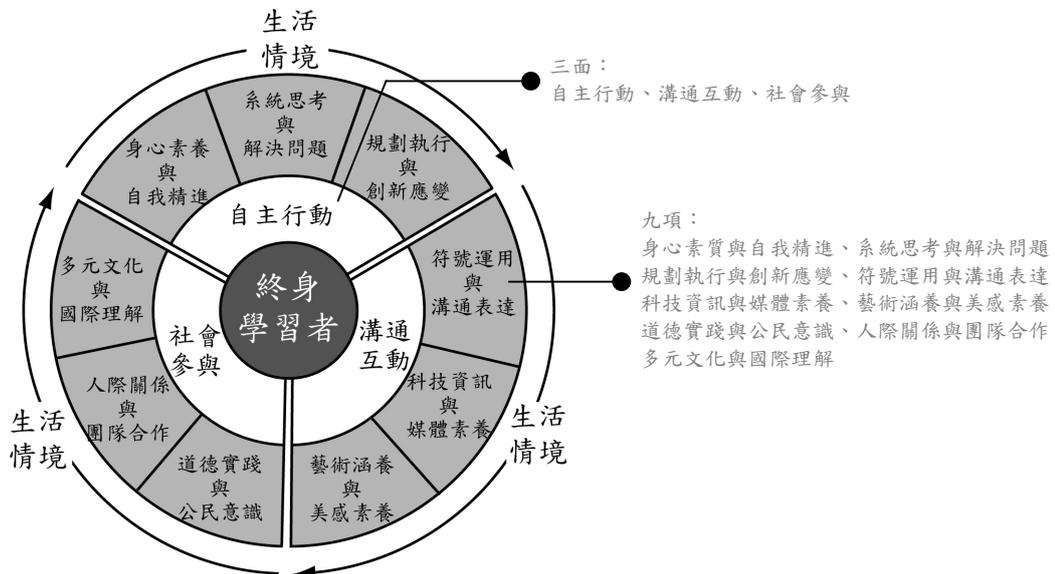


素養導向 Q&A

十二年國民基本教育課程綱要，本於全人教育的精神，以「自發」、「互動」、「共好」為理念，以「成就每一個孩子—適性揚才、終身學習」為願景，課程發展以核心素養為主軸，它是指一個人為適應現在生活及面對未來挑戰，所應具備的知識、能力與態度。其涵蓋三面九項：



將生活中的各層面由內而外來區分，並從三大面向選出九個重要的項目，期許學生能夠依三面九項所培養的素養，解決生活情境中所面臨的問題，並能因應生活情境的快速變遷而與時俱進，成為一位終身學習者。

Q1：素養就是生活的應用，所以應用最重要，學科知識就不算素養吧？

A：NO！雖然素養強調在生活中的實踐，但數學素養不應僅止於應用數學解決生活或職涯問題。其實，**數學學科知識也是數學素養的一部分**，是最基本的素養，沒有基礎的知識素養就談不上應用的素養（張鎮華，教育部高中數學學科中心電子報 第 123 期）。

數學素養應涵蓋以下四個範圍：

數學素養涵蓋的範圍
(1) 數學學科知識的素養。
(2) 應用到學習、生活與職業生涯的素養。
(3) 正確使用工具的素養。
(4) 有效與他人溝通的素養。

因此，素養是學科理論與生活實踐的結合，不要以偏概全了喔！

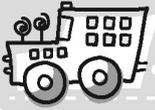
Q2：素養導向的評量該如何呈現呢？

A：在評量時，可先從綱要的「學習表現」訂定測驗目標，將此目標應用於情境中再行出題。此時要注意以下幾點：

- 評量的目標要掌握。
- 評量的執行須與課程配合。
- 勿過度操弄情境於數學問題之中。

◆更多評量資訊，請參考**素養導向課室評量資源建置暨推廣計畫**（CoCA）網站：

<https://dpcca.rcpet.edu.tw/HomePage/index.aspx>

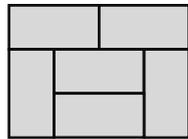


榻榻米

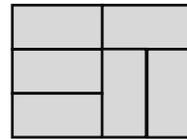
日本的和室常以「疊蓆」作為鋪設地板的材料，也是一種供人坐或臥的家具。疊蓆的日文發音念起來就是「榻榻米」，通常會使用燈心草編織的墊子來包覆稻稈作為填充材料，其形狀為長方形。

傳統的榻榻米每 1 塊尺寸為長 180 公分、寬 90 公分、高 5 公分。因為榻榻米大小是固定的，所以日本的傳統建築中，每個房間地板尺寸都是 90 公分的整數倍，且地板面積通常以榻榻米的塊數來計算，而 1 塊稱為「1 疊」，例如：客廳是 8 疊，臥室是 6 疊等。在鋪設時，也會依照榻榻米數量而有不同的擺放方式。

榻榻米的擺放方式有以下規定：「接縫處必須呈現 T 字型，如圖一，絕對不能出現 4 塊榻榻米的角全聚在一處的組合或十字型，如圖二」。



圖一



圖二

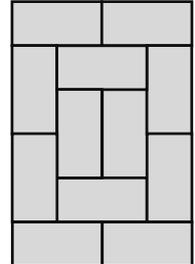
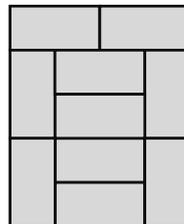
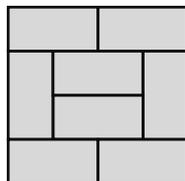
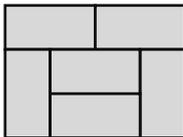
1. 下圖是 4 間房間的擺放方式，則哪些房間大小是相似的？

甲房間：6 疊

乙房間：8 疊

丙房間：10 疊

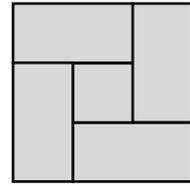
丁房間：12 疊



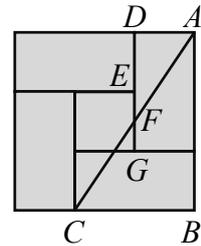
- (A) 甲房間、丁房間
- (C) 丙房間、丁房間

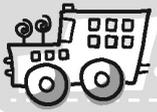
- (B) 乙房間、丙房間
- (D) 四間房間大小皆不相似

2. 在日本體驗茶道的房間稱為「茶室」，地板面積約為 4 疊加上「半疊」（長、寬皆為 90 公分）的榻榻米，且半疊的榻榻米通常都會擺在中間，如右圖。承第 1 題，右圖中的擺放方式與哪一個房間的擺放方式互為相似形？



3. 承第 2 題，若光翰想在半疊榻榻米 \overline{EG} 的中點 F 擺放坐墊，如右圖，則 \overline{AC} 是否會通過 F ？

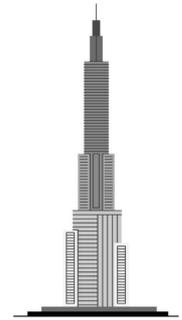




世界最高建築 - 哈里發塔

哈里發塔是位於阿拉伯聯合大公國杜拜境內的摩天大樓，為目前世界第一高樓，共 169 層，造價高達 15 億美元。2004 年 9 月 21 日開始動工，耗時約 5 年的時間興建，並於 2010 年 1 月 4 日正式完工啓用。

哈里發塔原名為杜拜塔，完工後才正名為哈里發塔。由於興建時期適逢金融海嘯，對杜拜的影響甚大，以致資金調度不足一度停建，但在杜拜酋長的堅持之下繼續興建，並向阿布達比酋長哈里發請求金融上的協助。因此，為了感念他的支援，改以哈里發為杜拜塔重新命名。



1. 博宇和家人前往杜拜旅遊，他想測量哈里發塔的高度，於是在博宇前方約 2.7 公尺的地上放一面鏡子，透過鏡子的反射（入射角等於反射角）可以看見塔尖。已知博宇的眼睛距離地面高度為 1.62 公尺，並使用手機內的地圖 APP 得知鏡子距離哈里發塔的直線距離約為 1375 公尺，則哈里發塔的塔高約為多少公尺？

2. 下表為某兩天非尖峰時段參觀哈里發塔觀景臺的人數比，若兩天參觀總人數相同，則第一天哪一個時段的參觀人數比第二天同一個時段多？

天 \ 時段	晚上七點至八點	晚上八點至九點	晚上九點至十點
第一天	7	:	9
第二天	11	:	13

3. 哈里發塔擁有目前全球第三快的電梯，速率為每秒 18 公尺，僅次於廣州周大福金融中心的每秒 21 公尺；而在臺灣的臺北 101，電梯速率為每秒 16.8 公尺。若乘坐電梯上升到相同高度的情況下，哈里發塔、周大福金融中心與臺北 101這三座電梯所需花費的時間比為多少？

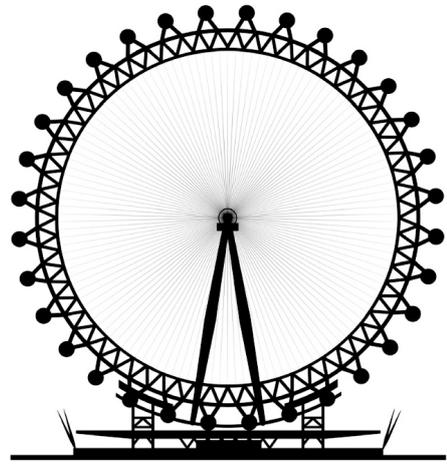


倫敦眼

倫敦眼 (London Eye) 又稱為「千禧之輪」(Millennium Wheel)，它於 1999 年末開始營運，豎立於英國倫敦泰晤士河南畔，其總高度為 135 公尺、直徑為 120 公尺，也曾是世界最大的摩天輪。

倫敦眼原本設計為 60 個觀景車廂，為了讓景觀不被其它車廂遮擋，因此設計團隊最後決定減少車廂數目至 32 個，剛好代表著倫敦的 32 個城鎮。

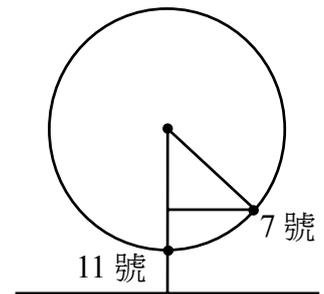
倫敦眼原本是英國為了慶祝 2000 年的來臨所興建的臨時性建築，原訂 5 年後拆除，但由於常吸引英國人及外來遊客前往，因此當地的市議會決定永久保留倫敦眼。



1. 若佳燕從倫敦眼的最下方入口搭乘，12 分鐘後繞了半圈到達最高點，則倫敦眼的旋轉速率約為每秒多少公尺？

2. 承第 1 題，已知佳燕發現目前車廂已經等速運行了 15 分鐘，則她從最下方入口搭乘時，其車廂所掃過的弧長大約為多少公尺？

3. 承第 2 題，已知此摩天輪為逆時針旋轉，且佳燕搭乘的車廂為 7 號，當後方某排隊乘客從入口搭乘，其車廂為 11 號，如右圖，此時 7 號車廂距離地面的高度為多少公尺？





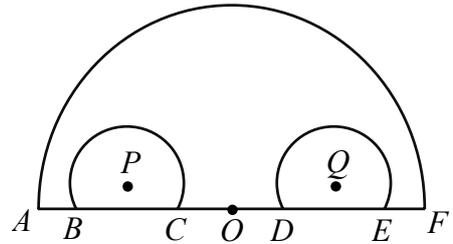
雪山隧道

雪山隧道原名爲坪林隧道，簡稱「雪隧」，是一座長近 13 公里的公路隧道，其地理位置橫跨新北市坪林區與宜蘭縣頭城鎮之間，屬於蔣渭水高速公路橫貫雪山山脈的路段，而建造目的之一是爲了改善宜蘭縣聯外交通，並促進臺灣東部地區的發展與觀光。截至 2020 年，雪山隧道爲亞洲第九長、全世界排行第十三長的公路隧道。由於施工難度高，在未更名前以「坪林隧道」列入《大英百科全書》中。

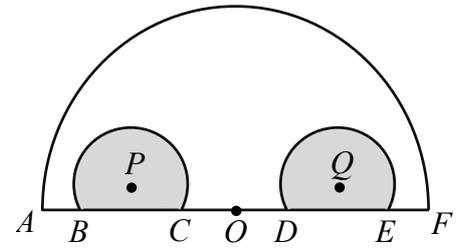
雪山隧道在防災設計上每隔 350 公尺設有一個人行逃生出口連接導坑，每 1400 公尺也設有兩座主隧道的車行聯絡道，以利發生災難時能使車輛利用對向隧道順利離開事故現場。爲了避免行駛過快應變不及發生車禍，通車後初期，隧道內限制行車時速在 50 到 70 公里之間，且行車安全距離須保持 50 公尺以上。

若超速、未保持安全車距、任意變換車道等違規者，將由內政部警政署國道公路警察局以科技執法取締，並得連續累積處分，以確保其他用路人的行車安全。

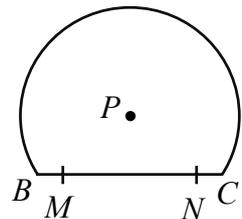
1. 雪山隧道屬於雙孔隧道，並以鑽掘機開挖後，形成直徑 12 公尺，大小一致的兩個圓形斷面隧道，平面圖如右。若 $\overline{BC} = \overline{DE} = 6\sqrt{3}$ 公尺，則隧道的高度爲多少公尺？



2. 承第 1 題，右圖中塗色面積的和為多少平方公尺？



3. 如圖，已知八卦山隧道的直徑為 12 公尺，假設路面寬 \overline{BC} 為 10 公尺，車道左右兩側路肩及人行道寬 \overline{BM} 、 \overline{CN} 皆為 1.4 公尺，則行駛的車輛高度需低於多少公尺，才能順利通過隧道？





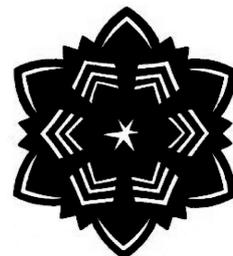
剪紙藝術

「剪紙」是中國傳統的民間裝飾藝術之一，需要運用許多摺、剪、割、塗色或留白等技術，通常會用於室內裝飾、節慶或祈福……等，遍布於各地區和各民族之間。

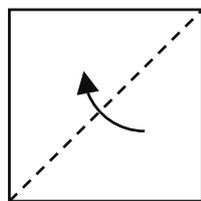
剪紙的技巧甚多，將一張紙對摺或多摺疊起的圖案稱為「摺疊剪紙」。摺疊層數建議不宜過多，以四層為佳。

一般摺疊方式如下：

- ①取一張正方形色紙，將有顏色的一面向內對摺，每摺一次就將摺線壓平，並用訂書機訂好。
- ②將摺疊好的紙上畫好圖稿，再按照畫好的線條剪去不需要的部分即可完成，右圖是六瓣形摺疊法之一，且以對稱的方式進行摺疊。



1. 某種六瓣形摺疊法的操作方式如下，求圖四中 $\angle DMA$ 的度數。



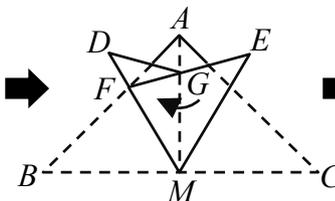
圖一



圖二



圖三



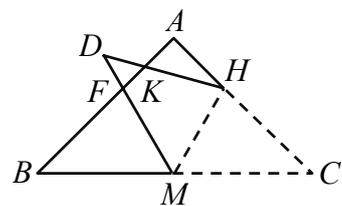
圖四



圖五

2. 承第 1 題，證明 $\triangle DFG \sim \triangle EGM$ 。

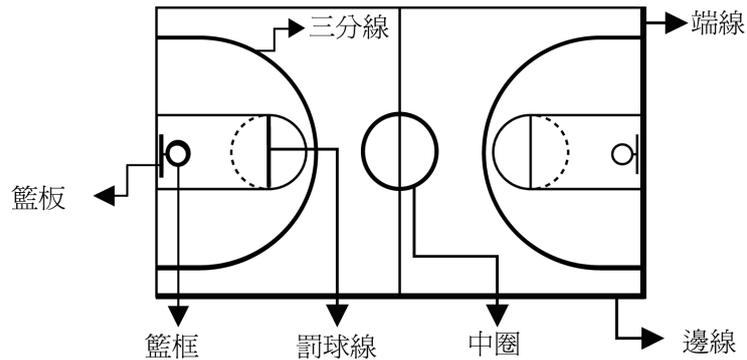
3. 承第 2 題，圖二中的標示如右，求 $\overline{AK} : \overline{AH} : \overline{HK}$ 。





三分線與罰球線

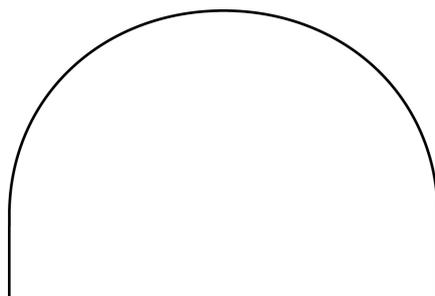
最初籃球比賽上場人數、場地大小、比賽時間皆無嚴格的條件限制，只要人數相同即可比賽。直到 1984 年，根據國際籃球聯合會 (International Basketball Federation) 的規定，其地板長度必須為長 28 公尺、寬 15 公尺，且兩端中央裝有籃架，並在籃板上固定籃框。下圖是常見的籃球場地相對位置圖。



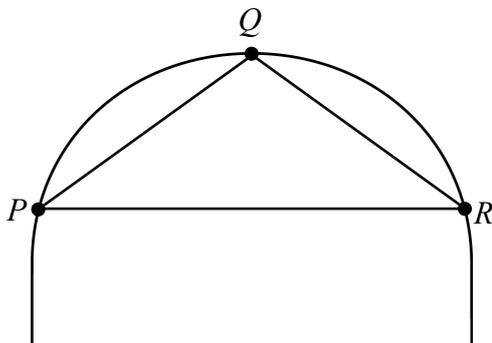
籃球的得分方式分為以下三種：

- ①普通投籃：站在三分線內或線上投進球籃內可得 2 分；
- ②三分線投籃：站在三分線外投進球籃內可得 3 分；
- ③罰球：當出手投球被犯規時，站在罰球線上投進球籃內可得 1 分。

1. 百達國中的籃球場使用移動式球架，某日，場地整修需先將籃架移走，並將三分線投籃區內的地面重新粉刷油漆，粉刷後再移回原來的位置。已知籃架的位置為圓弧部分的圓心，下圖為三分線投籃區的鳥瞰平面圖，利用尺規作圖找出籃架原來的位置。

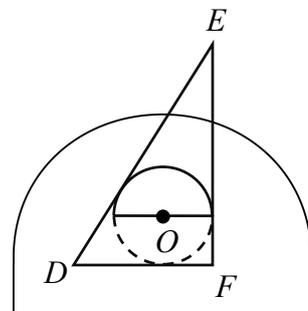


2. 如圖，小翰、小豪與小毛三人分別站在三分線上的 P 、 Q 、 R 三點，恰好形成一個頂角為 108° 的黃金三角形，已知小晴剛好站在此三角形的重心位置並傳球，利用尺規作圖找出小晴的位置後，並找出小晴傳球給哪個人的距離最近？



註：黃金三角形是一種特殊的等腰三角形，其頂角為 36° 或 108° 。

3. 執行罰球時，球員必須在罰球限制區域內投籃，其中限制區域是由罰球線和一個半圓組成。若小濞與另外 2 位同學所站的位置形成一個直角三角形 DEF ，且罰球線所在的半圓圓心 O 恰好是此三角形的內心，如圖。若 $\triangle DEF$ 的周長為 10 公尺，面積為 9 平方公尺，則罰球線的長度為多少公尺？





得來素 1 榻榻米

1. \because 每塊榻榻米的長寬比 $= 180 : 90 = 2 : 1$ ，
且各種疊法的四個角都是 90° ，
 \therefore 甲房間的長寬比 $= (180 \times 2) : (180 + 90)$
 $= 360 : 270$
 $= 4 : 3$
乙房間的長寬比 $= (180 \times 2) : (180 + 90 \times 2)$
 $= 360 : 360$
 $= 1 : 1$
丙房間的長寬比 $= (180 \times 2 + 90) : (180 \times 2)$
 $= 450 : 360$
 $= 5 : 4$
丁房間的長寬比
 $= (180 \times 2 + 90 \times 2) : (180 \times 2)$
 $= 540 : 360$
 $= 3 : 2$

由上可知，四間房間大小皆不相似，故選(D)。
答：(D)。

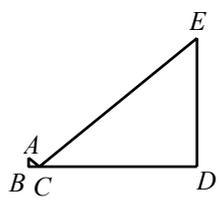
2. \because 4 疊半榻榻米的四個角都是 90° ，
且 4 疊半榻榻米的長寬比
 $= (180 + 90) : (180 + 90)$
 $= 270 : 270$
 $= 1 : 1$

由上可知，4 疊半榻榻米與 8 疊榻榻米的
對應角相等、對應邊成比例，
即與乙房間的擺放方式互為相似形。
答：乙房間。

3. (1) 在 $\triangle ADF$ 與 $\triangle ABC$ 中，
 $\because \angle B = \angle D = 90^\circ$ ，
 $\angle DAF = \angle ACB$ (內錯角相等)，
 $\therefore \triangle ADF \sim \triangle ABC$ (AA 相似性質)。
(2) $\because \overline{DA} : \overline{BC} = \overline{DF} : \overline{AB} = 1 : 2$
 $\therefore \overline{AB} = 270$ 公分， $\overline{DF} = 135$ 公分，
 $\overline{EF} = \overline{DF} - \overline{DE} = 135 - 90 = 45$ 公分，
因此， \overline{AC} 會通過 \overline{EG} 的中點 F 。
答：會。

得來素 2 世界最高建築—哈里發塔

1. 如圖，設鏡子為 C 點，博宇
與鏡子的距離為 \overline{BC} ，鏡子與
哈里發塔的距离為 \overline{CD} ，博宇
眼睛離地面的高度為 \overline{AB} ，
在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle EDC$ 中，



$\because \angle ABC = \angle EDC = 90^\circ$ ，
 $\angle ACB = \angle ECD$ ，
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 相似性質)。
因此， $\overline{BC} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{ED}$
 $2.7 : 1375 = 1.62 : \overline{ED}$
 $\overline{ED} = \frac{1375 \times 1.62}{2.7} = 825$ (公尺)
答：825 公尺。

2. 設第一天三個時段的參觀人數分別有
 $7r$ 、 $9r$ 、 $8r$ 人， $r \neq 0$ ；
第二天三個時段的參觀人數分別有
 $11k$ 、 $12k$ 、 $13k$ 人， $k \neq 0$ ，
又兩天的參觀人數相等，
 $\therefore 7r + 9r + 8r = 11k + 12k + 13k$
 $24r = 36k$ ， $r = \frac{3}{2}k$

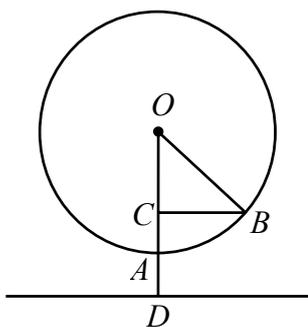
因此，第一天晚上七點至八點的參觀人數有
 $7r = 7 \times \frac{3}{2}k = \frac{21}{2}k < 11k$ ，
晚上八點至九點的參觀人數有
 $9r = 9 \times \frac{3}{2}k = \frac{27}{2}k > 12k$ ，
晚上九點至十點的參觀人數有
 $8r = 8 \times \frac{3}{2}k = 12k < 13k$ 。
由上可知，第一天晚上八點至九點的參觀人數
比第二天同一時段多。
答：晚上八點至九點。

3. 在電梯上升到相同高度的情況下，
哈里發塔、周大福金融中心與臺北 101 電梯
的所需花費時間比 $= \frac{1}{18} : \frac{1}{21} : \frac{1}{16.8}$
 $= 14 : 12 : 15$
答：14 : 12 : 15。

得來素 3 倫敦眼

1. \because 倫敦眼的圓周長 $= 120\pi$ (公尺)
 \therefore 半圈的周長 $= \frac{1}{2} \times 120\pi = 60\pi$ (公尺)
 因此，倫敦眼每秒旋轉
 $60\pi \div (12 \times 60) = \frac{\pi}{12}$ (公尺)。
 答： $\frac{\pi}{12}$ 公尺。
2. \because 繞一圈需花 $12 \times 2 = 24$ (分鐘)，
 \therefore 15 分鐘繞整個倫敦眼的 $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$ 圈，
 因此，車廂所掃過的弧長 $= 120 \times \pi \times \frac{5}{8}$
 $= 75\pi$ (公尺)。
 答： 75π 公尺。

3.



如圖，假設下方入口搭乘的車廂 11 號為 A 點時，佳燕搭乘的車廂 7 號位置會旋轉至 B 點。

$$\begin{aligned} \therefore \text{從 } A \text{ 點移動到 } B \text{ 點的弧度} &= 360^\circ \times \frac{11-7}{32} \\ &= 360^\circ \times \frac{1}{8} \\ &= 45^\circ \end{aligned}$$

故 $\triangle BCO$ 為等腰直角三角形。

又半徑 $\overline{BO} = 60$ ，

$$\therefore \overline{CO} = \frac{60}{\sqrt{2}} = 30\sqrt{2}, \quad \overline{CA} = 60 - 30\sqrt{2}$$

因此，

此時 7 號車廂 (即 B 點) 距離地面的高度

$$\begin{aligned} &= \overline{CA} + \overline{AD} \\ &= (60 - 30\sqrt{2}) + (135 - 120) \\ &= 75 - 30\sqrt{2} \text{ (公尺)}. \end{aligned}$$

答： $(75 - 30\sqrt{2})$ 公尺。

得來素 4 雪山隧道

1. 如圖，

以左方的隧道口為例，

連接 \overline{GH} 、 \overline{PB} 、 \overline{PC} ，

$$\therefore \overline{PH} = \overline{PC} = \overline{PB} = 6,$$

$$\overline{CG} = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} = 3\sqrt{3},$$

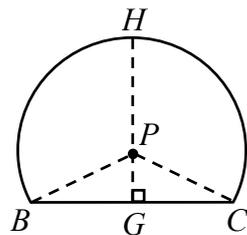
$$\therefore \overline{PG} = \sqrt{\overline{PC}^2 - \overline{CG}^2} = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{3})^2} = 3$$

因此，隧道的高度 $= \overline{PH} + \overline{PG}$

$$= 6 + 3$$

$$= 9 \text{ (公尺)}.$$

答：9 公尺。



2. 如圖，

$$\therefore \overline{PG} : \overline{CG} : \overline{PC}$$

$$= 3 : 3\sqrt{3} : 6$$

$$= 1 : \sqrt{3} : 2,$$

$$\therefore \angle CPG = \angle BPG = 60^\circ,$$

故扇形 BHC 的面積

$$= 6 \times 6 \times \pi \times \frac{360 - 2 \times 60}{360} = 24\pi$$

$$\text{又 } \triangle BCP \text{ 的面積} = \overline{BC} \times \overline{PG} \times \frac{1}{2}$$

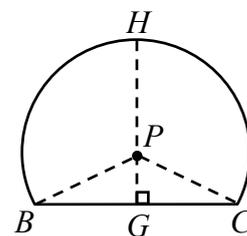
$$= 6\sqrt{3} \times 3 \times \frac{1}{2} = 9\sqrt{3},$$

因此，

$$\text{塗色面積的和} = (9\sqrt{3} + 24\pi) \times 2$$

$$= 18\sqrt{3} + 48\pi \text{ (平方公尺)}.$$

答： $(18\sqrt{3} + 48\pi)$ 平方公尺。



3. 如圖，

\because 八卦山隧道的直徑為 12 公尺，

$$\therefore \overline{PB} = \overline{PT} = 6.$$

$$\therefore \overline{BC} = 10,$$

$$\therefore \overline{BG} = \overline{GC} = 5,$$

$$\text{又 } \overline{PS} = \overline{GN} = 5 - 1.4 = 3.6.$$

在 $\triangle PBG$ 中，

$$\overline{PG} = \sqrt{\overline{PB}^2 - \overline{BG}^2} = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11},$$

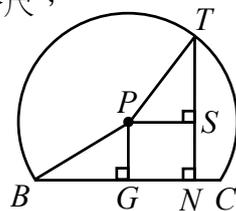
在 $\triangle PST$ 中，

$$\overline{TS} = \sqrt{\overline{PT}^2 - \overline{PS}^2} = \sqrt{6^2 - 3.6^2} = \sqrt{23.04} = 4.8,$$

因此， $\overline{TN} = \overline{TS} + \overline{SN} = \overline{TS} + \overline{PG} = 4.8 + \sqrt{11}$ ，

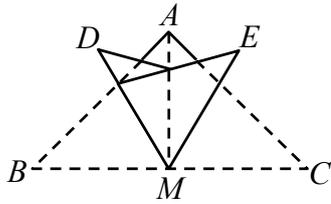
即行駛的車輛高度需低於 $(4.8 + \sqrt{11})$ 公尺才能順利通過隧道。

答： $(4.8 + \sqrt{11})$ 公尺。



得來素 5 剪紙藝術

1.



∵ 六瓣形摺疊法是以對稱的方式進行摺疊，
如圖四，

$$\begin{aligned} \therefore \text{設 } \angle DMA = \angle EMA = x^\circ, \\ \angle BMD = \angle CME = 2x^\circ, \end{aligned}$$

因此，

$$\angle BMD + \angle DMA + \angle EMA + \angle CME = 180^\circ$$

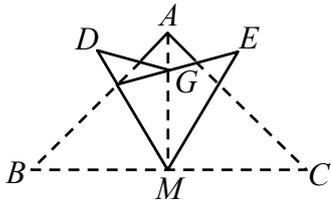
$$2x + x + x + 2x = 180$$

$$6x = 180$$

$$x = 30$$

答： 30° 。

2.



(1) 將正方形色紙沿著對角線對摺後，
可知 $\angle B = \angle C = \angle D = \angle E = 45^\circ$ 。

$$\begin{aligned} \text{又 } \angle DMA = \angle EMA = 30^\circ, \\ \angle BMD = \angle CME = 60^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle BFM = \angle EFM = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ, \\ \text{故由 } \triangle DGF \text{ 的外角定理可得} \\ \angle DGF = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ. \end{aligned}$$

(2) 在 $\triangle DFG$ 與 $\triangle EGM$ 中，

$$\begin{aligned} \therefore \angle D = \angle E = 45^\circ, \angle DGF = \angle AEM = 30^\circ, \\ \therefore \triangle DFG \sim \triangle EGM \text{ (AA 相似性質)}. \end{aligned}$$

3.(1) $\because \angle A = 90^\circ$ ，

$$\begin{aligned} \text{且 } \angle BFM = 75^\circ, \\ \therefore \angle DFK = \angle BFM = 75^\circ \text{ (對頂角)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \because \angle DKF = 180^\circ - 45^\circ - 75^\circ = 60^\circ, \\ \therefore \angle DKF = \angle AKH = 60^\circ \text{ (對頂角)}, \\ \text{故 } \angle AHK = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ. \end{aligned}$$

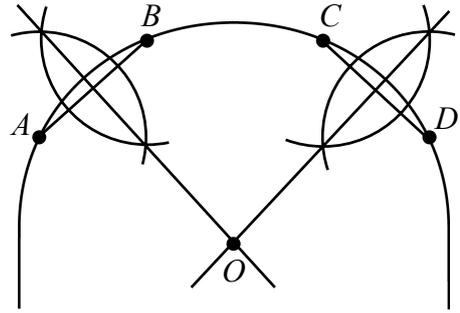
由(1)、(2)可知，

$\triangle AHK$ 為 30° 、 60° 、 90° 的直角三角形，
因此， $\overline{AK} : \overline{AH} : \overline{HK} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 。

答： $1 : \sqrt{3} : 2$ 。

得來素 6 三分線與罰球線

1.



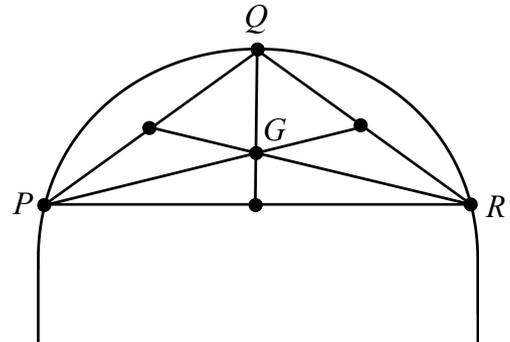
(1) 在圓弧上任意取四點 A 、 B 、 C 、 D 。

(2) 作 \overline{AB} 的中垂線。

(3) 作 \overline{CD} 的中垂線。

(4) 兩中垂線的交點 O 即為籃架原來的位置。

2.



(1) 作 \overline{PQ} 的中線，與 \overline{PQ} 交於中點 U 。

(2) 作 \overline{QR} 的中線，與 \overline{QR} 交於中點 S 。

(3) 作 \overline{PR} 的中線，與 \overline{PR} 交於中點 T 。

(4) 連接 \overline{PS} 、 \overline{QT} 、 \overline{RU} ，三線交於一點 G ，
即為小晴的位置。

由作圖可知，小晴傳球給小豪 (Q 點) 的距離最近。

答：小豪。

3. 設 $\triangle DEF$ 的內切圓半徑為 r 公尺，
則罰球線的長度為 $2r$ 公尺。

$$\therefore \frac{1}{2} \times r \times 10 = 9$$

$$r = 1.8$$

$$\therefore \text{罰球線的長度} = 2r = 2 \times 1.8 = 3.6 \text{ (公尺)}。$$

答：3.6 公尺。