選項最接近機器人走的總路徑長度？

- (A) $2560\pi + 280$ 公分 (B) $3040\pi + 280$ 公分
(C) $3120\pi + 280$ 公分 (D) $3210\pi + 280$ 公分



【110 特招(嘉義區)】

【解析】第一圈半徑 $320 - 20 = 300$

第二圈半徑 $300 - 40 = 260$

第三圈半徑 $260 - 40 = 220$

...

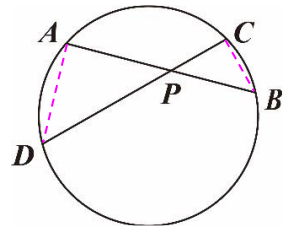
以此類推 $\therefore (300 + 260 + 220 + \dots + 20) \times 2\pi = 2560\pi$

水平移動 $320 - 20 - 20 = 280$ 總長度為 $2560\pi + 280$ 公分

故選(A)

- (D) 29. 如圖， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 為圓的兩弦，兩弦相於 P 點， $\overline{BP}$ 的長度比 $\overline{DP}$ 長度 10 少公分， $\overline{AP}$ 的 $\overline{CP}$ 長度比長度多 6 公分。若 $\overline{AP}$ 的長度為 x ， $\overline{BP}$ 的長度為 y ，則 x 、 y 的關係式為何？

- (A) $x + 3y = 6$ (B) $x - 3y = 6$
(C) $5x + 3y = 30$ (D) $5x - 3y = 30$ 【110 特招(基北區)】



【解析】連接 $\overline{AD}$ 、 $\overline{CB}$ 。

$\therefore \angle DAB = \angle DCB$ (或 $\angle ADC = \angle ABC$) (對同一個弧)，且 $\angle APD = \angle CPB$ (對頂角)

$\therefore \triangle APD$ 面積 $\sim \triangle CPB$

$$\Rightarrow \overline{AP} : \overline{CP} = \overline{PD} : \overline{PB} \Rightarrow x : (x - 6) = (y + 10) : y \Rightarrow xy = xy + 10xy - 6xy - 60 \Rightarrow 5x - 3y = 30$$

- (A) 30. 如右圖， $ABCD$ 為一長方形， $\overline{AD} = 16$ ， $\overline{AB} = 12$ ，且圓 O 與 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AD}$ 、 $\overline{CE}$ 都相切， F 為切點，求 $\overline{AE}$ 。

- (A) 9.6 (B) 10.4

- (C) 10.8 (D) 12 【特招(基北區)模擬】

【解析】將切點 P 、 Q 連接及圓心與切點 R 連接，利用切線性質

$$\overline{AP} = \overline{AR} = \overline{RB} = \overline{BQ} = 6$$

$$\text{設 } \overline{EP} = \overline{EF} = x, \overline{CF} = \overline{CQ} = 10, \overline{DE} = 10 - x,$$

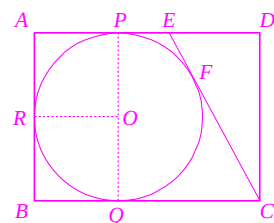
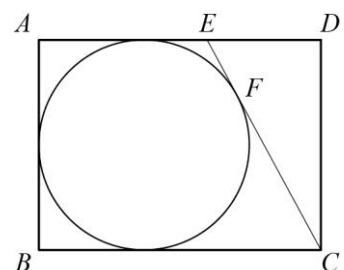
在 $\triangle CDE$ 中，

$$\overline{CE}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{DE}^2,$$

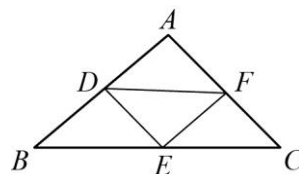
$$(10 + x)^2 = 12^2 + (10 - x)^2, x^2 + 20x + 100 = 144 + x^2 - 20x + 100,$$

$$40x = 44, x = 3.6,$$

$$\overline{AE} = 6 + 3.6 = 9.6$$



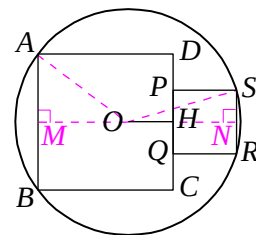
- (A) 31. 如附圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle B=40^\circ$ ， $\angle C=48^\circ$ ， D 、 E 、 F 三點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 上， $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ ， $\overline{DF}$ 為 $\angle ADE$ 的角平分線。若四邊形 $ADEF$ 為圓內接四邊形，則 $\angle AFD$ 的度數為何？
(A) 42 (B) 44 (C) 46 (D) 48 【111 特招(基北區)】



【解析】 $\because \overline{EF} \parallel \overline{AB} \therefore \angle AFE + \angle A = 180^\circ$ (同側內角互補) $\Rightarrow \angle AFE = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 92^\circ = 88^\circ$
 $\because$ 四邊形 $ADEF$ 為圓內接四邊形 (對角互補)
 $\therefore \angle ADE + \angle AFE = 180^\circ \Rightarrow \angle ADE = 180^\circ - \angle AFE = 180^\circ - 88^\circ = 92^\circ$
 $\because \overline{DF}$ 為 $\angle ADE$ 的角平分線 $\therefore \angle ADF = \frac{1}{2} \angle ADE = \frac{1}{2} \times 92^\circ = 46^\circ$
 $\angle AFD = 180^\circ - (\angle A + \angle ADF) = 180^\circ - (92^\circ + 46^\circ) = 42^\circ$

非選擇題

1. 如右圖，圓 O 內有兩個正方形 $ABCD$ 及 $PQRS$ ，其中 A 、 B 、 R 、 S 四點在圓上， P 、 H 、 Q 三點在 $\overline{CD}$ 上。若 $\overline{OH} \perp \overline{CD}$ ，且 $\overline{OH} = 5$ ，正方形 $PQRS$ 的邊長為 10，則正方形 $ABCD$ 邊長為 18。 【105 特招(基北區)】

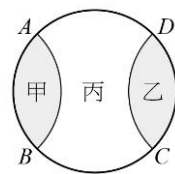


【解析】延長 $\overline{OH}$ 交 $\overline{AB}$ 、 $\overline{RS}$ 於 M 、 N ，則 $\overline{OM} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{ON} \perp \overline{SR}$
 設 $\overline{AM} = x \Rightarrow \overline{MH} = \overline{BC} = 2x \Rightarrow \overline{MO} = 2x - 5$
 $\overline{ON} = 5 + 10 = 15$ ， $\overline{SN} = 10 \div 2 = 5$
 $\overline{AM}^2 + \overline{MO}^2 = \overline{AO}^2 = \overline{OS}^2 = \overline{ON}^2 + \overline{SN}^2$
 $\Rightarrow x^2 + (2x - 5)^2 = 15^2 + 5^2 \Rightarrow x^2 + 4x^2 - 20x + 25 = 225 + 25 \Rightarrow x^2 - 4x - 45 = 0$
 $\Rightarrow (x - 9)(x + 5) = 0 \Rightarrow x = 9$ 或 -5 (不合) $\therefore \overline{AB} = 9 \times 2 = 18$

2. 平面上有不相交的一圓與一直線，圓上有相異三點為 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 ，直線上有相異六點為 P_1 、 P_2 、 P_3 、 P_4 、 P_5 、 P_6 。若 P_1 、 Q_2 、 Q_3 三點共線， Q_1 、 Q_2 、 P_2 三點共線， Q_1 、 Q_3 、 P_6 三點共線，則從這九點中任取兩點可以決定 16 條不同的直線。 【106 特招(基北區)】

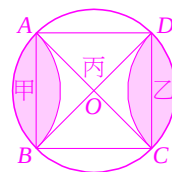
【解析】 $\overline{Q_1P_1}$ 、 $\overline{Q_1P_2}$ 、 $\overline{Q_1P_3}$ 、 $\overline{Q_1P_4}$ 、 $\overline{Q_1P_5}$ 、 $\overline{Q_1P_6}$ ，共 6 條
 $\overline{Q_2P_1}$ 、 $\overline{Q_2P_3}$ 、 $\overline{Q_2P_4}$ 、 $\overline{Q_2P_5}$ 、 $\overline{Q_2P_6}$ ，共 5 條
 $\overline{Q_3P_2}$ 、 $\overline{Q_3P_3}$ 、 $\overline{Q_3P_4}$ 、 $\overline{Q_3P_5}$ ，共 4 條
 $\overline{P_1P_2}$ ，共 1 條
 $\Rightarrow 6 + 5 + 4 + 1 = 16$ (條)

3. 如右圖，有一半徑長為 6 的圓，圓上有 A 、 B 、 C 、 D 四點，且 $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{AD}$ 。小麗將圓分成甲、乙、丙三個區域，若直線 AB 、直線 CD 分別為甲、乙區域的對稱軸，則丙區域的面積為 72。 【108 特招(基北區)】



【解析】解法一： $\angle AOB = 90^\circ$ ， $r = 6$ ，甲的左半面積 $\left(\pi \times 6^2 \times \frac{90^\circ}{360^\circ} - \frac{6 \times 6}{2} \right)$ ，
 丙 $= \pi \times 6^2 - 4 \times \left(\pi \times 6^2 \times \frac{90^\circ}{360^\circ} - \frac{6 \times 6}{2} \right) = 72$ 。

解法二：
 $\frac{12 \times 12}{2} = 72$ 。



4. 已知在四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = \overline{BC} = 2$ ， $\angle BAD = 70^\circ$ ， $\angle ABD = 40^\circ$ ， $\angle DBC = 20^\circ$ ， $\angle DCB = 80^\circ$ ，試問 $\overline{AC} + \overline{BD} =$ 4。

【臺南女中數理資優班模擬】

【解析】1. $\triangle ABC$ 中，

$$\because \overline{BA} = \overline{BC} = 2, \angle ABC = 40^\circ + 20^\circ = 60^\circ$$

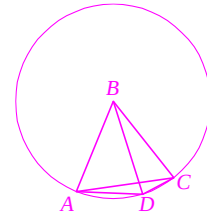
$$\therefore \angle BAC = \angle BCA = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ \Rightarrow \overline{AC} = \overline{BA} = \overline{BC} = 2$$

$$2. \angle ADC = 360^\circ - 70^\circ - 80^\circ - 60^\circ = 150^\circ$$

$$\therefore 150^\circ \times 2 + 60^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore \text{以 } B \text{ 為圓心 } \overline{BA} \text{ 為半徑畫圓會通過 } D、C \Rightarrow \overline{BD} = \overline{AB} = 2$$

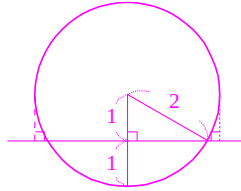
$$3. \overline{AC} + \overline{BD} = 2 + 2 = 4$$



5. 在一半徑為 2 的圓中，弦長多少時，圓周上恰有三個點到此弦所在的直線距離為 1？

【臺南女中數理資優班模擬試題】

【解析】 $2 \times \sqrt{2^2 - 1^2} = 2\sqrt{3}$



6. 如圖，梯形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB}$ 為上底， $\overline{CD}$ 為下底，若 $\overline{CA} = \overline{CB} = \overline{CD} = 10$ ， $\overline{AD} = 12$ ，求 $\overline{BD}$ 。

【特招(基北區)模擬】

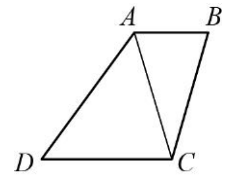
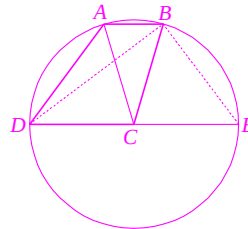
【解析】以 C 為圓心，半徑為 10 畫圓，

如圖，連接 $\overline{BD}$ 、 $\overline{BE}$ ，則 $\overline{DE}$ 為直徑

$\because ABCD$ 為梯形 $\therefore \overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ， $\overline{AD} = \overline{BE}$

$\triangle BDE$ 為直角三角形，

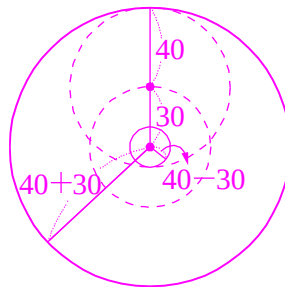
$$\overline{BD} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16。$$



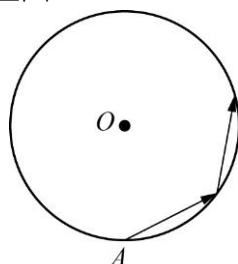
7. 小修從廣場的中心出發，先選擇一個方向，直行 30 公尺到達 B 點， B 點會隨著選擇而出現不同的位置；站在 B 點再選擇一個方向，直行 40 公尺到達 C 點， C 點會隨著選擇而出現不同的位置。求所有可能 C 點位置形成的區域面積為 4800π 平方公尺。

【彰化高中科學班模擬】

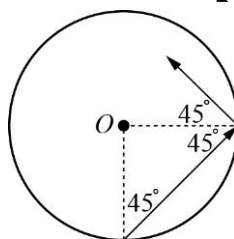
【解析】 $[(30+40)^2 - (40-30)^2] \pi$
 $= (70^2 - 10^2) \pi$
 $= 4800 \pi$



8. 如圖(一)，有一圓 O ，一粒子從 A 點發射，遵守反射定律 (如圖(二)偏離圓心 45° 發射)，試問：是否可經過若干次反射回到 A 點，且此粒子所經軌跡形成一正多邊形？若有，共有幾種可能？請說明理由。
【高雄中學科學班模擬】



圖(一)



圖(二)

【解析】設可形成正 n 邊形，考慮發射時偏離圓心的角度 $\theta = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{2n} = 90^\circ - \frac{180^\circ}{n} > 0$
 $\therefore n=3, 4, \dots, 180$ ，共有 $180-3+1=178$ (種) 可能

9. 附圖是圓心角為 90° 的扇形 AOB ，半圓 PCQ 分別與 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 相切於 C 、 D 兩點。若 $\overline{PQ} = 10\sqrt{3}$ ，則 $\overline{OA} =$ 15。

【111 特招(基北區)】

【解析】設半圓 PCQ 的圓心為 E ，連接 $\overline{CE}$ 、 $\overline{DE}$

則 $\overline{CE} \perp \overline{OA}$ ， $\overline{DE} \perp \overline{OB}$

$\therefore \overline{CE} = \overline{DE} = \overline{PE} = \overline{EQ} = \frac{1}{2} \overline{PQ} = \frac{1}{2} \times 10\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$ ，且 $\angle COD = 90^\circ$

$\therefore$ 四邊形 $OCED$ 為正方形 $\Rightarrow \overline{OC} = \overline{OD} = 5\sqrt{3}$

連接 $\overline{OE}$ ，則 $\angle PEC = \angle CEO = 45^\circ$

作 $\overline{PH} \perp \overline{OB}$ 於 H ，且交 $\overline{CE}$ 於 G

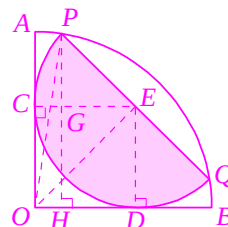
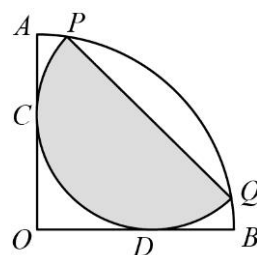
則 $\triangle PEG$ 為 $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ 直角三角形 $\Rightarrow \overline{GE} = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{5}{2}\sqrt{6} = \overline{HD}$

$\overline{PH} = \overline{GH} + \overline{PG} = 5\sqrt{3} + \frac{5}{2}\sqrt{6}$ ， $\overline{OH} = \overline{OD} - \overline{HD} = 5\sqrt{3} - \frac{5}{2}\sqrt{6}$

連接 $\overline{OP}$ ，則 $\triangle OPH$ 中， $\overline{OP}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{PH}^2 = (5\sqrt{3} - \frac{5}{2}\sqrt{6})^2 + (5\sqrt{3} + \frac{5}{2}\sqrt{6})^2$

$$= 2(5\sqrt{3})^2 + 2(\frac{5}{2}\sqrt{6})^2 = 150 + 75 = 225$$

$\therefore \overline{OA} = \overline{OP} = \sqrt{225} = 15$



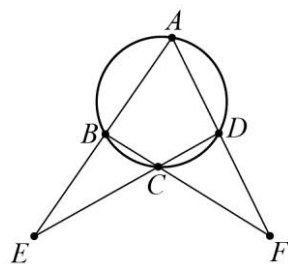
- (D) 1. 如右圖， A 、 B 、 C 、 D 是圓上四點，已知 $\angle AED = 26^\circ$ ， $\angle AFB = 32^\circ$ ，則 $\angle EAF$ 是多少度？

(A) 58° (B) 59°

(C) 60° (D) 61°

【106 特招(臺南區)】

【解析】令 $\angle EAF = \angle DCF = \angle BCE = a^\circ$
 $\Rightarrow \angle ABC = (26 + a)^\circ$ ， $\angle ADC = (32 + a)^\circ$
 $\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$
 $\therefore 26 + a + 32 + a = 180$
 $2a = 122$ ， $a = 61$ ，
 故選(D)



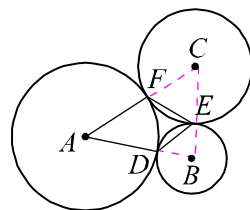
- (B) 2. 如右圖，圓 A 與圓 B 外切於 D 點，圓 B 與圓 C 外切於 E 點，圓 A 與圓 C 外切於 F 點。若 $\angle DEF = 68^\circ$ ，則 $\angle A$ 的度數為何？

(A) 34 (B) 44

(C) 46 (D) 56

【108 特招(臺南區)、(基北區)】

【解析】連 $\overline{CF}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{BD}$
 $\angle CEF + \angle BED = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$
 $\Rightarrow \angle B + \angle C = 360^\circ - 2 \times 112^\circ = 136^\circ$
 $\therefore \angle A = 44^\circ$



- (D) 3. 平面上有 A 、 B 、 C 三點，其中 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{BC} = \sqrt{21}$ ， $\overline{AC} = 5$ 。若分別以 A 、 B 、 C 為圓心，半徑長分別為 3、1、2 畫圓，畫出圓 A 、圓 B 、圓 C ，則下列敘述何者正確？

(A) 圓 A 與圓 B 內離，圓 B 與圓 C 外切

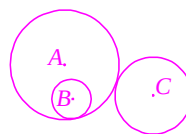
(B) 圓 A 與圓 B 內切，圓 B 與圓 C 外切

(C) 圓 A 與圓 B 內離，圓 B 與圓 C 外離

(D) 圓 A 與圓 B 內切，圓 B 與圓 C 外離

【解析】設圓 A 半徑 $r_A = 3$ ，圓 B 半徑 $r_B = 1$ ，圓 C 半徑 $r_C = 2$ ，
 $r_A - r_B = 2 = \overline{AB}$ ………內切。
 $r_A + r_C = 5 = \overline{AC}$ ………外切。
 $r_B + r_C = 3 < \overline{BC}$ ………外離。

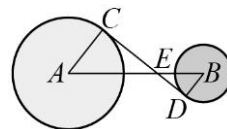
【108 特招(桃連區)】



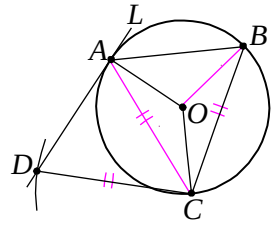
- (A) 4. 如右圖，兩圓的內公切線 $\overline{CD}$ 與連心線 $\overline{AB}$ 相交於 E 點， C 、 D 為切點， $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{BD} = 2$ ， $\overline{AB} = 10$ ，則 $\overline{CE} = ?$

(A) $\frac{16}{3}$ (B) 5 (C) $\frac{20}{3}$ (D) 6 【109 特招(桃連區)】

【解析】 $\overline{CD} = \sqrt{10^2 - (4+2)^2} = 8$
 $\therefore \angle ACE = 90^\circ = \angle BDE$
 $\angle AEC = \angle BED$ (對頂角)
 $\therefore \triangle ACE \sim \triangle BDE$ (AA 相似)
 $\Rightarrow \overline{CE} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{BD} = 4 : 2 = 2 : 1$
 $\therefore \overline{CE} = \frac{2}{2+1} \times \overline{CD} = \frac{2}{3} \times 8 = \frac{16}{3}$



- (B) 5. 如右圖，圓 O 上有 A 、 B 、 C 三點， $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ ，且直線 L 與圓 O 相切於 A 點。今以 C 點為圓心， $\widehat{AC}$ 長為半徑畫弧，交 L 於 D 點。若 $\angle OAB = 40^\circ$ ，則 $\angle OCD$ 的度數為何？
 (A) 70 (B) 75
 (C) 80 (D) 85



【109 特招(基北區)】

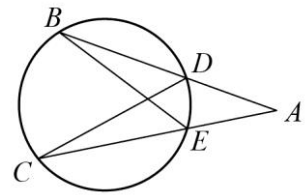
【解析】連 $\overline{OB}$ ， $\widehat{AB} = \angle AOB = 180^\circ - 40^\circ \times 2 = 100^\circ$

$$\widehat{AC} = (360^\circ - 100^\circ) \div 2 = 130^\circ = \angle AOC$$

$$\text{連 } \overline{AC}, \overline{AC} = \overline{BC} = \overline{CD}$$

$$\angle D = \angle CAD = \frac{1}{2} \widehat{AC} = 130^\circ \div 2 = 65^\circ$$

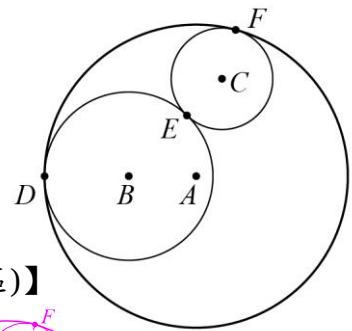
- (B) 6. 如附圖，小明想設計一個由圓跟線段所組成的圖騰來製作班級徽章。已知圖形中， A 、 B 、 D 共線且 A 、 C 、 E 共線，其中 $\angle DBE = 10^\circ$ 、 $\angle BDC = 30^\circ$ ，求 $\angle A$ 的角度？
 (A) 10° (B) 20°
 (C) 30° (D) 40°



【110 特招(嘉義區)】

【解析】 $\angle A = \frac{1}{2}(\widehat{BC} - \widehat{DE}) = \frac{1}{2}(2\angle BDC - 2\angle DBE) = \angle BDC - \angle DBE = 30^\circ - 10^\circ = 20^\circ$ ，故選(B)

- (B) 7. 附圖為圓 A 、圓 B 、圓 C 的相切情形，其中圓 A 與圓 B 內切於 D 點，圓 A 與圓 C 內切於 F 點，圓 B 與圓 C 外切於 E 點。若三個劣弧 DE 、 EF 、 DF 的度數分別為 α° 、 β° 、 θ° ，則 θ 之值為何？
 (A) $\alpha + \beta$ (B) $\alpha + \beta - 180$
 (C) $180 - \alpha - \beta$ (D) $360 - 2\alpha - 2\beta$



【解析】 $\because$ 兩圓相切，切點在連心線上

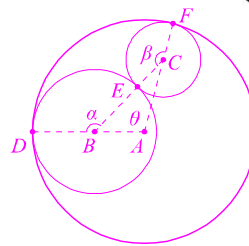
$\therefore$ 連接 $\overline{AF}$ 、 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$

(A 、 C 、 F 共線， A 、 B 、 D 共線， B 、 E 、 C 共線)

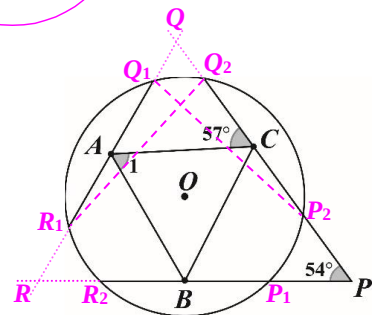
$\triangle ABC$ 中，內角和 180°

$$\Rightarrow (180 - \alpha) + (180 - \beta) + \theta = 180$$

$$\Rightarrow \theta = \alpha + \beta - 180, \text{ 故選(B)}$$



- (D) 8. 右圖顯示了圓 O 三條等弦的相對位置，其中 A 、 B 、 C 分別為三弦的中點，且通過 B 、 C 的兩弦之延長線會交於 P 點。根據圖中所顯示的角度數據，判斷圖中 $\angle 1$ 的度數為何？
 (A) 54° (B) 57°
 (C) 60° (D) 63°



【110 特招(基北區)】

【解析】如圖，作 $\overrightarrow{PC}$ 、 $\overrightarrow{PB}$ 、 $\overleftrightarrow{R_1Q_1}$ ，得到 $\triangle PQR$ 。連接 $\overline{R_1Q_2}$ 和 $\overline{Q_1P_2}$ ，

$\because \widehat{R_1Q_1} = \widehat{Q_2P_2}$ (等弦對等弧) $\therefore \widehat{R_1Q_2} = \widehat{P_2Q_1}$ 則 $\overline{R_1Q_2} = \overline{Q_1P_2}$ (等弧對等弦)

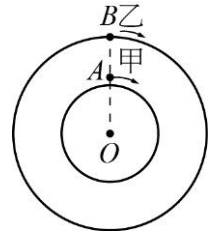
在 $\triangle QR_1Q_2$ 和 $\triangle QP_2Q_1$ 中 $\because \angle QR_1Q_2 = \angle QP_2Q_1$ (共弧)， $\angle Q = \angle Q$ (共用角)， $\overline{R_1Q_2} = \overline{Q_1P_2}$

$\therefore \triangle QR_1Q_2 \cong \triangle QP_2Q_1$ ，則 $\overline{QQ_1} = \overline{QQ_2}$ 。又 $\overline{Q_1A} = \overline{Q_2C}$ $\therefore \overline{QA} = \overline{QC}$ ，則 $\angle QAC = 57^\circ$

故 $\angle QAC = 180^\circ - 57^\circ \times 2 = 66^\circ$ ，則 $\angle R = 180^\circ - 66^\circ - 54^\circ = 60^\circ$ 。

同理， $\overline{RA} = \overline{RB}$ ，則 $\angle RAB = (180^\circ - 60^\circ) \div 2 = 60^\circ$ ，則 $\angle 1 = 180^\circ - 57^\circ - 60^\circ = 63^\circ$ ，故選(D)。

- (A) 9. 如附圖，有兩個以 O 為圓心的同心圓軌道，大圓半徑是小圓的 2 倍， A 點在小圓上， B 點在大圓上，且 O 、 A 、 B 三點共線。今甲、乙分別從 A 點、 B 點同時出發，並以順時針方向等速沿軌道繞行，且甲繞行一圈花 10 分鐘，乙繞行一圈花 25 分鐘。若甲繞行 1 圈多到達 A' 點時，乙才到達 B' 點，此時 O 、 A' 、 B' 三點共線，則乙繞行了多少圈？



- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{5}{6}$

【111 特招(基北區)】

【解析】甲 1 分鐘繞 $\frac{1}{10}$ 圈，乙 1 分鐘繞 $\frac{1}{25}$ 圈，設 O 、 A' 、 B' 三點共線時，甲、乙均繞行 t 分鐘

當甲繞行超過一圈多時的 A' ，會與乙的 B' 及 O 點共線，則 A' 與 B' 在同一條大圓的半徑上或在直徑上圓心的兩邊，且甲繞行的時間是十幾分鐘，則 $10 < t < 20$ 。

(1) 當 A' 與 B' 在同一條大圓的半徑上；代表甲剛好比乙多繞了一圈，則

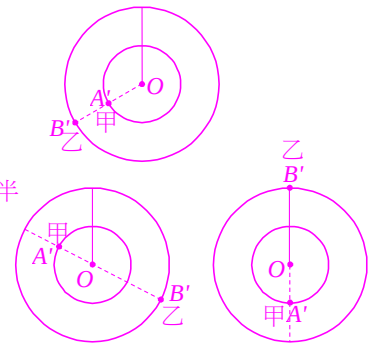
$$\frac{1}{10}t - \frac{1}{25}t = 1 \Rightarrow \frac{3}{50}t = 1 \Rightarrow t = \frac{50}{3}$$

$$\frac{50}{3} \times \frac{1}{25} = \frac{2}{3}, \text{ 因此乙繞了 } \frac{2}{3} \text{ 圈}$$

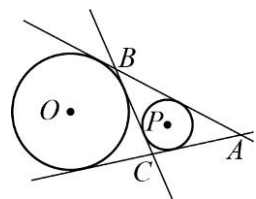
(2) 當 A' 與 B' 在同一條大圓的直徑上的兩邊，表示甲比乙多繞了半圈或一圈半

$$\textcircled{1} \frac{1}{10}t - \frac{1}{25}t = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{50}t = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3} < 10 \text{ (不合)}$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{10}t - \frac{1}{25}t = 1\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{50}t = \frac{3}{2} \Rightarrow t = 25 > 20 \text{ (不合)}$$



10. 如右圖，圓 O 與圓 P 兩圓外離，直線 AB 、直線 AC 為兩圓的外公切線，直線 BC 為兩圓的內公切線。若 $\triangle ABC$ 面積為 12，圓 P 半徑長為 $\frac{4}{3}$ ，則 A 到圓 O 的切線段長為 9。【107 特招(基北區)】



【解析】設 A 到圓 O 的切線段長為 x

$$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle BCP + \triangle ACP$$

$$12 = \frac{1}{2} \overline{AB} \times \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \frac{4}{3}$$

$$= \frac{2}{3} (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC})$$

$$= \frac{2}{3} \times 2 \times x \quad \therefore x = 9$$

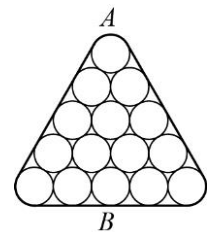
11. 打撞球時要先將撞球放進框架中排好，如右圖所示。已知圖中 $\overline{AB} = 33$ 公分，且所有撞球都是大小相同的圓球，則每個撞球的直徑為 $6\sqrt{3} - 3$ 公分。【彰化高中科學班模擬】

【解析】最上層之圓與最下層兩端之圓，三圓圓心構成正三角形

設圓直徑為 x ，則由此正三角形邊長與高關係可得

$$4x \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 33 - x, (2\sqrt{3} + 1)x = 33$$

$$x = \frac{33 \times (2\sqrt{3} - 1)}{(2\sqrt{3} + 1)(2\sqrt{3} - 1)} = 6\sqrt{3} - 3$$



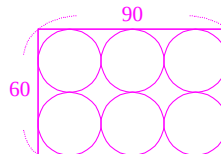
12. 有一種羊，牠會吃光牠「走到的區域中(稱可及範圍)的草」，但若這種羊在牠們可及範圍相碰，會打到一方死亡才停止。今有一長 90 公尺，寬 60 公尺的草地。牽六頭這種羊進去吃草。每頭都用一樣長的繩子綁住，在每隻羊可及範圍內沒其他頭羊，無羊傷亡下，繩長半徑是多少且剩下的草最少？
【嘉義高中科學班模擬】

【解析】依題意，用半徑 15 公尺長的繩子拴羊如圖，可吃最多草

$$\text{剩 } 90 \times 60 - \pi \times 15^2 \times 6 = 5400 - 1350\pi$$

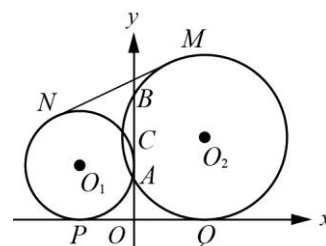
故繩長半徑為 15 公尺，

剩下的草為 $(5400 - 1350\pi)$ 平方公尺



13. 如右圖，圓 O_1 和圓 O_2 分別切 x 軸於 P 、 Q 兩點，且圓 O_2 與 y 軸交於 $A(0, 3)$ 、 $B(0, 9)$ 兩點，圓 O_1 與 y 軸交於 $A(0, 3)$ 、 $C(0, 5)$ ，已知 O_2 在第一象限， O_1 在第二象限，試求公切線 $\overline{MN}$ 的長為 $3\sqrt{3} + \sqrt{15}$ 。

【特招(基北區)模擬】



【解析】 $\overline{PO} = \sqrt{\overline{OA} \times \overline{OC}} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15}$

$$\overline{QO} = \sqrt{\overline{OA} \times \overline{OB}} = \sqrt{3 \times 9} = 3\sqrt{3}$$

$$\overline{PQ} = \overline{MN} = 3\sqrt{3} + \sqrt{15}$$

14. 如附圖， $\overline{AB}$ 為圓 O 的直徑，且圓 O 分別與 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$ 交於 D 、 E 兩點。若 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{CD} = 2$ ，則 $\overline{DE} = \sqrt{10}$ 。

【111 特招(基北區)】

【解析】連接 $\overline{AE}$ 、 $\overline{DE}$

$$\because \overline{AB} \text{ 為直徑 } \therefore \angle AEB = \angle AEC = 90^\circ$$

$$\overline{AC} = \overline{AD} + \overline{CD} = 8 + 2 = 10 = \overline{AB}$$

在 $\triangle AEB$ 與 $\triangle AEC$ 中

$$\because \overline{AE} = \overline{AE}, \angle AEB = \angle AEC = 90^\circ, \overline{AB} = \overline{AC}$$

$$\therefore \triangle AEB \cong \triangle AEC \text{ (RHS 全等)}$$

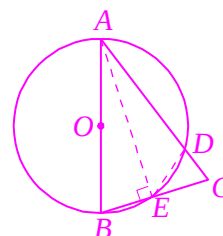
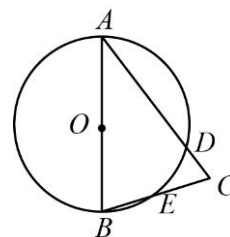
$$\text{設 } \overline{BE} = \overline{CE} = x$$

$$\text{由 } \overline{CE} \times \overline{BC} = \overline{CD} \times \overline{AC}$$

$$\text{得 } x \times 2x = 2 \times 10, 2x^2 = 20, x^2 = 10, x = \sqrt{10}$$

$$\text{又 } \angle BAE = \angle DAE \Rightarrow \widehat{BE} = \widehat{DE}$$

$$\therefore \overline{DE} = \overline{BE} = \sqrt{10}$$

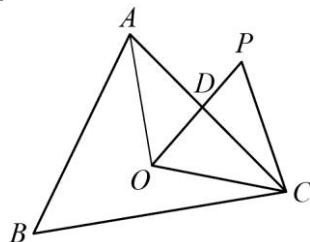


選擇題

- (A) 1. 如右圖， O 為 $\triangle ABC$ 的外心， $\triangle OCP$ 為正三角形， $\overline{OP}$ 與 $\overline{AC}$ 相交於 D 點，連接 $\overline{OA}$ 。若 $\angle BAC = 70^\circ$ ， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，則 $\angle ADP$ 的度數為何？

- (A) 85 (B) 90
(C) 95 (D) 110

【103 特招】



【解析】 $\because \overline{AB} = \overline{AC} \therefore \overleftrightarrow{AO}$ 為 $\overline{BC}$ 的中垂線，亦為 $\angle BAC$ 的角平分線

$\therefore \angle OAC = \frac{1}{2} \angle BAC = 35^\circ$ ，又 O 為 $\triangle ABC$ 的外心

$\therefore \overline{OA} = \overline{OC} \Rightarrow \angle OCA = \angle OAC = 35^\circ$

$\because \triangle OPC$ 為正三角形 $\therefore \angle POC = 60^\circ$

故 $\angle ADP = \angle ODC = 180^\circ - 60^\circ - 35^\circ = 85^\circ$

故選(A)

- (C) 2. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ，則 $\triangle ABC$ 的外接圓圓心到直線 BC 的距離為何？

- (A) $\frac{7}{2}$ (B) $\frac{7}{3}$ (C) $\frac{7}{4}$ (D) $\frac{7}{5}$

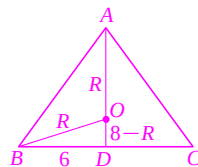
【104 特招(臺南區)】

【解析】 $\because \overline{AB} = \overline{AC} \therefore \overline{BC}$ 中垂線 $\overline{AD}$ 為 $\angle A$ 的角平分線

令外心為 O ，外接圓半徑 R ，則 $\overline{AD} = \sqrt{10^2 - (12 \div 2)^2} = 8$

在 $\triangle OBD$ 中， $R^2 = 6^2 + (8 - R)^2$ ， $R = \frac{25}{4}$ ， $\overline{OD} = 8 - \frac{25}{4} = \frac{7}{4}$

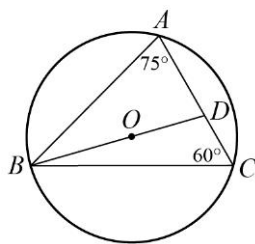
故選(C)



- (B) 3. 如右圖， O 是 $\triangle ABC$ 外接圓的圓心， D 是直線 BO 與 $\overline{AC}$ 的交點。已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 75^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，外接圓的半徑為 5，則線段 $\overline{BD}$ 的長度為何？

- (A) $5\sqrt{2}$ (B) $5\sqrt{3}$
(C) $10 - \sqrt{2}$ (D) $10 - \sqrt{3}$

【104 特招(臺南區)】



【解析】連接 $\overline{AO}$ ，作 $\overline{DE} \perp \overline{AO}$ 於 E

$\angle AOB = \widehat{AB} = 2\angle ACB = 120^\circ$

又 $\overline{AO} = \overline{BO}$ ，得 $\angle 1 = \angle 2 = 30^\circ$

$\Rightarrow \triangle ADE$ 為 $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ 三角形

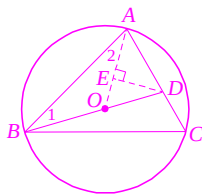
$\triangle ODE$ 為 $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ 三角形

令 $\overline{OE} = x$ ，則 $\overline{DE} = \overline{AE} = \sqrt{3}x$

$x + \sqrt{3}x = 5$ ， $x = \frac{5}{1 + \sqrt{3}} = \frac{5}{2}(\sqrt{3} - 1)$

$\overline{BD} = 5 + 2x = 5 + 5\sqrt{3} - 5 = 5\sqrt{3}$

故選(B)

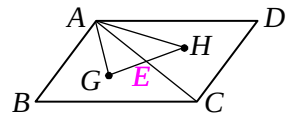


- (B) 4. 如右圖，已知 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ ，點 G, H 分別為 $\triangle ABC$ 與 $\triangle CDA$ 的重心，則 $\frac{\triangle AGH \text{ 的面積}}{\triangle ABC \text{ 的面積}}$ 的值為何？

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{4}$

【解析】 $\because \triangle AGE = \frac{1}{6} \triangle ABC, \triangle AEH = \frac{1}{6} \triangle ACD = \frac{1}{6} \triangle ABC$

$$\therefore \frac{\triangle AGH}{\triangle ABC} = \frac{\triangle AGE + \triangle AEH}{\triangle ABC} = \frac{\frac{2}{6} \triangle ABC}{\triangle ABC} = \frac{1}{3}, \text{ 故選(B)}$$



【105 特招(桃連區)】

- (C) 5. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AC}$ 為 $\angle BCD$ 的角平分線， O 點在 $\overline{CD}$ 上， $\overline{OD} = \overline{BC}$ ，且 O 為 $\triangle ABC$ 的外心。若 $\angle B = 124^\circ$ ，則 $\angle CAD$ 的度數為何？

(A) 68 (B) 73

(C) 78 (D) 87

【105 特招(基北區)】

【解析】連 $\overline{OB}$ ， O 為 $\triangle ABC$ 外心

$$\Rightarrow \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}, \angle AOC = 360^\circ - 2\angle B = 112^\circ$$

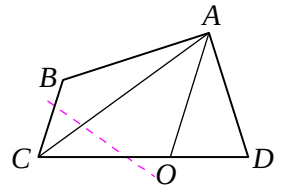
$$\Rightarrow \angle OCA = \angle OAC = (180^\circ - 112^\circ) \div 2 = 34^\circ$$

$$\because \angle BCO = 34^\circ \times 2 = 68^\circ, \angle AOD = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$$

$$\therefore \angle BCO = \angle AOD, \text{ 又 } \overline{BC} = \overline{OD}, \overline{OC} = \overline{OA}$$

$$\therefore \triangle BCO \cong \triangle DOA \text{ (SAS 全等)} \Rightarrow \angle OAD = \angle COB = 180^\circ - 68^\circ \times 2 = 44^\circ$$

$$\therefore \angle CAD = \angle OAC + \angle OAD = 34^\circ + 44^\circ = 78^\circ, \text{ 故選(3)}$$



- (A) 6. 如右圖， O 點為五邊形 $ABCDE$ 的外心。若 $\angle B = 120^\circ, \angle E = 118^\circ$ ，則 $\angle COD$ 的度數為何？

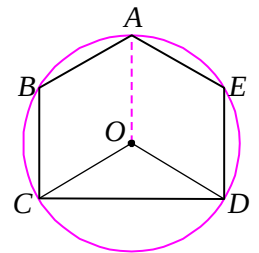
(A) 116° (B) 118° (C) 120° (D) 122° 【106 特招(桃連區)】

【解析】 $\because O$ 為五邊形之外心 $\Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{CDE} = 118^\circ \times 2 = 236^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{AED} + \widehat{CD} = 120^\circ \times 2 = 240^\circ$$

$$\text{又 } \widehat{ABC} + \widehat{AED} + \widehat{CD} = 360^\circ$$

$$\therefore 236^\circ + 240^\circ - 360^\circ = 116^\circ, \text{ 故選(A)}$$



- (C) 7. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， D, E 分別為 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 中點，且 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$ ， $\overline{BE}$ 與 $\overline{CD}$ 相交於 F 點。若 $\angle CBF = 60^\circ, \overline{DF} = 2\sqrt{3}$ ，則四邊形 $ADFE$ 的面積為何？

(A) $4\sqrt{3}$ (B) $6\sqrt{3}$

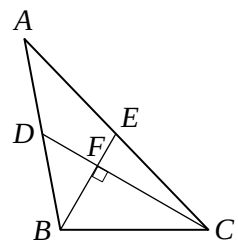
(C) $8\sqrt{3}$ (D) $10\sqrt{3}$ 【106 特招(桃連區)】

【解析】 $\because F$ 為 $\triangle ABC$ 的重心

$$\therefore \text{四邊形 } ADFE \text{ 面積} = \triangle BCF \text{ 面積}, \text{ 又 } \overline{CF} = 2\overline{DF} = 4\sqrt{3}$$

$$\because \triangle BCF \text{ 為 } 30^\circ - 60^\circ - 90^\circ \text{ 的三角形}$$

$$\therefore \overline{BF} = 4, \text{ 所求} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}, \text{ 故選(C)}$$



- (D) 8. 如右圖， O 為五邊形 $ABCDE$ 的外心，且四邊形 $ABOE$ 為平行四邊形。若 $\angle AED = 119^\circ$ ，則 $\angle EOD$ 的度數為何？

(A) 58 (B) 60 (C) 61 (D) 62 【106 特招(基北區)】

【解析】連接 $\overline{AO}$

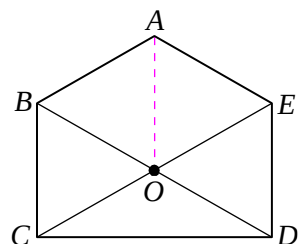
$$\because \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD} = \overline{OE}$$

$$\therefore \text{四邊形 } ABOE \text{ 為平行四邊形 } \therefore \overline{OB} = \overline{AE}$$

$$\Rightarrow \triangle AOE \text{ 為正三角形}, \triangle ODE \text{ 為等腰三角形}$$

$$\Rightarrow \angle ODE = \angle OED = 119^\circ - 60^\circ = 59^\circ \Rightarrow \angle EOD = 180^\circ - 59^\circ \times 2 = 62^\circ$$

故選(D)



(A) 9. D 為 $\triangle ABC$ 之 $\overline{BC}$ 上的一點，若 P 為 $\triangle ABD$ 之重心， Q 為 $\triangle ACD$ 之重心， R 為 $\overline{PQ}$ 與 $\overline{AD}$ 的交點，則下列選項何者一定正確？

- (A) $\overline{BC} = 3 \overline{PQ}$ (B) $\overline{PQ} = 2 \overline{PR}$
(C) $\overline{AR} = \overline{DR}$ (D) R 為 $\triangle ABC$ 之重心

【107 特招(臺南區)】

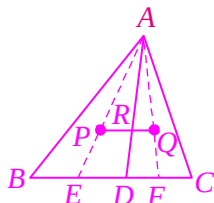
【解析】 $\overline{PQ} : \overline{EF}$

$$= \overline{AP} : \overline{AE}$$

$$= 2 : 3$$

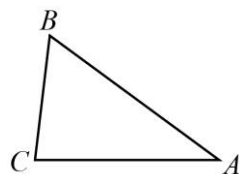
$$\text{又 } \overline{BC} = 2 \overline{EF}$$

$$\therefore \overline{BC} = 3 \overline{PQ}, \text{ 故選(A)}$$



(B) 10. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，甲、乙兩人想在 $\overline{AC}$ 上找點 O 為圓心，作一圓通過點 C ，且和 $\overline{AB}$ 相切，其作法分別如下：

- 甲： 1. 作 $\angle B$ 的平分線，交 $\overline{AC}$ 於點 O
2. 以點 O 為圓心， $\overline{OC}$ 長為半徑畫圓即為所求
乙： 1. 在 $\overline{AB}$ 上取點 D 使得 $\overline{BD} = \overline{BC}$
2. 過點 D 作 $\overline{DO} \perp \overline{AB}$ 交 $\overline{AC}$ 於點 O
3. 以點 O 為圓心， $\overline{OC}$ 長為半徑畫圓即為所求



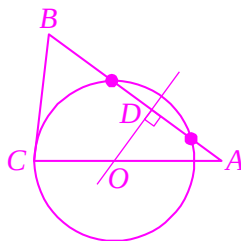
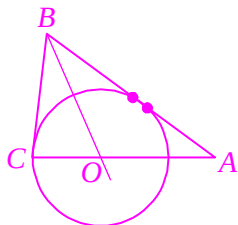
對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？

- (A) 兩人皆正確 (B) 兩人皆錯誤
(C) 甲正確，乙錯誤 (D) 甲錯誤，乙正確

【107 特招(臺南區)】

【解析】甲：圓 O 不一定會與 $\overline{AB}$ 相切

乙： $\overline{OC}$ 不一定與 $\overline{OD}$ 等長



故選(B)

(D) 11. 如右圖， G 點為 $\triangle ABC$ 的重心，且 G 點在半圓 BC 上，若 $\angle ACB > 90^\circ$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\triangle GBC$ 的面積為 15，則 $\overline{AC}$ 長為何？

- (A) 11 (B) 13
(C) $\sqrt{110}$ (D) $\sqrt{130}$ 【107 特招(桃連區)】

【解析】連 $\overline{AG}$ 並延長交 $\overline{BC}$ 於 O 點

作 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 延長線於 D 點

$\because G$ 為 $\triangle ABC$ 的重心

$$\therefore \overline{AG} = 2 \overline{GO} = \overline{BC} = 10 \Rightarrow \overline{AO} = 15$$

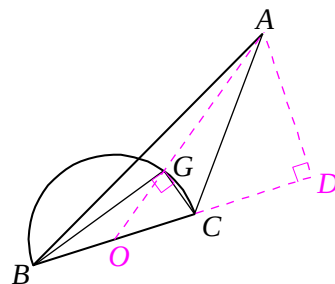
$$\triangle ABC \text{ 面積} = 3 \triangle GBC \text{ 面積} = 45 = \overline{BC} \times \overline{AD} \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \overline{AD} = 9$$

$$\Rightarrow \overline{DO} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12 \Rightarrow \overline{CD} = 12 - 5 = 7$$

$$\Rightarrow \overline{AC} = \sqrt{7^2 + 9^2} = \sqrt{130}$$

故選(D)

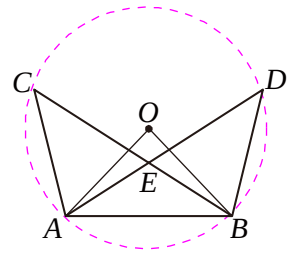


- (B)12. 如右圖， O 為 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ABD$ 的外心， $\angle CAB$ 、 $\angle ABD$ 均為鈍角， $\overline{AD}$ 與 $\overline{BC}$ 相交於 E 點。若 $\angle OAE = 18^\circ$ ， $\angle OBE = 19^\circ$ ， $\angle EDB = 39^\circ$ ，則 $\angle AEB$ 的度數為何？

(A) 114 (B) 115

(C) 116 (D) 117

【107 特招(基北區)】



【解析】 $\because O$ 為 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ABD$ 的外心

$\therefore ABDC$ 四點共圓

$$\angle AOB = \widehat{AB} = 2\angle ADB = 78^\circ$$

$$\therefore \overline{OA} = \overline{OB}$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = \frac{180^\circ - 78^\circ}{2} = 51^\circ$$

$$\angle ABE = 51^\circ - 19^\circ = 32^\circ$$

$$\angle BAE = 51^\circ - 18^\circ = 33^\circ$$

$$\angle AEB = 180^\circ - 32^\circ - 33^\circ = 115^\circ$$

故選(B)

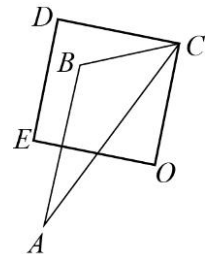
- (C)13. 如右圖， O 為一鈍角三角形 ABC 的外心，四邊形 $OCDE$ 為正方形，判斷下列敘述何者正確？

(A) O 不是 $\triangle AEB$ 的外心， O 不是 $\triangle AEC$ 的外心

(B) O 不是 $\triangle AED$ 的外心， O 不是 $\triangle EBC$ 的外心

(C) O 是 $\triangle AEB$ 的外心， O 是 $\triangle EBC$ 的外心

(D) O 是 $\triangle AED$ 的外心， O 是 $\triangle AEC$ 的外心 【108 特招(桃連區)】



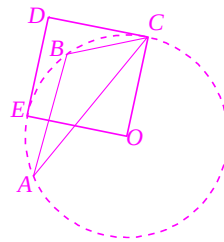
【解析】 $\because O$ 為 $\triangle ABC$ 的外心

$$\therefore \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

又 $OCDE$ 為正方形

$$\therefore \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OE}$$

O 為 $\triangle ABC$ ， $\triangle ABE$ ， $\triangle ACE$ ， $\triangle BCE$ 外心。



- (B)14. 如右圖， $ABCD$ 為一平行四邊形，設 E 為 $\overline{AD}$ 的中點。

若 $\angle ABE = \angle CBD = \angle DBE$ ，且 $\overline{AD} = 2$ ，

甲、乙、丙三人各有一敘述如下：

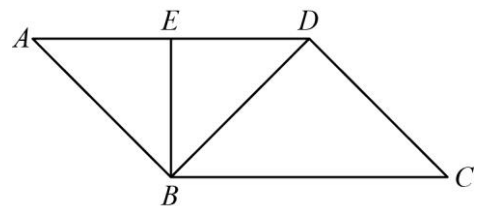
(甲) $\angle ABC = 120^\circ$

(乙) $\triangle ABE \cong \triangle DBE$

(丙) 四邊形 $ABCD$ 的面積為 $\sqrt{3}$

對於三人的說法，下列判斷何者正確？

(A) 只有甲 (B) 只有乙 (C) 只有丙 (D) 甲、乙與丙 【108 特招(桃連區)】



【解析】 E 為 $\triangle ABD$ 外心

$$\therefore 2x = 90^\circ, x = 45^\circ$$

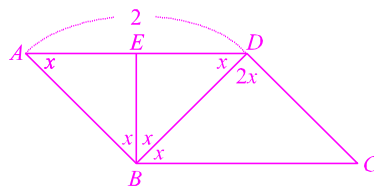
$$\angle ABC = 135^\circ$$

$$\triangle ABE \cong \triangle DBE \text{ (AAS)}$$

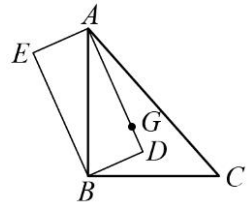
$$ABCD \text{ 面積} = 4 \times \triangle BDE \text{ 面積}$$

$$= 4 \times \frac{1 \times 1}{2}$$

$$= 2$$



- (C) 15. 如右圖，長方形 $AEBD$ 的 D 點在 $\triangle ABC$ 內部，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\triangle ABC$ 的重心 G 在 $\overline{AD}$ 上。若長方形 $AEBD$ 與 $\triangle ABC$ 的面積比為 $5:6$ ，則 $\overline{AB}$ 與 $\overline{BC}$ 的長度比為何？



- (A) $\sqrt{3} : \sqrt{2}$ (B) $2 : \sqrt{3}$
(C) $\sqrt{5} : 2$ (D) $\sqrt{6} : \sqrt{5}$

【108 特招(基北區)】

【解析】延長 $\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於 F 點

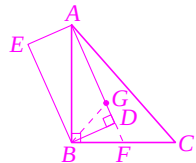
設長方形 $AEBD$ 面積 $= 5t$ ， $\triangle ABC$ 面積 $= 6t$ ， $t \neq 0$ 。

則 $\triangle ABG$ 面積 $= 2t$ ， $\triangle BDG$ 面積 $= \frac{5}{2}t - 2t = \frac{1}{2}t$ ， $\triangle BDF$ 面積 $= 3t - \frac{5}{2}t = \frac{1}{2}t$ (F 為 $\overline{BC}$ 中點)。

$$\therefore \overline{AG} : \overline{GD} : \overline{DF} = 2t : \frac{1}{2}t : \frac{1}{2}t$$

由母子相似性質， $\overline{AB}^2 = \overline{AD} \times \overline{AF} = \frac{15}{2}t^2$ ， $\overline{BF}^2 = \overline{DF} \times \overline{AF} = \frac{3}{2}t^2$ ，

$$\overline{AB} : \overline{BC} = \sqrt{\frac{15}{2}t^2} : 2\sqrt{\frac{3}{2}t^2} = \sqrt{5} : 2。$$



- (C) 16. 花花的數學課本被偷了，在場目睹過程的人有甲、乙、丙三人，且這件事一定是甲、乙、丙三人其中一人所為。當老師分別詢問三人時，甲說：「是乙做的」，乙說：「不是我做的」，丙說：「也不是我做的」。已知三人中只有一人說了實話，請問數學課本是誰偷拿的呢？

- (A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 條件不足，無法判斷

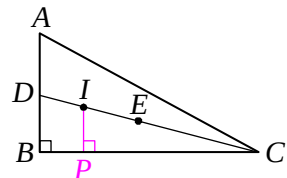
【109 特招(桃連區)】

【解析】三人中有一人說實話

甲說實話 (乙做的)	乙說實話 (不是乙做的)
乙、丙說謊 $\Rightarrow$ 丙說謊，表示 是丙做的 (不合)	甲、丙說謊 $\Rightarrow$ 丙說謊，表示是丙做的 依此推論，僅一人所為， 故合理

所以是丙偷拿的

- (B) 17. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，直線 CI 與 $\overline{AB}$ 交於 D 點，且 E 為 $\overline{CD}$ 中點。若 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 15$ ，則 $\overline{IE}$ 與 $\overline{CE}$ 的長度比為何？



- (A) $1 : 2$ (B) $3 : 5$
(C) $5 : 8$ (D) $8 : 15$

【109 特招(桃連區)】

【解析】 $\because \triangle ABC$ 為直角三角形

$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$$

$$\text{作 } \overline{IP} \perp \overline{BC}, \text{ 則 } \overline{IP} = \frac{\overline{AB} + \overline{BC} - \overline{AC}}{2} = \frac{8 + 15 - 17}{2} = 3$$

又 $\overline{CD}$ 平分 $\angle ACB$

$$\therefore \overline{AD} : \overline{BD} = \overline{AC} : \overline{BC} = 17 : 15$$

$$\Rightarrow \overline{BD} = \frac{15}{17+15} \times \overline{AB} = \frac{15}{32} \times 8 = \frac{15}{4}$$

$$\because \overline{IP} \parallel \overline{BD} \therefore \overline{IC} : \overline{CD} = \overline{IP} : \overline{BD} = 3 : \frac{15}{4} = 4 : 5$$

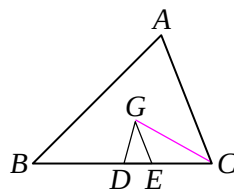
$$\Rightarrow \overline{IC} = \frac{4}{5} \overline{CD}$$

$$\text{又 } \overline{CE} = \frac{1}{2} \overline{CD} \text{ (E 為 } \overline{CD} \text{ 中點)} \Rightarrow \overline{IE} = \frac{4}{5} \overline{CD} - \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{3}{10} \overline{CD}$$

$$\therefore \overline{IE} : \overline{CE} = \frac{3}{10} \overline{CD} : \frac{1}{2} \overline{CD} = 3 : 5$$

- (B)18. 如右圖， G 為 $\triangle ABC$ 的重心， D 為 $\overline{BC}$ 中點， E 點在 $\overline{CD}$ 上。
若 $\triangle GDE$ 、 $\triangle ABC$ 的面積分別為 1、24，則 $\overline{BD}$ 與 $\overline{CE}$ 的長度比為何？

- (A) 3 : 2 (B) 4 : 3
(C) 6 : 5 (D) 8 : 7



【109 特招(桃連區)】

【解析】連接 $\overline{CG}$

$\because G$ 為 $\triangle ABC$ 重心， D 為 $\overline{BC}$ 中點

$$\therefore \triangle CDG = \frac{1}{6} \triangle ABC = 4$$

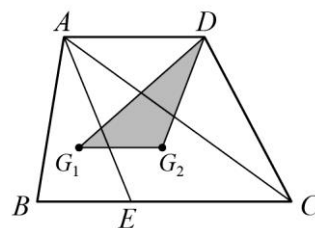
$\because \overline{BD} = \overline{CD}$ ，且 $\triangle CDG : \triangle CEG = \overline{CD} : \overline{CE}$

$$\therefore \overline{BD} : \overline{CE} = \overline{CD} : \overline{CE} = 4 : (4-1) = 4 : 3$$

- (C)19. 梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， E 點在 $\overline{BC}$ 上，且 G_1 、 G_2 分別為 $\triangle ABE$ 、 $\triangle AEC$ 的重心，如附圖所示。若 $\triangle ABC$ 的面積為 180，則 $\triangle DG_1G_2$ 的面積為何？

- (A) 20 (B) 30
(C) 40 (D) 60

【110 特招(基北區)】



【解析】延長 $\overline{AG_1}$ 、 $\overline{AG_2}$ 交 $\overline{BC}$ 於 F 、 G

則 F 、 G 分別為 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CE}$ 中點 $\Rightarrow \overline{FG} = \frac{1}{2} \overline{BC}$

又 G_1 、 G_2 為重心 $\therefore \overline{AG_1} : \overline{AF} = \overline{AG_2} : \overline{AG} = 2 : 3$

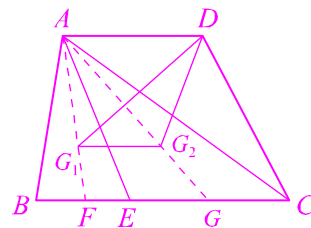
$\Rightarrow \overline{G_1G_2} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{AD}$

$\Rightarrow \triangle DG_1G_2$ 面積 = $\triangle AG_1G_2$ 面積 (同底等高) 且 $\triangle AG_1G_2 \sim \triangle AFG$

$\Rightarrow \triangle DG_1G_2$ 面積 = $\triangle AG_1G_2$ 面積 = $(\frac{2}{3})^2 \triangle AFG$ 面積

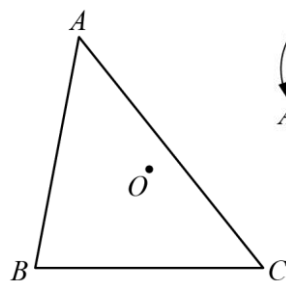
$$= (\frac{2}{3})^2 \times (\frac{1}{2} \triangle ABC \text{ 面積}) = \frac{2}{9} \triangle ABC \text{ 面積} = 40$$

故選(C)

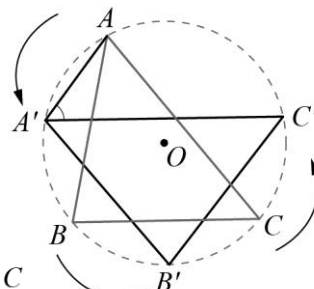


- (D)20. 平面上 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle C = 51^\circ$ ， O 為 $\triangle ABC$ 的外心，如圖(一)所示。若今以 O 為旋轉中心，將 $\triangle ABC$ 依逆時針方向旋轉 52° 後，得一新 $\triangle A'B'C'$ ，如圖(二)所示，則圖(二)中 $\angle AA'C'$ 的度數為何？

- (A) 50 (B) 51
(C) 52 (D) 53



圖(一)



圖(二)

【109 特招(桃連區)】

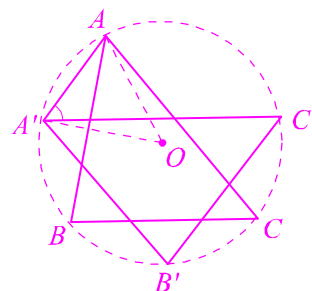
【解析】 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle C = 51^\circ \Rightarrow \angle B = 79^\circ = \angle B' \Rightarrow \widehat{A'AC'} = 158^\circ$

$\triangle AOA'$ 中， $\angle AOA' = 52^\circ \Rightarrow \widehat{AA'} = 52^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{AC'} = 158^\circ - 52^\circ = 106^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AA'C' = \frac{1}{2} \widehat{AC'} = \frac{1}{2} \times 106^\circ = 53^\circ$$

故選(D)

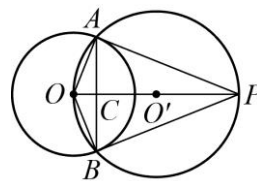


非選擇題

1. 如右圖，圓 O 及圓外一點 P ，以 $\overline{OP}$ 為直徑得圓 O' 並與圓 O 相交於 A 點與 B 點， C 為 $\overline{OP}$ 和 $\overline{AB}$ 的交點。

(1) 證明： $\overline{AB}$ 垂直 $\overline{OP}$ 。

(2) 若圓 O 半徑為 5， $\overline{OP} = 13$ ，則 $\overline{AB}$ 的長度為何？



【106 特招(桃連區)】

【解析】(1) $\because \overline{OP}$ 為圓 O' 之直徑 $\Rightarrow \angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$

$\Rightarrow \overline{OA} \perp \overline{AP}$ ， $\overline{OB} \perp \overline{BP}$ ， $\overline{AP}$ 、 $\overline{BP}$ 為圓 O 切線段長

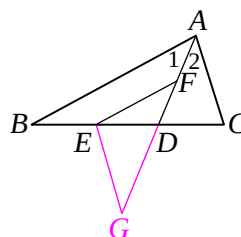
$\therefore \overline{AP} = \overline{BP}$ ，又 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 且為圓 O 之半徑

$\Rightarrow OBPA$ 為等腰形 $\therefore \overline{AB} \perp \overline{OP}$

(2) $\overline{AP} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ $\therefore \overline{AC} = \frac{5 \times 12}{13} = \frac{60}{13}$

所以 $\overline{AB} = 2 \overline{AC} = \frac{60}{13} \times 2 = \frac{120}{13}$

2. 如右圖， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{CD} = \overline{ED}$ ， $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ ，證明： $\overline{EF} = \overline{AC}$ 。(提示：延長 $\overline{AD}$ 至 G 點使得 $\overline{AD} = \overline{GD}$ ，並連接 $\overline{EG}$ 。)



【109 特招(桃連區)】

【解析】依提示可得 $\overline{AD} = \overline{GD}$

又 $\overline{CD} = \overline{DE}$ ， $\angle ADC = \angle GDE$ (對頂角)

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle GDE$ (SAS 全等)

則 $\overline{GE} = \overline{AC}$ ， $\angle G = \angle 2$

又 $\angle 1 = \angle DFE$ ($\because \overline{EF} \parallel \overline{AB}$)，且 $\angle 1 = \angle 2$

$\therefore \angle G = \angle DFE \Rightarrow \overline{EF} = \overline{EG}$

故 $\overline{EF} = \overline{AC}$

3. 如右圖， G 點為 $\triangle ABC$ 的重心， $\triangle GAB$ 、 $\triangle GAC$ 的重心依序為 D 、 E 兩點。若 $\overline{AB} = 48$ 、 $\overline{BC} = 45$ 、 $\overline{CA} = 42$ ，則 $\overline{DE} =$ 15。

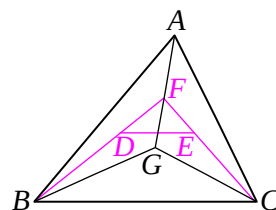
【109 特招(基北區)】

【解析】 $\overline{DF} : \overline{DB} = \overline{EF} : \overline{EC} = 1 : 2$

$\therefore \overline{DE} \parallel \overline{BC}$

$\overline{DE} : \overline{BC} = \overline{FD} : \overline{FB}$

$\Rightarrow \overline{DE} : 45 = 1 : 3 \Rightarrow \overline{DE} = 15$



4. 如右圖，在 $\triangle FCD$ 中， $\overline{FC} = \overline{FD}$ ， $\overline{BD} = \overline{CE}$ ， $\overline{AE} \parallel \overline{FC}$ ，求證： $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。

【建國中學科學班模擬】

【解析】在 $\triangle ABE$ 與 $\triangle ACD$ 中

$\because \overline{BD} = \overline{CE} \Rightarrow \overline{BD} + \overline{DE} = \overline{CE} + \overline{DE}$ (等量加法公理)

$\overline{BE} = \overline{CD}$

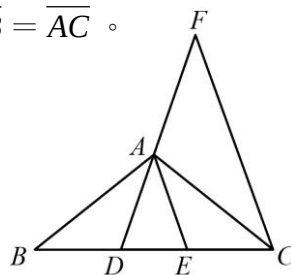
$\because \overline{FD} = \overline{FC} \therefore \angle FDC = \angle FCD \cdots ①$

$\because \overline{AE} \parallel \overline{FC} \therefore \angle AED = \angle FCE \cdots ②$

由①、②得 $\angle ADE = \angle AED$

$\triangle ABE \cong \triangle ACD$ (SAS 全等性質)

故 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。



5. 如右圖， $\triangle ABC$ 為正三角形，邊長為 10 公分，圓 O_2 內切三角形 ABC 於 P 、 Q 、 R 三點，圓 O_1 切 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 及圓 O_2 於 E 、 F 、 G 三點，則 O_1 半徑為 $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ 公分。【武陵高中科學班模擬】

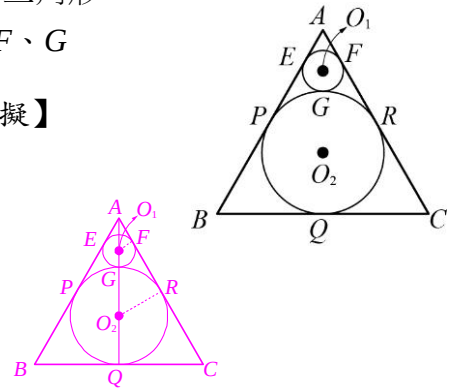
【解析】 $\overline{AQ} = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$ ， O_2 為重心， $\overline{AO_2} = 5\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$

$$O_2 \text{ 半徑} = \frac{5\sqrt{3}}{3}, \overline{AG} = 5\sqrt{3} - \frac{5\sqrt{3}}{3} \times 2 = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$\triangle AO_1F \sim \triangle AO_2R, \overline{AO_1} : \overline{AO_2} = \overline{O_1F} : \overline{O_2R}$$

$$\left(\frac{5\sqrt{3}}{3} - r\right) : \frac{10\sqrt{3}}{3} = r : \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{10\sqrt{3}}{3} r = \frac{5\sqrt{3}}{3} \left(\frac{5\sqrt{3}}{3} - r\right), 2r = \frac{5\sqrt{3}}{3} - r, 3r = \frac{5\sqrt{3}}{3}, r = \frac{5\sqrt{3}}{9} \text{ (公分)}$$



6. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{CA} = 8$ 。點 D 在 $\overline{BC}$ 上，且 $\overline{AD}$ 平分 $\angle BAC$ ；點 E 在 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{BE}$ 平分 $\angle ABC$ 。若兩條角平分線交於點 F ，則 $\overline{AF} : \overline{FD} = ?$ 【臺中一中科學班模擬】

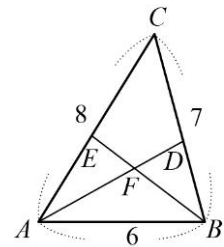
【解析】 $\because \overline{AD}$ 平分 $\angle BAC$

$$\therefore \overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC} = 6 : 8 = 3 : 4$$

$$\Rightarrow \overline{BD} = 7 \times \frac{3}{3+4} = 3$$

$\because \overline{BE}$ 平分 $\angle ABC$

$$\therefore \overline{AF} : \overline{FD} = \overline{AB} : \overline{BD} = 6 : 3 = 2 : 1$$



7. 如圖，正三角形 ABC 的邊長為 a ， D 、 E 分別為 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 的中點， G 為 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 交點， H 在 $\overline{BE}$ 上，且 $\overline{BH} = \frac{1}{2} \overline{BG}$ ， $\overline{AH}$ 交 $\overline{BC}$ 於 F ，則四邊形 $DGHF$ 面積為 $\frac{\sqrt{3}}{30} a^2$ (以 a 表示)。

【臺南一中科學班模擬】

【解析】1. 過 G 作 $\overline{GI} \parallel \overline{AF}$ 交 $\overline{BC}$ 於 I ，並連接 $\overline{FG}$

由題意知 G 為正 $\triangle ABC$ 重心

$$\Rightarrow \overline{BH} = \overline{HG} = \overline{GE} \quad (\because \overline{BH} = \frac{1}{2} \overline{BG} = \overline{GE})$$

$$2. \triangle BIG \text{ 中 } \because \overline{HF} \parallel \overline{GI} \quad \therefore \overline{BF} : \overline{FI} = \overline{BH} : \overline{HG} = 1 : 1$$

$$3. \triangle AFD \text{ 中 } \because \overline{GI} \parallel \overline{AF} \quad \therefore \overline{FI} \parallel \overline{ID} = \overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$$

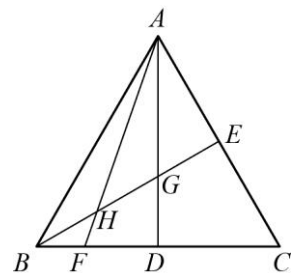
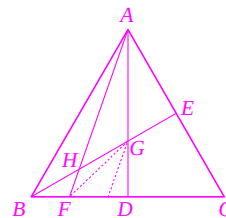
$$4. \overline{BF} : \overline{FI} : \overline{ID}$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & : & 1 \\ 2 & : & 2 : 1 \end{array}$$

$$\text{故 } \triangle GID \text{ 面積} = \frac{1}{5} \triangle BDG \text{ 面積} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} \triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{30} \triangle ABC \text{ 面積}$$

$$\text{四邊形 } HFIG \text{ 面積} = \frac{3}{4} \triangle BIG \text{ 面積} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \triangle BDG \text{ 面積} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{6} \triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{10} \triangle ABC \text{ 面積}$$

$$\text{所求} = \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{10}\right) \triangle ABC \text{ 面積} = \frac{4}{30} \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{30} a^2$$



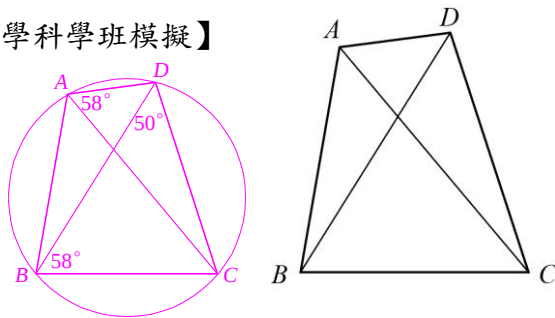
8. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\angle DBC = \angle DAC = 58^\circ$ ， $\angle BDC = 50^\circ$ ，則 $\angle BAC = \underline{50^\circ}$ 。

【高雄中學科學班模擬】

【解析】考慮 $\triangle ADC$ 與 $\triangle BDC$ 的外接圓中，

$\overline{CD}$ 為弦， $\angle CBD$ 、 $\angle CAD$ 所對的弧，可知， $\triangle ADC$ 與 $\triangle BDC$ 的外接圓為同一個，

故 $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BDC = 50^\circ$ 。



9. 已知平行四邊形 $ABCD$ 中， E 是 $\overline{BC}$ 中點， $\overline{AE} = \overline{BD} = 18$ ，求平行四邊形 $ABCD$ 面積。

【高雄中學科學班模擬】

【解析】如圖，令 $\overline{AE}$ 、 $\overline{AC}$ 交 $\overline{BD}$ 於 G 、 O

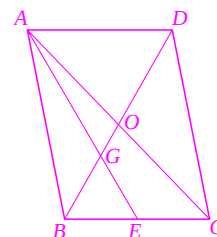
由題意知， G 為 $\triangle ABC$ 重心

$$\overline{BG} = \frac{2}{3} \overline{BO} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \overline{BD} = 6$$

$$\overline{GE} = \frac{1}{3} \overline{AE} = 6, \overline{BE} = \frac{1}{2} \overline{BC} = 6$$

$\therefore \triangle BGE$ 為正三角形

$$\text{故所求} = 2\triangle ABC \text{ 面積} = 2 \times 6 \times \triangle BGE \text{ 面積} = 2 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 108\sqrt{3}$$



10. 如圖，等腰梯形 $ABCD$ 的外接圓面積為 $\underline{\frac{125}{4}\pi}$ 。

【臺南女中數理資優班模擬】

【解析】1. 分別過 A 、 D 作 $\overline{AH_1} \perp \overline{BC}$ 、 $\overline{DH_2} \perp \overline{BC}$

$$\text{則 } \overline{H_1H_2} = 5, \overline{BH_1} = \overline{CH_2} = 3 \Rightarrow \overline{AH_1} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

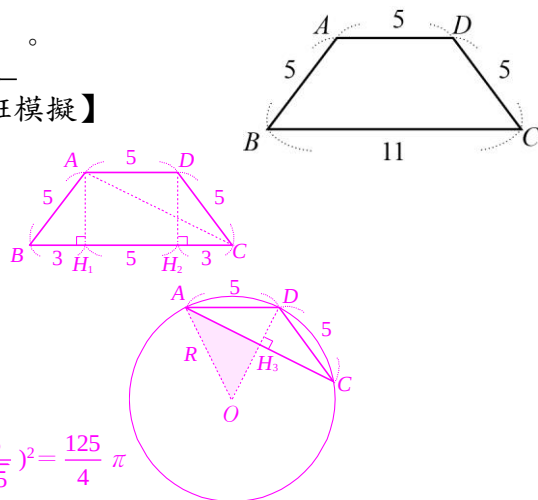
$$2. \text{ 連 } \overline{AC}, \text{ 則 } \overline{AC} = \sqrt{\overline{AH_1}^2 + \overline{H_1C}^2} = \sqrt{16 + 64} = 4\sqrt{5}$$

3. 由於等腰梯形 $ABCD$ 外接圓也是 $\triangle ADC$ 外接圓，故求 $\triangle ADC$ 外接圓面積即為所求。

令 $\triangle ADC$ 外接圓 O 半徑 R ，如圖，

$$\overline{DH_3} = \sqrt{5^2 - (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{5} \Rightarrow \overline{OH_3} = R - \sqrt{5}$$

$$R^2 = (2\sqrt{5})^2 + (R - \sqrt{5})^2 \Rightarrow R = \frac{25}{2\sqrt{5}}, \text{ 所求} = \pi \left(\frac{25}{2\sqrt{5}} \right)^2 = \frac{125}{4}\pi$$



11. 利用 4 條兩兩平行上、下底與兩兩平行於左、右兩邊之直線將邊長為 1 的正方形分成 9 個矩形，並於正方形內任意放入 10 個點，試問：

(1) 證明至少有兩個點會落在同一矩形內 (含邊界)。

(2) 證明這 9 個點中，至少有 2 個點間的距離不超過 $\frac{\sqrt{2}}{3}$ 。【臺南女中數理資優班模擬】

【解析】(1) 考慮 9 個矩形個只放 1 個點，由鴿籠原理知，第 10 個點必和某點在同一矩形中。

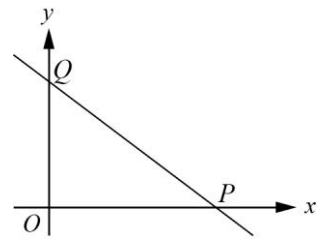
故至少有 2 點會落在同一矩形中。

(2) 考慮這 9 個皆邊長為 $\frac{1}{3}$ 的正方形，由(1)知，落在同一正方形內兩兩相距最長為 $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ；若有一點和另點超過

$\frac{\sqrt{2}}{3}$ ，則這點必落在另一正方形內和這正方形內的點相距最遠也是 $\frac{\sqrt{2}}{3}$ 。

故至少有 2 個點間的距離不超過 $\frac{\sqrt{2}}{3}$ 。

12. 如右圖，坐標平面上已知直線 $L: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 分別交 x 軸， y 軸於 P 、 Q 兩點且 a 、 b 均為正整數，又 $a > b$ ， $I(3, 3)$ 為 $\triangle PQO$ 的內心，求 $\overline{PQ} =$ 25 或 27 或 15。



【特招(基北區)模擬】

【解析】 $P(a, 0)$ ， $Q(0, b)$

$$\text{內切圓半徑 } r = \frac{\overline{OP} + \overline{OQ} - \overline{PQ}}{2}, 3 = \frac{a + b - \overline{PQ}}{2}, 6 = a + b - \sqrt{a^2 + b^2}, \sqrt{a^2 + b^2} = a + b - 6$$

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 12(a + b) + 36, 2ab - 12(a + b) + 36 = 0, ab - 6(a + b) + 18 = 0$$

$$a(b - 6) - 6(b - 6) = 18, (a - 6)(b - 6) = 18$$

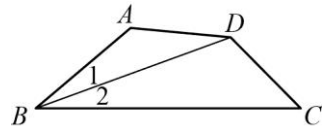
$a - 6$	18	9	6
$b - 6$	1	2	3

$$\begin{cases} a - 6 = 18 \\ b - 6 = 1 \end{cases}, \begin{cases} a = 24 \\ b = 7 \end{cases} \Rightarrow \overline{PQ} = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$$

$$\begin{cases} a - 6 = 9 \\ b - 6 = 2 \end{cases}, \begin{cases} a = 15 \\ b = 8 \end{cases} \Rightarrow \overline{PQ} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$$

$$\begin{cases} a - 6 = 6 \\ b - 6 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = 9 \end{cases} \Rightarrow \overline{PQ} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$$

13. 如右圖 $ABCD$ 中， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{AD} = \overline{CD}$ ， $\angle A = 135^\circ$ ， $ABCD$ 面積為 50， $\overline{AD} = 6$ ，試求 $\triangle ABD$ 面積 = 16。



【特招(基北區)模擬】

【解析】 $\because \angle 1 = \angle 2$ ，在 $\overline{BC}$ 上取一點 E ，使 $\overline{BA} = \overline{BE}$

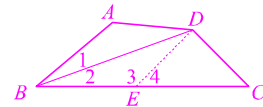
連接 $\overline{DE}$ ， $\overline{BD} = \overline{BD}$ ， $\therefore \triangle ABD \cong \triangle EBD$ (SAS 全等性質)

$\angle A = \angle 3 = 135^\circ$ ， $\overline{DA} = \overline{DE} = \overline{DC} = 6$ ， $\angle A = \angle C = 45^\circ$ ，

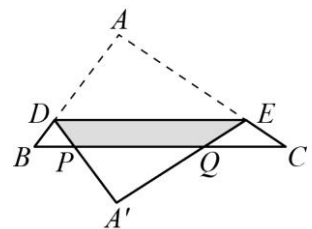
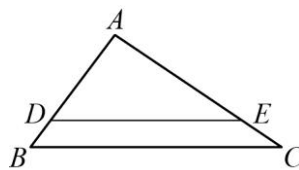
$\triangle CDE$ 為等腰直角三角形，

$$\triangle CDE \text{ 面積} = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18,$$

$$\triangle ABD \text{ 面積} = \frac{50 - 18}{2} = 16.$$



14. 如附圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 。今以 $\overline{DE}$ 為摺線，將 A 摺至 A' ，使得 $\triangle A'DE$ 的重心落在 $\overline{BC}$ 上，且 $\overline{A'D}$ 、 $\overline{A'E}$ 分別與 $\overline{BC}$ 交於 P 、 Q 兩點。若 $\triangle ABC$ 面積為 80，則梯形 $DPQE$ 面積為 25。



【111 特招(基北區)】

【解析】連接 $\overline{AA'}$ ，分別交 $\overline{DE}$ 、 $\overline{BC}$ 於 H 、 I 兩點

$\because \overline{AD} = \overline{A'D}$ ， $\overline{AE} = \overline{A'E}$ $\therefore$ 四邊形 $ADA'E$ 為箏形 $\Rightarrow \overline{DE}$ 垂直平分 $\overline{AA'}$ $\Rightarrow \overline{AH} = \overline{A'H}$

取 $\overline{DE}$ 中點 F ，連接 $\overline{AF}$ 交 $\overline{BC}$ 於 G 點，則 G 為 $\triangle A'DE$ 的重心

又 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ $\therefore \overline{AI} : \overline{IH} = \overline{AG} : \overline{GF} = 2 : 1$

設 $\overline{AI} = 2x$ ， $\overline{IH} = x$ ，則 $\overline{AH} = \overline{A'H} = 3x$

$\triangle A'DE$ 中， $\overline{PQ} \parallel \overline{DE}$ $\therefore \overline{PQ} : \overline{DE} = \overline{A'Q} : \overline{A'E} = \overline{A'G} : \overline{A'F} = 2 : 3$

設 $\overline{PQ} = 2y$ ，則 $\overline{DE} = 3y$ ， $\overline{DE} : \overline{BC} = \overline{AH} : \overline{AI} \Rightarrow 3y : \overline{BC} = 3x : (3x + x) = 3 : 4 \Rightarrow \overline{BC} = 4y$

$$\triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AI} = \frac{1}{2} \times 4y \times 4x = 80 \Rightarrow 8xy = 80, xy = 10$$

$$\text{梯形 } DPQE \text{ 面積} = \frac{1}{2} (\overline{DE} + \overline{PQ}) \times \overline{IH} = \frac{1}{2} (3y + 2y) \times x = \frac{5}{2} xy = \frac{5}{2} \times 10 = 25$$

