

重點 1 連比

- a 比 b 比 c 記作 $a:b:c$ ，稱為 a 、 b 、 c 的連比。
- 由 $x:y$ 、 $y:z$ 、 $x:z$ 中的任意兩個比，可求出 $x:y:z$ 。
- 若 a 、 b 、 c 三數的比記為 $a:b:c$ ，且 $m \neq 0$ ，則
 - (1) $a:b:c = ma:mb:mc$
 - (2) $a:b:c = \frac{a}{m} : \frac{b}{m} : \frac{c}{m}$

1. 利用比的性質完成下列空格：

(1) $7:4:3 = \underline{21} : 12 : \underline{9}$ 。

(2) $2:5:10 = \underline{4} : 10 : \underline{20}$ 。

(3) $1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \underline{6} : \underline{3} : 2$ 。

(4) $5:4:3 = 1 : \underline{\frac{4}{5}} : \underline{\frac{3}{5}}$ 。

2. 若 $2:x:5=4:8:y$ ，則 $x = \underline{4}$ 、 $y = \underline{10}$ 。

3. 求下列各題中的連比： $(x、y、z$ 皆不等於 $0)$

(1) $x:y=3:4$ ， $x:z=1:2$ ，則 $x:y:z = \underline{3:4:6}$ 。

(2) $x:y=5:6$ ， $y:z=8:3$ ，則 $x:y:z = \underline{20:24:9}$ 。

(3) $x:y=1:\frac{3}{4}$ ， $x:z=6:7$ ，則 $x:y:z = \underline{12:9:14}$ 。

(4) $x:y=\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$ ， $y:z=\frac{1}{5}:\frac{1}{2}$ ，則 $x:y:z = \underline{3:2:5}$ 。

(5) $x:y=0.7:0.9$ ， $x:z=3:1$ ，則 $x:y:z = \underline{21:27:7}$ 。

(6) $y:z=4:5$ ， $x:z=0.2:0.3$ ，則 $x:y:z = \underline{10:12:15}$ 。

(7) $a:b:c=4:3:2$ ，則 $\frac{1}{a}:\frac{1}{b}:\frac{1}{c} = \underline{3:4:6}$ 。

(8) $2x:3y:4z=1:2:3$ ，則 $x:y:z = \underline{6:8:9}$ 。

(9) $2a:5b:7c=12:10:21$ ，則 $a:b:c = \underline{6:2:3}$ 。

重點 2 連比例式的應用 (一)

■ 連比例式的運算性質：

已知 a 、 b 、 c 皆不等於 0，則下列三者有相同的意義。

$$(1) x : y : z = a : b : c$$

$$(2) \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

$$(3) x = ar, y = br, z = cr \quad (r \neq 0)$$

1. 若 $x : y : z = 5 : 4 : 3$ ，且 $x - y + z = 60$ ，求 x 、 y 、 z 的值。

$$x = 75, y = 60, z = 45$$

2. 若 $2a : 3b = 1 : 5$ ， $a : c = 1 : 4$ ，且 $a + b + c = 150$ ，求 a 、 b 、 c 的值。

$$a = 18, b = 60, c = 72$$

3. 若 $3x : 2y = 5 : 4$ ， $\frac{x}{2} : \frac{z}{3} = 1 : 2$ ，且 $2x + y + z = 62$ ，求 x 、 y 、 z 的值。

$$x = 10, y = 12, z = 30$$

4. 若 $abc \neq 0$ ， $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = 4c$ ，求 $\frac{a+b}{3a+c}$ 的值。

$$\frac{4}{5}$$

5. 若 $3x = 2y$ ， $5x = 4z$ ，且 $x + y + z = 120$ ，求 $x + y - z$ 的值。

$$40$$

6. 若 $(x+y) : y : z = 9 : 4 : 2$ ，且 $2x + 3y + 4z = 90$ ，求 $x - y + z$ 的值。

$$9$$

7. 若 $a : b = 3 : 4$ ， $b : c = 2 : 5$ ，且 $a + c = 26$ ，求 b 的值。

$$8$$

8. 若 $2a : 3b : 4c = 3 : 4 : 5$ ，求 $(a+b+c) : c$ 的比值。

$$\frac{49}{15}$$

重點 3 連比例式的應用 (二)

- 撲滿內有壹元、伍元、拾元硬幣共 60 枚，其個數的比為 10 : 3 : 2，則撲滿內共有多少元？
180 元
- 村里長選舉，共有甲、乙、丙三位候選人，開票結果計有效票 750 票，若甲、乙得票數的比為 5 : 3，乙、丙得票數的比為 2 : 3，則當選的人是哪一位？其得票數為多少？
甲，300 票
- 已知食物中可產生能量的養分有醣類（碳水化合物）、蛋白質與脂質，其中醣類與脂質每公克可產生熱量（大卡）比為 4 : 9；蛋白質與脂質每公克可產生熱量（大卡）比也為 4 : 9，若某包餅乾中，醣類、蛋白質與脂質的熱量共 68 大卡，則這包餅乾的蛋白質提供多少大卡的熱量？
16 大卡
- 甲、乙、丙三人合資做生意，分紅利 74 萬元，若甲、乙分紅的錢數比為 5 : 4，甲、丙分紅的錢數比為 3 : 2，則三人各分多少元？
甲 30 萬元，乙 24 萬元，丙 20 萬元
- 已知三角形 ABC 三邊長為 a 、 b 、 c ，各邊的高依序為 h_a 、 h_b 、 h_c ，若 $a : b : c = 5 : 4 : 2$ ，求 $h_a : h_b : h_c$ 。
4 : 5 : 10
- 已知一個三角形三內角的角度比是 2 : 3 : 4，則此三角形中，最大的內角角度為多少度？
80 度
- 優良藥局販售大、中、小三種尺寸的 OK 蹦，若大尺寸與中尺寸 OK 蹦的每盒售價比為 4 : 3，中尺寸與小尺寸 OK 蹦的每盒售價比為 2 : 1，回答下列問題：
(1) 大、中、小三種尺寸每盒 OK 蹦的售價比為何？
(2) 已知良心公司推出 A 、 B 兩款組合包，其中 A 組合包含有 12 盒大尺寸與 8 盒小尺寸的 OK 蹦； B 組合包含有 6 盒大尺寸、4 盒中尺寸與 4 盒小尺寸的 OK 蹦，若不計包裝盒的價錢下，則 A 、 B 兩款組合包的售價比為何？
(1) 8 : 6 : 3
(2) 10 : 7

一、選擇題（每題 4 分，共 20 分）

- (D) 1. 已知 $x:y=1:3$ ， $y:z=6:9$ ，則 $x:y:z=?$
 (A) $1:3:6$ (B) $1:3:9$
 (C) $2:3:6$ (D) $2:6:9$
- (C) 2. 已知 $x:y=1:3$ ， $x:z=2:7$ ，則 $x:y:z=?$
 (A) $2:6:21$ (B) $1:6:7$
 (C) $2:6:7$ (D) $1:3:21$
- (D) 3. $2\frac{1}{3}:2\frac{4}{5}:5\frac{1}{4}$ 可化簡成下列何者？
 (A) $1:2:3$ (B) $4:5:9$
 (C) $3:4:9$ (D) $20:24:45$
- (B) 4. 已知 $a:b=5\frac{1}{4}:4\frac{1}{5}$ ， $2c:3a=3:2$ ，則 $a:b:c=?$
 (A) $45:20:16$ (B) $20:16:45$
 (C) $16:45:20$ (D) $16:20:45$
- (C) 5. 已知 $x、y、z$ 皆不等於 0，且 $3x=4y=5z$ ，則 $x:y:z=?$
 (A) $3:4:5$ (B) $5:4:3$
 (C) $20:15:12$ (D) $12:15:20$

二、填充題（每格 5 分，共 50 分）

1. 求下列各小題的連比：（化為最簡整數比）

(1) $x:y=\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$ ， $y:z=\frac{1}{3}:\frac{1}{5}$ ，則 $x:y:z=$ 15:10:6。

(2) $x、y、z$ 皆不等於 0， $\frac{x}{6}=\frac{y}{8}=\frac{z}{15}$ ，則 $x:y:z=$ 6:8:15。

(3) $x、y、z$ 皆不等於 0，且 $3x=2y$ ， $5x=4z$ ，則 $x:y:z=$ 4:6:5。

(4) $a:b=4:5$ ， $a:c=\frac{1}{2}:\frac{5}{3}$ ，則 $a:b:c=$ 12:15:40。

2. 已知 $5:6:x=\frac{2}{3}:y:\frac{16}{15}$ ，則 $x=$ 8， $y=$ $\frac{4}{5}$ 。

3. 已知 $3x+2y+6z=60$ ，且 $\frac{x}{4}=\frac{y}{3}=\frac{z}{2}$ ，則 $2x+4y+3z=$ 52。

4. 已知甲、乙、丙三個班的人數比為 $6:7:8$ ，且丙班比甲班多 32 人，則乙班有 112 人。

5. $\triangle ABC$ 的三邊長 a 、 b 、 c 的比為 $4:5:6$ ，則各邊長對應的高 h_a 、 h_b 、 h_c 的比為 $15:12:10$ 。

6. 將 520 元按 $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$ 的比例分成 3 份，則最多的那份是 240 元。

三、計算題（共 30 分）

1. 將下列各連比化爲最簡整數比：（每題 5 分，共 10 分）

(1) $60:30:120$

$2:1:4$

(2) $\frac{5}{2}:\frac{10}{3}:\frac{15}{4}$

$6:8:9$

2. 設三角形的三個內角爲 x° 、 y° 、 z° ，若 $2x:3y=4:9$ ， $y:z=3:5$ ，求三個內角的角度。

36° 、 54° 、 90°

（10 分）

3. 家家文具店中，3 本筆記本與 7 枝鉛筆的價格相等，2 枝鉛筆與 3 個橡皮擦的價格相等。小靜到此文具店買這三種文具總共花了 335 元，其中筆記本、鉛筆和橡皮擦的數量比爲 $3:8:11$ ，則小靜所買的鉛筆價格總共爲多少元？（10 分）

120 元

一、選擇題（每題 10 分，共 50 分）

- (D) 1. 若 $\triangle ABC$ 的三邊長比為 $2:3:4$ ，則其三個對應高的比為何？
 (A) $2:3:4$ (B) $3:4:7$ (C) $6:5:7$ (D) $6:4:3$
- (B) 2. 已知 $a、b、c$ 皆不等於 0 ，若 $a:2b:4c=1:4:3$ ，且 $2a+3b+4c=880$ ，則下列敘述何者正確？
 (A) $3a=8b=4c$ (B) $a=80$ (C) $b=100$ (D) $c=120$
- (C) 3. 若 $x:y=5:2$ ， $y:z=1:3$ ，則 $(x-y+z):z$ 的比值為何？
 (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{13}{6}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{6}{13}$
- (A) 4. 已知 $x、y、z$ 皆不等於 0 ，若 $2yz=3xy=4xz$ ，則 $\frac{2x+y-2z}{x-y}=?$
 (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2
- (D) 5. 甲、乙皆為長方體，甲的長：寬：高為 $2:3:4$ ，乙的長：寬：高為 $1:4:3$ ，若甲的高與乙的高相等，則甲、乙兩個長方體的體積比為多少？
 (A) $2:1$ (B) $9:8$ (C) $18:25$ (D) $27:32$

二、填充題（每格 10 分，共 40 分）

1. 求出下列各題的連比：（化為最簡整數比）

(1) 已知 $x:y=5:6$ ， $y:z=9:4$ ，則 $x:y:z=$ 15:18:8。

(2) 已知 $6x=5y$ ， $10y=9z$ ，則 $x:y:z=$ 15:18:20。

2. 已知 $(x+y):(y+z):(x+z)=5:6:7$ ，則 $x:y:z=$ 3:2:4。

3. 甲、乙、丙三人一起去逛街，分別花了身上所有錢的 $\frac{2}{5}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{3}$ ，結果發現大家剩下的錢一樣多，則甲、乙、丙三人身上原有錢的比為 10:8:9。

三、計算題（共 10 分）

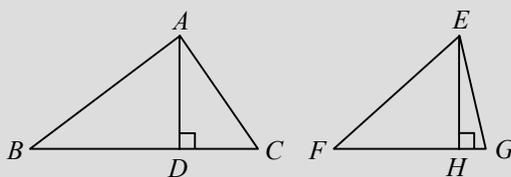
甲、乙、丙三台車各自以固定的速率同時、同向駛入隧道中，結果三台車在隧道內同時拋錨停下不動。若甲車離隧道出口處尚有 $\frac{1}{3}$ 的路程；乙車離隧道出口處尚有 $\frac{1}{4}$ 的路程；丙車離隧道出口處尚有 $\frac{1}{5}$ 的路程，求甲、乙、丙三台車的速率比。

40:45:48

重點 1 等高三角形

■ 等（同）高三角形的面積比等於其對應底邊長的比。

例 如圖， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{EH} \perp \overline{FG}$ ，若 $\overline{AD} = \overline{EH}$ ，
則 $\triangle ABC$ 的面積： $\triangle EFG$ 的面積 = $\overline{BC} : \overline{FG}$ 。

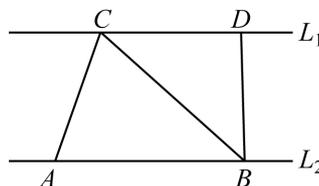


1. 如圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ，回答下列問題：

(1) 若 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{CD} = 6$ ，求 $\triangle ABC$ 的面積： $\triangle BCD$ 的面積之比值。

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面積為 24，求 $\triangle BCD$ 的面積。

(1) $\frac{4}{3}$ (2) 18

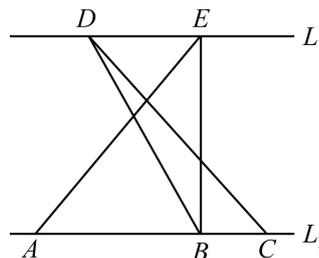


2. 如圖，已知 $L_1 \parallel L_2$ ，若 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{DE} = 6$ ，回答下列問題：

(1) 求 $\triangle ABE$ 的面積： $\triangle BCD$ 的面積： $\triangle BDE$ 的面積。

(2) 若 $\triangle BCD$ 的面積為 20，求 $\triangle BDE$ 的面積。

(1) 4 : 2 : 3 (2) 30

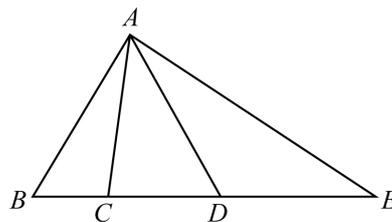


3. 如圖， $\triangle ABE$ 中，若 $\overline{BC} = 2$ ， $\overline{CD} = 3$ ， $\overline{DE} = 4$ ，求：

(1) $\triangle ADE$ 的面積： $\triangle ABD$ 的面積。

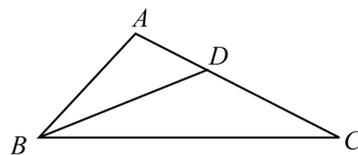
(2) $\triangle ABE$ 的面積： $\triangle ACD$ 的面積。

(1) 4 : 5 (2) 3 : 1



4. 如圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\triangle ABD$ 的面積為 18， $\triangle BCD$ 的面積為 36，
求 $\overline{AD} : \overline{DC}$ 。

1 : 2

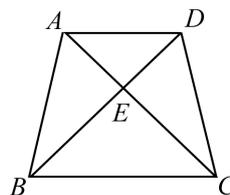


5. 如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 交於 E 點，
已知 $\overline{AE} : \overline{EC} = 2 : 3$ ，回答下列問題：

(1) 若 $\triangle ABE$ 的面積為 10，求 $\triangle BCE$ 的面積。

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面積為 35，求 $\triangle BEC$ 的面積。

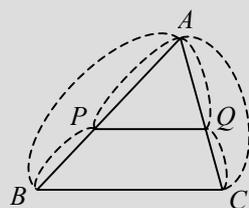
(1) 15 (2) 21



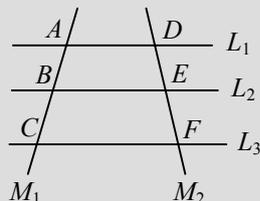
重點 2 平行線截比例線段

■ 如圖， $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上，若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，則：

- (1) $\overline{AP} : \overline{PB} = \overline{AQ} : \overline{QC}$ 。
- (2) $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AQ} : \overline{AC}$ 。
- (3) $\overline{PB} : \overline{AB} = \overline{QC} : \overline{AC}$ 。
- (4) $\overline{PQ} : \overline{BC} = \overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AQ} : \overline{AC}$ 。



■ 如圖， $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ ，分別與 M_1 交於 A 、 B 、 C 三點，與 M_2 交於 D 、 E 、 F 三點，則 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{EF}$ 。

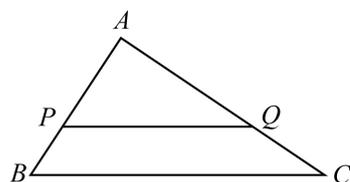


1. $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上一點， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，回答下列問題：

- (1) 若 $\overline{AD} = 12$ ， $\overline{AB} = 16$ ， $\overline{AE} = 6$ ，則 $\overline{AC} = \underline{8}$ 。
- (2) 若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{DB} = 3$ ， $\overline{EC} = 4$ ，則 $\overline{AE} = \underline{12}$ 。
- (3) 若 $\overline{AD} = 6$ ， $\overline{DB} = 8$ ， $\overline{DE} = 9$ ，則 $\overline{BC} = \underline{21}$ 。
- (4) 若 $\overline{AD} = 3x - 1$ ， $\overline{DB} = 3x - 3$ ， $\overline{AE} = 4$ ， $\overline{EC} = 3$ ，則 $x = \underline{3}$ ， $\overline{AB} = \underline{14}$ 。
- (5) 若 $\overline{AD} = x + 1$ ， $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{AE} = x$ ， $\overline{AC} = 20$ ，則 $x = \underline{5}$ ， $\overline{EC} = \underline{15}$ 。
- (6) 若 $\overline{AE} = 9$ ， $\overline{EC} = 12$ ， $\overline{DE} = x + 6$ ， $\overline{BC} = 5x - 2$ ，則 $x = \underline{6}$ 。

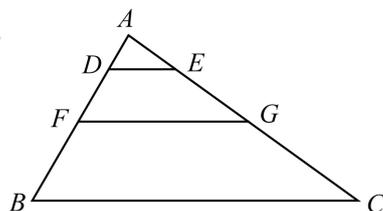
2. 如圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AP} : \overline{PB} = 2 : 1$ ， $\overline{PQ} = 26$ ， $\overline{AC} = 33$ ，求 \overline{BC} 和 \overline{AQ} 。

$$\overline{BC} = 39, \overline{AQ} = 22$$



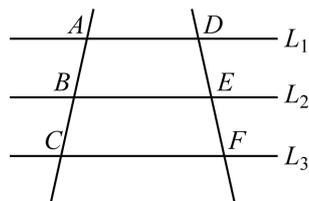
3. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{FG} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\overline{AD} : \overline{DF} : \overline{FB} = 2 : 3 : 5$ ， $\overline{AC} = 30$ ， $\overline{DE} = 8$ ，求 \overline{GC} 和 \overline{BC} 。

$$\overline{GC} = 15, \overline{BC} = 40$$



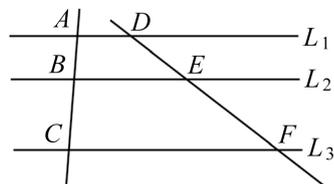
4. 如圖， $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ ，若 $\overline{AB} = x + 2$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{DE} = 4x - 2$ ， $\overline{EF} = 6$ ，求 x 的值。

3



5. 如圖， $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ ，若 $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ ， $\overline{DF} = 35$ ，求 \overline{DE} 和 \overline{EF} 。

$$\overline{DE} = 14, \overline{EF} = 21$$



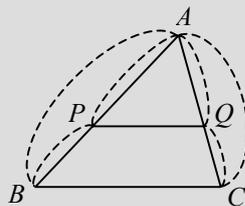
重點 3 利用比例線段判別平行線

■ 如圖， $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上，

(1) 若 $\overline{AP} : \overline{PB} = \overline{AQ} : \overline{QC}$ ，則 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 。

(2) 若 $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AQ} : \overline{AC}$ ，則 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 。

(3) 若 $\overline{PB} : \overline{AB} = \overline{QC} : \overline{AC}$ ，則 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 。



1. $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上一點，回答下列問題：

(1) 若 $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{DB} = 6$ ， $\overline{AE} = 8$ ， $\overline{EC} = 12$ ，則 \overline{DE} 與 \overline{BC} 是否平行？ 是。

(2) 若 $\overline{AD} = 12$ ， $\overline{AB} = 27$ ， $\overline{AE} = 8$ ， $\overline{EC} = 10$ ，則 \overline{DE} 與 \overline{BC} 是否平行？ 是。

(3) 若 $\overline{AC} = 20$ ， $\overline{EC} = 8$ ， $\overline{AB} = 21$ ， $\overline{DB} = 9$ ，則 \overline{DE} 與 \overline{BC} 是否平行？ 否。

(4) 若 $\overline{AB} = 28$ ， $\overline{DB} = 12$ ， $\overline{AE} = 12$ ， $\overline{AC} = 21$ ，則 \overline{DE} 與 \overline{BC} 是否平行？ 是。

(5) 若 $\overline{AD} : \overline{DB} = 5 : 7$ ， $\overline{AE} = 15$ ， $\overline{EC} = 18$ ，則 \overline{DE} 與 \overline{BC} 是否平行？ 否。

(6) 若 $\overline{AE} : \overline{AC} = 3 : 5$ ， $\overline{AD} = 9$ ， $\overline{DB} = 6$ ，則 \overline{DE} 與 \overline{BC} 是否平行？ 是。

(7) 若 $\overline{AD} : \overline{AB} = 3 : 8$ ， $\overline{DE} = 12$ ， $\overline{BC} = 32$ ，則 \overline{DE} 與 \overline{BC} 是否平行？ 否。

(8) 若 $\overline{AD} : \overline{DB} = 2 : 3$ ， $\overline{EC} : \overline{AC} = 3 : 5$ ，則 \overline{DE} 與 \overline{BC} 是否平行？ 是。

2. $\triangle ABC$ 中，直線 L 分別交 \overline{AB} 、 \overline{AC} 於 E 、 F 兩點，若 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AE} = 6$ ， $\overline{AF} = 9$ ，則 $\overline{AC} =$ 15，可使直線 L 平行 \overline{BC} 。

3. $\triangle ABC$ 中，直線 L 分別交 \overline{AB} 、 \overline{AC} 於 E 、 F 兩點，若 $\overline{AE} = 8$ ， $\overline{EB} = 10$ ， $\overline{AC} = 27$ ，則 $\overline{AF} =$ 12，可使直線 L 平行 \overline{BC} 。

4. $\triangle ABC$ 中，直線 L 分別交 \overline{AB} 、 \overline{AC} 於 P 、 Q 兩點，若 $\overline{PB} = 6$ ， $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{AQ} = 12$ ，則 $\overline{QC} =$ 8，可使直線 L 平行 \overline{BC} 。

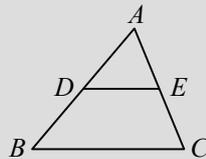
5. $\triangle ABC$ 中，直線 L 分別交 \overline{AB} 、 \overline{AC} 於 P 、 Q 兩點，若 $\overline{AP} : \overline{PB} = 4 : 5$ ， $\overline{AQ} = 8$ ，則 $\overline{AC} =$ 18，可使直線 L 平行 \overline{BC} 。

6. $\triangle ABC$ 中，直線 L 分別交 \overline{AB} 、 \overline{AC} 於 P 、 Q 兩點，若 $\overline{AC} : \overline{AQ} = 7 : 3$ ， $\overline{PB} = 10$ ，則 $\overline{AP} =$ $\frac{15}{2}$ ，可使直線 L 平行 \overline{BC} 。

重點 4 三角形兩邊中點連線性質

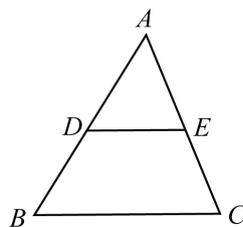
■ 三角形的兩邊中點連線必平行於第三邊，且長度為第三邊長的一半。

例 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 的中點，
則 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，且 $\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BC}$ 。



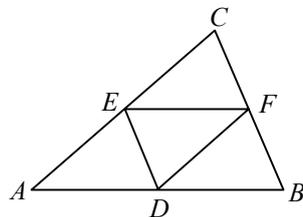
1. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 為 \overline{AB} 中點， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\overline{DE} = 7$ ，求 \overline{BC} 。

14



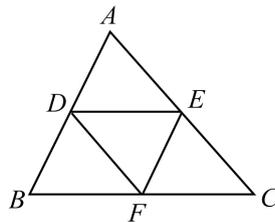
2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 、 F 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 、 \overline{BC} 的中點，
若 $\overline{DE} = 6$ ， $\overline{DF} = \overline{EF} = 8$ ，求 $\triangle ABC$ 的周長。

44



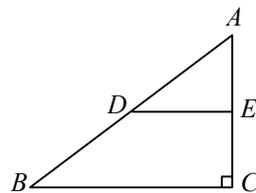
3. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 、 F 分別為各邊中點，若 $\triangle ABC$ 的周長為 32，
求 $\triangle DEF$ 的周長。

16



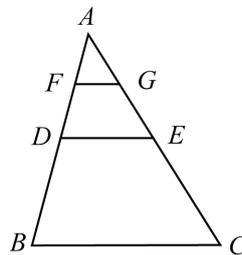
4. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D 為 \overline{AB} 的中點， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，
若 $\overline{AD} = 10$ ， $\overline{DE} = 8$ ，求 $\triangle ABC$ 的周長。

48



5. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 的中點， F 、 G 分別為
 \overline{AD} 、 \overline{AE} 的中點，若 $\overline{FG} = 7$ ，求 $\overline{DE} + \overline{BC}$ 。

42



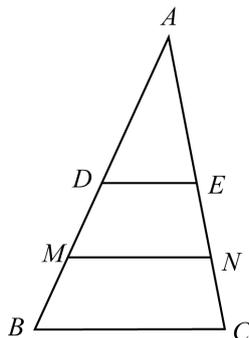
6. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 的中點， M 、 N 分別為
 \overline{BD} 、 \overline{CE} 的中點，回答下列問題：

(1) 若 $\overline{DE} = 6$ ，求 \overline{BC} 和 \overline{MN} 。

(2) 求 $\overline{AN} : \overline{AC}$ 。

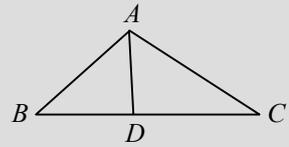
(1) $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{MN} = 9$

(2) 3 : 4



重點 5 三角形的內分比(補充)

- 如圖， $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 為 $\angle BAC$ 的角平分線，交 \overline{BC} 於 D 點，則 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 。

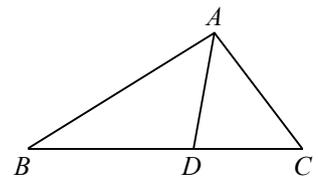


1. $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 為 $\angle BAC$ 的角平分線，交 \overline{BC} 於 D 點，回答下列問題：

- (1) 若 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = 9$ ，則 $\overline{BD} : \overline{DC} = \underline{2 : 3}$ 。
- (2) 若 $\overline{BD} = 8$ ， $\overline{DC} = 10$ ，則 $\overline{AB} : \overline{AC} = \underline{4 : 5}$ 。
- (3) 若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{AC} = 16$ ， $\overline{DC} = 8$ ，則 $\overline{BD} = \underline{6}$ 。
- (4) 若 $\overline{AC} = 15$ ， $\overline{BD} = 12$ ， $\overline{DC} = 10$ ，則 $\overline{AB} = \underline{18}$ 。
- (5) 若 $\overline{AB} = 18$ ， $\overline{AC} = 15$ ， $\overline{BC} = 30$ ，則 $\overline{DC} = \underline{\frac{150}{11}}$ 。
- (6) 若 $\overline{AB} = 20$ ， $\overline{AC} = 16$ ， $\overline{BD} = x + 5$ ， $\overline{DC} = x + 2$ ，則 $x = \underline{10}$ 。
- (7) 若 $\overline{AB} = 2x$ ， $\overline{AC} = 21$ ， $\overline{BD} = x + 3$ ， $\overline{DC} = 14$ ，則 $x = \underline{9}$ 。

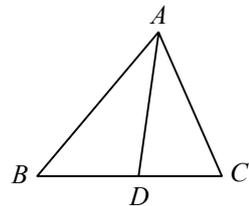
2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 為 $\angle BAC$ 的角平分線，交 \overline{BC} 於 D 點，若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\triangle ABD$ 的面積為 48，求 $\triangle ACD$ 的面積。

32



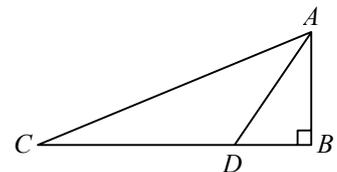
3. 如圖， $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 為 $\angle BAC$ 的角平分線，交 \overline{BC} 於 D 點，若 $\overline{AB} = 14$ ， $\overline{AC} = 12$ ， $\triangle ACD$ 的面積為 36，求 $\triangle ABC$ 的面積。

78



4. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， \overline{AD} 平分 $\angle CAB$ ，若 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 13$ ，求 $\triangle ADB$ 的面積。

$\frac{25}{3}$

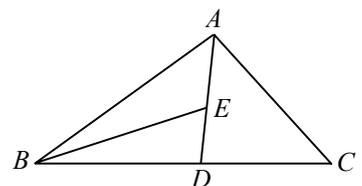


5. 如圖， $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 、 \overline{BE} 分別為 $\angle BAC$ 、 $\angle ABD$ 的角平分線，若 $\overline{AB} = 20$ ， $\overline{AC} = 16$ ， $\overline{BC} = 27$ ，求：

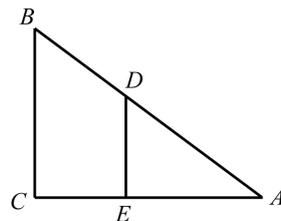
- (1) $\overline{BD} : \overline{DC}$ 。
- (2) $\overline{AE} : \overline{ED}$ 。

(1) 5 : 4

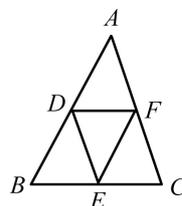
(2) 4 : 3



4. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\overline{AD} = 15$ ， $\overline{DB} = 10$ ， $\overline{CE} = 8$ ， $\overline{DE} = 9$ ，則 $\triangle ABC$ 的周長為 60。



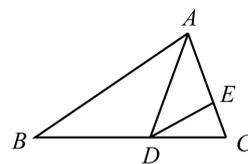
5. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 、 F 分別為 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的中點， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 9$ ， $\overline{AC} = 11$ ，則 $\triangle DEF$ 的周長為 16。



三、計算題（共 28 分）

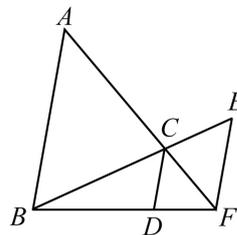
1. 如圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{CE} = 5$ ， $\overline{AE} = \overline{CD} = 10$ ， $\overline{BD} = 15$ ， $\triangle CDE$ 的面積為 20，求 $\triangle ABC$ 的面積。（8 分）

150



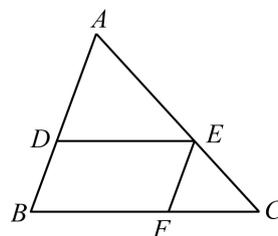
2. 如圖， $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF}$ ，若 $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{CD} = 8$ ，求 \overline{EF} 。（10 分）

12



3. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ ，若 $\overline{AE} = 18$ ， $\overline{DE} = 18$ ， $\overline{EF} = 10$ ，求 $\overline{AD} \times \overline{CF}$ 。（10 分）

180



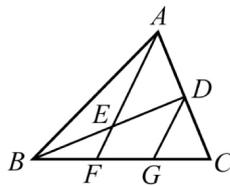
一、選擇題（每題 10 分，共 40 分）

(A) 1. $\triangle ABC$ 中，直線 L 分別交 \overline{AB} 、 \overline{AC} 於 E 、 F 兩點，若 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AF} = 9$ ， $\overline{AE} = 6$ ，則下列哪一個條件可使直線 L 平行 \overline{BC} ？

- (A) $\overline{AC} = 15$ (B) $\overline{EF} = 6$ (C) $\overline{BC} = 15$ (D) $\overline{FC} = 8$

(C) 2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 為 \overline{AC} 的中點， $\overline{AF} \parallel \overline{DG}$ ， E 為 \overline{BD} 的中點，若 $\overline{EF} = 3$ ，則 $\overline{AE} = ?$

- (A) 15 (B) 12 (C) 9 (D) 6

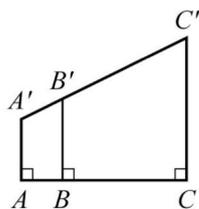


(D) 3. $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上一點， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\overline{AD} = x+1$ ， $\overline{DB} = 18$ ， $\overline{AE} = 5$ ， $\overline{EC} = x+10$ ，則 x 的值為何？

- (A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5

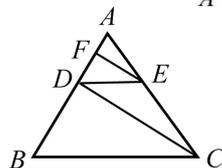
(C) 4. 如圖，四邊形 $A'ACC'$ 中，若 $\overline{AA'} = 6$ ， $\overline{BB'} = 8$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AC} = 16$ ，則 $\overline{CC'} = ?$

- (A) 7 (B) 8 (C) 14 (D) 16



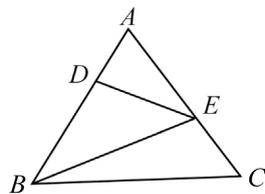
二、填充題（每格 10 分，共 40 分）

1. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{FE} \parallel \overline{DC}$ ，若 $\overline{AF} = 9$ ， $\overline{FD} = 15$ ，則 $\overline{BD} = \underline{40}$ 。

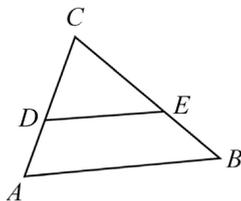


2. 已知坐標平面上 $A(6, -5)$ 、 $B(-2, 3)$ 、 $C(x, y)$ 三點，若 C 點在 \overline{AB} 上，且 $\overline{AC} : \overline{CB} = 1 : 1$ ，則 $3x + 2y = \underline{4}$ 。

3. 如圖， $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AD} : \overline{BD} = 1 : 2$ ， $\overline{AE} : \overline{CE} = 3 : 2$ ， $\triangle DBE$ 的面積為 12，則 $\triangle ABC$ 的面積為 30。

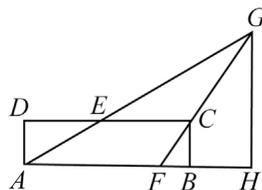


4. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ，若 $\overline{CD} = 2x+3$ ， $\overline{AD} = x+4$ ， $\overline{CE} : \overline{CB} = (5x+3) : (9x+1)$ ，則 $x = \underline{6}$ 。



三、計算題（共 20 分）

如圖，長方形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{CD} = 11$ ， $\overline{FB} = 2$ ， $\overline{ED} = 5$ ， \overline{AE} 與 \overline{FC} 的延長線交於 G 點， \overline{GH} 垂直 \overline{AB} 的延長線交於 H 點，求 \overline{GH} 。



9

重點 1 圖形的縮放

■ 縮放的性質：

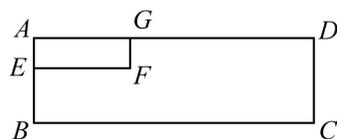
- (1) 線段縮放 k 倍後，縮放後的線段長為原線段長的 k 倍。
 (2) 任意一個多邊形經過縮放 r 倍後的新多邊形，其對應角的角度不變，對應的邊長變成原來的 r 倍。

1. 若甲圖是乙圖的 5 倍縮放圖，則乙圖是甲圖的 $\frac{1}{5}$ 倍縮放圖；甲圖周長是乙圖周長的 5 倍。

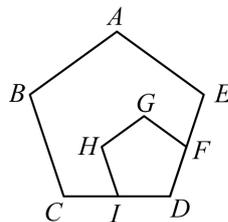
2. 有甲、乙兩個正六邊形，其中甲的周長為 24 公分，乙的邊長為 2 公分，則甲是乙的 2 倍縮放圖。

3. 已知甲圖是乙圖的 3 倍縮放圖，乙圖是丙圖的 5 倍縮放圖，則甲圖是丙圖的 15 倍縮放圖。

4. 如圖，四邊形 $ABCD$ 與四邊形 $AEFG$ 都是長方形，若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 36$ ， $\overline{EF} = 12$ ， $\overline{AE} = 4$ ，則四邊形 $AEFG$ 是四邊形 $ABCD$ 的 $\frac{1}{3}$ 倍縮放圖。



5. 如圖，五邊形 $ABCDE$ 與 $DFGHI$ 都是正五邊形，若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{DF} = 6$ ，則正五邊形 $ABCDE$ 是正五邊形 $DFGHI$ 的 2 倍縮放圖。



6. 將 $\triangle ABC$ 縮放 5 倍後得到 $\triangle DEF$ ，其中 A 、 B 、 C 的對應點分別為 D 、 E 、 F ，若 $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\overline{BC} = 5$ ，則 $\angle F =$ 110 度， $\overline{EF} =$ 25。

7. 將四邊形 $ABCD$ 縮放 $\frac{1}{4}$ 倍後得到四邊形 $PQRS$ ，其中 A 、 B 、 C 、 D 的對應點分別為 P 、 Q 、 R 、 S ，若 $\angle P = 50^\circ$ ， $\angle Q = 80^\circ$ ， $\angle S = 110^\circ$ ， $\overline{PQ} = 20$ ， $\overline{RS} = 16$ ，則 $\angle C =$ 120 度， $\overline{AB} =$ 80， $\overline{CD} =$ 64。

重點 3 相似多邊形的對應關係

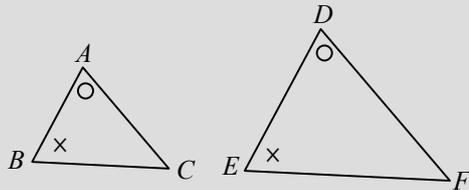
■ 若兩個多邊形相似，則其對應角相等、對應邊成比例。

- 已知四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $PQRS$ ，其中 A 、 B 、 C 、 D 的對應頂點分別為 P 、 Q 、 R 、 S ，則：
(1) $\angle A$ 的對應角是 $\underline{\angle P}$ ， $\angle S$ 的對應角是 $\underline{\angle D}$ 。
(2) \overline{BC} 的對應邊是 $\underline{\overline{QR}}$ ， \overline{RS} 的對應邊是 $\underline{\overline{CD}}$ 。
- 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，其中 A 、 B 、 C 的對應頂點分別為 D 、 E 、 F ，若 $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 70^\circ$ ， $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{DF} = 16$ ，則 $\angle F = \underline{60}$ 度， $\overline{EF} = \underline{\frac{40}{3}}$ 。
- 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，其中 A 、 B 、 C 的對應頂點分別為 D 、 E 、 F ，若 $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $\overline{AB} : \overline{DE} = 2 : 3$ ， $\overline{AC} = 4$ ，則 $\angle F = \underline{60}$ 度， $\overline{EF} = \underline{12}$ 。
- 已知六邊形 $ABCDEF \sim$ 六邊形 $PQRSTU$ ，其中 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 的對應頂點分別為 P 、 Q 、 R 、 S 、 T 、 U ，若 $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D = 3 : 5 : 4 : 6$ ， $\angle E = 110^\circ$ ， $\angle F = 160^\circ$ ，則 $\angle P = \underline{75}$ 度， $\angle Q = \underline{125}$ 度。
- 已知五邊形 $ABCDE \sim$ 五邊形 $PQRST$ ，其中 A 、 B 、 C 、 D 、 E 的對應頂點分別為 P 、 Q 、 R 、 S 、 T ，若 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} : \overline{DE} : \overline{EA} = 4 : 5 : 6 : 7 : 8$ ，且五邊形 $PQRST$ 的周長為 180，則 $\overline{QR} = \underline{30}$ ， $\overline{ST} = \underline{42}$ 。
- 已知四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $PQRS$ ，其中 A 、 B 、 C 、 D 的對應頂點分別為 P 、 Q 、 R 、 S ，若 $\angle A : \angle B = 2 : 3$ ， $\angle B : \angle C = 4 : 5$ ， $\angle D = 80^\circ$ ，則 $\angle P : \angle Q : \angle R = \underline{8 : 12 : 15}$ ， $\angle R = \underline{120}$ 度。
- 已知五邊形 $ABCDE \sim$ 五邊形 $PQRST$ ，若 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{CD} = 6$ ， $\overline{DE} = 8$ ， $\overline{EA} = 9$ ，若 \overline{AB} 的對應邊 $\overline{PQ} = 5$ ，則五邊形 $PQRST$ 的周長為 $\underline{40}$ 。
- 已知五邊形 $ABCDE \sim$ 五邊形 $PQRST$ ，其中 A 、 B 、 C 、 D 、 E 的對應頂點分別為 P 、 Q 、 R 、 S 、 T ，若 $\angle A = 120^\circ$ ， $\angle B = 108^\circ$ ， $\angle C = 110^\circ$ ， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{PQ} = 6$ ， $\overline{QR} = 7$ ， $\overline{RS} = 5$ ，回答下列問題：
(1) $\angle S + \angle T = \underline{202}$ 度。
(2) $\overline{BC} = \underline{14}$ ， $\overline{CD} = \underline{10}$ 。

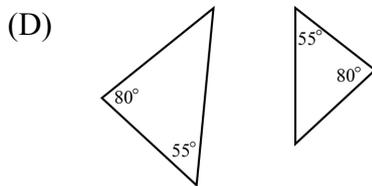
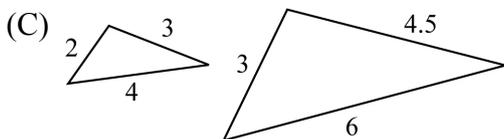
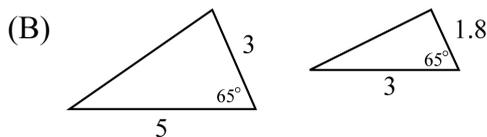
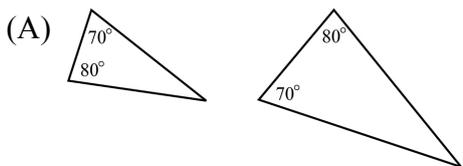
重點 4 AA 相似性質

■ 若兩個三角形的兩組（三組）對應角相等，則這兩個三角形相似。

例 如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，若 $\angle A = \angle D$ ，
 $\angle B = \angle E$ ，則 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

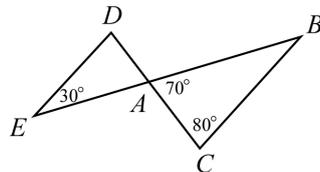


1. 下列哪幾組三角形為 AA 相似？ (A)、(D)。



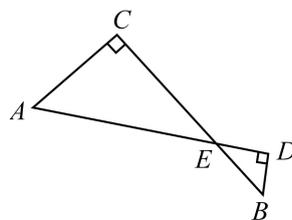
2. 如圖， $\angle DEA = 30^\circ$ ， $\angle BAC = 70^\circ$ ， $\angle ACB = 80^\circ$ ，說明 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ 。

$\therefore \angle DAE = \angle BAC = 70^\circ$ ，
 $\angle B = 180^\circ - 70^\circ - 80^\circ = 30^\circ = \angle E$ ，
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 相似性質)。



3. 如圖， $\angle C = \angle D = 90^\circ$ ， \overline{AD} 與 \overline{BC} 交於 E 點，若 $\overline{AC} = 6$ ，
 $\overline{AE} = 9$ ， $\overline{BD} = 2$ ，求 \overline{DE} 。

$\sqrt{5}$

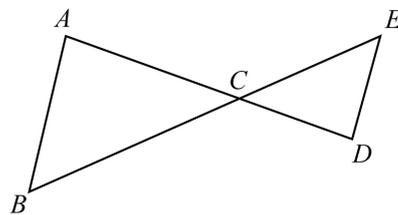


4. 如圖， $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ，若 $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{CD} = 3$ ，回答下列問題：

(1) 求 $\overline{BC} : \overline{CE}$ 。

(2) 若 $\overline{BE} = 16$ ，求 \overline{BC} 。

(1) $5 : 3$ (2) 10



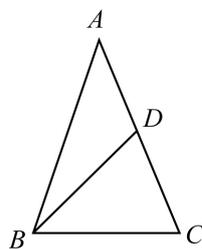
5. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{BC} = \overline{BD}$ ，若 $\overline{AB} = 27$ ， $\overline{BC} = 18$ ，
回答下列問題：

(1) $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDC$ 是否相似？理由為何？

(2) 求 \overline{AD} 。

(1) 相似，AA 相似性質

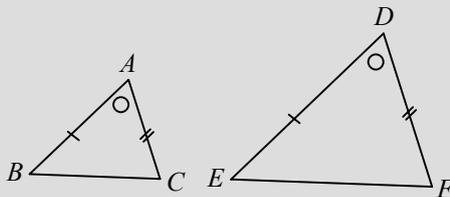
(2) 15



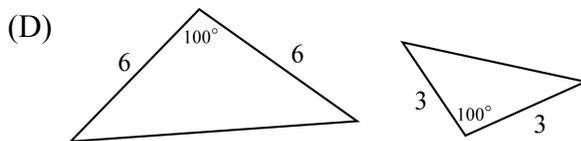
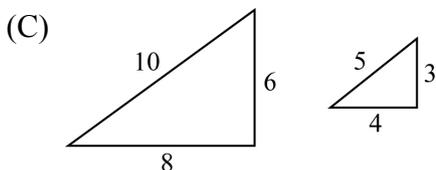
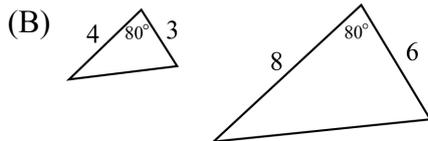
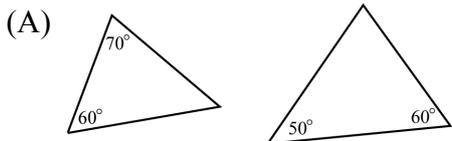
重點 5 SAS 相似性質

- 若兩個三角形有一組對應角相等，且夾此等角的兩組對應邊成比例，則這兩個三角形相似。

例 如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，若 $\angle A = \angle D$ ，
 $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}$ ，則 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

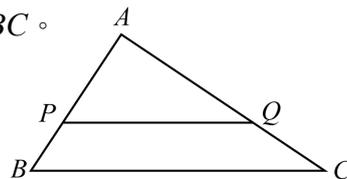


1. 下列哪幾組三角形為 SAS 相似？ (B)、(D)。



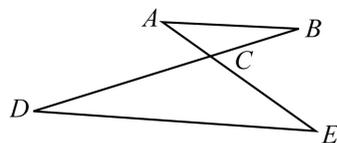
2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AQ} : \overline{AC} = 2 : 3$ ，說明 $\triangle APQ \sim \triangle ABC$ 。

$\because \angle A = \angle A$ ， $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AQ} : \overline{AC} = 2 : 3$ ，
 $\therefore \triangle APQ \sim \triangle ABC$ (SAS 相似性質)。



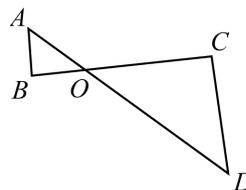
3. 如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle CDE$ 中， $\overline{AC} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{CE} = 6$ ， $\overline{CD} = 8$ ，
 $\overline{DE} = 12$ ，求 \overline{AB} 。

6



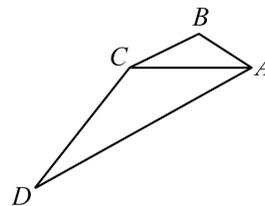
4. 如圖， $\triangle ABO$ 與 $\triangle CDO$ 中， $\overline{AB} = 1$ ， $\overline{BO} = 1$ ， $\overline{AO} = 1.5$ ， $\overline{CO} = 3$ ，
 $\overline{DO} = 4.5$ ，求 \overline{CD} 。

3



5. 如圖， $\angle ABC = \angle ACD$ ，若 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\overline{CD} = 10$ ，
 求 \overline{AD} 。

16



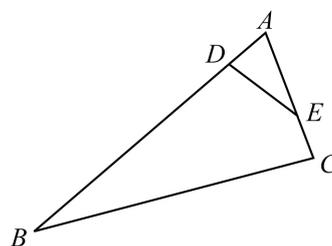
6. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD} = 2$ ， $\overline{AE} = 4$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{AB} = 12$ ，
 回答下列問題：

(1) $\triangle ADE$ 和 $\triangle ACB$ 是否相似？理由為何？

(2) 求 $\overline{DE} : \overline{BC}$ 。

(1) 相似，SAS 相似性質

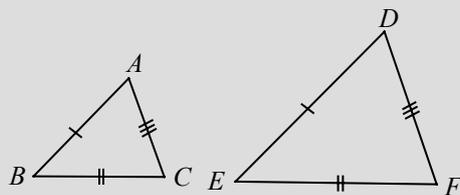
(2) 1 : 3



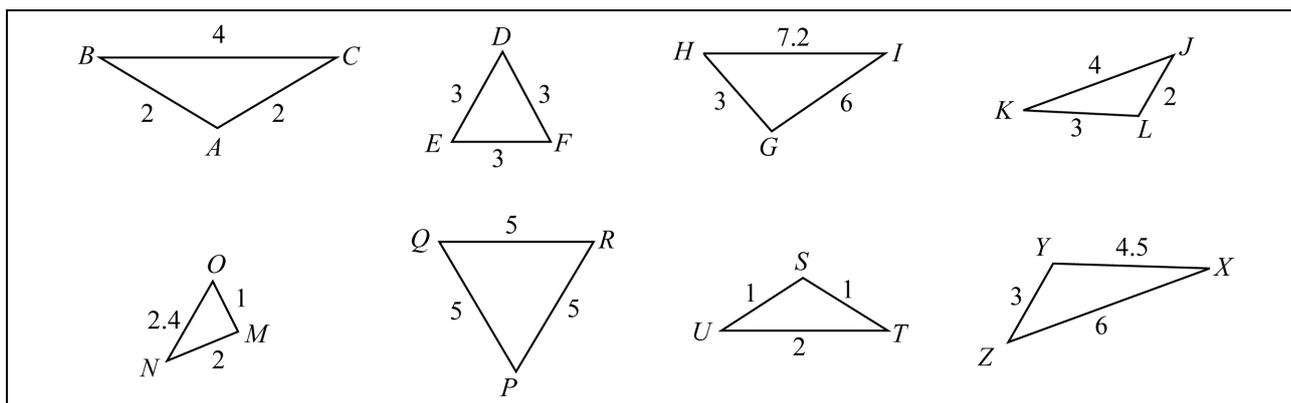
重點 6 SSS 相似性質

■ 若兩個三角形的三組對應邊成比例，則這兩個三角形相似。

例 如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，若 $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ ，
則 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。



1. 依對應點關係分別寫出相似的三角形。



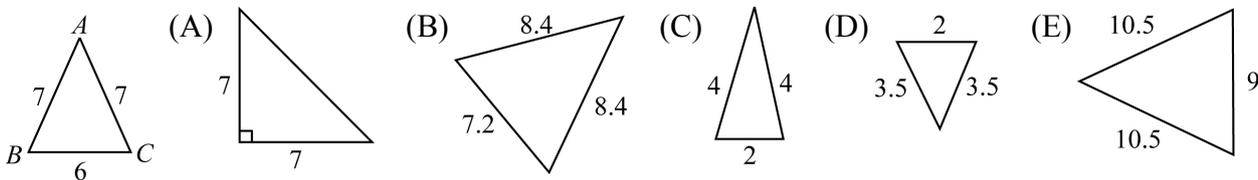
(1) $\triangle ABC \sim \triangle STU$ 。

(2) $\triangle DEF \sim \triangle PQR$ 。

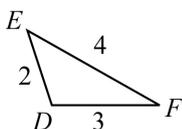
(3) $\triangle GHI \sim \triangle MNO$ 。

(4) $\triangle JKL \sim \triangle ZXY$ 。

2. 選出與 $\triangle ABC$ 相似的三角形：(B)、(E)。



3. 下列各選項代表一個三角形的三邊長，找出與 $\triangle DEF$ 相似的三角形：(C)、(E)、(F)。



(A) 2、2、3

(B) 3、5、4

(C) 6、12、9

(D) 5、6、7

(E) 10、20、15

(F) 3、6、4.5

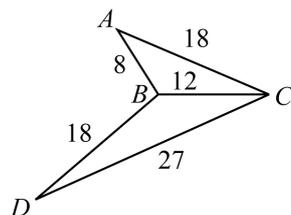
4. 如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle BDC$ 中， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{AC} = \overline{BD} = 18$ ，
 $\overline{CD} = 27$ ，說明 $\triangle ACB \sim \triangle CDB$ 。

$$\because \overline{AB} : \overline{BC} = 8 : 12 = 2 : 3,$$

$$\overline{BC} : \overline{BD} = 12 : 18 = 2 : 3,$$

$$\overline{AC} : \overline{DC} = 18 : 27 = 2 : 3,$$

$\therefore \triangle ACB \sim \triangle CDB$ (SSS 相似性質)。

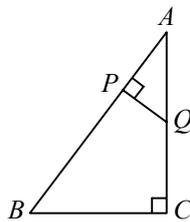


重點 7 相似性質的綜合應用

■ 三角形的相似性質有 AA (AAA) 相似、 SAS 相似、 SSS 相似。

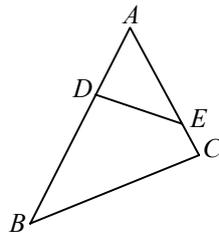
1. 如圖， $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上，已知 $\overline{AC} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{QP} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{AP} = 4$ ， $\overline{AQ} = \overline{QC} = 5$ ，求 \overline{BC} 。

$\frac{15}{2}$



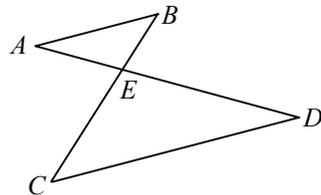
2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上，已知 $\angle B = \angle AED$ ， $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{AE} = 12$ ， $\overline{BC} = 20$ ，求 \overline{DE} 。

10



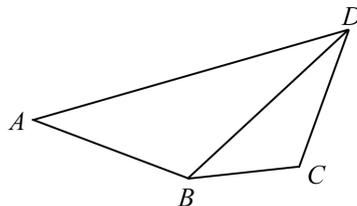
3. 如圖， \overline{AD} 和 \overline{BC} 相交於 E 點，已知 $\angle C = 40^\circ$ ， $\angle D = 30^\circ$ ， $\overline{AE} = 3$ ， $\overline{BE} = 2$ ， $\overline{CE} = 4$ ， $\overline{DE} = 6$ ，求 $\angle A$ 。

30°



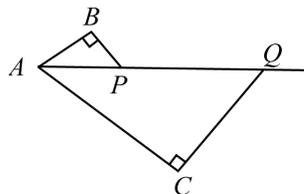
4. 如圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\angle DAB = \angle DBC$ ， $\overline{AB} = 1.8$ ， $\overline{BC} = 1.2$ ， $\overline{AD} = 3.6$ ， $\overline{BD} = 2.4$ ，求 \overline{CD} 。

1.6



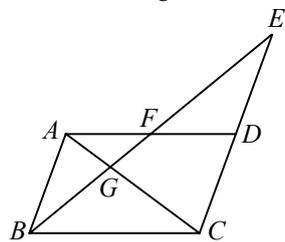
5. 如圖， \overline{AQ} 為 $\angle BAC$ 的角平分線， P 點在 \overline{AQ} 上，且 $\overline{PB} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{QC} \perp \overline{AC}$ ，若 $\overline{PB} = 3$ ， $\overline{QC} = 9$ ， $\overline{AP} = 5$ ，求 \overline{PQ} 。

10



6. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形， F 為 \overline{AD} 的中點， \overline{BF} 與 \overline{CD} 交於 E 點，若 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{BC} = 16$ ，求 \overline{CE} 。

20

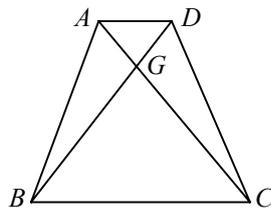


7. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為梯形， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， \overline{BD} 與 \overline{AC} 交於 G 點，若 $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{BC} = 24$ ，回答下列問題：

(1) 求 $\overline{AG} : \overline{GC}$ 。

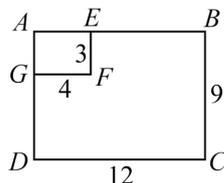
(2) 若 $\triangle ABD$ 的面積為 80，求 $\triangle AGD$ 的面積。

(1) 1 : 3 (2) 20



一、選擇題（每題 6 分，共 36 分）

(B) 1. 如圖，將長方形 $ABCD$ 縮放若干倍後，得到長方形 $AEFG$ ，則長方形 $ABCD$ 是長方形 $AEFG$ 的幾倍縮放圖？



- (A) 2 倍 (B) 3 倍 (C) 4 倍 (D) 5 倍

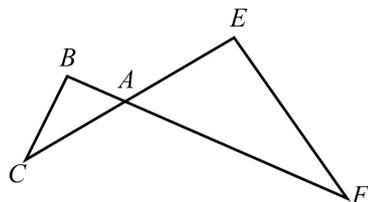
(D) 2. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 18$ 、 $\overline{BC} = 15$ 、 $\overline{AC} = 12$ ，則 $\triangle ABC$ 與下列哪一個三角形一定會相似？

- (A) $\triangle XYZ$ ， $\overline{XY} = 23$ 、 $\overline{YZ} = 20$ 、 $\overline{XZ} = 16$
 (B) $\triangle DEF$ ， $\overline{DE} = 12$ 、 $\overline{EF} = 9$ 、 $\overline{DF} = 8$
 (C) $\triangle PQR$ ， $\overline{PQ} = 9$ 、 $\overline{QR} = 7$ 、 $\overline{PR} = 8$
 (D) $\triangle STU$ ， $\overline{ST} = 6$ 、 $\overline{TU} = 5$ 、 $\overline{SU} = 4$

(D) 3. 下列哪一組的圖形互為相似形？

- (A) 有一內角為 40° 的兩個等腰三角形
 (B) 底角為 40° 的兩個等腰梯形
 (C) 上底與下底之比為 1 : 2 的兩個等腰梯形
 (D) 有一內角為 120° 的兩個等腰三角形

(A) 4. 如圖， \overline{EC} 與 \overline{BF} 交於 A 點，若 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AF} = 32$ ， $\overline{AC} = \overline{AE} = 16$ ， $\overline{EF} = 24.8$ ，則 $\overline{BC} = ?$

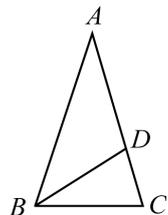


- (A) 12.4 (B) 16.2
 (C) 24 (D) 32

(D) 5. 已知四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $EFGH$ ， A 、 B 、 C 、 D 的對應頂點依序為 E 、 F 、 G 、 H ，若 $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ ， $\angle D = 72^\circ$ ，則 $\angle F = ?$

- (A) 60° (B) 72° (C) 84° (D) 96°

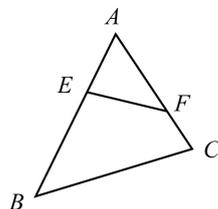
(B) 6. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{BC} = \overline{BD}$ ， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{AD} = 8$ ，則 \overline{BC} 在哪兩個整數之間？



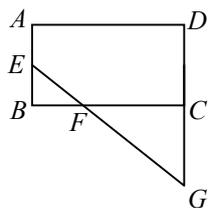
- (A) 5 與 6 (B) 6 與 7 (C) 7 與 8 (D) 8 與 9

二、填充題（每格 8 分，共 40 分）

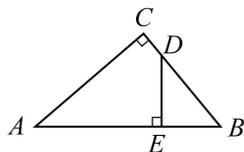
1. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AE} = 6$ ， $\overline{EB} = 10$ ， $\overline{AF} = 8$ ， $\overline{FC} = 4$ ， $\overline{EF} = 7$ ，則 $\overline{BC} = \underline{\quad 14 \quad}$ 。



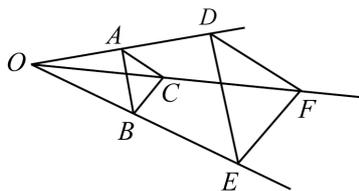
2. 如圖一，長方形 $ABCD$ 中， E 為 \overline{AB} 中點， $\overline{BF} : \overline{FC} = 1 : 2$ ，若 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AD} = 15$ ，則四邊形 $AEGD$ 的面積為 150。
3. 如圖二， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ 於 E 點， $\angle C = 90^\circ$ ，若 $\overline{CD} = 2$ ， $\overline{BE} = 4$ ， $\overline{BD} = 6$ ，則 $\overline{AE} =$ 8。
4. 如圖三， $\triangle DEF$ 為 $\triangle ABC$ 的縮放圖，若 $\overline{AC} = 28$ ， $\overline{BC} = 3x + 4$ ， $\overline{DF} = 56$ ， $\overline{EF} = 7x + 1$ ，則 $x =$ 7。
5. 如圖四， $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{BD} = 15$ ， $\angle A = \angle DBC = 80^\circ$ ，則 $\overline{CD} =$ 18。



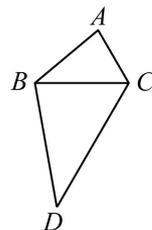
圖一



圖二



圖三



圖四

三、計算題（共 24 分）

1. 已知五邊形 $ABCDE \sim$ 五邊形 $PQRST$ ， A 、 B 、 C 、 D 、 E 的對應頂點依序為 P 、 Q 、 R 、 S 、 T ，回答下列問題：

(1) 若 $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{CD} = 3x + 1$ ， $\overline{QR} = 9$ ， $\overline{RS} = 2x - 1$ ，求 x 的值。（6 分）

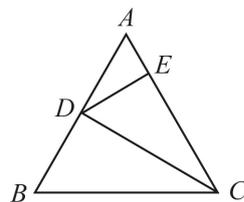
(2) 若 $\angle S + \angle T = 180^\circ$ ， $\angle P : \angle Q : \angle R = 7 : 5 : 6$ ，求 $\angle B$ 。（6 分）

(1) 8

(2) 100°

2. 如圖， $\triangle ABC$ 為正三角形， D 、 E 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上的一點， $\angle CDE = 60^\circ$ ，若 $\overline{BD} = 8$ ， $\overline{AE} = 4$ ，則 $\triangle ABC$ 的邊長為何？（12 分）

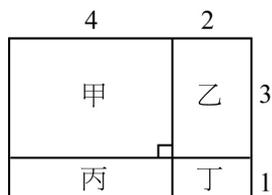
16



一、選擇題（每題 10 分，共 40 分）

(B) 1. 將右圖的矩形分割成甲、乙、丙、丁四個小矩形，哪一個與原矩形相似？

- (A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 丁



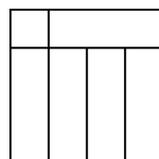
(B) 2. 若四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $PQRS$, $\overline{AB} = \frac{3}{2} \overline{PQ}$, 且四邊形 $PQRS \sim$ 四邊形 $EFGH$,

$\overline{GH} = \frac{4}{3} \overline{RS}$, 則下列敘述何者正確？

- (A) $\overline{AB} = \frac{8}{9} \overline{EF}$ (B) $\overline{EF} = \frac{8}{9} \overline{AB}$ (C) $\overline{EF} = \frac{1}{4} \overline{AB}$ (D) $\overline{AB} = \frac{1}{4} \overline{EF}$

(C) 3. 如圖，大正方形是由一個小正方形與五個大小相同的長方形所組合而成，則大正方形是小正方形的幾倍縮放圖？

- (A) 8 倍 (B) 6 倍 (C) 4 倍 (D) 2 倍

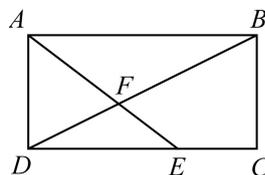


(A) 4. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 若 $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC} = 3 : 4 : 5$, $\triangle DEF$ 的面積為 216, 則 $\triangle DEF$ 最長邊的長度是多少？

- (A) 30 (B) 24 (C) 18 (D) 12

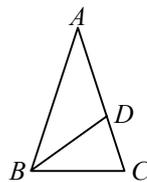
二、填充題（每格 10 分，共 40 分）

1. 如圖，矩形 $ABCD$ 中， E 點在 \overline{CD} 上，連接 \overline{AE} 交 \overline{BD} 於 F 點，若 $\overline{AB} = 12$, $\overline{AD} = 6$, $\overline{DE} = 2\overline{CE}$, 則 $\overline{EF} =$ 4。



2. 正方形瓷磚有 180 塊，先用其中 6 塊拼成一個 2×3 的小長方形，再將剩下的瓷磚排成一個最大且與原來小長方形相似的大長方形，則最後剩下 24 塊瓷磚。

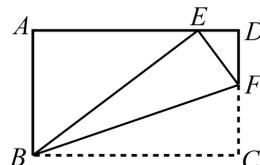
3. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 2$, D 點在 \overline{AC} 上，且 $\overline{BD} = \overline{BC} = \overline{AD}$, 則 $\overline{BC} =$ $-1 + \sqrt{5}$ 。



4. 有兩個相似五邊形，其中一個邊長為 $a, 5, b, 4, 7$, 另一個邊長為 $9, c, d, 12, 21$, 若較大的五邊形周長為 75, 則 $2a + 3b - 4c - 5d =$ -126。

三、計算題（共 20 分）

如圖，長方形 $ABCD$ 中，將 \overline{BC} 往 \overline{AD} 的方向摺過去，使 C 點落在 \overline{AD} 上的 E 點，若 $\overline{AB} = 9$, $\overline{AE} = 12$, 求 \overline{BC} 、 \overline{CF} 。



$\overline{BC} = 15$, $\overline{CF} = 5$

重點 1 相似三角形的對應關係

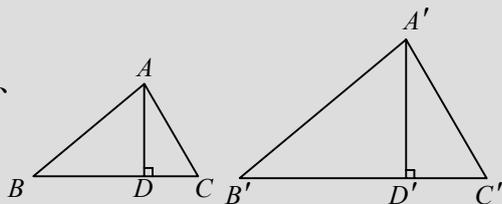
■ 兩個相似三角形中，(1)對應高的比=對應邊長的比；

(2)面積的比=對應邊長的平方比。

例 如圖， $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， \overline{AD} 、 $\overline{A'D'}$ 分別為 $\triangle ABC$ 、 $\triangle A'B'C'$ 的高，已知 $\overline{AB} : \overline{A'B'} = 2 : 3$ ，則

(1) $\overline{AD} : \overline{A'D'} = 2 : 3$ 。

(2) $\triangle ABC$ 的面積 : $\triangle A'B'C'$ 的面積 = $2^2 : 3^2 = 4 : 9$ 。



1. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ， \overline{AH} 為 \overline{BC} 上的高， \overline{DG} 為 \overline{EF} 上的高，若 $\overline{AH} : \overline{DG} = 5 : 2$ ， $\overline{AB} = 15$ ，求 \overline{DE} 。

6

2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AF} \perp \overline{BC}$ ，且 \overline{AF} 交 \overline{DE} 於 G 點，若 $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{AF} = 10$ ， $\overline{GF} = 4$ ，求 \overline{DE} 。

7.2

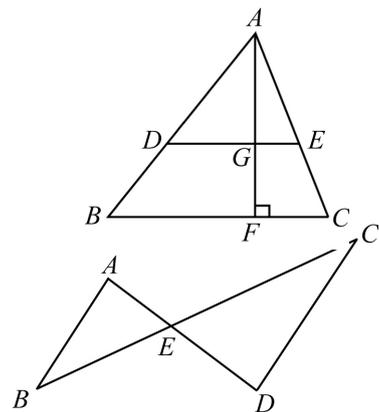
3. 如圖， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AE} = 7$ ， $\overline{ED} = 9$ ， $\overline{CE} = 18$ ，求：

(1) \overline{BE} 。

(2) $\triangle ABE$ 的面積 : $\triangle DCE$ 的面積。

(1) 14

(2) 49 : 81



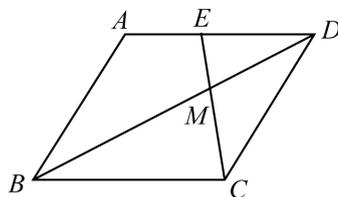
4. 如圖， $\square ABCD$ 中， $\overline{AE} : \overline{BC} = 2 : 5$ ，求：

(1) $\overline{EM} : \overline{MC}$ 。

(2) $\triangle EMD$ 的面積 : $\triangle CMB$ 的面積。

(1) 3 : 5

(2) 9 : 25



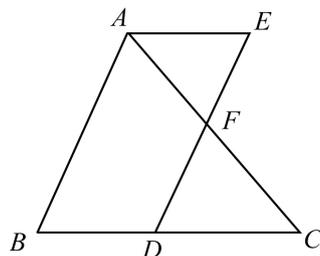
5. 如圖，四邊形 $ABDE$ 為平行四邊形， D 為 \overline{BC} 上一點， \overline{AC} 與 \overline{DE} 交於 F 點，且 $\overline{BD} : \overline{CD} = 3 : 4$ ，求：

(1) $\triangle AEF$ 的面積 : $\triangle CDF$ 的面積。

(2) $\triangle AEF$ 的面積 : $\triangle ABC$ 的面積。

(1) 9 : 16

(2) 9 : 49

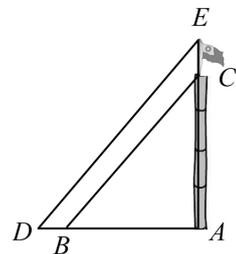


重點 2 簡易測量

■ 生活中無法直接求得的距離或長度，可利用相似三角形作簡易測量。

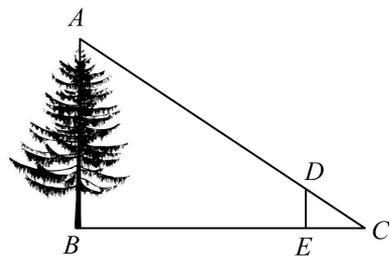
1. 如圖，一根竹竿 \overline{AC} 長 4 公尺，當時的影子長 \overline{AB} 是 3 公尺。若在同一時間，在竹竿頂端再插上一支 1 公尺的旗子 \overline{EC} ，求旗子的影子長 \overline{BD} 。

$\frac{3}{4}$ 公尺



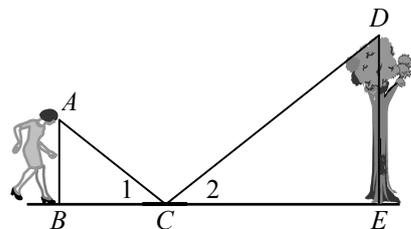
2. 如圖，欣欣想要測量樹高 \overline{AB} ，她在樹前 12 公尺的 E 點立了一根 2 公尺長的標竿 \overline{DE} ，且 \overline{AD} 和 \overline{BE} 的延長線交於 C 點，又測得 \overline{BC} 為 15 公尺，求樹高 \overline{AB} 。

10 公尺



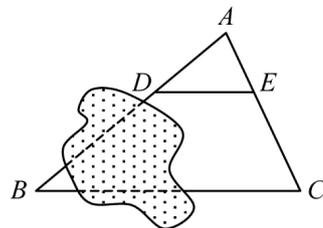
3. 如圖，甜甜想測量樹高，她先在樹的前面 4 公尺處水平放一面鏡子 (C 點)，再從離鏡前 2 公尺處 (B 點) 向鏡子看，結果在鏡中的最上緣處看到樹梢，已知甜甜身高 160 公分，求樹高。

320 公分



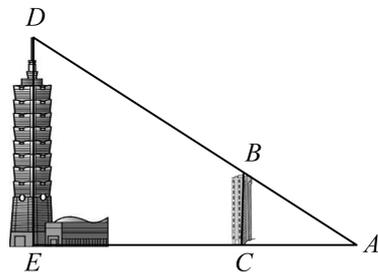
4. 如圖， B 、 C 兩點之間有一湖泊，為了求出 B 點與 C 點之間的距離，先找到一個 A 點，量出 $\overline{AC} = 160$ 公尺， $\overline{AE} = 60$ 公尺，再作 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，使 A 、 D 、 B 三點在同一直線上，量得 $\overline{DE} = 90$ 公尺，求 \overline{BC} 。

240 公尺



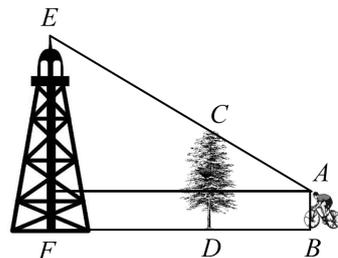
5. 如圖，臺北 101 大樓的高度 \overline{DE} 約為 510 公尺，其前方 400 公尺處有另一棟大樓，高度為 \overline{BC} ，在某一時刻，兩棟大樓的影子頂端重疊在 A 點，已知臺北 101 大樓的影長為 600 公尺，求 \overline{BC} 。

170 公尺



6. 如圖，阿宏到郊外騎腳踏車，看見前方 8 公尺處有一座高塔 \overline{EF} ，高塔和阿宏之間有一棵樹 \overline{CD} ，高為 6 公尺，已知 $\overline{AB} = 1.8$ 公尺，且 $\overline{BD} : \overline{DF} = 3 : 5$ ，求塔高 \overline{EF} 。

13 公尺



重點 3 特殊直角三角形的邊長比

- 直角三角形 ABC 中， $\angle A=30^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$ ，則 $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 。
- 等腰直角三角形 ABC 中， $\angle A=\angle B=45^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$ ，則 $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = 1 : 1 : \sqrt{2}$ 。

1. $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ， $\overline{BC}=8$ ，求 \overline{AB} 和 \overline{AC} 的長。

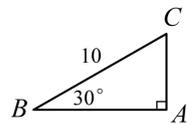
$$\overline{AB} = 8\sqrt{3}, \overline{AC} = 16$$

2. $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $\angle A=60^\circ$ ， $\overline{BC}=3\sqrt{3}$ ，求 $\triangle ABC$ 的面積。

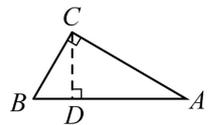
$$\frac{9}{2}\sqrt{3}$$

3. 如右圖， $\overline{BC}=10$ ， $\angle B=30^\circ$ ，則 $\overline{BA} = \underline{5\sqrt{3}}$ ，

面積為 $\underline{\frac{25\sqrt{3}}{2}}$ 。



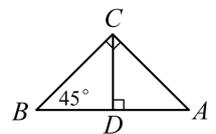
4. 如右圖， $\angle B=60^\circ$ ， $\overline{AC}=6\sqrt{3}$ ，則斜邊上的高 $\overline{CD} = \underline{3\sqrt{3}}$ 。



5. $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $\angle A=45^\circ$ ， $\overline{BC}=9$ ，則 $\overline{AB} = \underline{9}$ ， $\overline{AC} = \underline{9\sqrt{2}}$ 。

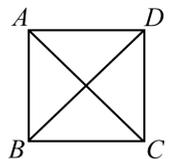
6. 在等腰直角三角形 ABC 中， $\angle B=90^\circ$ ， $\overline{AC}=6\sqrt{2}$ ，則面積為 $\underline{18}$ 。

7. 如右圖， $\angle B=45^\circ$ ， $\overline{AC}=3\sqrt{2}$ ，則斜邊上的高 $\overline{CD} = \underline{3}$ 。



8. 有一等腰直角三角形 ABC ，若其一股長為 8，則斜邊長為 $\underline{8\sqrt{2}}$ ，
周長為 $\underline{16+8\sqrt{2}}$ 。

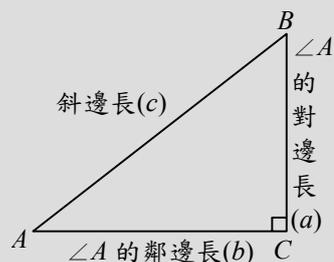
9. 右圖正方形 $ABCD$ 中， $\overline{AC}=26$ ，則正方形 $ABCD$ 的周長為 $\underline{52\sqrt{2}}$ 。



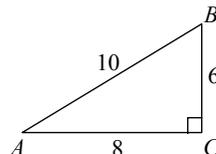
重點 4 直角三角形的三角比

■ 如圖，在直角三角形 ABC 中， $\angle C=90^\circ$ ，

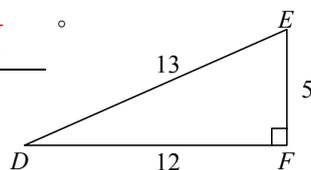
- (1) $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}}$ 記作 $\sin \angle A$ ，簡記成 $\sin A$ ，即 $\frac{a}{c} = \sin A$ 。
- (2) $\frac{\angle A \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$ 記作 $\cos \angle A$ ，簡記成 $\cos A$ ，即 $\frac{b}{c} = \cos A$ 。
- (3) $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}}$ 記作 $\tan \angle A$ ，簡記成 $\tan A$ ，即 $\frac{a}{b} = \tan A$ 。



1. 如圖， $\triangle ABC$ 為直角三角形， $\angle C=90^\circ$ ，則 $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}} = \frac{3}{5}$ 。



2. 如圖， $\triangle DEF$ 為直角三角形， $\angle F=90^\circ$ ，則 $\frac{\angle E \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}} = \frac{5}{13}$ 。



3. 在直角三角形 ABC 中， $\angle B=90^\circ$ ，且 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC} = 9 : 40 : 41$ 。

將下列 $\triangle ABC$ 各邊長的比值分別以 $\sin A$ 、 $\cos A$ 、 $\tan A$ 表示。

(1) $\frac{9}{41} = \underline{\cos A}$ 。 (2) $\frac{40}{9} = \underline{\tan A}$ 。 (3) $\frac{40}{41} = \underline{\sin A}$ 。

4. 在直角三角形 ABC 中， $\angle C=90^\circ$ ，且 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC} = 29 : 21 : 20$ 。

將下列 $\triangle ABC$ 各邊長的比值分別以 $\sin A$ 、 $\cos A$ 、 $\tan A$ 表示。

(1) $\frac{21}{29} = \underline{\sin A}$ 。 (2) $\frac{20}{29} = \underline{\cos A}$ 。 (3) $\frac{21}{20} = \underline{\tan A}$ 。

5. 已知坡度百分比 = $\frac{\text{鉛直上升高度}}{\text{水平移動距離}} \times 100\%$ ，若歡樂遊戲場滑板坡道的坡度百分比為 12%，且水平距離為 25 公尺，則此滑板坡道的鉛直高度為 3 公尺。

6. 已知坡度百分比 = $\frac{\text{鉛直上升高度}}{\text{水平移動距離}} \times 100\%$ ，若酷炫遊戲場滑板坡道的坡度百分比為 10%，且鉛直高度為 1.5 公尺，則此滑板坡道的水平距離為 15 公尺。

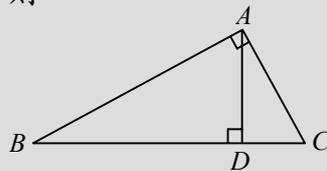
重點 5 直角三角形母子相似性質 (補充)

■ 如圖，直角三角形 ABC 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點，則：

(1) $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$ 。

(2) $\overline{AC}^2 = \overline{CD} \times \overline{CB}$ 。

(3) $\overline{AD}^2 = \overline{DB} \times \overline{DC}$ 。



1. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，若 $\angle B=37^\circ$ ，回答下列問題：

(1) 求 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 。

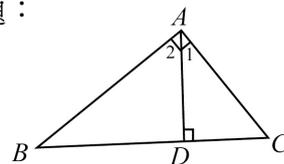
(2) $\triangle CDA$ 和 $\triangle CAB$ 是否相似？理由為何？

(3) $\triangle CDA$ 和 $\triangle ADB$ 是否相似？理由為何？

(1) $\angle 1=37^\circ$ ， $\angle 2=53^\circ$

(2) 相似，AA 相似性質

(3) 相似，AA 相似性質



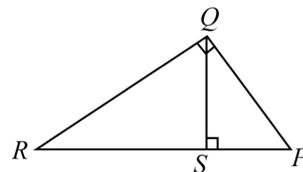
2. 如圖， $\triangle PQR$ 中， $\angle PQR=90^\circ$ ， $\overline{QS} \perp \overline{PR}$ ，回答下列問題：

(1) 若 $\overline{PQ}=8$ ， $\overline{PS}=5$ ，求 \overline{SR} 。

(2) 若 $\overline{PS}=6$ ， $\overline{SR}=12$ ，求 \overline{QS} 。

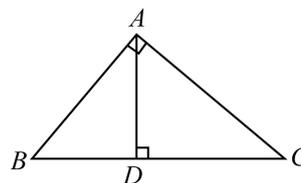
(1) $\frac{39}{5}$

(2) $6\sqrt{2}$



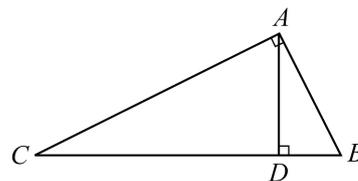
3. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，若 $\overline{AD}=8$ ，求 $\overline{BD} \times \overline{DC}$ 的值。

64



4. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，若 $\overline{BD}=2$ ， $\overline{DC}=8$ ，求 $\triangle ABC$ 的面積。

20



5. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， A 、 C 兩點分別在 x 軸上， B 點在 y 軸上，若 $A(-1, 0)$ 、 $B(0, a)$ 、 $C(4, 0)$ ，求：

(1) \overline{AB} 。

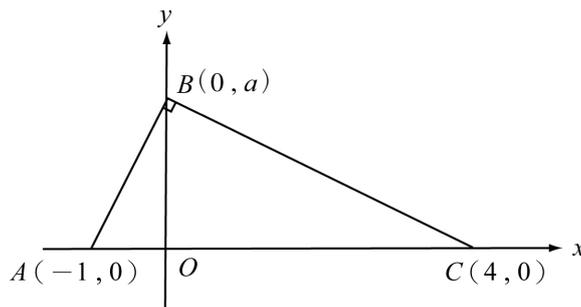
(2) B 點坐標。

(3) $\triangle ABC$ 的面積。

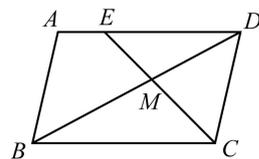
(1) $\sqrt{5}$

(2) $(0, 2)$

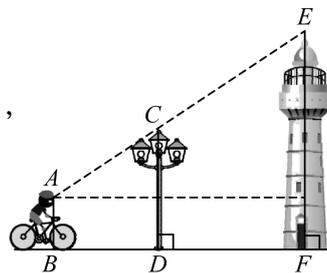
(3) 5



3. 如圖， $\square ABCD$ 中， $\overline{AE} = \frac{1}{4} \overline{BC}$ ，
則 $\triangle EMD$ 的面積： $\triangle CMB$ 的面積 = 9 : 16。



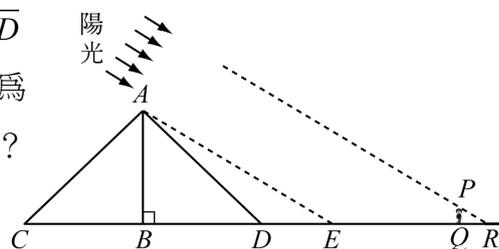
4. 如圖，馥真到郊外騎腳踏車，看見前方 12 公尺處有一座高塔 \overline{EF} ，
高塔和馥真之間有一座路燈 \overline{CD} ，且 A 、 C 、 E 三點恰好在同一直線上，
若 $\overline{AB} = 1.5$ 公尺， $\overline{CD} = 3.5$ 公尺， $\overline{BD} : \overline{DF} = 5 : 7$ ，
則高塔 \overline{EF} 為 6.3 公尺。



5. 一斜坡長 80 公尺、高 6 公尺，把一重物從斜坡起點推到坡上 20 公尺處停下來，則停下來的地點高度是 1.5 公尺。

三、計算題（每題 12 分，共 24 分）

1. 如圖，政杰想測量金字塔的高度 \overline{AB} ，已知金字塔的底邊 \overline{CD} 長 40 公尺，測得塔的影長 \overline{DE} 為 12 公尺，政杰的影長 \overline{QR} 為 3 公尺，若政杰的身高為 180 公分，則塔高 \overline{AB} 為多少公尺？
19.2 公尺



2. 通常計算坡度時會用「坡度百分比」表示：坡度百分比 = $\frac{\text{鉛直上升高度}}{\text{水平移動距離}} \times 100\%$ 。

甲、乙、丙、丁四地的海拔高度與水平距離的關係如右圖。

若甲地到乙地的海拔高度持續上升，坡度為 7%；

乙地到丙地的海拔高度持續上升，坡度為 10%；

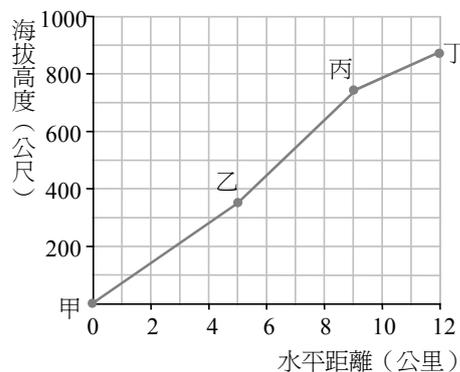
丁地的海拔高度為 840 公尺。

以下為兩位同學對於右圖分析，判別他們的說法是否正確。

A 生：「甲地到乙地的坡度和甲地到丁地的坡度相同。」

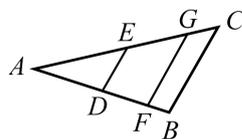
B 生：「乙地到丙地的坡度比丙地到丁地的坡度大。」

兩人說法皆正確。



一、選擇題 (每題 10 分, 共 40 分)

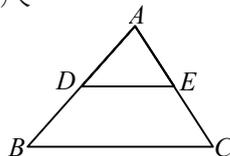
- (C) 1. 如圖, $\triangle ABC$ 中, $\overline{DE} \parallel \overline{FG} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AD} = 4$, $\overline{DF} = 2$, $\overline{FB} = 1$, 則 $\triangle ADE$ 的面積 : 梯形 $DEGF$ 的面積 : 梯形 $FGCB$ 的面積 = ?
- (A) 9 : 16 : 11 (B) 9 : 25 : 36
(C) 16 : 20 : 13 (D) 16 : 20 : 15



- (B) 2. $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, $\overline{BC} = 9$, 則 $\overline{AC} = ?$
- (A) 9 (B) $9\sqrt{2}$ (C) $9\sqrt{3}$ (D) 10

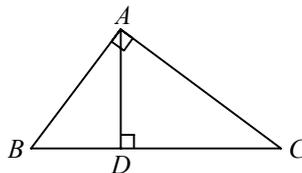
- (C) 3. 地上置有一燈, 照著一道高牆, 文莉身高為 1.5 公尺, 從置燈處往高牆走了 3 公尺時, 牆壁上人影的高剛好也是 3 公尺; 若再向前走 1 公尺, 則牆上人影的高為多少公尺?
- (A) 1.75 公尺 (B) 2 公尺 (C) 2.25 公尺 (D) 2.5 公尺

- (B) 4. 如圖, $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 的中點, 若四邊形 $DBCE$ 的面積為 18, 則 $\triangle ADE$ 的面積為何?
- (A) 8 (B) 6 (C) 4 (D) 2

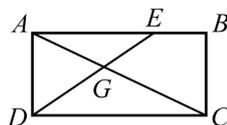


二、填充題 (每格 10 分, 共 40 分)

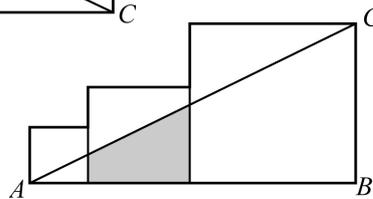
1. 如圖, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點, 若 $\overline{AD} = 12$, $\overline{BC} = 25$, 則 $\overline{AC} = \underline{20}$ 。



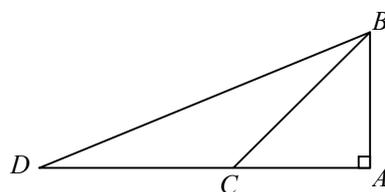
2. 如圖, 矩形 $ABCD$ 中, $\overline{AE} : \overline{BE} = 2 : 1$, $\overline{AD} = 5$, $\overline{CD} = 12$, 則四邊形 $EGCB$ 的面積為 22。



3. 如圖, 三個邊長分別為 2、3、5 的正方形緊密排列在一起, 連接 \overline{AC} , 則灰色區域的面積為 $\underline{\frac{21}{4}}$ 。

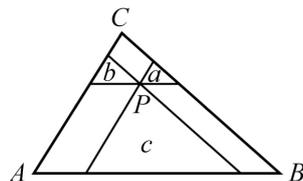


4. 如圖, C 在 \overline{AD} 上, $\angle A = 90^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$, 且 $\angle ACB = 2\angle D$, $\overline{AB} = 6$, 則 $\frac{\angle D \text{ 的對邊長}}{\angle D \text{ 的鄰邊長}} = \underline{\sqrt{2}-1}$ 。



三、計算題 (共 20 分)

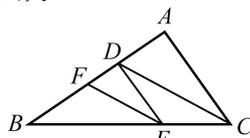
如圖, P 是 $\triangle ABC$ 內一點, 過 P 點分別作直線平行於 $\triangle ABC$ 的各邊, 已知圖中的三個小三角形 a 、 b 、 c 的面積分別為 4、9、49, 求 $\triangle ABC$ 的面積。



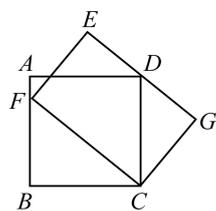
一、選擇題 (每題 10 分, 共 40 分)

- (D) 1. 已知曉玉的身高為 180 公分, 在太陽下, 當她的影子長為 120 公分時, 量出旁邊旗桿的影子長為 320 公分, 則旗桿的高度為多少公分?
 (A) 400 公分 (B) 420 公分 (C) 450 公分 (D) 480 公分

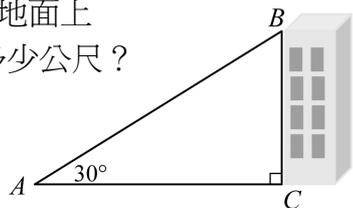
- (A) 2. 如圖, $\triangle ABC$ 中, $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$, $\overline{CD} \parallel \overline{EF}$, $\overline{BE} : \overline{CE} = 3 : 2$, 則 $\overline{BF} : \overline{AD} = ?$
 (A) 9 : 10 (B) 10 : 9 (C) 9 : 4 (D) 4 : 9



- (D) 3. 如圖, 正方形 $ABCD$ 的邊長為 16, 四邊形 $EFCG$ 為長方形, 且 $\overline{CF} = 20$, 則 $\overline{EF} = ?$
 (A) $\frac{52}{5}$ (B) $\frac{56}{5}$ (C) $\frac{60}{5}$ (D) $\frac{64}{5}$



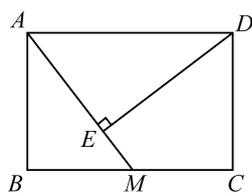
- (B) 4. 光硯想測量某棟大樓 (\overline{BC}) 的高度, 先在離大樓 72 公尺的地面上 (A 點), 測得樓頂最高處的仰角為 30° , 則此大樓的高度為多少公尺?
 (A) 24 公尺 (B) $24\sqrt{3}$ 公尺
 (C) 48 公尺 (D) $48\sqrt{3}$ 公尺



二、填充題 (每格 10 分, 共 40 分)

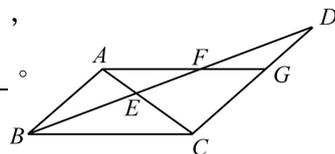
1. $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, $\overline{BC} = 3\sqrt{3}$, 則 $\triangle ABC$ 的面積 = $\frac{9}{2}\sqrt{3}$ 。

2. 有兩個矩形, 其中一個的長、寬分別為 13、10, 另一個的長、寬分別為 19、14, 若將這兩個矩形的長、寬都減去 x 之後, 所得的兩個矩形會相似, 則 $x =$ 4。



3. 如圖, 長方形 $ABCD$ 中, $\overline{AB} = 20$, $\overline{BC} = 30$, M 為 \overline{BC} 的中點, 且 $\overline{DE} \perp \overline{AM}$, 則 $\overline{DE} =$ 24。

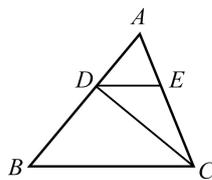
4. 如圖, 四邊形 $ABCG$ 為平行四邊形, \overline{BD} 交 \overline{AC} 於 E 點、交 \overline{AG} 於 F 點, 且 $C、G、D$ 三點共線, 若 $2\overline{CG} = 3\overline{DG}$, 則 $\overline{BE} : \overline{DF} =$ 15 : 16。



三、計算題 (共 20 分)

如圖, $\triangle ABC$ 中, $\overline{AD} < \overline{BD}$, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, 若 $\triangle CDE$ 的面積為 6, $\triangle ABC$ 的面積為 25, 求 $\triangle ADE$ 的面積。

4



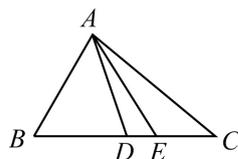
一、選擇題 (每題 6 分, 共 36 分)

(C) 1. 下列哪一組的圖形一定為相似形?

- (A)兩個大小不同的平行四邊形 (B)兩個大小不同的菱形
(C)兩個大小不同的正方形 (D)兩個大小不同的梯形

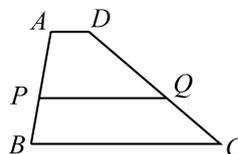
(D) 2. 如圖, $\triangle ABC$ 中, $\overline{BD} = 6$, $\overline{DE} = 2$, $\overline{EC} = 4$,
則 $\triangle ABE$ 與 $\triangle ADC$ 的面積比為何?

- (A) 1 : 1 (B) 2 : 1
(C) 3 : 4 (D) 4 : 3



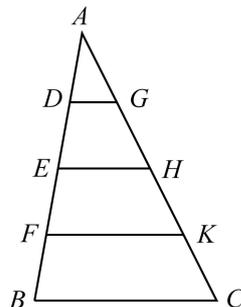
(B) 3. 如圖, 四邊形 $ABCD$ 為梯形, $\overline{AD} \parallel \overline{PQ} \parallel \overline{BC}$, 若 $\overline{DQ} = 2x$,
 $\overline{QC} = 6$, $\overline{AP} = 2x - 3$, $\overline{PB} = 4$, 則 $\overline{AB} = ?$

- (A) 8 (B) 10
(C) 12 (D) 14



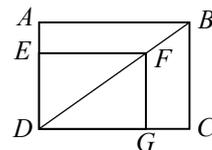
(C) 4. 如圖, $\triangle ABC$ 中, $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FB}$,
 $\overline{AG} = \overline{GH} = \overline{HK} = \overline{KC}$, 若 $\overline{BC} = 24$,
則 $\overline{DG} + \overline{EH} + \overline{FK} = ?$

- (A) 18 (B) 24
(C) 36 (D) 48



(B) 5. 如圖, 若矩形 $DEFG \sim$ 矩形 $DABC$, 且矩形 $DEFG$ 的面積
 $= \frac{1}{2}$ 矩形 $DABC$ 的面積, 則 $\overline{AB} : \overline{EF} = ?$

- (A) $\sqrt{3} : 1$ (B) $\sqrt{2} : 1$
(C) $\sqrt{6} : 2$ (D) $\sqrt{11} : 3$

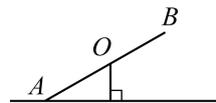


(B) 6. $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle B = 90^\circ$, 且 $\overline{AB} = 1$, 若 $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}} = 2$, 則 $\overline{AC} = ?$

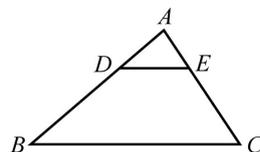
- (A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{5}$ (C) $\sqrt{7}$ (D) $\sqrt{10}$

二、填充題 (每格 6 分, 共 36 分)

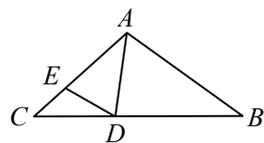
1. 如圖, \overline{AB} 是一個不等臂的蹺蹺板, O 為支點, O 點離地面 40 公分,
且 $\overline{OA} : \overline{OB} = 5 : 4$, 則當 A 點接觸地面時, B 點離地面的距離
為 72 公分。



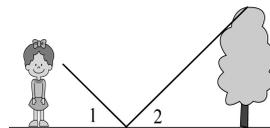
2. 如圖, $\triangle ABC$ 中, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AD} = 2x - 1$, $\overline{BD} = 3x + 1$,
 $\overline{AE} = x + 1$, $\overline{CE} = 2x + 2$, $\overline{BC} = 18$, 則 $\overline{DE} =$ 6。



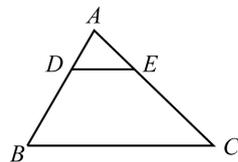
3. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AE} = \overline{CD} = 10$ ， $\overline{CE} = 5$ ， $\overline{BD} = 15$ ， $\triangle CDE$ 的面積為 6，則 $\triangle ABD$ 的面積為 27。



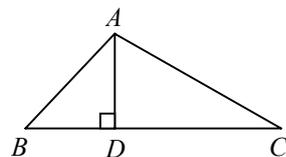
4. 如圖，文容想測量樹的高度，她先在樹的西方 3 公尺處的地面放一面小鏡子，再由鏡子西方 1.5 公尺處向鏡子看，透過光的反射看到樹梢（ $\angle 1 = \angle 2$ ），若文容眼睛離地面的高度為 1.6 公尺，則樹高為 3.2 公尺。



5. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\overline{AE} = 4$ ， $\overline{EC} = 8$ ， $\triangle ADE$ 的面積為 6，則梯形 $DECB$ 的面積為 48。

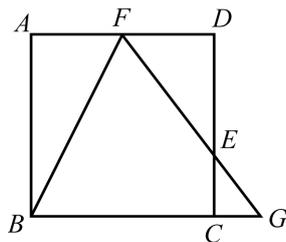


6. 如圖， $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ，若 $\overline{AB} = 10\sqrt{2}$ ，則 $\overline{BC} = \underline{10+10\sqrt{3}}$ 。



三、計算題（共 28 分）

1. 如圖，四邊形 $ABCD$ 是正方形， E 、 F 兩點分別在 \overline{CD} 、 \overline{AD} 上，延長 \overline{EF} 交 \overline{BC} 於 G 點，若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{DE} = 8$ ， $\overline{DF} = 6$ ，求 $\triangle BFG$ 的面積。（12 分）



90

2. 右表為普樂遊戲店的產品與販售價格，回答下列問題：（每小題 8 分，共 16 分）

- (1) 若小宇購買一臺遊戲機及二手的 B 、 C 兩款遊戲片；
小丞購買一臺遊戲機及二手的 A 、 B 、 C 三款遊戲片；
小維購買兩組遊戲把手及一個遊戲機保護套，則小宇、小丞與小維三人購買的金額比為何？
- (2) 小佳用 12000 元購買二手的 A 、 B 、 C 三款遊戲片且無剩餘，並將購買的所有遊戲片捐給幼兒園，已知小佳購買的三款遊戲片數量皆相同，則她購買 C 遊戲片花費多少元？

產品	價格(元)
瘋天堂遊戲機(一臺)	9000
A 遊戲片(二手)	600
B 遊戲片(二手)	1000
C 遊戲片(二手)	800
遊戲把手(一組)	1800
遊戲機保護套(一個)	900

(1) 36 : 38 : 15

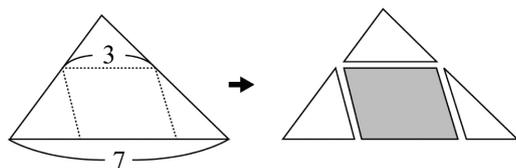
(2) 4000 元

- (B) 1. 小柔想要搾果汁，她有蘋果、芭樂、柳丁三種水果，且其顆數比為 9 : 7 : 6。小柔搾完果汁後，蘋果、芭樂、柳丁的顆數比變為 6 : 3 : 4。已知小柔搾果汁時沒有使用柳丁，關於她搾果汁時另外兩種水果的使用情形，下列敘述何者正確？

- (A) 只使用蘋果
(B) 只使用芭樂
(C) 使用蘋果及芭樂，且使用的蘋果顆數比使用的芭樂顆數多
(D) 使用蘋果及芭樂，且使用的芭樂顆數比使用的蘋果顆數多

[107 會考第 23 題]

- (D) 2. 如圖，將一張面積為 14 的大三角形紙片沿著虛線剪成三張小三角形紙片與一張平行四邊形紙片。根據圖中標示的長度，求平行四邊形紙片的面積為何？



- (A) $\frac{21}{5}$ (B) $\frac{42}{5}$
(C) $\frac{24}{7}$ (D) $\frac{48}{7}$

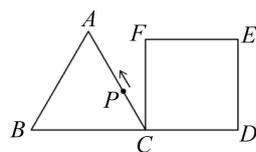
[108 會考第 17 題]

- (C) 3. 中秋節時阿柚製作的廣式月餅、蛋黃酥、鳳梨酥的數量比為 2 : 1 : 3，其中只有製作廣式月餅和蛋黃酥時使用鹹蛋黃。若阿柚製作每個廣式月餅時使用 2 顆鹹蛋黃，製作每個蛋黃酥時使用 1 顆鹹蛋黃，且總共使用 120 顆鹹蛋黃，則他製作了幾個鳳梨酥？

- (A) 45 (B) 60
(C) 72 (D) 120

[109 會考第 16 題]

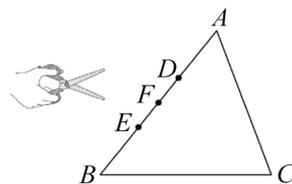
- (A) 4. 右圖的正三角形 ABC 與正方形 $CDEF$ 中， B 、 C 、 D 三點共線，且 $\overline{AC} = 10$ ， $\overline{CF} = 8$ 。若有一動點 P 沿著 \overline{CA} 由 C 往 A 移動，則 \overline{FP} 的長度最小為多少？



- (A) 4 (B) 5
(C) $4\sqrt{3}$ (D) $5\sqrt{3}$

[109 會考第 20 題]

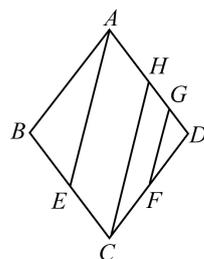
- (D) 5. 右圖為三角形紙片 ABC ，其中 D 點和 E 點將 \overline{AB} 分成三等分， F 點為 \overline{DE} 中點。若小慕從 \overline{AB} 上的一點 P ，沿著與直線 BC 平行的方向將紙片剪開後，剪下的小三角形紙片面積為 $\triangle ABC$ 的 $\frac{1}{3}$ ，則下列關於 P 點位置的敘述，何者正確？



- (A) 與 D 點重合
(B) 與 E 點重合
(C) 在 \overline{DF} 上，但不與 D 點也不與 F 點重合
(D) 在 \overline{FE} 上，但不與 F 點也不與 E 點重合

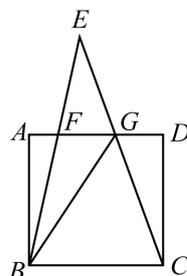
[109 會考第 24 題]

- (A) 6. 如圖，菱形 $ABCD$ 中， E 點在 \overline{BC} 上， F 點在 \overline{CD} 上， G 點、 H 點在 \overline{AD} 上，且 $\overline{AE} \parallel \overline{HC} \parallel \overline{GF}$ 。若 $\overline{AH} = 8$ ， $\overline{HG} = 5$ ， $\overline{GD} = 4$ ，則下列選項中的線段，何者的長度最長？



[110 會考第 23 題]

- (C) 7. 如圖，正方形 $ABCD$ 與 $\triangle EBC$ 中， \overline{AD} 分別與 \overline{EB} 、 \overline{EC} 相交於 F 點、 G 點。若 $\triangle EBG$ 的面積為 6，正方形 $ABCD$ 的面積為 16，則 \overline{FG} 與 \overline{BC} 的長度比為何？



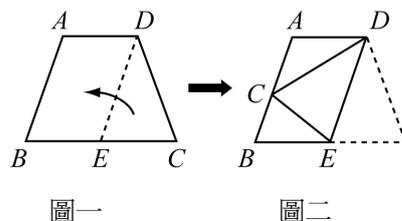
[112 會考第 22 題]

- (B) 8. 右圖為阿成調整他的電腦畫面的解析度時看到的選項，當他從建議選項 1920×1080 調整成 1400×1050 時，由於比例改變 ($1920 : 1080 \neq 1400 : 1050$)，畫面左右會出現黑色區域，當比例不變就不會有此問題。判斷阿成將他的電腦畫面解析度從 1920×1080 調整成下列哪一種時，畫面左右不會出現黑色區域？



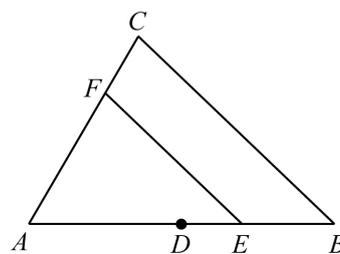
[113 會考第 13 題]

- (B) 9. 如圖一，等腰梯形紙片 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ， $\angle B = \angle C$ ，且 E 點在 \overline{BC} 上， $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ 。今以 \overline{DE} 為摺線將 C 點向左摺後， C 點恰落在 \overline{AB} 上，如圖二所示。若 $\overline{CE} = 2$ ， $\overline{DE} = 4$ ，則圖二的 \overline{BC} 與 \overline{AC} 的長度比為何？



[113 會考第 23 題]

- (D) 10. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 點為 \overline{AB} 的中點， E 點在 \overline{AB} 上， F 點在 \overline{AC} 上，且 $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 。若 $\overline{AF} = 7$ ， $\overline{FC} = 3$ ，則下列敘述何者正確？



[114 會考第 16 題]

- (A) \overline{CF} (B) \overline{FD}
(C) \overline{BE} (D) \overline{EC}

- (A) 3 : 5 (B) 3 : 6
(C) 3 : 7 (D) 3 : 8

- (A) 1680×1050 (B) 1600×900
(C) 1440×900 (D) 1280×1024

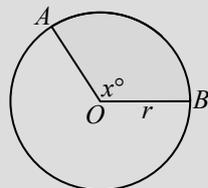
- (A) 1 : 2 (B) 1 : 3
(C) 2 : 3 (D) 3 : 5

- (A) $\overline{DE} > \overline{EB}$ ， \overline{DF} 與 \overline{EC} 平行
(B) $\overline{DE} > \overline{EB}$ ， \overline{DF} 與 \overline{EC} 不平行
(C) $\overline{DE} < \overline{EB}$ ， \overline{DF} 與 \overline{EC} 平行
(D) $\overline{DE} < \overline{EB}$ ， \overline{DF} 與 \overline{EC} 不平行

重點 1 圓、圓弧長與扇形

■ 圓心角為 x° 的扇形，其面積為圓面積的 $\frac{x}{360}$ ，即 $\pi r^2 \times \frac{x}{360}$ ，

其弧長為圓周長的 $\frac{x}{360}$ ，即 $2\pi r \times \frac{x}{360}$ 。



1. 以代號回答下列問題：

(A) 直徑 (B) 弦 (C) 圓心角 (D) 弧 (E) 半徑 (F) 劣弧 (G) 優弧

(1) 在一個圓中，圓周上任兩點連線且通過圓心的線段，稱為 (A)。

(2) 在一個圓中，以圓心為頂點，半徑為兩邊所成的角，稱為 (C)。

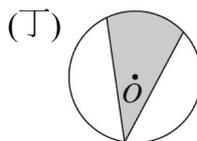
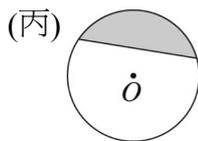
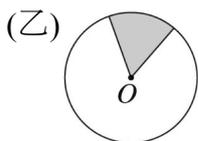
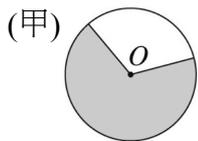
(3) 在一個圓中，從圓心到圓周上任何一點所連成的線段，稱為這個圓的 (E)。

(4) 在一個圓中，一直線將圓周分成兩個 (D)，較大的稱為 (G)，較小的稱為 (F)。

(5) 在一個圓中，圓周上任兩點連線的線段，稱為 (B)。

2. 如果一圓的半徑為 9 公分，則此圓最長的弦為 18 公分。

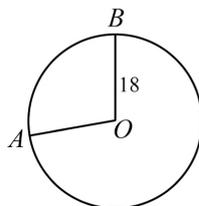
3. 下面四種圖形中的灰色部分，屬於扇形的是哪幾個？ (甲)(乙)。



4. 若將一個半徑為 12 公分的圓連續對摺 3 次，則摺出之扇形所對的弧長為 3π 公分。

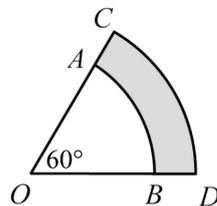
5. 如右圖，已知圓 O 的半徑為 18，圓心角 $\angle AOB = 100^\circ$ ，求扇形 AOB 的周長和面積。

$10\pi + 36, 90\pi$



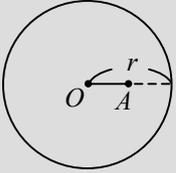
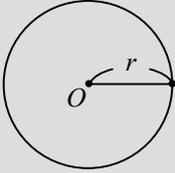
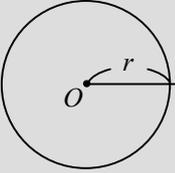
6. 如右圖，扇形 AOB 與扇形 COD 中， $\overline{OA} = 5$ ， $\overline{OC} = 8$ ，求灰色區域面積。

$\frac{13}{2}\pi$



重點 2 點與圓的位置關係

■ 點和圓的位置關係有下列三種：

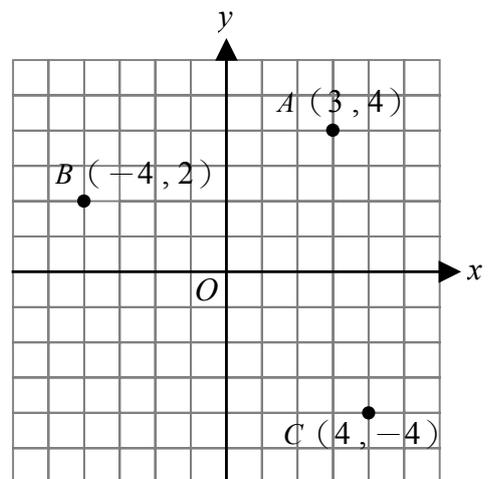
點與圓的位置關係	在圓內	在圓上	在圓外
圖示			
點到圓心的距離	小於半徑 ($\overline{OA} < r$)	等於半徑 ($\overline{OB} = r$)	大於半徑 ($\overline{OC} > r$)

- 已知圓 O 直徑為 10， A 、 B 、 C 三點與圓心 O 的距離分別為 6、5、4，判別 A 、 B 、 C 三點與圓 O 的位置關係：(填入圓外、圓上、圓內)
 (1) A 點在 圓外。 (2) B 點在 圓上。 (3) C 點在 圓內。
- 在坐標平面上，若以 $(0, 0)$ 為圓心，3 為半徑畫圓，則 $(0, -3)$ 、 $(-1, 2)$ 、 $(4, 2)$ 、 $(-2.5, -2)$ 、 $(1, 1)$ 五個點中，有 2 個點在圓外。
- 在坐標平面上，若以 $(1, -1)$ 為圓心，3 為半徑畫圓，則 $(5, -2)$ 、 $(-2, 2)$ 、 $(0, 2)$ 、 $(-1, -2)$ 、 $(1, 2)$ 五個點中，有 3 個點在圓外。
- 在坐標平面上，若以 $(1, -1)$ 為圓心，6 為直徑畫圓，則 $(2, 0)$ 、 $(-2, 2)$ 、 $(1, 3)$ 、 $(-1, -2)$ 、 $(4, -1)$ 五個點中，有 2 個點在圓內。
- 在坐標平面上，若以 $(2, -3)$ 為圓心，10 為直徑畫圓，則 $(5, -7)$ 、 $(-3, -3)$ 、 $(0, 2)$ 、 $(-2, 0)$ 、 $(6, -6)$ 五個點中，有 4 個點在圓上。

- 如圖，坐標平面上三點 $A(3, 4)$ 、 $B(-4, 2)$ 、 $C(4, -4)$ ，若以原點 O 為圓心，半徑為 5 畫圓，判別 A 、 B 、 C 三點與圓的位置關係：

(填入圓外、圓上、圓內)

- A 點在 圓上。
- B 點在 圓內。
- C 點在 圓外。



重點 3 直線與圓的位置關係

■ 如果以 r 表示圓的半徑， d 表示圓心到直線的距離，則直線與圓的位置關係有下列三種：

圖示			
圓心到直線的距離	大於半徑 ($d > r$)	等於半徑 ($d = r$) (L 為切線, P 為切點)	小於半徑 ($d < r$)
直線與圓的位置關係	不相交	只交於一點	交於兩點

- 已知圓的半徑為 5，若三直線 L_1 、 L_2 、 L_3 分別與圓心的距離為 4、5、6，則此三直線與圓的交點個數分別為 L_1 ： 2 個、 L_2 ： 1 個、 L_3 ： 0 個。
- 已知圓的半徑為 3.5，若三直線 L_1 、 L_2 、 L_3 分別與圓心的距離為 3、4、5，則此三直線與圓的交點個數分別為 L_1 ： 2 個、 L_2 ： 0 個、 L_3 ： 0 個。
- 已知圓的直徑為 12，若三直線 L_1 、 L_2 、 L_3 分別與圓心的距離為 5、6、7，則此三直線與圓的交點個數分別為 L_1 ： 2 個、 L_2 ： 1 個、 L_3 ： 0 個。
- 已知圓的直徑為 14，若圓心 O 到三直線 A 、 B 、 C 的距離分別為 5、7、9，則直線 B 是切線，直線 A 是割線。
- 已知圓的直徑為 20，若圓心 O 到三直線 P 、 Q 、 R 的距離分別為 16、9、10，則直線 R 是切線，直線 Q 是割線。
- 已知坐標平面上，圓 O 的半徑為 8，圓外有一點 P ， P 點到圓上最短的距離為 5，則 P 點到圓上最遠的距離為 21。
- 已知坐標平面上，圓 O 的半徑為 10，圓外有一點 P ， P 點到圓上最遠的距離為 28，則 P 點到圓上最短的距離為 8。
- 坐標平面上，有一個圓以原點為圓心，半徑為 4，若有三直線 $x=4$ 、 $y=-5$ 、 $x-y=4$ ，回答下列問題：
 - 哪一條直線為此圓的切線？
 - 哪一條直線為此圓的割線？
 - 哪一條直線與此圓不相交？

(1) $x=4$ (2) $x-y=4$ (3) $y=-5$

重點 4 切線段長的應用

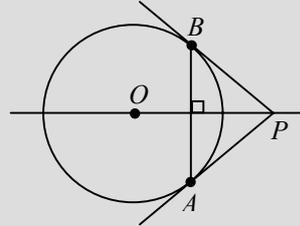
■ 圓與切線的關係：

- (1) 一個圓的切線必垂直於圓心與切點的連線。
- (2) 圓心到切線的距離等於圓的半徑。
- (3) 若過圓上一點的直線垂直於半徑，則此直線為該圓的切線。

■ 過圓外一點的兩切線性質：

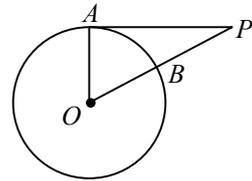
如圖， \overrightarrow{PA} 、 \overrightarrow{PB} 為圓 O 的兩條切線， A 、 B 為切點，則：

- (1) 過圓外一點 P 的兩切線段長相等，即 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 。
- (2) $\angle APO = \angle BPO$ ，即 \overline{OP} 平分 $\angle APB$ 。
- (3) \overline{OP} 垂直平分 \overline{AB} 。



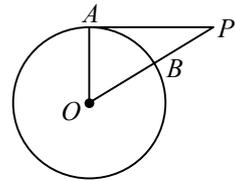
1. 如圖， \overrightarrow{AP} 為圓 O 的切線， A 為切點， \overline{OP} 交圓 O 於 B 點，若 $\overline{OP} = 17$ ， $\overline{OA} = 8$ ，求 \overline{AP} 。

15



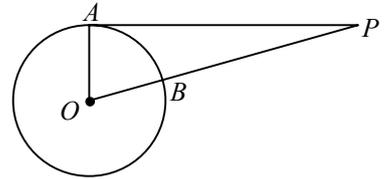
2. 如圖， \overrightarrow{AP} 為圓 O 的切線， A 為切點， \overline{OP} 交圓 O 於 B 點，若 $\overline{OP} = 10$ ， $\overline{AP} = 8$ ，求圓 O 的半徑。

6



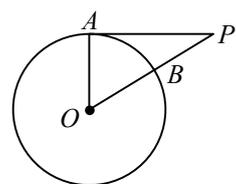
3. 如圖， \overrightarrow{AP} 為圓 O 的切線， A 為切點， \overline{OP} 交圓 O 於 B 點，若 $\overline{OB} = 7$ ， $\overline{BP} = 18$ ，求 \overline{AP} 。

24



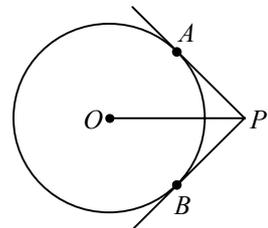
4. 如圖， \overrightarrow{AP} 為圓 O 的切線， A 為切點， \overline{OP} 交圓 O 於 B 點，若 $\overline{AP} = 16$ ， $\overline{BP} = 8$ ，求圓 O 的周長。

24π



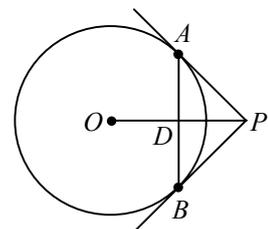
5. 如圖， \overrightarrow{PA} 、 \overrightarrow{PB} 切圓 O 於 A 、 B 兩點，若 $\overline{OP} = 12$ ， $\angle APB = 90^\circ$ ，求圓 O 的半徑。

$6\sqrt{2}$



6. 如圖， \overrightarrow{PA} 、 \overrightarrow{PB} 切圓 O 於 A 、 B 兩點， \overline{OP} 與 \overline{AB} 相交於 D 點，若 $\overline{AP} = 10$ ， $\angle APB = 90^\circ$ ，求 \overline{AB} 。

$10\sqrt{2}$



重點 5 弦與弦心距

■ 弦心距的性質：

- (1) 弦的中垂線會通過圓心；通過圓心與弦垂直的直線會平分此弦。
- (2) 在同圓或等圓中，若弦心距相等，則所對應的弦等長；若弦等長，則所對應的弦心距相等。
- (3) 在同圓或等圓中，若弦心距愈長，則所對應的弦愈短；若弦愈短，則所對應的弦心距愈長。

1. 已知 \overline{AB} 為圓 O 上的一弦，若 $\overline{AB} = 6$ ，圓 O 的半徑為 5，求 \overline{AB} 的弦心距。

4

2. 已知 \overline{AB} 為圓 O 上的一弦，若 $\overline{AB} = 10$ ，圓 O 的半徑為 13，求 \overline{AB} 的弦心距。

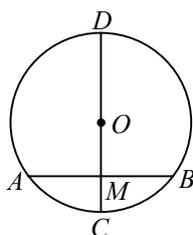
12

3. 已知 \overline{AB} 為圓 O 上的一弦，若 $\overline{AB} = 8$ ， \overline{AB} 的弦心距為 1，求圓 O 的半徑。

$\sqrt{17}$

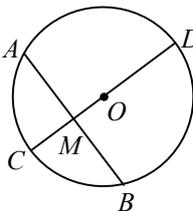
4. 如圖， \overline{AB} 為圓 O 上的一弦， \overline{CD} 為直徑，且 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ 交於 M 點，若 $\overline{CM} = 4$ ， $\overline{DM} = 16$ ，求 \overline{AB} 。

16



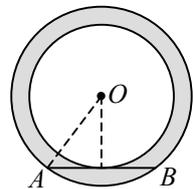
5. 如圖， \overline{AB} 為圓 O 上的一弦， \overline{CD} 為直徑，且 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ 交於 M 點，若 $\overline{CM} = 8$ ， $\overline{AB} = 24$ ，求 \overline{DM} 。

18

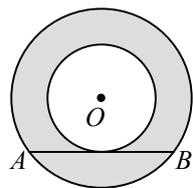


6. 如圖，兩同心圓中，大圓的弦 \overline{AB} 為小圓的切線，若 $\overline{AB} = 12$ ，求環形（灰色區域）的面積。

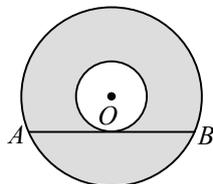
36π



7. 如圖，兩同心圓中，大圓的弦 \overline{AB} 為小圓的切線，若環形（灰色區域）的面積為 16π ，大圓半徑為 5，則小圓半徑為 3， $\overline{AB} =$ 8。



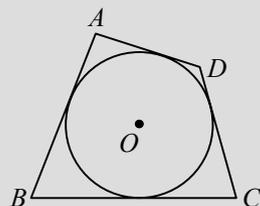
8. 如圖，兩同心圓中，大圓的弦 \overline{AB} 為小圓的切線，若環形（灰色區域）的面積為 144π ，小圓半徑為 5，則大圓半徑為 13， $\overline{AB} =$ 24。



重點 6 圓外切四邊形 (補充)

■ 圓外切四邊形兩組對邊長之和相等。

例 如圖，四邊形 $ABCD$ 為圓外切四邊形，
則 $\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{DC}$ 。



1. 四邊形 $ABCD$ 為圓 O 的外切四邊形，若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{CD} = 10$ ，求 \overline{AD} 。

7

2. 四邊形 $ABCD$ 為圓 O 的外切四邊形，若 $\overline{AB} = 25.3$ ， $\overline{CD} = 19.9$ ， $\overline{AD} = 20.1$ ，求 \overline{BC} 。

25.1

3. 四邊形 $ABCD$ 為圓 O 的外切四邊形，若 $\overline{AB} = x + 8$ ， $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{CD} = 3x - 5$ ， $\overline{AD} = x + 3$ ，求 x 的值。

5

4. 四邊形 $ABCD$ 為圓 O 的外切四邊形，若 $\overline{AB} = 4x - 8$ ， $\overline{BC} = x + 5$ ， $\overline{CD} = 2x + 1$ ， $\overline{AD} = x + 4$ ，求 x 的值。

4

5. 四邊形 $ABCD$ 為圓 O 的外切四邊形，若 $\overline{AB} = 16$ ， $\overline{BC} = 14$ ， $\overline{CD} = 3x - 8$ ， $\overline{AD} = 2x + 1$ ，求四邊形 $ABCD$ 的周長。

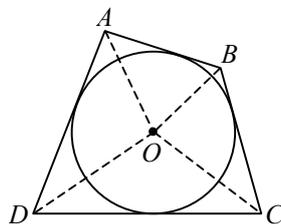
58

6. 四邊形 $ABCD$ 為圓 O 的外切四邊形，若 $\overline{AB} = 8x + 4$ ， $\overline{BC} = 2x + 8$ ， $\overline{CD} = 9x - 1$ ， $\overline{AD} = 7x + 3$ ，求四邊形 $ABCD$ 的周長。

40

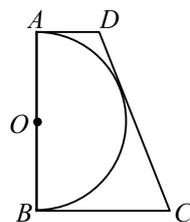
7. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為圓 O 的外切四邊形，若 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{CD} = 18$ ，四邊形 $ABCD$ 的面積為 260，求圓 O 的半徑。

10



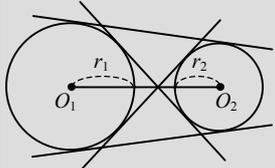
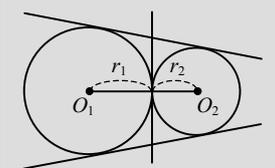
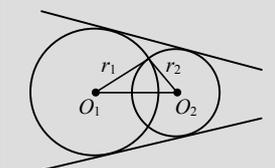
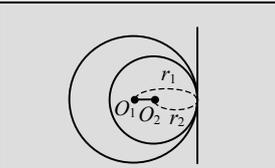
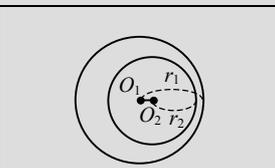
8. 如圖， \overline{AD} 、 \overline{BC} 、 \overline{CD} 為圓 O 的切線， \overline{AB} 為直徑， A 、 B 為切點，若 $\overline{AD} = x + 3$ ， $\overline{BC} = x^2 - 8$ ， $\overline{CD} = 10 + 3x$ ，求 x 的值。

5



重點 7 兩圓的位置關係 (補充)

■ 如果圓 O_1 的半徑為 r_1 ，圓 O_2 的半徑為 r_2 ，若 $r_1 > r_2$ ，則：

兩圓的位置關係	圖示	連心線段 $\overline{O_1O_2}$ 與 r_1 、 r_2 的關係	公切線數量
外離		$\overline{O_1O_2} > r_1 + r_2$	4 條
外切		$\overline{O_1O_2} = r_1 + r_2$	3 條
相交於兩點		$r_1 - r_2 < \overline{O_1O_2} < r_1 + r_2$	2 條
內切		$\overline{O_1O_2} = r_1 - r_2$	1 條
內離		$0 \leq \overline{O_1O_2} < r_1 - r_2$	0 條

1. 已知圓 O_1 半徑為 5，圓 O_2 半徑為 3，根據圓 O_1 與圓 O_2 的連心線段長，判別兩圓的位置關係、交點個數與公切線數量。

$\overline{O_1O_2}$	10	8	6	2	1
兩圓位置關係	外離	外切	相交於兩點	內切	內離
交點個數 (個)	0	1	2	1	0
公切線數量 (條)	4	3	2	1	0

2. 在坐標平面上，圓 O_1 與圓 O_2 的半徑為 7 與 3，其圓心坐標分別為 $O_1(-6, 3)$ 、 $O_2(0, -5)$ ，則圓 O_1 與圓 O_2 的位置關係為何？

外切

3. 在坐標平面上，圓 O_1 與圓 O_2 的半徑為 7 與 5，其圓心坐標分別為 $O_1(-2, 4)$ 、 $O_2(5, -3)$ ，則圓 O_1 與圓 O_2 的位置關係為何？

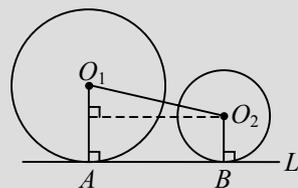
相交於兩點

重點 8 公切線段長與相切的應用 (補充)

■ 外公切線段長：

如圖，圓 O_1 、圓 O_2 的半徑分別為 r_1 、 r_2 ，連心線段長為 $\overline{O_1O_2}$ ，直線 L 與圓 O_1 、圓 O_2 分別切於 A 、 B 兩點，則外公切線段長

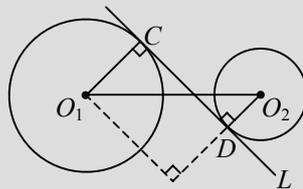
$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{O_1O_2}^2 - (r_1 - r_2)^2}。$$



■ 內公切線段長：

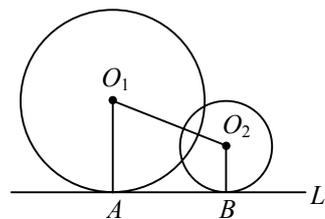
如圖，圓 O_1 、圓 O_2 的半徑分別為 r_1 、 r_2 ，連心線段長為 $\overline{O_1O_2}$ ，直線 L 與圓 O_1 、圓 O_2 分別切於 C 、 D 兩點，則內公切線段長

$$\overline{CD} = \sqrt{\overline{O_1O_2}^2 - (r_1 + r_2)^2}。$$

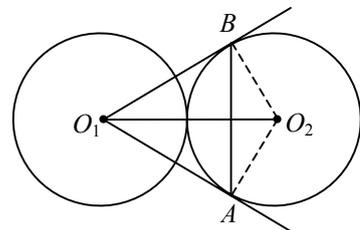


1. 已知兩圓 O_1 、 O_2 的半徑分別為 8、3，連心線段 $\overline{O_1O_2} = 13$ ，求兩圓的外公切線段長。
12
2. 已知兩圓 O_1 、 O_2 的半徑分別為 5、3，兩圓的外公切線段長為 $3\sqrt{5}$ ，求連心線段 $\overline{O_1O_2}$ 。
7
3. 已知兩圓 O_1 、 O_2 的半徑分別為 9、14，兩圓的內公切線段長為 $10\sqrt{2}$ ，求連心線段 $\overline{O_1O_2}$ 。
27
4. 已知圓 O_1 與圓 O_2 外切，圓 O_1 、 O_2 的半徑分別為 16、9，求兩圓的外公切線段長。
24

5. 如圖，直線 L 與兩圓分別切於 A 、 B 兩點，若 $\overline{O_1A} = 6$ ， $\overline{O_2B} = 3$ ， $\overline{AB} = \sqrt{55}$ ，求 $\overline{O_1O_2}$ 。



6. 如圖，圓 O_1 和圓 O_2 兩等圓外切， $\overline{O_1O_2} = 8$ ， $\overline{O_1A}$ 和 $\overline{O_1B}$ 為圓 O_2 的切線， A 、 B 為切點，求：

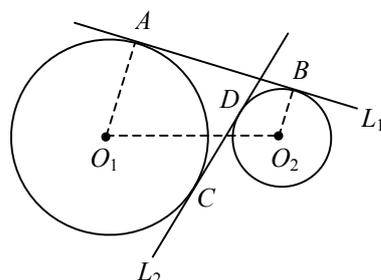


(1) 四邊形 AO_1BO_2 的周長。

(2) \overline{AB} 。

(1) $8 + 8\sqrt{3}$ (2) $4\sqrt{3}$

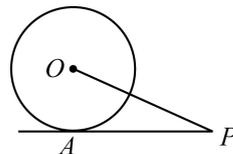
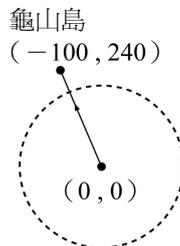
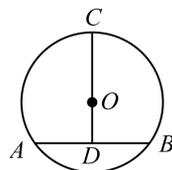
7. 如圖，直線 L_1 、 L_2 分別和圓 O_1 、圓 O_2 切於 A 、 B 、 C 、 D 四點，若 $\overline{O_1A} = 8$ ， $\overline{O_2B} = 4$ ， $\overline{O_1O_2} = 14$ ，求 $\overline{AB} + \overline{CD}$ 。



$6\sqrt{5} + 2\sqrt{13}$

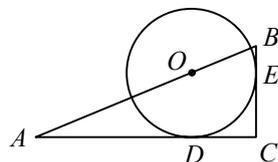
一、選擇題（每題 8 分，共 40 分）

- (A) 1. 圓心角 60° ，半徑 6 公分的扇形，面積為多少平方公分？
 (A) 6π 平方公分 (B) 12π 平方公分
 (C) 18π 平方公分 (D) 24π 平方公分
- (A) 2. 將一個圓連續對摺三次，則此扇形的圓心角為何？
 (A) 45° (B) 90°
 (C) 120° (D) 180°
- (A) 3. 在坐標平面上，若圓 O 的圓心在原點，且 $A(6, -8)$ 在圓 O 上，則圓 O 的半徑為多少？
 (A) 10 (B) 11
 (C) 12 (D) 13
- (D) 4. 如圖， \overline{CD} 垂直平分弦 \overline{AB} 於 D 點，若 $\overline{AB} = \overline{CD} = 16$ ，則下列敘述何者錯誤？
 (A) $\overline{AD} = 8$ (B) $\overline{OD} = 6$
 (C) $\overline{OC} = 10$ (D) $\overline{AC} = 10\sqrt{3}$
- (C) 5. 如圖，某颱風中心位置為 $(0, 0)$ ，颱風半徑為 200 公里，以每小時 20 公里等速度朝龜山島 $(-100, 240)$ 移動，若已知直角坐標每單位為 1 公里，在颱風移動的方向、速度與強度均不變下，最快幾小時內颱風外圍暴風圈就會接觸到龜山島？
 (A) 1 小時 (B) 2 小時
 (C) 3 小時 (D) 4 小時
- (B) 6. 如圖，圓 O 外一點 P ， \overline{AP} 與圓 O 切於 A 點，若 $\overline{OP} = 26$ ， $\overline{AP} = 24$ ，則圓 O 的直徑為何？
 (A) 18 (B) 20
 (C) 22 (D) 24



二、填充題（每格 6 分，共 36 分）

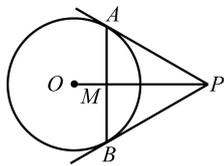
1. 一片光碟的環形讀寫區介於大、小兩圓之間，大圓半徑 6 公分，小圓半徑 3 公分，則環形讀寫區的面積為 27π 平方公分。
2. 有一個圓心角為 18° ，半徑為 4 公分的扇形，面積是 a 平方公分，弧長是 b 公分，則 a 是 b 的 2 倍。
3. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， \overline{AC} 、 \overline{BC} 為圓 O 的切線， D 、 E 為切點， O 在 \overline{AB} 上，若 $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BC} = 5$ ，則圓 O 的半徑是 $\frac{60}{17}$ 。



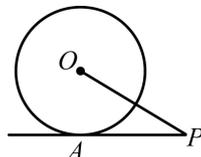
4. 如圖一， \overline{PA} 、 \overline{PB} 切圓 O 於 A 、 B 兩點， \overline{OP} 與 \overline{AB} 相交於 M 點，若圓 O 半徑為 10， $\angle APB = 60^\circ$ ，則 $\overline{AB} = \underline{10\sqrt{3}}$ 。

5. 如圖二， \overline{AP} 與圓 O 切於 A 點，若圓 O 的半徑為 8， $\overline{OP} = 16$ ，則 $\triangle OPA$ 的面積為 $\underline{32\sqrt{3}}$ 。

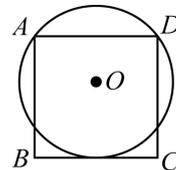
6. 如圖三，正方形 $ABCD$ 的邊長為 24，過 A 、 D 兩點且與 \overline{BC} 相切，則此圓的直徑為 $\underline{30}$ 。



圖一



圖二



圖三

三、計算題（共 28 分）

1. 扇形 AOB 中， $\overline{OA} = 6$ ， $\angle AOB = 270^\circ$ ，求扇形 AOB 的周長與面積。（8 分）

周長 = $9\pi + 12$ ，面積 = 27π

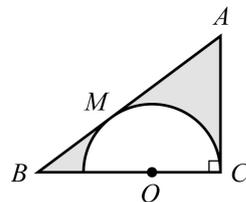
2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，半圓的圓心 O 在 \overline{BC} 上，且半圓分別與 \overline{AB} 、 \overline{AC} 切於 M 、 C 兩點，若 $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{BC} = 8$ ，求：

(1) \overline{OC} 。（5 分）

(2) 灰色區域的面積。（5 分）

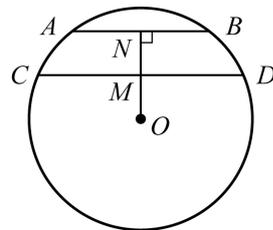
(1) 3

(2) $24 - \frac{9}{2}\pi$



3. 如圖， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{ON} \perp \overline{AB}$ 於 N 點，並交 \overline{CD} 於 M 點，若 $\overline{CD} = 6$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{OM} = \overline{MN}$ ，求圓 O 的半徑。（10 分）

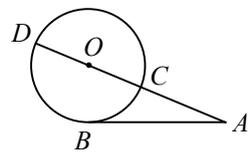
$\frac{4\sqrt{6}}{3}$



一、選擇題（每題 10 分，共 40 分）

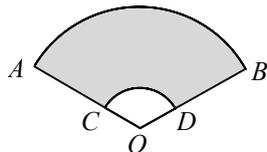
(C) 1. 如圖， \overline{AB} 切圓 O 於 B 點， \overline{AD} 通過圓心且交圓 O 於 C 、 D 兩點，若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{CD} = 10$ ，則 $\overline{AC} = ?$

- (A) 10 (B) 9 (C) 8 (D) 7



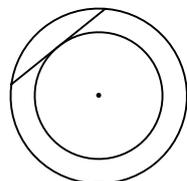
(C) 2. 如圖， $\overline{OB} = 90$ 公分， $\overline{BD} = 60$ 公分，灰色區域的面積為 2400π 平方公分，則 $\angle AOB = ?$

- (A) 100° (B) 110° (C) 120° (D) 130°



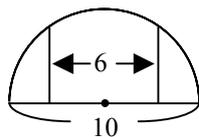
(C) 3. 如圖，平面上有大、小兩個同心圓，已知兩圓半徑差為 8，大圓有一弦長為 40 且與小圓相切，則大圓的半徑為多少？

- (A) 27 (B) 28 (C) 29 (D) 30



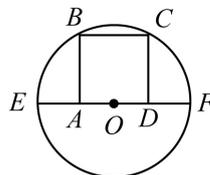
(B) 4. 如圖，半圓柱形的倉庫其截面為半圓，設圓的直徑為 10 公尺，今想在截面內豎立兩根等高的柱子，使柱子相距 6 公尺，則柱高為多少公尺？

- (A) $4\sqrt{2}$ 公尺 (B) 4 公尺 (C) $4\sqrt{3}$ 公尺 (D) $\sqrt{5}$ 公尺

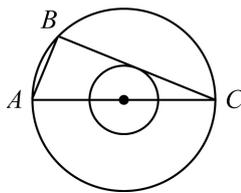


二、填充題（每格 10 分，共 40 分）

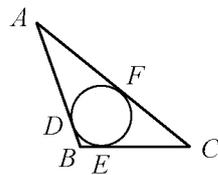
1. 如圖，圓 O 中， \overline{EF} 為圓 O 的直徑，四邊形 $ABCD$ 是一個正方形，且 $\overline{OE} = 5$ ，則正方形 $ABCD$ 的面積為 20。



2. 如圖，大、小兩個同心圓的半徑比為 3 : 1， \overline{AC} 是大圓的直徑， \overline{BC} 為大圓的一弦且與小圓相切， $\overline{AB} = 12$ ，則大圓的半徑為 18。



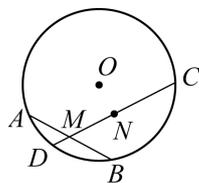
3. 如圖， $\triangle ABC$ 中有一內切圓，與三邊切點分別為 D 、 E 、 F ，若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{AC} = 18$ ，則 $\overline{AD} =$ 10。



4. 有一個鐘擺的擺長為 9 公分，鐘擺從最左端擺到最右端，經過的面積為 18π 平方公分，則鐘擺從最左端擺到最右端所旋轉的角度為 80 度。

三、計算題（共 20 分）

如圖， \overline{AB} 、 \overline{CD} 為圓 O 上的兩條弦，兩弦交點 M 為 \overline{AB} 的中點， N 為 \overline{CD} 的中點，若圓 O 的半徑為 10， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{MN} = 2\sqrt{7}$ ，求 \overline{CD} 的長。



16

重點 1 圓心角與弧的度數

- 弧的度數等於該弧所對圓心角的度數。
- 在同圓或等圓中，度數相等的兩弧等長；若兩弧等長，則它們所對的圓心角相等。
- 在同圓或等圓中，度數愈大的弧，其弧的長度愈長。

1. 將一圓的圓周分成 18 等分， A 、 B 兩點為相鄰的兩個等分點，求 \widehat{AB} 的度數。

20°

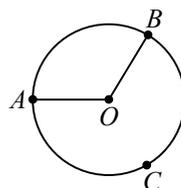
2. 如圖，將圓 O 的圓周分成 3 等分， A 、 B 、 C 是三個等分點，若圓 O 的半徑為 9，求：

(1) $\angle AOB$ 的度數。

(2) \widehat{ACB} 的長度。

(3) 扇形 AOB 的面積。

(1) 120° (2) 12π (3) 27π



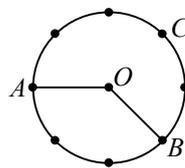
3. 如圖，將圓 O 的圓周分成 8 等分， A 、 B 、 C 是其中三個等分點，若 \widehat{ACB} 的長度為 20π ，求：

(1) $\angle AOB$ 的度數。

(2) 圓 O 的半徑。

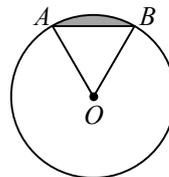
(3) 扇形 AOB 的面積。

(1) 135° (2) 16 (3) 96π



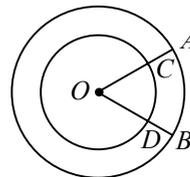
4. 如圖，圓 O 的半徑為 12， $\angle AOB = 60^\circ$ ，求灰色區域的面積。

$24\pi - 36\sqrt{3}$



5. 如圖，兩同心圓中，若 \widehat{AB} 的長度為 6π ， \widehat{CD} 的長度為 4π ，大圓的半徑為 18，求小圓的半徑。

12

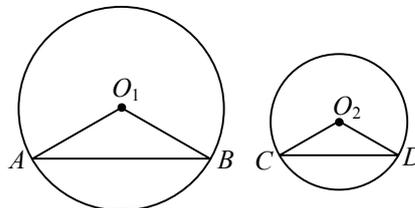


6. 如圖，圓 O_1 的半徑為 6、圓 O_2 的半徑為 4，若 $\angle AO_1B = 120^\circ$ ， $\angle CO_2D = 120^\circ$ ，求：

(1) \widehat{AB} 的長度： \widehat{CD} 的長度。

(2) \overline{AB} ： \overline{CD} 。

(1) 3 : 2 (2) 3 : 2



重點 2 圓周角及其所對的弧

■ 圓周角的度數：

(1) 一弧所對的圓周角度數，等於此弧度數的一半，也是該弧所對圓心角度數的一半。

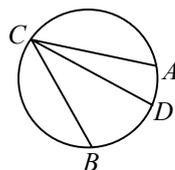
(2) 同一個圓中，一弧所對的所有圓周角的度數都相等。

(3) 半圓所對的圓周角都是直角。

■ 若兩條直線平行，則此兩條平行線在圓上所截出的兩弧度數相等。

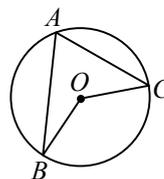
1. 如圖， A 、 B 、 C 、 D 為圓上四點，若 $\angle ACB = 60^\circ$ ， $\widehat{BD} = 80^\circ$ ，求 $\angle ACD$ 。

20°



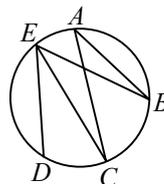
2. 如圖， A 、 B 、 C 為圓上三點，若 $\angle BAC = 75^\circ$ ，求 \widehat{BC} 的度數。

150°



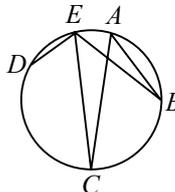
3. 如圖， A 、 B 、 C 、 D 、 E 皆在圓上，若 $\angle BAC = 35^\circ$ ， $\angle DEB = 66^\circ$ ，求 \widehat{CD} 的度數。

62°



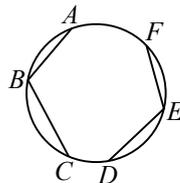
4. 如圖， A 、 B 、 C 、 D 、 E 皆在圓上，若 $\angle BAC = 46^\circ$ ， $\widehat{CD} = 122^\circ$ ，求 $\angle DEB$ 。

107°



5. 如圖，圓周上有 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 六個點，若 $\widehat{AF} = 50^\circ$ ， $\widehat{CD} = 28^\circ$ ，求 $\angle B + \angle E$ 。

219°



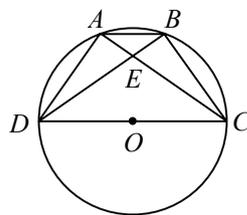
6. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為圓內接梯形， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，若 $\angle ACD = 35^\circ$ ，求：

(1) \widehat{BC} 的度數。

(2) $\angle ADC$ 。

(1) 70°

(2) 55°



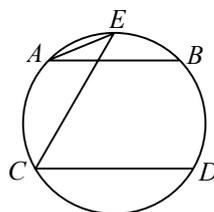
7. 如圖， \overline{AB} 、 \overline{CD} 為圓的兩弦， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，若 $\widehat{BE} = 46^\circ$ ， $\angle ECD = 60^\circ$ ，求：

(1) \widehat{BD} 的度數。

(2) $\angle AEC$ 。

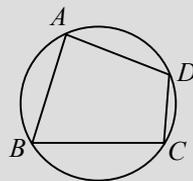
(1) 74°

(2) 37°



重點 3 圓內接四邊形

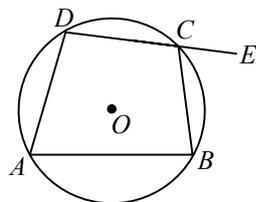
- 圓內接四邊形的對角互補。
- 四邊形的對角互補時，此四邊形為圓內接四邊形。



1. 在圓上依序取 A 、 B 、 C 、 D 四點，連接 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CD} 、 \overline{DA} ，若 $\angle A=62^\circ$ ， $\angle B=99^\circ$ ，則 $\angle C=$ 118 度， $\angle D=$ 81 度。
2. 四邊形 $ABCD$ 為圓內接四邊形，若 $\angle A=106^\circ$ ， $\angle D=90^\circ$ ，則 $\angle B=$ 90 度， $\angle C=$ 74 度。
3. 四邊形 $ABCD$ 為圓內接四邊形，若 $\angle A=80^\circ$ ，且 $\angle B$ 比 $\angle C$ 多 12° ，則 $\angle D=$ 68 度。
4. 四邊形 $ABCD$ 為圓內接四邊形，若 $\angle A=78^\circ$ ，且 $\angle B$ 比 $\angle C$ 少 25° ，則 $\angle D=$ 103 度。

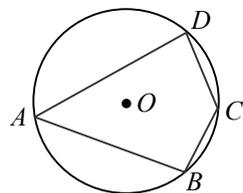
5. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為圓 O 的內接四邊形，若 $\angle ECB=75^\circ$ ， $\angle D=100^\circ$ ，求 $\angle A$ 和 $\angle B$ 。

$\angle A=75^\circ$ ， $\angle B=80^\circ$



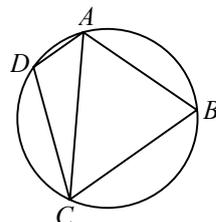
6. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為圓 O 的內接四邊形，若 $\angle D=80^\circ$ ， $\angle A=\frac{1}{2}\angle B$ ，求 $\angle B$ 。

130°



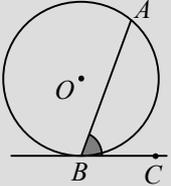
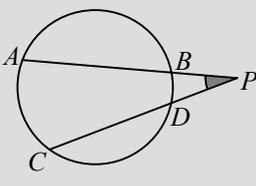
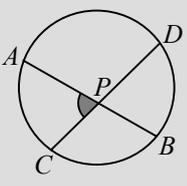
7. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為圓內接四邊形， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\angle ACB=50^\circ$ ， \widehat{BC} 為 \widehat{AD} 的 3 倍，求 $\angle BAD$ 和 $\angle ABC$ 。

$\angle BAD=110^\circ$ ， $\angle ABC=70^\circ$



重點 4 弦切角、圓外角與圓內角(補充)

■ 弦切角、圓外角與圓內角：

名稱	弦切角	圓外角	圓內角
圖示			
性質	$\angle ABC = \frac{1}{2} \widehat{AB}$	$\angle APC = \frac{1}{2} (\widehat{AC} - \widehat{BD})$	$\angle APC = \frac{1}{2} (\widehat{AC} + \widehat{BD})$

1. 如圖，切線 \overline{AB} 與弦 \overline{CD} 相交於 C 點，若 $\widehat{CED} = 226^\circ$ ，求 $\angle DCB$ 。

67°

2. 如圖， $\angle BAC$ 為圓 O 的弦切角，若 $\angle BAC = 58^\circ$ ，求 \widehat{ADB} 的度數。

244°

3. 如圖， \overline{AB} 切圓 O 於 B 點，若 $\angle BCO = 20^\circ$ ，求 $\angle ABC$ 。

70°

4. 如圖， \overline{AB} 與 \overline{CD} 兩弦交於圓內的 P 點，若 $\widehat{AC} = 125^\circ$ ， $\widehat{BD} = 109^\circ$ ，求 $\angle APC$ 。

117°

5. 如圖， \overline{AC} 與 \overline{BD} 交於圓內的 E 點， $\widehat{BC} : \widehat{CD} : \widehat{AD} = 5 : 3 : 2$ ，若 $\widehat{AB} = 40^\circ$ ，求 $\angle BEC$ 。

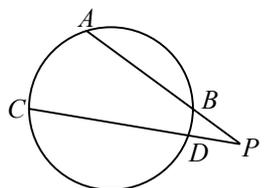
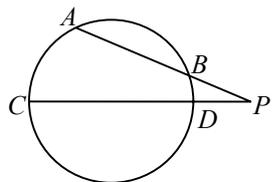
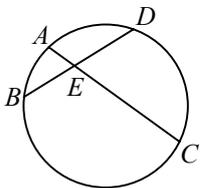
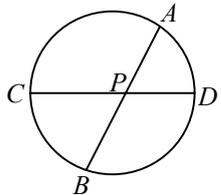
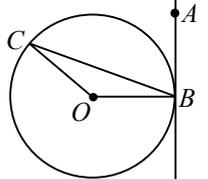
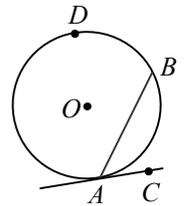
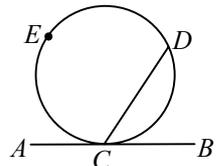
112°

6. 如圖， \overline{AB} 、 \overline{CD} 兩弦的延長線交於圓外的 P 點，若 $\widehat{AC} = 65^\circ$ ， $\widehat{BD} = 19^\circ$ ，求 $\angle P$ 。

23°

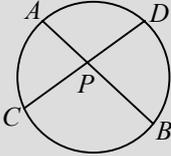
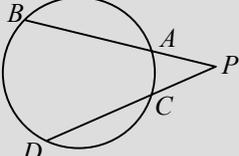
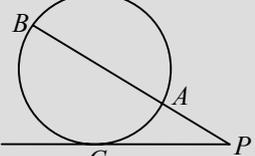
7. 如圖， \overline{AB} 、 \overline{CD} 兩弦的延長線交於圓外的 P 點，若 $\angle P = 27^\circ$ ， $\widehat{AC} = 73^\circ$ ，求 \widehat{BD} 的度數。

19°



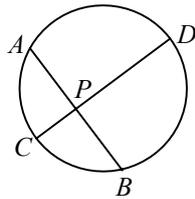
重點 5 圓幂性質(補充)

■ 內幕、外幕與切割線性質：

名稱	內幕性質	外幕性質	切割線性質
圖示			
性質	$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$	$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$	$\overline{PC}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$

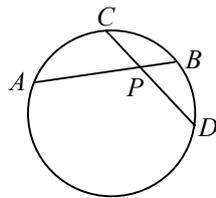
1. 如圖，圓上兩弦 \overline{AB} 、 \overline{CD} 交於 P 點，若 $\overline{PC} = 8$ ， $\overline{PA} = \overline{PB} = 12$ ，求 \overline{PD} 。

18



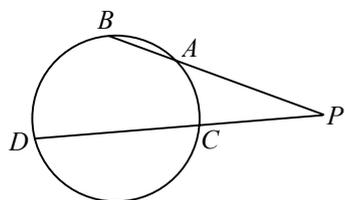
2. 如圖，圓內兩弦 \overline{AB} 、 \overline{CD} 交於 P 點，若 $\overline{PA} = x + 2$ ， $\overline{PB} = 4$ ， $\overline{PC} = x - 3$ ， $\overline{PD} = 8$ ，求 x 的值。

8



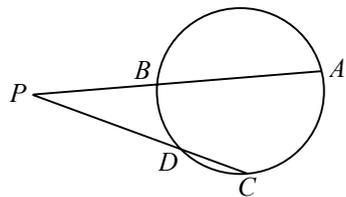
3. 如圖，圓上兩弦 \overline{AB} 、 \overline{CD} ，其延長線交於圓外 P 點，若 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{PA} = 8$ ， $\overline{PC} = 6$ ，求 \overline{CD} 。

10



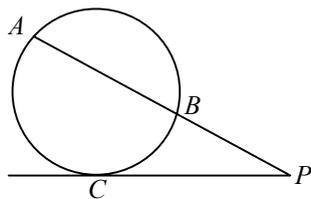
4. 如圖，圓上兩弦 \overline{AB} 、 \overline{CD} ，其延長線交於圓外 P 點，若 $\overline{AB} = x$ ， $\overline{PB} = 3$ ， $\overline{CD} = x - 3$ ， $\overline{PD} = 4$ ，求 x 的值。

5



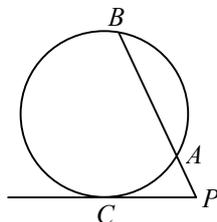
5. 如圖， \overline{PA} 交圓於 A 、 B 兩點， \overline{PC} 為圓的切線， C 為切點，若 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{PB} = 4$ ，求 \overline{PC} 。

6



6. 如圖， \overline{PB} 交圓於 A 、 B 兩點， \overline{PC} 為圓的切線， C 為切點，若 $\overline{PC} = 10$ ， $\overline{PA} = 5$ ，求 \overline{AB} 。

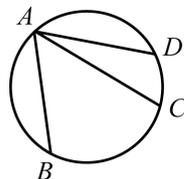
15



一、選擇題（每題 8 分，共 32 分）

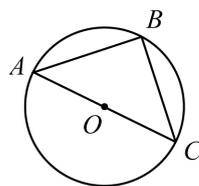
(B) 1. 如圖， $A、B、C、D$ 為圓上四個點，若 $\angle BAD=70^\circ$ ， $\widehat{BC}=100^\circ$ ，則 \widehat{CD} 的度數為何？

- (A) 30° (B) 40°
(C) 50° (D) 60°



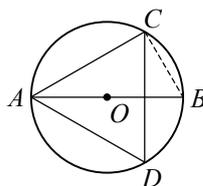
(C) 2. 如圖， \overline{AC} 為圓 O 的直徑， B 點在圓周上，若 $\angle BCA=46^\circ$ ，則 \widehat{BC} 的度數為何？

- (A) 44° (B) 46°
(C) 88° (D) 92°



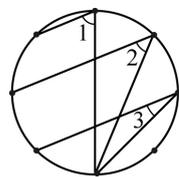
(A) 3. 如圖， \overline{AB} 為直徑， $\overline{AB}=12$ ， \overline{CD} 的弦心距為 3， $\widehat{BC}=60^\circ$ ，則 $\triangle ACD$ 為何種三角形？

- (A) 正三角形 (B) 直角三角形
(C) 鈍角三角形 (D) 等腰直角三角形



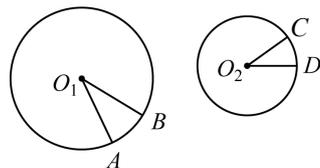
(C) 4. 如圖，將一圓分成 8 等分，則下列敘述何者錯誤？

- (A) $\angle 2=2\angle 3$ (B) $\angle 1-\angle 2=\angle 3$
(C) $\angle 1=2\angle 3$ (D) $2\angle 1=3\angle 2$

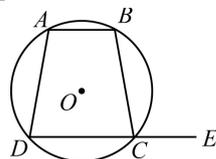


二、填充題（每格 8 分，共 40 分）

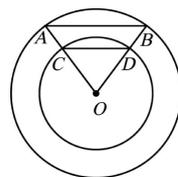
1. 如圖，已知 \widehat{AB} 的長為 12， \widehat{CD} 的長為 9，圓 O_2 的半徑為 15，且 $\angle AO_1B = \angle CO_2D$ ，則圓 O_1 的半徑為 20。



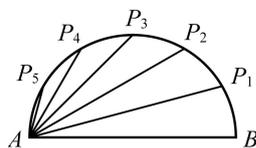
2. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為圓 O 的內接四邊形，已知 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ， $\angle BCE=100^\circ$ ，則 $\angle ADC=$ 80 度。



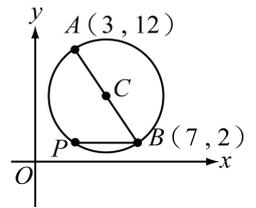
3. 如圖，兩同心圓的半徑分別是 12 公分、18 公分，若 \widehat{AB} 的長為 6π 公分，連接 \overline{AB} 、 \overline{CD} ，則四邊形 $ABDC$ 的面積為 $45\sqrt{3}$ 平方公分。



4. 如圖，將半徑為 2 的半圓弧 \widehat{AB} 分成六等分，各等分點依次為 $P_1、P_2、P_3、P_4、P_5$ ，則 $\overline{AP_1}^2 + \overline{AP_2}^2 + \overline{AP_3}^2 + \overline{AP_4}^2 + \overline{AP_5}^2 =$ 40。



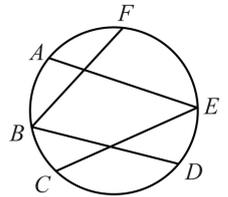
5. 如圖， \overline{AB} 是圓 C 的直徑， P 在圓 C 上，且 $\overline{BP} \parallel x$ 軸，
若 $A(3, 12)$ 、 $B(7, 2)$ ，則 P 的坐標為 $(3, 2)$ 。



三、計算題（共 28 分）

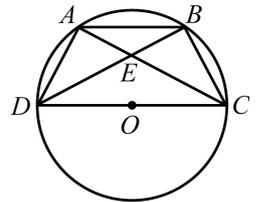
1. 如圖， A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 為圓上六個點，已知 $\widehat{AF} = 60^\circ$ ，
 $\widehat{CD} = 100^\circ$ ，求 $\angle B + \angle E$ 的值。（8 分）

100°



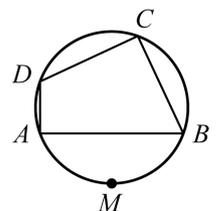
2. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為圓內接梯形， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， \overline{CD} 為直徑，
若 $\angle ACD = 28^\circ$ ，求 \widehat{AB} 的度數與 $\angle CED$ 。（10 分）

$\widehat{AB} = 68^\circ$ ， $\angle CED = 124^\circ$



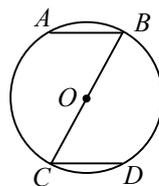
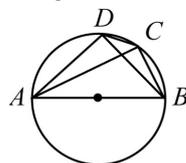
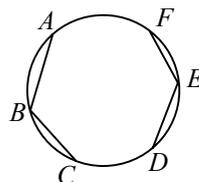
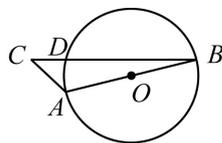
3. 如圖， $ABCD$ 為圓內接四邊形， $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle B = 65^\circ$ ，
 $\overline{BC} = \overline{CD}$ ，求 \widehat{AMB} 的度數。（10 分）

140°



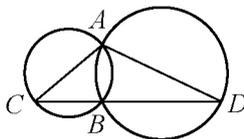
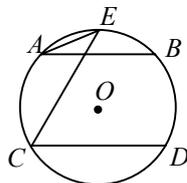
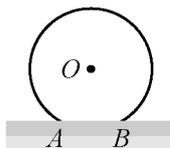
一、選擇題（每題 10 分，共 40 分）

- (A) 1. 如圖， \overline{BC} 為圓 O 的割線，與圓交於 D 點， \overline{AB} 為圓 O 的直徑，若 $\overline{CD}=3$ ， $\overline{AC}=4$ ， $\overline{BC}=14$ ，則圓 O 的面積為何？
 (A) 32π (B) 57π (C) 64π (D) 73π
- (C) 2. 如圖， $\widehat{AF}=80^\circ$ ， $\widehat{CD}=60^\circ$ ，則 $\angle B + \angle E = ?$
 (A) 130° (B) 310°
 (C) 250° (D) 245°
- (D) 3. 如圖， $A、B、C、D$ 為圓上四點， \overline{AB} 為直徑， $\overline{AB}=6$ ，則 $\overline{AD}^2 + \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{BD}^2 = ?$
 (A) 36 (B) 48 (C) 64 (D) 72
- (B) 4. 如圖， \overline{BC} 是圓 O 的直徑， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，若 $\angle ABC = 59^\circ$ ，則 \widehat{CD} 的度數為多少？
 (A) 59° (B) 62°
 (C) 118° (D) 124°



二、填充題（每格 10 分，共 40 分）

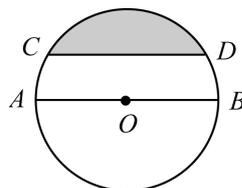
1. 已知圓 O_1 的半徑為 18 公分，圓 O_2 的半徑為 12 公分，若圓 O_1 的 \widehat{AB} 長等於圓 O_2 的 \widehat{CD} 長，且 $\widehat{CD} = 72^\circ$ ，則 \widehat{AB} 的度數為 48 度。
2. 如圖，有一圓形雕塑品，其中一部分被埋在地下， $\overline{AB} = 150$ 公分，圓 O 的半徑為 150 公分，則被埋在地下部分的弧長是 50π 公分。
3. 如圖， \overline{AB} 、 \overline{CD} 為圓 O 的兩弦，且 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，若 $\widehat{BE} = 46^\circ$ ， $\angle ECD = 60^\circ$ ，則 $\angle AEC$ 的度數 = 37 度。
4. 如圖，兩圓交於 $A、B$ 兩點，且 $C、B、D$ 三點共線，若 $\widehat{BC} = 96^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，則 $\widehat{ABD} =$ 184 度。



三、計算題（共 20 分）

如圖， \overline{AB} 為圓 O 的直徑， \overline{CD} 為圓 O 上的一弦， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{CD} = 6\sqrt{3}$ ，求灰色區域的面積。

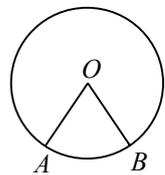
$12\pi - 9\sqrt{3}$



一、選擇題 (每題 10 分, 共 40 分)

(A) 1. 如圖, 圓 O 的半徑為 18, 圓上 A 、 B 兩點將圓分成大、小兩弧, 大弧的度數是小弧度數的 4 倍多 10 度, 則 \widehat{AB} 的長度為多少?

- (A) 7π (B) 6π (C) 5π (D) 4π

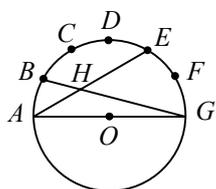


(D) 2. 在坐標平面上, 圓 O 通過 $A(5, -4)$ 、 $B(-3, -4)$ 、 $C(5, m)$ 三點, 若圓心 O 的坐標為 $(n, 3)$, 則 $(n, m) = ?$

- (A) $(10, 1)$ (B) $(1, -10)$ (C) $(-10, 1)$ (D) $(1, 10)$

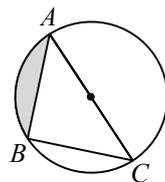
(D) 3. 如圖, \overline{AG} 為直徑, B 、 C 、 D 、 E 、 F 為半圓上的五個等分點, \overline{AE} 、 \overline{BG} 交於 H 點, 則 $\angle AHG = ?$

- (A) 90° (B) 105°
(C) 120° (D) 135°



(D) 4. 如圖, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 且 $\overline{AB} = \overline{BC}$, 作一圓過 A 、 B 、 C 三點, 若此圓的半徑為 $4\sqrt{2}$, 則灰色區域的面積為何?

- (A) $4\pi + 16$ (B) $4\pi - 16$ (C) $8\pi + 16$ (D) $8\pi - 16$



二、填充題 (每格 8 分, 共 40 分)

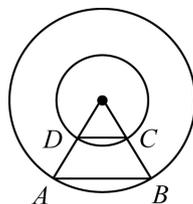
1. 在坐標平面上, 已知圓 O 的半徑為 6, 且圓心坐標為 $(-2, 4)$, 若 A 點坐標為 $(1, 1)$, 則 A 點會落在 圓內。(填入圓外、圓上或圓內)

2. 已知圓 O 的直徑為 14, 若圓心到三條直線 L_1 、 L_2 、 L_3 的距離分別為 6、7、14, 則直線 L_2 為切線, 直線 L_1 為割線。

3. 右圖是某圓沿著弦 \overline{AB} 切下來的弓形, 若 \widehat{AB} 的中點到弦 \overline{AB} 的距離為 1, $\overline{AB} = 10$, 則此圓的半徑為 13。



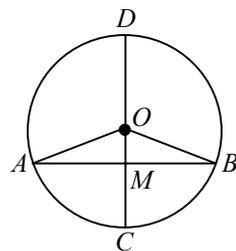
4. 如圖, 大、小兩個同心圓的半徑分別為 12、6, \overline{AB} 、 \overline{CD} 分別為大、小兩圓上的一弦, \widehat{AB} 長為 4π , 則四邊形 $ABCD$ 的面積為 $27\sqrt{3}$ 。



三、計算題 (共 20 分)

如圖, \overline{CD} 為直徑, M 為弦 \overline{AB} 的中點, $\overline{OM} = \frac{1}{2} \overline{MC}$, 若 $\overline{AB} = 16$, 求 \overline{CD} 。

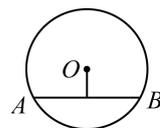
$12\sqrt{2}$



一、選擇題 (每題 6 分, 共 30 分)

- (C) 1. 有兩個扇形, 已知甲扇形的半徑為 10、弧長為 8π , 乙扇形的半徑為 20、弧長為 4π 公分, 則兩個扇形的面積大小關係為何?
 (A) 甲 > 乙 (B) 甲 < 乙
 (C) 甲 = 乙 (D) 無法判別

- (C) 2. 如圖, 圓 O 的半徑為 17, \overline{AB} 的弦心距為 8, 則 $\overline{AB} = ?$
 (A) 8 (B) 15
 (C) 30 (D) 34



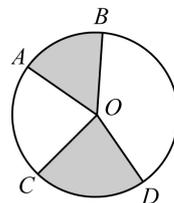
- (C) 3. 坐標平面上一圓, 圓上有三點 $O(0, 0)$ 、 $A(12, 24)$ 、 $B(24, 0)$, 則下列敘述何者正確?
 (A) 圓心的坐標為 $(12, 12)$ (B) 圓心的坐標為 $(18, 9)$
 (C) \overline{OB} 的弦心距為 9 (D) 圓的半徑為 $6\sqrt{5}$

- (A) 4. \overline{AB} 為直徑, 若 C 點在圓上, D 點在圓內, E 點在圓外, 則 $\angle ACB$ 、 $\angle ADB$ 與 $\angle AEB$ 的大小關係為何?
 (A) $\angle ADB > \angle ACB > \angle AEB$ (B) $\angle ACB > \angle ADB > \angle AEB$
 (C) $\angle AEB > \angle ACB > \angle ADB$ (D) $\angle ACB = \angle ADB = \angle AEB$

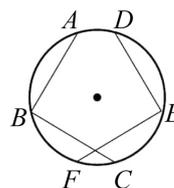
- (C) 5. 若大圓面積是小圓面積的 16 倍, 且小圓的周長為 18 公分, 則大圓的周長為多少公分?
 (A) 36 公分 (B) 54 公分
 (C) 72 公分 (D) 90 公分

二、填充題 (每格 8 分, 共 40 分)

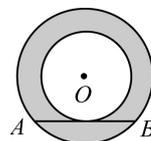
1. 如圖, 圓 O 的半徑為 6 公分, \widehat{AB} 與 \widehat{CD} 的弧長比為 3 : 4, 且 $\angle COD = 80^\circ$, 則扇形 AOB 的周長為 $12 + 2\pi$ 公分。



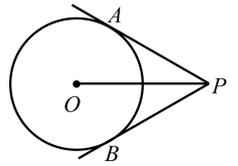
2. 如圖, \widehat{AD} 和 \widehat{CF} 的度數各為 96° 、 72° , 則 $\angle B + \angle E =$ 192 度。



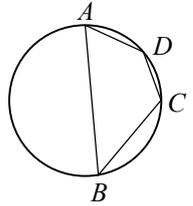
3. 如圖, 兩個同心圓, \overline{AB} 為大圓的一弦, 且與小圓相切, 若 $\overline{AB} = 20$, 則圓環 (灰色區域) 的面積為 100π 。



4. 如圖， \overline{PA} 、 \overline{PB} 切圓 O 於 A 、 B 兩點，若圓 O 半徑為 4， $\angle APB=60^\circ$ ，則 $\overline{PA} = \underline{4\sqrt{3}}$ 。

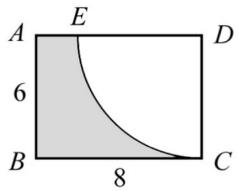


5. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為圓內接四邊形，若 $\angle A=60^\circ$ ， $\widehat{AD}=50^\circ$ ， $\widehat{BC}=80^\circ$ ，則 $\angle B = \underline{45}$ 度。

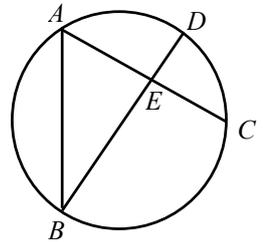


三、計算題（每題 10 分，共 30 分）

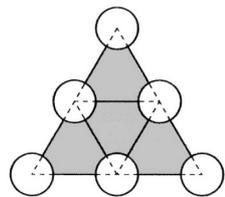
1. 如圖，長方形 $ABCD$ 的周長為 28 公分，以 D 點為圓心，半徑為 6 公分畫一弧，求灰色區域的面積與周長。
 $(48-9\pi)$ 平方公分， $(16+3\pi)$ 公分



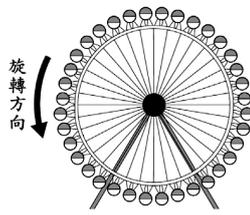
2. 如圖， A 、 B 、 C 、 D 為圓上的四點， \overline{BD} 與 \overline{AC} 相交於 E 點。已知 $\angle BAC=62^\circ$ ， $\widehat{AD}=58^\circ$ ，則 $\angle AED$ 的度數為何？
 91°



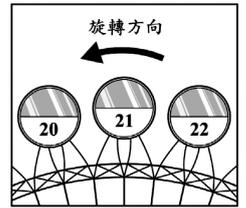
3. 右圖為跳棋盤的一部分，若圓的半徑皆為 1，且各連線的長度都等於圓的直徑，則圖中灰色區域的面積與六個圓形的總面積之比為何？（10 分）
 $(8\sqrt{3}-\pi):3\pi$



- (B) 1. 圖一的摩天輪上以等間隔的方式設置 36 個車廂，車廂依順時針方向分別編號為 1 號到 36 號，且摩天輪運行時以逆時針方向等速旋轉，旋轉一圈花費 30 分鐘。若圖二表示 21 號車廂運行到最高點的情形，則此時經過多少分鐘後，9 號車廂才會運行到最高點？



圖一

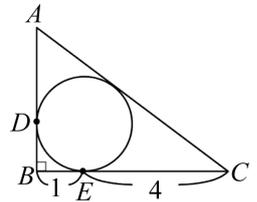


圖二

- (A) 10
(B) 20
(C) $\frac{15}{2}$
(D) $\frac{45}{2}$

[108 會考第 18 題]

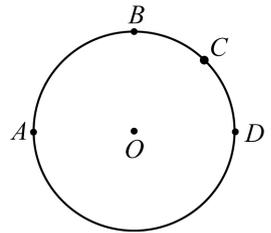
- (D) 2. 如圖，直角三角形 ABC 的內切圓分別與 \overline{AB} 、 \overline{BC} 相切於 D 點、 E 點。根據圖中標示的長度與角度，求 \overline{AD} 的長度為何？



- (A) $\frac{3}{2}$
(B) $\frac{5}{2}$
(C) $\frac{4}{3}$
(D) $\frac{5}{3}$

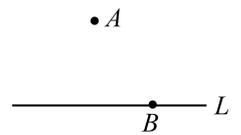
[108 會考第 19 題]

- (B) 3. 右圖表示 A 、 B 、 C 、 D 四點在圓 O 上的位置，其中 $\widehat{AD} = 180^\circ$ ，且 $\widehat{AB} = \widehat{BD}$ ， $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ 。若阿超在 \widehat{AB} 上取一點 P ，在 \widehat{BD} 上取一點 Q ，使得 $\angle APQ = 130^\circ$ ，則下列敘述何者正確？
- (A) Q 點在 \widehat{BC} 上，且 $\widehat{BQ} > \widehat{QC}$ (B) Q 點在 \widehat{BC} 上，且 $\widehat{BQ} < \widehat{QC}$
(C) Q 點在 \widehat{CD} 上，且 $\widehat{CQ} > \widehat{QD}$ (D) Q 點在 \widehat{CD} 上，且 $\widehat{CQ} < \widehat{QD}$



[108 會考第 24 題]

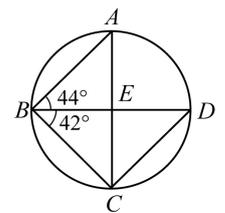
- (C) 4. 右圖表示平面上 A 、 B 兩點與直線 L 的位置關係，其中 B 點在 L 上。若有一動點 P 從 A 點開始移動，移動過程中與 B 點的距離保持不變，則下列關於 P 點移動路徑的敘述，何者正確？



- (A) 在與直線 L 平行且通過 A 點的直線上
(B) 在與直線 L 垂直且通過 A 點的直線上
(C) 在以 B 點為圓心且通過 A 點的圓上
(D) 在以 \overline{AB} 為直徑的圓上

[109 會考第 12 題]

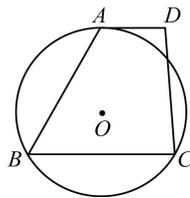
- (B) 5. 圓上有 A 、 B 、 C 、 D 四點，其位置如圖所示，其中 \overline{AC} 與 \overline{BD} 相交於 E 點，且 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 。根據圖中標示的角度，判斷下列四條線段何者的長度最長？



- (A) \overline{AE}
(B) \overline{BE}
(C) \overline{CE}
(D) \overline{DE}

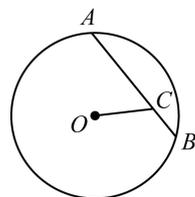
[109 會考第 19 題]

- (D) 6. 如圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，有一圓 O 通過 A 、 B 、 C 三點，且 \overline{AD} 與圓 O 相切於 A 點。若 $\angle B = 58^\circ$ ，則 \widehat{BC} 的度數為何？
- (A) 116
(B) 120
(C) 122
(D) 128



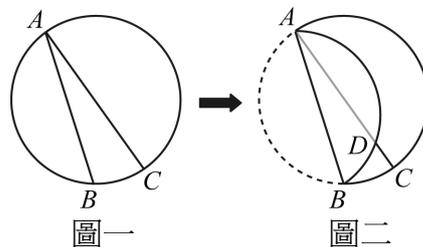
[110 會考第 17 題]

- (D) 7. 如圖， \overline{AB} 為圓 O 的一弦，且 C 點在 \overline{AB} 上。若 $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{BC} = 2$ ， \overline{AB} 的弦心距為 3，則 \overline{OC} 的長度為何？
- (A) 3
(B) 4
(C) $\sqrt{11}$
(D) $\sqrt{13}$



[111 會考第 13 題]

- (B) 8. 圖一為一圓形紙片， A 、 B 、 C 為圓周上三點，其中 \overline{AC} 為直徑，今以 \overline{AB} 為摺線將紙片向右摺後，紙片蓋住部分的 \overline{AC} ，而 \widehat{AB} 上與 \overline{AC} 重疊的點為 D ，如圖二所示。若 $\widehat{BC} = 35^\circ$ ，則 \widehat{AD} 的度數為何？
- (A) 105
(B) 110
(C) 120
(D) 145

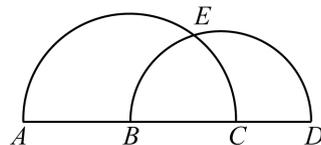


[112 會考第 19 題]

- (A) 9. $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 55^\circ$ ， $\angle C = 65^\circ$ 。今分別以 B 、 C 為圓心， \overline{BC} 長為半徑畫圓 B 、圓 C ，關於 A 點位置，下列敘述何者正確？
- (A) 在圓 B 外部，在圓 C 內部
(B) 在圓 B 外部，在圓 C 外部
(C) 在圓 B 內部，在圓 C 內部
(D) 在圓 B 內部，在圓 C 外部

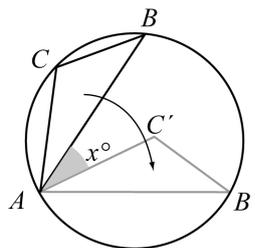
[113 會考第 17 題]

- (D) 10. 如圖， \widehat{AC} 、 \widehat{BD} 皆為半圓， \widehat{AC} 與 \widehat{BD} 相交於 E 點，其中 A 、 B 、 C 、 D 在同一直線上，且 B 為 \overline{AC} 的中點。若 $\widehat{CE} = 58^\circ$ ，則 \widehat{BE} 的度數為何？
- (A) 58
(B) 60
(C) 62
(D) 64



[113 會考第 21 題]

- (D) 11. 如圖， $\triangle ABC$ 的三個頂點都在一圓上，固定 A 點將 $\triangle ABC$ 依順時針方向旋轉，旋轉後的三角形為 $\triangle AB'C'$ ，且 B' 會落在同一圓上，其中 \overline{AB} 與 $\overline{AC'}$ 的夾角為 x° 。若 $\widehat{BC} = 54^\circ$ ， $\widehat{CA} = 62^\circ$ ，則 x 值為何？
- (A) 27
(B) 31
(C) 32
(D) 37



[114 會考第 23 題]

重點 1 幾何證明

■ 推理與證明：

- (1) 將「題目所給的條件」寫在已知。
- (2) 將「要說明的結論」寫在求證。
- (3) 將「推導或說明的過程」寫在證明。

■ 幾何證明的寫作步驟：

在幾何證明的寫作過程中，會利用題目所給的條件與已經學過的幾何性質進行推理，並寫成已知、求證、證明的形式。

1. 如圖， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ， $\overline{AC} = \overline{BD}$ ，求證 $\angle ACB = \angle DBC$ 。

證明 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DCB$ 中，

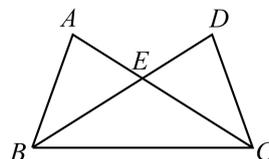
$$\therefore \overline{AB} = \overline{DC} \quad (\text{已知}),$$

$$\overline{AC} = \overline{BD} \quad (\text{已知}),$$

$$\overline{BC} = \overline{BC} \quad (\underline{\text{公用邊}}),$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB \quad (\underline{\text{SSS}} \text{ 全等性質}),$$

故 $\angle ACB = \angle DBC$ 。



2. 如圖， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， D 、 E 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 的中點，求證 $\overline{BE} = \overline{CD}$ 。

證明 $\because \overline{AB} = \overline{AC}$ ，且 D 、 E 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 的中點，

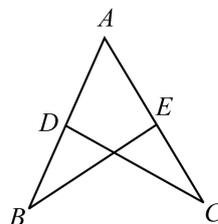
$$\therefore \overline{AD} = \overline{AE},$$

$$\text{又 } \overline{AB} = \overline{AC} \quad (\text{已知}),$$

$$\angle A = \angle A \quad (\underline{\text{公用角}}),$$

$$\text{則 } \triangle ABE \cong \triangle ACD \quad (\underline{\text{SAS}} \text{ 全等性質}),$$

故 $\overline{BE} = \overline{CD}$ 。



3. 如圖， $\overline{AB} \parallel \overline{DF}$ ， $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ ， $\overline{BC} = \overline{EF}$ ，回答下列問題：

(1) 求證 $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ 。

(2) 若 $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle FED = 60^\circ$ ，求 $\angle A$ 。

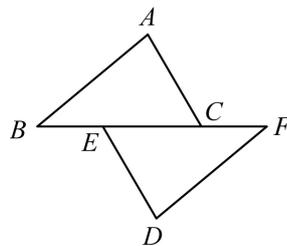
$$(1) \because \overline{AB} \parallel \overline{DF}, \overline{AC} \parallel \overline{DE},$$

$$\therefore \angle ABC = \angle EFD, \angle ACB = \angle DEF,$$

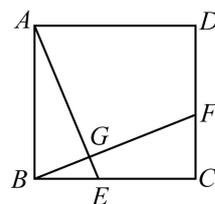
$$\text{又 } \overline{BC} = \overline{EF},$$

故 $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ (ASA 全等性質)。

(2) 80°



4. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為正方形， $\angle AEB = \angle BFC$ ，回答下列問題：



(1) 求證 $\triangle ABE \cong \triangle BCF$ 。

(2) 若正方形 $ABCD$ 的邊長為 12， $\overline{BE} = 5$ ，求 \overline{BF} 。

(1) \because 四邊形 $ABCD$ 為正方形，

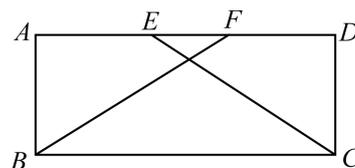
$$\therefore \overline{AB} = \overline{BC}, \angle ABE = \angle BCF = 90^\circ,$$

$$\text{又 } \angle AEB = \angle BFC,$$

故 $\triangle ABE \cong \triangle BCF$ (AAS 全等性質)。

(2) 13

5. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為長方形， E 、 F 皆在 \overline{AD} 上， $\overline{CE} = \overline{BF}$ ，回答下列問題：



(1) 求證 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ 。

(2) 若 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{DE} = 10$ ， $\overline{EF} = 4$ ，求 \overline{AE} 與 \overline{CE} 。

(1) \because 四邊形 $ABCD$ 為長方形，

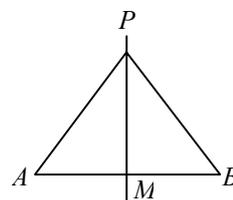
$$\therefore \overline{AB} = \overline{DC}, \angle BAF = \angle CDE = 90^\circ,$$

$$\text{又 } \overline{CE} = \overline{BF},$$

故 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ (RHS 全等性質)。

(2) $\overline{AE} = 6$ ， $\overline{CE} = 2\sqrt{34}$ 。

6. 如圖， \overline{PM} 為 \overline{AB} 的垂直平分線，且交 \overline{AB} 於 M 點，回答下列問題：



(1) 求證 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 。

(2) 若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{PM} = 8$ ，求 \overline{PA} 。

(1) \because \overline{PM} 為 \overline{AB} 的垂直平分線，

$$\therefore \angle PMA = \angle PMB = 90^\circ, \overline{AM} = \overline{MB},$$

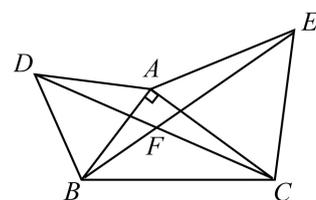
$$\text{又 } \overline{PM} = \overline{PM},$$

則 $\triangle PMA \cong \triangle PMB$ (SAS 全等性質)，

故 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 。

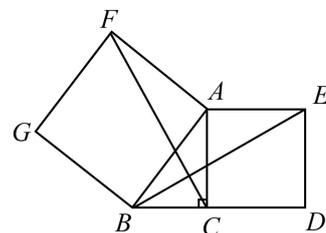
(2) 10

7. 如圖， $\triangle ABD$ 與 $\triangle ACE$ 都是正三角形， \overline{BE} 與 \overline{CD} 交於 F 點， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle AEB = 10^\circ$ ，求 $\angle ADC$ 與 $\angle DFE$ 。



$$\angle ADC = 20^\circ, \angle DFE = 120^\circ$$

8. 如圖，四邊形 $ABGF$ 與 $ACDE$ 都是正方形， $\angle ACB = 90^\circ$ ，若 $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{AB} = 5$ ，求 \overline{CF} 。



$$\sqrt{65}$$

重點 2 代數證明

■ 偶數與奇數的表示形式：

(1) 偶數能被 2 整除，所以偶數都可以表示成 $2n$ 的形式，其中 n 為整數；

反之，可以寫成 $2n$ 形式的整數都是偶數。

(2) 奇數能被 2 除餘 1，所以奇數都可以表示成 $2n+1$ 的形式，其中 n 為整數；

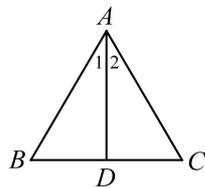
反之，可以寫成 $2n+1$ 形式的整數都是奇數。

1. 已知 a 為奇數，則下列敘述何者錯誤？ (C)
(A) $6a+1$ 為奇數 (B) $a+5$ 為偶數
(C) $2a-4$ 為奇數 (D) $3a-5$ 為偶數
2. 已知 a 為偶數、 b 為奇數，則下列敘述何者錯誤？ (B)
(A) a^2 為偶數 (B) a^2+3b 為偶數
(C) b^2 為奇數 (D) b^2+5a 為奇數
3. 已知 a 、 b 兩整數的和為偶數， b 、 c 兩整數的乘積為奇數，若 c 為奇數，則下列敘述何者正確？ (B)
(A) a 、 b 都是偶數 (B) a 、 b 都是奇數
(C) a 為偶數、 b 為奇數 (D) a 為奇數、 b 為偶數
4. 已知 $10^2+24^2=26^2$ ，則下列敘述何者錯誤？ (C)
(A) 24^2 是 26^2-10^2 的倍數 (B) 24^2 是 16 的倍數
(C) 24^2 是 26^2+10^2 的倍數 (D) 24^2 是 36 的倍數
5. 已知 a 、 b 、 c 均為正整數，若 $a^2=b^2+c^2$ ，則下列敘述何者錯誤？ (A)
(A) c^2 是 a^2+b^2 的倍數 (B) c^2 是 $a-b$ 的倍數
(C) c^2 是 $a+b$ 的倍數 (D) c^2 是 a^2-b^2 的倍數
6. 已知 a 為任意正整數， $P=(5a+8)^2-6(5a+8)+84$ ，則 P 一定是哪一個數的倍數？ (B)
(A) 15 (B) 25
(C) 35 (D) 45
7. 已知 b 為正整數， $a^2+5^2=(4b+29)^2$ ，則 a^2 一定是哪一個數的倍數？ (B)
(A) 6 (B) 8
(C) 10 (D) 12

一、選擇題（每題 6 分，共 36 分）

(B) 1. 如圖，若 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，則 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 是根據何種全等性質？

- (A) AAS 全等性質 (B) SAS 全等性質
(C) SSS 全等性質 (D) ASA 全等性質



(A) 2. 任意一個四邊形的各邊中點 E 、 F 、 G 、 H ，若依次連接 \overline{EF} 、 \overline{FG} 、 \overline{GH} 、 \overline{HE} ，則四邊形 $EFGH$ 必為何種圖形？

- (A) 平行四邊形 (B) 正方形
(C) 菱形 (D) 箏形

(C) 3. 已知 $28^2 + 21^2 = 35^2$ ，則下列敘述何者錯誤？

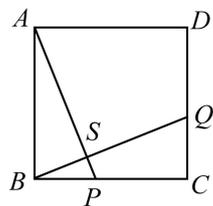
- (A) 28^2 是 $35^2 - 21^2$ 的倍數 (B) 28^2 是 14 的倍數
(C) 28^2 是 $35^2 + 21^2$ 的倍數 (D) 28^2 是 56 的倍數

(D) 4. 下列敘述何者錯誤？

- (A) 若 a 為整數，則 $4(a+3)$ 為偶數
(B) 若 a 為整數，則 $2(a+5)+1$ 為奇數
(C) 若 a 為奇數，則 a^2+2 也是奇數
(D) 若 a 為偶數，則 a^2+1 也是偶數

(C) 5. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為正方形， P 、 Q 兩點分別在 \overline{BC} 、 \overline{CD} 上，且 $\overline{BP} = \overline{CQ}$ ，則下列敘述何者錯誤？

- (A) $\triangle ABP \cong \triangle BCQ$ (B) $\angle QBC = \angle PAB$
(C) $\overline{QS} = \overline{AS}$ (D) $\overline{AP} = \overline{BQ}$

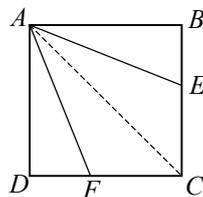


(A) 6. 如圖， $ABCD$ 為正方形色紙，若 $\overline{BE} = \overline{DF}$ ，證明 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ 的過程甲、乙兩生採用的方法如下：

- (甲) $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{BE} = \overline{DF}$ ， $\angle B = \angle D$ ，故 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ 。
(乙) 將色紙由 \overline{AC} 對摺，使 B 、 D 重疊， E 、 F 重疊，故 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ 。

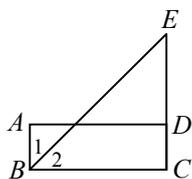
關於兩人的作法何者正確？

- (A) 兩人都對 (B) 兩人都錯
(C) 甲對，乙錯 (D) 甲錯，乙對



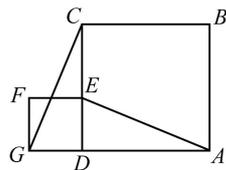
二、填充題（每格 8 分，共 40 分）

1. 如圖，長方形 $ABCD$ 中， $\angle 1 = \angle 2$ ，若 $\overline{AD} : \overline{AB} = 3 : 1$ ，則 $\triangle BCE$ 與長方形 $ABCD$ 的面積比為 3 : 2。



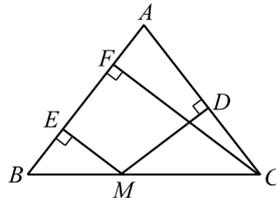
2. 已知 a 是正整數， $A = (7a+2)^2 + 4(7a+2) + 23$ ，則 A 是 7 的倍數。（填是或不是）

3. 如圖，四邊形 $ABCD$ 與四邊形 $DEFG$ 均為正方形，若 $\overline{AE} = 13$ ， $\overline{DG} = 5$ ，
則 $\overline{CE} =$ 7。



4. 已知 a 、 b 為連續的正奇數，且 $a > b$ ，則 $(a^2 - b^2)$ 為 偶數。(填奇數或偶數)

5. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{ME} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{MD} \perp \overline{AC}$ ，
 $\overline{CF} \perp \overline{AB}$ ，若 $\overline{EM} = 5$ ， $\overline{DM} = 7$ ，則 $\overline{CF} =$ 12。



三、證明題 (共 24 分)

1. 已知 b 為正整數， $a^2 + 5^2 = (4b + 29)^2$ ，證明 a^2 是 8 的倍數。(12 分)

$$a^2 + 5^2 = (4b + 29)^2$$

$$a^2 = (4b + 29)^2 - 5^2$$

$$= (4b + 29 + 5)(4b + 29 - 5)$$

$$= (4b + 34)(4b + 24)$$

$$= 8(2b + 17)(b + 6)$$

$\therefore (2b + 17)(b + 6)$ 為正整數，故 a^2 是 8 的倍數。

2. 如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle ABD$ 中， E 為 \overline{AB} 上任一點， $\angle CAB = \angle DAB$ ， $\angle CBA = \angle DBA$ 。求證：

(1) $\overline{BC} = \overline{BD}$ 。(6 分)

(2) $\angle BCE = \angle BDE$ 。(6 分)

(1) 在 $\triangle CAB$ 與 $\triangle DAB$ 中，

$$\because \angle CAB = \angle DAB, \overline{AB} = \overline{AB}, \angle CBA = \angle DBA,$$

$$\therefore \triangle CAB \cong \triangle DAB \text{ (ASA 全等性質),}$$

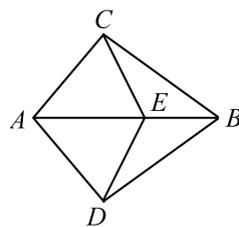
$$\text{故 } \overline{BC} = \overline{BD}.$$

(2) 在 $\triangle BCE$ 與 $\triangle BDE$ 中，

$$\because \overline{BC} = \overline{BD}, \angle CBE = \angle DBE, \overline{BE} = \overline{BE},$$

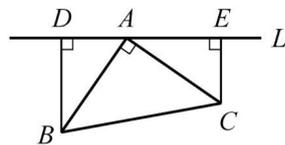
$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle BDE \text{ (SAS 全等性質),}$$

$$\text{故 } \angle BCE = \angle BDE.$$



一、選擇題（每題 10 分，共 40 分）

(B) 1. 如圖，等腰直角三角形 ABC 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{BD} \perp L$ ， $\overline{CE} \perp L$ ，若 $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{AE} = 5$ ，則 $\overline{BC} = ?$

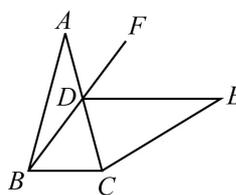


- (A) $2\sqrt{21}$ (B) $\sqrt{82}$ (C) $\sqrt{83}$ (D) 9

(A) 2. 若 a 為正整數， $P = (a+6)^2 + (a+4)^2 + (a+2)^2 - 3a^2$ ，則 P 必為下列何者的倍數？

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14

(C) 3. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，今以 C 點為固定點，將 $\triangle ABC$ 以順時針方向旋轉，使 B 點落在 \overline{AC} 上一點 D ， A 點落在 E 點，則下列敘述何者錯誤？



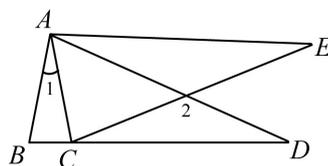
- (A) $\overline{DC} = \overline{BC}$ (B) $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$
(C) $\overline{BD} = \overline{CD}$ (D) \overline{DF} 平分 $\angle ADE$

(A) 4. 已知直角三角形中，斜邊長為 $a+12$ ，兩股長為 $a-4$ 、 b ，其中 a 、 b 均為正整數，則 b^2 為下列哪一個數的倍數？

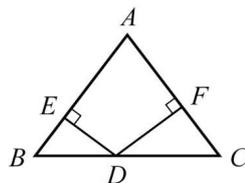
- (A) 32 (B) 34 (C) 36 (D) 38

二、填充題（每格 10 分，共 40 分）

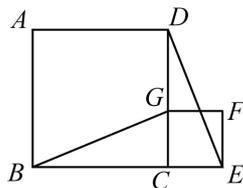
1. 如圖，以 A 點為固定點，將 $\triangle ABD$ 逆時針旋轉到 $\triangle ACE$ ，其中 C 點在 \overline{BD} 上，若 $\angle ADC = 24^\circ$ ， $\angle 2 = 134^\circ$ ，則 $\angle 1 =$ 22 度。



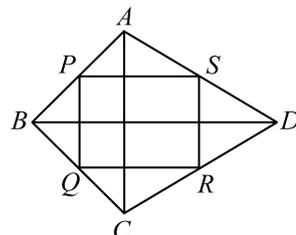
2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{DF} \perp \overline{AC}$ ，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ，則 $\overline{DE} + \overline{DF} =$ $\frac{48}{5}$ 。



3. 如圖，四邊形 $ABCD$ 與 $CEFG$ 都是正方形，若 $\overline{DG} = 7$ ， $\overline{BG} = 13$ ，則 $\overline{CE} =$ 5。



4. 如圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = \overline{BC}$ ， $\overline{AD} = \overline{CD}$ ， P 、 Q 、 R 、 S 為各邊中點，若 $\overline{AC} : \overline{BD} = 3 : 4$ ，四邊形 $ABCD$ 的面積為 486 平方公分，則四邊形 $PQRS$ 的周長為 63。



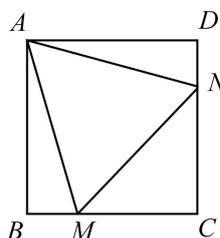
三、證明題（共 20 分）

如圖，四邊形 $ABCD$ 為正方形， $\triangle AMN$ 為正三角形，求證 $\overline{BM} = \overline{DN}$ 。

在 $\triangle ABM$ 與 $\triangle ADN$ 中，

$\because \overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，又 $\overline{AM} = \overline{AN}$ ，

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle ADN$ (RHS 全等性質)，故 $\overline{BM} = \overline{DN}$ 。



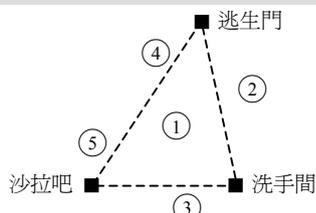
翰林用心
教師用
精益求精

重點 1 三角形的外心

- 三角形三邊的中垂線交於一點，此點稱為三角形的外心，外心到三頂點的距離相等，且外心也是此三角形外接圓的圓心。
- 三角形外心的位置：
 - (1) 銳角三角形的外心在三角形內部。
 - (2) 直角三角形的外心在三角形的斜邊中點。
 - (3) 鈍角三角形的外心在三角形外部。

1. 如圖，文容一家人到餐廳用餐，希望能選一個與沙拉吧、逃生門和洗手間之距離皆相同的座位，則他們應該選擇①～⑤哪一張桌子？

①號

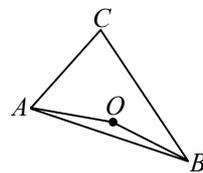


2. $\triangle ABC$ 為直角三角形， O 點到 A 、 B 、 C 三點等距離，則 O 點在 $\triangle ABC$ 的 (C)。
- (A) 外部 (B) 內部 (C) 某一邊上 (D) 無法確定
3. $\triangle ABC$ 為銳角三角形， O 點到 A 、 B 、 C 三點等距離，則 O 點在 $\triangle ABC$ 的 (B)。
- (A) 外部 (B) 內部 (C) 某一邊上 (D) 無法確定
4. $\triangle ABC$ 為鈍角三角形， O 點到 A 、 B 、 C 三點等距離，則 O 點在 $\triangle ABC$ 的 (A)。
- (A) 外部 (B) 內部 (C) 某一邊上 (D) 無法確定
5. 圓 O 為 $\triangle ABC$ 的外接圓，若 $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle B = 20^\circ$ ，求 $\angle AOB$ 。

120°

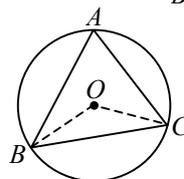
6. 如圖， O 點為 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\angle ACB = 82^\circ$ ，求 $\angle AOB$ 。

164°



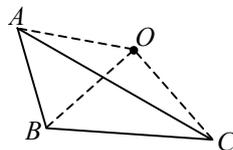
7. 如圖， O 點為 $\triangle ABC$ 外接圓的圓心，若 $\angle BOC = 130^\circ$ ，求 $\angle BAC$ 。

65°



8. 如圖， O 點為 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\angle ACB = 26^\circ$ ， $\angle BAC = 44^\circ$ ，求 $\angle AOC$ 和 $\angle ABO$ 。

$\angle AOC = 140^\circ$ ， $\angle ABO = 64^\circ$



重點 2 外心的應用

■ 直角三角形其斜邊上的中點（即為外心）到三頂點等距離。

1. $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $\overline{AC}=10$ ， $\overline{AB}=8$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓的半徑與面積。
半徑 = 5，面積 = 25π
2. $\triangle ABC$ 為直角三角形，其兩股長分別為 8、15，求 $\triangle ABC$ 外接圓的直徑。
17
3. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC} = 5 : 12 : 13$ ， $\overline{AB} = 10$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓的半徑與面積。
半徑 = 13，面積 = 169π
4. $\triangle ABC$ 為等腰直角三角形，其外心到三頂點的距離總和為 24，求：
(1) $\triangle ABC$ 外接圓的半徑。 (2) $\triangle ABC$ 的面積。
(1) 8 (2) 64
5. $\triangle ABC$ 為等腰直角三角形，其外接圓面積為 16π ，求 $\triangle ABC$ 的面積。
16
6. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC} = 1 : 1 : \sqrt{2}$ ， $\triangle ABC$ 外接圓的面積為 8π ，求 $\triangle ABC$ 的面積。
8
7. $\triangle ABC$ 為等腰三角形， $\overline{AB} = \overline{AC} = 6$ ， $\angle BAC = 120^\circ$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓的面積。
 36π
8. 坐標平面上三點 $A(-2, 7)$ 、 $B(-2, 1)$ 、 $C(10, 1)$ ，求：
(1) $\triangle ABC$ 外心的坐標。 (2) $\triangle ABC$ 外接圓的面積。
(1) (4, 4) (2) 45π
9. $\triangle ABC$ 為銳角三角形，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓的半徑。
 $\frac{25}{8}$
10. $\triangle ABC$ 為銳角三角形， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，若 $\triangle ABC$ 的面積為 108， $\overline{BC} = 12$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓的面積。
 100π
11. $\triangle ABC$ 為鈍角三角形，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 17$ ， $\overline{BC} = 30$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓的半徑。
 $\frac{289}{16}$

重點 3 三角形的內心

■ 三角形三內角的角平分線交於一點，此點稱為三角形的內心，
內心到三邊的距離相等，且內心也是此三角形內切圓的圓心。

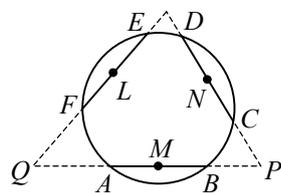
1. 如圖，圓上三弦 \overline{AB} 、 \overline{CD} 、 \overline{EF} ，欲在圓內找一點，使此點到三弦的距離皆相等，則下列哪一種作法是正確的？ (C)

(A) 作 $\angle FAB$ 角平分線與 $\angle ABC$ 角平分線的交點

(B) 作 \overline{AB} 中垂線與 \overline{CD} 中垂線的交點

(C) 分別延長 \overline{AB} 與 \overline{CD} 交於 P 點，分別延長 \overline{AB} 與 \overline{EF} 交於 Q 點，
作 $\angle P$ 角平分線與 $\angle Q$ 角平分線的交點

(D) 取 \overline{AB} 、 \overline{CD} 、 \overline{EF} 三邊中點 M 、 N 、 L ，作 \overline{MN} 中垂線與 \overline{ML} 中垂線的交點



2. 已知 I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，則下列敘述何者正確？ (D)

(A) I 點到三頂點等距離

(B) I 點為 $\triangle ABC$ 三條中線的交點

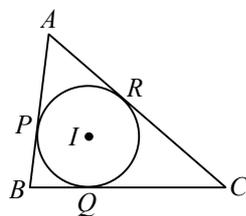
(C) 以 I 點為圓心，可畫出一個圓同時經過 A 、 B 、 C 三點

(D) 以 I 點為圓心，可畫出一個圓同時和 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CA} 相切

3. $\triangle ABC$ 中， I 點為內心，若 I 點到 \overline{AB} 的距離為 3，則 I 點到 \overline{BC} 的距離為 3，
 I 點到 \overline{AC} 的距離為 3。

4. 如圖，圓 I 為 $\triangle ABC$ 的內切圓， P 、 Q 、 R 為切點，若 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 5$ ，

$\overline{AC} = 6$ ，則 $\overline{AP} = \frac{5}{2}$ ， $\overline{BQ} = \frac{3}{2}$ ， $\overline{CR} = \frac{7}{2}$ 。



5. 已知 I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\angle BAC = 100^\circ$ ，則：

(1) $\angle IBC + \angle ICB = \underline{40}$ 度。 (2) $\angle BIC = \underline{140}$ 度。

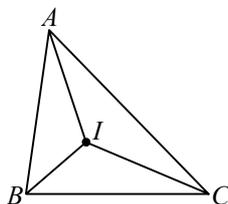
6. 已知 I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\angle B + \angle C = 90^\circ$ ，則 $\angle BIC = \underline{135}$ 度。

7. 已知 I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 5 : 10$ ，則 $\angle BIC = \underline{105}$ 度。

8. 已知 I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\overline{AB} = \overline{BC}$ ， $\angle A = 46^\circ$ ，則 $\angle AIB = \underline{113}$ 度。

9. 等腰直角三角形 ABC 中， $\overline{AB} = \overline{BC}$ ， $\angle B$ 和 $\angle C$ 的角平分線交於 I 點，則 $\angle BIC = \underline{112.5}$ 度。

10. 如圖， I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\angle ACI = 23^\circ$ ， $\angle BAI = 26^\circ$ ，
則 $\angle IBC = \underline{41}$ 度。



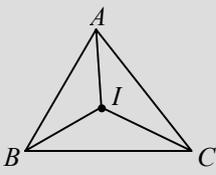
重點 4 內心的應用

■ 若 I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，

則 $\triangle AIB$ 的面積： $\triangle BIC$ 的面積： $\triangle CIA$ 的面積 = \overline{AB} ： \overline{BC} ： \overline{CA} 。

■ 若 r 為三角形的內切圓半徑， S 為三角形的周長，則三角形的面積為 $\frac{1}{2}rS$ 。

■ 若 r 為直角三角形的內切圓半徑，則兩股和 = 斜邊長 + $2r$ ，即 $r = \frac{\text{兩股和一斜邊長}}{2}$ 。



1. $\triangle ABC$ 中， I 點為內心，若 $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BC} = 9$ ，則 $\triangle AIB$ 、 $\triangle BIC$ 、 $\triangle AIC$ 的面積比為何？

2 : 3 : 4

2. 已知 I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{AC} = 12$ ，則 $\triangle AIB$ 的面積： $\triangle BIC$ 的面積： $\triangle AIC$ 的面積 = ？

3 : 5 : 4

3. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 15$ ， $\overline{BC} = 25$ ， $\triangle ABC$ 的面積為 84，內切圓的半徑為 3，求 \overline{AC} 。

16

4. $\triangle ABC$ 中，若 $\triangle ABC$ 的面積為 192，內切圓的半徑為 16， $\overline{BC} + \overline{AC} = 14$ ，求 \overline{AB} 。

10

5. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ， I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，求：

(1) $\triangle ABC$ 的面積。 (2) $\triangle ABC$ 的內切圓半徑。 (3) \overline{AI} 。

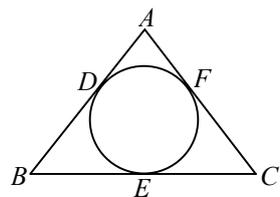
(1) 48

(2) 3

(3) 5

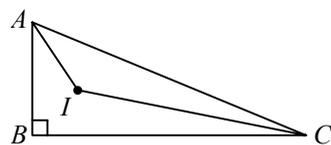
6. 如圖， $\triangle ABC$ 的面積為 84，內切圓與三邊切於 D 、 E 、 F 三點，若 $\overline{BE} = 8$ ， $\overline{AC} = 13$ ，求 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑。

4



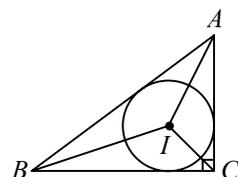
7. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 10$ 公分， $\overline{BC} = 24$ 公分，且 I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，求 $\triangle AIC$ 的面積。

52 平方公分



8. 如圖，圓 I 為直角 $\triangle ABC$ 的內切圓，若 $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BC} = 16$ ，則 $\triangle AIB$ 的面積與 $\triangle AIC$ 的面積相差多少？

16



9. 某直角三角形的兩股和為 17 公分，兩股差為 7 公分，求此三角形的內切圓面積。

4π 平方公分

重點 5 三角形的重心

■ 三角形的三條中線交於一點，此點為三角形的重心。

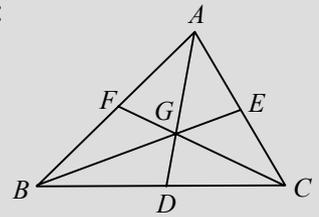
■ 如圖， $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 為三條中線， G 點為重心，則：

(1) $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ ， $\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$ ， $\overline{CG} : \overline{GF} = 2 : 1$ 。

(2) $\overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AD}$ ， $\overline{BG} = \frac{2}{3} \overline{BE}$ ， $\overline{CG} = \frac{2}{3} \overline{CF}$ 。

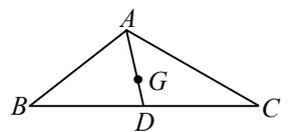
(3) $\triangle AGB = \triangle BGC = \triangle AGC = \frac{1}{3} \triangle ABC$ 。

(4) $\triangle AGF = \triangle BGF = \triangle BGD = \triangle CGD = \triangle CGE = \triangle AGE = \frac{1}{6} \triangle ABC$ 。



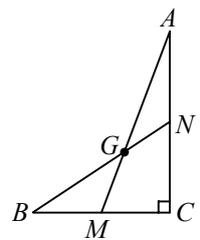
1. 如圖， $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 為中線， G 點為重心，求 $\overline{AG} : \overline{GD}$ 。

2 : 3



2. 如圖， $\angle ACB = 90^\circ$ ， M 、 N 分別為 \overline{BC} 與 \overline{AC} 的中點， \overline{AM} 與 \overline{BN} 相交於 G 點，若 $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BC} = 9$ ，則 $\overline{GN} = ?$

$\sqrt{13}$

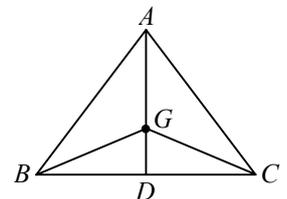


3. 如圖， G 點為 $\triangle ABC$ 的重心， \overline{AG} 交 \overline{BC} 於 D 點，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ，求：

(1) \overline{AG} 。

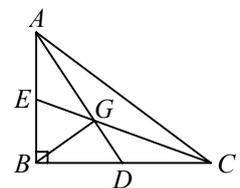
(2) $\triangle BGC$ 的面積。

(1) $\frac{16}{3}$ (2) 16



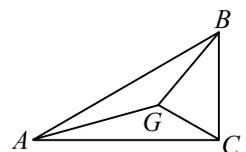
4. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， D 為 \overline{BC} 中點， E 為 \overline{AB} 中點， \overline{AD} 、 \overline{CE} 交於 G 點，若四邊形 $ABCG$ 的面積為 40，求四邊形 $BDGE$ 的面積。

20



5. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC : \angle ABC : \angle ACB = 1 : 2 : 3$ ， G 點為 $\triangle ABC$ 的重心，求 $\triangle ABG$ 的面積 : $\triangle ACG$ 的面積 : $\triangle BCG$ 的面積。

1 : 1 : 1



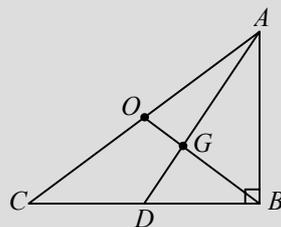
重點 6 重心的應用 (補充)

■ 直角三角形重心與外心的關係：

如圖，直角三角形 ABC 中， $\angle ABC=90^\circ$ ，兩條中線 \overline{AD} 、 \overline{BO} 交於 G 點，則：

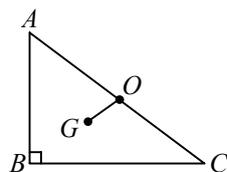
(1) O 點為外心， G 點為重心。

(2) $\overline{GO} = \frac{1}{3} \overline{OB} = \frac{1}{6} \overline{AC}$ ， $\overline{BG} = \frac{2}{3} \overline{OB} = \frac{1}{3} \overline{AC}$ 。



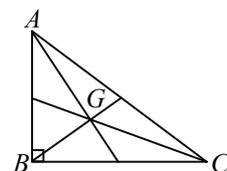
1. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， G 點為 $\triangle ABC$ 的重心， O 點為 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\overline{AB}=15$ ， $\overline{BC}=20$ ，求 \overline{OG} 。

$$\frac{25}{6}$$



2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， G 點為 $\triangle ABC$ 的重心，若 $\overline{BG}=6$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓的面積。

$$81\pi$$



3. 等腰直角三角形 ABC 中，外心到重心的距離為 $\sqrt{2}$ ，求：

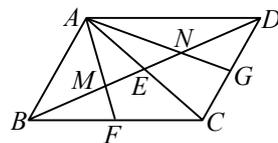
(1) $\triangle ABC$ 的面積。

(2) $\triangle ABC$ 的內切圓半徑。

$$(1) 18 \quad (2) 6-3\sqrt{2}$$

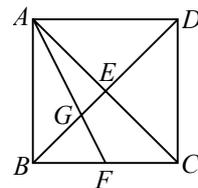
4. 如圖， $\square ABCD$ 中，對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 交於 E 點， F 、 G 分別為 \overline{BC} 、 \overline{CD} 的中點， \overline{AF} 、 \overline{AG} 交 \overline{BD} 於 M 、 N 兩點，若 $\overline{BD}=12$ ，求 \overline{MN} 。

$$4$$



5. 如圖，正方形 $ABCD$ 中，對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 交於 E 點， F 為 \overline{BC} 中點， \overline{AF} 、 \overline{BD} 交於 G 點，若 $\overline{AB}=12$ ，求 $\triangle ABG$ 的面積。

$$24$$



重點 7 正三角形的心(補充)

■ 正三角形的外心、內心與重心是同一點。

1. 已知正三角形 ABC 的邊長為 12，志智在 $\triangle ABC$ 的內部找到一點 P ，使得 P 點到三頂點等距離，求 \overline{AP} 。

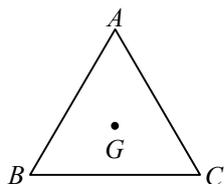
$4\sqrt{3}$

2. 如圖，正三角形 ABC 的邊長為 6， G 點為重心，求：

(1) $\triangle ABC$ 的外接圓半徑。

(2) $\triangle ABC$ 的內切圓半徑。

(1) $2\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{3}$



3. $\triangle ABC$ 為正三角形，其內切圓半徑為 6，求 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑。

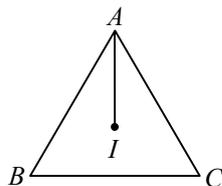
12

4. $\triangle ABC$ 為正三角形，其外接圓半徑為 10，求 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑。

5

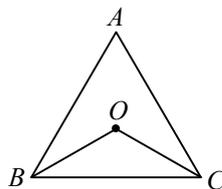
5. 如圖， $\triangle ABC$ 為正三角形， I 點為內心，若 $\overline{IA} = 4$ ，求 $\triangle ABC$ 的面積。

$12\sqrt{3}$



6. 如圖，正三角形 ABC 的邊長為 18， O 點為外心，求 $\triangle OBC$ 的面積。

$27\sqrt{3}$

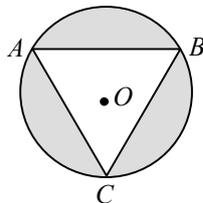


7. $\triangle ABC$ 為正三角形，面積為 $9\sqrt{3}$ ，求 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑及內切圓半徑。

外接圓半徑 = $2\sqrt{3}$ ，內切圓半徑 = $\sqrt{3}$

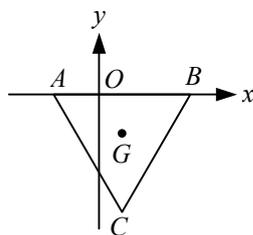
8. 如圖，圓 O 為正三角形 ABC 的外接圓，若 $\triangle ABC$ 的邊長為 6，求灰色區域的面積。

$12\pi - 9\sqrt{3}$



9. 如圖， $\triangle ABC$ 為正三角形， G 點為 $\triangle ABC$ 的重心，若 $A(-2, 0)$ ， $B(4, 0)$ ，求 G 點坐標。

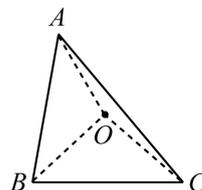
$(1, -\sqrt{3})$



一、選擇題（每題 6 分，共 30 分）

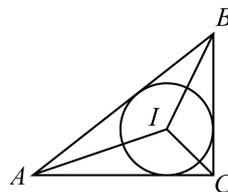
(C) 1. 如圖， $\triangle ABC$ 中， O 點為外心，若 $\angle BAC=50^\circ$ ， $\angle ABC=80^\circ$ ，則 $\angle AOB=?$

- (A) 50° (B) 80°
(C) 100° (D) 160°



(D) 2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， I 點為內切圓的圓心， $\triangle ABI$ 的面積為 40， $\triangle ACI$ 的面積為 32， $\triangle BCI$ 的面積為 24，則 $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC} = ?$

- (A) 3 : 4 : 5 (B) 3 : 5 : 4
(C) 4 : 5 : 3 (D) 5 : 4 : 3



(B) 3. 已知 I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，若 $\angle A=72^\circ$ ，則 $\angle BIC=?$

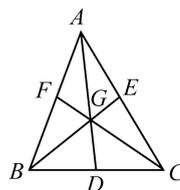
- (A) 108° (B) 126°
(C) 128° (D) 144°

(B) 4. 若三角形的三中線長分別為 10、11、12，則重心到三頂點的距離和是多少？

- (A) 24 (B) 22
(C) 12 (D) 11

(A) 5. 如圖， $\triangle ABC$ 中，三中線 \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 交於 G 點，若 $\triangle ABC$ 的面積為 72 平方公分，則四邊形 $AEGF$ 的面積為何？

- (A) 24 (B) 36
(C) 48 (D) 60



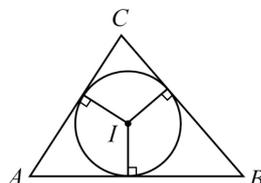
二、填充題（每格 8 分，共 40 分）

1. 坐標平面上有三點 $O(0,0)$ 、 $A(0,12)$ 、 $B(-16,0)$ ，則 $\triangle AOB$ 的外心坐標為 $(-8,6)$ 。

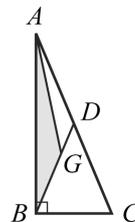
2. 若 P 點為 $\triangle ABC$ 的內心， $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ ，則 $\triangle APB$ 的面積 : $\triangle BPC$ 的面積 : $\triangle APC$ 的面積為 $2 : 1 : \sqrt{3}$ 。

3. 已知 $\triangle DEF$ 中， I 點為內心， $\angle F=60^\circ$ ， $\angle E=100^\circ$ ，則 $\angle DIF=$ 140 度。

4. 如圖， I 點為 $\triangle ABC$ 的內心， $\triangle ABC$ 的面積為 135， $\overline{AC}=16$ ， $\overline{BC}=18$ ， $\overline{AB}=20$ ，則 $\triangle ABC$ 的內切圓面積為 25π 。



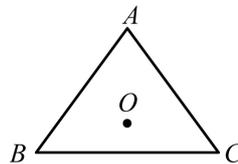
5. 如圖， G 點為直角三角形 ABC 的重心， $\angle ABC=90^\circ$ ，且 $\overline{AB}=12$ ， $\overline{BC}=5$ ，則 $\triangle ABG$ 的面積為 10。



三、計算題（每題 10 分，共 30 分）

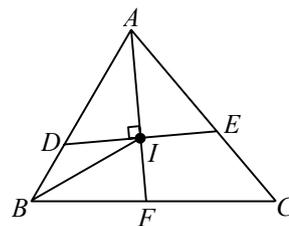
1. 如圖， $\triangle ABC$ 中， O 點為外心， $\overline{AB} = \overline{AC} = 20$ ， $\overline{BC} = 24$ ，求 $\triangle ABC$ 的外接圓面積。

$$\frac{625}{4} \pi$$



2. 如圖， I 點為 $\triangle ABC$ 的內心，過 I 點作 $\overline{DE} \perp \overline{AF}$ ，若 $\angle A=70^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ，求 $\angle BID$ 。

$$25^\circ$$



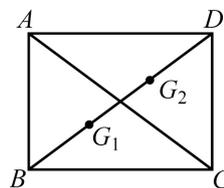
3. 如圖，長方形 $ABCD$ 中， $\overline{AB}=18$ 、 $\overline{BC}=24$ ，若 G_1 、 G_2 兩點分別為 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ACD$ 的重心，求：

(1) $\overline{G_1G_2}$ 。(5 分)

(2) $\triangle AG_1G_2$ 的面積。(5 分)

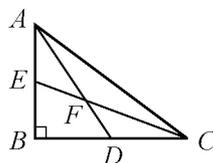
$$(1) 10$$

$$(2) 72$$

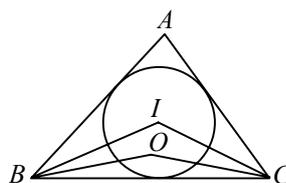


一、選擇題（每題 10 分，共 40 分）

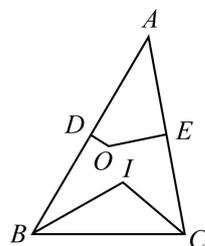
- (C) 1. 如圖， F 點為 $\triangle ABC$ 的重心， $\angle B=90^\circ$ ， $\overline{AD} = \sqrt{52}$ ， $\overline{CE} = \sqrt{73}$ ，則 $\overline{AC}^2 = ?$
 (A) 85 (B) 95 (C) 100 (D) 125



- (B) 2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， O 點為外心， I 點為內心， $\angle BOC=160^\circ$ ，則 $\angle BIC = ?$
 (A) 140° (B) 130°
 (C) 120° (D) 110°

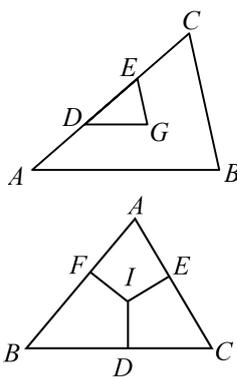


- (C) 3. 如圖， I 點為 $\triangle ABC$ 的內心， O 點為 $\triangle ABC$ 的外心， D 、 E 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 的中點， $\angle BIC=110^\circ$ ，則 $\angle DOE = ?$
 (A) 130° (B) 135° (C) 140° (D) 145°
- (D) 4. 已知 $A(2, 3)$ 、 $B(-6, 3)$ 、 $C(2, -5)$ 是坐標平面上的三點，若 $\triangle ABC$ 的外心坐標為 (a, b) ，則 $a-b = ?$
 (A) 2 (B) 1 (C) -2 (D) -1



二、填充題（每格 10 分，共 40 分）

1. 已知 O 點為坐標平面上的原點，且直線 $\frac{y}{5} - \frac{x}{12} = 1$ 分別交 x 軸、 y 軸於 A 、 B 兩點，則 $\triangle AOB$ 的內心坐標為 $(-2, 2)$ 。
2. 一圓之內接正三角形與外切正三角形的面積比為 $1:4$ 。
3. 如圖， G 點為 $\triangle ABC$ 的重心， $\overline{GD} \parallel \overline{AB}$ 交 \overline{AC} 於 D 點， $\overline{GE} \parallel \overline{BC}$ 交 \overline{AC} 於 E 點，若 $\triangle DEG$ 的面積為 2，則 $\triangle ABC$ 的面積為 18。
4. 如圖， I 點為 $\triangle ABC$ 的內心， $\overline{ID} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{IE} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{IF} \perp \overline{AB}$ ，若 $9\overline{AC} = 8\overline{AB}$ ， $4\overline{BC} = 5\overline{AC}$ ，則 $\triangle AIB$ 面積： $\triangle BIC$ 面積： $\triangle CIA$ 面積為 $9:10:8$ 。



三、計算題（共 20 分）

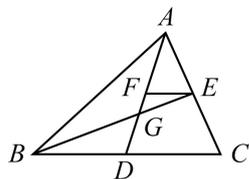
$\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，三中線 \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 交於 G 點，若 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AC} = 6$ ，求 $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF}$ 。

$5 + 2\sqrt{13} + \sqrt{73}$

一、選擇題 (每題 10 分, 共 40 分)

- (B) 1. 如圖, G 點為 $\triangle ABC$ 的重心, $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$, 若 $\triangle EFG$ 的面積為 5, 則 $\triangle ABC$ 的面積為何?

(A) 140 (B) 120 (C) 100 (D) 80

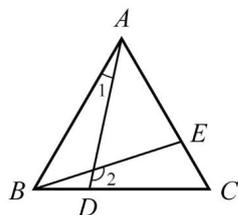


- (B) 2. 已知 $\triangle ABC$ 的三中線 \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 相交於 G , 若 $\overline{AD} = 24$, $\overline{BE} = 30$, $\overline{CF} = 42$, 則 $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = ?$

(A) 96 (B) 64 (C) 48 (D) 32

- (D) 3. 如圖, $\triangle ABC$ 為正三角形, D 、 E 兩點分別在 \overline{BC} 、 \overline{AC} 上, 若 $\overline{BD} = \overline{CE}$, $\angle 1 = 18^\circ$, 則 $\angle 2 = ?$

(A) 108° (B) 112°
(C) 118° (D) 120°



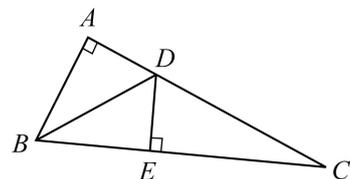
- (B) 4. 直角三角形 ABC 中, G 點為重心, O 點為外心, $\angle C = 90^\circ$, 若 $\overline{BC} = 8$, $\overline{GO} = \frac{5}{3}$, 則 $\triangle ABC$ 的面積為何?

(A) 20 (B) 24 (C) 28 (D) 32

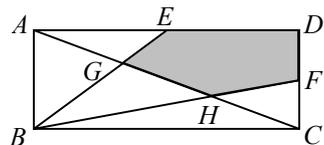
二、填充題 (每格 10 分, 共 40 分)

1. 如圖, $\triangle ABC$ 中, \overline{BD} 為 $\angle ABC$ 的角平分線, $\angle A = 90^\circ$,

$\overline{DE} \perp \overline{BC}$, 若 $\overline{AD} = 5$, $\overline{CD} = 13$, 則 $\overline{AB} = \underline{\frac{15}{2}}$ 。

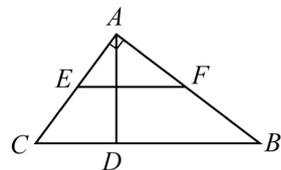


2. 如圖, 長方形 $ABCD$ 中, E 、 F 分別為 \overline{AD} 、 \overline{CD} 的中點, 且 $\triangle GBH$ 的面積為 36, 則灰色區域的面積為 72。



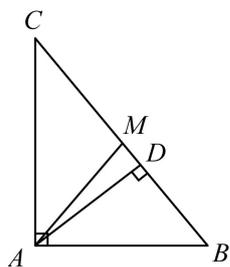
3. 已知 a 為任意正整數, $P = (7a+3)^2 - (7a+3) + 22$, 則 P 一定是 7 的倍數。

4. 如圖, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, E 、 F 兩點分別為 $\triangle ACD$ 與 $\triangle ABD$ 的外心, 若 $\overline{AB} = 16$, $\overline{AC} = 12$, 則 $\overline{EF} = \underline{10}$ 。



三、計算題 (共 20 分)

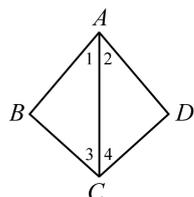
如圖, $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB = 90^\circ$, M 為 \overline{BC} 的中點, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 8$, 求 $\triangle ADM$ 的內切圓半徑。



一、選擇題 (每題 4 分, 共 24 分)

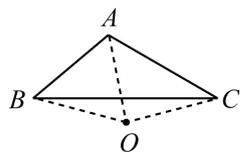
- (B) 1. 直角三角形 ABC 中, $\angle B=90^\circ$, $\overline{AB}=16$, $\overline{BC}=12$, 則 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑為何?
 (A) 3 (B) 4
 (C) 5 (D) 6

- (A) 2. 如圖, 若 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, 則 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$, 是根據下列何種全等性質?
 (A) ASA 全等性質 (B) AAS 全等性質
 (C) SAS 全等性質 (D) SSS 全等性質



- (D) 3. 已知 O 點為 $\triangle ABC$ 的外心, 若 $\angle BOC=160^\circ$, 則 $\angle A$ 為多少度?
 (A) 80° 或 160° (B) 40° 或 80°
 (C) 40° 或 50° (D) 80° 或 100°

- (D) 4. 如圖, $\triangle ABC$ 為鈍角三角形, 外心 O 點在三角形的外部, 若 $\angle ABC=40^\circ$, $\angle BAC=110^\circ$, 則 $\angle AOB=?$
 (A) 30° (B) 40°
 (C) 50° (D) 60°

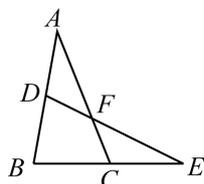
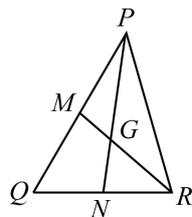


- (C) 5. 已知 $\triangle ABC$ 為直角三角形, $\angle C=30^\circ$, $\angle B=90^\circ$, I 點為內心, 則 $\triangle AIB$ 的面積 : $\triangle BIC$ 的面積 : $\triangle CIA$ 的面積 = ?
 (A) $1 : 2 : \sqrt{3}$ (B) $2 : \sqrt{3} : 1$
 (C) $1 : \sqrt{3} : 2$ (D) $\sqrt{3} : 2 : 1$

- (C) 6. 已知直角三角形的三邊長為 8 、 a 、 b , 其中 b 為斜邊, a 、 b 為正整數, 則下列何者不是 $(a+b)$ 的因數?
 (A) 1 (B) 16
 (C) 24 (D) 32

二、填充題 (每格 8 分, 共 48 分)

1. 如圖, $\triangle PQR$ 中, M 、 N 分別為 \overline{PQ} 、 \overline{QR} 中點, \overline{PN} 、 \overline{RM} 交於 G 點, 若 $\overline{GM} + \overline{GN} = 10$, 則 $\overline{PN} + \overline{RM} =$ 30。
2. $\triangle ABC$ 中, O 點為外心, 若 $\angle BOC=110^\circ$, 則 $\angle A =$ 55 或 125 度。
3. 如圖, D 為 \overline{AB} 中點, C 為 \overline{BE} 中點, \overline{DE} 與 \overline{AC} 交於 F 點, 若四邊形 $BCFD$ 的面積為 12 , 則 $\triangle ABC$ 的面積為 18。

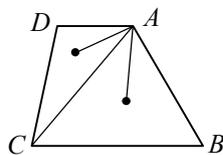


4. 已知 $\triangle ABC$ 的三邊長比為3:4:5，其內切圓半徑為2，則 $\triangle ABC$ 面積為 24。

5. 已知 $4a^2+9^2=(14b+19)^2$ ，其中 b 為正整數，則 a^2 必為 7 的倍數。

6. 如圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\angle DCB=80^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ， $\angle D=100^\circ$ ，

若 P 、 Q 兩點分別為 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ACD$ 的內心，則 $\angle PAQ=$ 60 度。



三、計算與證明題（共28分）

1. 已知 a 為偶數， b 為奇數，求證 $3a+4b+2$ 是偶數。（8分）

$\because a$ 為偶數， b 為奇數，

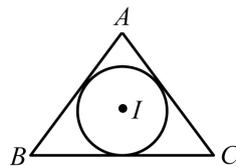
設 $a=2m$ ， $b=2n+1$ ， m 、 n 是整數，

$$\begin{aligned} \therefore 3a+4b+2 &= 3 \times 2m + 4 \times (2n+1) + 2 \\ &= 6m + 8n + 6 \\ &= 2(3m + 4n + 3) \end{aligned}$$

故 $3a+4b+2$ 是偶數。

2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， I 點為內心， $\overline{AB} = \overline{AC} = 20$ ， $\overline{BC} = 24$ ，求 $\triangle ABC$ 的內切圓面積。（10分）

36π



3. 如圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\angle ABC = \angle DCB$ ，求證：

(1) $\angle ACB = \angle DBC$ 。（5分）

(2) $\overline{BE} = \overline{CE}$ 。（5分）

(1) 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DCB$ 中，

$$\because \overline{AB} = \overline{CD}, \angle ABC = \angle DCB, \overline{BC} = \overline{BC},$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB \text{ (SAS 全等性質)},$$

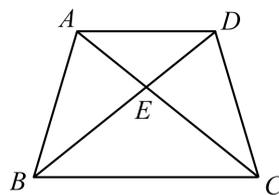
故 $\angle ACB = \angle DBC$ 。

(2) 在 $\triangle BEC$ 中，

$$\because \angle ECB = \angle EBC,$$

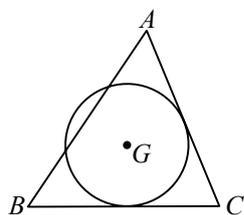
$\therefore \triangle BEC$ 為等腰三角形，

故 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 。



- (D) 1. 如圖， G 為 $\triangle ABC$ 的重心。若圓 G 分別與 \overline{AC} 、 \overline{BC} 相切，且與 \overline{AB} 相交於兩點，則關於 $\triangle ABC$ 三邊長的大小關係，下列何者正確？

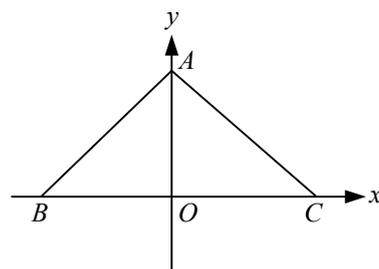
- (A) $\overline{BC} < \overline{AC}$ (B) $\overline{BC} > \overline{AC}$
(C) $\overline{AB} < \overline{AC}$ (D) $\overline{AB} > \overline{AC}$



[103 會考第 21 題]

- (D) 2. 如圖，坐標平面上有 $A(0, a)$ 、 $B(-9, 0)$ 、 $C(10, 0)$ 三點，其中 $a > 0$ 。若 $\angle BAC = 95^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 的外心在第幾象限？

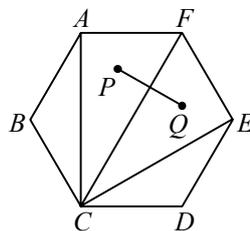
- (A) 一
(B) 二
(C) 三
(D) 四



[104 會考第 15 題]

- (C) 3. 如圖，正六邊形 $ABCDEF$ 中， P 、 Q 兩點分別為 $\triangle ACF$ 、 $\triangle CEF$ 的內心。若 $\overline{AF} = 2$ ，則 \overline{PQ} 的長度為何？

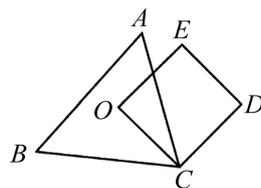
- (A) 1
(B) 2
(C) $2\sqrt{3} - 2$
(D) $4 - 2\sqrt{3}$



[105 會考第 23 題]

- (B) 4. 如圖， O 為銳角三角形 ABC 的外心，四邊形 $OCDE$ 為正方形，其中 E 點在 $\triangle ABC$ 的外部。判斷下列敘述何者正確？

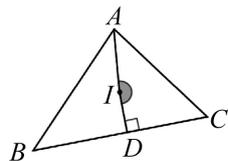
- (A) O 是 $\triangle AEB$ 的外心， O 是 $\triangle AED$ 的外心
(B) O 是 $\triangle AEB$ 的外心， O 不是 $\triangle AED$ 的外心
(C) O 不是 $\triangle AEB$ 的外心， O 是 $\triangle AED$ 的外心
(D) O 不是 $\triangle AEB$ 的外心， O 不是 $\triangle AED$ 的外心



[106 會考第 18 題]

- (A) 5. 如圖， I 點為 $\triangle ABC$ 的內心， D 點在 \overline{BC} 上，且 $\overline{ID} \perp \overline{BC}$ 。若 $\angle B = 44^\circ$ ， $\angle C = 56^\circ$ ，則 $\angle AID$ 的度數為何？

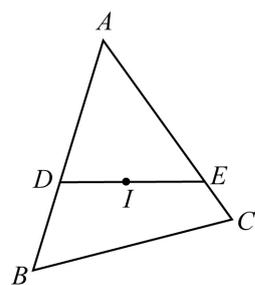
- (A) 174 (B) 176
(C) 178 (D) 180



[107 會考第 14 題]

- (A) 6. 如圖， I 為 $\triangle ABC$ 的內心，有一直線通過 I 點且分別與 \overline{AB} 、 \overline{AC} 相交於 D 點、 E 點。若 $\overline{AD} = \overline{DE} = 5$ ， $\overline{AE} = 6$ ，則 I 點到 \overline{BC} 的距離為何？

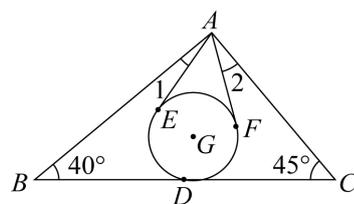
- (A) $\frac{24}{11}$ (B) $\frac{30}{11}$
(C) 2 (D) 3



[110 會考第 26 題]

- (B) 7. 如圖， $\triangle ABC$ 的重心為 G ， \overline{BC} 的中點為 D ，今以 G 為圓心， \overline{GD} 長為半徑畫一圓，且作 A 點到圓 G 的兩切線段 \overline{AE} 、 \overline{AF} ，其中 E 、 F 均為切點。根據圖中標示的角與角度，求 $\angle 1$ 與 $\angle 2$ 的度數和為多少？

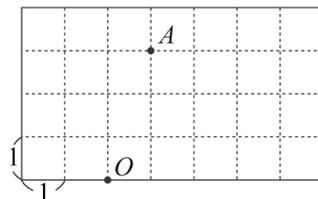
- (A) 30 (B) 35
(C) 40 (D) 45



[111 會考第 19 題]

- (D) 8. 右圖的方格紙中，每個方格的邊長為 1， A 、 O 兩點皆在格線的交點上。今在此方格紙格線的交點上另外找兩點 B 、 C ，使得 $\triangle ABC$ 的外心為 O ，求 \overline{BC} 的長度為何？

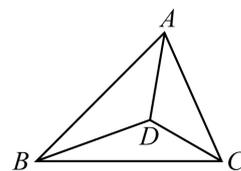
- (A) 4
(B) 5
(C) $\sqrt{10}$
(D) $\sqrt{20}$



[112 會考第 17 題]

- (A) 9. 如圖， $\triangle ABC$ 內部有一點 D ，且 $\triangle DAB$ 、 $\triangle DBC$ 、 $\triangle DCA$ 的面積分別為 5、4、3。若 $\triangle ABC$ 的重心為 G ，則下列敘述何者正確？

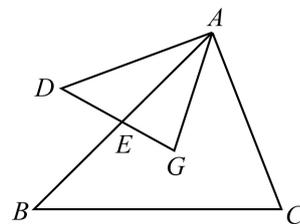
- (A) $\triangle GBC$ 與 $\triangle DBC$ 的面積相同，且 \overline{DG} 與 \overline{BC} 平行
(B) $\triangle GBC$ 與 $\triangle DBC$ 的面積相同，且 \overline{DG} 與 \overline{BC} 不平行
(C) $\triangle GCA$ 與 $\triangle DCA$ 的面積相同，且 \overline{DG} 與 \overline{AC} 平行
(D) $\triangle GCA$ 與 $\triangle DCA$ 的面積相同，且 \overline{DG} 與 \overline{AC} 不平行



[113 會考第 22 題]

- (B) 10. 如圖， $\triangle ADG$ 的頂點 G 為 $\triangle ABC$ 的重心， \overline{DG} 與 \overline{AB} 相交於 E 點。若 $\overline{DE} : \overline{EG} = 3 : 2$ ， $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 4$ ，則 $\triangle ADG$ 面積為 $\triangle ABC$ 面積的多少倍？

- (A) $\frac{5}{12}$ (B) $\frac{5}{14}$
(C) $\frac{5}{15}$ (D) $\frac{5}{21}$



[114 會考第 22 題]

頁次

1	1-1 小試身手
	● 重點 1 連比
	1. (1) 21, 9 (2) 4, 20
	(3) 6, 3 (4) $\frac{4}{5}, \frac{3}{5}$
	2. 4, 10
	3. (1) 3 : 4 : 6 (2) 20 : 24 : 9
	(3) 12 : 9 : 14 (4) 3 : 2 : 5
	(5) 21 : 27 : 7 (6) 10 : 12 : 15
	(7) 3 : 4 : 6 (8) 6 : 8 : 9
	(9) 6 : 2 : 3
2	● 重點 2 連比例式的應用 (一)
	1. $x=75, y=60, z=45$
	2. $a=18, b=60, c=72$
	3. $x=10, y=12, z=30$
	4. $\frac{4}{5}$
	5. 40
	6. 9
	7. 8
	8. $\frac{49}{15}$
3	● 重點 3 連比例式的應用 (二)
	1. 180 元
	2. 甲, 300 票
	3. 16 大卡
	4. 甲 30 萬元, 乙 24 萬元, 丙 20 萬元
	5. 4 : 5 : 10
	6. 80 度
	7. (1) 8 : 6 : 3
	(2) 10 : 7

頁次

4	1-1 基礎練習
	一、選擇題
	1. (D) 2. (C) 3. (D) 4. (B) 5. (C)
	二、填充題
	1. (1) 15 : 10 : 6 (2) 6 : 8 : 15
	(3) 4 : 6 : 5 (4) 12 : 15 : 40
	2. $8, \frac{4}{5}$
	3. 52
	4. 112
5	5. 15 : 12 : 10
	6. 240
	三、計算題
	1. (1) 2 : 1 : 4 (2) 6 : 8 : 9
	2. $36^\circ, 54^\circ, 90^\circ$
	3. 120 元
6	1-1 高手過招
	一、選擇題
	1. (D) 2. (B) 3. (C) 4. (A) 5. (D)
	二、填充題
	1. (1) 15 : 18 : 8 (2) 15 : 18 : 20
	2. 3 : 2 : 4
	3. 10 : 8 : 9
	三、計算題
	1. 40 : 45 : 48
7	1-2 小試身手
	● 重點 1 等高三角形
	1. (1) $\frac{4}{3}$ (2) 18
	2. (1) 4 : 2 : 3 (2) 30
	3. (1) 4 : 5 (2) 3 : 1
	4. 1 : 2
	5. (1) 15 (2) 21

- 8 ● 重點 2 平行線截比例線段
- (1) 8 (2) 12
(3) 21 (4) 3, 14
(5) 5, 15 (6) 6
 - $\overline{BC} = 39$, $\overline{AQ} = 22$
 - $\overline{GC} = 15$, $\overline{BC} = 40$
 - 3
 - $\overline{DE} = 14$, $\overline{EF} = 21$
- 9 ● 重點 3 利用比例線段判別平行線
- (1) 是 (2) 是
(3) 否 (4) 是
(5) 否 (6) 是
(7) 否 (8) 是
 - 15
 - 12
 - 8
 - 18
 - $\frac{15}{2}$
- 10 ● 重點 4 三角形兩邊中點連線段性質
- 14
 - 44
 - 16
 - 48
 - 42
 - (1) $\overline{BC} = 12$, $\overline{MN} = 9$
(2) 3 : 4
- 11 ● 重點 5 三角形的內分比 (補充)
- (1) 2 : 3 (2) 4 : 5
(3) 6 (4) 18
(5) $\frac{150}{11}$ (6) 10
(7) 9
 - 32
 - 78
 - $\frac{25}{3}$
 - (1) 5 : 4 (2) 4 : 3

- 12 1-2 基礎練習
- 一、選擇題
- (B) 2.(A) 3.(C) 4.(D)
- 二、填充題
- 5
 - $\frac{32}{5}$
 - 36
 - 60
 - 16
- 三、計算題
- 150
 - 12
 - 180
- 14 1-2 高手過招
- 一、選擇題
- (A) 2.(C) 3.(D) 4.(C)
- 二、填充題
- 40
 - 4
 - 30
 - 6
- 三、計算題
- 9
- 15 1-3 小試身手
- 重點 1 圖形的縮放
- $\frac{1}{5}$, 5
 - 2
 - 15
 - $\frac{1}{3}$
 - 2
 - 110, 25
 - 120, 80, 64

- 16 ● 重點 2 相似多邊形的判別
- (C)、(E)、(F)
 - (1) 相似
(2) 不一定相似，
對應角不相等，對應邊不成比例
(3) 不一定相似，
對應角不相等，對應邊不成比例
(4) 相似
(5) 相似
(6) 不一定相似，對應邊不成比例
(7) 不一定相似，對應角不相等
(8) 不一定相似，
對應角不相等，對應邊不成比例
(9) 不一定相似，
對應角不相等，對應邊不成比例
(10) 不一定相似，
對應角不相等，對應邊不成比例
(11) 相似
(12) 不一定相似，
對應角不相等，對應邊不成比例
 - 不一定相似，因為對應角不相等
 - 相似，
因為對應角相等，對應邊成比例
 - 不相似，
因為對應邊不成比例
- 17 ● 重點 3 相似多邊形的對應關係
- (1) $\angle P$ ， $\angle D$ (2) \overline{QR} ， \overline{CD}
 - 60， $\frac{40}{3}$
 - 60，12
 - 75，125
 - 30，42
 - 8：12：15，120
 - 40
 - (1) 202 (2) 14，10

- 18 ● 重點 4 AA 相似性質
- (A)、(D)
 - $\because \angle DAE = \angle BAC = 70^\circ$ ，
 $\angle B = 180^\circ - 70^\circ - 80^\circ = 30^\circ$
 $= \angle E$ ，
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 相似性質)。
 - $\sqrt{5}$
 - (1) 5：3 (2) 10
 - (1) 相似，AA 相似性質 (2) 15
- 19 ● 重點 5 SAS 相似性質
- (B)、(D)
 - $\because \angle A = \angle A$ ，
 $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AQ} : \overline{AC} = 2 : 3$ ，
 $\therefore \triangle APQ \sim \triangle ABC$ (SAS 相似性質)。
 - 6
 - 3
 - 16
 - (1) 相似，SAS 相似性質
(2) 1：3
- 20 ● 重點 6 SSS 相似性質
- (1) $\triangle STU$ (2) $\triangle PQR$
(3) $\triangle MON$ (4) $\triangle ZXY$
 - (B)、(E)
 - (C)、(E)、(F)
 - $\because \overline{AB} : \overline{BC} = 8 : 12 = 2 : 3$ ，
 $\overline{BC} : \overline{BD} = 12 : 18 = 2 : 3$ ，
 $\overline{AC} : \overline{DC} = 18 : 27 = 2 : 3$ ，
 $\therefore \triangle ACB \sim \triangle CDB$ (SSS 相似性質)。
- 21 ● 重點 7 相似性質的綜合應用
- $\frac{15}{2}$
 - 10
 - 30°
 - 1.6
 - 10
 - 20
 - (1) 1：3 (2) 20

22 1-3 基礎練習

一、選擇題

1. (B) 2. (D) 3. (D) 4. (A) 5. (D)

6. (B)

二、填充題

1. 14

23 2. 150

3. 8

4. 7

5. 18

三、計算題

1. (1) 8 (2) 100°

2. 16

24 1-3 高手過招

一、選擇題

1. (B) 2. (B) 3. (C) 4. (A)

二、填充題

1. 4

2. 24

3. $-1 + \sqrt{5}$

4. -126

三、計算題

 $\overline{BC} = 15, \overline{CF} = 5$

25 1-4 小試身手

● 重點 1 相似三角形的對應關係

1. 6

2. 7.2

3. (1) 14 (2) 49 : 81

4. (1) 3 : 5 (2) 9 : 25

5. (1) 9 : 16 (2) 9 : 49

26 ● 重點 2 簡易測量

1. $\frac{3}{4}$ 公尺

2. 10 公尺

3. 320 公分

4. 240 公尺

5. 170 公尺

6. 13 公尺

27 ● 重點 3 特殊直角三角形的邊長比

1. $\overline{AB} = 8\sqrt{3}, \overline{AC} = 16$ 2. $\frac{9}{2}\sqrt{3}$ 3. $5\sqrt{3}, \frac{25}{2}\sqrt{3}$ 4. $3\sqrt{3}$ 5. 9, $9\sqrt{2}$

6. 18

7. 3

8. $8\sqrt{2}, 16 + 8\sqrt{2}$ 9. $52\sqrt{2}$

28 ● 重點 4 直角三角形的三角比

1. $\frac{3}{5}$ 2. $\frac{5}{13}$ 3. (1) $\cos A$ (2) $\tan A$ (3) $\sin A$ 4. (1) $\sin A$ (2) $\cos A$ (3) $\tan A$

5. 3

6. 15

29 ● 重點3 直角三角形母子相似性質 (補充)

1. (1) $\angle 1 = 37^\circ$, $\angle 2 = 53^\circ$

(2) 相似, AA 相似性質

(3) 相似, AA 相似性質

2. (1) $\frac{39}{5}$ (2) $6\sqrt{2}$

3. 64

4. 20

5. (1) $\sqrt{5}$ (2) (0, 2)
(3) 5

30 1-4 基礎練習

一、選擇題

1. (D) 2. (A) 3. (B) 4. (C) 5. (A)

二、填充題

1. 18

2. $2 : \sqrt{3} : 1$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$

31 3. 9 : 16

4. 6.3

5. 1.5

三、計算題

1. 19.2 公尺

2. 兩人說法皆正確

32 1-4 高手過招

一、選擇題

1. (C) 2. (B) 3. (C) 4. (B)

二、填充題

1. 20

2. 22

3. $\frac{21}{4}$

4. $\sqrt{2} - 1$

三、計算題

1. 144

33 第1章 高手過招

一、選擇題

1. (D) 2. (A) 3. (D) 4. (B)

二、填充題

1. $\frac{9}{2}\sqrt{3}$

2. 4

3. 24

4. 15 : 16

三、計算題

4

34 第1章 評量診斷

一、選擇題

1. (C) 2. (D) 3. (B) 4. (C) 5. (B) 6. (B)

二、填充題

1. 72

2. 6

35 3. 27

4. 3.2

5. 48

6. $10 + 10\sqrt{3}$

三、計算題

1. 90

2. (1) 36 : 18 : 15

(2) 4000 元

36 第1章 基會挑戰

1. (B)

2. (D)

3. (C)

4. (A)

5. (D)

37 6. (A)

7. (C)

8. (B)

9. (B)

10. (D)

38 2-1 小試身手

● 重點 1 圓、圓弧長與扇形

1. (1)(A) (2)(C)
 (3)(E) (4)(D)、(G)、(F)
 (5)(B)
2. 18
3. (甲)(乙)
4. 3π
5. $10\pi + 36, 90\pi$
6. $\frac{13}{2}\pi$

39 ● 重點 2 點與圓的位置關係

1. (1)圓外 (2)圓上
 (3)圓內
2. 2
3. 3
4. 2
5. 4
6. (1)圓上 (2)圓內
 (3)圓外

40 ● 重點 3 直線與圓的位置關係

1. 2, 1, 0
2. 2, 0, 0
3. 2, 1, 0
4. B, A
5. R, Q
6. 21
7. 8
8. (1) $x=4$ (2) $x-y=4$
 (3) $y=-5$

41 ● 重點 4 切線段長的應用

1. 15
2. 6
3. 24
4. 24π
5. $6\sqrt{2}$
6. $10\sqrt{2}$

42 ● 重點 5 弦與弦心距

1. 4
2. 12
3. $\sqrt{17}$
4. 16
5. 18
6. 36π
7. 3, 8
8. 13, 24

43 ● 重點 6 圓外切四邊形 (補充)

1. 7
2. 25.1
3. 5
4. 4
5. 58
6. 40
7. 10
8. 5

44 ● 重點 7 兩圓的位置關係 (補充)

1.

外離	外切	相交於 兩點	內切	內離
0	1	2	1	0
4	3	2	1	0

2. 外切
3. 相交於兩點

45 ● 重點 8 公切線段長與相切的應用 (補充)

1. 12
2. 7
3. 27
4. 24
5. 8
6. (1) $8+8\sqrt{3}$ (2) $4\sqrt{3}$
7. $6\sqrt{5}+2\sqrt{13}$

46 2-1 基礎練習

一、選擇題

1. (A) 2. (A) 3. (A) 4. (D) 5. (C)
6. (B)

二、填充題

1. 27π
2. 2
3. $\frac{60}{17}$

47 4. $10\sqrt{3}$

5. $32\sqrt{3}$
6. 30

三、計算題

1. 周長 = $9\pi + 12$, 面積 = 27π
2. (1) 3 (2) $24 - \frac{9}{2}\pi$
3. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$

48 2-1 高手過招

一、選擇題

1. (C) 2. (C) 3. (C) 4. (B)

二、填充題

1. 20
2. 18
3. 10
4. 80

三、計算題

16

49 2-2 小試身手

● 重點 1 圓心角與弧的度數

1. 20°
2. (1) 120° (2) 12π
(3) 27π
3. (1) 135° (2) 16
(3) 96π
4. $24\pi - 36\sqrt{3}$
5. 12
6. (1) 3 : 2 (2) 3 : 2

50 ● 重點 2 圓周角及其所對的弧

1. 20°
2. 150°
3. 62°
4. 107°
5. 219°
6. (1) 70° (2) 55°
7. (1) 74° (2) 37°

51 ● 重點 3 圓內接四邊形

1. 118, 81
2. 90, 74
3. 68
4. 103
5. $\angle A = 75^\circ$, $\angle B = 80^\circ$
6. 130°
7. $\angle BAD = 110^\circ$, $\angle ABC = 70^\circ$

52 ● 重點 4 弦切角、圓外角與圓內角 (補充)

1. 67°
2. 244°
3. 70°
4. 117°
5. 112°
6. 23°
7. 19°

53 ● 重點 5 圓幂性質 (補充)

1. 18
2. 8
3. 10
4. 5
5. 6
6. 15

54 2-2 基礎練習

一、選擇題

1. (B) 2. (C) 3. (A) 4. (C)

二、填充題

1. 20
2. 80
3. $45\sqrt{3}$
4. 40

55 5. (3, 2)

三、計算題

1. 100°
2. $\widehat{AB} = 68^\circ$, $\angle CED = 124^\circ$
3. 140°

56 2-2 高手過招

一、選擇題

1. (A) 2. (C) 3. (D) 4. (B)

二、填充題

1. 48
2. 50π
3. 37
4. 184

三、計算題

$$12\pi - 9\sqrt{3}$$

57 第 2 章 高手過招

一、選擇題

1. (A) 2. (D) 3. (D) 4. (D)

二、填充題

1. 圓內
2. L_2, L_1
3. 13
4. $27\sqrt{3}$

三、計算題

$$12\sqrt{2}$$

58 第 2 章 評量診斷

一、選擇題

1. (C) 2. (C) 3. (C) 4. (A) 5. (C)

二、填充題

1. $12 + 2\pi$
2. 192
3. 100π

59 4. $4\sqrt{3}$

5. 45

三、計算題

1. $(48 - 9\pi)$ 平方公分，
 $(16 + 3\pi)$ 公分
2. 91°
3. $(8\sqrt{3} - \pi) : 3\pi$

60 第 2 章 基會挑戰

1. (B)
2. (D)
3. (B)
4. (C)
5. (B)
6. (D)
7. (D)
8. (B)
9. (A)
10. (D)
11. (D)

3-1 小試身手

● 重點 1 幾何證明

- \overline{DC} , \overline{BD} , 公用邊 , *SSS*
- \overline{AE} , \overline{AC} , 公用角 , *SAS*
- (1) $\because \overline{AB} \parallel \overline{DF}$, $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$,
 $\therefore \angle ABC = \angle EFD$,
 $\angle ACB = \angle DEF$,
 又 $\overline{BC} = \overline{EF}$,
 故 $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ (*ASA* 全等性質)。

(2) 80°

- 63 4. (1) \because 四邊形 $ABCD$ 為正方形 ,
 $\therefore \overline{AB} = \overline{BC}$,
 $\angle ABE = \angle BCF = 90^\circ$,
 又 $\angle AEB = \angle BFC$,
 故 $\triangle ABE \cong \triangle BCF$ (*AAS* 全等性質)。

(2) 13

5. (1) \because 四邊形 $ABCD$ 為長方形 ,
 $\therefore \overline{AB} = \overline{DC}$,
 $\angle BAF = \angle CDE = 90^\circ$,
 又 $\overline{CE} = \overline{BF}$,
 故 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$
 (*RHS* 全等性質)。

(2) $\overline{AE} = 6$, $\overline{CE} = 2\sqrt{34}$

6. (1) $\because \overline{PM}$ 為 \overline{AB} 的垂直平分線 ,
 $\therefore \angle PMA = \angle PMB = 90^\circ$,
 $\overline{AM} = \overline{MB}$,
 又 $\overline{PM} = \overline{PM}$,
 則 $\triangle PMA \cong \triangle PMB$
 (*SAS* 全等性質) ,
 故 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 。

(2) 10

- $\angle ADC = 20^\circ$, $\angle DFE = 120^\circ$
- $\sqrt{65}$

● 重點 2 代數證明

1. (C)

2. (B)

3. (B)

4. (C)

5. (A)

6. (B)

7. (B)

65

8. (A)

9. (D)

10. $\because a$ 是奇數 , 設 $a = 2m + 1$, m 是整數
 $\therefore a^2 + a = (2m + 1)^2 + (2m + 1)$
 $= 4m^2 + 6m + 2$
 $= 2(2m^2 + 3m + 1)$

故 $a^2 + a$ 為偶數

11. $\because a$ 是奇數 , 設 $a = 2m + 1$, m 是整數
 b 是偶數 , 設 $b = 2n$, n 是整數
 $\therefore 3a + 4b = 3 \times (2m + 1) + 4 \times 2n$
 $= 6m + 8n + 3$
 $= 2(3m + 4n + 1) + 1$

故 $3a + 4b$ 為奇數

12. $a^2 + 4^2 = (12b + 10)^2$
 $a^2 = (12b + 10)^2 - 4^2$
 $= (12b + 10 + 4)(12b + 10 - 4)$
 $= (12b + 14)(12b + 6)$
 $= 12(6b + 7)(2b + 1)$

 $\therefore (6b + 7)(2b + 1)$ 為正整數故 a^2 是 12 的倍數

66 3-1 基礎練習

一、選擇題

1. (B) 2. (A) 3. (C) 4. (D) 5. (C)

6. (A)

二、填充題

1. 3 : 2

2. 是

3. 7

4. 偶數

5. 12

三、證明題

1. $a^2 + 5^2 = (4b + 29)^2$

$$a^2 = (4b + 29)^2 - 5^2$$

$$= (4b + 29 + 5)(4b + 29 - 5)$$

$$= (4b + 34)(4b + 24)$$

$$= 8(2b + 17)(b + 6)$$

 $\therefore (2b + 17)(b + 6)$ 為正整數，故 a^2 是 8 的倍數。2. (1) 在 $\triangle CAB$ 與 $\triangle DAB$ 中，

$$\therefore \angle CAB = \angle DAB, \overline{AB} = \overline{AB},$$

$$\angle CBA = \angle DBA,$$

$$\therefore \triangle CAB \cong \triangle DAB \text{ (ASA 全等性質)},$$

$$\text{故 } \overline{BC} = \overline{BD}.$$

(2) 在 $\triangle BCE$ 與 $\triangle BDE$ 中，

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BD}, \angle CBE = \angle DBE,$$

$$\overline{BE} = \overline{BE},$$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle BDE \text{ (SAS 全等性質)},$$

$$\text{故 } \angle BCE = \angle BDE.$$

68 3-1 高手過招

一、選擇題

1. (B) 2. (A) 3. (C) 4. (A)

二、填充題

1. 22

2. $\frac{48}{5}$

3. 5

4. 63

三、證明題

在 $\triangle ABM$ 與 $\triangle ADN$ 中，

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AD}, \angle B = \angle D = 90^\circ,$$

$$\text{又 } \overline{AM} = \overline{AN},$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle ADN \text{ (RHS 全等性質)},$$

$$\text{故 } \overline{BM} = \overline{DN}.$$

69 3-2 小試身手

● 重點 1 三角形的外心

1. ①號

2. (C)

3. (B)

4. (A)

5. 120° 6. 164° 7. 65° 8. $\angle AOC = 140^\circ, \angle ABO = 64^\circ$

70 ● 重點 2 外心的應用

1. 半徑 = 5, 面積 = 25π

2. 17

3. 半徑 = 13, 面積 = 169π

4. (1) 8 (2) 64

5. 16

6. 8

7. 36π 8. (1) (4, 4) (2) 45π 9. $\frac{25}{8}$ 10. 100π 11. $\frac{289}{16}$

- 71 ● 重點 3 三角形的內心
- (C)
 - (D)
 - 3, 3
 - $\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{7}{2}$
 - (1) 40 (2) 140
 - 135
 - 105
 - 113
 - 112.5
 - 41
- 72 ● 重點 4 內心的應用
- 2 : 3 : 4
 - 3 : 5 : 4
 - 16
 - 10
 - (1) 48
(2) 3
(3) 5
 - 4
 - 52 平方公分
 - 16
 - 4π 平方公分
- 73 ● 重點 5 三角形的重心
- 2 : 3
 - $\sqrt{13}$
 - (1) $\frac{16}{3}$
(2) 16
 - 20
 - 1 : 1 : 1

- 74 ● 重點 6 重心的應用 (補充)
- $\frac{25}{6}$
 - 81π
 - (1) 18 (2) $6-3\sqrt{2}$
 - 4
 - 24
- 75 ● 重點 7 正三角形的心 (補充)
- $4\sqrt{3}$
 - (1) $2\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{3}$
 - 12
 - 5
 - $12\sqrt{3}$
 - $27\sqrt{3}$
 - 外接圓半徑 = $2\sqrt{3}$,
內切圓半徑 = $\sqrt{3}$
 - $12\pi - 9\sqrt{3}$
 - $(1, -\sqrt{3})$
- 76 3-2 基礎練習
- 一、選擇題
- (C) 2.(D) 3.(B) 4.(B) 5.(A)
- 二、填充題
- $(-8, 6)$
 - 2 : 1 : $\sqrt{3}$
 - 140
 - 25π
 - 10
- 三、計算題
- $\frac{625}{4}\pi$
 - 25°
 - (1) 10 (2) 72
- 77

78 3-2 高手過招

一、選擇題

1. (C) 2. (B) 3. (C) 4. (D)

二、填充題

1. $(-2, 2)$ 2. $1:4$

3. 18

4. $9:10:8$

三、計算題

 $5+2\sqrt{13}+\sqrt{73}$

79 第3章 高手過招

一、選擇題

1. (B) 2. (B) 3. (D) 4. (B)

二、填充題

1. $\frac{15}{2}$

2. 72

3. 7

4. 10

三、計算題

 $\frac{3}{5}$

80 第3章 評量診斷

一、選擇題

1. (B) 2. (A) 3. (D) 4. (D) 5. (C) 6. (C)

二、填充題

1. 30

2. 55 或 125

3. 18

4. 24

5. 7

6. 60

三、計算與證明題

1. $\because a$ 為偶數, b 為奇數,設 $a=2m$, $b=2n+1$, m 、 n 是整數,

$$\therefore 3a+4b+2$$

$$=3 \times 2m+4 \times (2n+1)+2$$

$$=6m+8n+6$$

$$=2(3m+4n+3)$$

故 $3a+4b+2$ 是偶數。2. 36π 3. (1) 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DCB$ 中,

$$\therefore \overline{AB} = \overline{CD},$$

$$\angle ABC = \angle DCB,$$

$$\overline{BC} = \overline{BC},$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB \text{ (SAS 全等性質)},$$

故 $\angle ACB = \angle DBC$ 。(2) 在 $\triangle BEC$ 中,

$$\therefore \angle ECB = \angle EBC,$$

 $\therefore \triangle BEC$ 為等腰三角形,故 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 。

82 第3章 基會挑戰

1. (D)

2. (D)

3. (C)

4. (B)

5. (A)

83 6. (A)

7. (B)

8. (D)

9. (A)

10. (B)