明星國中 3上

試題本

範圍：第 1 次段考

1-1~1-3

1-1 連比（一）

______年______班______號　姓名______________　得分

一・選擇題（每題 5 分，共 40 分）

（ C ）1. 已知 x、y、z 皆不等於 0，且 $2x=3y=5z$，則 $\frac{12}{x}:\frac{12}{y}:\frac{12}{z}$ 與下列何者相同？

(A) $3:2:5$　(B) $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{5}$　(C) $2:3:5$　(D) $\frac{1}{5}:\frac{1}{3}:\frac{1}{2}$

（ A ）2. 已知 a、b、c 皆不等於 0，若 $3a=2b$，$b=3c$，則 $a:b:c=$？

(A) $2:3:1$　(B) $3:2:6$　(C) $3:5:2$　(D) $4:3:5$

（ C ）3. 若 $x:y:z=2:3:5$，且 $x+y+z=100$，則 $x+2y-3z=$？

(A) 230　(B) 23　(C) -70　(D) -7

（ D ）4. $\triangle ABC$ 的三邊長比爲 $2:3:4$，則其三個對應高的比爲何？

(A) $2:3:4$　(B) $3:4:7$　(C) $6:5:7$　(D) $6:4:3$

（ B ）5. 時鐘上的時針、分針與秒針各走一圈所需的時間比爲何？

(A) $3600:720:1$　(B) $720:60:1$

(C) $360:60:1$　(D) $60:12:1$

（ D ）6. 已知 x、y、z 皆不等於 0，若 $6yz=5xz=3xy$，且 x、y、z 的最小公倍數爲 180，則 $x+y+z=$？

(A) 14　(B) 28　(C) 42　(D) 84

（ C ）7. 若 $x:y:z=3:4:5$，且 $y=20$，則 $(x+5):(y+5):(z+5)=$？

(A) $17:21:25$　(B) $8:9:10$　(C) $4:5:6$　(D) $3:4:5$

（ A ）8. 已知 x、y、z 皆不等於 0，且 $5x=8y=3z$，則下列敘述何者正確？

(A) $\frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{1}{y}$　(B) $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}=\frac{1}{5}:\frac{1}{8}:\frac{1}{3}$

(C) $y=x+z$　(D) $x:y:z=5:8:3$

二・填充題（每格 4 分，共 28 分）

1. 已知 x、y、z 皆不等於 0，若 $x:y=5:2$，$y:z=6:(-7)$，

則 $x:y:z=$ ___$15:6:(-7)$___。（化爲最簡整數比）

2. 若 $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}$，則 $\frac{x+2y+3z}{2x+y+z}=$ ___$\frac{20}{11}$___。

3. 若 $a:b:c=3:4:5$，則 $(a-2b+3c):(3a+b-2c)$ 的比值爲 ___$\frac{10}{3}$___。

4. 已知 a、b、c 皆不等於 0，$a:b:c=(a+3):(b-5):(c+6)$，且 $3a+5b+6c=80$，

則 $a=$ ___12___，$b=$ ___-20___，$c=$ ___24___。

5. 小星、尼尼和正南一起玩投籃機，若小星每 4 秒鐘投進 3 球，尼尼每 3 秒鐘投進 2 球，正南每 5 秒鐘投進 4 球，則小星、尼尼和正南各投進 1 球的時間比為＿16：18：15＿。

三．計算題（共 32 分）

1. 已知 x、y、z 皆不等於 0，若 $(x+1):(y-2):(z+3)=5:4:3$，且 $x+y+z=70$，求 x、y、z 的值。（10 分）

解 由 $(x+1):(y-2):(z+3)=5:4:3$

可設 $x+1=5r$，$y-2=4r$，$z+3=3r$，$r\neq 0$

則 $(x+1)+(y-2)+(z+3)=5r+4r+3r=12r$

$(x+y+z)+2=72=12r$，$r=6$

故 $x+1=5r=30$，$x=29$、$y-2=4r=24$，$y=26$、$z+3=3r=18$，$z=15$。

答：$x=29$、$y=26$、$z=15$。

2. 雀潮與博朗這兩大三合一即溶咖啡的每包重量均相同。若雀潮咖啡的成分中，咖啡粉：奶精：糖＝5：3：2；博朗咖啡的成分中，咖啡粉：奶精：糖＝7：5：3，今將兩廠牌的三合一咖啡各一包進行混合後，混合包中咖啡粉占全部成分的幾分之幾？（10 分）

解 設一包雀潮咖啡成分：咖啡粉有 $5r$，奶精有 $3r$，糖有 $2r$，$r\neq 0$，

一包博朗咖啡成分：咖啡粉有 $7k$，奶精有 $5k$，糖有 $3k$，$k\neq 0$，

∵每包重量均相等，∴$5r+3r+2r=7k+5k+3k$，$10r=15k$，$r:k=3:2$，

設 $r=3a$，$k=2a$，$a\neq 0$，

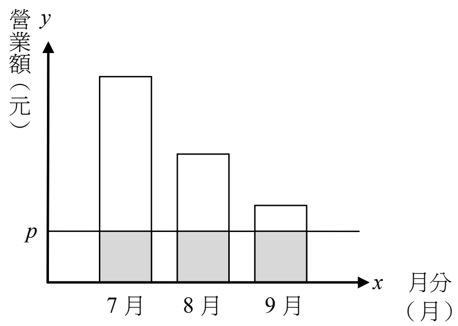
則混合包中，咖啡粉占 $\dfrac{5r+7k}{10r+15k}=\dfrac{15a+14a}{30a+30a}=\dfrac{29}{60}$。

答：$\dfrac{29}{60}$。

3. 右圖為某游泳池 7 月到 9 月的營業額，若每個月固定成本支出為 p 元，且 7 月到 9 月的固定成本支出分別占當月總營業額的 $\dfrac{1}{4}$、$\dfrac{2}{5}$、$\dfrac{2}{3}$，則：

(1) 7 月到 9 月的總營業額比分別為多少？（6 分）

(2)承第(1)題，若 7 月到 9 月的營業額總和為 80 萬元，則每個月的固定成本支出為多少？（6 分）



解 (1)設 7 月營業額為 a 萬元，8 月營業額為 b 萬元，9 月營業額為 c 萬元，

∵每個月固定成本相同，∴$\dfrac{1}{4}a=\dfrac{2}{5}b=\dfrac{2}{3}c$，故 $a:b:c=4:\dfrac{5}{2}:\dfrac{3}{2}=8:5:3$。

(2)設 $a=8r$，$b=5r$，$c=3r$，$r\neq 0$，

$a+b+c=8r+5r+3r=80$，$16r=80$，$r=5$，故 $a=8r=40$，$b=5r=25$，$c=3r=15$，

則固定成本為 $\dfrac{1}{4}a=\dfrac{2}{5}b=\dfrac{2}{3}c=10$（萬元）。

答：(1) 8：5：3 (2) 10 萬元。

1-1 連比（二）

＿＿年＿＿班＿＿號　姓名＿＿＿＿＿＿　得分

一．選擇題（每題 6 分，共 42 分）

（ C ）1. 若 $a:b=2:5$，$b:c=2:7$，則 $a:b:c=$？

(A) $2:5:7$　(B) $5:2:7$　(C) $4:10:35$　(D) $7:10:4$

（ C ）2. 若 $x:y=5:2$，$y:z=1:3$，則 $(x-y+z):z$ 的比值為何？

(A) $\frac{2}{3}$　(B) $\frac{13}{6}$　(C) $\frac{3}{2}$　(D) $\frac{6}{13}$

（ A ）3. 已知 x、y、z 皆不等於 0，若 $2yz=3xy=4xz$，則 $\frac{2x+y-2z}{x-y}=$？

(A) -1　(B) 0　(C) 1　(D) 2

（ B ）4. 已知 a、b、c 皆不等於 0，$a:2b:4c=1:4:3$，且 $2a+3b+4c=880$，則下列敘述何者正確？

(A) $3a=8b=4c$　(B) $a=80$　(C) $b=100$　(D) $c=120$

（ C ）5. 若 $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}=3:4:5$，則 $x:y:z=$？

(A) $3:4:5$　(B) $5:4:3$　(C) $20:15:12$　(D) $12:15:20$

（ D ）6. 已知△ABC 的三邊長為 a、b、c，其對應的高分別為 h_a、h_b、h_c，若 $a:b:c=4:5:6$，則 $h_a:h_b:h_c=$？

(A) $4:5:6$　(B) $6:5:4$　(C) $10:12:15$　(D) $15:12:10$

（ A ）7. 貢糖原料中，花生、麥芽糖以及白芝麻的重量比為 $6:5:4$，如果白芝麻的重量為 60 公克，則花生需要多少公克？

(A) 90 公克　(B) 75 公克　(C) 60 公克　(D) 40 公克

二．填充題（每格 4 分，共 32 分）

1. 求出下列各題的連比：（化為最簡整數比）

(1)若 $x:y=5:6$，$y:z=9:4$，則 $x:y:z=$ ＿$15:18:8$＿。

(2)若 $9x=4y$，$10y=21z$，且 x、y、z 皆不等於 0，則 $x:y:z=$ ＿$28:63:30$＿。

2. 若 $\frac{2}{3}:x:\frac{16}{15}=5:6:y$，則 $x=$ ＿$\frac{4}{5}$＿，$y=$ ＿8＿。

3. 若 $(x+y):(y+z):(x+z)=5:6:7$，則 $x:y:z=$ ＿$3:2:4$＿。

4. 存錢筒中有壹元硬幣 a 枚，伍元硬幣 b 枚，拾元硬幣 c 枚，若 $a:b:c=1:2:3$，且總共有 615 元，則壹元硬幣有＿15＿枚，伍元硬幣有＿30＿枚，拾元硬幣有＿45＿枚。

三．計算題（共 26 分）

1. 甲、乙皆爲長方體，甲的長：寬：高爲 2：3：4，乙的長：寬：高爲 1：4：3，若甲的高與乙的高相等，則甲、乙兩個長方體的體積比爲多少？（8 分）

解 已知甲的長：寬：高爲 2：3：4，設甲的長爲 $2r$，寬爲 $3r$，高爲 $4r$，$r\neq 0$，

乙的長：寬：高爲 1：4：3，設乙的長爲 k，寬爲 $4k$，高爲 $3k$，$k\neq 0$，

又甲的高與乙的高相等，即 $4r=3k$，$r：k=3：4$，設 $r=3a$，$k=4a$，$a\neq 0$，

則甲的長爲 $6a$，寬爲 $9a$，高爲 $12a$，體積爲 $6a\times 9a\times 12a=648a^3$，

乙的長爲 $4a$，寬爲 $16a$，高爲 $12a$，體積爲 $4a\times 16a\times 12a=768a^3$，

故甲、乙兩個長方體的體積比爲 $648a^3：768a^3=27：32$。

答：27：32。

2. 曉晴、顧佳、漫妮三人一起去逛街，分別花了身上所有錢的 $\frac{2}{5}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{3}$，結果發現大家剩下的錢一樣多，求曉晴、顧佳、漫妮三人身上原有錢的比。（8 分）

解 設曉晴、顧佳、漫妮身上原有的錢分別爲 x 元、y 元、z 元，

已知三人分別花了 $\frac{2}{5}x$ 元、$\frac{1}{4}y$ 元、$\frac{1}{3}z$ 元，

則曉晴剩下 $\frac{3}{5}x$ 元、顧佳剩下 $\frac{3}{4}y$ 元、漫妮剩下 $\frac{2}{3}z$ 元，且 $\frac{3}{5}x=\frac{3}{4}y=\frac{2}{3}z$

設 $\frac{3}{5}x=\frac{3}{4}y=\frac{2}{3}z=r$，$r\neq 0$，$x=\frac{5}{3}r$、$y=\frac{4}{3}r$、$z=\frac{3}{2}r$

$x：y：z=\frac{5}{3}r：\frac{4}{3}r：\frac{3}{2}r=10：8：9$

答：10：8：9。

3. 有 A、B、C 三支長短不相同的釘子，A 與 B 長度比是 6：5，A 釘子的 $\frac{2}{3}$ 釘入牆內，A 與 C 兩支釘入牆內長度之比爲 5：4，而它們留在牆外的部分一樣長，求 A、B、C 三支釘子的長度比。（10 分）

解 設 A、B、C 三支釘子的長度分別爲 A、B、C，

A 釘子釘入牆內的長度爲 a，C 釘子釘入牆內的長度爲 c，

依題意可得 $A：B=6：5$，又 $a=\frac{2}{3}A$，$\frac{2}{3}A：c=5：4$，得 $c=\frac{8}{15}A$，

$\because A$ 與 C 兩釘子留在牆外的部分一樣長，皆爲 $A-\frac{2}{3}A=\frac{1}{3}A$，

C 釘子的全長爲 $\frac{8}{15}A+\frac{1}{3}A=\frac{13}{15}A$，

$\therefore A：C=A：\frac{13}{15}A=15：13$，

故 $A：B：C=30：25：26$

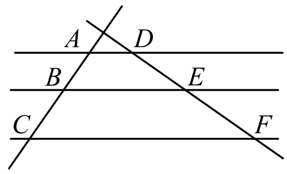
答：30：25：26。

1-2 比例線段（一）

＿＿年＿＿班＿＿號　姓名＿＿＿＿＿＿　得分

一・選擇題（每題 7 分，共 35 分）

（ B ）1. 如圖，$\overline{AD}$ // $\overline{BE}$ // $\overline{CF}$，若 $\overline{AB}=x+1$，$\overline{BC}=2x-2$，$\overline{DE}=x+4$，$\overline{EF}=12$，則 $x=$？



(A) 4　　(B) 5　　(C) 6　　(D) 7

（ D ）2. $\triangle ABC$ 中，直線 L 分別交 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 於 D、E 兩點，若 $\overline{AB}=12$，$\overline{AC}=15$，$\overline{DB}=8$，則下列哪一個條件可使直線 L 平行 $\overline{BC}$？

(A) $\overline{EC}=9$　　(B) $\overline{AD}=4$　　(C) $\overline{BC}=15$　　(D) $\overline{AE}=5$

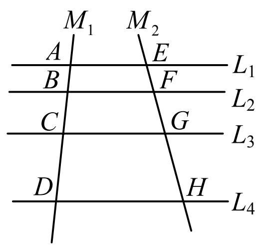
（ C ）3. $\triangle ABC$ 中，D 為 $\overline{AB}$ 中點，F 為 $\overline{BD}$ 中點，過 D、F 分別作 $\overline{BC}$ 的平行線交 $\overline{AC}$ 於 E、G 兩點，則 $\overline{AG}:\overline{AC}=$？

(A) 2：3　　(B) 3：2　　(C) 3：4　　(D) 4：3

（ D ）4. $\triangle ABC$ 中，D、E 分別為 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 上一點，$\overline{DE}$ // $\overline{BC}$，若 $\overline{AD}=x+1$，$\overline{DB}=18$，$\overline{AE}=5$，$\overline{EC}=x+10$，則 x 的值為何？

(A) 8　　(B) 7　　(C) 6　　(D) 5

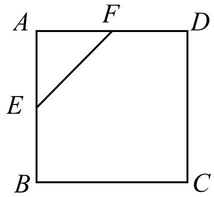
（ C ）5. 如圖，L_1 // L_2 // L_3 // L_4，M_1 與 M_2 為截線，若 $\overline{EH}=30$，$\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CD}=2:3:5$，則 $\overline{FH}=$？



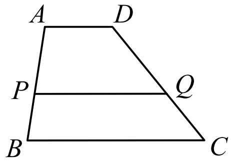
(A) 20　　(B) 22　　(C) 24　　(D) 26

二・填充題（每格 7 分，共 35 分）

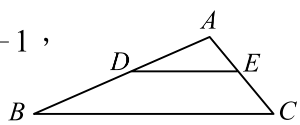
1. 如圖，正方形 $ABCD$ 中，E、F 分別為 $\overline{AB}$、$\overline{AD}$ 的中點，若 $\overline{EF}=10$，則正方形 $ABCD$ 的面積為＿＿200＿＿。



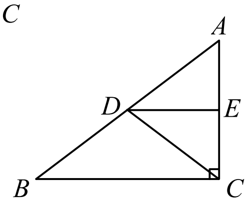
2. 如圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{PQ}$ 分別與 $\overline{AD}$、$\overline{BC}$ 兩底平行，若 $\overline{AB}:\overline{DC}=3:4$，$\overline{AP}:\overline{PB}=3:2$，$\overline{QC}=24$，則 $\overline{AP}=$＿＿27＿＿。



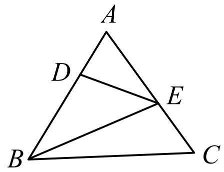
3. 如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{DE}$ // $\overline{BC}$，若 $\overline{AD}=x-1$，$\overline{BD}=x+1$，$\overline{CE}=x-3$，$\overline{AE}=3$，則 $x=$＿＿7＿＿。



4. 如圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，D 為 $\overline{AB}$ 的中點，$\overline{DE}$ // $\overline{BC}$，若 $\overline{AB}=20$，$\overline{BC}=16$，則 $\triangle CDE$ 的周長為＿＿24＿＿。

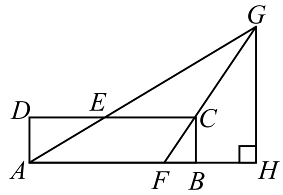


5. 如圖，$\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AD}:\overline{BD}=1:2$，$\overline{AE}:\overline{CE}=3:2$，$\triangle DBE$ 的面積爲 12，則 $\triangle ABC$ 的面積爲＿＿30＿＿。



三．計算題（每題 10 分，共 30 分）

1. 如圖，長方形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}=3$，$\overline{CD}=11$，$\overline{FB}=2$，$\overline{ED}=5$，$\overline{AE}$ 與 $\overline{FC}$ 的延長線交於 G 點，$\overline{GH}$ 垂直 $\overline{AB}$ 的延長線，並交於 H 點，求 $\overline{HG}$。



解 在 $\triangle GAF$ 中，

$\because \overline{EC}\,//\,\overline{AF}$，$\therefore \overline{GC}:\overline{GF}=\overline{EC}:\overline{AF}=6:9=2:3$

在 $\triangle FHG$ 中，

已知 $\overline{GC}:\overline{GF}=2:3$，則 $\overline{FC}:\overline{FG}=1:3$

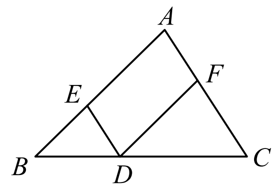
$\because \overline{BC}\,//\,\overline{HG}$，$\therefore \overline{BC}:\overline{HG}=\overline{FC}:\overline{FG}$

$3:\overline{HG}=1:3$

$\overline{HG}=9$

答：9。

2. 如圖，$\triangle ABC$ 中，D、E、F 分別爲 $\overline{BC}$、$\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 邊上的一點，且 $\overline{DE}\,//\,\overline{AC}$，$\overline{DF}\,//\,\overline{AB}$，若 $\overline{AE}=2x-5$，$\overline{EB}=4x-14$，$\overline{CF}=x-1$，$\overline{FA}=x-2$，則 $x=$？



解 已知 $\overline{DE}\,//\,\overline{AC}$，$\overline{DF}\,//\,\overline{AB}$，$\therefore \overline{DE}=\overline{FA}=x-2$，$\overline{DF}=\overline{AE}=2x-5$

由平行線截比例線段性質可得 $\overline{CF}:\overline{CA}=\overline{FD}:\overline{AB}$

$(x-1):(2x-3)=(2x-5):(6x-19)$

$(x-1)(6x-19)=(2x-3)(2x-5)$

$6x^2-25x+19=4x^2-16x+15$

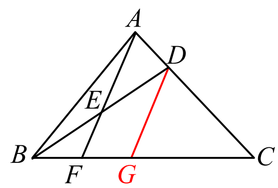
$2x^2-9x+4=0$

$(x-4)(2x-1)=0$

$x=4$ 或 $\frac{1}{2}$（不合）

答：4。

3. 如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AD}:\overline{CD}=2:5$，$E$ 點爲 $\overline{BD}$ 的中點，$\overline{AE}$ 的延長線交 $\overline{BC}$ 於 F 點，求 $\overline{BF}:\overline{CF}$。



解 作一線段 $\overline{DG}$ 平行 $\overline{AF}$，

在 $\triangle BGD$ 中，$\because \overline{FE}\,//\,\overline{GD}$，

又 E 爲 $\overline{BD}$ 的中點，即 $\overline{BE}=\overline{ED}$，

$\therefore \overline{BF}:\overline{FG}=\overline{BE}:\overline{ED}=1:1$

在 $\triangle CAF$ 中，$\because \overline{DG}\,//\,\overline{AF}$，$\therefore \overline{CG}:\overline{GF}=\overline{CD}:\overline{DA}=5:2$，

則 $\overline{BF}:\overline{FG}:\overline{GC}=2:2:5$

故 $\overline{BF}:\overline{CF}=\overline{BF}:(\overline{FG}+\overline{GC})=2:7$

答：2：7。

第 1 次 國中數學 3上
明星國中試題本

1-2 比例線段（二）

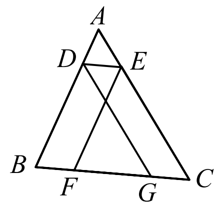
_____年_____班_____號　姓名____________

得分

一・選擇題（每題 7 分，共 35 分）

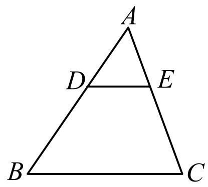
(　C　) 1. 如圖，△ABC 中，$\overline{DE}$ // $\overline{BC}$，$\overline{EF}$ // $\overline{AB}$，$\overline{DG}$ // $\overline{AC}$，若 $\overline{DE}$ ：$\overline{FG}$ ＝1：2，則 $\overline{CE}$ ：$\overline{AC}$ ＝？

(A) 1：2　(B) 2：3
(C) 3：4　(D) 4：5



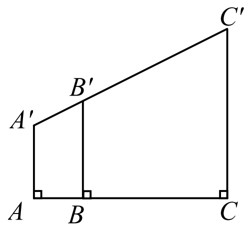
(　A　) 2. 如圖，△ABC 中，$\overline{DE}$ // $\overline{BC}$，若 $\overline{AE}$ ＝x＋3，$\overline{EC}$ ＝2x，$\overline{DE}$ ＝12，$\overline{BC}$ ＝4x－6，則 x＝？

(A) 9　(B) 10
(C) 11　(D) 12



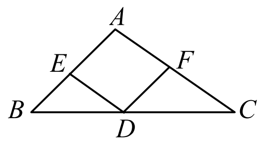
(　C　) 3. 如圖，四邊形 $A'ACC'$ 中，若 $\overline{AA'}$ ＝6，$\overline{BB'}$ ＝8，$\overline{AB}$ ＝4，$\overline{AC}$ ＝16，則 $\overline{CC'}$ ＝？

(A) 7　(B) 8
(C) 14　(D) 16



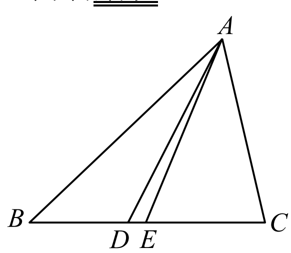
(　D　) 4. 如圖，△ABC 中，D、E、F 三點分別在 $\overline{BC}$ 、$\overline{AB}$ 、$\overline{AC}$ 上，且四邊形 $AEDF$ 爲菱形，若 $\overline{AB}$ ＝9，$\overline{AC}$ ＝10，$\overline{BC}$ ＝14，則 $\overline{BE}$ ＋ $\overline{CF}$ ＝？

(A) $\frac{100}{19}$　(B) $\frac{119}{19}$
(C) $\frac{180}{19}$　(D) $\frac{181}{19}$



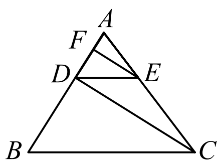
(　D　) 5. 如圖，△ABC 中，$\overline{BD}$ ＝5，$\overline{DE}$ ＝1，$\overline{CE}$ ＝6，則下列敘述何者<u>錯誤</u>？

(A)△ABD 與△ADE 的面積比是 5：1
(B)△ABC 與△ACD 的面積比是 12：7
(C)△ABE 與△ABC 的面積比是 1：2
(D)△ABD 與△ACD 的面積比是 5：6

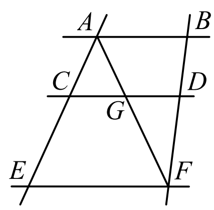


二・填充題（每格 7 分，共 35 分）

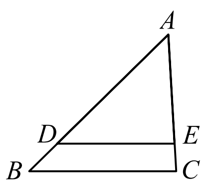
1. 如圖，△ABC 中，$\overline{DE}$ // $\overline{BC}$，$\overline{FE}$ // $\overline{DC}$，若 $\overline{AF}$ ＝9，$\overline{FD}$ ＝15，則 $\overline{BD}$ ＝___40___。



2. 如圖，$\overline{AB}$ // $\overline{CD}$ // $\overline{EF}$，若 $\overline{AG}$ ：$\overline{AF}$ ＝3：8，$\overline{AC}$ ＝6，$\overline{GD}$ ＝5，則 $\overline{AB}$ ＋ $\overline{CE}$ ＝___18___。



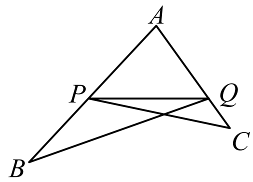
3. 如圖，△ABC 中，$\overline{DE}$ // $\overline{BC}$，若 $\overline{AD}$ ＝2x－1，$\overline{AE}$ ＝3x－9，$\overline{BD}$ ＝3，$\overline{AC}$ ＝8，則 $\overline{CE}$ ＝___2___。



4. 如圖，$\overline{AP}:\overline{PB}=6:5$，$\overline{AQ}:\overline{QC}=5:2$，

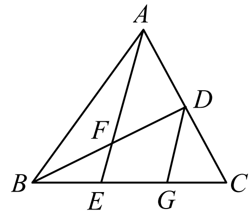
則△PQB 面積：△APQ 面積：△PQC 面積

＝<u>　25：30：12　</u>。



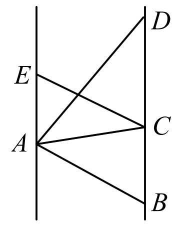
5. 如圖，△ABC 中，D 為 $\overline{AC}$ 中點，$\overline{DG}\,/\!/\,\overline{AE}$，若 $\overline{BF}:\overline{FD}=3:4$，

$\overline{BC}=22$，則 $\overline{EG}=$<u>　8　</u>。



三．計算題（每題 10 分，共 30 分）

1. 如圖，$\overline{AE}\,/\!/\,\overline{BD}$，$C$ 點在 $\overline{BD}$ 上，$\overline{AE}=3$，$\overline{BD}=8$，△ABD 的面積為 24，求△ACE 的面積。



解 ∵ $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{BD}$，∴兩平行線間的距離相等，

設兩平行線間的距離為 h，

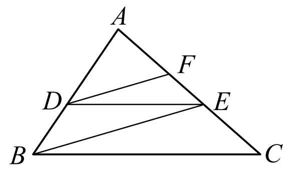
△ABD 的面積：△ACE 的面積$=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times h:\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times h=\overline{BD}:\overline{AE}$

24：△ACE 的面積＝8：3，故△ACE 的面積為 9。

答：9。

2. 如圖，△ABC 中，$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$，$\overline{DF}\,/\!/\,\overline{BE}$，若 $\overline{AD}=12$，$\overline{AF}=9$，

$\overline{DE}=18$，$\overline{EF}=6$，求△ABC 的周長。



解 在△ABE 中，∵ $\overline{DF}\,/\!/\,\overline{BE}$，∴ $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AF}:\overline{EF}$

$12:\overline{DB}=9:6=3:2$，$\overline{DB}=8$

在△ABC 中，∵ $\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$，∴ $\overline{AE}:\overline{EC}=\overline{AD}:\overline{DB}$

$15:\overline{EC}=12:8=3:2$，$\overline{EC}=10$

且 $\overline{DE}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{AB}$

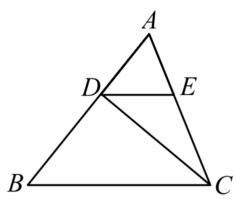
$18:\overline{BC}=12:20=3:5$，$\overline{BC}=30$

△ABC 的周長$=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{BC}+\overline{AF}+\overline{EF}+\overline{EC}=12+8+30+9+6+10=75$

答：75。

3. 如圖，△ABC 中，$\overline{AD}<\overline{BD}$，$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$，若△$CDE$ 的面積為 6，

△ABC 的面積為 25，求△ADE 的面積。



解 設△ADE 的面積為 x，則△CDB 的面積為 $25-6-x=19-x$

在△ADC 中，△ADE 面積：△DCE 面積$=\overline{AE}:\overline{EC}=x:6$

在△ABC 中，△ADC 面積：△DBC 面積$=\overline{AD}:\overline{DB}=(x+6):(19-x)$

在△ABC 中，∵ $\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$，∴ $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$

$(x+6):(19-x)=x:6$

$6(x+6)=x(19-x)$

$6x+36=19x-x^2$

$x^2-13x+36=0$

$(x-4)(x-9)=0$

$x=4$ 或 9（不合）

答：4。

第 1 次

國中數學 3上

明星國中試題本

1-3 相似多邊形（一）

______年______班______號　姓名______________

得分

一．選擇題（每題 6 分，共 30 分）

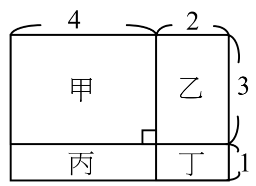
（　A　）1. 有一個五邊形的邊長分別為 4、5、6、7、8，其放大圖的最短邊為 12，則此放大圖的周長為何？

(A) 90　　(B) 88　　(C) 86　　(D) 84

（　B　）2. 將右圖的長方形分割成甲、乙、丙、丁，哪一個與原長方形相似？

(A)甲　　(B)乙

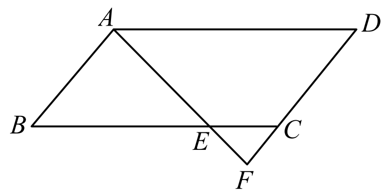
(C)丙　　(D)丁



（　A　）3. 如圖，▱$ABCD$ 中，若 $\overline{BE}：\overline{CE}=5：2$，$\overline{AD}=21$，$\overline{CD}=10$，則 $\overline{CF}=$？

(A) 4　　(B) 5

(C) 6　　(D) 7



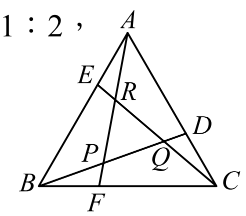
（　B　）4. 在△ABC 與△DEF 中，$\overline{AB}：\overline{DE}=\overline{BC}：\overline{EF}$，則再加上哪一個條件，可說明△$ABC$～△$DEF$？

(A)$\angle A=\angle D$　　(B)$\angle B=\angle E$　　(C)$\angle C=\angle F$　　(D)$\overline{AC}=\overline{DF}$

（　D　）5. 如圖，正三角形 ABC 中，$\overline{AE}：\overline{EB}=\overline{BF}：\overline{CF}=\overline{CD}：\overline{AD}=1：2$，則下列敘述何者錯誤？

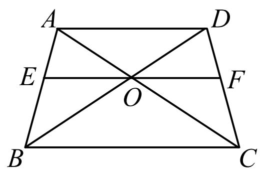
(A)△ABC～△PQR　　(B)△BCE～△PAD

(C)△AER～△BDC　　(D)△ARC～△PFB

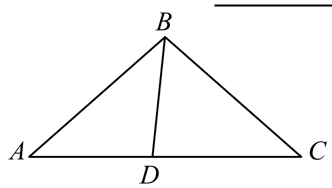


二．填充題（每格 8 分，共 40 分）

1. 如圖，梯形 $ABCD$ 中，兩條對角線相交於 O 點，過 O 點作 $\overline{EF}\,//\,\overline{AD}$ 交 $\overline{AB}$ 於 E 點、交 $\overline{CD}$ 於 F 點，若 $\overline{BC}=12$，$\overline{AD}=8$，則 $\overline{EF}=$ $\underline{\quad \frac{48}{5} \quad}$。

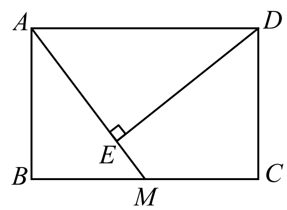


2. 如圖，△ABC 中，$\overline{AB}=6$，$\overline{AD}=4$，$\overline{CD}=5$，$\overline{BD}=4$，則 $\overline{BC}=$ ___6___。

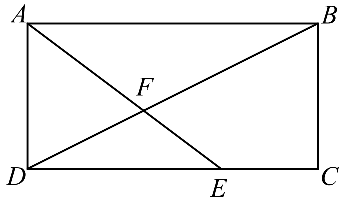


3. 正方形瓷磚有 180 塊，先用其中 6 塊拼成一個 2×3 的小長方形，再將剩下的瓷磚排成一個最大且與原來小長方形相似的大長方形，則最後剩下___24___塊瓷磚。

4. 如圖，長方形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=20$，$\overline{BC}=30$，M 為 $\overline{BC}$ 的中點，且 $\overline{DE}\perp\overline{AM}$，則 $\overline{DE}=$ ___24___。

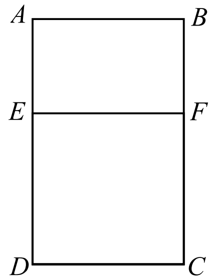


5. 如圖，長方形 $ABCD$ 中，E 點在 $\overline{CD}$ 上，連接 $\overline{AE}$ 交 $\overline{BD}$ 於 F 點，若 $\overline{AB}=12$，$\overline{AD}=6$，$\overline{DE}=2\overline{CE}$，則 $\overline{EF}=$ ___4___ 。



三．計算題（每題 10 分，共 30 分）

1. 如圖，長方形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=1$，四邊形 $CDEF$ 爲正方形，若長方形 $ABCD$～長方形 $BFEA$，求 $\overline{AD}$ 。



解 設 $\overline{AE}=x$，則 $\overline{AD}=1+x$

$\because$ 長方形 $ABCD$～長方形 $AEFB$

$\therefore \overline{AB} : \overline{AE}=\overline{AD} : \overline{AB}$

$1:x=(1+x):1$

$x(1+x)=1$

$x^2+x-1=0$

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$（負不合）

故 $\overline{AD}=1+x=1+\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

答：$\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ 。

2. 有兩個長方形，其中一個的長、寬分別爲 13、10，另一個的長、寬分別爲 19、14，若將這兩個長方形的長、寬都減去 x 之後，所得的兩個長方形會相似，求 x 的值。

解 $(13-x):(10-x)=(19-x):(14-x)$

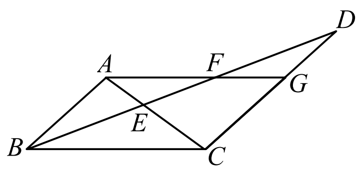
$(13-x)(14-x)=(10-x)(19-x)$

$182-27x+x^2=190-29x+x^2$

$2x=8$，$x=4$

答：4。

3. 如圖，四邊形 $ABCG$ 爲平行四邊形，$\overline{BD}$ 交 $\overline{AC}$ 於 E 點、交 $\overline{AG}$ 於 F 點，且 C、G、D 三點共線，若 $2\overline{CG}=3\overline{DG}$，求 $\overline{BE} : \overline{DF}$ 。



解 已知 $2\overline{CG}=3\overline{DG}$，則 $\overline{CG} : \overline{DG}=3:2$

①$\because \overline{AB}\,//\,\overline{DC}$，$\therefore \triangle EAB\sim\triangle ECD$（$AA$ 相似性質），

又 $\overline{AB}=\overline{CG}$，故 $\overline{BE} : \overline{ED}=\overline{AB} : \overline{CD}=3:5$

②$\because \overline{AB}\,//\,\overline{DG}$，$\therefore \triangle FAB\sim\triangle FGD$（$AA$ 相似性質）

故 $\overline{AF} : \overline{FG}=\overline{AB} : \overline{DG}=3:2$

③$\because \overline{AF}\,//\,\overline{BC}$，$\therefore \triangle EAF\sim\triangle ECB$（$AA$ 相似性質），

又 $\overline{BC}=\overline{AG}$，故 $\overline{BE} : \overline{EF}=\overline{BC} : \overline{AF}=5:3$

由①、③可知，$\overline{BE} : \overline{EF} : \overline{ED}=15:9:25$

$\overline{BE} : \overline{DF}=\overline{BE} :(\overline{ED}-\overline{EF})=15:(25-9)=15:16$

答：15：16。

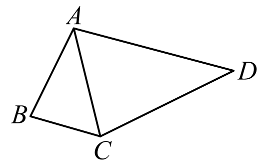
1-3 相似多邊形（二）

____年____班____號　姓名________　得分

一、選擇題（每題 8 分，共 40 分）

（　C　）1. 下列敘述何者正確？
(A)將一個圖形縮小 3 倍，則對應角也會縮小 3 倍
(B)三角形內任意一條直線會將三角形截成比例線段
(C)兩個等高的三角形，其面積比等於底邊的長度比
(D)兩個五邊形的對應邊長成比例，則這兩個五邊形相似

（　C　）2. 如圖，$\angle ABC=\angle ACD$，$\overline{AB}=16$，$\overline{BC}=12$，$\overline{AC}=18$，$\overline{CD}=24$，則 $\overline{AD}=$？



(A) 21　(B) 24
(C) 27　(D) 30

（　B　）3. 若四邊形 $ABCD\sim$ 四邊形 $PQRS$，A、B、C、D 的對應頂點依序為 P、Q、R、S、且 $\overline{AB}=\frac{3}{2}\overline{PQ}$，又四邊形 $PQRS\sim$ 四邊形 $EFGH$，P、Q、R、S 的對應頂點依序為 E、F、G、H、且 $\overline{GH}=\frac{4}{3}\overline{RS}$，則下列敘述何者正確？
(A) $\overline{AB}=\frac{8}{9}\overline{EF}$　(B) $\overline{EF}=\frac{8}{9}\overline{AB}$　(C) $\overline{EF}=\frac{1}{4}\overline{AB}$　(D) $\overline{AB}=\frac{1}{4}\overline{EF}$

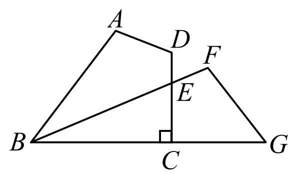
（　B　）4. 在$\triangle ABC$與$\triangle DEF$中，$\angle A=\angle D=90°$，$\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{EF}=1:2$，則哪些相似性質可以說明$\triangle ABC\sim\triangle DEF$？
(A) AA 相似性質、SAS 相似性質　(B) SSS 相似性質、SAS 相似性質
(C) AA 相似性質、SSS 相似性質　(D) RHS 相似性質

（　D　）5. 下列敘述何者正確？
(A)兩個菱形一定相似　(B)兩個直角三角形一定相似
(C)兩個等腰梯形一定相似　(D)兩個正方形一定相似

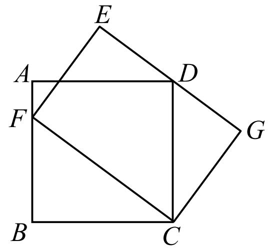
二、填充題（每格 6 分，共 36 分）

1. 有兩個相似五邊形，其中一個邊長為 a、5、b、4、7，且依序對應另一個五邊形的邊長為 9、c、d、12、21，若較大的五邊形周長為 75，則 $2a+3b-4c-5d=$ <u>　-126　</u>。

2. 如圖，四邊形 $ABCD\sim$ 四邊形 $FGCE$，A、B、C、D 的對應頂點依序為 F、G、C、E、且 B、C、G 三點在同一直線上，$\overline{CD}\perp\overline{BG}$，$E$ 點在 $\overline{CD}$ 上，若 $\overline{AB}=12$，$\overline{CD}=7.5$，$\overline{BG}=20$，$\overline{FG}=8$，則 $\overline{BE}=$ <u>　13　</u>。

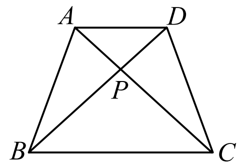


3. 如圖，正方形 $ABCD$ 的邊長為 16，四邊形 $EFCG$ 為長方形，且 $\overline{CF}=20$，則 $\overline{EF}=$ $\underline{\quad \dfrac{64}{5} \quad}$ 。

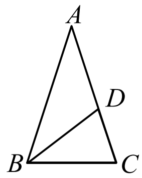


4. 已知△ABC～△DEF，A、B、C 的對應頂點分別為 D、E、F，若∠$A=50°$，∠$C=70°$，∠$D=(x-3y)°$，∠$E=(x-2y)°$，則 $x+y=$ $\underline{\quad 90 \quad}$ 。

5. 如圖，$\overline{AD}//\overline{BC}$，$\overline{BD}$ 與 $\overline{AC}$ 交於 P 點，若△ADP 的面積為 4，△ABP 的面積為 8，則△BPC 的面積為 $\underline{\quad 16 \quad}$ 。

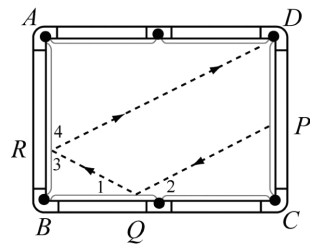


6. 如圖，△ABC 中，$\overline{AB}=\overline{AC}=2$，$D$ 點在 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{BD}=\overline{BC}=\overline{AD}$，則 $\overline{BC}=$ $\underline{\quad -1+\sqrt{5} \quad}$ 。



三．計算題（每題 12 分，共 24 分）

1. 如圖，一長方形球檯 $ABCD$，今將一小球從 $\overline{CD}$ 上的一點 P 撞出，該小球在 Q 點反彈，再於 R 點反彈，最後撞到 D 點，圖中虛線為小球所行經的路徑，且∠1=∠2，∠3=∠4，若 $\overline{AB}=14$，$\overline{AD}=20$，$\overline{PC}=6$，$\overline{QC}=12$，求 $\overline{PQ}:\overline{QR}:\overline{RD}$ 。



解 在△QCP 與△QBR 中，

∵∠1=∠2，∠B=∠$C=90°$，

∴△QCP～△QBR（AA 相似性質），

$\overline{PQ}:\overline{QR}=\overline{QC}:\overline{QB}=12:8=3:2$

在△QBR 與△DAR 中，

∵∠3=∠4，∠B=∠$A=90°$，

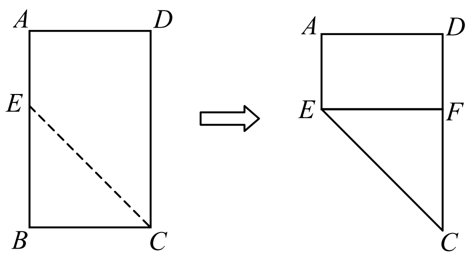
∴△QBR～△DAR（AA 相似性質），

$\overline{QR}:\overline{RD}=\overline{QB}:\overline{AD}=8:20=2:5$

故 $\overline{PQ}:\overline{QR}:\overline{RD}=3:2:5$。

答：3：2：5。

2. 如圖，長方形 $ABCD$ 中，將 $\overline{BC}$ 往 $\overline{CD}$ 的方向摺過去，使 B 點落在 $\overline{CD}$ 上與 F 點重合，若長方形 $ABCD$ 與長方形 $AEFD$ 相似，$\overline{AD}=6$，求 $\overline{AB}$ 。



解 設 $\overline{AE}=x$，則 $\overline{AB}=x+6$

∵長方形 $ABCD$～長方形 $ADFE$

∴$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AD}:\overline{AE}$

$(x+6):6=6:x$

$x(x+6)=36$

$x^2+6x-36=0$

$x=\dfrac{-6\pm\sqrt{180}}{2}=\dfrac{-6\pm6\sqrt{5}}{2}=-3\pm3\sqrt{5}$（負不合）

故 $\overline{AB}=x+6=-3+3\sqrt{5}+6=3+3\sqrt{5}$

答：$3+3\sqrt{5}$ 。

解答篇　第 1 次段考

1-1　連比（一）

一．選擇題

1.(C)　2.(A)　3.(C)　4.(D)　5.(B)

6.(D)　7.(C)　8.(A)

二．填充題

1. 15：6：（-7）
2. $\dfrac{20}{11}$
3. $\dfrac{10}{3}$
4. 12，-20，24
5. 16：18：15

三．計算題

1. $x=29$、$y=26$、$z=15$
2. $\dfrac{29}{60}$
3. (1) 8：5：3

   (2) 10 萬元

1-1　連比（二）

一．選擇題

1.(C)　2.(C)　3.(A)　4.(B)　5.(C)

6.(D)　7.(A)

二．填充題

1. (1) 15：18：8

   (2) 28：63：30
2. $\dfrac{4}{5}$，8
3. 3：2：4
4. 15，30，45

三．計算題

1. 27：32
2. 10：8：9
3. 30：25：26

1-2　比例線段（一）

一．選擇題

1.(B)　2.(D)　3.(C)　4.(D)　5.(C)

二．填充題

1. 200

2. 27

3. 7

4. 24

5. 30

三．計算題

1. 9

2. 4

3. 2：7

1-2　比例線段（二）

一．選擇題

1.(C)　2.(A)　3.(C)　4.(D)　5.(D)

二．填充題

1. 40

2. 18

3. 2

4. 25：30：12

5. 8

三．計算題

1. 9

2. 75

3. 4

1-3　相似多邊形（一）

一．選擇題

1.(A)　2.(B)　3.(A)　4.(B)　5.(D)

二．填充題

1. $\frac{48}{5}$

2. 6

3. 24

4. 24

5. 4

三．計算題

1. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

2. 4

3. 15：16

1-3　相似多邊形（二）

一．選擇題

1.(C)　2.(C)　3.(B)　4.(B)　5.(D)

二．填充題

1. -126

2. 13

3. $\frac{64}{5}$

4. 90

5. 16

6. $-1+\sqrt{5}$

三．計算題

1. 3：2：5

2. $3+3\sqrt{5}$

明星國中

3上

試題本

範圍：第 2 次段考

1-4~2-2

第 2 次 國中數學 3上 明星國中試題本

1-4 相似三角形的應用與三角比（一）

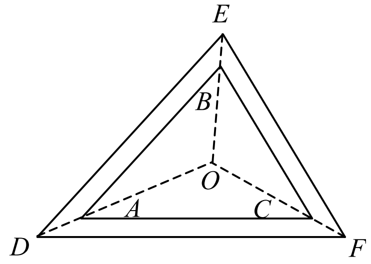
______年______班______號　姓名______________　得分

一．選擇題（每題 6 分，共 36 分）

（ B ）1. $\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，$\angle A=45°$，$\overline{BC}=9$，則 $\overline{AC}=$？

(A) 9　(B) $9\sqrt{2}$
(C) $9\sqrt{3}$　(D) 10

（ C ）2. 如圖，$\overline{OA}=3\overline{AD}$，$\overline{OB}=3\overline{BE}$，$\overline{OC}=3\overline{CF}$，
則 $\triangle ABC$ 的面積：$\triangle DEF$ 的面積＝？

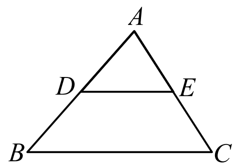


(A) 1：4　(B) 3：4
(C) 9：16　(D) 9：25

（ C ）3. 地上置有一燈，照著一道高牆，曉恩身高為 150 公分，從置燈處往高牆走了 3 公尺時，牆壁上人影的高剛好也是 3 公尺；若再向前走 1 公尺，則牆上人影的高為多少公尺？

(A) 1.75 公尺　(B) 2 公尺
(C) 2.25 公尺　(D) 2.5 公尺

（ B ）4. 如圖，$\triangle ABC$ 中，D、E 分別為 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 的中點，
若四邊形 $DBCE$ 的面積為 18，則 $\triangle ADE$ 的面積為何？

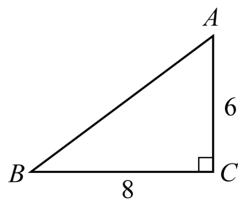


(A) 8　(B) 6
(C) 4　(D) 2

（ C ）5. 兩相似多邊形對應邊長的比為 5：9，面積的和為 212 平方公分，
則兩多邊形的面積分別為多少平方公分？

(A) 30 平方公分、182 平方公分　(B) 40 平方公分、172 平方公分
(C) 50 平方公分、162 平方公分　(D) 60 平方公分、102 平方公分

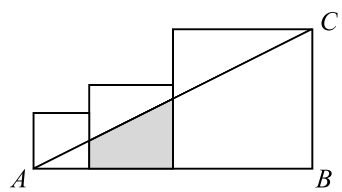
（ D ）6. 如圖，$\triangle ABC$ 為直角三角形，$\overline{AC}=6$，$\overline{BC}=8$，$\angle C=90°$，
則 $\cos A=$？



(A) $\frac{4}{5}$　(B) $\frac{4}{3}$
(C) $\frac{3}{4}$　(D) $\frac{3}{5}$

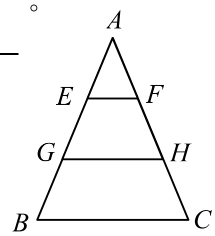
二．填充題（每格 6 分，共 30 分）

1. 如圖，三個邊長分別為 2、3、5 的正方形緊密排列在一起，
連接 $\overline{AC}$，則灰色區域的面積為 $\underline{\frac{21}{4}}$。

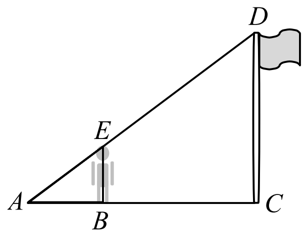


2. $\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，$\angle A=60°$，$\overline{BC}=3\sqrt{3}$，則 $\triangle ABC$ 的面積為 $\underline{\frac{9}{2}\sqrt{3}}$。

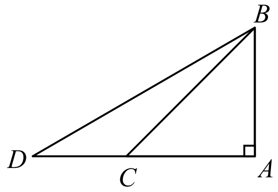
3. 如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{EF}\,/\!/\,\overline{GH}\,/\!/\,\overline{BC}$，若 $\triangle AEF$ 的面積：梯形 $EGHF$ 的面積：梯形 $GBCH$ 的面積＝1：3：5，則 $\overline{EF}:\overline{GH}:\overline{BC}=$ ___1：2：3___。



4. 如圖，天行利用陽光照射的原理測量旗桿高度，某一時刻經測量得天行身高 $\overline{BE}=150$ 公分，影長 $\overline{AB}=2$ 公尺，天行與旗桿距離 $\overline{BC}=4$ 公尺，則旗桿長 $\overline{CD}$ 爲＿＿450＿＿公分。

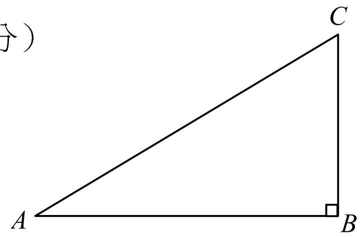


5. 如圖，C 在 $\overline{AD}$ 上，$\angle A=90°$，$\angle ACB=45°$，且 $\angle D=30°$，$\overline{AB}=6$，則 $\triangle BDC$ 的面積爲＿$18\sqrt{3}-18$＿。



三・計算題（共 34 分）

1. 已知坡度百分比$=\dfrac{\text{鉛直上升高度}}{\text{水平移動距離}}\times 100\%$，右圖爲手扶梯的示意圖，其坡度百分比爲 60%，若水平距離 $\overline{AB}$ 爲 5 公尺，則鉛直高度 $\overline{BC}$ 爲多少公尺？（10 分）



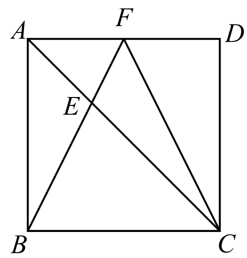
解 設 $\overline{BC}$ 爲 x 公尺，

$60\%=\dfrac{x}{5}\times 100\%$

$x=3$（公尺）

答：3 公尺。

2. 如圖，正方形 $ABCD$ 的面積爲 16，$\triangle BCF$ 爲等腰三角形，F 點在 $\overline{AD}$ 上，$\overline{BF}$ 與對角線 $\overline{AC}$ 相交於 E 點，求 $\triangle CEF$ 的面積。（12 分）



解 已知正方形 $ABCD$ 的面積爲 16，則邊長爲 4，

又 $\triangle BCF$ 爲等腰三角形，因此 $\overline{AF}=\overline{FD}=2$

$\because \overline{AF}\,/\!/\,\overline{BC}$，$\therefore \triangle EBC\sim\triangle EFA$（$AA$ 相似性質）

$\overline{AE}:\overline{EC}=\overline{AF}:\overline{BC}=2:4=1:2$

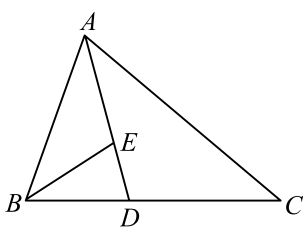
在 $\triangle ACF$ 中，$\overline{AE}:\overline{EC}=1:2$，又 $\triangle ACF$ 的面積$=2\times 4\times\dfrac{1}{2}=4$

$\triangle AEF$ 的面積：$\triangle CEF$ 的面積$=(\dfrac{1}{2}\times\overline{AE}\times h):(\dfrac{1}{2}\times\overline{EC}\times h)=\overline{AE}:\overline{EC}=1:2$

故 $\triangle CEF$ 的面積$=\dfrac{2}{3}\times 4=\dfrac{8}{3}$

答：$\dfrac{8}{3}$。

3. 如圖，$\triangle ABC$ 中，D、E 兩點分別交在 $\overline{BC}$、$\overline{AD}$ 上，且 $\overline{AD}$ 爲 $\angle BAC$ 的角平分線，若 $\angle ABE=\angle C$，$\overline{AE}:\overline{DE}=2:1$，求 $\triangle ABC$ 的面積：$\triangle BDE$ 的面積。（12 分）



解 在 $\triangle ADC$ 與 $\triangle AEB$ 中，

$\because \overline{AD}$ 爲 $\angle BAC$ 的角平分線，$\therefore \angle DAC=\angle EAB$，

又 $\angle ABE=\angle C$，故 $\triangle ADC\sim\triangle AEB$（$AA$ 相似性質）

已知 $\overline{AE}:\overline{DE}=2:1$，則 $\overline{AE}:\overline{AD}=2:3$

$\triangle ADC$ 的邊長：$\triangle AEB$ 的邊長$=3:2$，

即 $\triangle ADC$ 的面積：$\triangle AEB$ 的面積$=9:4$

在 $\triangle BDA$ 中，$\overline{DE}:\overline{AE}=1:2$，$\triangle DEB$ 的面積：$\triangle AEB$ 的面積$=1:2$

得 $\triangle DEB$ 的面積：$\triangle AEB$ 的面積：$\triangle ADC$ 的面積$=2:4:9$

故 $\triangle ABC$ 的面積：$\triangle BDE$ 的面積$=15:2$

答：15：2。

1-4 相似三角形的應用與三角比（二）

______年______班______號　姓名______________　得分

一．選擇題（每題 6 分，共 36 分）

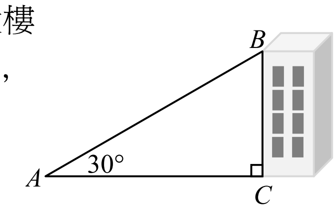
（　C　）1. $\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，$\angle A=60°$，$\overline{AB}=4$，則$\triangle ABC$ 的面積為多少？

(A) $4\sqrt{3}$　(B) $6\sqrt{3}$　(C) $8\sqrt{3}$　(D) $12\sqrt{3}$

（　A　）2. 甲、乙、丙、丁、戊五人各站在不同的位置，已知丙在乙的東方 3 公尺處，甲在乙的西方 5 公尺處，戊在乙的南方 6 公尺處。若丁在甲的南方 m 公尺處，使得丙、丁、戊的位置恰在一直線上，則 $m=$？

(A) 16　(B) 14　(C) 12　(D) 10

（　B　）3. 如圖，妙麗欲測量某棟大樓（$\overline{BC}$）的高度，先在離大樓 $50\sqrt{3}$ 公尺的地面上 A 點測得樓頂最高處的仰角為 30°，則此大樓的高度為多少公尺？



(A) 100 公尺　(B) 50 公尺

(C) $50\sqrt{3}$ 公尺　(D) $50\sqrt{2}$ 公尺

（　B　）4. 已知兩相似三角形對應邊長的比為 3：8，則此兩三角形的面積比為何？

(A) 3：8　(B) 9：64

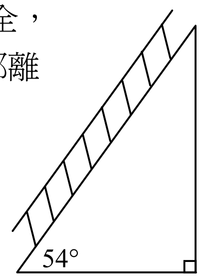
(C) 8：3　(D) 64：9

（　D　）5. 已知天健的身高為 180 公分，在太陽下，當他的影子長為 120 公分時，量出旁邊旗桿的影子長為 320 公分，則旗桿的高度為多少公分？

(A) 400 公分　(B) 420 公分

(C) 450 公分　(D) 480 公分

（　B　）6. 如圖，一座梯子的長度為 2 公尺，考量油漆工人放置爬梯的安全，在施工時將爬梯靠著牆面置放與地面的夾角為 54°，則梯子底部離牆面約多少公尺？（$\sin 54°≒0.8090$，$\cos 54°≒0.5878$，$\tan 54°≒1.3764$）

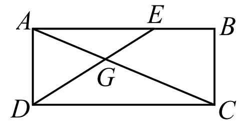


(A) 0.81 公尺　(B) 1.18 公尺

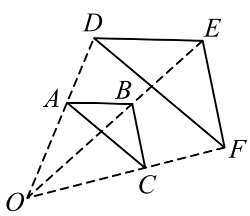
(C) 1.62 公尺　(D) 2.75 公尺

二．填充題（每格 6 分，共 36 分）

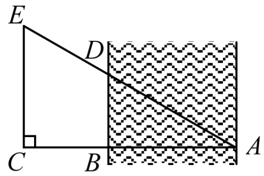
1. 如圖，長方形 $ABCD$ 中，$\overline{AE}：\overline{BE}=2：1$，$\overline{AD}=5$，$\overline{CD}=12$，則四邊形 $EGCB$ 的面積為___22___。



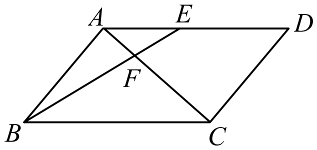
2. 如圖，以 O 點為縮放中心，$\dfrac{\overline{OA}}{\overline{OD}}=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OE}}=\dfrac{\overline{OC}}{\overline{OF}}=\dfrac{3}{5}$，且$\triangle ABC$ 的面積為 18，則$\triangle DEF$ 的面積為___50___。

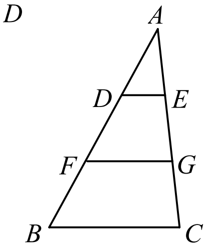


3. 如圖，小蘭設計一個測量河寬 $\overline{AB}$ 的方法，已知 $\overline{BD}=12$ 公尺，$\overline{BC}=14$ 公尺，$\overline{CE}=20$ 公尺，則河寬 $\overline{AB}=\underline{\quad 21 \quad}$ 公尺。



4. 如圖，四邊形 $ABCD$ 爲平行四邊形，$\overline{AC}$ 與 $\overline{BE}$ 交於 F 點，若 $\overline{AE}:\overline{ED}=2:3$，$\triangle ABF$ 的面積爲 20，則四邊形 $EFCD$ 的面積爲 $\underline{\quad 62 \quad}$。



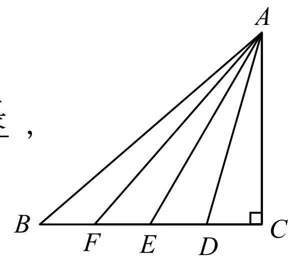


5. 如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{FG}\,/\!/\,\overline{BC}$，$\overline{AD}=\overline{DF}=\overline{FB}$，則四邊形 $DFGE$ 的面積：四邊形 $FBCG$ 的面積 $=\underline{\quad 3:5 \quad}$。

6. 如圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，D、E、F 分別在 $\overline{BC}$ 上，

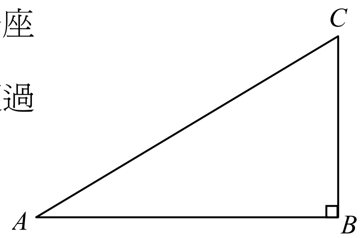
若 $a=\dfrac{\angle DAC\text{的鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$、$b=\dfrac{\angle EAC\text{的鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$、$c=\dfrac{\angle FAC\text{的鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$，

則 a、b、c 的大小關係爲 $\underline{\quad a>b>c \quad}$。



三．計算題（每題 14 分，共 28 分）

1. 已知坡度百分比 $=\dfrac{\text{鉛直上升高度}}{\text{水平移動距離}}\times 100\%$，青青公園欲打造一座溜滑梯，若水平距離爲 24 公尺，並且規定其坡度百分比不得超過 30%，則溜滑梯最高處離地面的垂直距離最高可爲多少公尺？



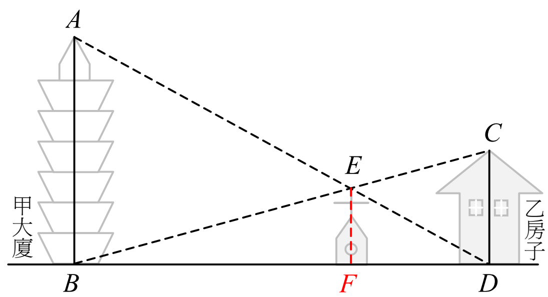
解 設垂直高度爲 x 公尺，

$\dfrac{x}{24}\times 100\%\leq 30\%$

$x\leq 7.2$（公尺）

答：7.2 公尺。

2. 如圖，已知蜘蛛人的爬行方式是從手中噴出蜘蛛絲，並沿著蜘蛛絲前進。若蜘蛛人從乙房子 D 點爬往甲大廈 A 點，途中會經過教堂 E 點；從甲大廈 B 點爬往乙房子 C 點，途中也會經過教堂 E 點。已知教堂 E 點的高爲 6 公尺，乙房子的高爲 9 公尺，則甲大廈的高爲幾公尺？



解 在 $\triangle BDC$ 中，$\because \overline{EF}\,/\!/\,\overline{CD}$

$\therefore \overline{BE}:\overline{BC}=\overline{EF}:\overline{CD}=6:9=2:3$

則 $\overline{EB}:\overline{EC}=2:1$

又 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$，

$\therefore \triangle EAB\sim\triangle EDC$（AA 相似性質）

故 $\overline{AB}:\overline{CD}=\overline{EB}:\overline{EC}$

$\overline{AB}:9=2:1$，$\overline{AB}=18$（公尺）

答：18 公尺。

2-1 點、線、圓（一）

＿＿＿年＿＿＿班＿＿＿號　姓名＿＿＿＿＿＿＿＿　得分

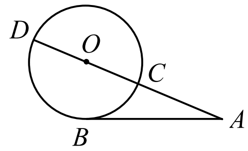
一・選擇題（每題 6 分，共 24 分）

（　C　）1. 坐標平面上有一個圓和兩條直線 $L：x=-10$、$M：y=9$，圓的半徑為 5，圓心 O 的坐標為 $(-5, 4)$，則下列哪一條直線不是圓 O 的切線？

(A) L　(B) M　(C) x 軸　(D) y 軸

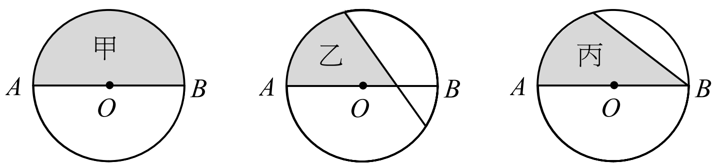
（　C　）2. 如圖，$\overline{AB}$ 切圓 O 於 B 點，$\overline{AD}$ 通過圓心且交圓 O 於 C、D 兩點，若 $\overline{AB}=12$，$\overline{CD}=10$，則 $\overline{AC}=$？

(A) 10　(B) 9
(C) 8　(D) 7



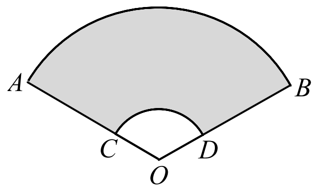
（　A　）3. 如圖，$\overline{AB}$ 為圓 O 的直徑，則下列有關甲、乙、丙三個著色部分圖形的敘述何者正確？

(A)只有甲是扇形
(B)只有丙是扇形
(C)甲、乙、丙均為扇形
(D)甲、乙、丙均不為扇形



（　C　）4. 如圖，$\overline{OB}=90$ 公分，$\overline{BD}=60$ 公分，灰色區域的面積為 2400π 平方公分，則 $\angle AOB=$？

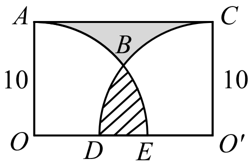
(A) 100°　(B) 110°
(C) 120°　(D) 130°



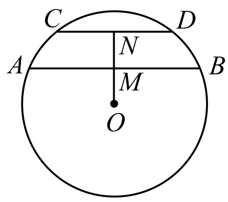
二・填充題（每格 8 分，共 40 分）

1. 半徑 6 公分的扇形，面積為 19π 平方公分，則其圓心角為＿190＿度。

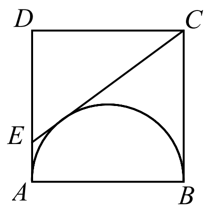
2. 如圖，四邊形 $AOO'C$ 為一個矩形，$\overset{\frown}{ABE}$、$\overset{\frown}{CBD}$ 分別是以 O 點與 O' 點為圓心，半徑為 10 的弧，且灰色區域的面積等於斜線區域的面積，則 $\overline{OO'}=$＿5π＿。



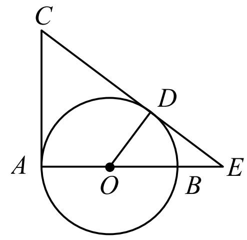
3. 如圖，$\overline{AB}$、$\overline{CD}$ 為圓 O 的兩弦，M、N 分別為兩弦中點，$\overline{AB} // \overline{CD}$，$\overline{OM}=\overline{MN}$，若 $\overline{AB}=18$，$\overline{CD}=12$，則圓 O 的半徑是＿$4\sqrt{6}$＿。



4. 如圖，四邊形 $ABCD$ 是邊長為 16 的正方形，在正方形的內部作一個以 $\overline{AB}$ 為直徑的半圓，自 C 點作此半圓的切線交 $\overline{AD}$ 於 E 點，則 $\overline{AE}=$＿4＿。

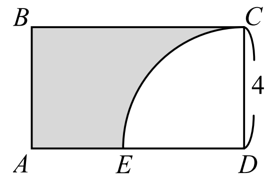


5. 如圖，O 點為圓心，$\overline{AB}$ 為直徑，$\overline{CA}$ 與 $\overline{CD}$ 分別切圓 O 於 A、D 兩點。若 $\overline{AB}=18$ 公分，△ODE 的周長為 36 公分，則△AEC 的周長為 ___72___ 公分。



三‧計算題（每題 12 分，共 36 分）

1. 如圖，長方形 $ABCD$ 的周長為 22，以 D 點為圓心，$\overline{CD}$ 為半徑畫一弧，求灰色區域的周長與面積。



解 ∵長方形 $ABCD$ 的周長為 22，$\overline{AB}=\overline{CD}=4$

$\therefore \overline{BC}=\overline{AD}=\dfrac{1}{2}\times(22-8)=7$，

又 $\overline{ED}=\overline{CD}=4$，$\therefore \overline{AE}=\overline{AD}-\overline{ED}=7-4=3$，

$\overset{\frown}{EC}=2\times\pi\times4\times\dfrac{90}{360}=2\pi$

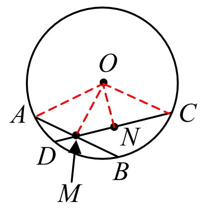
灰色區域的周長 $=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AE}+\overset{\frown}{EC}=4+7+3+2\pi=14+2\pi$

灰色區域的面積＝長方形 $ABCD$ 的面積－扇形 EDC 的面積

$=4\times7-4\times4\times\pi\times\dfrac{90}{360}=28-4\pi$

答：周長 $=14+2\pi$，面積 $=28-4\pi$。

2. 如圖，$\overline{AB}$、$\overline{CD}$ 為圓 O 上的兩條弦，兩弦交點 M 為 $\overline{AB}$ 的中點，N 為 $\overline{CD}$ 的中點，若圓 O 的半徑為 10，$\overline{AB}=12$，$\overline{MN}=2\sqrt{7}$，求 $\overline{CD}$ 的長。



解 ∵M 為 $\overline{AB}$ 的中點，∴$\overline{OM}$ 為 $\overline{AB}$ 的弦心距，

則△OAM 為直角三角形，$\overline{OM}=\sqrt{\overline{OA}^2-\overline{AM}^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$。

又 N 為 $\overline{CD}$ 的中點，∴$\overline{ON}$ 為 $\overline{CD}$ 的弦心距，

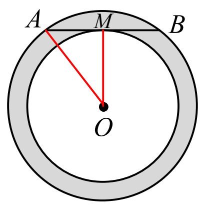
則△OMN 為直角三角形，$\overline{ON}=\sqrt{\overline{OM}^2-\overline{MN}^2}=\sqrt{8^2-(2\sqrt{7})^2}=6$。

已知 $\overline{ON}$ 為 $\overline{CD}$ 的弦心距，則△ONC 為直角三角形，

$\overline{NC}=\sqrt{\overline{OC}^2-\overline{ON}^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，$\overline{CD}=2\overline{NC}=2\times8=16$。

答：16。

3. 如圖，平面上有大、小兩個同心圓，其中 $\overline{AB}$ 為大圓的一弦，且切小圓於 M 點。若兩圓之間的灰色區域面積為 225π 平方公分，則 $\overline{AB}$ 為多少公分？



解 設大圓的半徑為 $\overline{OA}=R$，小圓的半徑為 $\overline{OM}=r$，

∵ $\overline{AB}$ 切小圓於 M 點，

∴ $\overline{AB}\perp\overline{OM}$，形成一個直角三角形 AOM，

由畢氏定理得 $\overline{AM}=\sqrt{\overline{OA}^2-\overline{OM}^2}=\sqrt{R^2-r^2}$

已知 $R\times R\times\pi-r\times r\times\pi=225\pi$，

$R^2\pi-r^2\pi=(R^2-r^2)\pi=225\pi$，即 $R^2-r^2=225$

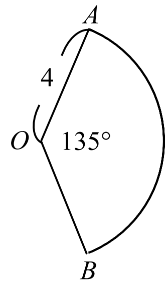
因此，$\overline{AM}=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{225}=15$

故 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times15=30$（公分）。

答：30 公分。

2-1 點、線、圓（二）

______年______班______號　姓名______________　　得分



一・選擇題（每題 6 分，共 30 分）

（　A　）1. 右圖為一個扇形，$\overline{OA}=4$，$\angle AOB=135°$，則 $\overset{\frown}{AB}$ 的長為多少？

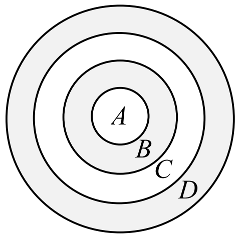
(A) 3π　　(B) 4π

(C) 6π　　(D) 8π

（　D　）2. 在坐標平面上，圓 O 通過 $A(5,-4)$、$B(-3,-4)$、$C(5,m)$ 三點，若圓心 O 的坐標為 $(n,3)$，則 $(n,m)=$？

(A) $(10,1)$　　(B) $(1,-10)$

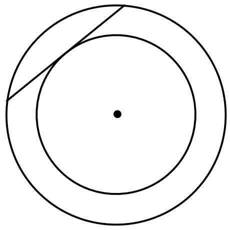
(C) $(-10,1)$　　(D) $(1,10)$



（　B　）3. 如圖，永奇參加射飛鏢大賽，牆壁上有四個同心圓，半徑大小依序為 10 公分、20 公分、30 公分、40 公分，則 A、B、C、D 四塊區域面積的比為何？

(A) $1:2:3:4$　　(B) $1:3:5:7$

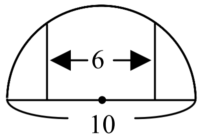
(C) $1:4:8:16$　　(D) $1:2:4:8$



（　C　）4. 如圖，平面上有大、小兩個同心圓，已知兩圓半徑差為 8，大圓有一弦長為 40 且與小圓相切，則大圓的半徑為多少？

(A) 27　　(B) 28

(C) 29　　(D) 30

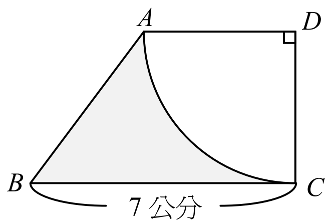


（　B　）5. 如圖，半圓柱形的倉庫其截面為半圓，若圓的直徑為 10 公尺，今想在截面內豎立兩根等高的柱子，使柱子相距 6 公尺，則柱高為多少公尺？

(A) $4\sqrt{2}$ 公尺　　(B) 4 公尺

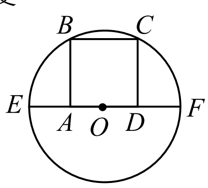
(C) $4\sqrt{3}$ 公尺　　(D) $\sqrt{5}$ 公尺

二・填充題（每格 8 分，共 40 分）



1. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為梯形，扇形 ADC 中，$\overset{\frown}{AC}=2\pi$ 公分，$\overline{BC}=7$ 公分，則灰色區域的面積為___$22-4\pi$___平方公分。

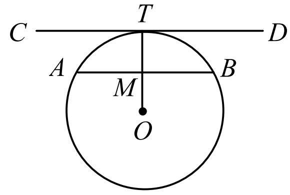
2. 有一個鐘擺的擺長為 9 公分，鐘擺從最左端擺到最右端，經過的面積為 18π 平方公分，則鐘擺從最左端擺到最右端所旋轉的角度為___80___度。



3. 如圖，圓 O 中，$\overline{EF}$ 為圓 O 的直徑，四邊形 $ABCD$ 為一個正方形，且 $\overline{OE}=5$，則正方形 $ABCD$ 的面積為___20___。

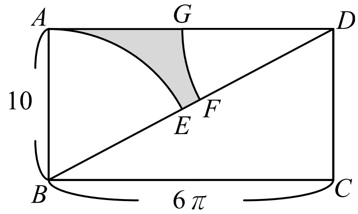
4. 已知一個扇形，半徑為 15，弧長為 10π，則此扇形的圓心角為___120___度。

5. 如圖，$\overline{AB}$是圓 O 的弦，$\overline{CD}$切圓 O 於 T 點，已知$\overline{CD}//\overline{AB}$，$\overline{OT}$交$\overline{AB}$於 M 點，$\overline{OM}=\overline{MT}$，$\overline{AB}=12$，則$\overline{OA}=$ $\underline{\quad 4\sqrt{3} \quad}$。



三．計算題（每題 10 分，共 30 分）

1. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為長方形，$\overline{BD}$為對角線。分別以 B、D 兩點為圓心，$\overline{AB}$為半徑畫弧，交$\overline{BD}$於 E、F 兩點。若$\overline{AB}=10$，$\overline{BC}=6\pi$，求灰色區域的面積。



解 $\because \overline{AD}//\overline{BC}$，$\therefore \angle ADB=\angle DBC$，

則扇形 ABE 與扇形 FDG 可形成一個半徑為 10、圓心角為 90°的圓，

故灰色區域面積$=\triangle ABD-$扇形 $ABE-$扇形 FDG

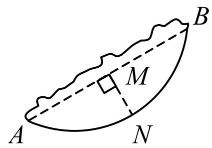
$=\triangle ABD-$（扇形 $ABE+$扇形 FDG）

$=10\times 6\pi\times\dfrac{1}{2}-10\times 10\times\pi\times\dfrac{90}{360}$

$=30\pi-25\pi=5\pi$

答：5π。

2. 如圖，某商店的圓形招牌因颱風吹落而破碎，僅尋獲一小塊邊緣的碎片。今欲重做一個與原尺寸大小相同的招牌，經測量得知$\overline{AB}=4$ 公尺，$\overline{MN}=1$ 公尺，其中 M 為$\overline{AB}$中點，$\overline{MN}\perp\overline{AB}$，求此圓形招牌的半徑長。



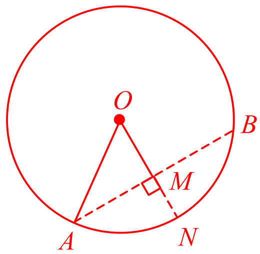
解 設圓形招牌的半徑為 r 公尺，則$\overline{OA}=r$。

$\because M$ 為$\overline{AB}$中點，$\therefore \overline{AM}=2$，

延長$\overline{MN}$到圓心，形成一個直角三角形 OAM，

則$\overline{OM}=r-\overline{MN}=r-1$，

由畢氏定理得$\overline{OA}^2=\overline{OM}^2+\overline{AM}^2$



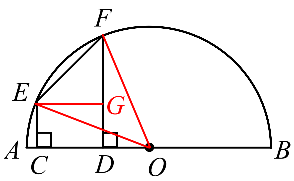
$r^2=(r-1)^2+2^2$

$r^2=r^2-2r+1+4$

$2r=5$，$r=2.5$（公尺）

答：2.5 公尺。

3. 如圖，$\overline{AB}$是半圓的直徑，C、D 兩點在$\overline{AB}$上，E、F 兩點在半圓上，$\overline{CE}$、$\overline{FD}$皆垂直於$\overline{AB}$，若$\overline{AB}=26$，$\overline{AC}=1$，$\overline{CD}=7$，求$\overline{EF}$的長。



解 連接$\overline{OE}$，形成直角三角形 OCE，

$\overline{CE}=\sqrt{\overline{OE}^2-\overline{OC}^2}=\sqrt{13^2-12^2}=5$

連接$\overline{OF}$，形成直角三角形 ODF，

$\overline{DF}=\sqrt{\overline{OF}^2-\overline{OD}^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12$

作$\overline{EG}//\overline{CD}$，形成直角三形 EFG，且$\overline{EG}=\overline{CD}=7$，

$\overline{FG}=\overline{DF}-\overline{DG}=\overline{DF}-\overline{CE}=12-5=7$

$\overline{EF}=\sqrt{\overline{EG}^2+\overline{FG}^2}=\sqrt{7^2+7^2}=7\sqrt{2}$

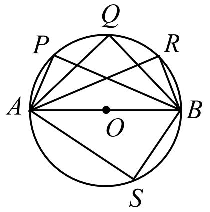
答：$7\sqrt{2}$。

2-2 圓心角與圓周角（一）

______年______班______號　姓名_______________　得分

一．選擇題（每題 8 分，共 40 分）

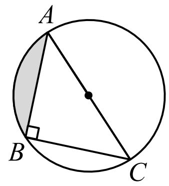
（ B ）1. 如圖，$\overline{AB}$ 爲圓 O 的直徑，P、Q、R、S 爲圓上相異四點，則下列敘述何者正確？



(A) $\angle APB$ 爲銳角　　(B) $\angle AQB$ 爲直角

(C) $\angle ARB$ 爲鈍角　　(D) $\angle ASB < \angle ARB$

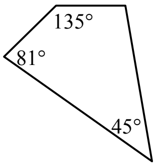
（ D ）2. 如圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90°$，且 $\overline{AB}=\overline{BC}$，作一圓過 A、B、C 三點，若此圓的半徑爲 $4\sqrt{2}$，則灰色區域的面積爲何？

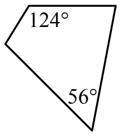


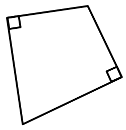
(A) $4\pi+16$　　(B) $4\pi-16$

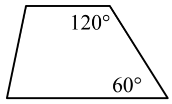
(C) $8\pi+16$　　(D) $8\pi-16$

（ A ）3. 判別下列各四邊形中，哪些必有外接圓？

①


②


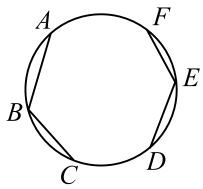
③


④


(A) ①、②、③　　(B) ①、④

(C) ①、②、④　　(D) ①、②、③、④

（ C ）4. 如圖，$\overset{\frown}{AF}=80°$，$\overset{\frown}{CD}=60°$，則 $\angle B+\angle E=$？



(A) 130°　　(B) 310°

(C) 250°　　(D) 245°

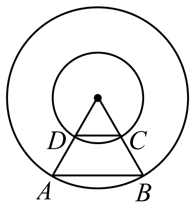
（ B ）5. 若一個圓的半徑爲 12，則此圓上弧長爲 10π 的弧所對的圓周角爲多少度？

(A) 50°　　(B) 75°

(C) 100°　　(D) 125°

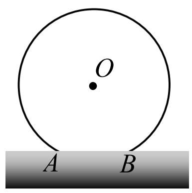
二．填充題（每格 8 分，共 32 分）

1. 如圖，大、小兩個同心圓的半徑分別爲 12、6，$\overline{AB}$、$\overline{CD}$ 分別爲大、小兩圓上的一弦，$\overset{\frown}{AB}$ 的長爲 4π，則四邊形 $ABCD$ 的面積爲 ＿$27\sqrt{3}$＿。

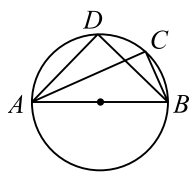


2. 圓 O_1 的半徑爲 16 公分，圓 O_2 的半徑爲 12 公分，若圓 O_1 的 $\overset{\frown}{AB}$ 長等於圓 O_2 的 $\overset{\frown}{CD}$ 長，且 $\overset{\frown}{CD}=64°$，則 $\overset{\frown}{AB}=$ ＿48＿度。

3. 如圖，有一圓形雕塑品，其中一部分被埋在地下，$\overline{AB}=150$ 公分，圓 O 的半徑爲 150 公分，則被埋在地下部分的弧長是＿50π＿公分。

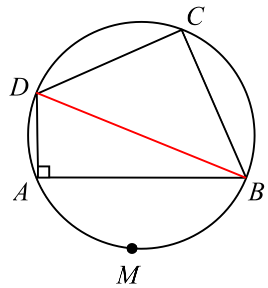


4. 如圖，A、B、C、D 爲圓上四點，$\overline{AB}$ 爲直徑，$\overline{AB}=6$，則 $\overline{AD}^2+\overline{AC}^2+\overline{BC}^2+\overline{BD}^2=$ ＿72＿。



三．計算題（共 28 分）

1. 如圖，四邊形 $ABCD$ 爲圓內接四邊形，$\angle A=90°$，$\angle B=65°$，$\overline{BC}=\overline{CD}$，求 $\overset{\frown}{AMB}$ 的度數。（8 分）



解 已知 $\angle A=90°$，連接 $\overline{BD}$，可知 $\overline{BD}$ 爲圓的直徑，則 $\angle C=90°$

在四邊形 $ABCD$ 中，$\angle D=360°-\angle A-\angle B-\angle C$

$=360°-90°-65°-90°=115°$

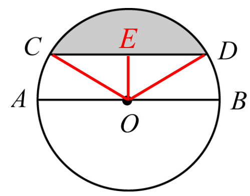
在 $\triangle CDB$ 中，$\because \overline{BC}=\overline{CD}$，$\therefore \angle CDB=\angle CBD=45°$

因此，$\angle ADB=\angle ADC-\angle CDB=115°-45°=70°$

故 $\overset{\frown}{AMB}=2\times70°=140°$。

答：$140°$。

2. 如圖，$\overline{AB}$ 爲圓 O 的直徑，$\overline{CD}$ 爲圓 O 上的一弦，$\overline{AB}\,//\,\overline{CD}$，若 $\overline{AB}=12$，$\overline{CD}=6\sqrt{3}$，求灰色區域的面積。（10 分）



解 作 $\overline{OE}\perp\overline{CD}$，連接 $\overline{OC}$、$\overline{OD}$，

形成直角三角形 OEC 與直角三角形 OED，

已知 $\overline{OC}=\overline{OA}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=6$，$\overline{CE}=\dfrac{1}{2}\overline{CD}=3\sqrt{3}$，

$\overline{OE}=\sqrt{\overline{OC}^2-\overline{CE}^2}=\sqrt{6^2-(3\sqrt{3})^2}=3$，

則 $\overline{OC}:\overline{OE}:\overline{CE}=6:3:3\sqrt{3}=2:1:\sqrt{3}$，

因此 $\angle COE=60°$，同理，$\angle DOE=60°$，故 $\overset{\frown}{CD}=120°$

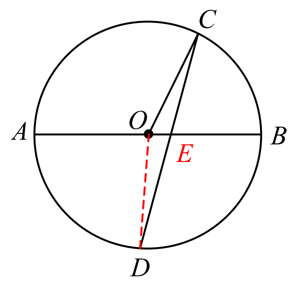
灰色區域面積＝扇形 COD 的面積－$\triangle COD$ 的面積

$=6\times6\times\pi\times\dfrac{120}{360}-6\sqrt{3}\times3\times\dfrac{1}{2}$

$=12\pi-9\sqrt{3}$

答：$12\pi-9\sqrt{3}$。

3. 如圖，$\overline{AB}$ 爲圓 O 的直徑，已知 $\angle COB=4\angle OCD$，求 $\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{AD}$ 的比值。（10 分）



解 已知 $\angle COB=4\angle OCD$，則 $\angle COB:\angle OCD=4:1$

設 $\angle COB=4r$，$\angle OCD=r$，$r\neq0$

在 $\triangle COE$ 中，$\because \angle CEB$ 爲其中一組外角，

$\therefore \angle CEB=\angle COB+\angle OCD=4r+r=5r$

連接 $\overline{OD}$，形成 $\triangle ODC$，$\because \overline{OD}=\overline{OC}$，$\therefore \angle ODC=\angle OCD=r$

又 $\angle OED=\angle CEB=5r$

在 $\triangle ODE$ 中，$\because \angle AOD$ 爲其中一組外角，

$\therefore \angle AOD=\angle OED+\angle ODE=5r+r=6r$

$\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{AD}=\angle COB:\angle AOD=4r:6r=2:3$

故 $\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{AD}$ 的比值爲 $\dfrac{2}{3}$。

答：$\dfrac{2}{3}$。

第 2 次　國中數學 3上
明星國中試題本

2-2 圓心角與圓周角（二）

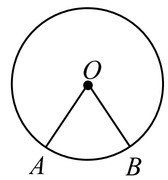
______年______班______號　姓名______________　得分

一・選擇題（每題 6 分，共 24 分）

（ A ）1. 如圖，圓 O 的半徑為 18，圓上 A、B 兩點將圓分成大、小兩弧，大弧的度數是小弧度數的 4 倍多 10 度，則 $\overset{\frown}{AB}$ 的長度為多少？

(A) 7π　　(B) 6π

(C) 5π　　(D) 4π



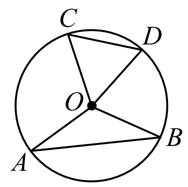
（ D ）2. 如圖，圓 O 的半徑為 10，$\angle AOB=120°$，$\angle COD=60°$，則下列敘述何者<u>錯誤</u>？

(A) $\overset{\frown}{AB}$ 長等於 $\overset{\frown}{CD}$ 長的 2 倍

(B) 扇形 AOB 面積等於扇形 COD 面積的 2 倍

(C) $\angle OCD=2\angle OAB$

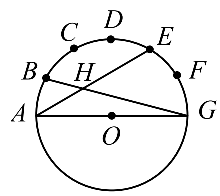
(D) $\overline{AB}=2\overline{CD}$



（ D ）3. 如圖，$\overline{AG}$ 為直徑，B、C、D、E、F 為半圓上的五個等分點，$\overline{AE}$、$\overline{BG}$ 交於 H 點，則 $\angle AHG=$？

(A) 90°　　(B) 105°

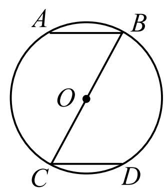
(C) 120°　　(D) 135°



（ B ）4. 如圖，$\overline{BC}$ 是圓 O 的直徑，$\overline{AB}\,//\,\overline{CD}$，若 $\angle B=59°$，則 $\overset{\frown}{CD}$ 的度數為多少？

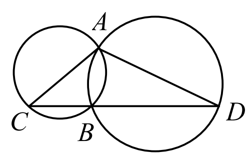
(A) 59°　　(B) 62°

(C) 118°　　(D) 124°



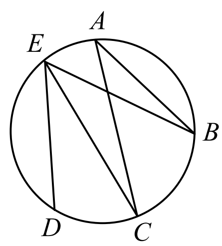
二・填充題（每格 8 分，共 40 分）

1. 如圖，兩圓交於 A、B 兩點，且 C、B、D 三點共線，若 $\overset{\frown}{BC}=96°$，$\angle C=40°$，則 $\overset{\frown}{ABD}$ 的度數為___184___度。

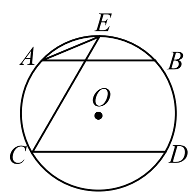


2. 已知圓 O_1 的半徑為 18 公分，圓 O_2 的半徑為 12 公分，若圓 O_1 的 $\overset{\frown}{AB}$ 長等於圓 O_2 的 $\overset{\frown}{CD}$ 長，且 $\overset{\frown}{CD}=72°$，則 $\overset{\frown}{AB}$ 的度數為___48___度。

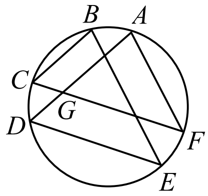
3. 如圖，A、B、C、D、E 皆在圓上，若 $\angle BAC=35°$，$\angle DEB=66°$，則 $\overset{\frown}{CD}$ 的度數為___62___度。



4. 如圖，$\overline{AB}$、$\overline{CD}$ 為圓 O 的兩弦，且 $\overline{AB}\,//\,\overline{CD}$，若 $\overset{\frown}{BE}=46°$，$\angle ECD=60°$，則 $\angle AEC$ 的度數為___37___度。

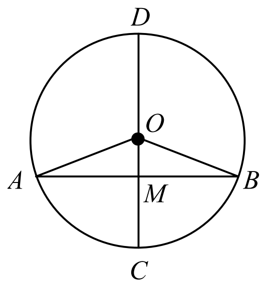


5. 如圖，A、B、C、D、E、F 為圓上的六個點，$\overline{AD} // \overline{BC}$，$\overline{AF} // \overline{BE}$，$\overline{CF} // \overline{DE}$，$\overline{AD}$ 交 $\overline{CF}$ 於 G 點，若 $\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{AF}:\overset{\frown}{DE}=2:3:4$，則 $\angle AGF=$ ___60___ 度。



三・計算題（共 36 分）

1. 如圖，$\overline{CD}$ 為直徑，M 為弦 $\overline{AB}$ 的中點，$\overline{OM}=\dfrac{1}{2}\overline{MC}$，若 $\overline{AB}=16$，求 $\overline{CD}$。（12 分）



解 $\because \overline{OM}=\dfrac{1}{2}\overline{MC}$，$\therefore \overline{OM}:\overline{MC}=1:2$

設圓 O 半徑為 r，則 $\overline{OM}=\dfrac{1}{3}r$

在直角三角形 OAM 中，根據畢氏定理，$\overline{OA}^2=\overline{AM}^2+\overline{OM}^2$

$r^2=8^2+(\dfrac{1}{3}r)^2$，$r^2=64+\dfrac{1}{9}r^2$

$\dfrac{8}{9}r^2=64$，$r^2=72$，$r=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

故直徑 $\overline{CD}=2r=12\sqrt{2}$。

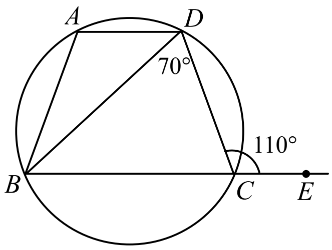
答：$12\sqrt{2}$。

2. 如圖，$ABCD$ 為圓內接四邊形，已知 $\overline{AD} // \overline{BC}$，$\angle DCE=110°$，$\angle BDC=70°$，求：

(1) $\angle DBC$。（4 分）

(2) $\overset{\frown}{AB}$ 的度數。（4 分）

(3) $\overset{\frown}{AD}$ 的度數。（4 分）



解 (1)在△DBC 中，$\because \angle DCE$ 為其中一組外角，

$\therefore \angle DCE=\angle DBC+\angle BDC$

$110°=\angle DBC+70°$，$\angle DBC=40°$

(2)$\because \overline{AD} // \overline{BC}$，$\therefore \angle ADB=\angle DBC=40°$（內錯角相等）

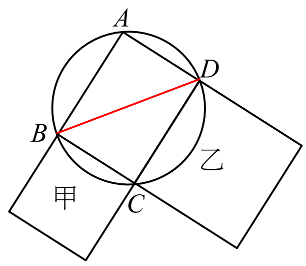
$\overset{\frown}{AB}=2\angle ADB=80°$

(3)$\angle BCD=180°-110°=70°$，則 $\overset{\frown}{BAD}=2\angle BCD=140°$

$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BAD}-\overset{\frown}{AB}=140°-80°=60°$

答：(1) 40°　(2) 80°　(3) 60°。

3. 如圖，有一個半徑為 2.5 的圓及長方形 $ABCD$，其中 A、B、C、D 四點皆在圓上，$\overline{BC}<\overline{CD}$。今分別以 $\overline{BC}$、$\overline{CD}$ 為邊，作甲、乙兩個正方形，求甲、乙兩個正方形的面積和。（12 分）



解 作長方形 $ABCD$ 的對角線 $\overline{BD}$，

已知長方形內角皆為 90°，

因此，對角線會通過圓心，即 $\overline{BD}=5$，

由畢氏定理得 $\overline{BC}^2+\overline{CD}^2=\overline{BD}^2=5^2=25$，

故甲面積＋乙面積＝$\overline{BC}^2+\overline{CD}^2=25$，

答：25。

1-4 相似三角形的應用與三角比（一）

一．選擇題

1.(B) 2.(C) 3.(C) 4.(B) 5.(C)

6.(D)

二．填充題

1. $\frac{21}{4}$

2. $\frac{9}{2}\sqrt{3}$

3. 1：2：3

4. 450

5. $18\sqrt{3}-18$

三．計算題

1. 3 公尺

2. $\frac{8}{3}$

3. 15：2

1-4 相似三角形的應用與三角比（二）

一．選擇題

1.(C) 2.(A) 3.(B) 4.(B) 5.(D)

6.(B)

二．填充題

1. 22

2. 50

3. 21

4. 62

5. 3：5

6. $a>b>c$

三．計算題

1. 7.2 公尺

2. 18 公尺

2-1　點、線、圓（一）

一．選擇題

1.(C)　2.(C)　3.(A)　4.(C)

二．填充題

1. 190
2. 5π
3. $4\sqrt{6}$
4. 4
5. 72

三．計算題

1. 周長＝$14+2\pi$，面積＝$28-4\pi$
2. 16
3. 30 公分

2-1　點、線、圓（二）

一．選擇題

1.(A)　2.(D)　3.(B)　4.(C)　5.(B)

二．填充題

1. $22-4\pi$
2. 80
3. 20
4. 120
5. $4\sqrt{3}$

三．計算題

1. 5π
2. 2.5 公尺
3. $7\sqrt{2}$

2-2 圓心角與圓周角（一）

一．選擇題

1.(B)　2.(D)　3.(A)　4.(C)　5.(B)

二．填充題

1. $27\sqrt{3}$
2. 48
3. 50π
4. 72

三．計算題

1. 140°
2. $12\pi-9\sqrt{3}$
3. $\frac{2}{3}$

2-2 圓心角與圓周角（二）

一．選擇題

1.(A)　2.(D)　3.(D)　4.(B)

二．填充題

1. 184
2. 48
3. 62
4. 37
5. 60

三．計算題

1. $12\sqrt{2}$
2. (1) 40°
   (2) 80°
   (3) 60°
3. 25

明星國中 3上

試題本

範圍：第 3 次段考

3-1~3-2

第 3 次 國中數學3上
明星國中試題本

3-1 推理證明（一）

______年______班______號　姓名______________

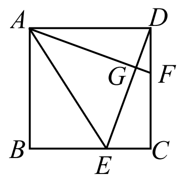
得分

一．選擇題（每題 6 分，共 36 分）

（ D ）1. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為正方形，$\overline{DF}=\overline{CE}$，則下列敘述何者<u>錯誤</u>？

(A)$\triangle ADF\cong\triangle DCE$　(B)$\triangle ADF\sim\triangle DGF$

(C)$\triangle AGD\sim\triangle DGF$　(D)$\triangle AGE\sim\triangle DGF$



（ B ）2. 已知 a^2、b 兩整數的和為偶數，b、c^2 兩整數的和為奇數，若 c 為偶數，則下列敘述何者正確？

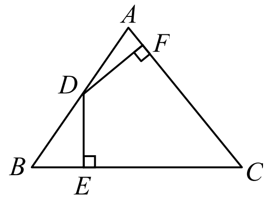
(A) a、b 都是偶數　(B) a、b 都是奇數

(C) a 為偶數、b 為奇數　(D) a 為奇數、b 為偶數

（ C ）3. 如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{DE}\perp\overline{BC}$，$\overline{DF}\perp\overline{AC}$，$\overline{CE}=\overline{CF}$，若 $\overline{AC}=12$，$\overline{BC}=14$，$\triangle ABC$ 的面積為 65，則 $\overline{DF}=$？

(A) 3　(B) 4

(C) 5　(D) 6



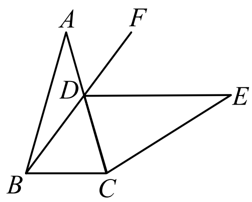
（ A ）4. 已知直角三角形中，斜邊長為 $a+12$，兩股長為 $a-4$、b，其中 a、b 均為正整數，則 b^2 為下列哪一個數的倍數？

(A) 32　(B) 34　(C) 36　(D) 38

（ D ）5. 如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，今以 C 點為固定點，將$\triangle ABC$ 以順時針方向旋轉，使 B 點落在 $\overline{AC}$ 上一點 D，A 點落在 E 點，則下列敘述何者<u>錯誤</u>？

(A) $\overline{DC}=\overline{BC}$　(B) $\overline{DE}\,//\,\overline{BC}$

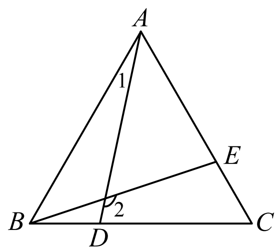
(C) $\overline{DF}$ 平分$\angle ADE$　(D) $\overline{BD}=\overline{CD}$



（ D ）6. 如圖，$\triangle ABC$ 為正三角形，D、E 兩點分別在 $\overline{BC}$、$\overline{AC}$ 上，若 $\overline{BD}=\overline{CE}$，$\angle 1=18°$，則$\angle 2=$？

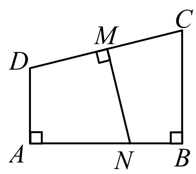
(A) 108°　(B) 112°

(C) 118°　(D) 120°

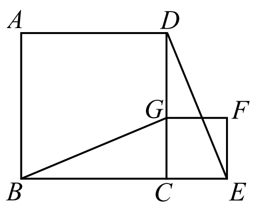


二．填充題（每格 6 分，共 36 分）

1. 如圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}\perp\overline{AB}$，$\overline{BC}\perp\overline{AB}$，若 $\overline{AD}=20$，$\overline{BC}=30$，$\overline{AB}=40$，$\overline{MN}$ 為 $\overline{CD}$ 的中垂線，則 $\overline{AN}=$ $\underline{\dfrac{105}{4}}$。

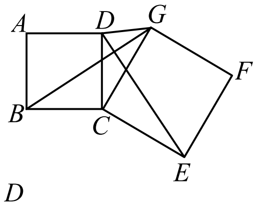


2. 如圖，四邊形 $ABCD$ 與四邊形 $CEFG$ 皆為正方形，若 $\overline{DG}=7$，$\overline{BG}=13$，則 $\overline{CE}=$ __5__。



3. 已知 a 爲任意正整數，$P=(7a+3)^2-(7a+3)+15$，則 P 是___7___的倍數。

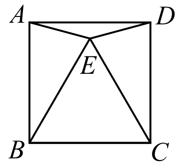
4. 如圖，四邊形 $ABCD$ 與四邊形 $CEFG$ 皆爲正方形，回答下列問題：



(1)根據三角形的___SAS___全等性質，可知$\triangle BCG\cong\triangle DCE$。

(2)若$\angle DCG=30°$，$\angle CED=25°$，則$\angle GBC=$___35___度。

5. 如圖，四邊形 $ABCD$ 爲正方形，$\triangle BCE$ 爲正三角形，則$\angle AED=$___150___度。



三．計算與證明題（共 28 分）

1. 已知 b 爲正整數，$B=(4b+7)^2-2(4b+7)+29$，求證 B 是 16 的倍數。(8 分)

解 $B=(4b+7)^2-2(4b+7)+29$

$=16b^2+56b+49-8b-14+29$

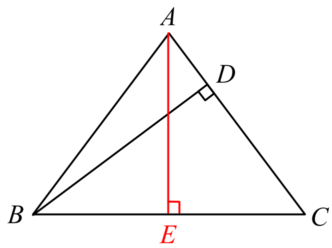
$=16b^2+48b+64$

$=16(b^2+3b+4)$

$\because b^2+3b+4$ 爲正整數，

$\therefore B$ 是 16 的倍數。

2. 如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{BD}\perp\overline{AC}$，若$\overline{AB}=\overline{AC}=30$，$\overline{BC}=36$，求$\overline{BD}$。(10 分)



解 已知$\overline{AB}=\overline{AC}$，作$\overline{BC}$的中垂線$\overline{AE}$，

則$\overline{BE}=\overline{CE}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=18$

在$\triangle ABE$ 中，$\overline{AE}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BE}^2}=\sqrt{30^2-18^2}=24$

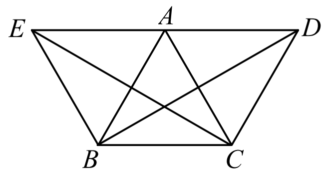
$\triangle ABC$ 的面積$=\dfrac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AE}=\dfrac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}$

$\dfrac{1}{2}\times36\times24=\dfrac{1}{2}\times30\times\overline{BD}$

$\overline{BD}=\dfrac{36\times24}{30}=\dfrac{144}{5}$

答：$\dfrac{144}{5}$。

3. 如圖，已知$\triangle ABE$ 與$\triangle ACD$ 爲大小相同的正三角形，求證$\overline{CE}=\overline{BD}$。(10 分)



解 $\because\angle EAB=\angle DAC=60°$

$\therefore\angle EAB+\angle BAC=\angle DAC+\angle BAC$

即$\angle EAC=\angle DAB$

在$\triangle EAC$ 與$\triangle DAB$ 中，

$\because\overline{AE}=\overline{AD}$，$\overline{AC}=\overline{AB}$，$\angle EAC=\angle DAB$

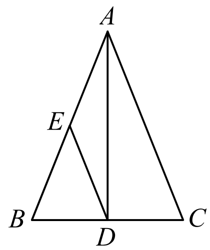
$\therefore\triangle EAC\cong\triangle DAB$（$SAS$ 全等性質）

故$\overline{CE}=\overline{BD}$（對應邊相等）。

3-1 推理證明（二）

______年______班______號　姓名____________　得分

一・選擇題（每題 6 分，共 30 分）



(D) 1. 如圖，$\overline{AD}$ 是△ABC 的對稱軸，$\overline{AB} \neq \overline{BC}$，若 E 是 $\overline{AB}$ 的中點，則下列敘述何者錯誤？

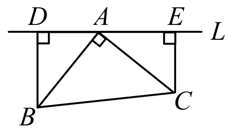
(A) $\triangle ABD \cong \triangle ACD$　(B) $\overline{AE} = \overline{DE}$

(C) $\overline{DE} \,//\, \overline{AC}$　(D) $\overline{DE} = \overline{BD}$

(D) 2. 已知 a 為偶數、b 為奇數，則下列敘述何者錯誤？

(A) a^2+5b 為奇數　(B) a^2+2b 為偶數

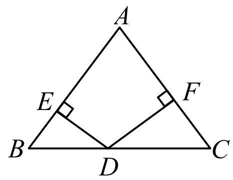
(C) a^2+b^2-a 為奇數　(D) a^2+b^2-b+1 為偶數



(B) 3. 如圖，等腰直角三角形 ABC 中，$\overline{AB} = \overline{AC}$，$\overline{BD} \perp L$，$\overline{CE} \perp L$，若 $\overline{AD} = 4$，$\overline{AE} = 5$，則 $\overline{BC} = $？

(A) $2\sqrt{21}$　(B) $\sqrt{82}$

(C) $\sqrt{83}$　(D) 9



(C) 4. 如圖，△ABC 中，$\overline{DE} \perp \overline{AB}$，$\overline{DF} \perp \overline{AC}$，若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$，$\overline{BC} = 12$，則 $\overline{DE} + \overline{DF} = $？

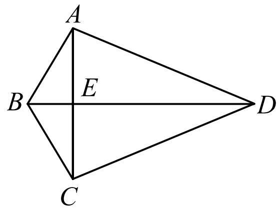
(A) $\dfrac{24}{5}$　(B) $\dfrac{36}{5}$

(C) $\dfrac{48}{5}$　(D) 12

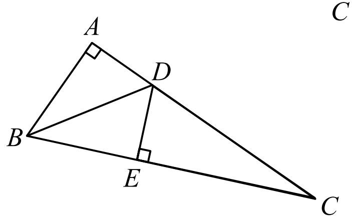
(A) 5. 若 a 為正整數，$P=(a+6)^2+(a+4)^2+(a+2)^2-3a^2$，則 P 必為下列哪一個數的倍數？

(A) 8　(B) 10　(C) 12　(D) 14

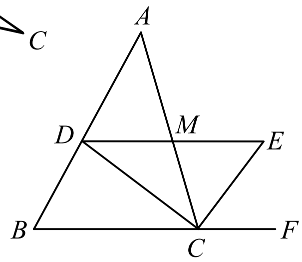
二・填充題（每格 8 分，共 40 分）



1. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為箏形，對角線 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$ 交於 E 點，若 $\overline{BC} = 2\sqrt{34}$，$\overline{CD} = 26$，$\overline{BE} = 6$，則四邊形 $ABCD$ 的各邊中點所形成的新四邊形，其周長為__50__。

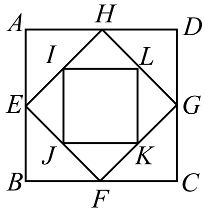


2. 如圖，△ABC 中，$\overline{BD}$ 為 $\angle ABC$ 的角平分線，$\angle A = 90°$，$\overline{DE} \perp \overline{BC}$，若 $\overline{AD} = 5$，$\overline{CD} = 13$，則 $\overline{AB} = $\_\_$\dfrac{15}{2}$__。

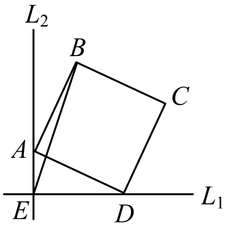


3. 如圖，B、C、F 三點在同一條直線上，$\angle ACB$ 的角平分線交 $\overline{AB}$ 於 D 點，在 $\angle ACF$ 的角平分線上取 E 點，使 $\overline{DE} \,//\, \overline{BF}$，若 $\overline{CM} = 12$，則 $\overline{CD}^2 + \overline{CE}^2 = $__576__。

4. 如圖，正方形 $ABCD$ 的邊長爲 12，依序連接各邊中點得正方形 $EFGH$，再依序連接各邊中點得正方形 $IJKL$，則這三個正方形的周長總和爲 $\underline{\quad 72+24\sqrt{2} \quad}$。

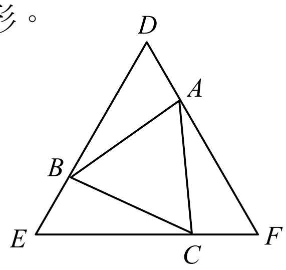


5. 如圖，四邊形 $ABCD$ 爲正方形，直線 $L_1 \perp$ 直線 L_2，若 $\overline{AE}=5$，$\overline{DE}=12$，則 $\overline{BE}=$ $\underline{\quad \sqrt{314} \quad}$。



三．證明題（每題 10 分，共 30 分）

1. 如圖，$\triangle DEF$ 爲正三角形，$\overline{AF}=\overline{BD}=\overline{CE}$，求證 $\triangle ABC$ 爲正三角形。



解 $\because \triangle DEF$ 爲正三角形，$\therefore \overline{DF}=\overline{DE}=\overline{EF}$，$\angle D=\angle E=\angle F=60^\circ$，

又 $\overline{AF}=\overline{BD}=\overline{CE}$，則 $\overline{DF}-\overline{AF}=\overline{DE}-\overline{BD}=\overline{EF}-\overline{CE}$，

可得 $\overline{AD}=\overline{BE}=\overline{CF}$。

在 $\triangle ADB$、$\triangle BEC$、$\triangle CFA$ 中，

$\because \overline{BD}=\overline{CE}=\overline{AF}$，

$\angle D=\angle E=\angle F=60^\circ$，

$\overline{AD}=\overline{BE}=\overline{CF}$，

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle BEC \cong \triangle CFA$（$SAS$ 全等性質）

則 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$，故 $\triangle ABC$ 爲正三角形。

2. 已知 a 爲正整數，$B=(6a+5)^2-2(6a+5)+9$，求證 B 是 12 的倍數。

解 $B=(6a+5)^2-2(6a+5)+9$

$=36a^2+60a+25-12a-10+9$

$=36a^2+48a+24$

$=12(3a^2+4a+2)$

$\because 3a^2+4a+2$ 爲正整數，

$\therefore B$ 是 12 的倍數。

3. 已知 a 爲偶數，b 爲奇數，求證 $(a+b)^2+4b$ 爲奇數。

解 $\because a$ 爲偶數，b 爲奇數，設 $a=2m$，$b=2n+1$，m、n 皆爲正整數

$\therefore (a+b)^2+4b=(2m+2n+1)^2+4(2n+1)$

$=[2(m+n)+1]^2+4(2n+1)$

$=4(m+n)^2+4(m+n)+1+4(2n+1)$

$=4[(m+n)^2+(m+n)+(2n+1)]+1$

$\because [(m+n)^2+(m+n)+(2n+1)]$ 爲整數，故 $(a+b)^2+4b$ 是奇數。

第 3 次

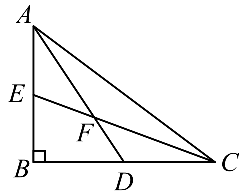
國中數學 3上

明星國中試題本

3-2 三角形的心（一）

______年______班______號　姓名______________　　得分

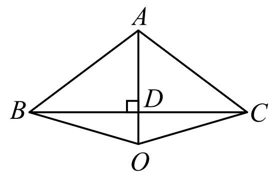
一．選擇題（每題 6 分，共 36 分）



（　C　）1. 如圖，$\angle B = 90°$，F 點為$\triangle ABC$ 的重心，$\overline{AD} = \sqrt{52}$，$\overline{CE} = \sqrt{73}$，則$\overline{AC}^2 =$？

(A) 85　　(B) 95

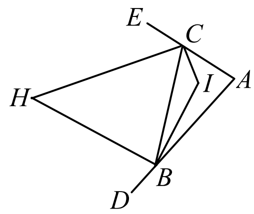
(C) 100　　(D) 125



（　B　）2. 如圖，O 點為等腰三角形 ABC 的外心，$\overline{AB} = \overline{AC}$，$\overline{AD}$ 垂直平分 $\overline{BC}$，$\overline{AB} = 30$，$\overline{BD} = 24$，則$\overline{AO} =$？

(A) 24　　(B) 25

(C) 26　　(D) 27



（　A　）3. 如圖，I 點為$\triangle ABC$ 的內心，$\angle I = 130°$，$\angle DBC$ 與$\angle ECB$ 的角平分線相交於 H 點，則$\angle BHC =$？

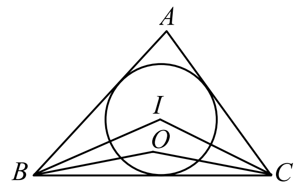
(A) 50°　　(B) 60°

(C) 70°　　(D) 80°

（　A　）4. $\triangle ABC$ 中，O 點為$\triangle ABC$ 的外心，若$\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 7$，則$\angle AOB =$？

(A) 150°　　(B) 140°

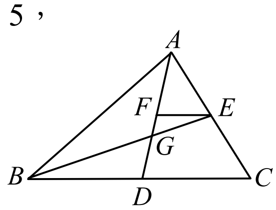
(C) 130°　　(D) 120°



（　B　）5. 如圖，$\triangle ABC$ 中，O 點為外心，I 點為內心，$\angle BOC = 160°$，則$\angle BIC =$？

(A) 140°　　(B) 130°

(C) 120°　　(D) 110°



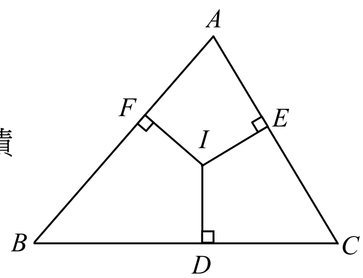
（　B　）6. 如圖，G 點為$\triangle ABC$ 的重心，$\overline{EF} \parallel \overline{BC}$，若$\triangle EFG$ 的面積為 5，則$\triangle ABC$ 的面積為何？

(A) 140　　(B) 120

(C) 100　　(D) 80

二．填充題（每格 8 分，共 48 分）

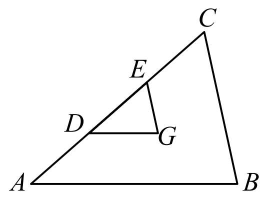
1. 已知$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB} = 13$，$\overline{AC} = 13$，$\overline{BC} = 24$，則此三角形的外接圓半徑與內切圓半徑的比值為 $\underline{\dfrac{169}{24}}$。



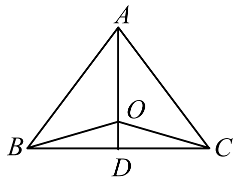
2. 如圖，I 點為$\triangle ABC$ 的內心，$\overline{ID} \perp \overline{BC}$，$\overline{IE} \perp \overline{AC}$，$\overline{IF} \perp \overline{AB}$，若 $9\overline{AC} = 8\overline{AB}$，$4\overline{BC} = 5\overline{AC}$，則$\triangle AIB : \triangle BIC : \triangle CIA$ 的面積為____9：10：8____。

3. 已知 O 點爲坐標平面上的原點，且直線 $\frac{y}{5}-\frac{x}{12}=1$ 分別交 x 軸、y 軸於 A、B 兩點，則△AOB 的內心坐標爲＿（$-2,2$）＿。

4. 一圓之內接正三角形與外切正三角形的面積比爲＿$1:4$＿。



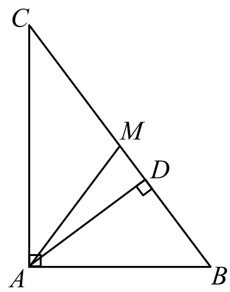
5. 如圖，G 點爲△ABC 的重心，$\overline{GD}\,//\,\overline{AB}$ 交 $\overline{AC}$ 於 D 點，$\overline{GE}\,//\,\overline{BC}$ 交 $\overline{AC}$ 於 E 點，若△DEG 的面積爲 2，則△ABC 的面積爲＿18＿。



6. 如圖，O 點爲△ABC 的外心，若 $\overline{AB}=\overline{AC}=10$，$\overline{BD}=\overline{CD}=6$，則 $\overline{AO}=$＿$\frac{25}{4}$＿。

三・計算題（每題 8 分，共 16 分）

1. 如圖，△ABC 中，$\angle CAB=90°$，M 爲 $\overline{BC}$ 的中點，$\overline{AD}\perp\overline{BC}$，$\overline{AB}=6$，$\overline{AC}=8$，求△$AMD$ 的內切圓半徑。



解 ∵M 爲 $\overline{BC}$ 的中點，∴M 點爲△ABC 的外心，

故 $\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{AC}^2}=\frac{1}{2}\sqrt{6^2+8^2}=5$

又 $\overline{AD}=\frac{\overline{AB}\times\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{6\times8}{10}=\frac{24}{5}$，

則 $\overline{MD}=\sqrt{\overline{AM}^2-\overline{AD}^2}=\sqrt{5^2-(\frac{24}{5})^2}=\frac{7}{5}$。

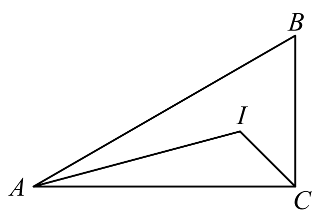
設△AMD 的內切圓半徑爲 r，周長爲 S

△AMD 的面積 $=\frac{1}{2}\times r\times S$

$\frac{1}{2}\times\frac{7}{5}\times\frac{24}{5}=\frac{1}{2}\times r\times(\frac{7}{5}+\frac{24}{5}+5)$，$r=\frac{3}{5}$

答：$\frac{3}{5}$。

2. 如圖，△ABC 中，I 點爲△ABC 的內心，$\angle A=30°$，$\angle B=60°$，△AIC 的面積爲 $4\sqrt{3}$，求△ABC 的面積。



解 已知 $\angle A=30°$，$\angle B=60°$，則 $\angle C=90°$，△ABC 爲直角三角形，

則 $\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{AC}=2:1:\sqrt{3}$

$=$△AIB 的面積：△BIC 的面積：△AIC 的面積

△AIB 的面積：△BIC 的面積：$4\sqrt{3}=2:1:\sqrt{3}$

△AIB 的面積 $=8$，△BIC 的面積 $=4$

故△ABC 的面積 $=$△AIB 的面積 $+$△BIC 的面積 $+$△AIC 的面積

$=8+4+4\sqrt{3}$

$=12+4\sqrt{3}$

答：$12+4\sqrt{3}$。

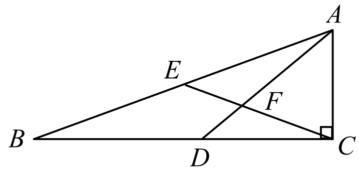
第 3 次 國中數學 3上
明星國中試題本

3-2 三角形的心（二）

____年____班____號　姓名________　得分

一・選擇題（每題 6 分，共 36 分）

（ C ）1. 如圖，△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle B=20°$，D 點在 $\overline{BC}$ 上，E 為 $\overline{AB}$ 的中點，$\overline{AD}$、$\overline{CE}$ 相交於 F 點，且 $\overline{AD}=\overline{BD}$，則 $\angle DFE=$？



(A) 40°　(B) 50°　(C) 60°　(D) 70°

（ B ）2. 已知△ABC 的三中線 $\overline{AD}$、$\overline{BE}$、$\overline{CF}$ 相交於 G，若 $\overline{AD}=24$，$\overline{BE}=30$，$\overline{CF}=42$，則 $\overline{GA}+\overline{GB}+\overline{GC}=$？

(A) 96　(B) 64　(C) 48　(D) 32

（ A ）3. 已知坐標平面上有 $A(0,12)$、$B(-5,0)$、$C(5,0)$ 三點，則△ABC 的內心坐標為何？

(A) $(0,\frac{10}{3})$　(B) $(\frac{10}{3},0)$　(C) $(0,-\frac{10}{3})$　(D) $(-\frac{10}{3},0)$

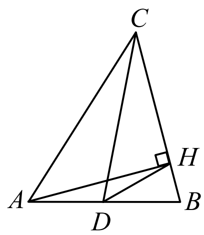
（ B ）4. 直角三角形 ABC 中，G 點為重心，O 點為外心，$\angle C=90°$，若 $\overline{BC}=8$，$\overline{GO}=\frac{5}{3}$，則△$ABC$ 的面積為何？

(A) 20　(B) 24　(C) 28　(D) 32

（ D ）5. 已知 $A(2,3)$、$B(-6,3)$、$C(2,-5)$ 是坐標平面上的三點，若△ABC 的外心坐標為 (a,b)，則 $a-b=$？

(A) 2　(B) 1　(C) -2　(D) -1

（ A ）6. 如圖，$\overline{CD}$ 是△ABC 的中線，$\overline{AH}\perp\overline{BC}$，若 $\overline{AB}=6$，$\overline{AC}=8$，$\overline{BC}=7$，連接 $\overline{DH}$，則 $\overline{DH}=$？

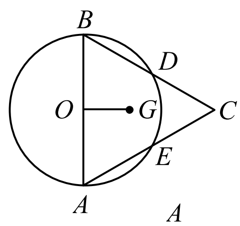


(A) 3　(B) 4
(C) 5　(D) 6

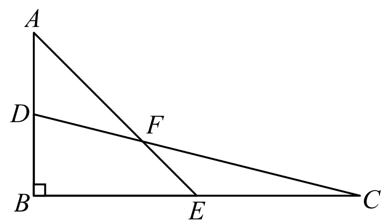
二・填充題（每格 8 分，共 40 分）

1. 直角三角形 ABC 的內切圓半徑為 6，外接圓半徑為 25，則△ABC 的面積為＿＿336＿＿。

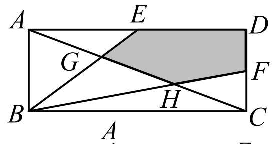
2. 如圖，圓 O 的直徑 $\overline{AB}=10$，$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{AE}$，且 G 點為△ABC 的重心，則 $\overline{OG}=$ ＿＿$\frac{5\sqrt{3}}{3}$＿＿。



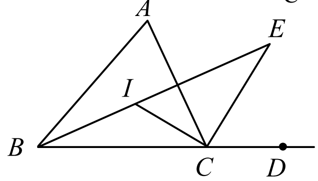
3. 如圖，$\angle B=90°$，D、E 分別為 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$ 的中點，$\overline{AE}$、$\overline{CD}$ 交於 F 點，$\overline{AD}=3$ 公分，$\overline{CE}=6$ 公分，則四邊形 $BEFD$ 的面積為＿＿12＿＿平方公分。



4. 如圖，長方形 $ABCD$ 中，E、F 分別爲 $\overline{AD}$ 、$\overline{CD}$ 的中點，且△GBH 的面積爲 36，則灰色區域的面積爲<u>　72　</u>。

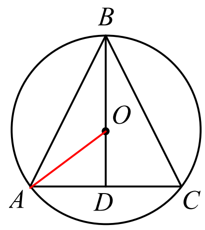


5. 如圖，△ABC 中，I 點爲△ABC 的內心，$\overline{CE}$ 平分∠ACD，且 B、I、E 三點共線，若∠E＝35°，則∠BAC＝<u>　70　</u>度。



三．計算題（每題 8 分，共 24 分）

1. 如圖，△ABC 中，$\overline{AB}=\overline{BC}$ ，D 爲 $\overline{AC}$ 的中點，圓 O 爲△ABC 的外接圓，且 $\overline{AC}=\overline{BD}=8$，求圓 O 的面積。



解 ∵O 點爲△ABC 的外心，連接 $\overline{OA}$ ，設 $\overline{OA}=\overline{OB}=r$ 爲外接圓半徑，

在直角三角形 OAD 中，$\overline{OA}^2=\overline{OD}^2+\overline{AD}^2$

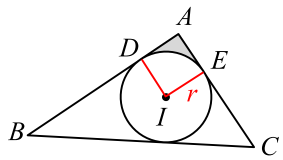
$r^2=(8-r)^2+4^2$

$r^2=64-16r+r^2+16$

$16r=80$，$r=5$

故圓 O 的面積爲 $5\times5\times\pi=25\pi$　　答：25π。

2. 如圖，△ABC 中，$\overline{AB}=12$，$\overline{AC}=9$，$\overline{BC}=15$，I 點爲△ABC 的內切圓的圓心，D、E 爲切點，則灰色區域的面積爲何？



解 ∵在△ABC 中，$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$ ，

∴△ABC 爲直角三角形，且∠BAC＝90°，設內切圓半徑爲 r，

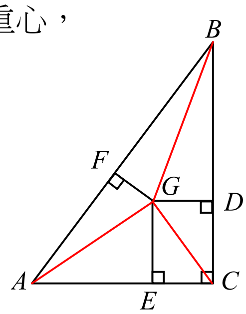
$\overline{AB}+\overline{AC}=\overline{BC}+2r$

$12+9=15+2r$，$r=3$

灰色區域面積＝正方形 $ADIE$－扇形 DIE

$=3\times3-3\times3\times\pi\times\frac{90}{360}=9-\frac{9}{4}\pi$　　答：$9-\frac{9}{4}\pi$。

3. 如圖，△ABC 中，∠ACB＝90°，$\overline{AC}=12$，$\overline{BC}=16$，G 點爲△ABC 的重心，則重心 G 到三邊的垂直距離和爲多少？



解 △ABC 的面積＝$12\times16\times\frac{1}{2}=96$

則△GBA 的面積＝△GAC 的面積＝△GCB 的面積＝$\frac{1}{3}\times96=32$

在△GBA 中，$20\times\overline{GF}\times\frac{1}{2}=32$，$\overline{GF}=\frac{16}{5}$

在△GAC 中，$12\times\overline{GE}\times\frac{1}{2}=32$，$\overline{GE}=\frac{16}{3}$

在△GCB 中，$16\times\overline{GD}\times\frac{1}{2}=32$，$\overline{GD}=4$

故 $\overline{GF}+\overline{GE}+\overline{GD}=\frac{16}{5}+\frac{16}{3}+4=\frac{188}{15}$　　答：$\frac{188}{15}$。

memo

筆記欄

3-1 推理證明（一）

一．選擇題

1.(D) 2.(B) 3.(C) 4.(A) 5.(D)

6.(D)

二．填充題

1. $\frac{105}{4}$
2. 5
3. 7
4. (1) SAS

   (2) 35
5. 150

三．計算與證明題

1. $B=(4b+7)^2-2(4b+7)+29$

   $=16b^2+56b+49-8b-14+29$

   $=16b^2+48b+64$

   $=16(b^2+3b+4)$

   $\because b^2+3b+4$ 為正整數，

   $\therefore B$ 是 16 的倍數。
2. $\frac{144}{5}$
3. $\because \angle EAB=\angle DAC=60°$

   $\therefore \angle EAB+\angle BAC=\angle DAC+\angle BAC$

   即$\angle EAC=\angle DAB$

   在$\triangle EAC$與$\triangle DAB$中，

   $\because \overline{AE}=\overline{AD}$，$\overline{AC}=\overline{AB}$，

   $\angle EAC=\angle DAB$

   $\therefore \triangle EAC\cong\triangle DAB$（$SAS$ 全等性質）

   故$\overline{CE}=\overline{BD}$（對應邊相等）。

3-1 推理證明（二）

一．選擇題

1.(D) 2.(D) 3.(B) 4.(C) 5.(A)

二．填充題

1. 50
2. $\frac{15}{2}$
3. 576
4. $72+24\sqrt{2}$
5. $\sqrt{314}$

三．證明題

1. $\because \triangle DEF$ 為正三角形，$\therefore \overline{DF}=\overline{DE}=\overline{EF}$，

   $\angle D=\angle E=\angle F=60°$，又$\overline{AF}=\overline{BD}=\overline{CE}$，

   則$\overline{DF}-\overline{AF}=\overline{DE}-\overline{BD}=\overline{EF}-\overline{CE}$，

   可得$\overline{AD}=\overline{BE}=\overline{CF}$。

   在$\triangle ADB$、$\triangle BEC$、$\triangle CFA$中，

   $\because \overline{BD}=\overline{CE}=\overline{AF}$，

   $\angle D=\angle E=\angle F=60°$，

   $\overline{AD}=\overline{BE}=\overline{CF}$，

   $\therefore \triangle ADB\cong\triangle BEC\cong\triangle CFA$（$SAS$ 全等性質）

   則$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$，故$\triangle ABC$為正三角形。
2. $B=(6a+5)^2-2(6a+5)+9$

   $=36a^2+60a+25-12a-10+9$

   $=36a^2+48a+24=12(3a^2+4a+2)$

   $\because 3a^2+4a+2$ 為正整數，$\therefore B$ 是 12 的倍數。
3. $\because a$ 為偶數，b 為奇數，

   設 $a=2m$，$b=2n+1$，m、n 皆為正整數

   $\therefore (a+b)^2+4b$

   $=(2m+2n+1)^2+4(2n+1)$

   $=[2(m+n)+1]^2+4(2n+1)$

   $=4(m+n)^2+4(m+n)+1+4(2n+1)$

   $=4[(m+n)^2+(m+n)+(2n+1)]+1$

   $\because [(m+n)^2+(m+n)+(2n+1)]$

   為整數，故$(a+b)^2+4b$是奇數。

3-2　三角形的心（一）

一．選擇題

1.(C)　2.(B)　3.(A)　4.(A)　5.(B)

6.(B)

二．填充題

1. $\frac{169}{24}$

2. 9：10：8

3. $(-2, 2)$

4. 1：4

5. 18

6. $\frac{25}{4}$

三．計算題

1. $\frac{3}{5}$

2. $12+4\sqrt{3}$

3-2　三角形的心（二）

一．選擇題

1.(C)　2.(B)　3.(A)　4.(B)　5.(D)

6.(A)

二．填充題

1. 336

2. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

3. 12

4. 72

5. 70

三．計算題

1. 25π

2. $9-\frac{9}{4}\pi$

3. $\frac{188}{15}$