

## 1. 求連比

1. 若  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三數的比記為  $a:b:c$ ，且  $m \neq 0$ ，則

$$(1) a:b:c = ma:mb:mc. \quad (2) a:b:c = \frac{a}{m} : \frac{b}{m} : \frac{c}{m}$$

2. 由  $x:y$ 、 $y:z$ 、 $x:z$  中的任意兩個比，可求出  $x:y:z$ 。

## 即時演練

1. 將下列各小題化為最簡整數比。

(1)  $28:49:77$

(2)  $0.9:1.5:3.6$

2. 已知  $x:y=2:3$ ， $x:z=2:5$ ，求  $x:y:z$ 。

## 1 類題

配合課本 P11  
例題 1

## 連比例的運算①

配合課本 P11  
隨堂練習

## 熟練

已知  $x:y=2:5$ ， $y:z=4:3$ ，求  $x:y:z$ 。

解

已知  $x:y=5:6$ ， $x:z=3:2$ ，求  $x:y:z$ 。

解

**2類題**配合課本 P12  
例題 2**連比例的運算②**配合課本 P12  
隨堂練習**熟練**

已知  $x:y = \frac{3}{4} : 2$ ， $y:z = 3 : 2$ ，求  $x:y:z$ 。

**解**

已知  $x:z = 2 : 1$ ， $y:z = 0.4 : 0.5$ ，求  $x:y:z$ 。

**解****3類題**配合課本 P13  
例題 3**連比例的運算③**配合課本 P13  
隨堂練習**熟練**

已知  $x$ 、 $y$ 、 $z$  皆不等於 0，且  $x=3y$ ， $2x=3z$ ，求  $x:y:z$ 。

**解**

1. 已知  $x$ 、 $y$ 、 $z$  皆不等於 0，且  $2x-5y=0$ ， $3y=8z$ ，求  $x:y:z$ 。

2. 已知  $x$ 、 $y$ 、 $z$  皆不等於 0，且  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ ， $6x=5z$ ，求  $x:y:z$ 。

**解**

## 2. 連比例式的應用

已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  皆不等於 0，則下列三者有相同的意義。

$$(1) x : y : z = a : b : c$$

$$(2) \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

$$(3) x = ar, y = br, z = cr \quad (r \neq 0)$$

### 1 類題

配合課本 P15  
例題 4

### 連比例式的運算

配合課本 P15  
隨堂練習

### 熟練

如果  $x : y : z = 3 : 4 : 5$ ，且  $2x + y - z = 30$ ，

求  $x$ 、 $y$ 、 $z$  的值。

**解**

如果  $a$ 、 $b$ 、 $c$  皆不等於 0，且  $\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{9}$ ，

求  $\frac{2b+c}{3a+2c}$  的值。

**解**

### 2 類題

配合課本 P16  
例題 5

### 生活中的連比例式①

配合課本 P16  
隨堂練習

### 熟練

已知區公所提供  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三款疫苗開放民眾施打，若該區公所共有 1500 個疫苗，且  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三款疫苗的數量比為  $3 : 7 : 2$ ，則區公所提供  $B$  疫苗的數量為多少個？

**解**

所謂的「631 存錢法」指的是將收入分成 10 份，其中 6 份用於生活開銷，3 份用於儲蓄，其餘 1 份用於風險規劃。已知安琪的媽媽某月收入為 64000 元，若媽媽依照「631 存錢法」，則該月會將多少錢用在生活開銷？

**解**

有甲、乙、丙三臺機器，甲、乙兩臺機器每天的產量比是  $6:7$ ；乙、丙兩臺機器每天的產量比是  $2:3$ ，回答下列問題：

- (1) 甲、乙、丙三臺機器每天的產量比是多少？
- (2) 已知  $A$  工廠有甲、乙兩臺機器， $B$  工廠有乙、丙兩臺機器， $C$  工廠有甲、丙兩臺機器，在機器皆正常運作的情形下，這三間工廠每天的產量比是多少？

**解**

已知良心文具店每本手帳本與每支原子筆的售價比是  $9:2$ ，每支原子筆與每本桌曆的售價比是  $3:8$ 。若店裡將推出  $A$ 、 $B$  兩種禮包，其中  $A$  禮包內有 2 本手帳本與 5 支原子筆， $B$  禮包內有 8 支原子筆與 2 本桌曆。若不計其他額外費用，則  $A$ 、 $B$  兩種禮包的售價比是多少？

**解**

### 4類題

配合課本 P18  
例題 7

### 連比例的應用

配合課本 P18  
隨堂練習

### 熟練

已知 2 顆綠棗子或 9 顆櫻桃或 16 粒小草莓三者含醣量相等，則 1 顆綠棗子、1 顆櫻桃和 1 粒小草莓所含醣量的比是多少？

**解**

已知  $x$ 、 $y$ 、 $z$  皆不等於 0，且  $4x=6y=9z$ ，求  $x:y:z$ 。

**解**

### 5類題

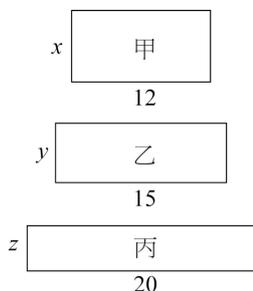
配合課本 P19  
例題 8

### 連比例的幾何問題

配合課本 P19  
隨堂練習

### 熟練

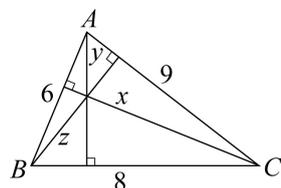
如圖，甲、乙、丙三人皆畫出面積相等的長方形，已知三人分別以 12 公分、15 公分與 20 公分作為長方形的長，且長方形的寬分別依序為  $x$  公分、 $y$  公分、與  $z$  公分，求  $x:y:z$ 。



**解**

如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}=6$ ， $\overline{BC}=8$ ， $\overline{AC}=9$ ，如果此三角形三邊的對應高依序分別為  $x$ 、 $y$ 、 $z$ ，求  $x:y:z$ 。

**解**



## 1-1 自我磨練

配合課本 P21~23 自我評量

1. 求下列各題的連比：

(1)  $x : y = 3 : 2$ ， $y : z = 6 : 7$ ，則  $x : y : z =$  \_\_\_\_\_。

(2)  $x : y = 0.4 : 0.9$ ， $x : z = 6 : 5$ ，則  $x : y : z =$  \_\_\_\_\_。

(3)  $x : z = \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ ， $y : z = 4 : 3$ ，則  $x : y : z =$  \_\_\_\_\_。

2. 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  皆不等於 0，且  $3a = 5b$ ， $3b = 8c$ ，求  $a : b : c$ 。

3. 家庭中有哥哥、弟弟和妹妹三個小孩，其中哥哥和弟弟的體重比為 9 : 8，哥哥和妹妹的體重比為 4 : 1，若弟弟和妹妹的體重相差 46 公斤，則弟弟的體重為多少公斤？

4. 若  $\frac{x}{6} = \frac{y}{9} = \frac{z}{10}$ ，且  $x + 5y - 3z = 84$ ，求  $y$  的值。

5. 有一個三角形，其周長是 112 公分，且三邊長分別為  $x$  公分、 $y$  公分、 $z$  公分，如果  $2x : 3y = 10 : 9$ ， $3x : 4z = 5 : 8$ ，求  $x$ 、 $y$ 、 $z$  之值。

6. 已知  $x$ 、 $y$ 、 $z$  皆不等於 0，且  $4x = 5y = 6z$ ，則  $x : y : z =$  \_\_\_\_\_。

## 1. 等高三角形

等(同)高三角形的面積比等於其對應底邊長的比。

## 1類題

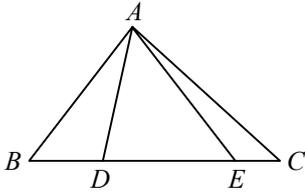
配合課本 P25  
例題 1

等高或同高三角形的面積比

配合課本 P25  
隨堂練習

熟練

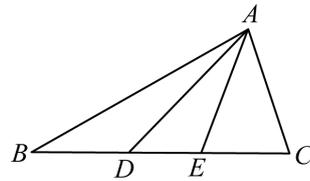
如圖， $\triangle ABC$  中，若  $\overline{BD} = 6$ ， $\overline{DE} = 9$ ， $\overline{CE} = 3$ ，求：



- (1)  $\triangle ABD$  與  $\triangle ADE$  的面積比。
- (2)  $\triangle ABD$  與  $\triangle ADC$  的面積比。

**解**

如圖， $\triangle ABC$  中，若  $\overline{BD} : \overline{DE} : \overline{EC} = 5 : 3 : 4$ ，求：



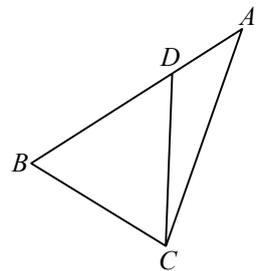
- (1)  $\triangle ABD$  的面積 :  $\triangle ADC$  的面積。
- (2)  $\triangle ADC$  的面積 :  $\triangle ABC$  的面積。

**解**

**即時演練**

如圖， $\triangle ABC$  中，若  $\triangle ABC$  面積為 30， $\triangle BCD$  的面積為 20，求：

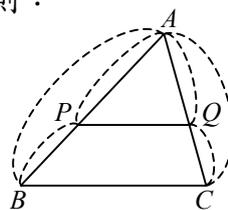
- (1)  $\overline{AB} : \overline{AD}$  的比值。
- (2)  $\overline{AD} : \overline{BD}$  的比值。



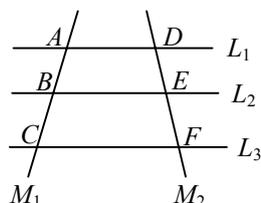
## 2. 平行線截比例線段

1. 如圖， $\triangle ABC$  中， $P$ 、 $Q$  分別為  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  上的一點，若  $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，則：

- ①  $\overline{AP} : \overline{PB} = \overline{AQ} : \overline{QC}$ 。
- ②  $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AQ} : \overline{AC}$ 。
- ③  $\overline{PB} : \overline{AB} = \overline{QC} : \overline{AC}$ 。
- ④  $\overline{PQ} : \overline{BC} = \overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AQ} : \overline{AC}$ 。



2. 如圖，直線  $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ ，且分別與截線  $M_1$  交於  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點，與截線  $M_2$  交於  $D$ 、 $E$ 、 $F$  三點，則  $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{EF}$ 。



### 1 類題

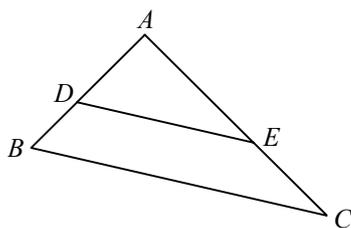
配合課本 P28、29  
隨堂練習

### 平行線截比例線段性質

配合課本 P28、29  
隨堂練習

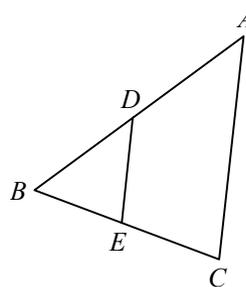
### 熟練

如圖， $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  兩點分別在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  上， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若  $\overline{AD} = 15$ ， $\overline{DB} = 10$ ， $\overline{EC} = 16$ ，求  $\overline{AE}$ 。



解

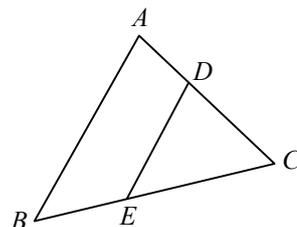
如圖， $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  兩點分別在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$  上， $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ ，若  $\overline{AB} = 36$ ， $\overline{BE} = 12$ ， $\overline{BC} = 27$ ，求  $\overline{BD}$ 。



解

### 即時演練

如圖， $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  兩點分別在  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$  上， $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ，若  $\overline{AD} : \overline{AC} = 2 : 5$ ， $\overline{BE} = 8$ ，則  $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



2類題

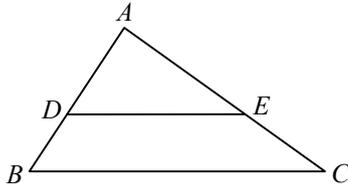
配合課本 P31  
隨堂練習

平行線截比例線段性質的應用

配合課本 P31  
隨堂練習

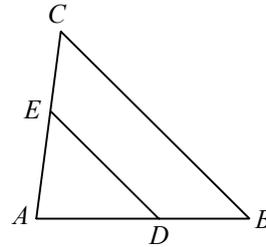
熟練

如圖， $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  兩點分別在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  上， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若  $\overline{AD} = 12$ ， $\overline{DB} = 8$ ， $\overline{BC} = 30$ ，求  $\overline{DE}$ 。



解

如圖， $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  兩點分別在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  上， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若  $\overline{AD} = 16$ ， $\overline{DB} = 12$ ， $\overline{DE} = 3x + 2$ ， $\overline{BC} = 6x - 1$ ，求  $x$  的值。



解

3類題

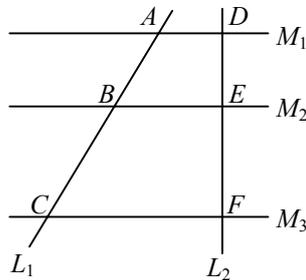
配合課本 P32  
隨堂練習

平行線截比例線段性質的應用

配合課本 P32  
隨堂練習

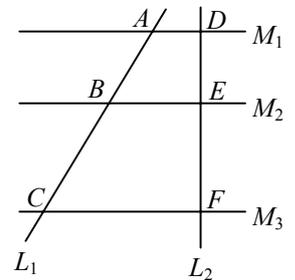
熟練

如圖，直線  $M_1 \parallel M_2 \parallel M_3$ ，且分別與截線  $L_1$  交於  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點，與截線  $L_2$  交於  $D$ 、 $E$ 、 $F$  三點，若  $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ ， $\overline{DF} = 30$ ，求  $\overline{DE}$  與  $\overline{EF}$ 。



解

如圖，直線  $M_1 \parallel M_2 \parallel M_3$ ，且分別與截線  $L_1$  交於  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點，與截線  $L_2$  交於  $D$ 、 $E$ 、 $F$  三點，若  $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{DE} = x + 5$ ， $\overline{EF} = 3x - 3$ ，求  $x$  的值。



解

4類題

配合課本 P33  
例題 5

利用平行線截比例線段性質  
分割線段

配合課本 P33  
隨堂練習

熟練

如下圖，已知  $\overline{AB}$ ，利用尺規作圖，在  $\overline{AB}$  上找出一點  $C$ ，使得  $\overline{AC} : \overline{BC} = 2 : 1$ 。

作法

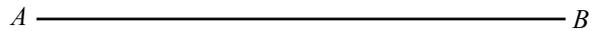
- (1) 過  $A$  點作一條異於  $\overline{AB}$  的直線  $L$ 。
- (2) 在  $L$  上依序取  $P_1 \sim P_3$  三點，使得  $\overline{AP_1} = \overline{P_1P_2} = \overline{P_2P_3}$ 。
- (3) 連接  $\overline{P_3B}$ 。
- (4) 過  $P_2$  作  $\overline{P_2M} \parallel \overline{P_3B}$ ，使  $\overline{P_2M}$  與  $\overline{AB}$  交於  $C$  點，則  $C$  點即為所求。

解



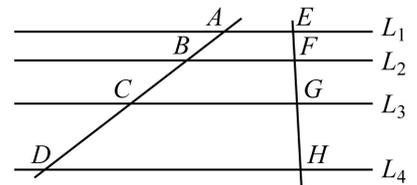
如下圖，已知  $\overline{AB}$ ，利用尺規作圖，在  $\overline{AB}$  上找出一點  $C$ ，使得  $\overline{AC} : \overline{BC} = 1 : 3$ 。  
(不必寫出作法)

解



即時演練

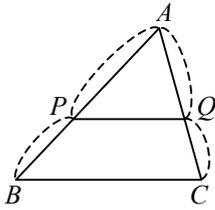
如圖， $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L_4$ ，若  $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 1 : 3 : 5$ ， $\overline{FG} = 15$ ，則  $\overline{EH} =$  \_\_\_\_\_。



### 3. 利用比例線段判別平行

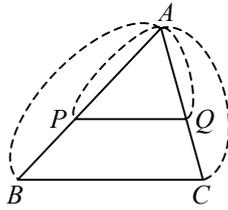
如圖， $\triangle ABC$  中， $P$ 、 $Q$  兩點分別在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  上，若

①



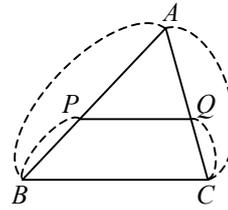
$\overline{AP} : \overline{PB} = \overline{AQ} : \overline{QC}$ ，  
則  $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 。

②



$\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AQ} : \overline{AC}$ ，  
則  $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 。

③



$\overline{PB} : \overline{AB} = \overline{QC} : \overline{AC}$ ，  
則  $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 。

#### 1 類題

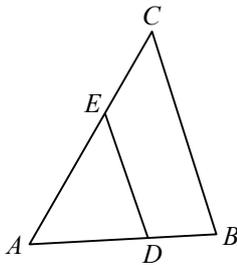
配合課本 P36  
例題 6

由比例線段判別是否平行

配合課本 P36  
隨堂練習

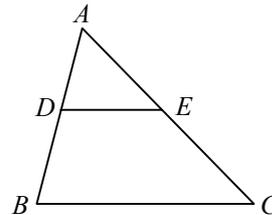
熟練

如圖， $\triangle ABC$  中，若  $\overline{AD} = 14$ ， $\overline{DB} = 8$ ，  
 $\overline{AE} = 21$ ， $\overline{EC} = 12$ ，則  $\overline{DE}$  與  $\overline{BC}$  是否平行？  
為什麼？



解

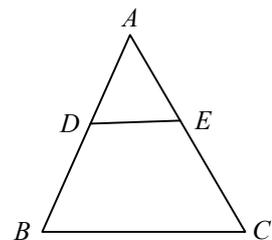
如圖， $\triangle ABC$  中，若  $\overline{AD} : \overline{AB} = 5 : 11$ ，  
 $\overline{AE} = 15$ ， $\overline{AC} = 33$ ，則  $\overline{DE}$  與  $\overline{BC}$  是否平行？  
為什麼？



解

#### 即時演練

如圖， $\triangle ABC$  中，若  $\overline{AB} = 40$ ， $\overline{DB} = 22$ ， $\overline{AC} = 42$ ， $\overline{EC} = 24$ ，  
則  $\overline{DE}$  是否平行於  $\overline{BC}$ ？為什麼？



## 4. 三角形兩邊中點連線性質

三角形的兩邊中點連線必平行於第三邊，且長度為第三邊長的一半。

### 1 類題

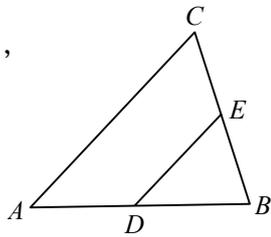
配合課本 P38  
例題 7

### 三角形兩邊中點連線性質

配合課本 P38  
隨堂練習

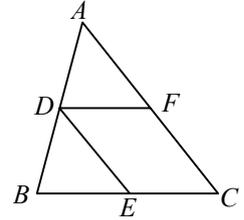
### 熟練

如圖， $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  分別為  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$  的中點，若  $\overline{DE} = 16$ ，求  $\overline{AC}$ 。



**解**

如圖， $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$ 、 $F$  分別為  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$  的中點，若  $\overline{AC} = 28$ ， $\overline{BC} = 24$ ，回答下列問題：



- (1) 四邊形  $DECF$  是否為平行四邊形？為什麼？
- (2) 四邊形  $DECF$  的周長為多少？

**解**

### 2 類題

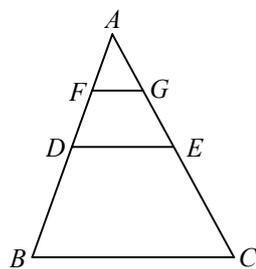
配合課本 P39  
例題 8

### 三角形兩邊中點連線性質的應用

配合課本 P39  
隨堂練習

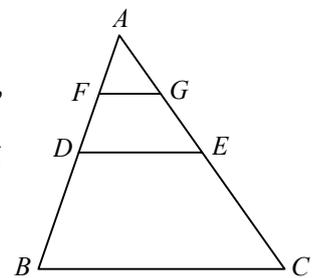
### 熟練

如圖， $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  分別為  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  的中點， $F$ 、 $G$  分別為  $\overline{AD}$ 、 $\overline{AE}$  的中點，若  $\overline{FG} = 2.5$ ，求  $\overline{DE} + \overline{BC}$ 。



**解**

如圖， $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  分別為  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  的中點， $F$ 、 $G$  分別為  $\overline{AD}$ 、 $\overline{AE}$  的中點，若  $\overline{DE} = 18$ ，求  $\overline{FG} + \overline{BC}$ 。

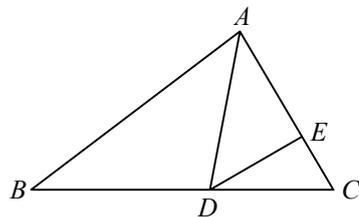


**解**

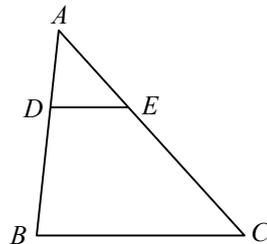
# 1-2 自我磨練

配合課本 P41~42 自我評量

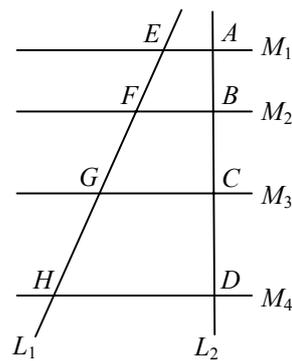
1. 如圖， $\triangle ABC$  中，若  $\overline{CE} = 8$ ， $\overline{AE} = \overline{CD} = 16$ ， $\overline{BD} = 24$ ， $\triangle ADE$  的面積是 100，求：
- (1)  $\triangle ADC$  的面積。
  - (2)  $\triangle ABC$  的面積。



2. 如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若  $\overline{AE} = 12$ ， $\overline{EC} = 20$ ， $\overline{DE} = 9$ ， $\overline{DB} = 15$ ，求  $\triangle ABC$  的周長。



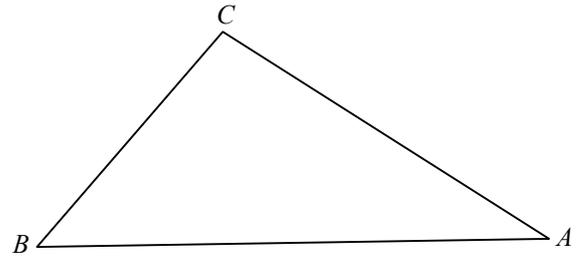
3. 如圖， $M_1$ 、 $M_2$ 、 $M_3$ 、 $M_4$  皆為直線， $M_1 \parallel M_2 \parallel M_3 \parallel M_4$ ，直線  $L_1$  與  $L_2$  為截線，若  $\overline{EF} : \overline{FG} : \overline{GH} = 3 : 5 : 7$ ， $\overline{AD} = 45$ ，求  $\overline{AC}$  和  $\overline{BD}$ 。



4. 如圖，已知 $\triangle ABC$ ，回答下列問題：

(1) 依下面的步驟利用尺規完成作圖：

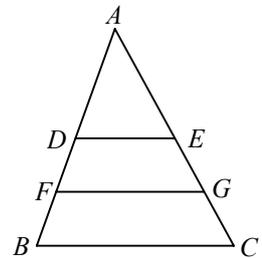
- ① 過  $A$  點作一條異於  $\overline{AB}$  的直線  $L$ 。
- ② 在  $L$  上依序取  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$  四點，  
使得  $\overline{AP_1} = \overline{P_1P_2} = \overline{P_2P_3} = \overline{P_3P_4}$ 。
- ③ 連接  $\overline{P_4B}$ 。
- ④ 過  $P_3$  作  $\overline{P_3D} \parallel \overline{P_4B}$ ，交  $\overline{AB}$  於  $D$  點。



(2) 在(1)的完成圖中，

- ①  $\overline{AP_3} : \overline{P_3P_4} = \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- ② 連接  $\overline{CD}$ ，則 $\triangle ADC$ 的面積： $\triangle BDC$ 的面積 =  $\underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 如圖， $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  分別為  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  的中點， $F$ 、 $G$  分別為  $\overline{BD}$ 、 $\overline{CE}$  的中點，若  $\overline{DE} = 12$ ，求  $\overline{FG}$ 。



## 1. 圖形的縮放

1. 一線段經過縮放後仍是線段，且縮放後的線段與原線段平行或在同一直線上。
2. 線段縮放  $k$  倍後，縮放後的線段長為原線段長的  $k$  倍。
3. 任意一個角經過  $r$  倍縮放後，其角度不變。
4. 一個多邊形進行  $r$  倍縮放後，所得的圖形稱為原多邊形的  $r$  倍縮放圖。

## 1 類題

配合課本 P45  
隨堂練習

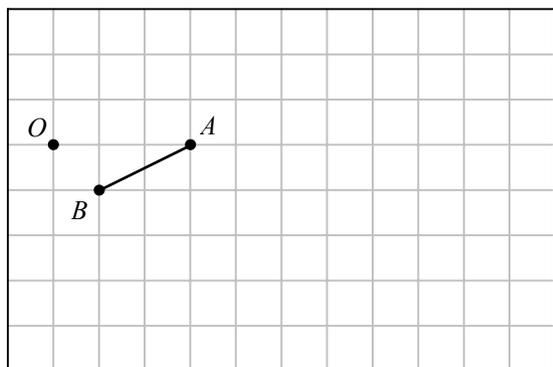
## 圖形的縮放

配合課本 P45  
隨堂練習

## 熟練

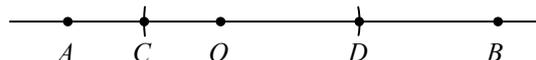
如圖， $O$  點不在  $\overline{AB}$  上，畫出以  $O$  點為中心，將  $\overline{AB}$  縮放 3 倍後的圖形。

解



如果  $O$  點在  $\overline{AB}$  上或其延長線上，則下列選項敘述何者錯誤？

(A)  $\overline{CD}$  是以  $O$  點為中心，將  $\overline{AB}$  縮放  $\frac{1}{2}$  倍後得到的圖形。



(B)  $\overline{CD}$  是以  $O$  點為中心，將  $\overline{AB}$  縮放 3 倍後得到的圖形。



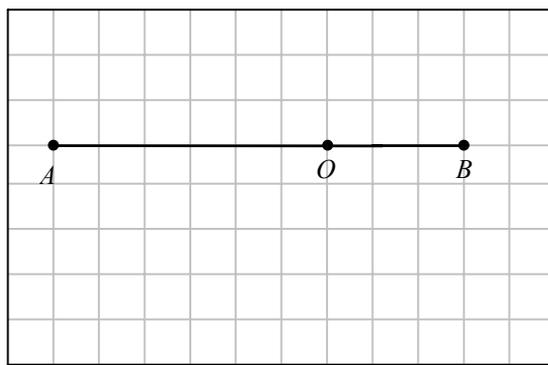
(C)  $\overline{CD}$  是以  $O$  點為中心，將  $\overline{AB}$  縮放 2 倍後得到的圖形。



解

## 即時演練

如圖， $O$  點在  $\overline{AB}$  上，畫出以  $O$  點為中心，將  $\overline{AB}$  縮放  $\frac{1}{3}$  倍後的圖形。



**2類題**配合課本 P48  
例題 1**多邊形的縮放**配合課本 P48  
隨堂練習**熟練**

有一邊長為 3 公分的正十邊形，將它縮放 2 倍後所得的縮放圖形，其邊長與每一個內角度數分別是多少？

**解**

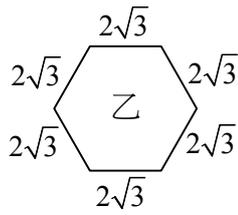
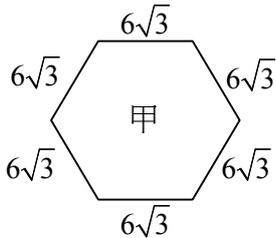
有一邊長為 10 公分的正五邊形，將它縮放  $\frac{1}{5}$  倍後所得的縮放圖形，其邊長與每一個內角度數分別是多少？

**解****2. 相似多邊形**

1. 如果兩個多邊形的對應角相等、對應邊成比例，就稱這兩個多邊形相似。
2. 如果兩個多邊形相似，它們的對應角相等、對應邊成比例。

**1類題**配合課本 P50  
例題 2**相似多邊形的判別**配合課本 P50  
隨堂練習**熟練**

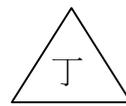
如圖，甲、乙都是正六邊形，回答下列問題，並說明理由。



- (1) 甲、乙的對應角是否相等？
- (2) 甲、乙的對應邊是否成比例？
- (3) 甲、乙是否相似？

**解**

如圖，丙是邊長為 3 的正三角形，丁是邊長為 2.5 的正三角形，回答下列問題：



- (1) 丙、丁的對應角是否相等？
- (2) 丙、丁的對應邊是否成比例？
- (3) 丙、丁是否相似？

**解**

## 2類題

配合課本 P51  
例題 3

## 相似多邊形的判別

配合課本 P51  
隨堂練習

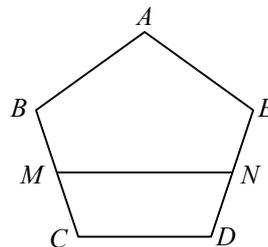
熟練

回答下列問題，並說明理由。

- (1) 兩個等腰直角三角形是否相似？
- (2) 兩個平行四邊形是否相似？

解

如圖，正五邊形  $ABCDE$  中， $M$ 、 $N$  分別為  $\overline{BC}$ 、 $\overline{DE}$  的中點，且  $\overline{MN} \parallel \overline{CD}$ ，回答下列問題：



- (1) 五邊形  $ABCDE$  與五邊形  $ABMNE$  的對應角是否相等？\_\_\_\_\_
- (2) 五邊形  $ABCDE$  與五邊形  $ABMNE$  的對應邊是否成比例？\_\_\_\_\_
- (3) 五邊形  $ABCDE$  與五邊形  $ABMNE$  是否相似？\_\_\_\_\_

## 3類題

配合課本 P52  
例題 4

## 相似多邊形的對應關係

配合課本 P52  
隨堂練習

熟練

已知五邊形  $ABCDE \sim$  五邊形  $PQRST$ ， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  的對應頂點依序為  $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 、 $S$ 、 $T$ ，若  $\overline{BC} = 27$ ， $\overline{CD} = 5x + 1$ ， $\overline{QR} = 9$ ， $\overline{RS} = 2x - 2$ ，求  $x$  的值。

解

承類題 3，若  $\angle C + \angle D = 180^\circ$ ， $\angle A : \angle B : \angle E = 3 : 4 : 5$ ，求  $\angle T$ 。

解

### 3. 三角形的相似性質

1.  $AA$  ( $AAA$ ) 相似性質：若兩個三角形的兩組（三組）對應角相等，則這兩個三角形相似。
2.  $SAS$  相似性質：若兩個三角形有一組對應角相等，且夾此等角的兩組對應邊成比例，則這兩個三角形相似。
3.  $SSS$  相似性質：若兩個三角形的三組對應邊成比例，則這兩個三角形相似。

#### 1 類題

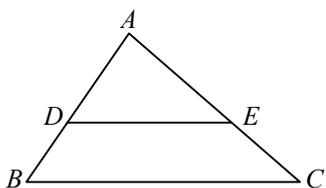
配合課本 P54  
例題 5

#### 平行線與相似三角形

配合課本 P54  
隨堂練習

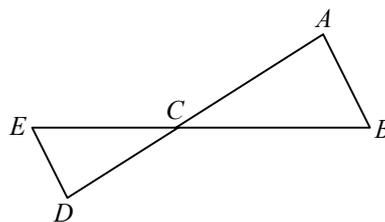
#### 熟練

如圖， $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  兩點分別在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  上， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若  $\overline{DE} = 18$ ， $\overline{BC} = 30$ ， $\triangle ABC$  的周長為 75，求  $\triangle ADE$  的周長。



解

如圖， $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ， $\overline{AD}$  與  $\overline{BE}$  交於  $C$  點，若  $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{DE} = 6$ ，求  $\overline{EC}$ 。



解

#### 2 類題

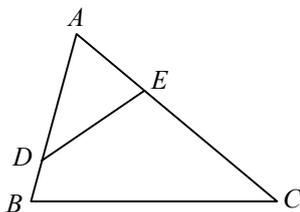
配合課本 P55  
例題 6

#### $AA$ 相似性質

配合課本 P55  
隨堂練習

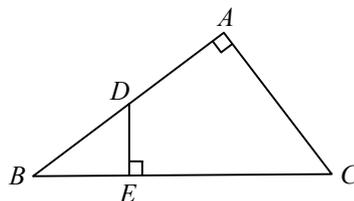
#### 熟練

如圖， $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  兩點分別在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  上， $\angle ADE = \angle C$ ，若  $\overline{AC} = 32$ ， $\overline{BC} = 30$ ， $\overline{DE} = 15$ ，求  $\overline{AD}$ 。



解

如圖， $\triangle ABC$  中， $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ ， $D$  為  $\overline{AB}$  的中點，若  $\overline{AB} = 20$ ， $\overline{BC} = 25$ ，求  $\overline{EC}$ 。



解

### 3類題

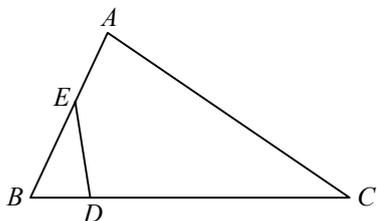
配合課本 P57  
例題 7

### SAS 相似性質

配合課本 P57  
隨堂練習

### 熟練

如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AE} = 5$ ， $\overline{BE} = 7$ ， $\overline{BD} = 4$ ， $\overline{CD} = 17$ ，回答下列問題：

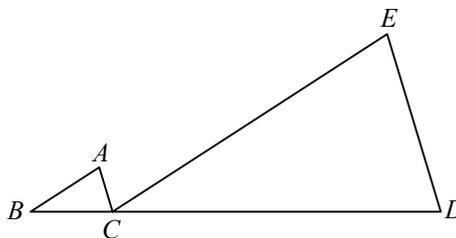


(1)  $\triangle ABC$  與  $\triangle DBE$  是否相似？為什麼？

(2) 若  $\overline{AC} = 18$ ，求  $\overline{DE}$ 。

**解**

如圖， $\triangle ABC$  和  $\triangle ECD$  中， $B$ 、 $C$ 、 $D$  三點共線， $\overline{AB} \parallel \overline{EC}$ ，若  $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 3.5$ ， $\overline{EC} = 24$ ， $\overline{CD} = 20$ ，求  $\overline{ED}$ 。



**解**

### 4類題

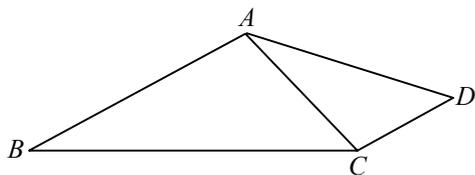
配合課本 P59  
例題 8

### SSS 相似性質

配合課本 P59  
隨堂練習

### 熟練

如圖， $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{CD} = 4$ ， $\overline{AD} = 8$ ，回答下列問題：



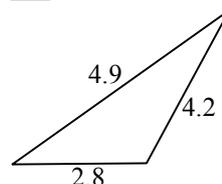
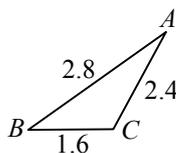
(1) 為什麼  $\triangle ABC \sim \triangle CAD$ ？

(2)  $\angle ACD$  與  $\triangle ABC$  的哪個角相等？

**解**

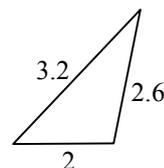
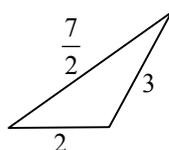
勾選出與  $\triangle ABC$  相似的三角形。

(1)



(2)

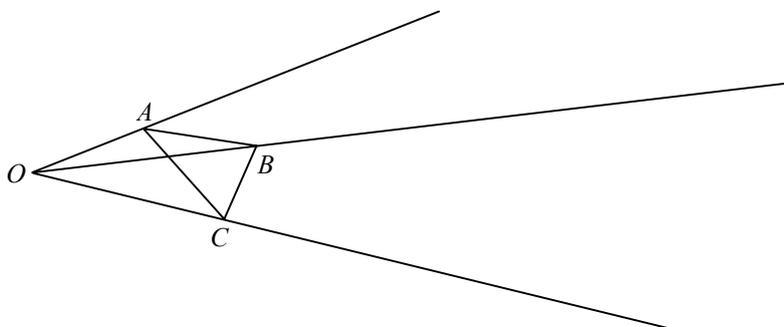
(3)



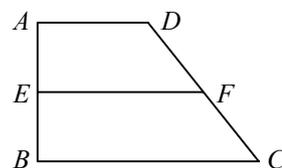
# 1-3 自我磨練

配合課本 P61~63 自我評量

1. 如圖，在  $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OC}$  上取  $D$ 、 $E$ 、 $F$  三點，使得  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，且  $\overline{AB} = \frac{1}{3} \overline{DE}$ 。  
 (只要作圖，不必寫出作法)



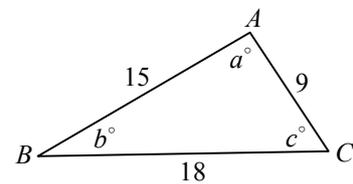
2. 如圖，四邊形  $ABCD$  為梯形， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $E$ 、 $F$  分別為  $\overline{AB}$ 、 $\overline{DC}$  的中點，已知  $\overline{AD} = 6$ ， $\overline{EF} = 9$ ，回答下列問題：
- (1) 梯形  $AEFD$  與梯形  $EBCF$  是否相似？
  - (2) 梯形  $AEFD$  與梯形  $ABCD$  是否相似？
  - (3) 梯形  $EBCF$  與梯形  $ABCD$  是否相似？



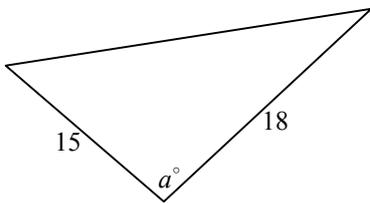
3. 已知五邊形  $ABCDE \sim$  五邊形  $PQRST$ ， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  的對應頂點依序為  $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 、 $S$ 、 $T$ ，若  $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} : \overline{DE} : \overline{EA} = 4 : 5 : 6 : 7 : 8$ ，且五邊形  $PQRST$  的周長為 180，求  $\overline{QR}$  與  $\overline{ST}$ 。

4. 已知六邊形  $ABCDEF \sim$  六邊形  $PQRSTU$ ， $A、B、C、D、E、F$  的對應頂點依序為  $P、Q、R、S、T、U$ ，若  $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D = 3 : 5 : 4 : 6$ ， $\angle E = 110^\circ$ ， $\angle F = 160^\circ$ ，求  $\angle P$  與  $\angle Q$ 。

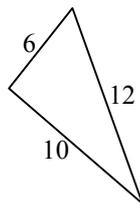
5. 下列哪些三角形與  $\triangle ABC$  相似，在  $\square$  中打「 $\checkmark$ 」，並寫出所用的相似性質：



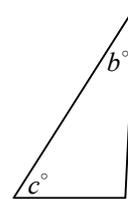
(1)  \_\_\_\_\_ 相似性質



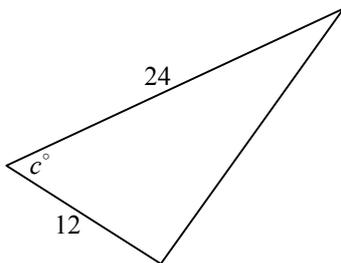
(2)  \_\_\_\_\_ 相似性質



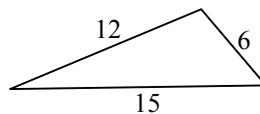
(3)  \_\_\_\_\_ 相似性質



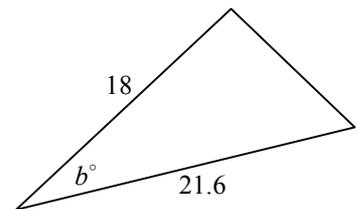
(4)  \_\_\_\_\_ 相似性質



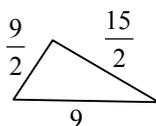
(5)  \_\_\_\_\_ 相似性質



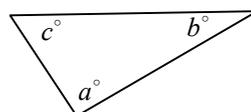
(6)  \_\_\_\_\_ 相似性質



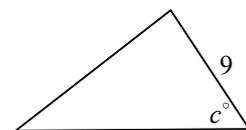
(7)  \_\_\_\_\_ 相似性質



(8)  \_\_\_\_\_ 相似性質



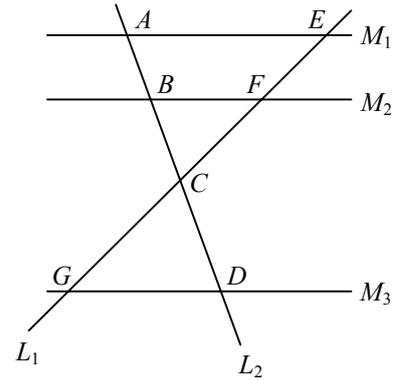
(9)  \_\_\_\_\_ 相似性質



6. 如圖， $M_1$ 、 $M_2$ 、 $M_3$  皆為直線， $M_1 \parallel M_2 \parallel M_3$ ，直線  $L_1$ 、 $L_2$  交於  $C$  點， $\overline{AC} = 21$ ， $\overline{EF} = 12$ ， $\overline{FC} = 16$ ， $\overline{CG} = 20$ ，回答下列問題：

(1) 求  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$  和  $\overline{CD}$ 。

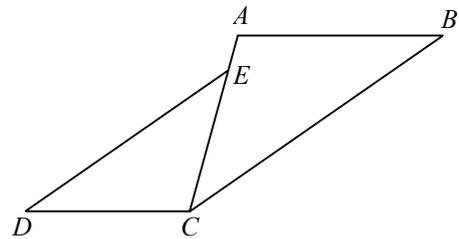
(2) 若  $\overline{BF} = 15$ ，求  $\overline{AE}$ 、 $\overline{GD}$ 。



7. 如圖， $\triangle ABC$  與  $\triangle CDE$  中， $A$ 、 $E$ 、 $C$  三點共線， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ ，回答下列問題：

(1)  $\triangle ABC$  與  $\triangle CDE$  是否相似？為什麼？

(2) 若  $\overline{AB} = 30$ ， $\overline{CD} = 24$ ， $\overline{DE} = 36$ ，求  $\overline{BC}$ 。



# 1-4

## 相似三角形的應用與三角比

### 1. 相似三角形的比例關係

兩個相似三角形，有下列關係：

(1) 對應高的比 = 對應邊長的比。

(2) 面積的比 = 對應邊長的平方比。

#### 1 類題

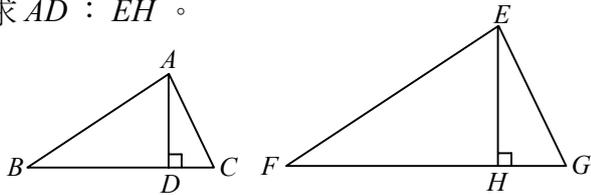
配合課本 P65  
隨堂練習

相似三角形對應高的比 = 對應邊長的比

配合課本 P65  
隨堂練習

#### 熟練

如圖， $\triangle ABC \sim \triangle EFG$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$  於  $D$  點， $\overline{EH} \perp \overline{FG}$  於  $H$  點，若  $\overline{AB} : \overline{EF} = 2 : 3$ ，求  $\overline{AD} : \overline{EH}$ 。

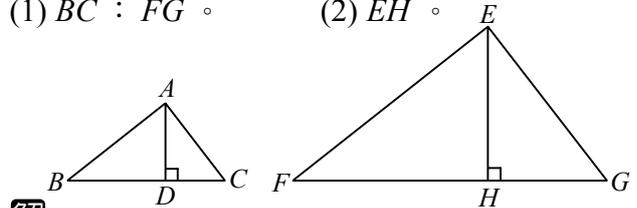


解

如圖， $\triangle ABC \sim \triangle EFG$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$  於  $D$  點， $\overline{EH} \perp \overline{FG}$  於  $H$  點，若  $\overline{AC} = 15$ ， $\overline{EG} = 30$ ， $\overline{AD} = 12$ ，求：

(1)  $\overline{BC} : \overline{FG}$ 。

(2)  $\overline{EH}$ 。



解

#### 2 類題

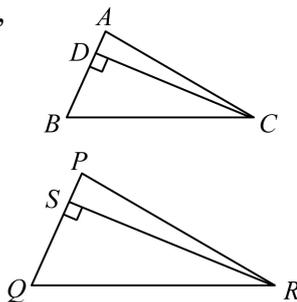
配合課本 P66  
例題 1

相似三角形面積的比 = 對應邊長的平方比

配合課本 P66  
隨堂練習

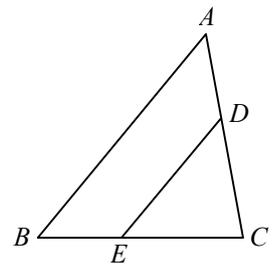
#### 熟練

如圖， $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ ， $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{RS} \perp \overline{PQ}$ ，若  $\triangle ABC$  的面積為 18， $\triangle PQR$  的面積為 30，求  $\overline{AB}^2$  與  $\overline{PQ}^2$  的比值。



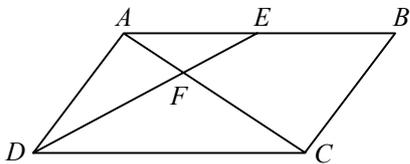
解

如圖， $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  兩點分別在  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$  上， $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ，若  $\overline{BE} = 4$ ， $\overline{EC} = 6$ ， $\triangle ABC$  的面積為 50，求  $\triangle CDE$  的面積。



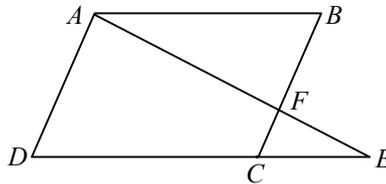
解

如圖， $\square ABCD$  中， $\overline{AE} : \overline{BE} = 1 : 1$ ， $\overline{AC}$  和  $\overline{ED}$  交於  $F$  點，求  $\triangle AEF$  與  $\triangle CDF$  的面積比。



解

如圖， $\square ABCD$  中， $E$  為  $\overline{DC}$  上的一點， $\overline{AE}$  與  $\overline{BC}$  交於  $F$  點，若  $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{CE} = 6$ ， $\triangle EDA$  的面積為 54，回答下列問題：



(1) 在  $\triangle ABF$  與  $\triangle EDA$  中，

$$\therefore \angle BAF = \underline{\hspace{2cm}}$$

(理由： $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ )，

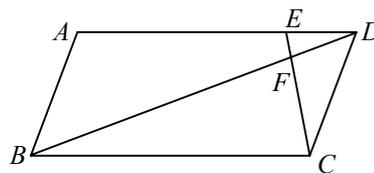
$\underline{\hspace{2cm}}$   
(理由： $\square ABCD$  對角相等)，

$\therefore \triangle ABF \sim \triangle EDA$  (\_\_\_\_\_相似性質)，

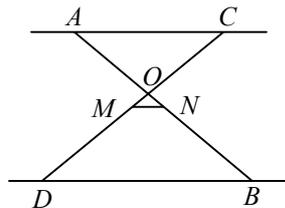
(2) 求  $\triangle ABF$  的面積。

即時演練

1. 如圖， $\square ABCD$  中， $\overline{AE} = 3\overline{DE}$ ，則  $\triangle DEF$  的面積： $\triangle CFB$  的面積 = \_\_\_\_\_。



2. 如圖， $\overline{AC} \parallel \overline{DB} \parallel \overline{MN}$ ，若  $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{MN} = 1$ ， $\overline{DB} = 7$ ，且  $\triangle AOC$  的面積為 10，則四邊形  $MNBD$  的面積為 \_\_\_\_\_。



## 2. 簡易測量

生活中無法直接求得的距離或長度，可利用相似三角形作簡易測量。

### 1 類題

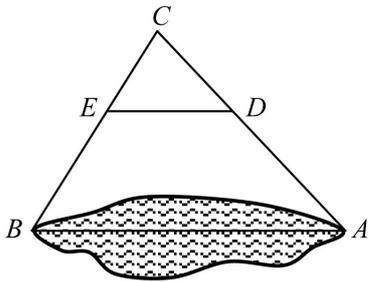
配合課本 P68  
例題 4

### 測量湖寬

配合課本 P68  
隨堂練習

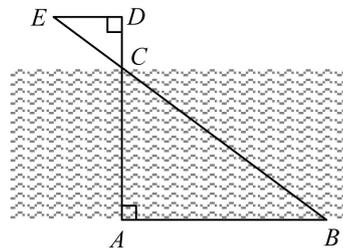
### 熟練

如圖，語非想知道  $A$ 、 $B$  兩點間的湖寬，首先在湖邊找一點  $C$ ，並測得  $\overline{CA} = 35$  公尺， $\overline{CD} = 14$  公尺， $\overline{CB} = 30$  公尺， $\overline{CE} = 12$  公尺， $\overline{DE} = 16$  公尺，求湖寬  $\overline{AB}$ 。



解

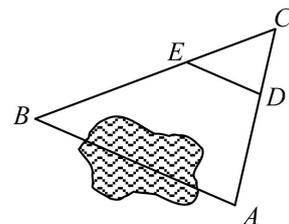
如圖，軒宇想知道一條河道的寬，因此設計直角三角形  $ABC$  及直角三角形  $DCE$ ，其中  $A$ 、 $C$ 、 $D$  三點及  $B$ 、 $C$ 、 $E$  三點分別在同一直線上，若軒宇測得  $\overline{AB} = 24$  公尺， $\overline{CD} = 6$  公尺， $\overline{DE} = 8$  公尺，求河寬  $\overline{AC}$ 。



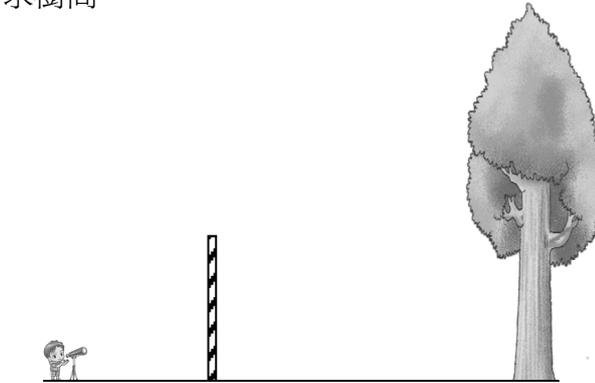
解

### 即時演練

如圖，在  $A$ 、 $B$  兩點間有一湖泊，家豪為了測量  $A$ 、 $B$  兩點間的距離，首先湖外找了一點  $C$ ，並分別在  $\overline{AC}$  與  $\overline{BC}$  上，找到  $D$ 、 $E$  兩點，測得  $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ， $\overline{CA} = 120$  公尺， $\overline{CD} = 45$  公尺， $\overline{DE} = 54$  公尺，求  $A$ 、 $B$  兩點的距離。

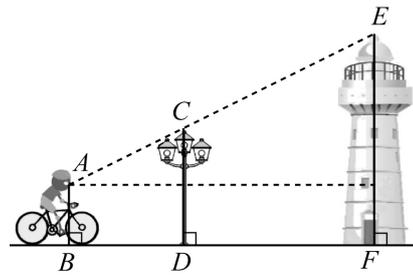


如圖，小凱想要測量樹高，他在樹前 8 公尺立了一根長 4 公尺的木棒，並從木棒後方 4 公尺的觀測點，觀察到木棒的頂端與樹梢成一直線，已知望遠鏡至地面的高度為 1 公尺，求樹高。



解

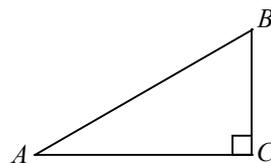
如圖，冠宇到河堤旁騎腳踏車，看見前方 8 公尺處有一座高塔  $\overline{EF}$ ，高塔和冠宇之間有一座路燈  $\overline{CD}$ ，且  $A$ 、 $C$ 、 $E$  三點恰好在同一直線上，若  $\overline{AB} = 1.6$  公尺， $\overline{CD} = 3.1$  公尺， $\overline{BD} : \overline{DF} = 3 : 5$ ，求高塔  $\overline{EF}$ 。



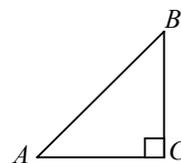
解

### 3. 特殊直角三角形的邊長比

1. 直角三角形  $ABC$  中， $\angle A=30^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$ ，  
則  $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 。



2. 直角三角形  $ABC$  中， $\angle A=\angle B=45^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$ ，  
則  $\overline{BC} : \overline{AC} : \overline{AB} = 1 : 1 : \sqrt{2}$ 。



#### 1 類題

配合課本 P71  
例題 6

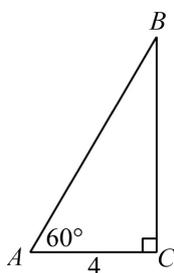
30—60—90 度三角形的三邊長

配合課本 P71  
隨堂練習

熟練

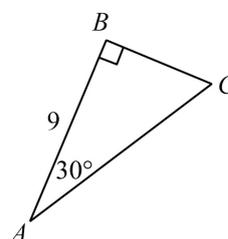
如圖，直角三角形  $ABC$  中，  
 $\angle A=60^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$ ，  
 $\overline{AC}=4$ ，求  $\overline{BC}$  和  $\overline{AB}$  的長。

解



如圖，直角三角形  $ABC$  中，  
 $\angle A=30^\circ$ ， $\angle B=90^\circ$ ，  
 $\overline{AB}=9$ ，求  $\overline{BC}$  和  $\overline{AC}$  的長。

解



#### 2 類題

配合課本 P72  
例題 7

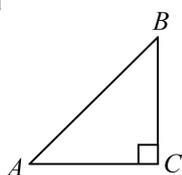
45—45—90 度三角形的三邊長

配合課本 P72  
隨堂練習

熟練

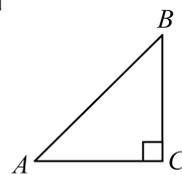
如圖，等腰直角三角形  $ABC$  中  
 $\angle A=\angle B=45^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$ ，  
 $\overline{AB}=4$ ，求  $\overline{AC}$  和  $\overline{BC}$  的長。

解



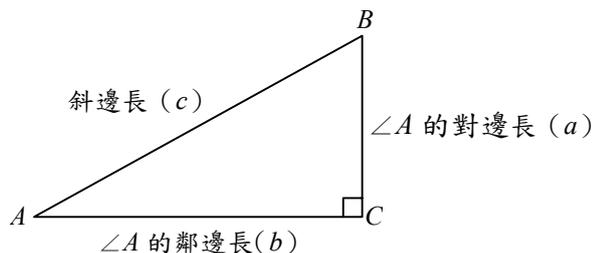
如圖，等腰直角三角形  $ABC$  中  
 $\angle A=\angle B=45^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$ ，  
 $\overline{AC}=3$ ，求  $\overline{AB}$  和  $\overline{BC}$  的長。

解



## 4. 直角三角形的三角比

如圖，在直角三角形  $ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ，



- (1)  $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}}$  記作  $\sin \angle A$ ，簡記成  $\sin A$  (讀做 sine  $A$ )，即  $\frac{a}{c} = \sin A$ 。
- (2)  $\frac{\angle A \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$  記作  $\cos \angle A$ ，簡記成  $\cos A$  (讀做 cosine  $A$ )，即  $\frac{b}{c} = \cos A$ 。
- (3)  $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}}$  記作  $\tan \angle A$ ，簡記成  $\tan A$  (讀做 tangent  $A$ )，即  $\frac{a}{b} = \tan A$ 。

### 1 類題

配合課本 P75  
例題 8

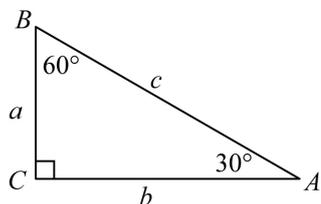
### 特殊角的三角比

配合課本 P75  
隨堂練習

### 熟練

如圖，在  $\triangle ABC$  中， $\angle A=30^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$ ，若  $\overline{BC}=a$ 、 $\overline{AC}=b$ 、 $\overline{AB}=c$ ，

求  $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}}$ 、 $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}}$ 。



**解**

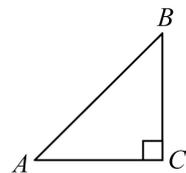
承類題 1，求  $\frac{\angle A \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}}$ 。

**解**

### 即時演練

如圖，在  $\triangle ABC$  中， $\angle A=\angle B=45^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$ ，

若  $\overline{BC}=a$ 、 $\overline{AC}=b$ 、 $\overline{AB}=c$ ，則  $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



## 2類題

配合課本 P77  
例題 9

## 直角三角形的三角比

配合課本 P77  
隨堂練習

## 熟練

如圖， $\triangle ABC$  為直角三角形， $\angle C=90^\circ$ ，  
且  $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC} = 25 : 24 : 7$ ，  
將下列  $\triangle ABC$  各邊長的比值，分別以  
 $\sin A$ 、 $\cos A$ 、 $\tan A$  表示。

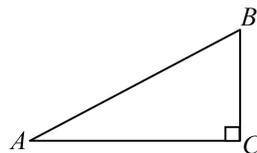
- (1)  $\frac{7}{25}$       (2)  $\frac{24}{25}$       (3)  $\frac{7}{24}$



解

如圖， $\triangle ABC$  為直角三角形， $\angle C=90^\circ$ ，  
且  $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC} = 17 : 15 : 8$ ，  
將下列  $\triangle ABC$  各邊長的比值，分別以  
 $\sin B$ 、 $\cos B$ 、 $\tan B$  表示。

- (1)  $\frac{15}{8}$       (2)  $\frac{15}{17}$       (3)  $\frac{8}{17}$



解

## 3類題

配合課本 P78  
例題 10

## 坡度百分比

配合課本 P78  
隨堂練習

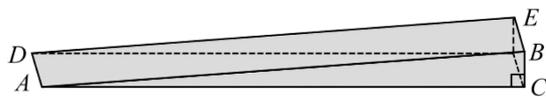
## 熟練

已知坡度百分比 =  $\frac{\text{鉛直上升高度}}{\text{水平移動距離}} \times 100\%$ ，

威利在跑步機上設定 8% 的坡度跑 1 小時，  
若所跑的水平移動距離為 3000 公尺，則相  
當於鉛直上升多少公尺？

解

如圖，健康遊戲場滑板坡道的坡度百分比為  
10%，已知此坡道的水平距離  $\overline{AC}$  為 30 公尺，  
則其鉛直高度  $\overline{BC}$  為多少公尺？

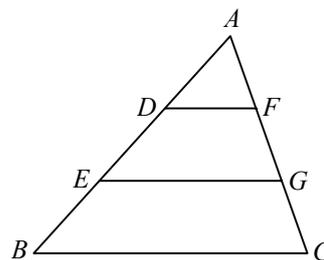


解

## 1-4 自我磨練

配合課本 P81~83 自我評量

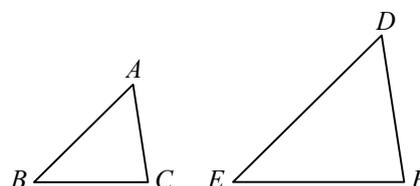
1. 如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EB}$ ， $\overline{AF} = \overline{FG} = \overline{GC}$ ，若 $\triangle ABC$ 的面積為 90，求 $\triangle ADF$ 的面積。



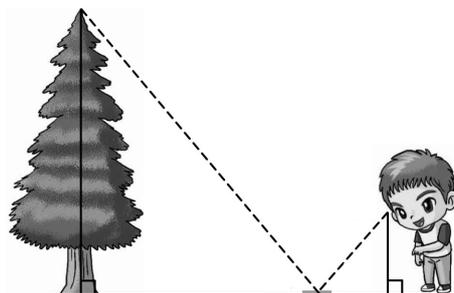
2. 如圖，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 的對應頂點為 $D$ 、 $E$ 、 $F$ ，若 $\triangle ABC$ 的周長為 30， $\triangle DEF$ 的周長為 45，求：

(1)  $\overline{BC} : \overline{EF}$ 。

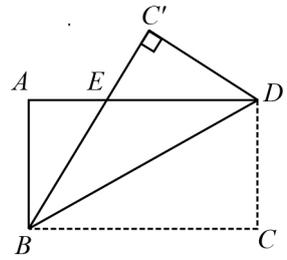
(2)  $\triangle ABC$ 的面積： $\triangle DEF$ 的面積。



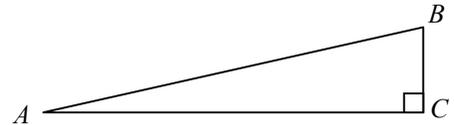
3. 如圖，小博在地上放了一面鏡子，透過鏡子的反射（入射角等於反射角），他可以看見樹梢。已知小博與鏡子的距離 1.4 公尺，鏡子與樹的距離是 3.5 公尺，小博眼睛離地面的高度是 1.6 公尺，求樹高。



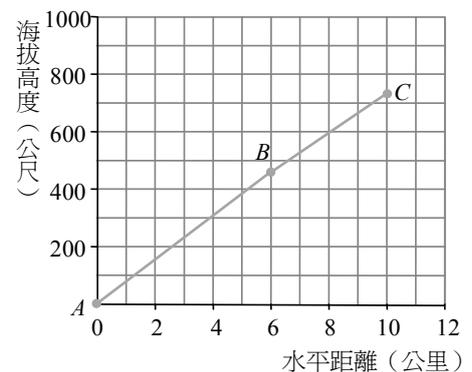
4. 長方形  $ABCD$  中， $\overline{AB} = 3\sqrt{3}$ ， $\angle BDC = 60^\circ$ ，沿著  $\overline{BD}$ ，將  $C$  點摺至  $C'$  點，且  $\overline{BC'}$  交  $\overline{AD}$  於  $E$  點，求：
- (1)  $\angle EDC'$ 。
- (2)  $\overline{EC'}$  的長。



5. 如圖， $\triangle ABC$  為直角三角形， $\angle C = 90^\circ$ ，且  $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC} = 41 : 40 : 9$ ，將下列  $\triangle ABC$  各邊長的比值，分別以  $\sin A$ 、 $\cos A$ 、 $\tan A$  表示。
- (1)  $\frac{40}{41}$       (2)  $\frac{9}{41}$       (3)  $\frac{9}{40}$



6. 已知坡度 =  $\frac{\text{鉛直上升高度}}{\text{水平移動距離}} \times 100\%$ ， $A$ 、 $B$ 、 $C$  三地的海拔高度與水平距離的關係如右圖。若  $A$  地到  $B$  地的海拔高度持續上升，坡度為  $8\%$ ； $B$  地到  $C$  地的海拔高度仍持續上升，坡度為  $6\%$ ，則  $C$  地的海拔高度為多少公尺？





### 1. 圓、圓弧長與扇形

- 弦：圓周上任意兩點連接所成的線段。
- 弧：一弦將圓周分成兩部分，兩部分都稱為弧。其中，小於半圓的弧稱為劣弧，大於半圓的弧稱為優弧。
- 弓形：圓上一弦與其所對的弧所圍成的圖形。
- 圓心角：扇形中兩個半徑的夾角。
- 扇形：圓的兩條半徑及所夾之弧所圍成的圖形。
- 扇形面積：圓心角為  $x$  度，半徑為  $r$  的扇形面積為  $\pi r^2 \times \frac{x}{360}$ 。
- 扇形弧長：圓心角為  $x$  度，半徑為  $r$  的扇形弧長為  $2\pi r \times \frac{x}{360}$ 。

#### 1 類題

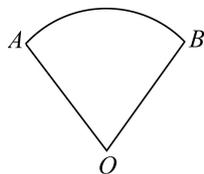
配合課本 P94  
例題 1

#### 扇形圓心角和面積

配合課本 P94  
隨堂練習

#### 熟練

如圖，扇形  $AOB$  中，已知  $\overline{OA} = 5$  公分，且  $\widehat{AB}$  的長為  $2\pi$ ，求：



- $\angle AOB$ 。
- 扇形  $AOB$  的面積。

**解**

有一個扇形，其直徑為 12 公分，弧長為  $4\pi$  公分，求：

- 此扇形的圓心角。
- 此扇形的面積。

**解**

#### 2 類題

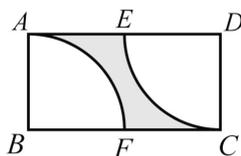
配合課本 P95  
例題 2

#### 扇形的應用

配合課本 P95  
隨堂練習

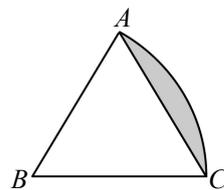
#### 熟練

如圖，長方形  $ABCD$  中， $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{BC} = 4$ ，且  $ABF$  與  $CDE$  皆為扇形，求灰色區域面積。



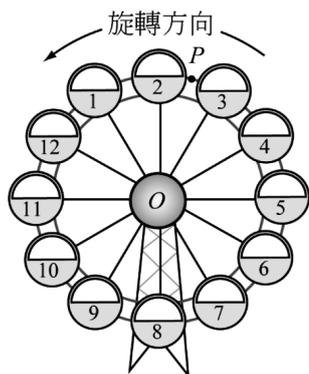
**解**

如圖，正三角形  $ABC$  的邊長為 12，以  $B$  點為圓心， $\overline{AB}$  為半徑畫  $\widehat{AC}$ ，求灰色區域面積。



**解**

如圖，摩天輪以  $O$  為圓心，半徑  $\overline{OP} = 16$  公尺。若以等間隔的方式設置 12 個車廂，車廂依順時針方向分別編號為 1 號到 12 號，且運行時以逆時針方向等速旋轉。目前 2 號車廂在最高點，則第一次 5 號車廂達到最高點時， $P$  點所掃過的弧長為多少公尺？



解

承類題 3，若環繞一圈為 10 分鐘，則  $P$  點每分鐘所掃過的弧長是多少公尺？

解

## 2. 點與圓的位置關係

一個點和圓的位置關係有下列三種：

點與圓的位置關係	在圓內	在圓上	在圓外
圖示			
點到圓心的距離	小於半徑 ( $\overline{OA} < r$ )	等於半徑 ( $\overline{OB} = r$ )	大於半徑 ( $\overline{OC} > r$ )

# 1 類題

配合課本 P97  
隨堂練習

## 點與圓的位置關係

配合課本 P97  
隨堂練習

### 熟練

已知圓  $O$  半徑為 4，且  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點與圓心  $O$  的距離分別為 2、4、8，判別  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點與圓  $O$  的位置關係：

(填入  $A$ 、 $B$  或  $C$ )

- (1) 在圓內的是\_\_\_\_\_點。
- (2) 在圓上的是\_\_\_\_\_點。
- (3) 在圓外的是\_\_\_\_\_點。

已知圓  $O$  直徑為 12，且  $D$ 、 $E$ 、 $F$  三點與圓心  $O$  的距離分別為 9、6、5，判別  $D$ 、 $E$ 、 $F$  三點與圓  $O$  的位置關係：

(填入  $D$ 、 $E$  或  $F$ )

- (1) 在圓內的是\_\_\_\_\_點。
- (2) 在圓上的是\_\_\_\_\_點。
- (3) 在圓外的是\_\_\_\_\_點。

# 2 類題

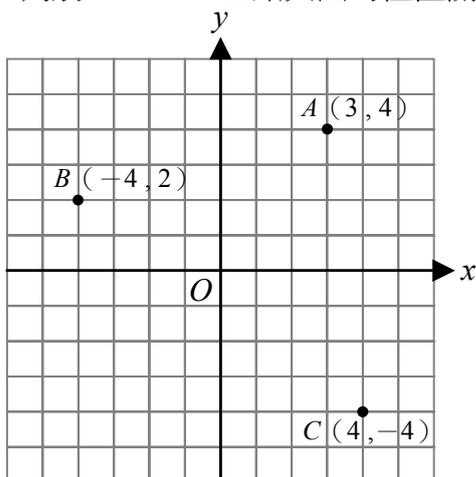
配合課本 P98  
例題 4

## 點與圓的位置關係

配合課本 P98  
隨堂練習

### 熟練

如圖，坐標平面上三點  $A(3, 4)$ 、 $B(-4, 2)$ 、 $C(4, -4)$ ，若以原點  $O$  為圓心，半徑為 5 畫圓，判別  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點與圓的位置關係。



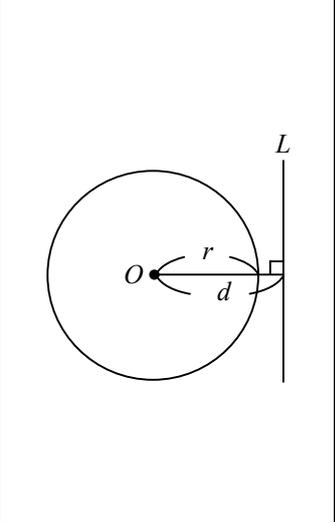
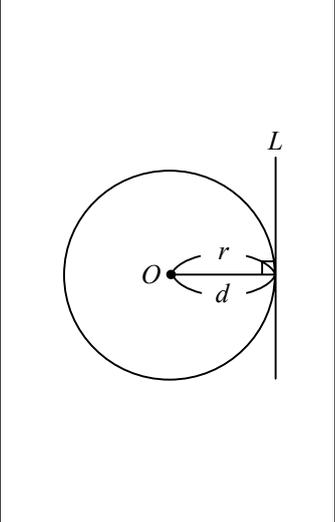
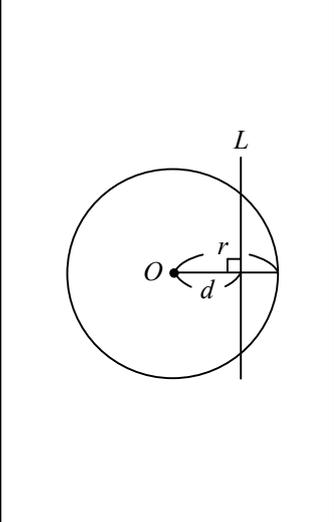
**解**

在坐標平面上， $A(6, -4)$  在圓  $O$  外， $B(-5, 4)$  在圓  $O$  內，且圓  $O$  的圓心為原點，若半徑為整數，求圓  $O$  的半徑。

**解**

### 3. 直線與圓的位置關係

1. 在平面上，一個圓與一條直線的位置關係有三種情形，其中以  $r$  為圓  $O$  的半徑， $d$  表示圓心到直線  $L$  的距離。

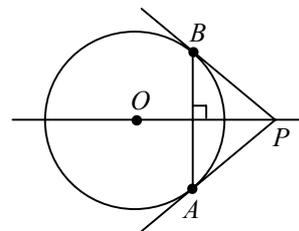
圖示			
圓心到直線的距離	大於半徑 ( $d > r$ )	等於半徑 ( $d = r$ )	小於半徑 ( $d < r$ )
直線與圓的位置關係	不相交 (直線 $L$ 與圓 $O$ 的交點數為 0)	交於一點 (直線是圓的切線)	交於兩點 (直線是圓的割線)

2. 如圖， $\overline{PA}$ 、 $\overline{PB}$  為圓  $O$  的兩條切線， $A$ 、 $B$  為切點，則：

(1) 過圓外一點  $P$  的兩切線段長相等，即  $\overline{PA} = \overline{PB}$ 。

(2)  $\angle APO = \angle BPO$ ，即  $\overline{OP}$  平分  $\angle APB$ 。

(3)  $\overline{OP}$  垂直平分  $\overline{AB}$ 。



3. 弦與弦心距的性質：

(1) 弦的中垂線會通過圓心；通過圓心與弦垂直的直線會平分此弦。

(2) 在同圓或等圓中，若弦心距相等，則所對應的弦等長；  
若弦等長，則所對應的弦心距相等。

(3) 在同圓或等圓中，若弦心距愈長，則所對應的弦愈短；  
若弦愈短，則所對應的弦心距愈長。

1 類題

配合課本 P100  
隨堂練習

直線與圓的位置關係

配合課本 P100  
隨堂練習

熟練

設有一圓  $O$ ， $L_1$ 、 $L_2$  和  $L_3$  三條直線與圓  $O$  的交點數分別是 0 個、1 個和 2 個，則切線和割線分別是哪一條？

解

圓  $O$  的直徑為 16，若圓心到三條直線  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  的距離分別為 16、8、4，則切線和割線分別是哪一條？

解

即時演練

已知圓  $O$  的半徑為 6，且  $L_1$  為圓  $O$  的割線，則圓心到  $L_1$  的距離可能為下列何者？

- (A) 3      (B) 6      (C) 8      (D) 12

2 類題

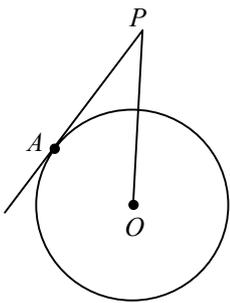
配合課本 P101  
例題 5

求切線段長

配合課本 P101  
隨堂練習

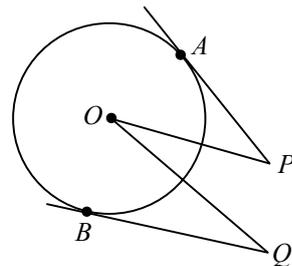
熟練

如圖， $\overrightarrow{PA}$  與圓  $O$  切於  $A$  點，已知圓  $O$  的半徑為 6， $\overline{PA} = 10$ ，求  $\overline{PO}$ 。



解

如圖， $\overrightarrow{PA}$  與圓  $O$  切於  $A$  點， $\overrightarrow{QB}$  與圓  $O$  切於  $B$  點，已知  $\overline{PA} = 8$ ， $\overline{PO} = 10$ ， $\overline{OQ} = 12$ ，求  $\overline{BQ}$ 。



解

### 3類題

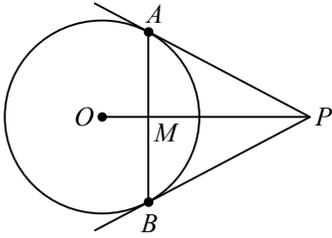
配合課本 P103  
例題 6

### 過圓外一點的切線應用

配合課本 P103  
隨堂練習

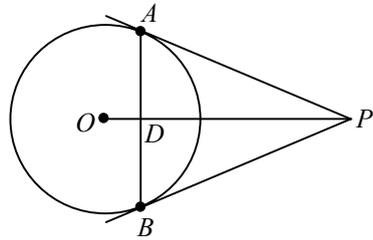
### 熟練

如圖， $\vec{PA}$ 、 $\vec{PB}$ 切圓  $O$  於  $A$ 、 $B$  兩點， $\overline{OP}$  與  $\overline{AB}$  交於  $M$  點，若  $\overline{OP} = 17$ ， $\overline{AP} = 15$ ，求  $\overline{AB}$ 。



解

如圖， $\vec{PA}$ 、 $\vec{PB}$ 切圓  $O$  於  $A$ 、 $B$  兩點， $\overline{OP}$  與  $\overline{AB}$  相交於  $D$  點，若圓  $O$  的半徑為 5， $\overline{AP} = 12$ ，求  $\overline{AB}$ 。



解

### 4類題

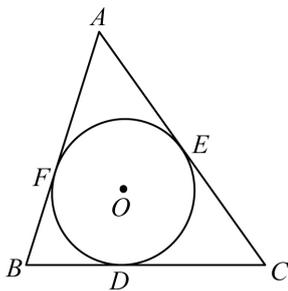
配合課本 P104  
例題 7

### 切線段的應用

配合課本 P104  
隨堂練習

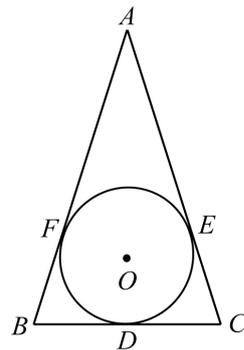
### 熟練

如圖， $\triangle ABC$  三邊分別與圓  $O$  相切於  $D$ 、 $E$ 、 $F$  三點，已知  $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 7$ ，求  $\overline{AF}$ 。



解

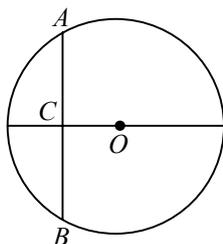
如圖， $\triangle ABC$  三邊分別與圓  $O$  相切於  $D$ 、 $E$ 、 $F$  三點，已知  $\overline{AB} = \overline{AC} = 17$ ， $\overline{BC} = 10$ ，求  $\overline{BD}$ 。



解

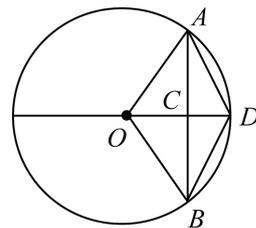
如圖， $\overline{AB}$  為圓  $O$  的一弦，若  $\overline{AB} = 12$ ，圓  $O$  的半徑為 8，求弦心距  $\overline{OC}$ 。

解



如圖， $\overline{AB}$  為圓  $O$  的一弦，若  $\overline{AB}$  的弦心距為 3，圓  $O$  的半徑為 5，求  $\overline{AD}$ 。

解



### 即時演練

1. 已知圓  $O$  的半徑為 10， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  分別為圓  $O$  上的兩弦， $\overline{OM}$ 、 $\overline{ON}$  分別為  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  的弦心距，若  $\overline{OM} = 6$ ， $\overline{ON} = 8$ ，比較  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  的大小關係。

2. 圓  $O$  與圓  $O'$  為半徑相等的兩圓， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  分別為圓  $O$ 、圓  $O'$  上的兩弦， $\overline{OM}$  為  $\overline{AB}$  的弦心距， $\overline{O'N}$  為  $\overline{CD}$  的弦心距，回答下列問題，並填入  $>$ 、 $=$ 、 $<$ ：

(1) 若  $\overline{OM} = 8$ ， $\overline{O'N} = 8$ ，則  $\overline{AB}$  \_\_\_\_\_  $\overline{CD}$ 。

(2) 若  $\overline{OM} = 8$ ， $\overline{O'N} = 5$ ，則  $\overline{AB}$  \_\_\_\_\_  $\overline{CD}$ 。

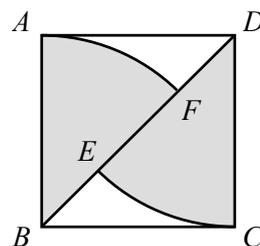
(3) 若  $\overline{AB} = 14$ ， $\overline{CD} = 14$ ，則  $\overline{OM}$  \_\_\_\_\_  $\overline{O'N}$ 。

(4) 若  $\overline{AB} = 14$ ， $\overline{CD} = 18$ ，則  $\overline{OM}$  \_\_\_\_\_  $\overline{O'N}$ 。

## 2-1 自我磨練

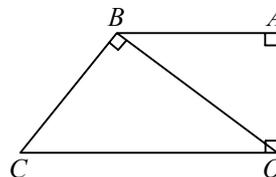
配合課本 P111~113 自我評量

1. 如圖， $ABCD$  為邊長 8 公分的正方形，且  $ABF$  與  $CDE$  皆為扇形，求灰色區域面積。



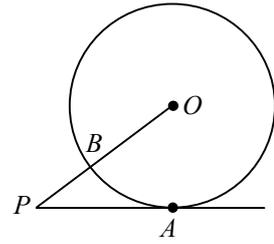
2. 如圖，四邊形  $OABC$  中， $\angle A = \angle AOC = \angle CBO = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = \overline{BC} = 8$ ， $\overline{AO} = 6$ ，回答下列問題：

- (1) 求  $\overline{OC}$ 。
- (2) 若以  $O$  為圓心，10 為半徑畫圓，則  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點會分別落在圓內、圓上或圓外？

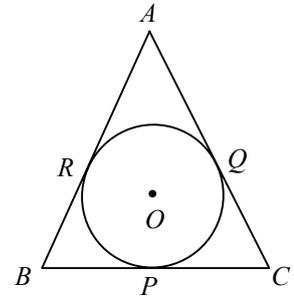


3. 若圓  $O$  的直徑為 12，圓心到三條直線  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  的距離分別為 8、6、5，回答下列問題：
- (1) 這三條直線當中，哪一條是切線？哪一條是割線？
  - (2) 已知直線  $K$  與圓交於兩點，且  $K \parallel L_1$ ，直線  $K$  和直線  $L_1$  的距離為 5，求圓心到直線  $K$  的距離。

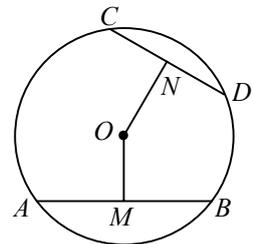
4. 如圖， $\overline{PA}$  與圓  $O$  切於  $A$  點，若  $\overline{PB} = 6$ ， $\overline{PA} = 12$ ，求圓  $O$  的半徑。



5. 如圖，等腰三角形  $ABC$  與圓  $O$  相切於  $P$ 、 $Q$ 、 $R$  三點，已知  $\overline{AB} = \overline{AC} = 7$ ， $\overline{BC} = 4$ ，求  $\overline{CP}$ 。



6. 如圖， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  分別為圓  $O$  的兩弦， $\overline{OM}$ 、 $\overline{ON}$  分別為  $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  的弦心距，若  $\overline{AB} = 16$ ， $\overline{CD} = 12$ ， $\overline{AB}$  的弦心距為 6，求  $\overline{CD}$  的弦心距。



## 1. 圓心角與弧的度數

1. 弧的度數就是該弧所對圓心角的度數。
2. 在同圓或等圓中，度數相等的兩弧等長；若兩弧等長，則它們所對的圓心角也相等。
3. 在同圓或等圓中，若兩圓心角相等，則它們所對的弦等長；  
若兩弦等長，則它們所對的圓心角相等。
4. 在同圓或等圓中，若兩弧的度數相等，則它們所對的弦等長；  
若兩弦等長，則它們所對的弧度數相等。

## 1 類題

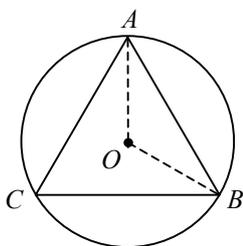
配合課本 P116  
例題 1

## 弧的度數

配合課本 P116  
隨堂練習

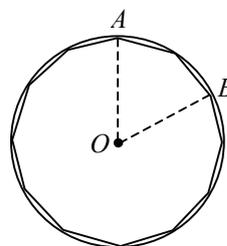
## 熟練

如圖，正三角形  $ABC$  的頂點均在圓  $O$  上，求  $\widehat{AB}$  的度數。



解

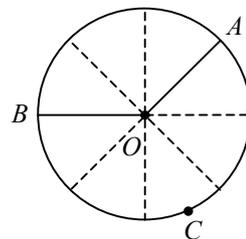
如圖，有一正十二邊形的所有頂點均在圓  $O$  上，求  $\widehat{AB}$  的度數。



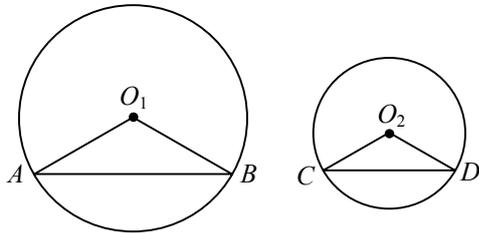
解

## 即時演練

如圖，將一圓分成 8 等分，求  $\widehat{ACB}$  的度數。



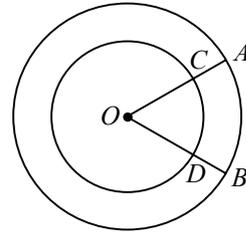
如圖，圓  $O_1$  的半徑為 6、圓  $O_2$  的半徑為 4，若  $\angle AO_1B = \angle CO_2D = 120^\circ$ ，求：



- (1)  $\widehat{AB}$  的長度： $\widehat{CD}$  的長度。  
 (2)  $\overline{AB} : \overline{CD}$ 。

解

如圖，兩同心圓中，已知  $\widehat{AB}$  的長度為  $6\pi$ ， $\widehat{CD}$  的長度為  $4\pi$ ，大圓的半徑為 18，求小圓的半徑。



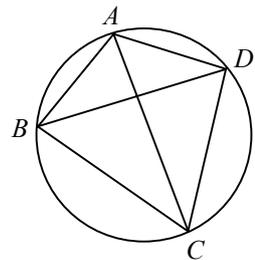
解

## 2. 圓周角及其所對的弧

- 一弧所對的圓周角度數等於該弧度數的一半，也是該弧所對圓心角度數的一半。
- 同一個圓中，一弧所對的所有圓周角的度數都相等。
- 半圓所對的圓周角是直角。
- 若兩條直線平行，則此兩條平行線在圓上所截出的兩弧度數相等。

### 即時演練

如圖， $\widehat{CD}$  所對的圓周角有哪些？



1 類題

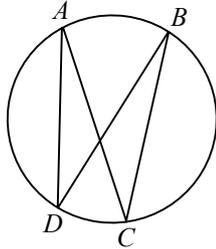
配合課本 P120  
例題 3

由弧的度數求圓周角

配合課本 P120  
隨堂練習

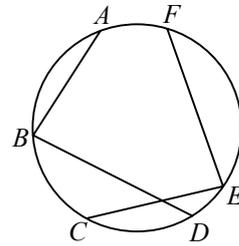
熟練

如圖，已知  $\widehat{AB}$  的長是圓周長的  $\frac{1}{6}$ ，求  $\angle ACB$  與  $\angle ADB$ 。



解

如圖， $A, B, C, D, E, F$  為圓上六個點，已知  $\widehat{AF} = 38^\circ$ ， $\widehat{CD} = 62^\circ$ ，則  $\angle B + \angle E = ?$



解

2 類題

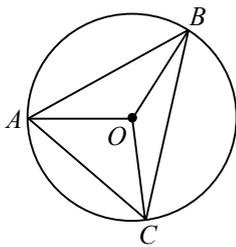
配合課本 P121  
例題 4

由圓周角求弧的度數

配合課本 P121  
隨堂練習

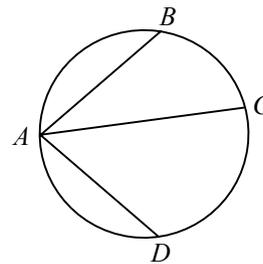
熟練

如圖， $\triangle ABC$  的頂點均在圓  $O$  上，已知  $\angle ACB = 60^\circ$ ， $\angle ABC = 50^\circ$ ，求  $\widehat{AB}$  與  $\widehat{BC}$ 。



解

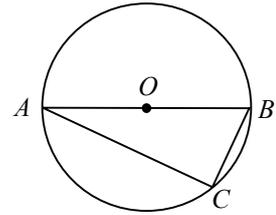
如圖， $A, B, C, D$  為圓上四個點，已知  $\angle BAC = 35^\circ$ ， $\widehat{BCD} = 170^\circ$ ，求  $\widehat{CD}$ 。



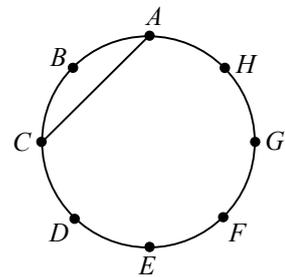
解

▶▶ 即時演練

1. 如圖， $\overline{AB}$  為圓  $O$  的直徑，已知  $\angle ABC = 65^\circ$ ，求  $\widehat{BC}$ 。



2. 如圖， $A, B, C, D, E, F, G, H$  為圓上八個等分點，請作出所有以  $\overline{AC}$  為一邊，且頂點皆在圓上的直角三角形。



3 類題

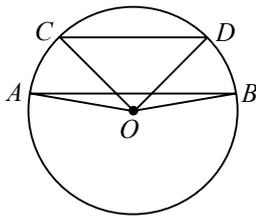
配合課本 P123  
例題 5

平行線截等弧

配合課本 P123  
隨堂練習

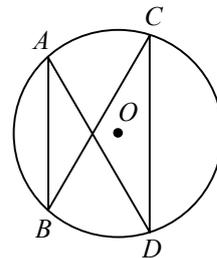
熟練

如圖， $A, B, C, D$  為圓上四點，已知  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，說明  $\angle AOC = \angle BOD$ 。



解

如圖， $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$  為圓  $O$  的兩弦，若  $\angle BCD = \angle ADC$ ， $\angle BAD = 30^\circ$ ，求  $\angle ABC$ 。



解

### 3. 圓內接四邊形

圓內接四邊形對角互補。

#### 1 類題

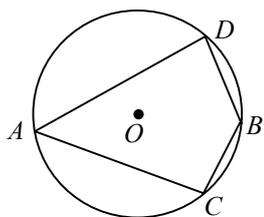
配合課本 P124  
例題 6

#### 圓內接四邊形對角互補

配合課本 P125  
隨堂練習

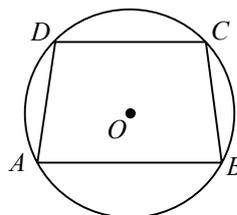
#### 熟練

如圖，四邊形  $ACBD$  為圓  $O$  的內接四邊形，  
已知  $\angle D = 80^\circ$ ， $\angle A = \frac{1}{2} \angle C$ ，求  $\angle B$ 。



解

如圖，四邊形  $ABCD$  為圓  $O$  的內接四邊形，  
已知  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\angle A = 80^\circ$ ，求  $\angle C$  和  $\angle D$ 。



解

#### 2 類題

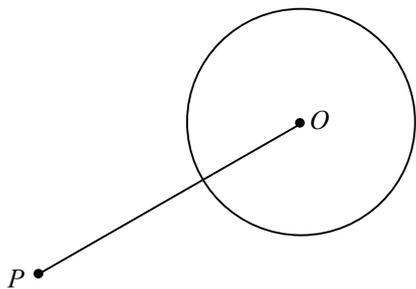
配合課本 P127  
例題 7

#### 過圓外一點作圓的切線

配合課本 P127  
隨堂練習

#### 熟練

如圖， $P$  為圓  $O$  外的一點，利用尺規作圖，  
畫出通過  $P$  點且與圓  $O$  相切的直線。

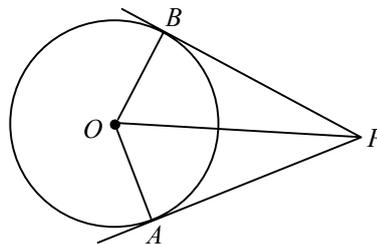


解

如圖， $\overline{PA}$ 、 $\overline{PB}$  是  $P$  點到圓  $O$  的兩條切線，  
已知圓  $O$  的半徑長為  $2\sqrt{3}$ ， $\overline{OP} = 4\sqrt{3}$ ，  
 $\widehat{AB} = 120^\circ$ ，求：

- (1)  $\angle AOB$ 。
- (2) 切線長  $\overline{PB}$ 。

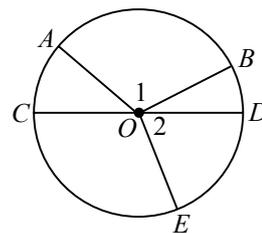
解



## 2-2 自我磨練

配合課本 P129~131 自我評量

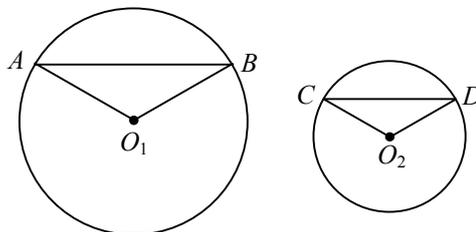
1. 如圖， $\overline{CD}$  為圓  $O$  的直徑，已知  $\widehat{AB} = 125^\circ$ ， $\widehat{CE} = 108^\circ$ ，求  $\angle 1$  和  $\angle 2$ 。



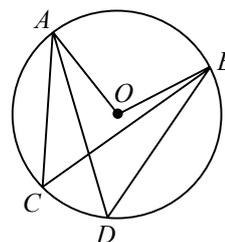
2. 如圖，圓  $O_1$  的半徑為 10、圓  $O_2$  的半徑為 6，若  $\angle AO_1B = \angle CO_2D$ ，回答下列問題：

(1)  $\widehat{AB}$  的長度： $\widehat{CD}$  的長度。

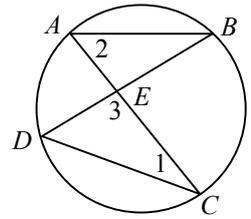
(2)  $\overline{AB} : \overline{CD}$ 。



3. 如圖，若  $\widehat{AB}$  的長度為圓  $O$  周長的  $\frac{5}{18}$ ，求  $\angle AOB$ 、 $\angle C$  和  $\angle D$ 。

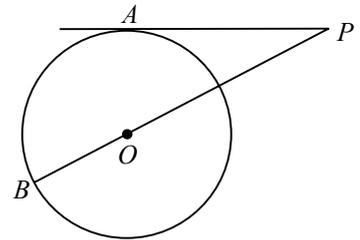


4. 如圖， $\overline{AC}$  與  $\overline{BD}$  兩弦相交於圓內一點  $E$ ，若  $\angle ABD = 30^\circ$ ， $\widehat{BC} = 100^\circ$ ，求  $\angle 1$ 、 $\angle 2$  及  $\angle 3$ 。

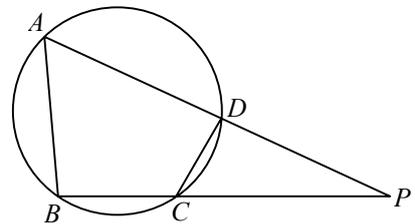


5. 如圖， $\overrightarrow{PA}$  與圓  $O$  切於  $A$  點，圓心在  $\overline{BP}$  上，回答下列問題：

- (1) 在  $\overline{BP}$  上找到一點  $C$ ，使得  $\angle PAC$  為銳角。
- (2) 在  $\overline{BP}$  上找到一點  $D$ ，使得  $\angle PAD$  為直角。
- (3) 在  $\overline{BP}$  上找到一點  $E$ ，使得  $\angle PAE$  為鈍角。



6. 如圖，四邊形  $ABCD$  為圓內接四邊形， $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$  交於  $P$  點，若  $\angle BAD = 60^\circ$ ， $\angle CPD = 25^\circ$ ，求  $\angle PDC$ 。



# 3-1

## 推理證明

### 1. 幾何證明

1. 在解題完成後，嘗試說明每個步驟的合理性，這個說明的過程就是證明。
2. 推理與證明：(1) 將「題目所給的條件」寫在「已知」。  
(2) 將「要說明的結論」寫在「求證」。  
(3) 將「推導或說明的過程」寫在「證明」。
3. 推理證明的思考與分析，可先從「結論」推論到「題目所給的條件」，但在寫作推理的過程中，則是依據分析的結果，由「題目所給的條件」逐步推理至「結論」。



#### 1 類題

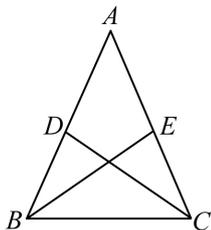
配合課本 P140  
例題 1

等腰三角形兩底角上的角平分線等長

配合課本 P141  
隨堂練習

#### 熟練

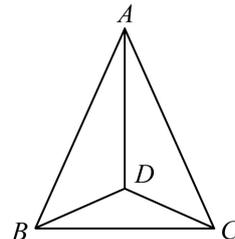
**已知** 如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，  
 $\overline{BE}$  平分  $\angle ABC$ ， $\overline{CD}$  平分  $\angle ACB$ 。



**求證**  $\overline{BE} = \overline{CD}$ 。

**證明**

**已知** 如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，  
 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 。

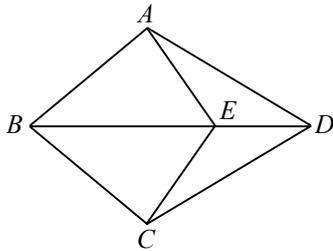


**求證**  $\angle BAD = \angle CAD$ 。

**證明** 在  $\triangle ABD$  與  $\triangle ACD$  中，  
 $\because \overline{AB} = \overline{AC}$ （已知），  
 \_\_\_\_\_（已知），  
 \_\_\_\_\_（公用邊），  
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ （\_\_\_\_\_全等性質），  
 故  $\angle BAD = \angle CAD$ （\_\_\_\_\_）。

如圖， $\triangle ABD$  與  $\triangle CBD$  中，  
 $\angle BAD = \angle BCD$ ， $\angle ABD = \angle CBD$ ，  
 若  $E$  為  $\overline{BD}$  上任一點，求證：

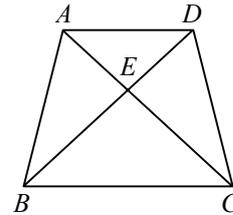
- (1)  $\overline{AB} = \overline{CB}$ 。
- (2)  $\overline{AE} = \overline{CE}$ 。



解

如圖，梯形  $ABCD$  中， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ，  
 $\angle ABC = \angle DCB$ ， $\overline{AC}$  與  $\overline{BD}$  交於  
 $E$  點，求證：

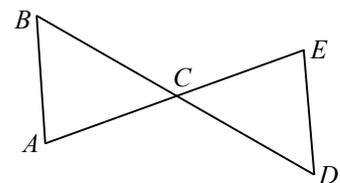
- (1)  $\angle BAC = \angle CDB$ 。
- (2)  $\overline{AE} = \overline{DE}$ 。



解

### 即時演練

如圖， $\overline{AE}$ 、 $\overline{BD}$  互相平分於  $C$  點，求證  $\angle BAC = \angle CED$ 。



3類題

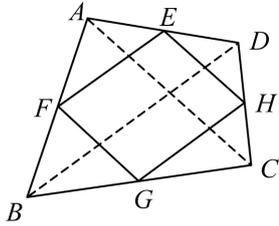
配合課本 P144  
例題 3

平行四邊形的應用

配合課本 P144  
隨堂練習

熟練

如圖，四邊形  $ABCD$  中，已知  $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  為各邊的中點， $\overline{AC}$  與  $\overline{BD}$  為對角線，求證：四邊形  $EFGH$  為平行四邊形。



解

承類題 3，求證：

$\square EFGH$  的周長 =  $\overline{BD} + \overline{AC}$ 。

解

4類題

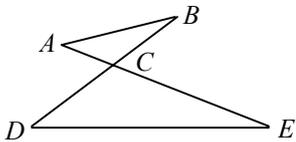
配合課本 P145  
例題 4

相似形的應用

配合課本 P145  
隨堂練習

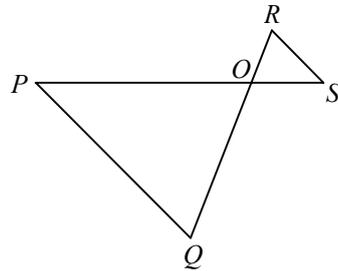
熟練

如圖， $\overline{AE}$  與  $\overline{BD}$  交於  $C$  點，若  $\overline{AB} = 14$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{CE} = 20$ ， $\overline{CD} = 12$ ，求證： $\triangle ABC \sim \triangle DEC$ 。



解

如圖， $\overline{PS}$  與  $\overline{QR}$  交於  $O$  點， $\overline{OP} = 3\overline{OS}$ ， $\overline{OQ} = 3\overline{OR}$ ，求證： $\overline{PQ} = 3\overline{RS}$ 。



解

## 2. 輔助線

1. 幾何推理進行中，有時需要在原圖形上添加一些線條或圖形，協助進行推理證明或計算，這種添加的線條或圖形就稱為輔助線。
2. 不同的思路會產生不同的輔助線畫法與證法。

### 1 類題

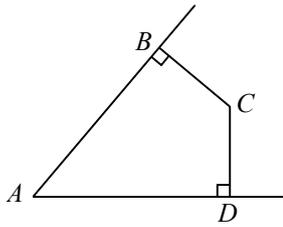
配合課本 P147  
例題 5

### 輔助線的應用

配合課本 P147  
隨堂練習

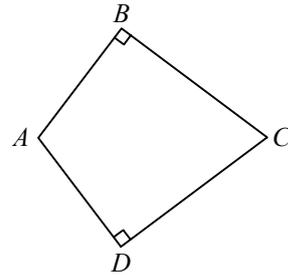
### 熟練

如圖，四邊形  $ABCD$  中， $\overline{BC} = \overline{CD}$ ， $\overline{BC} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{AD}$ ，求證  $\overline{AB} = \overline{AD}$ 。



解

如圖，四邊形  $ABCD$  中，已知  $\overline{AB} = \overline{AD} = 6$ ， $\overline{CD} = 8$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，求四邊形  $ABCD$  的面積。

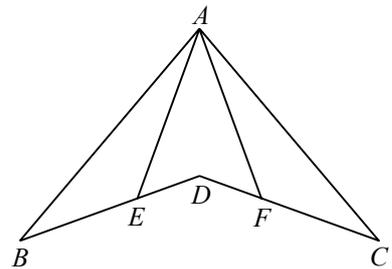


解

### 即時演練

如圖， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{BD} = \overline{CD}$ ， $\angle BAE = \angle CAF$ ，求證：

- (1)  $\angle ABE = \angle ACF$ 。
- (2)  $\overline{AE} = \overline{AF}$ 。



### 3. 代數證明

偶數能被 2 整除，可以表示成  $2k$  的形式；奇數被 2 除都餘 1，可以表示成  $2k+1$  的形式，其中  $k$  為整數。

#### 即時演練

1. 假設  $a$ 、 $b$  均為整數，寫出下列何者為奇數，何者為偶數。

(1)  $2(a+15)$  為\_\_\_\_\_數。

(2)  $2(a+8)+1$  為\_\_\_\_\_數。

(3)  $4(b+15)$  為\_\_\_\_\_數。

2. 假設  $x$ 、 $y$  均為整數，填入適當的式子，並寫出下列何者為奇數，何者為偶數。

(1)  $12x+1=2\times$ \_\_\_\_\_+1；故為\_\_\_\_\_數。

(2)  $6x+16=2\times$ \_\_\_\_\_；故為\_\_\_\_\_數。

(3)  $8y-4=2\times$ \_\_\_\_\_；故為\_\_\_\_\_數。

#### 1 類題

配合課本 P150  
例題 6

#### 奇偶數的判別

配合課本 P150  
隨堂練習

#### 熟練

已知  $1^2+2\times 1=3$ ， $3^2+2\times 3=15$ ， $5^2+2\times 5=35$ ，由這三個例子猜測「一個奇數的平方，加上此奇數的 2 倍，還是奇數。」這個猜測正確嗎？

**已知**  $a$  是奇數。

**求證**  $a^2+2a$  也是奇數。

**證明**

「任一個奇數乘以任意另一個奇數」你會猜測得到奇數還是偶數呢？根據結論證明你的猜測是正確的。

**已知**  $a$ 、 $b$  皆為奇數。

**求證**  $a\times b$  是\_\_\_\_\_（填偶數或奇數）。

**證明**

#### 即時演練

**已知**  $a$  是偶數。

**求證**  $a^2+3a$  也是偶數。

**證明**

## 2類題

配合課本 P151  
例題 7

## 判別大小

配合課本 P151  
隨堂練習

## 熟練

已知  $-6 > -7$ ,  $(-6)^2 < (-7)^2$ ,  
 $-8 > -9$ ,  $(-8)^2 < (-9)^2$ , 由這些例子  
 猜測「 $a$ 、 $b$  為負數, 若  $a > b$ , 則  $a^2 < b^2$ 。」  
 這個猜測正確嗎? 如果正確, 請證明它; 如果  
 不正確, 請舉一個反例。

**已知**  $a$ 、 $b$  為負數, 且  $a > b$ 。

**求證**  $a^2 < b^2$ 。

**證明**

已知  $3 > 2$ ,  $3 > \frac{3+2}{2} > 2$ ;  $5 > 4$ ,  $5 > \frac{5+4}{2} > 4$ ,  
 由這些例子猜測「 $a$ 、 $b$  皆為正整數, 且  $a > b$ ,  
 則  $a > \frac{a+b}{2} > b$ 。」這個猜測正確嗎? 如果正  
 確, 請證明它; 如果不正確, 請舉一個反例。

**已知**  $a$ 、 $b$  皆為正整數, 且  $a > b$ 。

**求證**  $a > \frac{a+b}{2} > b$ 。

**證明**

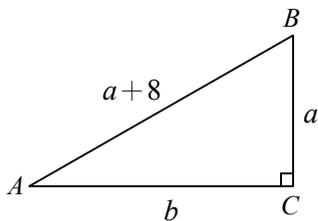
## 3類題

配合課本 P152  
例題 8

## 因數的判別

配合課本 P152  
隨堂練習

## 熟練



**已知** 如圖, 直角三角形  $ABC$  中,  $a+8$  為斜  
 邊長,  $a$ 、 $b$  為兩股長, 其中  $a$ 、 $b$  均為  
 正整數。

**求證** 16 為  $b^2$  的因數。

**證明**

**已知**  $a^2 + 6^2 = (3b + 15)^2$ , 其中  $b$  為正整數。

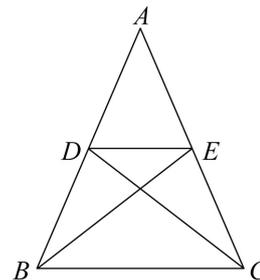
**求證**  $a^2$  是 9 的倍數。

**證明**

### 3-1 自我磨練

配合課本 P154~155 自我評量

1. 如圖， $\triangle ABC$  與  $\triangle ADE$  都是等腰三角形，證明  $\overline{CD} = \overline{BE}$ 。



2. **已知** 如圖， $\triangle ABC$  與  $\triangle CDE$  皆為正三角形，連接  $\overline{AD}$  與  $\overline{BE}$ 。

**求證**  $\overline{AD} = \overline{BE}$ 。

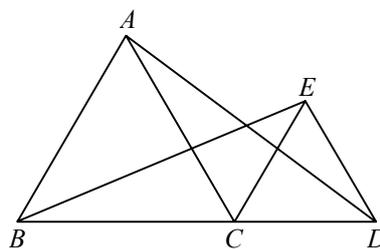
**證明** (1)  $\because \angle ECD = \angle ACB =$  \_\_\_\_\_ 度，  
 $\angle ACD = \angle ECD +$  \_\_\_\_\_，  
 $\angle BCE = \angle ACB +$  \_\_\_\_\_，  
 $\therefore \angle ACD =$  \_\_\_\_\_。

(2) 在  $\triangle ACD$  與  $\triangle BCE$  中，

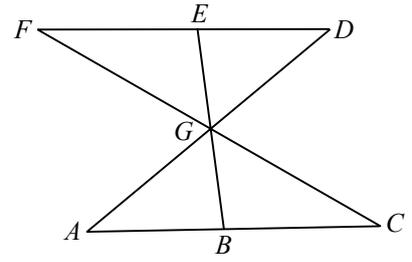
$\because$  \_\_\_\_\_，  
 \_\_\_\_\_，  
 \_\_\_\_\_，

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE$  (\_\_\_\_\_ 全等性質)，

故  $\overline{AD} = \overline{BE}$  (對應邊相等)。



3. 如圖， $G$  為  $\overline{AD}$ 、 $\overline{CF}$  的中點，過  $G$  點作  $\overline{BE}$ ，分別交  $\overline{DF}$ 、 $\overline{AC}$  於  $E$ 、 $B$  兩點，求證：
- (1)  $\angle A = \angle D$ 。
- (2)  $\overline{BG} = \overline{EG}$ 。



4. 已知  $a$  為偶數， $b$  為奇數，求證  $a^2 + 5b$  是奇數。

5. 已知  $a$  是正整數， $A = (4a + 7)^2 + 2(4a + 7) + 17$ ，求證  $A$  是 16 的倍數。



### 1. 外心

#### 1. 三角形的外心：

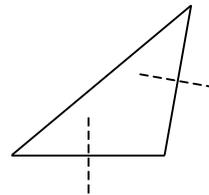
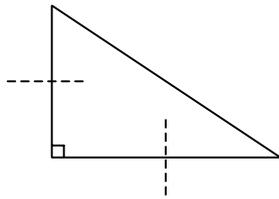
三角形三邊的中垂線交於一點，此點稱為三角形的外心，外心到三頂點的距離相等，且外心也是此三角形外接圓的圓心。

#### 2. 三角形外心的位置：

- ① 銳角三角形的外心在三角形內部。
- ② 直角三角形的外心在三角形的斜邊中點。
- ③ 鈍角三角形的外心在三角形外部。

### 即時演練

1. 如圖，下列各三角形中，虛線為該邊的中垂線，利用這些中垂線畫一個圓，使這個圓通過三角形的三個頂點。



2. 如圖，利用尺規作圖畫一個圓，使得  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三個點都在圓周上。

$A$

$B$

$C$

1 類題

配合課本 P160  
例題 1

直角三角形的外接圓半徑

配合課本 P160  
隨堂練習

熟練

直角三角形  $ABC$  中， $\angle B=90^\circ$ ， $\overline{AB}=9$ ， $\overline{BC}=12$ ，求  $\triangle ABC$  外接圓的半徑。

解

直角三角形  $ABC$  中， $\angle B=90^\circ$ ， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{BC}=4\sqrt{3}$ ，求  $\triangle ABC$  外接圓的半徑。

解

2 類題

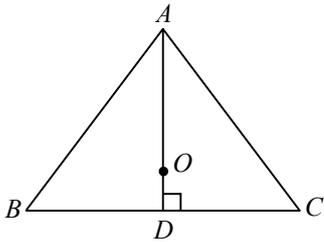
配合課本 P161  
例題 2

等腰三角形的外接圓半徑

配合課本 P161  
隨堂練習

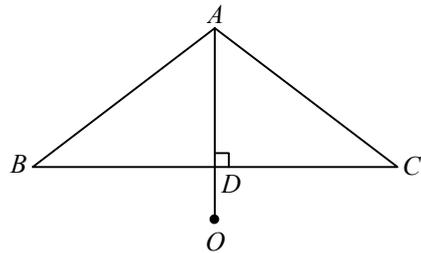
熟練

如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}=\overline{AC}=20$ ， $\overline{BC}=24$ ， $\overline{AD}$  為  $\overline{BC}$  上的高， $O$  點為  $\triangle ABC$  的外心，求  $\triangle ABC$  的外接圓半徑。



解

如圖， $O$  點為等腰三角形  $ABC$  的外心， $\overline{AB}=\overline{AC}=10$ ， $\overline{BC}=16$ ， $\overline{AD}$  垂直平分  $\overline{BC}$ ， $O$  點在  $\overline{AD}$  的延長線上，求  $\triangle ABC$  的外接圓面積。



解

### 3類題

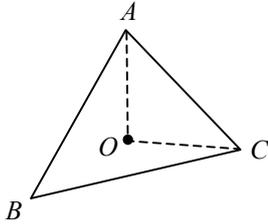
配合課本 P162  
例題 3

### 外心與角度

配合課本 P162  
隨堂練習

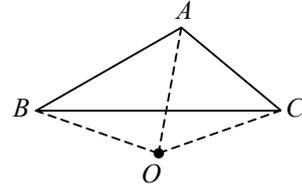
### 熟練

如圖， $\triangle ABC$  中， $O$  點為  $\triangle ABC$  的外心，若  $\angle ABC = 47^\circ$ ，求  $\angle AOC$ 。



解

如圖， $\triangle ABC$  中， $O$  點為  $\triangle ABC$  的外心， $\angle ABC = 30^\circ$ ， $\angle ACB = 40^\circ$ ，求  $\angle BOC$  與  $\angle AOB$ 。



解

### 4類題

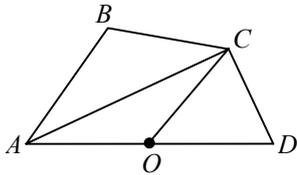
配合課本 P163  
例題 4

### 外心的應用

配合課本 P163  
隨堂練習

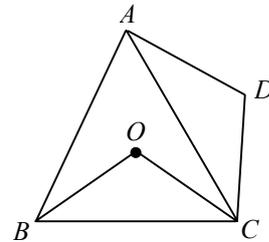
### 熟練

如圖， $O$  點在  $\overline{AD}$  上，且  $O$  點為  $\triangle ABC$  與  $\triangle ACD$  的外心，若  $\angle COD = 50^\circ$ ，求  $\angle ABC$ 。



解

如圖， $O$  點為  $\triangle ABC$  與  $\triangle ACD$  的外心，若  $\angle BOC = 110^\circ$ ， $\angle D = 115^\circ$ ，求  $\angle ACB$ 。



解

## 2. 內心

### 1. 三角形的內心：

三角形三內角的角平分線交於一點，此點稱為三角形的內心，內心到三邊的距離相等，且內心也是此三角形內切圓的圓心。

### 2. 三角形內心與面積：

若  $I$  點為  $\triangle ABC$  的內心，則  $\triangle AIB$  面積： $\triangle BIC$  的面積： $\triangle CIA$  面積 =  $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA}$ 。

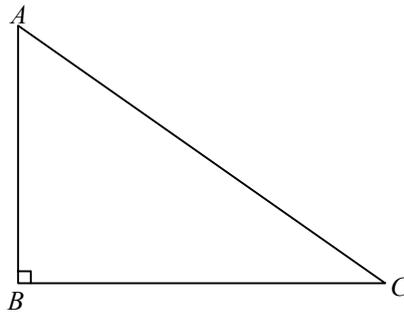
### 3. 三角形的內切圓半徑：

① 若  $r$  為三角形的內切圓半徑， $S$  為三角形的周長，則此三角形的面積為  $\frac{1}{2}rS$ 。

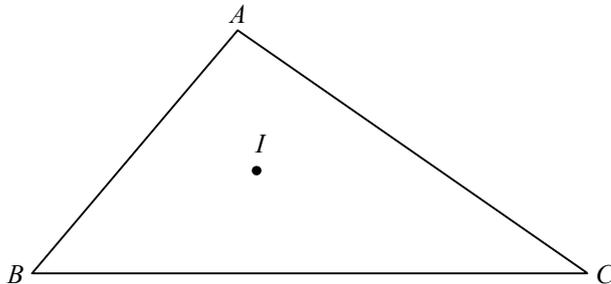
② 若  $r$  為直角三角形的內切圓半徑，則兩股和 = 斜邊長 +  $2r$ ，即  $r = \frac{\text{兩股和} - \text{斜邊長}}{2}$ 。

## 即時演練

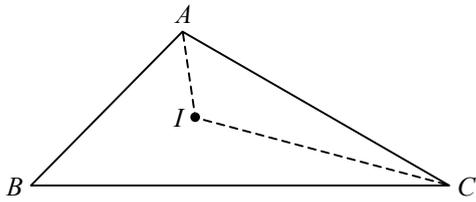
1. 如圖， $\triangle ABC$  為直角三角形，利用尺規作圖，求作  $\triangle ABC$  的內心。



2. 如圖， $\triangle ABC$  為鈍角三角形， $I$  點為內心，利用尺規作圖，求作  $\triangle ABC$  的內切圓。

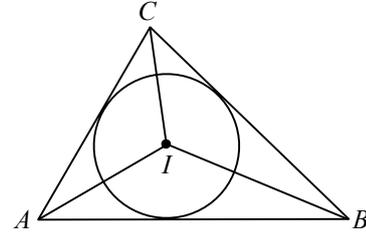


如圖， $I$  點為  $\triangle ABC$  的內心，若  $\angle BAC = 106^\circ$ ， $\angle ACB = 30^\circ$ ，求  $\angle AIC$ 。



解

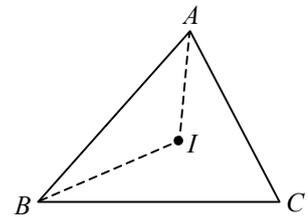
如圖， $\triangle ABC$  中， $I$  點為內切圓的圓心， $\overline{AB} = 14$ ， $\overline{BC} = 12$ ， $\overline{AC} = 10$ ，求  $\triangle AIB$  面積： $\triangle BIC$  面積： $\triangle AIC$  面積。



解

### 即時演練

1. 如圖， $I$  點為  $\triangle ABC$  的內心，若  $\angle AIB = 120^\circ$ ，求  $\angle ACB$ 。



2. 若  $\triangle ABC$  為直角三角形， $I$  點為內心， $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 12$ ，求  $\triangle AIB$  面積： $\triangle BIC$  面積： $\triangle AIC$  面積。

2類題

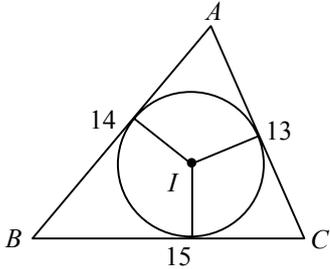
配合課本 P170  
例題 6

利用面積求內切圓半徑

配合課本 P170  
隨堂練習

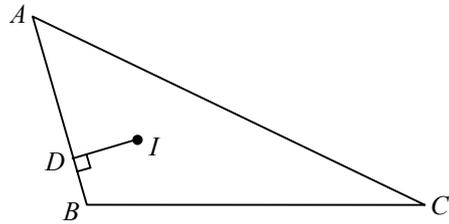
熟練

如圖， $I$  點為  $\triangle ABC$  的內心，若  $\triangle ABC$  的面積為 84， $\overline{AB} = 14$ ， $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{AC} = 13$ ，求  $\triangle ABC$  的內切圓半徑。



解

如圖， $I$  點為  $\triangle ABC$  的內心， $\overline{ID} \perp \overline{AB}$ ，若  $\triangle ABC$  的面積為  $10\sqrt{2}$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{AC} = 9$ ，求  $\overline{ID}$ 。



解

3類題

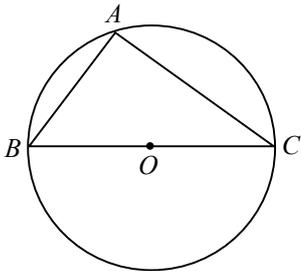
配合課本 P172  
例題 7

直角三角形的內切圓

配合課本 P172  
隨堂練習

熟練

如圖，圓  $O$  為  $\triangle ABC$  的外接圓，半徑為 10， $\overline{BC}$  為圓  $O$  的直徑，且  $\overline{AB} = 12$ ，求  $\triangle ABC$  的內切圓半徑。



解

直角三角形  $ABC$  中， $\angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{BC} = 12$ ，求  $\triangle ABC$  的內切圓半徑。

解

### 3. 重心

1. 任意三角形三內角的三條中線交於同一點，此點稱為三角形的重心。

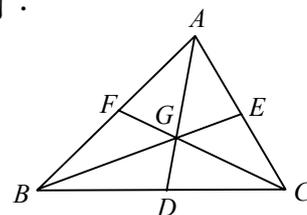
2. 如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$  為三條中線， $G$  點為重心，則：

①  $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ ， $\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$ ， $\overline{CG} : \overline{GF} = 2 : 1$ 。

②  $\overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AD}$ ， $\overline{BG} = \frac{2}{3} \overline{BE}$ ， $\overline{CG} = \frac{2}{3} \overline{CF}$ 。

③  $\triangle AGB$  面積 =  $\triangle BGC$  面積 =  $\triangle CGA$  面積 =  $\frac{1}{3} \triangle ABC$  面積。

④  $\triangle AGF$  面積 =  $\triangle BGF$  面積 =  $\triangle BGD$  面積 =  $\triangle CGD$  面積  
 =  $\triangle CGE$  面積 =  $\triangle AGE$  面積 =  $\frac{1}{6} \triangle ABC$  面積。



#### 1 類題

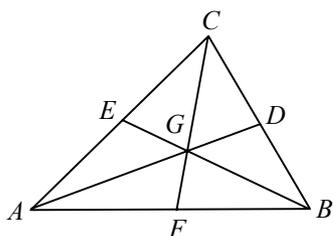
配合課本 P176  
例題 8

重心到頂點的距離

配合課本 P176  
隨堂練習

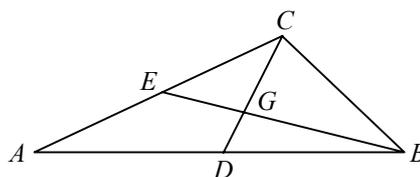
#### 熟練

如圖， $\triangle ABC$  中，三條中線  $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$  交於  $G$  點， $\overline{AD} = 54$ ， $\overline{BE} = 45$ ， $\overline{CF} = 39$ ，求  $\overline{GD}$ 、 $\overline{GE}$ 、 $\overline{GF}$ 。



解

如圖， $\triangle ABC$  中， $D$ 、 $E$  分別為  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  的中點， $\overline{BE}$ 、 $\overline{CD}$  交於  $G$  點，若  $\overline{CG} + \overline{BG} = 12$ ，求  $\overline{BE} + \overline{CD}$ 。



解

#### 即時演練

若三角形的三中線長分別為 21、23、25，求其重心到三邊中點的距離和。

2類題

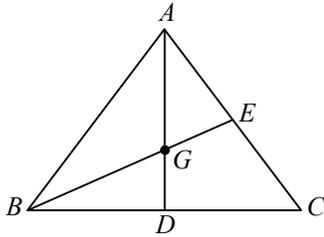
配合課本 P177  
例題 9

重心與面積

配合課本 P177  
隨堂練習

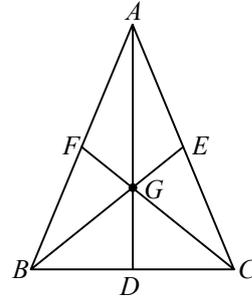
熟練

如圖，等腰三角形  $ABC$  中， $D$ 、 $E$  分別為  $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$  的中點， $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$  交於  $G$  點，若  $\overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ，求  $\triangle AGB$  的面積。



解

如圖，等腰三角形  $ABC$  中， $D$ 、 $E$ 、 $F$  分別為  $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AB}$  的中點， $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$  交於  $G$  點，若  $\overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ，求  $\triangle CGE$  的面積。



解

3類題

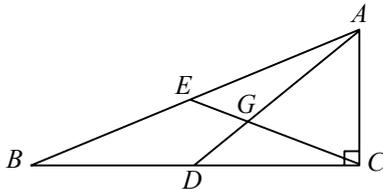
配合課本 P178  
例題 10

直角三角形的重心

配合課本 P178  
隨堂練習

熟練

如圖， $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，兩條中線  $\overline{AD}$ 、 $\overline{CE}$  交於  $G$  點， $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 12$ ，求  $\overline{CG}$ 。

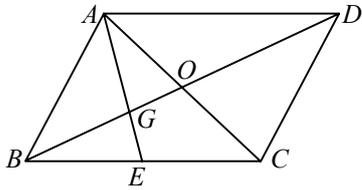


解

承類題 4，求  $\triangle AGC$  的面積。

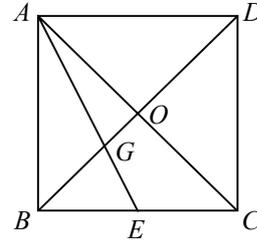
解

如圖， $\square ABCD$  中， $O$  為對角線  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$  的交點， $E$  為  $\overline{BC}$  的中點，若  $\overline{BD} = 18$ ，求  $\overline{OG}$ 。



解

如圖，正方形  $ABCD$  中， $O$  為對角線的交點， $E$  為  $\overline{BC}$  中點，且  $\overline{AE}$ 、 $\overline{BD}$  交於  $G$  點，若  $\overline{AB} = 6$ ，求  $\overline{BG}$ 。

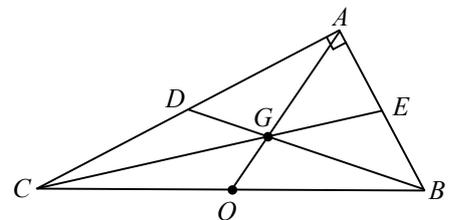


解

### 即時演練

如圖， $\triangle ABC$  中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AC} = 15$ ，三條中線  $\overline{AO}$ 、 $\overline{BD}$ 、 $\overline{CE}$  交於  $G$  點，求：

- (1)  $\overline{AG}$ 。
- (2) 四邊形  $ADGE$  的面積。



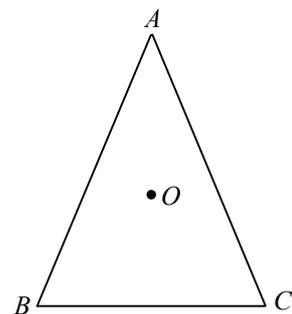
## 3-2 自我磨練

配合課本 P186~187 自我評量

1. 已知直角三角形的兩股長分別為 18、24，求其外心到三個頂點的距離和。

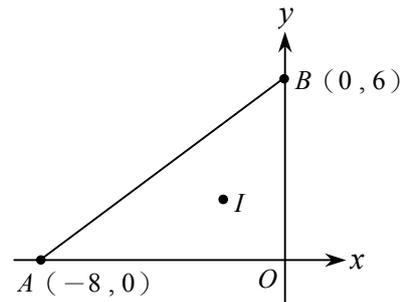
2.  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle BAC = 45^\circ$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，若  $O$  點為  $\triangle ABC$  的外心，求  $\angle AOB$ 。

3. 如圖， $O$  點為  $\triangle ABC$  的外心，若  $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ，求  $\triangle ABC$  的外接圓半徑。

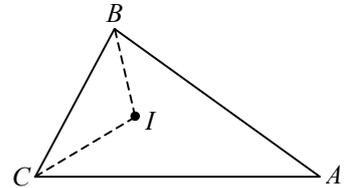


4. 已知 $\triangle ABC$ 的面積為 36，周長為 24，求內切圓半徑。

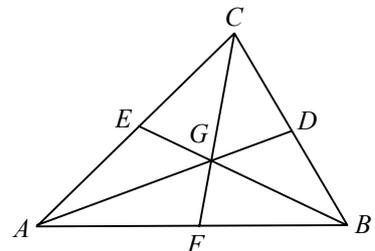
5. 如圖，坐標平面上三點， $A(-8, 0)$ 、 $B(0, 6)$ ， $I$ 點為 $\triangle AOB$ 的內心，求 $I$ 點坐標。



6. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $I$ 點為內心，若 $\angle BIC = 108^\circ$ ，求 $\angle BAC$ 。



7. 如圖， $\triangle ABC$ 中，三中線 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CF}$ 交於 $G$ 點，若 $\triangle ABC$ 的面積為 60 平方公分，求四邊形 $BDGF$ 的面積。





頁次

1	1-1 連比
	1.求連比
	◆即時演練
	1.(1) $4 : 7 : 11$
	(2) $3 : 5 : 12$
	2. $2 : 3 : 5$
	◆類題 1
	$8 : 20 : 15$
	◆熟練 1
	$15 : 18 : 10$
2	◆類題 2
	$9 : 24 : 16$
	◆熟練 2
	$10 : 4 : 5$
	◆類題 3
	$3 : 1 : 2$
	◆熟練 3
	1. $20 : 8 : 3$
	2. $15 : 20 : 18$
3	2.連比例式的應用
	◆類題 1
	$x=18, y=24, z=30$
	◆熟練 1
	$\frac{7}{11}$
	◆類題 2
	875 個
	◆熟練 2
	38400 元
4	◆類題 3
	(1) $12 : 14 : 21$
	(2) $26 : 35 : 33$
	◆熟練 3
	$21 : 20$

頁次

5	◆類題 4
	$72 : 16 : 9$
	◆熟練 4
	$9 : 6 : 4$
	◆類題 5
	$5 : 4 : 3$
	◆熟練 5
	$12 : 9 : 8$
6	1-1 自我磨練
	1.(1) $9 : 6 : 7$
	(2) $12 : 27 : 10$
	(3) $9 : 8 : 6$
	2. $40 : 24 : 9$
	3. 64 公斤
7	4. 36
	5. $x=40, y=24, z=48$
	6. $15 : 12 : 10$
8	1-2 比例線段
	1.等高三角形
	◆類題 1
	(1) $2 : 3$
	(2) $1 : 2$
	◆熟練 1
	(1) $5 : 7$
	(2) $7 : 12$
	◆即時演練
	(1) 3
	(2) $\frac{1}{2}$
9	2.平行線截比例線段
	◆類題 1
	24
	◆熟練 1
	16

◆即時演練

20

10 ◆類題 2

18

◆熟練 2

6

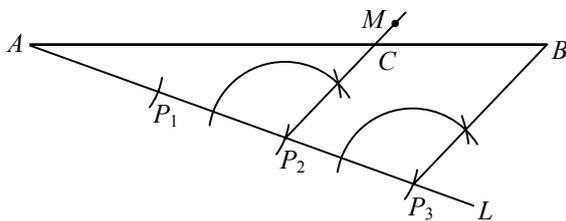
◆類題 3

$\overline{DE} = 12, \overline{EF} = 18$

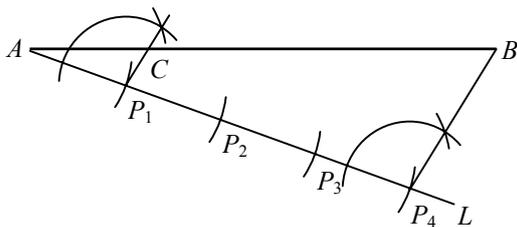
◆熟練 3

7

11 ◆類題 4



◆熟練 4



◆即時演練

45

12 3. 利用比例線段判別平行

◆類題 1

在  $\triangle ABC$  中，

$\therefore \overline{AD} : \overline{DB} = 14 : 8 = 7 : 4,$

$\overline{AE} : \overline{EC} = 21 : 12 = 7 : 4,$

$\therefore \overline{DE} \parallel \overline{BC}。$

◆類題 1

在  $\triangle ABC$  中，

$\therefore \overline{AD} : \overline{AB} = 5 : 11,$

$\overline{AE} : \overline{AC} = 15 : 33 = 5 : 11,$

$\therefore \overline{DE} \parallel \overline{BC}。$

◆即時演練

在  $\triangle ABC$  中，

$\therefore \overline{DB} : \overline{AB} = 22 : 40 = 11 : 20,$

$\overline{EC} : \overline{AC} = 24 : 42 = 12 : 21,$

$\therefore \overline{DE}$  和  $\overline{BC}$  不平行。

13 4. 三角形兩邊中點連線段性質

◆類題 1

32

◆熟練 1

(1)  $\therefore D、E、F$  分別為  $\overline{AB}、\overline{BC}、\overline{AC}$  的中點，

$\therefore \overline{DF} \parallel \overline{BC}, \overline{DE} \parallel \overline{AC},$

在四邊形  $DECF$  中，

$\therefore \overline{DF} \parallel \overline{BC}, \overline{DE} \parallel \overline{AC},$

$\therefore$  四邊形  $DECF$  為平行四邊形。

(2) 52

◆類題 2

15

◆熟練 2

45

14 1-2 自我磨練

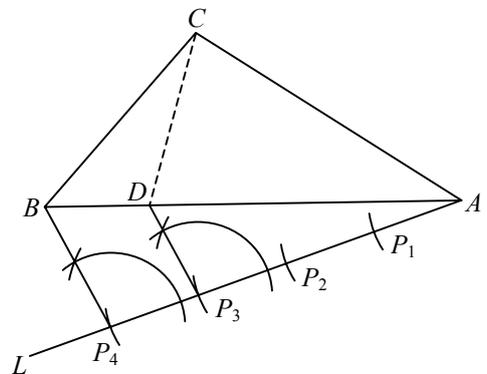
1.(1) 150

(2) 375

2. 80

3.  $\overline{AC} = 24, \overline{BD} = 36$

15 4.(1)



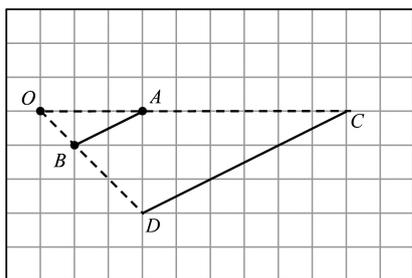
(2) 3 : 1, 3 : 1

5. 18

1-3 相似多邊形

1.圖形的縮放

◆類題 1

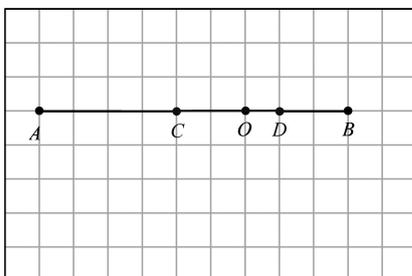


$\overline{CD}$  即為所求。

◆熟練 1

(C)

◆即時演練



$\overline{CD}$  即為所求。

◆類題 2

6 公分， $144^\circ$

◆熟練 2

2 公分， $108^\circ$

2.相似多邊形

◆類題 1

(1)是，

$\therefore$  正六邊形每一個內角都是  $120^\circ$ ，

$\therefore$  對應角相等。

(2)是， $\therefore$  對應邊長比都是 3 : 1。

(3)是， $\therefore$  對應角相等、對應邊成比例，

$\therefore$  甲與乙相似。

◆熟練 1

(1)是，

$\therefore$  正三角形每一個內角都是  $60^\circ$ ，

$\therefore$  對應角相等。

(2)是， $\therefore$  對應邊長比都是 6 : 5。

(3)是， $\therefore$  對應角相等、對應邊成比例，

$\therefore$  丙與丁相似。

◆類題 2

(1)兩個等腰直角三角形一定相似，

$\therefore$  兩個等腰直角三角形的

對應邊成比例 ( $1 : 1 : \sqrt{2}$ )，

且對應角也相等 ( $45^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $90^\circ$ )。

(2)兩個平行四邊形不一定相似，

$\therefore$  兩個平行四邊形的對應邊不一定成比例，且對應角不一定相等。

◆熟練 2

(1)是 (2)否 (3)否

◆類題 3

7

◆熟練 3

$150^\circ$

3.三角形的相似性質

◆類題 1

45

◆熟練 1

10

◆類題 2

16

◆熟練 2

17

◆類題 3

(1)在  $\triangle ABC$  與  $\triangle DBE$  中，

$$\therefore \overline{AB} : \overline{DB} = (5+7) : 4 = 3 : 1,$$

$$\overline{BC} : \overline{BE} = (4+17) : 7 = 3 : 1,$$

又  $\angle B = \angle B$ ，

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DBE$  (SAS 相似性質)。

(2) 6

◆熟練 3

14

◆類題 4

(1)在  $\triangle ABC$  與  $\triangle CAD$  中，

$$\therefore \overline{AB} : \overline{CA} = 9 : 6 = 3 : 2,$$

$$\overline{BC} : \overline{AD} = 12 : 8 = 3 : 2,$$

$$\overline{AC} : \overline{CD} = 6 : 4 = 3 : 2,$$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle CAD$  (SSS 相似性質)。

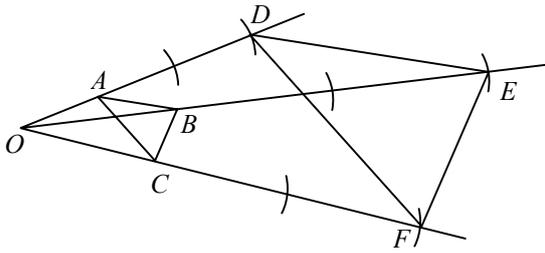
(2)  $\angle BAC$

◆熟練 4

(1)  (2)  (3)

1-3 自我磨練

1.



2.(1) 否

(2) 否

(3) 否

3.  $\overline{QR} = 30$ ,  $\overline{ST} = 42$

4.  $\angle P = 75^\circ$ ,  $\angle Q = 125^\circ$

5.(1)  (2)  SSS

(3)  AA (4)  SAS

(5)  (6)  SAS

(7)  SSS (8)  AA (AAA)

(9)

6.(1)  $\overline{AB} = 9$ ,  $\overline{BC} = 12$ ,  $\overline{CD} = 15$

(2)  $\overline{AE} = \frac{105}{4}$ ,  $\overline{GD} = \frac{75}{4}$

7.(1) 是。

在  $\triangle ABC$  與  $\triangle CDE$  中，

$\therefore \overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ,  $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ ,

$\therefore \angle A = \angle ECD$ ,  $\angle ACB = \angle CED$ ,

故  $\triangle ABC \sim \triangle CDE$  (AA 相似性質)。

(2) 45

1-4 相似三角形的應用與三角比

1. 相似三角形的比例關係

◆類題 1

2 : 3

◆熟練 1

(1) 1 : 2

(2) 24

◆類題 2

$\frac{3}{5}$

◆熟練 2

18

◆類題 3

1 : 4

◆熟練 3

(1)  $\angle AED$ ,  $\angle ABF = \angle ADE$ , AA

(2) 24

◆即時演練

1. 1 : 16

2.  $\frac{96}{5}$

2. 簡易測量

◆類題 1

40 公尺

◆熟練 1

18 公尺

◆即時演練

144 公尺

◆類題 2

10 公尺

◆熟練 2

5.6 公尺

- 28 3.特殊直角三角形的邊長比
- ◆類題 1  
 $\overline{BC} = 4\sqrt{3}$  ,  $\overline{AB} = 8$
- ◆熟練 1  
 $\overline{BC} = 3\sqrt{3}$  ,  $\overline{AC} = 6\sqrt{3}$
- ◆類題 2  
 $\overline{AC} = \overline{BC} = 2\sqrt{2}$
- ◆熟練 2  
 $\overline{AB} = 3\sqrt{2}$  ,  $\overline{BC} = 3$
- 29 4.直角三角形的三角比
- ◆類題 1  
 $\frac{1}{2}$  ,  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ◆熟練 1  
 $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ◆即時演練  
 1
- 30 ◆類題 2  
 (1)  $\sin A$     (2)  $\cos A$     (3)  $\tan A$
- ◆熟練 2  
 (1)  $\tan B$     (2)  $\sin B$     (3)  $\cos B$
- ◆類題 3  
 240 公尺
- ◆熟練 3  
 3 公尺
- 31 1-4 自我磨練
1. 10  
 2.(1) 2 : 3    (2) 4 : 9  
 3. 4 公尺
- 32 4.(1)  $30^\circ$     (2) 3  
 5.(1)  $\cos A$     (2)  $\sin A$     (3)  $\tan A$   
 6. 720 公尺

- 33 2-1 點、線、圓
- 1.圓、圓弧長與扇形
- ◆類題 1  
 (1)  $72^\circ$                       (2)  $5\pi$  平方公分
- ◆熟練 1  
 (1)  $120^\circ$                       (2)  $12\pi$  平方公分
- ◆類題 2  
 $8 - 2\pi$
- ◆熟練 2  
 $24\pi - 36\sqrt{3}$
- 34 ◆類題 3  
 $8\pi$  公尺
- ◆熟練 3  
 $\frac{16\pi}{5}$  公尺
- 2.點與圓的位置關係
- 35 ◆類題 1  
 (1)  $A$             (2)  $B$             (3)  $C$
- ◆熟練 1  
 (1)  $F$             (2)  $E$             (3)  $D$
- ◆類題 2  
 $A$  點在圓上， $B$  點在圓內， $C$  點在圓外
- ◆熟練 2  
 7

36 3.直線與圓的位置關係

37 ◆類題 1

切線是  $L_2$ ，割線是  $L_3$

◆熟練 1

切線是  $L_2$ ，割線是  $L_3$

◆即時演練

(A)

◆類題 2

$$2\sqrt{34}$$

◆熟練 2

$$6\sqrt{3}$$

38 ◆類題 3

$$\frac{240}{17}$$

$$17$$

◆熟練 3

$$\frac{120}{13}$$

$$13$$

◆類題 4

$$4$$

◆熟練 4

$$5$$

39 ◆類題 5

$$2\sqrt{7}$$

◆熟練 5

$$2\sqrt{5}$$

◆即時演練

1.  $\overline{AB} > \overline{CD}$

2. (1) = (2) < (3) = (4) >

40 2-1 自我磨練

1.  $16\pi$  平方公分

2.(1)  $2\sqrt{41}$

(2)  $A$  點在圓內，

$B$  點在圓上，

$C$  點在圓外。

3.(1)  $L_2$  是切線， $L_3$  是割線

(2) 3

41 4. 9

5. 2

6. 8

42 2-2 圓內角與圓外角

1.圓心角及其所對的弧

◆類題 1

$$120^\circ$$

◆熟練 1

$$60^\circ$$

◆即時演練

$$225^\circ$$

43 ◆類題 2

(1) 3 : 2

(2) 3 : 2

◆熟練 2

$$12$$

2.圓周角及其所對的弧

◆即時演練

$$\angle CAD, \angle CBD$$

44 ◆類題 1

$$\angle ACB = 30^\circ, \angle ADB = 30^\circ$$

◆熟練 1

$$168^\circ$$

◆類題 2

$$\widehat{AB} = 120^\circ, \widehat{BC} = 140^\circ$$

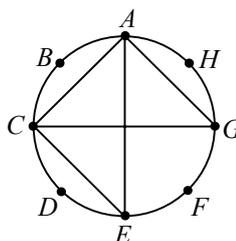
◆熟練 2

$$100^\circ$$

45 ◆即時演練

1.  $50^\circ$

2.



◆類題 3

$$\because \overline{AB} \parallel \overline{CD},$$

$$\therefore \widehat{AC} = \widehat{BD},$$

$$\text{又 } \angle AOC = \widehat{AC}, \angle BOD = \widehat{BD},$$

故  $\angle AOC = \angle BOD$ 。

◆熟練 3

$$30^\circ$$

46 3.圓內接四邊形

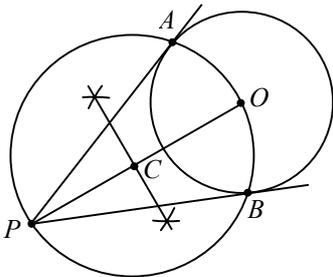
◆類題 1

130°

◆熟練 1

100°

◆類題 2



◆熟練 2

(1) 120°

(2) 6

47 2-2 自我磨練

1.  $\angle 1 = 125^\circ$ ,  $\angle 2 = 72^\circ$

2. (1) 5 : 3

(2) 5 : 3

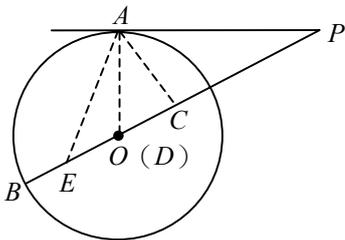
3.  $\angle AOB = 100^\circ$ ,  $\angle C = 50^\circ$ ,  $\angle D = 50^\circ$

48 4.  $\angle 1 = 30^\circ$ ,  $\angle 2 = 50^\circ$ ,  $\angle 3 = 100^\circ$

5. (1)  $\overline{OP}$  上任一點

(2) 即 O 點

(3)  $\overline{OB}$  上任一點



6. 95°

49 3-1 推理證明

1.幾何證明

◆類題 1

在  $\triangle ABE$  與  $\triangle ACD$  中，

$\therefore \overline{AB} = \overline{AC}$  (已知)，

$$\angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABC$$

$$= \frac{1}{2} \angle ACB$$

$$= \angle ACD$$

$\angle A = \angle A$  (公用角)，

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD$  (ASA 全等性質)，

故  $\overline{BE} = \overline{CD}$ 。

◆熟練 1

$\overline{BD} = \overline{CD}$ ,  $\overline{AD} = \overline{AD}$ , SSS,

對應角相等

50 ◆類題 2

(1) 在  $\triangle ABD$  與  $\triangle CBD$  中，

$\therefore \angle BAD = \angle BCD$ ,

$\angle ABD = \angle CBD$ ,

$\overline{BD} = \overline{BD}$ ,

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD$  (AAS 全等性質)，

故  $\overline{AB} = \overline{CB}$  (對應邊相等)。

(2) 在  $\triangle ABE$  與  $\triangle CBE$  中，

$\therefore \overline{AB} = \overline{CB}$ ,

$\angle ABE = \angle CBE$ ,

$\overline{BE} = \overline{BE}$ ,

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBE$  (SAS 全等性質)，

故  $\overline{AE} = \overline{CE}$  (對應邊相等)。

◆熟練 2

(1) 在  $\triangle ABC$  與  $\triangle DCB$  中，

$$\begin{aligned} \therefore \overline{AB} &= \overline{DC}, \\ \angle ABC &= \angle DCB, \\ \overline{BC} &= \overline{BC}, \end{aligned}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$  (SAS 全等性質)，  
故  $\angle BAC = \angle CDB$  (對應角相等)。

(2) 在  $\triangle ABE$  與  $\triangle DCE$  中，

$$\begin{aligned} \therefore \overline{AB} &= \overline{DC}, \\ \angle BAE &= \angle CDE, \\ \angle AEB &= \angle DEC, \\ \therefore \triangle ABE &\cong \triangle DCE \text{ (AAS 全等性質)}, \\ \text{故 } \overline{AE} &= \overline{DE} \text{ (對應邊相等)}. \end{aligned}$$

◆即時演練

$$\begin{aligned} \therefore \overline{AE}、\overline{BD} &\text{ 互相平分,} \\ \therefore \overline{AC} &= \overline{CE}, \overline{BC} = \overline{CD}, \end{aligned}$$

在  $\triangle ABC$  與  $\triangle EDC$  中，

$$\begin{aligned} \therefore \overline{AC} &= \overline{CE}, \\ \angle ACB &= \angle ECD, \\ \overline{BC} &= \overline{CD}, \end{aligned}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDC$  (SAS 全等性質)，  
故  $\angle BAC = \angle CED$  (對應角相等)。

51

◆類題 3

在  $\triangle ABD$  中，

$$\begin{aligned} \therefore E、F &\text{ 為 } \overline{AD}、\overline{AB} \text{ 的中點,} \\ \therefore \overline{EF} &\parallel \overline{BD}, \overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{BD}. \end{aligned}$$

在  $\triangle CBD$  中，

$$\begin{aligned} \therefore G、H &\text{ 為 } \overline{BC}、\overline{CD} \text{ 的中點,} \\ \therefore \overline{GH} &\parallel \overline{BD}, \overline{GH} = \frac{1}{2} \overline{BD}. \end{aligned}$$

因此， $\overline{EF} \parallel \overline{GH} \parallel \overline{BD}$ ，

$$\overline{EF} = \overline{GH} = \frac{1}{2} \overline{BD},$$

故四邊形  $EFGH$  為平行四邊形  
(一雙對邊平行且相等)。

◆熟練 3

$$\therefore \overline{EF} = \overline{GH} = \frac{1}{2} \overline{BD},$$

$$\text{同理, } \overline{FG} = \overline{EH} = \frac{1}{2} \overline{AC},$$

$$\begin{aligned} \text{故 } \square EFGH \text{ 的周長} &= 2(\overline{EF} + \overline{FG}) \\ &= 2\left(\frac{1}{2} \overline{BD} + \frac{1}{2} \overline{AC}\right) \\ &= \overline{BD} + \overline{AC}. \end{aligned}$$

◆類題 4

在  $\triangle ABC$  與  $\triangle DEC$  中，

$$\begin{aligned} \therefore \overline{BC} : \overline{CE} &= 10 : 20 = 1 : 2, \\ \overline{AC} : \overline{CD} &= 6 : 12 = 1 : 2, \end{aligned}$$

$\angle ACB = \angle DCE$  (對頂角相等)，  
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEC$  (SAS 相似性質)。

◆熟練 4

在  $\triangle OPQ$  與  $\triangle OSR$  中，

$$\therefore \overline{OP} = 3\overline{OS}, \overline{OQ} = 3\overline{OR},$$

$\angle POQ = \angle SOR$  (對頂角相等)，  
 $\therefore \triangle OPQ \sim \triangle OSR$  (SAS 相似性質)，  
故  $\overline{PQ} = 3\overline{RS}$  (對應邊成比例)。

52

2. 輔助線

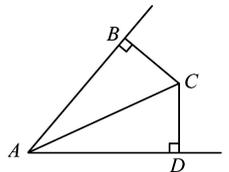
◆類題 1

連接  $\overline{AC}$ ，

在  $\triangle ABC$  與  $\triangle ADC$  中，

$$\begin{aligned} \therefore \overline{BC} &= \overline{CD}, \\ \angle ABC &= \angle ADC = 90^\circ, \\ \overline{AC} &= \overline{AC}, \end{aligned}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$  (RHS 全等性質)，  
故  $\overline{AB} = \overline{AD}$  (對應邊相等)。



◆熟練 1

48

◆即時演練

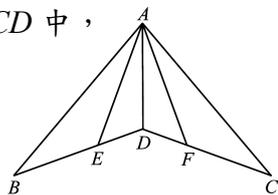
(1) 連接  $\overline{AD}$ ，

在  $\triangle ABD$  與  $\triangle ACD$  中，

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AC},$$

$$\overline{BD} = \overline{CD},$$

$$\overline{AD} = \overline{AD},$$



$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$  (SSS 全等性質)，

故  $\angle ABE = \angle ACF$  (對應角相等)。

(2) 在  $\triangle ABE$  與  $\triangle ACF$  中，

$$\therefore \angle BAE = \angle CAF, \overline{AB} = \overline{AC},$$

$$\angle ABE = \angle ACF,$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF$  (ASA 全等性質)，

故  $\overline{AE} = \overline{AF}$  (對應邊相等)。

53

3. 代數證明

◆即時演練

1. (1) 偶

(2) 奇

(3) 偶

2. (1)  $6x$ ，奇

(2)  $(3x+8)$ ，偶

(3)  $(4y-2)$ ，偶

◆類題 1

$\therefore a$  是奇數，設  $a=2n+1$ ， $n$  是整數，

$$\therefore a^2+2a=(2n+1)^2+2(2n+1)$$

$$=4n^2+8n+3$$

$$=2(2n^2+4n+1)+1$$

$\therefore 2n^2+4n+1$  為整數，

故  $a^2+2a$  是奇數。

◆熟練 1

奇數

$\therefore a、b$  皆為奇數，

$\therefore$  設  $a=2m+1$ ， $b=2n+1$ ，

$m、n$  是整數，

$$\therefore a \times b = (2m+1) \times (2n+1)$$

$$=4mn+2m+2n+1$$

$$=2(2mn+m+n)+1$$

$\therefore 2mn+m+n$  為整數，

故  $a \times b$  是奇數。

◆即時演練

$\therefore a$  是偶數，設  $a=2n$ ， $n$  是整數，

$$\therefore a^2+3a=(2n)^2+3 \times 2n$$

$$=4n^2+6n$$

$$=2(2n^2+3n)$$

$\therefore 2n^2+3n$  為整數，

故  $a^2+3a$  是偶數。

54

◆類題 2

$$\therefore b^2-a^2=(b+a)(b-a)$$

已知  $a>b$ ， $\therefore b-a$  為負數，

又  $b+a$  為負數，故  $b^2-a^2>0$ ，

即  $b^2>a^2$ 。

◆熟練 2

$$\therefore a>b, a+a>b+a, 2a>b+a$$

$$\therefore a > \frac{a+b}{2} \dots\dots\dots ①$$

$$\therefore a>b, a+b>b+b, a+b>2b$$

$$\therefore \frac{a+b}{2} > b \dots\dots\dots ②$$

由①、②可知， $a > \frac{a+b}{2} > b$ 。

◆類題 3

$\therefore \triangle ABC$  為直角三角形，

且  $a+8$  為斜邊長， $a、b$  為兩股長，

$$\therefore (a+8)^2=a^2+b^2$$

$$a^2+16a+64=a^2+b^2$$

$$b^2=16a+64=16(a+4)$$

故 16 為  $b^2$  的因數。

◆熟練 3

$$a^2+6^2=(3b+15)^2$$

$$a^2=(3b+15)^2-6^2$$

$$=(3b+15+6)(3b+15-6)$$

$$=(3b+21)(3b+9)$$

$$=9(b+7)(b+3)$$

$\therefore (b+7)(b+3)$  為正整數，

故  $a^2$  是 9 的倍數。

3-1 自我磨練

1.  $\because \triangle ABC$  與  $\triangle ADE$  都是等腰三角形，  
 $\therefore \overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AE} = \overline{AD}$ ，  
 在  $\triangle ABE$  與  $\triangle ACD$  中，  
 $\therefore \overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AE} = \overline{AD}$ ， $\angle A = \angle A$ ，  
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD$  (SAS 全等性質)，  
 故  $\overline{CD} = \overline{BE}$  (對應邊相等)。
2. (1)  $60^\circ$ ， $\angle ACE$ ， $\angle ACE$ ， $\angle BCE$ ，  
 (2)  $\overline{AC} = \overline{BC}$ ， $\angle ACD = \angle BCE$ ，  
 $\overline{CD} = \overline{CE}$ ，SAS

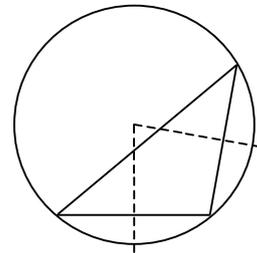
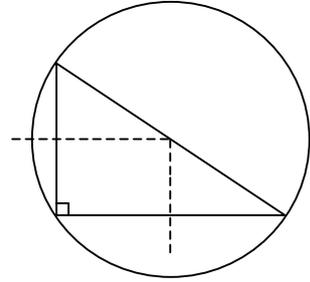
3. (1)  $\because G$  為  $\overline{AD}$ 、 $\overline{CF}$  的中點，  
 $\therefore \overline{AG} = \overline{DG}$ ， $\overline{CG} = \overline{FG}$ ，  
 在  $\triangle ACG$  與  $\triangle DFG$  中，  
 $\therefore \overline{AG} = \overline{DG}$ ，  
 $\angle AGC = \angle DGF$ ，  
 $\overline{CG} = \overline{FG}$ ，  
 $\therefore \triangle ACG \cong \triangle DFG$ ，  
 故  $\angle A = \angle D$  (對應角相等)。
- (2) 在  $\triangle AGB$  與  $\triangle DGE$  中，  
 $\therefore \angle A = \angle D$ ，  
 $\overline{AG} = \overline{DG}$ ，  
 $\angle AGB = \angle DGE$ ，  
 $\therefore \triangle AGB \cong \triangle DGE$ ，  
 故  $\overline{BG} = \overline{EG}$  (對應邊相等)。
4.  $\because a$  是偶數，設  $a = 2n$ ， $n$  是整數，  
 $b$  是奇數，設  $b = 2m + 1$ ， $m$  是整數，  
 $\therefore a^2 + 5b = (2n)^2 + 5 \times (2m + 1)$   
 $= 4n^2 + 10m + 5$   
 $= 2(2n^2 + 5m + 2) + 1$   
 $\because 2n^2 + 5m + 2$  為整數，  
 故  $a^2 + 5b$  是奇數。
5.  $A = (4a + 7)^2 + 2(4a + 7) + 17$   
 $= 16a^2 + 56a + 49 + 8a + 14 + 17$   
 $= 16a^2 + 64a + 80$   
 $= 16(a^2 + 4a + 5)$   
 $\because a^2 + 4a + 5$  為正整數，  
 故  $A$  是 16 的倍數。

3-2 三角形的心

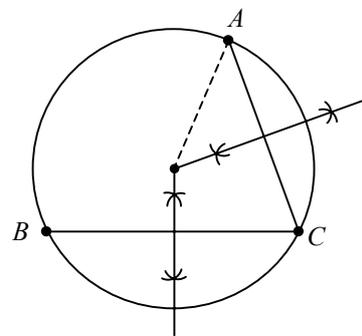
1. 外心

◆ 即時演練

1.



2.



◆ 類題 1

$$\frac{15}{2}$$

◆ 熟練 1

$$4$$

◆ 類題 2

$$\frac{25}{2}$$

◆ 熟練 2

$$\frac{625}{9} \pi$$

59 ◆類題 3

94°

◆熟練 3

$\angle BOC = 140^\circ, \angle AOB = 80^\circ$

◆類題 4

115°

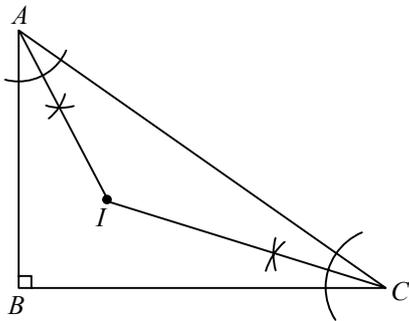
◆熟練 4

60°

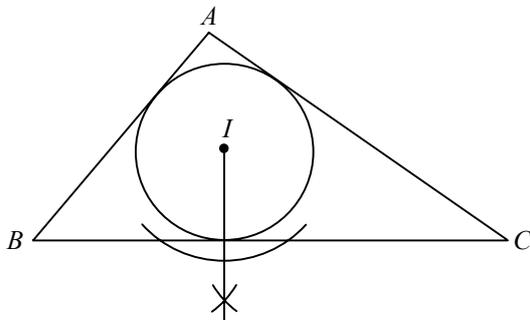
60 2.內心

◆即時演練

1.  $I$  即為所求。



2. 圓  $I$  即為所求。



61 ◆類題 1

112°

◆熟練 1

7 : 6 : 5

◆即時演練

1. 60°

2. 5 : 13 : 12

62 ◆類題 2

4

◆熟練 2

$\sqrt{2}$

◆類題 3

4

◆熟練 3

3

63 3.重心

◆類題 1

$\overline{GD} = 18, \overline{GE} = 15, \overline{GF} = 13$

◆熟練 1

18

◆即時演練

23

64 ◆類題 2

16

◆熟練 2

10

◆類題 3

$\frac{13}{3}$

3

◆熟練 3

10

65 ◆類題 4

3

◆熟練 4

$2\sqrt{2}$

◆即時演練

(1)  $\frac{17}{3}$  (2) 20

66 3-2 自我磨練

1. 45

2. 150°

3.  $\frac{169}{24}$

67 4. 3

5. (-2, 2)

6. 36°

7. 20 平方公分



memo

筆記欄



A large grid of small squares, intended for writing notes.



memo

筆記欄



A large grid of small squares, intended for writing notes.