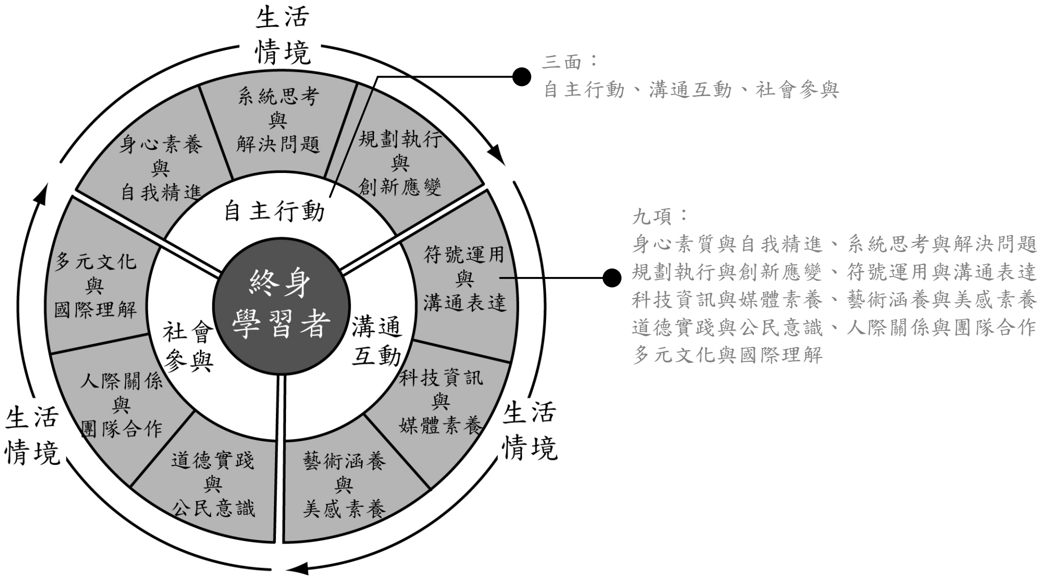
素養導向 Q&A

十二年國民基本教育課程綱要，本於全人教育的精神，以「自發」、「互動」、「共好」為理念，以「成就每一個孩子－適性揚才、終身學習」為願景，課程發展以核心素養為主軸，它是指一個人為適應現在生活及面對未來挑戰，所應具備的知識、能力與態度。

其涵蓋三面九項：



將生活中的各層面由內而外來區分，並從三大面向選出九個重要的項目，期許學生能夠依三面九項所培養的素養，解決生活情境中所面臨的問題，並能因應生活情境的快速變遷而與時俱進，成為一位終身學習者。

Q1：素養就是生活的應用，所以應用最重要，學科知識就不算素養吧？

A：NO！雖然素養強調在生活中的實踐，但數學素養不應僅止於應用數學解決生活或職涯問題。其實，**數學學科知識也是數學素養的一部分**，是最基本的素養，沒有基礎的知識素養就談不上應用的素養（張鎮華，教育部高中數學學科中心電子報 第 123 期）。

數學素養應涵蓋以下四個範圍：

數學素養涵蓋的範圍
(1) 數學學科知識的素養。
(2) 應用到學習、生活與職業生涯的素養。
(3) 正確使用工具的素養。
(4) 有效與他人溝通的素養。

因此，素養是學科理論與生活實踐的結合，不要以偏概全了喔！

Q2：素養導向的評量該如何呈現呢？

A：在評量時，可先從綱要的「學習表現」訂定測驗目標，將此目標應用於情境中再行出題。此時要注意以下幾點：

・評量的目標要掌握。

・評量的執行須與課程配合。

・勿過度操弄情境於數學問題之中。

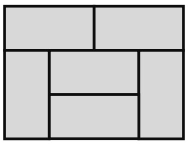
◆更多評量資訊，請參考**素養導向課室評量資源建置暨推廣計畫**（CoCA）網站：
https://dpcca.rcpet.edu.tw/HomePage/index.aspx

榻榻米

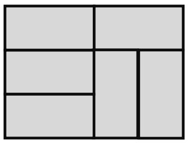
日本的和室常以「疊蓆」作爲鋪設地板的材料，也是一種供人坐或臥的家具。疊蓆的日文發音念起來就是「榻榻米」，通常會使用燈心草編織的墊子來包覆稻稈作爲填充材料，其形狀爲長方形。

傳統的榻榻米每 1 塊尺寸爲長 180 公分、寬 90 公分、高 5 公分。因爲榻榻米大小是固定的，所以日本的傳統建築中，每個房間地板尺寸都是 90 公分的整數倍，且地板面積通常以榻榻米的塊數來計算，而 1 塊稱爲「1 疊」，例如：客廳是 8 疊，臥室是 6 疊等。在鋪設時，也會依照榻榻米數量而有不同的擺放方式。

榻榻米的擺放方式有以下規定：「接縫處必須呈現 T 字型，如圖一，絕對不能出現 4 塊榻榻米的角全聚在一處的組合或十字型，如圖二」。



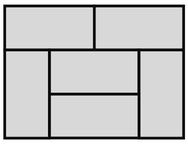
圖一



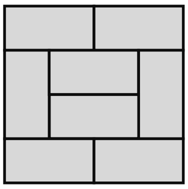
圖二

1. 下圖是 4 間房間的擺放方式，則哪些房間大小是相似的？

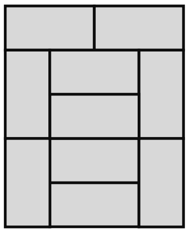
甲房間：6 疊



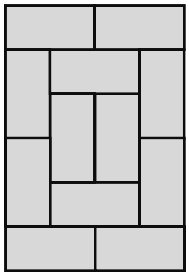
乙房間：8 疊



丙房間：10 疊



丁房間：12 疊



(A)甲房間、丁房間　　(B)乙房間、丙房間

(C)丙房間、丁房間　　(D)四間房間大小皆不相似

得分指引參考			（實際以老師配分爲準）
3 分	正確判別哪些互爲相似。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

∵每塊榻榻米的長寬比＝180：90＝2：1，

且各種疊法的四個角都是 90°，

∴甲房間的長寬比＝(180×2)：(180＋90)＝360：270＝4：3

乙房間的長寬比＝(180×2)：(180＋90×2)＝360：360＝1：1

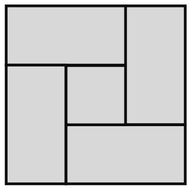
丙房間的長寬比＝(180×2＋90)：(180×2)＝450：360＝5：4

丁房間的長寬比＝(180×2＋90×2)：(180×2)＝540：360＝3：2

由上可知，四間房間大小皆不相似，故選(D)。

答：(D)。

2. 在日本體驗茶道的房間稱爲「茶室」，地板面積約爲 4 疊加上「半疊」（長、寬皆爲 90 公分）的榻榻米，且半疊的榻榻米通常都會擺在中間，如右圖。承第 1 題，右圖中的擺放方式與哪一個房間的擺放方式互爲相似形？



得分指引參考			（實際以老師配分爲準）
3 分	正確判別 4 疊半與 8 疊榻榻米相似。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

∵4 疊半榻榻米的四個角都是 90°，

且 4 疊半榻榻米的長寬比 $=(180+90):(180+90)$

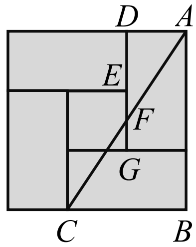
$=270:270$

$=1:1$

由上可知，4 疊半榻榻米與 8 疊榻榻米的對應角相等、對應邊成比例，
即與乙房間的擺放方式互爲相似形。

答：乙房間。

3. 承第 2 題，若光翰想在半疊榻榻米 $\overline{EG}$ 的中點 F 擺放坐墊，如右圖，則 $\overline{AC}$ 是否會通過 F？



得分指引參考			（實際以老師配分爲準）
3 分	正確推論出結論，且推論的過程完整。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

(1)在 $\triangle ADF$ 與 $\triangle ABC$ 中，

∵ $\angle B=\angle D=90°$，

$\angle DAF=\angle ACB$（內錯角相等），

∴ $\triangle ADF \sim \triangle ABC$（$AA$ 相似性質）。

(2)∵ $\overline{DA}:\overline{BC}=\overline{DF}:\overline{AB}=1:2$

∴ $\overline{AB}=270$ 公分，$\overline{DF}=135$ 公分，

$\overline{EF}=\overline{DF}-\overline{DE}=135-90=45$ 公分，

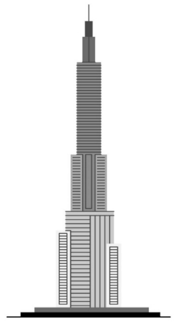
因此，$\overline{AC}$ 會通過 $\overline{EG}$ 的中點 F。

答：會。

世界最高建築－哈里發塔

哈里發塔是位於阿拉伯聯合大公國杜拜境內的摩天大樓，爲目前世界第一高樓，共 169 層，造價高達 15 億美元。2004 年 9 月 21 日開始動工，耗時約 5 年的時間興建，並於 2010 年 1 月 4 日正式完工啓用。

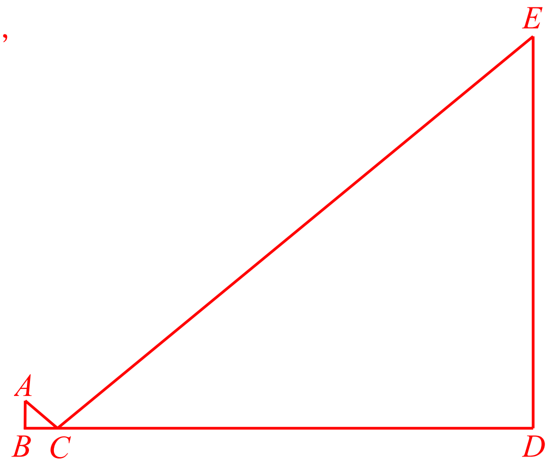
哈里發塔原名爲杜拜塔，完工後才正名爲哈里發塔。由於興建時期適逢金融海嘯，對杜拜的影響甚大，以致資金調度不足一度停建，但在杜拜酋長的堅持之下繼續興建，並向阿布達比酋長哈里發請求金融上的協助。因此，爲了感念他的支援，改以哈里發爲杜拜塔重新命名。



1. 博宇和家人前往杜拜旅遊，他想測量哈里發塔的高度，於是在博宇前方約 2.7 公尺的地上放一面鏡子，透過鏡子的反射（入射角等於反射角）可以看見塔尖。已知博宇的眼睛距離地面高度爲 1.62 公尺，並使用手機內的地圖 APP 得知鏡子距離哈里發塔的直線距離約爲 1375 公尺，則哈里發塔的塔高約爲多少公尺？

得分指引參考			（實際以老師配分爲準）
3 分	正確利用相似性質算出塔高。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

如圖，設鏡子爲 C 點，博宇與鏡子的距離爲 $\overline{BC}$，
鏡子與哈里發塔的距離爲 $\overline{CD}$，
博宇眼睛離地面的高度爲 $\overline{AB}$，
在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle EDC$ 中，
$\because \angle ABC = \angle EDC = 90°$，
$\angle ACB = \angle ECD$，
$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDC$（$AA$ 相似性質）。
因此，$\overline{BC} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{ED}$
$2.7 : 1375 = 1.62 : \overline{ED}$
$\overline{ED} = \dfrac{1375 \times 1.62}{2.7} = 825$（公尺）



答：825 公尺。

2. 下表為某兩天非尖峰時段參觀哈里發塔觀景臺的人數比，若兩天參觀總人數相同，則第一天哪一個時段的參觀人數比第二天同一個時段多？

天＼時段	晚上七點至八點		晚上八點至九點		晚上九點至十點
第一天	7	：	9	：	8
第二天	11	：	12	：	13

得分指引參考			（實際以老師配分為準）
3 分	正確推論出結論。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

設第一天三個時段的參觀人數分別有 $7r$、$9r$、$8r$ 人，$r\neq 0$；

第二天三個時段的參觀人數分別有 $11k$、$12k$、$13k$ 人，$k\neq 0$，

又兩天的參觀人數相等，

$\therefore 7r+9r+8r=11k+12k+13k$

$24r=36k$

$r=\dfrac{3}{2}k$

因此，第一天晚上七點至八點的參觀人數有 $7r=7\times\dfrac{3}{2}k=\dfrac{21}{2}k<11k$，

晚上八點至九點的參觀人數有 $9r=9\times\dfrac{3}{2}k=\dfrac{27}{2}k>12k$，

晚上九點至十點的參觀人數有 $8r=8\times\dfrac{3}{2}k=12k<13k$。

由上可知，第一天晚上八點至九點的參觀人數比第二天同一時段多。

答：晚上八點至九點。

3. 哈里發塔擁有目前全球第三快的電梯，速率為每秒 18 公尺，僅次於廣州周大福金融中心的每秒 21 公尺；而在臺灣的臺北 101，電梯速率為每秒 16.8 公尺。若乘坐電梯上升到相同高度的情況下，哈里發塔、周大福金融中心與臺北 101 這三座電梯所需花費的時間比為多少？

得分指引參考			（實際以老師配分為準）
3 分	正確算出所需花費的時間比。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

在電梯上升到相同高度的情況下，

哈里發塔、周大福金融中心與臺北 101 電梯的所需花費時間比 $=\dfrac{1}{18}:\dfrac{1}{21}:\dfrac{1}{16.8}$

$=14:12:15$

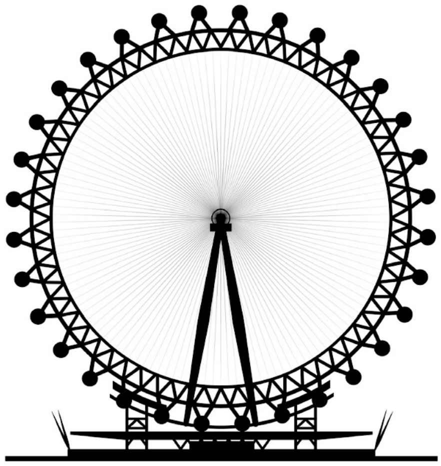
答：14：12：15。

倫敦眼

倫敦眼（London Eye）又稱爲「千禧之輪」（Millennium Wheel），它於 1999 年末開始營運，豎立於英國倫敦泰晤士河南畔，其總高度爲 135 公尺、直徑爲 120 公尺，也曾是世界最大的摩天輪。

倫敦眼原本設計爲 60 個觀景車廂，爲了讓景觀不被其它車廂遮擋，因此設計團隊最後決定減少車廂數目至 32 個，剛好代表著倫敦的 32 個城鎮。

倫敦眼原本是英國爲了慶祝 2000 年的來臨所興建的臨時性建築，原訂 5 年後拆除，但由於常吸引英國人及外來遊客前往，因此當地的市議會決定永久保留倫敦眼。



1. 若佳燕從倫敦眼的最下方入口搭乘，12 分鐘後繞了半圈到達最高點，則倫敦眼的旋轉速率約爲每秒多少公尺？

得分指引參考			（實際以老師配分爲準）
3 分	正確算出倫敦眼的旋轉速率。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

∵倫敦眼的圓周長＝120π（公尺）

∴半圈的周長＝$\frac{1}{2}\times 120\pi$

$=60\pi$（公尺）

因此，倫敦眼每秒旋轉 $60\pi\div(12\times 60)=\frac{\pi}{12}$（公尺）。

答：$\frac{\pi}{12}$公尺。

2. 承第 1 題，已知佳燕發現目前車廂已經等速運行了 15 分鐘，則她從最下方入口搭乘時，其車廂所掃過的弧長大約爲多少公尺？

得分指引參考			（實際以老師配分爲準）
3 分	正確算出弧長。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

$\because$ 繞一圈需花 $12\times2=24$（分鐘），

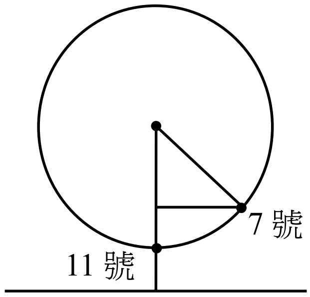
$\therefore$ 15 分鐘繞整個倫敦眼的 $\dfrac{15}{24}=\dfrac{5}{8}$ 圈，

因此，車廂所掃過的弧長 $=120\times\pi\times\dfrac{5}{8}$

$=75\pi$（公尺）。

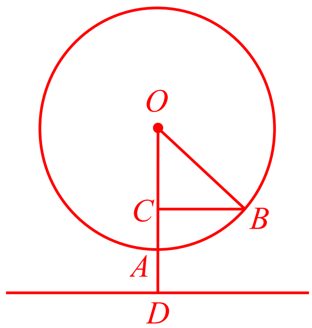
答：75π 公尺。

3. 承第 2 題，已知此摩天輪爲逆時針旋轉，且佳燕搭乘的車廂爲 7 號，當後方某排隊乘客從入口搭乘，其車廂爲 11 號，如右圖，此時 7 號車廂距離地面的高度爲多少公尺？



得分指引參考			（實際以老師配分爲準）
3 分	正確推算出 7 號車廂距離地面的高度。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

如圖，假設下方入口搭乘的車廂 11 號爲 A 點時，
佳燕搭乘的車廂 7 號位置會旋轉至 B 點。



$\therefore$ 從 A 點移動到 B 點的弧度 $=360^\circ\times\dfrac{11-7}{32}=360^\circ\times\dfrac{1}{8}=45^\circ$

故 $\triangle BCO$ 爲等腰直角三角形。

又半徑 $\overline{BO}=60$，

$\therefore \overline{CO}=\dfrac{60}{\sqrt{2}}=30\sqrt{2}$，$\overline{CA}=60-30\sqrt{2}$

因此，此時 7 號車廂（即 B 點）距離地面的高度 $=\overline{CA}+\overline{AD}$

$=(60-30\sqrt{2})+(135-120)$

$=75-30\sqrt{2}$（公尺）。

答：$(75-30\sqrt{2})$ 公尺。

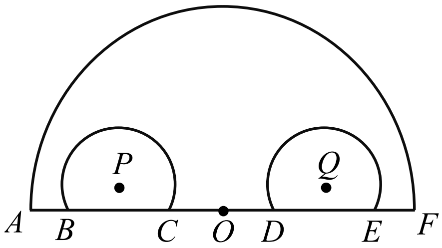
雪山隧道

雪山隧道原名為坪林隧道，簡稱「雪隧」，是一座長近 13 公里的公路隧道，其地理位置橫跨新北市坪林區與宜蘭縣頭城鎮之間，屬於蔣渭水高速公路橫貫雪山山脈的路段，而建造目的之一是為了改善宜蘭縣聯外交通，並促進臺灣東部地區的發展與觀光。截至 2020 年，雪山隧道為亞洲第九長、全世界排行第十三長的公路隧道。由於施工難度高，在未更名前以「坪林隧道」列入《大英百科全書》中。

雪山隧道在防災設計上每隔 350 公尺設有一個人行逃生出口連接導坑，每 1400 公尺也設有兩座主隧道的車行聯絡道，以利發生災難時能使車輛利用對向隧道順利離開事故現場。為了避免行駛過快應變不及發生車禍，通車後初期，隧道內限制行車時速在 50 到 70 公里之間，且行車安全距離須保持 50 公尺以上。

若超速、未保持安全車距、任意變換車道等違規者，將由內政部警政署國道公路警察局以科技執法取締，並得連續累積處分，以確保其他用路人的行車安全。

1. 雪山隧道屬於雙孔隧道，並以鑽掘機開挖後，形成直徑 12 公尺，大小一致的兩個圓形斷面隧道，平面圖如右。若 $\overline{BC}=\overline{DE}=6\sqrt{3}$ 公尺，則隧道的高度為多少公尺？



得分指引參考			（實際以老師配分為準）
3 分	正確算出兩隧道的高度。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

如圖，以左方的隧道口為例，

連接 $\overline{GH}$、$\overline{PB}$、$\overline{PC}$，

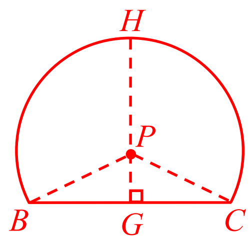
$\because \overline{PH}=\overline{PC}=\overline{PB}=6$，

$\overline{CG}=\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{3}=3\sqrt{3}$，

$\therefore \overline{PG}=\sqrt{\overline{PC}^2-\overline{CG}^2}$

$=\sqrt{6^2-(3\sqrt{3})^2}$

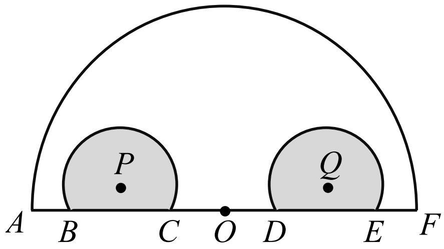
$=3$



因此，隧道的高度 $=\overline{PH}+\overline{PG}=6+3=9$（公尺）。

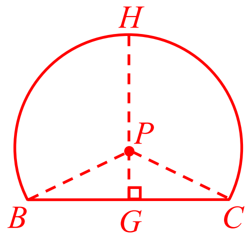
答：9 公尺。

2. 承第 1 題，右圖中塗色面積的和為多少平方公尺？



得分指引參考			（實際以老師配分為準）
3 分	正確算出塗色面積的和。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

如圖，



$\because \overline{PG} : \overline{CG} : \overline{PC} = 3 : 3\sqrt{3} : 6 = 1 : \sqrt{3} : 2$，

$\therefore \angle CPG = \angle BPG = 60°$，

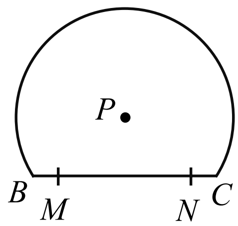
故扇形 BHC 的面積 $= 6 \times 6 \times \pi \times \dfrac{360 - 2 \times 60}{360} = 24\pi$

又 $\triangle BCP$ 的面積 $= \overline{BC} \times \overline{PG} \times \dfrac{1}{2} = 6\sqrt{3} \times 3 \times \dfrac{1}{2} = 9\sqrt{3}$，

因此，塗色面積的和 $= (9\sqrt{3} + 24\pi) \times 2 = 18\sqrt{3} + 48\pi$（平方公尺）。

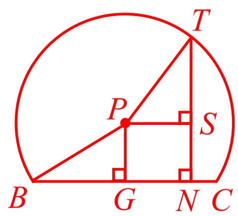
答：$(18\sqrt{3} + 48\pi)$ 平方公尺。

3. 如圖，已知八卦山隧道的直徑為 12 公尺，假設路面寬 $\overline{BC}$ 為 10 公尺，車道左右兩側路肩及人行道寬 $\overline{BM}$ 、$\overline{CN}$ 皆為 1.4 公尺，則行駛的車輛高度需低於多少公尺，才能順利通過隧道？



得分指引參考			（實際以老師配分為準）
3 分	正確算出車輛的高度範圍。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

如圖，



$\because$ 八卦山隧道的直徑為 12 公尺，$\therefore \overline{PB} = \overline{PT} = 6$。

$\because \overline{BC} = 10$，$\therefore \overline{BG} = \overline{GC} = 5$，又 $\overline{PS} = \overline{GN} = 5 - 1.4 = 3.6$。

在 $\triangle PBG$ 中，$\overline{PG} = \sqrt{\overline{PB}^2 - \overline{BG}^2} = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}$，

在 $\triangle PST$ 中，$\overline{TS} = \sqrt{\overline{PT}^2 - \overline{PS}^2} = \sqrt{6^2 - 3.6^2} = \sqrt{23.04} = 4.8$，

因此，$\overline{TN} = \overline{TS} + \overline{SN} = \overline{TS} + \overline{PG} = 4.8 + \sqrt{11}$，

即行駛的車輛高度需低於（$4.8 + \sqrt{11}$）公尺才能順利通過隧道。

答：$(4.8 + \sqrt{11})$ 公尺。

剪紙藝術

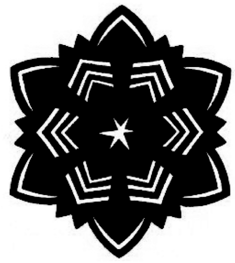
「剪紙」是中國傳統的民間裝飾藝術之一，需要運用許多摺、剪、割、塗色或留白等技術，通常會用於室內裝飾、節慶或祈福……等，遍布於各地區和各民族之間。

剪紙的技巧甚多，將一張紙對摺或多摺疊起的圖案稱為「摺疊剪紙」。摺疊層數建議不宜過多，以四層為佳。

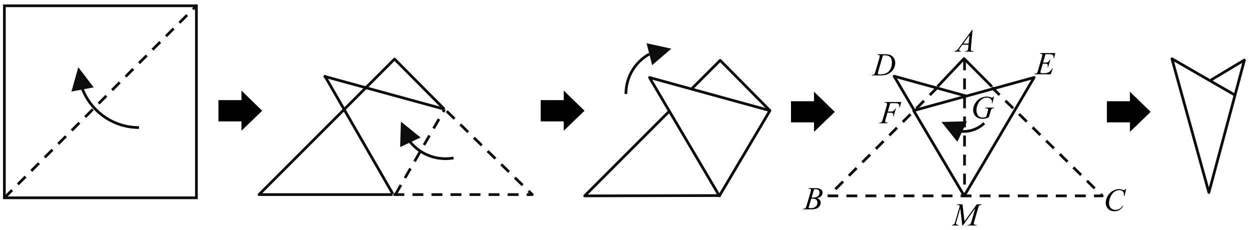
一般摺疊方式如下：

①取一張正方形色紙，將有顏色的一面向內對摺，每摺一次就將摺線壓平，並用訂書機訂好。

②將摺疊好的紙上畫好圖稿，再按照畫好的線條剪去不需要的部分即可完成，右圖是六瓣形摺疊法之一，且以對稱的方式進行摺疊。



1. 某種六瓣形摺疊法的操作方式如下，求圖四中 $\angle DMA$ 的度數。



圖一　　圖二　　圖三　　圖四　　圖五

得分指引參考			（實際以老師配分為準）
3 分	正確算出 $\angle DMA$ 的度數。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

∵六瓣形摺疊法是以對稱的方式進行摺疊，如圖四，

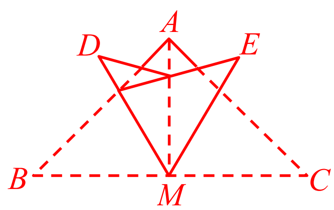
∴設 $\angle DMA = \angle EMA = x°$，$\angle BMD = \angle CME = 2x°$，

因此，$\angle BMD + \angle DMA + \angle EMA + \angle CME = 180°$

$2x + x + x + 2x = 180$

$6x = 180$

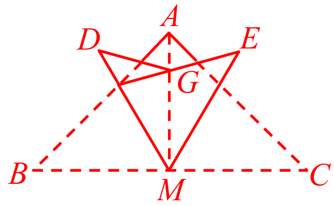
$x = 30$



答：30°。

2. 承第 1 題，證明△DFG～△EGM。

得分指引參考			（實際以老師配分為準）
3 分	正確證明△DFG～△EGM。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	證明過程部分合理，但推論出現錯誤。	0 分	推論策略模糊不清或錯誤。



(1)將正方形色紙沿著對角線對摺後，

可知$\angle B=\angle C=\angle D=\angle E=45°$。

又$\angle DMA=\angle EMA=30°$，

$\angle BMD=\angle CME=60°$。

$\therefore \angle BFM=\angle EFM=180°-45°-60°=75°$，

故由△DGF 的外角定理可得$\angle DGF=75°-45°=30°$。

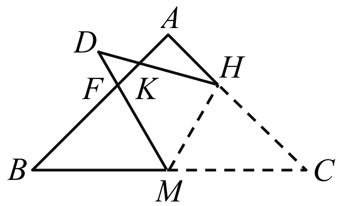
(2)在△DFG 與△EGM 中，

$\because \angle D=\angle E=45°$，

$\angle DGF=\angle AME=30°$，

$\therefore$△DFG～△EGM（AA 相似性質）。

3. 承第 2 題，圖二中的標示如右，求 $\overline{AK}$ ： $\overline{AH}$ ： $\overline{HK}$ 。



得分指引參考			（實際以老師配分為準）
3 分	正確推論△AHK 的邊長比。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	推論過程僅部分合理。	0 分	推論策略模糊不清或錯誤。

(1)$\because \angle A=90°$，且$\angle BFM=75°$，

$\therefore \angle DFK=\angle BFM=75°$（對頂角）。

(2)$\because \angle DKF=180°-45°-75°=60°$，

$\therefore \angle DKF=\angle AKH=60°$（對頂角），

故$\angle AHK=180°-90°-60°=30°$。

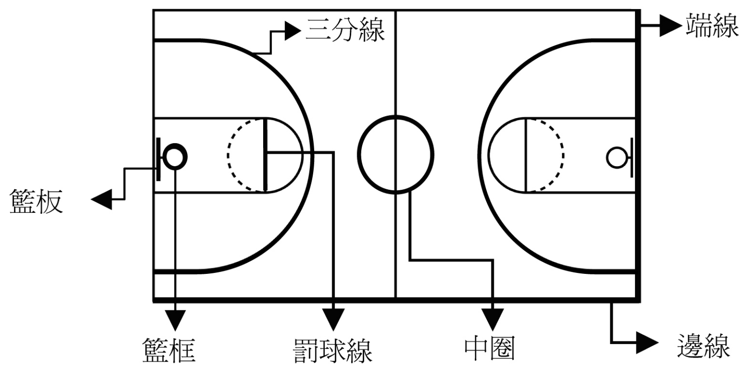
由(1)、(2)可知，△AHK 為 30°、60°、90°的直角三角形，

因此，$\overline{AK}$ ： $\overline{AH}$ ： $\overline{HK}$ ＝1： $\sqrt{3}$ ：2。

答：1： $\sqrt{3}$ ：2。

三分線與罰球線

最初籃球比賽上場人數、場地大小、比賽時間皆無嚴格的條件限制，只要人數相同即可比賽。直到 1984 年，根據國際籃球聯合會（International Basketball Federation）的規定，其地板長度必須為長 28 公尺、寬 15 公尺，且兩端中央裝有籃架，並在籃板上固定籃框。下圖是常見的籃球場地相對位置圖。



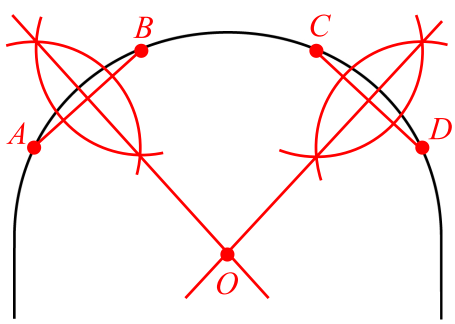
籃球的得分方式分為以下三種：

①普通投籃：站在三分線內或線上投進球籃內可得 2 分；

②三分線投籃：站在三分線外投進球籃內可得 3 分；

③罰球：當出手投球被犯規時，站在罰球線上投進球籃內可得 1 分。

1. 百達國中的籃球場使用移動式球架，某日，場地整修需先將籃架移走，並將三分線投籃區內的地面重新粉刷油漆，粉刷後再移回原來的位置。已知籃架的位置為圓弧部分的圓心，下圖為三分線投籃區的鳥瞰平面圖，利用尺規作圖找出籃架原來的位置。



得分指引參考			（實際以老師配分為準）
3 分	正確利用尺規作圖畫出 2 條中垂線並找到圓心。	1 分	策略方向正確，但沒有尺規作圖。
2 分	尺規作圖過程合理，但過程不完全正確。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

(1)在圓弧上任意取四點 A、B、C、D。

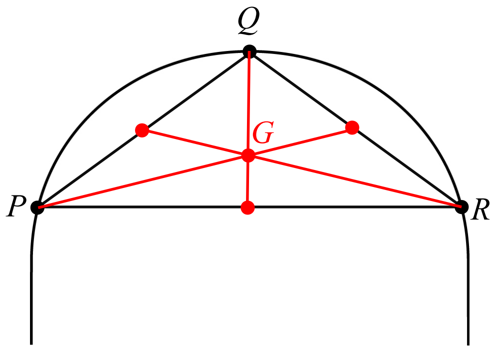
(2)作 $\overline{AB}$ 的中垂線。

(3)作 $\overline{CD}$ 的中垂線。

(4)兩中垂線的交點 O 即為籃架原來的位置。

2. 如圖，小翰、小豪與小毛三人分別站在三分線上的 P、Q、R 三點，恰好形成一個頂角爲 108° 的黃金三角形，已知小晴剛好站在此三角形的重心位置並傳球，利用尺規作圖找出小晴的位置後，並找出小晴傳球給哪個人的距離最近？

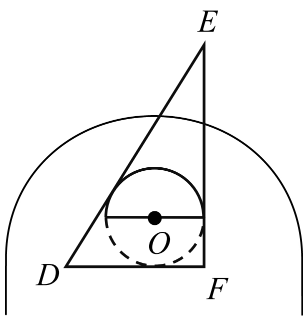
註：黃金三角形是一種特殊的等腰三角形，其頂角為 36° 或 108°。



得分指引參考			（實際以老師配分爲準）
3 分	正確利用尺規作圖找到小晴的重心位置，並找出傳球位置給最近的人。	1 分	策略方向正確，但沒有尺規作圖。
2 分	尺規作圖過程合理，但過程不完全正確。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

(1)作 $\overline{PQ}$ 的中線，與 $\overline{PQ}$ 交於中點 U。
(2)作 $\overline{QR}$ 的中線，與 $\overline{QR}$ 交於中點 S。
(3)作 $\overline{PR}$ 的中線，與 $\overline{PR}$ 交於中點 T。
(4)連接 $\overline{PS}$ 、 $\overline{QT}$ 、 $\overline{RU}$ ，三線交於一點 G，即爲小晴的位置。
由作圖可知，小晴傳球給小豪（Q 點）的距離最近。　答：小豪。

3. 執行罰球時，球員必須在罰球限制區域內投籃，其中限制區域是由罰球線和一個半圓組成。若小澔與另外 2 位同學所站的位置形成一個直角三角形 DEF，且罰球線所在的半圓圓心 O 恰好是此三角形的內心，如圖。若△DEF 的周長爲 10 公尺，面積爲 9 平方公尺，則罰球線的長度爲多少公尺？



得分指引參考			（實際以老師配分爲準）
3 分	正確算出罰球線的長度。	1 分	策略方向正確，但無法推得結論。
2 分	解題過程合理，但出現計算錯誤。	0 分	解題策略模糊不清或錯誤。

設△DEF 的內切圓半徑爲 r 公尺，
則罰球線的長度爲 $2r$ 公尺。
$\because \frac{1}{2} \times r \times 10 = 9$
$r = 1.8$
$\therefore$罰球線的長度$=2r=2\times 1.8=3.6$（公尺）。

答：3.6 公尺。

解答篇 得來素

得來素 1 榻榻米

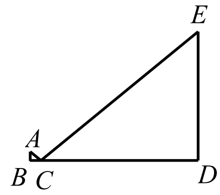
1. ∵每塊榻榻米的長寬比＝180：90＝2：1，
且各種疊法的四個角都是 90°，
∴甲房間的長寬比＝（180×2）:（180＋90）
＝360：270
＝4：3
乙房間的長寬比＝（180×2）:（180＋90×2）
＝360：360
＝1：1
丙房間的長寬比＝（180×2＋90）:（180×2）
＝450：360
＝5：4
丁房間的長寬比
＝（180×2＋90×2）:（180×2）
＝540：360
＝3：2
由上可知，四間房間大小皆不相似，故選(D)。
答：(D)。

2. ∵4 疊半榻榻米的四個角都是 90°，
且 4 疊半榻榻米的長寬比
＝（180＋90）:（180＋90）
＝270：270
＝1：1
由上可知，4 疊半榻榻米與 8 疊榻榻米的
對應角相等、對應邊成比例，
即與乙房間的擺放方式互為相似形。
答：乙房間。

3. (1)在$\triangle ADF$與$\triangle ABC$中，
∵$\angle B=\angle D=90°$，
$\angle DAF=\angle ACB$（內錯角相等），
∴$\triangle ADF\sim\triangle ABC$（$AA$ 相似性質）。
(2)∵$\overline{DA}:\overline{BC}=\overline{DF}:\overline{AB}=1:2$
∴$\overline{AB}=270$ 公分，$\overline{DF}=135$ 公分，
$\overline{EF}=\overline{DF}-\overline{DE}=135-90=45$ 公分，
因此，$\overline{AC}$會通過$\overline{EG}$的中點 F。
答：會。

得來素 2 世界最高建築—哈里發塔

1. 如圖，設鏡子為 C 點，博宇與鏡子的距離為$\overline{BC}$，鏡子與哈里發塔的距離為$\overline{CD}$，博宇眼睛離地面的高度為$\overline{AB}$，



在$\triangle ABC$與$\triangle EDC$中，
∵$\angle ABC=\angle EDC=90°$，
$\angle ACB=\angle ECD$，
∴$\triangle ABC\sim\triangle EDC$（$AA$ 相似性質）。
因此，$\overline{BC}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{ED}$
$2.7:1375=1.62:\overline{ED}$
$\overline{ED}=\dfrac{1375\times1.62}{2.7}=825$（公尺）
答：825 公尺。

2. 設第一天三個時段的參觀人數分別有
$7r$、$9r$、$8r$ 人，$r\neq0$；
第二天三個時段的參觀人數分別有
$11k$、$12k$、$13k$ 人，$k\neq0$，
又兩天的參觀人數相等，
∴$7r+9r+8r=11k+12k+13k$
$24r=36k$，$r=\dfrac{3}{2}k$
因此，第一天晚上七點至八點的參觀人數有
$7r=7\times\dfrac{3}{2}k=\dfrac{21}{2}k<11k$，
晚上八點至九點的參觀人數有
$9r=9\times\dfrac{3}{2}k=\dfrac{27}{2}k>12k$，
晚上九點至十點的參觀人數有
$8r=8\times\dfrac{3}{2}k=12k<13k$。
由上可知，第一天晚上八點至九點的參觀人數比第二天同一時段多。
答：晚上八點至九點。

3. 在電梯上升到相同高度的情況下，
哈里發塔、周大福金融中心與臺北 101 電梯
的所需花費時間比＝$\dfrac{1}{18}:\dfrac{1}{21}:\dfrac{1}{16.8}$
$=14:12:15$
答：14：12：15。

得來素 3 倫敦眼

1. $\because$ 倫敦眼的圓周長 $=120\pi$（公尺）

$\therefore$ 半圈的周長 $=\dfrac{1}{2}\times 120\pi=60\pi$（公尺）

因此，倫敦眼每秒旋轉

$60\pi\div(12\times 60)=\dfrac{\pi}{12}$（公尺）。

答：$\dfrac{\pi}{12}$ 公尺。

2. $\because$ 繞一圈需花 $12\times 2=24$（分鐘），

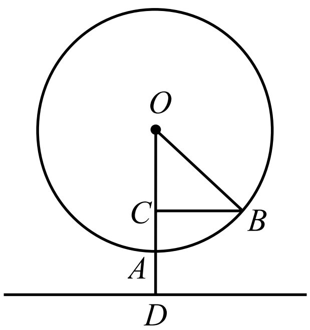
$\therefore$ 15 分鐘繞整個倫敦眼的 $\dfrac{15}{24}=\dfrac{5}{8}$ 圈，

因此，車廂所掃過的弧長 $=120\times\pi\times\dfrac{5}{8}$

$=75\pi$（公尺）。

答：75π 公尺。

3.



如圖，假設下方入口搭乘的車廂 11 號為 A 點時，佳燕搭乘的車廂 7 號位置會旋轉至 B 點。

$\therefore$ 從 A 點移動到 B 點的弧度 $=360^\circ\times\dfrac{11-7}{32}$

$=360^\circ\times\dfrac{1}{8}$

$=45^\circ$

故 $\triangle BCO$ 為等腰直角三角形。

又半徑 $\overline{BO}=60$，

$\therefore \overline{CO}=\dfrac{60}{\sqrt{2}}=30\sqrt{2}$，$\overline{CA}=60-30\sqrt{2}$

因此，

此時 7 號車廂（即 B 點）距離地面的高度

$=\overline{CA}+\overline{AD}$

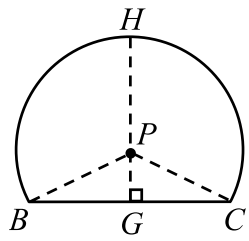
$=(60-30\sqrt{2})+(135-120)$

$=75-30\sqrt{2}$（公尺）。

答：$(75-30\sqrt{2})$ 公尺。

得來素 4 雪山隧道

1. 如圖，



以左方的隧道口為例，

連接 $\overline{GH}$、$\overline{PB}$、$\overline{PC}$，

$\because \overline{PH}=\overline{PC}=\overline{PB}=6$，

$\overline{CG}=\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{3}=3\sqrt{3}$，

$\therefore \overline{PG}=\sqrt{\overline{PC}^2-\overline{CG}^2}=\sqrt{6^2-(3\sqrt{3})^2}=3$

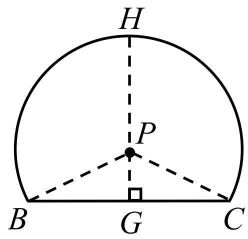
因此，隧道的高度 $=\overline{PH}+\overline{PG}$

$=6+3$

$=9$（公尺）。

答：9 公尺。

2. 如圖，



$\because \overline{PG}:\overline{CG}:\overline{PC}$

$=3:3\sqrt{3}:6$

$=1:\sqrt{3}:2$，

$\therefore \angle CPG=\angle BPG=60^\circ$，

故扇形 BHC 的面積

$=6\times 6\times\pi\times\dfrac{360-2\times 60}{360}=24\pi$

又 $\triangle BCP$ 的面積 $=\overline{BC}\times\overline{PG}\times\dfrac{1}{2}$

$=6\sqrt{3}\times 3\times\dfrac{1}{2}=9\sqrt{3}$，

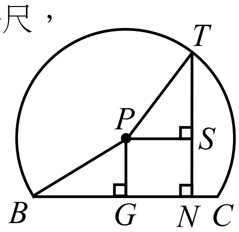
因此，

塗色面積的和 $=(9\sqrt{3}+24\pi)\times 2$

$=18\sqrt{3}+48\pi$（平方公尺）。

答：$(18\sqrt{3}+48\pi)$ 平方公尺。

3. 如圖，



$\because$ 八卦山隧道的直徑為 12 公尺，

$\therefore \overline{PB}=\overline{PT}=6$。

$\because \overline{BC}=10$，

$\therefore \overline{BG}=\overline{GC}=5$，

又 $\overline{PS}=\overline{GN}=5-1.4=3.6$。

在 $\triangle PBG$ 中，

$\overline{PG}=\sqrt{\overline{PB}^2-\overline{BG}^2}=\sqrt{6^2-5^2}=\sqrt{11}$，

在 $\triangle PST$ 中，

$\overline{TS}=\sqrt{\overline{PT}^2-\overline{PS}^2}=\sqrt{6^2-3.6^2}=\sqrt{23.04}=4.8$，

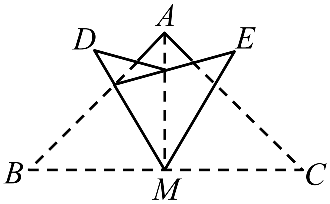
因此，$\overline{TN}=\overline{TS}+\overline{SN}=\overline{TS}+\overline{PG}=4.8+\sqrt{11}$，

即行駛的車輛高度需低於 $(4.8+\sqrt{11})$ 公尺才能順利通過隧道。

答：$(4.8+\sqrt{11})$ 公尺。

得來素 5 剪紙藝術

1.



∵六瓣形摺疊法是以對稱的方式進行摺疊，
如圖四，

∴設$\angle DMA=\angle EMA=x°$，
$\angle BMD=\angle CME=2x°$，

因此，

$\angle BMD+\angle DMA+\angle EMA+\angle CME=180°$

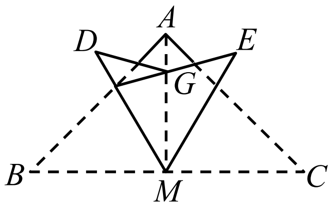
$2x+x+x+2x=180$

$6x=180$

$x=30$

答：30°。

2.



(1) 將正方形色紙沿著對角線對摺後，
可知$\angle B=\angle C=\angle D=\angle E=45°$。
又$\angle DMA=\angle EMA=30°$，
$\angle BMD=\angle CME=60°$。
∴$\angle BFM=\angle EFM=180°-45°-60°=75°$，
故由$\triangle DGF$的外角定理可得
$\angle DGF=75°-45°=30°$。

(2) 在$\triangle DFG$與$\triangle EGM$中，
∵$\angle D=\angle E=45°$，$\angle DGF=\angle AME=30°$，
∴$\triangle DFG\sim\triangle EGM$（$AA$ 相似性質）。

3.(1) ∵$\angle A=90°$，
且$\angle BFM=75°$，
∴$\angle DFK=\angle BFM=75°$（對頂角）。

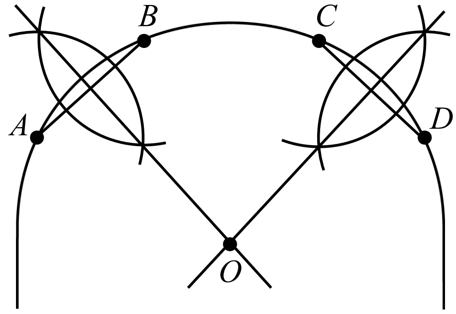
(2) ∵$\angle DKF=180°-45°-75°=60°$，
∴$\angle DKF=\angle AKH=60°$（對頂角），
故$\angle AHK=180°-90°-60°=30°$。

由(1)、(2)可知，
$\triangle AHK$ 爲 30°、60°、90°的直角三角形，
因此，$\overline{AK}:\overline{AH}:\overline{HK}=1:\sqrt{3}:2$。

答：$1:\sqrt{3}:2$。

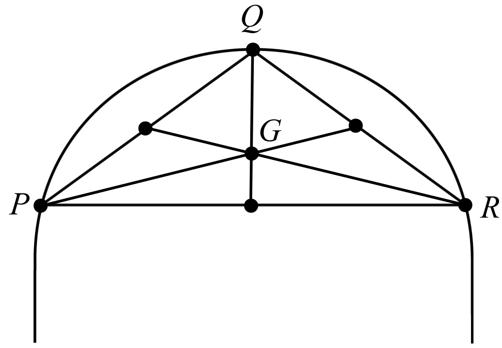
得來素 6 三分線與罰球線

1.



(1)在圓弧上任意取四點 A、B、C、D。
(2)作$\overline{AB}$的中垂線。
(3)作$\overline{CD}$的中垂線。
(4)兩中垂線的交點 O 即爲籃架原來的位置。

2.



(1)作$\overline{PQ}$的中線，與$\overline{PQ}$交於中點 U。
(2)作$\overline{QR}$的中線，與$\overline{QR}$交於中點 S。
(3)作$\overline{PR}$的中線，與$\overline{PR}$交於中點 T。
(4)連接$\overline{PS}$、$\overline{QT}$、$\overline{RU}$，三線交於一點 G，
即爲<u>小晴</u>的位置。

由作圖可知，<u>小晴</u>傳球給<u>小豪</u>（Q 點）的距離最近。

答：<u>小豪</u>。

3. 設$\triangle DEF$的內切圓半徑爲 r 公尺，
則罰球線的長度爲 $2r$ 公尺。

∵$\frac{1}{2}\times r\times 10=9$

$r=1.8$

∴罰球線的長度$=2r=2\times 1.8=3.6$（公尺）。

答：3.6 公尺。